مجله مهندسی مکانیک مدرس، آبان 1396، دوره 17، شماره 8، ص‌ص 333-342

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

تعقیب مسیر کوادروتور جهت عبور از موانع با استفاده از کنترلر و مشاهده‌گر حالت لغزشی با پیچش فوق‌العاده

معین دعاخوان[1]، منصور کبگانیان[2*]، رضا ندافی[3]، علی کمالی ایگلی[4]

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران
2- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران
3- مربی، پژوهشکده علوم و فناوری فضا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران
4- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران
* تهران، صندوق پستی 15875-4413، kabgan@aut.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 06 خرداد 1396
پذیرش: 17 تیر 1396
ارائه در سایت: 20 مرداد 1396

کلید واژگان:
کوادروتور
الگوریتم کرم شب‌تاب
کنترل حالت لغزشی با پیچش فوق‌العاده
مشاهده‌گر

چکیده

کنترل حالت لغزشی یکی از متداول‌ترین انواع روش‌های کنترل مقاوم است که قابلیت جبران عدم قطعیت در مدل و پارامترهای یک سیستم را دارا می‌باشد؛ اما مهمترین عیب این روش وجود پدیده چترینگ یا نوسان ورودی کنترلی است. اگرچه با تعریف یک لایه مرزی در اطراف سطح لغزش می‌توان از نوسان ورودی کنترلی جلوگیری نمود اما از طرفی دیگر این امر سبب کاهش قوام این کنترلر در برابر عدم قطعیت‌ها خواهد شد. به‌همین منظور نسل جدیدی از کنترلرهای حالت لغزشی با مرتبه بالاتر مانند کنترل حالت لغزشی با پیچش فوق‌العاده پیشنهاد می‌شوند که قانون کنترل آنها ذاتا و بدون تعریف لایه مرزی سعی در کاهش پدیده چترینگ دارد؛ درحالی که قوام کنترل‌های حالت لغزشی سنتی را حفظ می‌کند. در این مقاله ابتدا با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی کرم شب‌تاب و توابع چندجمله‌ای، مسیر پروازی کوادروتور در محیطی با موانع معین و ثابت طراحی شده و سپس به‌منظور تعقیب مسیر پروازی در حضور عدم قطعیت در پارامترها و ساختار مدل، کنترلر حالت لغزشی با پیچش فوق‌العاده طراحی خواهد شد و عملکرد این کنترلر با روش‌های فیدبک خطی‌ساز و حالت لغزشی سنتی مورد مقایسه قرار می‌گیرد. همچنین در طول روند پایدارسازی و کنترل، به‌منظور محاسبه مشتقات برخی از حالت‌ها و متغیرهای سیستم که امکان محاسبه آنها از طریق سنسورها وجود ندارد، از مشاهده‌گر و مشتق‌گیر بر پایه کنترل حالت لغزشی با پیچش فوق‌العاده استفاده می‌شود.

Trajectory Tracking of a Quadrotor for Obstacle Avoidance Using Super-Twisting Sliding Mode Controller and Observer

Moein Doakhan[1], Mansour Kabganian[1*], Reza Nadafi[2], Ali Kamali Eigoli[1]

1- Department of Mechanical Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran
2- Institute of Space Science and Technology, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran
* P.O.B. 15875-4413, Tehran, Iran, kabgan@aut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 27 May 2017
Accepted 08 July 2017
Available Online 11 August 2017

Keywords:
Quadrotor
Firefly Algorithm
Super-Twisting Sliding Mode Control
Observer

ABSTRACT

Sliding mode control is one of the most common types of robust control that can compensate the model structure and parametric uncertainties, but the main disadvantage of this method is chattering phenomenon .Although a boundary layer around the sliding surface can eliminate chattering effect, it reduces tracking performance and robustness in control. The second generation of sliding mode control called Second Order Sliding Mode (SOSM) is a solution to this problem. Super-Twisting Sliding Mode (STSM) is a modified SOSM control that reduces chattering effect naturally and without a defined boundary layer, while maintaining the robustness of the Conventional Sliding Mode (CSM) control. In this paper, the problem trajectory planning is solved in an environment with fixed obstacles by using firefly optimization algorithm and polynomial trajectories, then STSM control is designed for quadrotor in the presence of uncertainties to tracking path trajectory and the performance of this controller is compared against Feedback Linearization (FL) and CSM control. Also, derivative of some of the states is calculated by using super-twisting observer in the closed loop control and stabilization while there is no direct access to them through the sensors.

1- مقدمه

در دنیای امروز ماموریت‌های بسیار متنوع و مهمی وجود دارد که انجام آن برای انسان‌ها سخت، خطرناک و حتی غیرممکن است. از این رو استفاده از ربات‌ها و بخصوص ربات‌های پرنده اهمیت بسیار ویژه‌ای دارد. امروزه مولتی‌روتورها بعنوان دسته‌ای از پرنده‌های عمودپرواز بدون سرنشین توانسته‌اند با قابلیت‌های بالایی که دارند توجه بسیاری از محققین را به خود

Please cite this article using:

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

M. Doakhan, M. Kabganian, R. Nadafi, A. Kamali Eigoli, Trajectory Tracking of a Quadrotor for Obstacle Avoidance Using Super-Twisting Sliding Mode Controller and Observer, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 8, pp. 333-342, 2017 (in Persian)

جلب کنند و در محدوده گسترده‌ای از ماموریت‌ها مثل عملیات جستجو و نجات، تصویربرداری و نقشه‌برداری، نظارت هوایی، ناوبری و هدایت، جابجایی و انتقال محموله و کاربردهای نظامی قابل استفاده باشند.

به دلیل ساختار مکانیکی ساده، مانورپذیری بسیار بالا، ظرفیت حمل بار مناسب و اندازه کوچکی که مولتی‌روتورها نسبت به سایر هم‌نوعان خود دارند آنها توانسته‌اند که بیشترین توجه را در میان پهپادها به خود جلب کنند. اگرچه در سال‌های اخیر تحقیقات بسیاری زیادی در مورد مولتی‌روتورها و بخصوص کوادروتورها انجام شده است اما سیستم به شدت غیرخطی و معادلات حرکت به هم وابسته آنها باعث شده تا هنوز هم مورد توجه بسیاری از محققین باشند و به همین دلیل هنوز تحقیقات بر روی طراحی یک کنترلر پایدار موثری که بتواند از عهده دینامیک‌های مدل‌نشده، برهم‌کنش بین زیرسیستم‌ها، عدم دقت در اندازه‌گیری پارامترها، نویزپذیری سنسورها، اغتشاشات خارجی، پارامترهای فیزیکی متغیر و کم‌عملگری[1] مکانیکی مولتی‌روتورها برآید، در حال بررسی است.

در اواخر دهه 1980 و اوایل دهه 1990 میلادی با پیشرفت دانش الکترونیک و در حالی که توسعه مولتی‌روتورها تا آن زمان برای حالت‌های سرنشین‌دار خود متوقف شده بود مولتی‌روتورها بار دیگر ولی این بار در ابعاد کوچک و در قالب نمونه‌های بدون سرنشین مورد توجه محققین قرار گرفتند. تقریبا می‌توان گفت که اولین نمونه ثبت شده از این مولتی‌روتورها، یک نمونه کوچک چهارروتوره رادیوکنترلی به نام ژیروساکر[2] است که در همان سال‌ها و در ژاپن فروخته شد [1]. از آن به بعد ساخت مولتی‌روتورهای بدون سرنشین تبدیل به یک موضوع جذاب در سراسر دنیا گردید و نخستین مدل دینامیکی یک کوادروتور در سال 2002، توسط آلتاگ و همکارانش و با استفاده از روش نیوتن-اویلر بدست آمد [2]. پس از آن به تدریج مدلسازی مجموعه پیشرانش و موتورهای کوادروتورها نیز وارد کار محققین شد تا به این صورت مدل دینامیکی واقعی‌تر و کاربردی باشد.

نکته مهم دیگری که در مدلسازی دینامیک کوادروتورها قابل ذکر است آن است که روابط دینامیکی کوادروتورها وابستگی زیادی به نوع کاربری آنها دارد. عموما یک فرض مشترک در مدلسازی کوادروتورها استفاده از چرخش‌های کوچک در مانور پروازی آنهاست؛ اما اگر هدف شما ساخت یک کوادروتور با توانایی مانورهای شدید و آکروباتیک باشد باید از مدل دینامیکی بسیار پیچیده‌تری استفاده نمود [3].

از آنجا که یک کوادروتور یک سیستم شش درجه آزادی است که کنترل آن از طریق کنترل دور چهار موتور الکتریکی آنها صورت می‌گیرد، بنابراین می‌توان کوادروتورها را در میان سیستم‌های کم‌عملگر قرار دارد که امکان کنترل هر شش درجه آزادی آن وجود ندارد. در بسیاری از مقالات از زوایای دوران و ارتفاع این پرنده‌ها بعنوان خروجی روش کنترلی یاد می‌شود که عموما فرآیند کنترل را ساده‌تر می‌کند [5,4]. اما درصورتی که هدف، کنترل موقعیت کوادروتورها باشد مساله کمی متفاوت و البته پیچیده‌تر خواهد شد.

از سال 2005 روش‌های کنترل مقاوم مانند تطبیقی-فازی و حالت لغزشی وارد پژوهش‌های انجام گرفته بر روی کوادروتورها شد تا عدم دقت در مدلسازی آنها پوشش داده شود. بوعبدالله و همکارانش نتایج حاصل از دو روش کنترل غیرخطی پسگام و حالت لغزشی را بر روی یک کوادروتور میکرو OS4 اعمال کردند [6].

یک کنترلر مناسب می‌تواند در کاهش مصرف انرژی نقش زیادی داشته باشد. در کنار تمام مزایایی که روش کنترلی حالت لغزشی به عنوان یک روش کنترل مقاوم دارد اما وجود پدیده چترینگ یکی از بزرگترین مشکلات این روش است که کاهش آن می‌تواند باعث صرفه‌جویی انرژی مصرفی شود که بدین منظور می‌توان یک لایه مرزی را در اطراف سطح لغزش تعریف نمود.

پیش از آن رابرتز و همکارانش، تا حدودی مشکل مصرف انرژی زیاد وسایل هوایی را در محیط‌های داخلی و با استفاده از ویژگی اتصال سقفی بهبود بخشیدند. روش آنها این امکان را فراهم می‌کند که عملگرها تحت بعضی از شرایط خاموش شوند و در نتیجه انرژی بیشتری ذخیره شود. با این حال، بدیهی است که این طراحی در فضاهای باز قابل استفاده نخواهد بود [7]. در مقاله دیگری الکساندروف و پنکوف انرژی کوادروتور را با ارزیابی فاصله مطلوب بین روتورهای کوادروتور و با هدف بدست آوردن تراست مناسب، بهینه کردند [8].

در اکثر پژوهش‌های مربوط به کاهش انرژی مصرفی کوادروتور، انجام یک الگوریتم کنترلی مورد بحث نیست. این در حالی است که کاهش پدیده چترینگ می‌تواند در کاهش انرژی مصرفی بسیار موثر باشد. سومانتری و همکارانش در مقاله‌ای به‌منظور ذخیره انرژی کوادروتور، تحقیقات خود را در زمینه تعریف لایه مرزی در اطراف سطح لغزش انجام دادند و با طراحی یک سطح انتگرالی، عملکرد تعقیب را بهبود بخشیدند [9].

تعریف لایه مرزی در اطراف سطح لغزش اگرچه می‌تواند موجب کاهش چترینگ شود اما از طرفی باعث خواهد شد تا قوام سیستم در برابر عدم قطعیت‌ها نیز کاهش پیدا کند. یکی دیگر از روش‌های ممکن برای کاهش و یا حتی حذف پدیده چترینگ، تعریف سطوح لغزش با مرتبه بالاتر است تا بدین ترتیب علاوه بر سطح لغزش، مشتق یا مشتقات مرتبه بالاتر آن نیز به سمت صفر میل داده شود تا بدین صورت بتوان اثر چترینگ را حذف نمود [10].

مهدی فرهادی در مقاله خود سعی نموده تا با استفاده از یک سطح لغزش مرتبه کسری برای قانون کنترل حالت لغزشی و برای یک کوادروتور، عملکرد این کنترلر را بهبود و پدیده چترینگ را کاهش دهد [11].

در این مقاله با هدف انتقال کوادروتور به یک نقطه نهایی و در یک محیط با موانع ثابت و مشخص، ابتدا مسیر پروازی با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی کرم شب‌تاب و چندجمله‌های مرتبه معین طراحی گردیده و سپس به‌منظور تعقیب مسیر طراحی شده از کنترلر حالت لغزشی با پیچش فوق‌العاده (STSM[3]) که نمونه خاصی از کنترلرهای حالت لغزشی مرتبه دو می‌باشد، استفاده می‌شود. در نهایت عملکرد کنترلر طراحی‌شده در حضور نامعینی و عدم قطعیت در پارامترها و ساختار مدل؛ با کنترلرهای حالت لغزشی سنتی (CSM[4]) و فیدبک خطی‌ساز (FL[5]) مقایسه می‌گردد. در طول فرآیند کنترل و پایدارسازی، جهت محاسبه مشتق حالت‌ها و متغیرهای مورد نیاز سیستم از مشاهده‌گر و مشتق‌گیر بر پایه کنترل حالت لغزشی با پیچش فوق‌العاده استفاده خواهد شد.

2- سینماتیک و دینامیک کوادروتور

کوادورتورها وسیله‌ای با شش درجه آزادی و چهار متغیر ورودی است که همچون سایر وسایل پرنده، برای توصیف حرکت و تعیین معادلات دینامیکی و سینماتیکی آن معمولا از دو دستگاه مختصات اینرسی و دستگاه مختصات بدنی استفاده می‌شود. کنترل کوادروتورها از طریق تغییر دور چهار موتور آنها انجام می‌شود که همین عامل، مهمترین دلیل محبوبیت آنها در بین خانواده

[1] Underactuated
[2] Gyro Saucer
[3] Super Twisting Sliding Mode
[4] Conventional Sliding Mode
[5] Feedback Linearization

پرنده‌های بدون سرنشین است. شکل شماتیک یک کوادروتور مدل پلاس و دستگاه‌های مختصات اینرسی (E) و بدنی (B) تعریف شده در شکل 1 نشان داده شده است.

مولفه‌های بردار سرعت زاویه‌ای کوادروتور را می‌توان با استفاده از ماتریس دوران زوایای اویلر و با ترتیب دوران *z-y-x*، بر حسب نرخ زوایای اویلر و در دستگاه مختصات بدنی به صورت زیر بدست آورد:

$$\begin{bmatrix}\dot{\omega}_x\\ \dot{\omega}_y\\ \dot{\omega}_z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\ddot{\phi}-\ddot{\psi}S\theta-\dot{\psi}\dot{\theta}C\theta\\ \ddot{\psi}S\phi C\theta+\dot{\phi}\dot{\psi}C\phi C\theta-\dot{\theta}\dot{\psi}S\phi S\theta+\ddot{\theta}C\phi-\dot{\phi}\dot{\theta}S\phi\\ \ddot{\psi}C\phi C\theta-\dot{\phi}\dot{\psi}S\phi C\theta-\dot{\theta}\dot{\psi}C\phi S\theta-\ddot{\theta}S\phi-\dot{\phi}\dot{\theta}C\phi\end{bmatrix} \quad (1)$$

که با فرض دوران‌های کوچک، مولفه‌های بردار سرعت زاویه‌ای آن در دستگاه بدنی برابر با نرخ تغییرات زوایای اویلر خواهد بود.

نیروی تراست و گشتاور درگ ناشی از چرخش روتورها اصلی‌ترین نیروهای آیرودینامیکی روتورها هستند که همواره در جهت محور z دستگاه مختصات بدنی قرار دارند و می‌توانند با روابط زیر تقریب زده شوند [12]:

$$T=b\Omega^2 \quad (2)$$

$$\tau=d\Omega^2 \quad (3)$$

در این روابط b و d به ترتیب ضرایب نیروی تراست و گشتاور درگ هر روتور و Ω سرعت چرخش آنهاست.

با در نظر گرفتن فرضیات زیر:

- کوادروتور بعنوان یک جسم صلب درنظرگرفته شده و ماتریس اینرسی آن در دستگاه مختصات بدنی قطری است.
- از اثرات آیرودینامیکی تاثیرات زمین، نیروی هاب، فلپینگ ملخ‌ها، گشتاور رولینگ و نیروی درگ ناشی از حرکت کوادروتور در هوا صرف نظر می‌شود.
- از اثر ژیروسکوپی ملخ‌ها صرف نظر می‌شود.
- ضریب تراست و گشتاور درگ هر روتور مقدار ثابتی دارند.
- زوایای دوران رول و پیچ کوادروتور کوچک هستند.

معادلات دینامیکی کوادروتور بشکل زیر بیان خواهد شد:

$$\begin{cases}\ddot{X}=(S\phi S\psi+C\phi S\theta C\psi)\dfrac{u_1}{m}\\ \ddot{Y}=(-S\phi C\psi+C\phi S\theta S\psi)\dfrac{u_1}{m}\\ \ddot{Z}=-g+C\phi C\theta\dfrac{u_1}{m}\end{cases} \quad (\text{الف-4})$$

$$\begin{cases}\ddot{\phi}=\dot{\theta}\dot{\psi}\dfrac{(I_y-I_z)}{I_x}+\dfrac{u_2}{I_x}\\ \ddot{\theta}=\dot{\phi}\dot{\psi}\dfrac{(I_z-I_x)}{I_y}+\dfrac{u_3}{I_y}\\ \ddot{\psi}=\dot{\phi}\dot{\theta}\dfrac{(I_x-I_y)}{I_z}+\dfrac{u_4}{I_z}\end{cases} \quad (\text{ب-4})$$

در این روابط $X=[x,y,z,\phi,\theta,\psi,\dot{x},\dot{y},\dot{z},\dot{\phi},\dot{\theta},\dot{\psi}]^{\mathrm{T}}$ به‌عنوان بردار حالت و $u=[u_1,u_2,u_3,u_4]^{\mathrm{T}}$ به‌عنوان بردار ورودی انتخاب شدند:

$$\begin{cases}u_1=b(\Omega_1^2+\Omega_2^2+\Omega_3^2+\Omega_4^2)\\ u_2=bl(\Omega_2^2-\Omega_4^2)\\ u_3=bl(\Omega_3^2-\Omega_1^2)\\ u_4=d(\Omega_2^2+\Omega_4^2-\Omega_1^2-\Omega_3^2)\end{cases} \quad (5)$$

همچنین $[x,y,z]^{\mathrm{T}}$ مختصات مرکز جرم کوادروتور نسبت به دستگاه اینرسی، $[\phi,\theta,\psi]^{\mathrm{T}}$ مولفه‌های زوایای اویلر تعریف شده، g شتاب گرانش زمین، m جرم کوادروتور و I_x, I_y, I_z ممان اینرسی آن در دستگاه بدنی و نسبت به محورهای اصلی می‌باشد.

Fig. 1 Inertial reference frame and body fixed reference frame

شکل 1 دستگاه مختصات اینرسی و دستگاه مختصات بدنی

سرعت چرخش هر موتور کوادروتور نیز می‌تواند بر اساس رابطه زیر تعیین شود:

$$\begin{cases}\Omega_1^2=u_1/4b-u_3/2bl-u_4/4d\\ \Omega_2^2=u_1/4b+u_2/2bl+u_4/4d\\ \Omega_3^2=u_1/4b+u_3/2bl-u_4/4d\\ \Omega_4^2=u_1/4b-u_2/2bl+u_4/4d\end{cases} \quad (6)$$

3- طراحی مسیر

3-1- الگوریتم کرم شب‌تاب[1]

الگوریتم کرم شب‌تاب (FA) یکی از جدیدترین الگوریتم‌های بهینه‌سازی مبتنی بر هوش دسته‌جمعی است که اولین بار در سال 2007 توسط فردی به نام یانگ[2] معرفی شد [13]. این الگوریتم از برخی جهات شبیه به الگوریتم PSO عمل می‌کند و حتی می‌توان با انتخاب مقادیر مناسب برای پارامترهای مورد استفاده در این الگوریتم، عملکرد آن را تا حد زیادی شبیه به الگوریتم PSO استاندارد کرد.

بطور کلی الگوریتم بهینه‌سازی کرم شب‌تاب بر اساس این ایده عمل می‌کند که همه کرم‌های شب‌تاب صرف نظر از جنسیت‌شان به سمت کرم با درخشندگی بیشتر حرکت خواهند کرد. بدین ترتیب اگر بتوان تابع هدف یک مساله بهینه‌سازی را به روشنایی یک کرم شب‌تاب نسبت داد؛ بسادگی می‌توان از این الگوریتم در حل مسائل بهینه‌سازی استفاده نمود.

بر این اساس در صورتی که رابطه جذب بین هر دو کرم توسط رابطه زیر نمایش داده شود:

$$\beta(r)=\beta_0 e^{-\gamma r^2} \quad (7)$$

که در این رابطه γ ضریب جذب و β_0 مقدار جذابیت بین دو کرم در فاصله $r=0$ است. همانگونه از (7) مشخص است رابطه جذب به گونه‌ای تعیین شده که با افزایش فاصله دو نمونه، مقدار جذابیت بین آنها کاهش یافته تا بر همین اساس کرم‌ها به سمت کرم نزدیک یا پرنورتر جذب شوند.

فاصله بین دو کرم i و j در مختصات کارتزین x_i و x_j برابر است با:

$$r_{ij}=\|x_i-x_j\|=\sqrt{\sum_{k=1}^{d}(x_{i,k}-x_{j,k})^2} \quad (8)$$

جایی که $x_{i,k}$، k اُمین مولفه از مختصات فضایی x_i و از i اُمین کرم است.

موقعیت کرم شب‌تاب i، که به سمت جذاب‌ترین (روشن‌ترین) کرم

[1] Firefly Algorithm
[2] Xin-She Yang

شب‌تاب (کرم j) جذب می‌شود از طریق رابطه زیر تعیین می‌گردد:

$$x'_i = x_i + \beta_0 e^{-\gamma r_{ij}^2}\left(x_i - x_j\right)^2 + \alpha\epsilon_{ij} \quad (9)$$

که در این رابطه، ترم دوم ناشی از جذب روشن‌ترین کرم خواهد بود و ترم سوم یک مقدار تصادفی است تا مسیر حرکت و جستجو محدود به مسیرهای خطی نباشد. در واقع ϵ_{ij} یک بردار تصادفی و α مقدار ثابتی بین صفر و یک است.

تعداد نمونه‌ها و موقعیت اولیه آنها، ضریب جذب، مقدار جذابیت و مقدار α همگی مقادیر دلخواهی دارند که توسط طراح تعیین می‌گردد و مقادیر آنها فقط بر روی سرعت و دقت همگرایی پاسخ موثر است.

در صورتی که بر روی مساله بهینه‌سازی محدودیت‌هایی وجود داشته باشد؛ می‌توان این قیود را به کمک روش تابع جریمه در حل مساله اعمال کرد. اساس کار این روش آن است که در یک مساله حداقل‌سازی برای توابعی که شامل چندین قید هستند به ازای برآورده نشدن هر قید، یک مقدار جریمه در نظر گرفته می‌شود و برای هر ذره، جریمه کل از جمع وزن‌دار جرایم قیود ارضا نشده بدست می‌آید. در این روش طراح این قابلیت را پیدا می‌کند که با تخصیص وزن‌های مناسب به قیود و بر اساس درجه اهمیت آن‌ها، جستجو را به خوبی هدایت کند.

در روش تابع جریمه در صورتی که هدف حل مساله مقید زیر باشد:

$$\begin{cases} \min f(x), & x \in X \\ g_i(x) < 0, & c_i(x) = 0 \end{cases} \quad (10)$$

با تعریف تابع تخطی برای قیود نامساوی بشکل زیر:

$$V\{g_i(x) < 0\} = \max(g_i(x), 0) \quad (11)$$

و قیود با رابطه تساوی:

$$V\{c_i(x) = 0\} = (c_i(x))^2 \quad (12)$$

می‌توان مساله بهینه‌سازی مقید را به شکل یک مساله بهینه‌سازی نامقید تبدیل کرد:

$$\min\{f(x) + \beta\bar{V}\}, \qquad x \in X \quad (13)$$

که در این روابط $\bar{V}$ میانگین تخطی تمامی قیدها و محدودیت‌ها؛ و β ضریب جریمه است که مقدار β با توجه به نوع مساله می‌تواند متفاوت باشد.

3-2- طراحی مسیر در فضای کارتزین با هدف عبور از موانع ثابت

اکنون در صورتی که هدف یافتن کوتاه‌ترین مسیر بین دو نقطه و در یک محیط با موانع ثابت و معین باشد؛ می‌توان از طول منحنی بین دو نقطه شروع و پایان مسیر به‌عنوان تابع هدف مساله بهینه‌سازی استفاده کرد؛ که شرط عدم ورود به محدوده موانع به صورت یک قید بر روی آن اعمال می‌شود. بنابراین با فرض آنکه موانع مورد نظر، کروی شکل باشند تابع تخطی می‌تواند به شکل زیر تعریف گردد:

$$V = \max\left(1 - \frac{d_{\text{obs}}}{r_{\text{Q}} + r_{\text{obs}}}, 0\right) \quad (14)$$

$$d_{\text{obs}} = \sqrt{(x_i - x_{\text{obs}})^2 + (y_i - y_{\text{obs}})^2 + (z_i - z_{\text{obs}})^2} \quad (15)$$

که در این رابطه r_{obs} و $(x_{\text{obs}}, y_{\text{obs}}, z_{\text{obs}})$ به ترتیب شعاع و مختصات مرکز مانع کروی و (x_i, y_i, z_i) مختصات هر نقطه از مسیر است. همچنین در این روابط مقدار r_{Q} به‌منظور لحاظ‌کردن مقدار شعاع بدنه کوادروتور و در واقع جهت اضافه‌کردن یک فاصله اطمینان از موانع اعمال می‌شود.

3-3- طراحی مسیر در فضای زمان

مسیر طراحی شده در بخش قبل مستقل از فضای زمان بود که اکنون باید این مسیر با توجه به یک سری اطلاعات مثل مختصات نقاط کمکی، زمان پرواز، قیود و محدودیت‌های پروازی در طول مسیر و نقاط شروع و پایان پرواز زمان ماموریت در حوزه زمانی تعریف گردد.

یکی از ساده‌ترین و در عین حال پرکاربردترین روش‌های موجود در بحث طراحی مسیر در حوزه زمان استفاده از توابع چندجمله‌ای است. بدین منظور از یک تابع چندجمله‌ای $q(t)$ با مرتبه n-1 استفاده خواهد شد که n، مجموع تعداد تمام قیود مکانی، سرعتی و شتابی نقاط مسیر در طول مسیر است [14]:

$$q(t) = b_0 + b_1 t + \cdots + b_{n-1} t^{n-1} \quad (16)$$

بدین ترتیب با اعمال قیود در نقاط شروع، پایان و نقاط کمکی موجود در طول مسیر می‌توان ضرایب چندجمله‌ای $q(t)$ را از معادلات زیر بدست آورد:

$$\begin{bmatrix} 1 & t_0 & \dots & t_0^{n-1} \\ 0 & 1 & \dots & (n-1)t_0^{n-2} \\ 0 & 0 & \dots & (n-1)(n-2)t_0^{n-3} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & t_0 & \dots & t_f^{n-1} \\ 0 & 1 & \dots & (n-1)t_f^{n-2} \\ 0 & 0 & \dots & (n-1)(n-2)t_f^{n-3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_{n-3} \\ b_{n-2} \\ b_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_0 \\ v_0 \\ a_0 \\ \vdots \\ q_f \\ v_f \\ a_f \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$b = M^{-1} c_0 \quad (18)$$

که در این رابطه M یک ماتریس مربعی معکوس‌پذیر، c_0 بردار قیود و b بردار ضرایب چندجمله‌ای $q(t)$ است.

بدیهی است که باید پس از تعیین $q(t)$، محدودیت‌های سرعت و شتاب پرنده در طول مسیر بررسی گردد که به همین جهت معمولا از این روش برای حالت‌های با تعداد قیود پایین استفاده می‌شود. در صورتی که تعداد قیود مسیر زیاد باشند باید طراحی مسیر را بین هر دو نقطه به صورت مجزا انجام داد.

4- طراحی کنترلر جهت تعقیب مسیر

4-1- طراحی کنترل فیدبک خطی‌ساز

در این بخش به‌منظور کنترل مسیر کوادروتور یک قانون کنترل بر اساس روش کنترل غیرخطی فیدبک خطی‌ساز (FL) طراحی می‌شود که شامل دو حلقه کنترلی درونی و بیرونی است. در روش فیدبک خطی‌ساز می‌توان با کمک تغییر متغیر، یک سیستم غیرخطی را به یک سیستم خطی و کنترل‌پذیر منتقل کرد. این روش در ادبیات کنترل غیرخطی به‌عنوان مساله خطی‌ساز دقیق شناخته می‌شود [15].

در صورتی که معادله دینامیکی یک سیستم غیرخطی چندورودی-چندخروجی، به‌شکل زیر باشد:

$$\begin{cases} \dot{X} = f(X) + g(X)u \\ Y = h(X) \end{cases} \quad (19)$$

در این رابطه $X \in R^n$ بردار حالت‌های سیستم، $u \in R^m$ بردار ورودی‌های کنترلی و $Y \in R^m$ بردار خروجی است؛ هدف از فیدبک خطی‌ساز، یافتن ورودی u و به‌گونه‌ای که بین v و Y رابطه‌ای خطی برقرار کند:

$$u = \alpha(X) + \beta(X)v \quad (20)$$

این مساله زمانی قابل حل خواهد بود که ماتریس $\beta(X)$ به حالت تکین نرسیده و در محدوده مورد نیاز معکوس‌پذیر باشد. از آنجا که هدف این مقاله تعقیب مسیر کوادروتور است؛ با انتخاب بردار خروجی به‌شکل $Y = [x, y, z, \psi]^{\text{T}}$ بدیهی است که در معادلات مربوط به موقعیت کوادروتور تمامی مولفه‌های بردار ورودی حضور نداشته و بنابراین لازم است که با دو بار مشتق‌گیری از این مولفه‌ها، سیستم جدیدی تعریف شده و ورودی‌های این

سیستم به شکل $\bar{u} = [\bar{u}_1, \bar{u}_2, \bar{u}_3, \bar{u}_4]^{\mathrm{T}}$ انتخاب گردند:

$$u_1 = \zeta,\ \dot{\zeta} = \xi,\ \dot{\xi} = \bar{u}_1,\ u_2 = \bar{u}_2,\ u_3 = \bar{u}_3,\ u_4 = \bar{u}_4 \tag{21}$$

با دوبار مشتق‌گیری از دو طرف معادلات (4-الف) و اضافه‌کردن مولفه‌های بردار $\eta = [\zeta, \xi]^{\mathrm{T}}$ به بردار حالت‌های سیستم می‌توان به معادلات زیر دست یافت [17,16]:

$$\left[Y_1^{(r_1)}, Y_2^{(r_2)}, Y_3^{(r_3)}, Y_4^{(r_4)}\right]^{\mathrm{T}} = l(X,\eta) + J(X,\eta)\bar{u} \tag{22}$$

که در این رابطه:

$$J(X) = \begin{bmatrix} L_{\mathrm{g}1}L_{\mathrm{f}}^{r_1-1}h_1(X) & \cdots & L_{\mathrm{g}4}L_{\mathrm{f}}^{r_1-1}h_1(X) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{\mathrm{g}1}L_{\mathrm{f}}^{r_4-1}h_4(X) & \cdots & L_{\mathrm{g}4}L_{\mathrm{f}}^{r_4-1}h_4(X) \end{bmatrix} \tag{23}$$

$$l(X) = \begin{bmatrix} L_{\mathrm{f}}^{r_1}h_1(X) \\ \vdots \\ L_{\mathrm{f}}^{r_4}h_4(X) \end{bmatrix} \tag{24}$$

$$L_{\mathrm{f}}h(X) = \sum_{i=1}^{n} \frac{\delta h}{\delta x_i} f_i(X) \tag{25}$$

$$L_{\mathrm{f}}^{k}h(X) = L_{\mathrm{f}}(L_{\mathrm{f}}^{k-1}h(X)) \tag{26}$$

در این روابط r_i درجه نسبی خطی‌سازی است که برای سیستم دینامیکی (4)، $r_1 = r_2 = r_3 = 4$, $r_4 = 2$ می‌باشد. بدین ترتیب با اضافه‌شدن ورودی u_1 و مشتق آن به متغیرهای حالت سیستم، مرتبه سیستم تعریف شده از مرتبه کامل است.

در روابط بالا، پس از جایگذاری معادلات مربوط به بخش حرکت دورانی کوادروتور حول محورهای x و y، در معادلات مرتبه چهار y^4, x^4 و z^4، درایه‌های مربوط به ماتریس‌های $J(X,\eta)$ و $l(X,\eta)$ قابل محاسبه خواهند بود.

در این صورت، قانون کنترل این سیستم برابر است با:

$$\bar{u} = \alpha(X,\eta) + \beta(X,\eta)v \tag{27}$$

که در این رابطه:

$$\begin{cases} \alpha(X,\eta) = -J^{-1}(X,\eta)l(X,\eta) \\ \beta(X,\eta) = J^{-1}(X,\eta) \end{cases} \tag{28}$$

اگر شرایط $-\frac{\pi}{2} < \phi < \frac{\pi}{2}$, $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ و $\zeta \neq 0$ برقرار باشد؛ آنگاه ماتریس $J(X,\eta)$ در هر نقطه معکوس‌پذیر است و قانون کنترل قابل محاسبه می‌باشد. بنابراین؛ یک رابطه خطی بین ورودی‌ها و خروجی‌های سیستم برقرار خواهد شد:

$$\begin{cases} Y_1^{(4)} = x^{(4)} = v_1 \\ Y_2^{(4)} = y^{(4)} = v_2 \\ Y_3^{(4)} = z^{(4)} = v_3 \\ Y_4^{(2)} = \psi^{(2)} = v_4 \end{cases} \tag{29}$$

با اسفاده از قانون کنترل پیشنهاد شده بدیهی است که به‌منظور تعقیب کامل مسیر و با توجه به تعریف خطای تعقیب $e_i(t) = Y_{i\mathrm{d}}(t) - Y_i(t)$، ورودی v باید بصورت زیر تعریف گردد:

$$\begin{cases} v_1(t) = Y_{1\mathrm{d}}^{(4)} + \sum_{j=1}^{4} k_{j-1}e_1^{j-1} \\ v_2(t) = Y_{2\mathrm{d}}^{(4)} + \sum_{j=1}^{4} k_{j-1}e_2^{j-1} \\ v_3(t) = Y_{3\mathrm{d}}^{(4)} + \sum_{j=1}^{4} k_{j-1}e_3^{j-1} \\ v_4(t) = Y_{4\mathrm{d}}^{(2)} + \sum_{j=1}^{2} k'_{j-1}e_4^{j-1} \end{cases} \tag{30}$$

به‌منظور حفظ پایداری نمایی و تعقیب کامل مسیر، ضرایب k_{j-1} و k'_{j-1} به‌شکل زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{cases} k_0 = \lambda^4,\ k_1 = 4\lambda^3,\ k_2 = 6\lambda^2,\ k_3 = 4\lambda \\ k'_0 = \Gamma^2,\ k'_1 = 2\Gamma \end{cases} \tag{31}$$

که در این روابط λ و Γ ضرایب مثبتی هستند.

بلوک دیاگرام قانون کنترل پیشنهاد شده در شکل 2 نشان داده شده است.

2-4- طراحی کنترل حالت لغزشی سنتی

در اینجا نیز به مانند قسمت قبل، حلقه کنترلی به دو بخش تقسیم می‌شود که شامل یک حلقه بیرونی و یک حلقه درونی است. حلقه بیرونی، حرکت انتقالی کوادروتور را به‌منظور تعقیب مسیر طراحی شده $P_{\mathrm{d}} = [x_{\mathrm{d}}, y_{\mathrm{d}}, z_{\mathrm{d}}]^{\mathrm{T}}$ کنترل خواهد کرد. با مشخص‌شدن ورودی کنترلی u_1، مقدار ψ_d و وضعیت‌های مورد نیاز $(\phi_{\mathrm{d}}, \theta_{\mathrm{d}})$ برای مسیر مطلوب طراحی می‌گردد.

حلقه درونی کنترلر نیر حرکت دورانی کوادروتور را کنترل می‌کند تا بدین ترتیب در هر لحظه وضعیت مطلوب $(\phi_{\mathrm{d}}, \theta_{\mathrm{d}})$ که از حلقه بیرونی محاسبه می‌شود، تعقیب گردد. طبیعی است که سرعت همگرایی حلقه درونی باید چند برابر بیشتر از حلقه کنترلی بیرونی باشد. همچنین بردار ورودی‌های u_2, u_3 و u_4 نیز در حلقه درونی مشخص خواهد شد. شکل 3 ساختار این کنترلر را نشان می‌دهد.

در معادلات (4) می‌توان با تعریف $\ddot{\sigma} = [\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}, \ddot{\phi}, \ddot{\theta}, \ddot{\psi}]^{\mathrm{T}}$، معادلات دینامیکی را به شکل زیر نمایش داد:

$$\ddot{\sigma} = v \triangleq f(X) + g(X)u \tag{32}$$

در صورتی که در مدل دینامیکی عواملی مثل اغتشاش و یا عدم قطعیت در نظر گرفته شود؛ معادله (32) را می‌توان به‌شکل زیر نمایش داد:

$$\ddot{\sigma} = v + \rho \tag{33}$$

که در این رابطه، ρ بردار اغتشاشات و عدم قطعیت‌ها است. با تعریف بردار خطای تعقیب به‌شکل:

$$e = X_{\mathrm{d}} - X \tag{34}$$

بردار سطح لغزش برای هر درجه آزادی به‌صورت زیر است:

Fig. 2 Quadrotor feedback linearization control structure

شکل 2 ساختار کنترل فیدبک خطی‌ساز کوادروتور

Fig. 3 Quadrotor sliding mode control structure

شکل 3 ساختار کنترل حالت لغزشی کوادروتور

$$s_i = \dot{e}_i + \lambda_i e_i,\ i = 1,2,\dots,6 \tag{35}$$

که در این رابطه، λ_i ضریب ثابت و مثبتی خواهد بود.

اکنون با توجه به آنکه معادلات دینامیکی هر زیرسیستم همگی از مرتبه دو هستند؛ بدیهی است که اگر سیستم بر روی سطح لغزش تعریف شده قرار گیرد خطای تعقیب به سمت صفر میل خواهد کرد. بنابراین، در این حالت هدف کنترلر آن است که بردار $s = [s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6]^{\mathrm{T}}$ برابر صفر شود.

با توجه به معادله سطح لغزش در (35):

$$s = \ddot{e}_i + \lambda_i \dot{e}_i,\ i = 1,2,\dots,6 \tag{36}$$

که با جایگذاری مشتق دوم خطای تعقیب از (33) و (34) در رابطه (36):

$$\dot{s}_i = \ddot{\sigma}_{\mathrm{d}_i} + \lambda_i \dot{e}_i - v_i - \rho_i \tag{37}$$

به‌منظور آنکه بتوان فاصله از سطح لغزش را صفر و به بیانی دیگر رابطه (35) را ارضا نمود؛ v باید به‌صورت زیر تعریف شود:

$$v_{i_{eq}} \triangleq \hat{u}_i = \ddot{X}_{\mathrm{d}_i} + \lambda_i \dot{e}_i \tag{38}$$

با توجه به $\hat{u}_i$ و یک نرخ تناسبی، ورودی کنترلی مطابق زیر طراحی می‌شود:

$$v_i = \hat{u}_i + k_i \mathrm{s}_i + p_i \mathrm{sign}(\mathrm{s}_i) \tag{39}$$

که k_i و p_i ضرایب ثابت و مثبتی هستند.

با تعریف یک لایه مرزی در اطراف سطح لغزش و جاگزینی تابع sat به جای تابع sign در ورودی کنترلی می‌توان پدیده چترینگ را بهبود بخشید:

$$\mathrm{sat}(s_i) \begin{cases} \mathrm{sign}(s_i) & ,|s_i| \geq \beta_i \\ \dfrac{s_i}{\beta_i} & ,|s_i| \leq \beta_i \end{cases} \tag{40}$$

که در این رابطه $\beta_i > 0$ خواهد بود. با افزایش مقدار β_i ضمن بهبود پدیده چترینگ، قوام سیستم نیز کاهش پیدا می‌کند که به همین دلیل باید یک مقدار مناسب نسبی برای β_i تعیین گردد. با جایگذاری معادله (39) در (33) دینامیک حلقه بسته سطح لغزش برابر است با:

$$\dot{\mathrm{s}}_i + k_i \mathrm{s}_i + p_i \mathrm{sign}(\mathrm{s}_i) = 0 \tag{41}$$

با استفاده از تابع sat(s)، دینامیک حلقه بسته (32) در درون لایه مرزی به مانند یک سیستم کنترل PD رفتارخواهد کرد [9].

با بررسی معادله (4-الف) و (32):

$$Au_1 = B \tag{42}$$

$$A = \begin{bmatrix} C\varphi S\theta C\psi + S\varphi S\psi \\ C\varphi S\theta S\psi - S\varphi C\psi \\ C\varphi C\theta \end{bmatrix},\ B = m\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z + g \end{bmatrix} \tag{43}$$

و با استفاده از الگوریتم حداقل مربعات [18]، ورودی کنترلی u_1 مطابق رابطه زیر بدست خواهد آمد:

$$u_1 = (A^{\mathrm{T}}A)^{-1}A^{\mathrm{T}}B \tag{44}$$

سایر ورودی های u_2, u_3 و u_4 می‌توانند مطابق روابط زیر تعیین شوند:

$$[u_2, u_3, u_4]^{\mathrm{T}} = [I_x v_\phi, I_y v_\theta, I_z v_\psi]^{\mathrm{T}} - [\delta_2, \delta_3, \delta_4]^{\mathrm{T}} \tag{45}$$

$$\begin{bmatrix} \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}\dot{\psi}(I_y - I_z) \\ \dot{\phi}\dot{\psi}(I_z - I_x) \\ \dot{\theta}\dot{\psi}(I_x - I_y) \end{bmatrix} \tag{46}$$

با استفاده از رابطه (33) می‌توان $(\phi_{\mathrm{d}}, \theta_{\mathrm{d}})$ مورد نیاز در حلقه کنترلی شکل 3 را محاسبه نمود:

$$\phi_{\mathrm{d}} = \tan^{-1}\left(\frac{v_x S\psi_{\mathrm{d}} - v_y C\psi_d}{\sqrt{\left(v_x C\psi_{\mathrm{d}} + v_y S\psi_{\mathrm{d}}\right)^2 + (v_z + g)^2}}\right) \tag{47}$$

$$\theta_{\mathrm{d}} = \tan^{-1}\left(\frac{v_x C\psi_{\mathrm{d}} + v_y S\psi_{\mathrm{d}}}{v_z + g}\right) \tag{48}$$

در ادامه به‌منظور محاسبه مشتق $(\phi_{\mathrm{d}}, \theta_{\mathrm{d}})$ از مشاهده‌گر یا مشتق‌گیر بر پایه کنترل حالت لغزشی با پیچش فوق‌العاده استفاده خواهد شد.

با انتخاب یک تابع لیاپانوف به‌شکل:

$$V_i = 0.5\dot{s}_i \tag{49}$$

می‌توان پایداری کنترلر طراحی شده را اثبات کرد که در این صورت با فرض وجود مقدار ثابت و مثبت μ_i و با شرط:

$$|\rho_i| < \mu_i,\quad p_i > \mu_i \tag{50}$$

مشتق تابع لیاپانوف مورد نظر، همواره منفی معین خواهد بود:

$$\dot{V}_i = s_i(-k_i s_i - p_i \mathrm{sign}(s_i) - \rho_i) \tag{51}$$

3-4- طراحی کنترل حالت لغزشی با پیچش فوق‌العاده

کنترل‌کننده حالت لغزشی با پیچش فوق‌العاده (STSM) یکی از نسل‌های جدید کنترل حالت لغزشی است که با تعریف سطوح لغزش مرتبه دوم، سعی در کاهش اثر چترینگ دارد. اساس این روش در سال 2008 توسط مورنو و اوسریو ارائه شد [19]. این کنترلر بر خلاف سایر کنترلرهای حالت لغزشی مرتبه بالا، نیازی به اطلاعات مشتق سطح لغزش نخواهد داشت. بر همین اساس قانون کنترل در معادله (39) به‌شکل زیر اصلاح خواهد شد [20,10]:

$$\begin{cases} v_i = \hat{u}_i + q_{1i}\sqrt{|\mathrm{s}_i|}\mathrm{sign}(\mathrm{s}_i) + \vartheta_i \\ \vartheta_i = q_{2i}\mathrm{sign}(\mathrm{s}_i) \end{cases} \tag{52}$$

که در این رابطه q_{1i} و q_{2i} ضرایب مثبتی هستند.

بر اساس قانون کنترل تعریف شده، پایداری سیستم با انتخاب تابع لیاپانوفی به شکل زیر:

$$V_i = \xi_i^{\mathrm{T}} P_i \xi_i \tag{53}$$

$$\xi_i = \left[\sqrt{|\mathrm{s}_i|}\mathrm{sign}(\mathrm{s}_i),\ \vartheta_i\right]^{\mathrm{T}} \tag{54}$$

$$P_i = \begin{bmatrix} 4q_{2i} + q_{1i}^2 & -q_{1i} \\ -q_{1i} & 2 \end{bmatrix} \tag{55}$$

قابل اثبات خواهد بود که بر همین اساس:

$$\dot{V}_i = -\frac{1}{\sqrt{|\mathrm{s}_i|}}(\xi_i^{\mathrm{T}} Q_i \xi_i + \rho_i r_i^{\mathrm{T}} \xi_i) \tag{56}$$

$$r_i = \left[2q_{2i} + 0.5q_{1i}^2,\ -0.5q_{1i}\right]^{\mathrm{T}} \tag{57}$$

$$Q_i = \frac{q_{1i}}{2}\begin{bmatrix} 2q_{2i} + q_{1i}^2 & -q_{1i} \\ -q_{1i} & 1 \end{bmatrix} \tag{58}$$

اکنون با شرط:

$$|\dot{\rho}_i| < \Delta_i \tag{59}$$

با انتخاب $q_{1i} = 1.5\sqrt{\Delta_i}$ ، $q_{2i} = 1.1\Delta_i$ و بر اساس [22,21]، پایداری سیستم در زمان محدود اثبات می‌گردد که این امر سبب می‌شود تا سطح لغزش و مشتق اول آن به سمت صفر میل کنند. البته می‌توان با تعریف تابع sat به جای تابع sign، بازهم عملکرد کنترلر را در قبال چترینگ بهبود بخشید.

4-4- مشاهده‌گر حالت لغزشی با پیچش فوق‌العاده

با در نظر گرفتن یک مدل دینامیکی به‌شکل:

$$\begin{cases} \dot{\chi}_1 = \chi_2 \\ \dot{\chi}_2 = f(\chi) + g(\chi)u + \rho \\ Y = \chi_1 \end{cases} \tag{60}$$

مشاهده‌گر یا مشتق‌گیر بر پایه کنترل حالت لغزشی با پیچش فوق‌العاده به شکل زیر پیشنهاد خواهد شد [10]:

$$\begin{cases}\dot{\hat{\chi}}_1 = \hat{\chi}_2 + z_1 \\ \dot{\hat{\chi}}_2 = f(\chi_1, \hat{\chi}_2) + g(\chi_1, \hat{\chi}_2)u + \rho + z_2\end{cases} \tag{61}$$

که در این رابطه $\hat{\chi}_1$ و $\hat{\chi}_2$ حالت‌های تخمینی؛ و z_1 و z_2 متغیرهای اصلاحی خطاهای خروجی هستند که به شکل زیر به معادلات مشاهده‌گر تزریق می‌شوند:

$$\begin{cases}z_1 = \gamma\sqrt{|\hat{\chi}_1 - \hat{\chi}_2|}\,\mathrm{sign}(\chi_1 - \hat{\chi}_1) \\ z_2 = \kappa\,\mathrm{sign}(\chi_1 - \hat{\chi}_1)\end{cases} \tag{62}$$

γ و κ ضرایب مثبت و ثابتی هستند که با در نظر گرفتن خطای تخمین به‌شکل $e_1 = \chi_1 - \hat{\chi}_1$ و $e_2 = \chi_2 - \hat{\chi}_2$، معادلات خطای تخمین به‌شکل زیر نوشته خواهد شد:

$$\begin{cases}\dot{e}_1 = e_2 - \gamma\sqrt{|e_1|}\,\mathrm{sign}(e_1) \\ \dot{e}_2 = F(\chi_1, \chi_2, \hat{\chi}_2) - \kappa\,\mathrm{sign}(e_1)\end{cases} \tag{63}$$

$$F(\chi_1, \chi_2, \hat{\chi}_2) = f(\chi) - f(\hat{\chi}) + \rho \tag{64}$$

که با توجه به روابط بخش 4-3، همگرایی حالت‌های تخمین زده شده به مقادیر واقعی آنها تضمین می‌گردد.

از آنجا که با مشتق‌گیری عددی از سنسورهای شتاب‌سنج و یا GPS امکان بروز خطای قابل توجه در حضور نویزپذیری سنسورها وجود دارد؛ به‌منظور محاسبه مشتقات مرتبه بالای موقعیت کوادروتور در حلقه کنترلی شکل 2 و یا مشتق زوایای جهت مورد نیاز $(\phi_\mathrm{d}, \theta_\mathrm{d})$ در حلقه کنترلی شکل 3، می‌توان از مشاهده‌گر STSM استفاده نمود و متغیرهای مطلوب را با دقت بالایی تخمین زد. البته باید به این نکته نیز توجه کرد که مشاهده‌گر از سرعت لازم، جهت تخمین متغیرهای مورد نیاز برخوردار باشد.

5- شبیه‌سازی

در این بخش نتایج حاصل از بخش طراحی مسیر و تعقیب آن توسط یک کوادروتور با کنترلرهای طراحی شده فیدبک خطی‌ساز (FL) و حالت لغزشی سنتی (CSM) و با پیچش فوق‌العاده (STSM) مورد شبیه‌سازی قرار می‌گیرد. بدین منظور در ابتدا هدف آن خواهد بود که پرنده در حالت شناور و در ارتفاع 10 متری باقی بماند و پس از آن، ضمن عبور از کوتاه‌ترین مسیر ممکن بتواند با عبور از دو مانع کروی با شعاع‌های 3 و 4 متری که به ترتیب مرکز آنها در مختصات (15,20,10) و (25,35,12) قرار گرفته است، خود را به مختصات نهایی (40,50,10) برساند. در طول فرآیند طراحی مسیر با هدف عبور از دو مانع کروی شکل، از چهار نقطه کمکی استفاده شده و شرایط مرزی مربوط به سرعت و شتاب کوادروتور در ابتدا و انتهای مسیر صفر در نظر گرفته شده است. نتایج مربوط به بخش طراحی مسیر که شامل مقدار تابع هدف در هر مرحله از تکرار فرآیند بهینه‌سازی؛ و مسیر سه بعدی نهایی به ترتیب در شکل‌های 4 و 5 نشان داده شده است.

مقادیر مدل مورد استفاده در نتایج شبیه‌سازی عبارت است از:

$m = 0.65\ \mathrm{Kg},\ \ l = 0.23\ \mathrm{m},$
$I_x = I_y = 0.0075\ \mathrm{Kgm}^2,\ I_z = 0.013\ \mathrm{Kgm}^2$
$b = 3.13 \times 10^{-6}\ \mathrm{Ns}^2,\quad d = 7.5 \times 10^{-8}\ \mathrm{Nms}^2$

در طول روند شبیه‌سازی، مقادیر پارامترهای کنترلر مورد استفاده در کنترلر فیدبک خطی‌ساز عبارتند از:

$\lambda_x = \lambda_y = \Gamma = 1,\ \ \lambda_z = 1.5$

از طرف دیگر، پارامترهای کنترلر CSM برابر با مقادیر زیر تعیین شده‌اند:

$\lambda = [0.5,\ 0.5,\ 1,\ 1,\ 1,\ 0.5]^\mathrm{T}$
$\beta = [5,\ 5,\ 5,\ 5,\ 5,\ 5]^\mathrm{T}$
$k = [0.6,\ 0.6,\ 1.2,\ 0.8,\ 0.8,\ 0.7]^\mathrm{T}$
$p = [0.2,\ 0.2,\ 0.5,\ 0.3,\ 0.3,\ 0.2]^\mathrm{T}$

در کنترلر STSM نیز پارامترهای کنترلی برابر خواهند بود با:

$\lambda = [0.5,\ 0.5,\ 1,\ 1,\ 1,\ 0.5]^\mathrm{T}$
$\beta = [0.5,\ 0.5,\ 0.5,\ 0.5,\ 0.5,\ 0.5]^\mathrm{T}$
$q_1 = [0.63,\ 0.63,\ 1.27,\ 0.9,\ 0.9,\ 0.67]^\mathrm{T},$
$q_2 = [0.2,\ 0.2,\ 0.8,\ 0.4,\ 0.4,\ 0.22]^\mathrm{T}$

نتایج حاصل از تعقیب مسیر مطلوب و سرعت موتورهای الکتریکی کوادروتور به‌ترتیب در شکل‌های 6 و 7 نشان داده شده است. این نتایج به‌خوبی گواه آن است که تمامی کنترلرها توانایی تعقیب کامل مسیر را دارا می‌باشند. با مقایسه رفتار ورودی‌های سیستم در شکل 7، در لحظه‌ای که ورودی مطلوب سیستم به شکل نقطه تنظیم (set point) اعمال می‌گردد؛ دور موتورهای سیستم در کنترل‌کننده CSM فراجهش بسیار بیشتری را در مقایسه با سایر روش‌ها دارد. این امر به دلیل آن است که ضرایب کنترلی این روش با مقادیر نسبتا بالایی انتخاب شده‌اند تا در زمانی که مدل سیستم با نامعینی مواجه می‌گردد، این ضرایب کنترلی بتوانند کاهش قوام کنترل‌کننده را که ناشی از تعریف لایه مرزی در اطراف سطح لغزش است، جبران نمایند. این در صورتی است که دور موتورها به ازای کنترل‌کننده FL و STSM فراجهش بسیار کمتری را در مقایسه با روش CSM از خود نشان داده و به طور خاص، نوسان و چترینگ روش STSM نیز غیرقابل محسوس می‌باشد که همین عامل، موجب کاهش انرژی مصرفی وسیله خواهد شد.

پارامترهای مشاهده‌گر طراحی‌شده در تمامی نتایج، جهت تخمین مشتق سوم موقعیت کوادروتور $[\dddot{x},\ \dddot{y},\ \dddot{z}]^\mathrm{T}$ در کنترلر فیدبک خطی‌ساز و تخمین مشتق زوایای رول و پیچ مطلوب $[\dot{\phi}_\mathrm{d},\ \dot{\theta}_\mathrm{d}]^\mathrm{T}$ در حلقه کنترلی حالت لغزشی به‌ترتیب برابر با مقادیر زیر انتخاب شده‌اند:

Fig. 4 The change of cost function in each iteration

شکل 4 تغییر تابع هدف در هر تکرار

Fig. 5 The desired trajectory for fixed obstacle avoidance

شکل 5 مسیر طراحی شده جهت عبور از موانع ثابت

$\gamma = [2,\ 2,\ 10]^{\mathrm{T}}, \quad \kappa = [1.7,\ 1.7,\ 40]^{\mathrm{T}}$

$\gamma = [1.01,\ 1.01]^{\mathrm{T}},\ \kappa = [0.5,\ 0.5]^{\mathrm{T}}$

در شکل 8 عملکرد مشاهده‌گر بر پایه کنترلر STSM جهت تخمین $[\dot{\phi}_{\mathrm{d}},\ \dot{\theta}_{\mathrm{d}}]^{\mathrm{T}}$ نشان داده شده است.

به منظور جلوگیری از اشباع عملگرها در طول فرآیند کنترل، به‌ترتیب بر روی مشتقات اول و دوم زوایای رول و پیچ، محدودیت‌های حداکثر مقادیر 0.1 rad/s و 0.003 rad/s^2 اعمال شده است. همچنین با توجه به آنکه معمولا در کوادروتورها نسبت تراست به وزن آنها 2 و یا بیشتر در نظر گرفته می‌شود؛ حداکثر مقدار سرعت موتورها نیز 15000 rpm خواهد بود.

اکنون عملکرد کنترلرهای طراحی شده، با فرض وجود 15 درصد عدم قطعیت در پارامترهای جرم و ممان اینرسی کوادروتور و در حضور ترم‌های عدم قطعیت در مدل سیستم بررسی می‌گردد که مقادیر عدم قطعیت در قالب ترم شتاب و به صورت یک ترم تصادفی در نظر گرفته خواهند شد که برای زیرسیستم‌های حرکت انتقالی در بازه ±0.5 m/s^2 و برای زیرسیستم‌های حرکت دورانی در بازه ±0.0005 rad/s^2 ، فرض شده است.

نتایج حاصل از خطای تعقیب مسیر و ورودی‌های عملگرها، تحت شرایط وجود عدم قطعیت در پارامترها و ساختار مدل برای کنترلرهای CSM و STSM در شکل‌های 9 تا 11 نشان داده شده است. همانگونه که از این نتایج مشخص است کنترلر STSM نسبت به کنترلر CSM قوام بیشتری را فراهم می‌کند. بر اساس نتایج به‌دست آمده، روش STSM قابلیت جبران کامل عدم قطعیت‌های مذکور را داراست؛ در صورتی که کنترلر CSM خطای ماندگاری را در موقعیت ارتفاع کوادروتور ایجاد می‌کند. از طرف دیگر، عدم وجود پدیده چترینگ یا نوسان ورودی‌ها در هر دو نوع کنترلر STSM و CSM، نتیجه دیگری است که با توجه به مقایسه ورودی‌های سیستم در شکل 11 حاصل می‌شود و این در حالی است که حداکثر ورودی مورد نیاز در کنترلر STSM نیز مقدار بسیار کمتری را در برابر روش CSM دارد.

ذکر این نکته نیز قابل توجه است که اگرچه کنترلر FL تا حدودی توانایی جبران عدم قطعیت‌های پارامترهای سیستم را داراست اما به دلیل آنکه این روش منطبق بر مدل سیستم طراحی می‌گردد، در برابر عدم قطعیت‌های مدل عملکرد مناسبی را نخواهد داشت؛ به گونه‌ای که سیستم تحت شرایط وجود عدم قطعیت‌های ذکر شده، کاملا ناپایدار می‌گردد.

علاوه بر برتری کنترل‌کننده STSM در حفظ قوام سیستم در برابر عدم قطعیت‌های ساختاری و پارامتری مدل و کاهش بسیار مناسب پدیده چترینگ؛ همانگونه که از نتایج بدست آمده (شکل 8) مشخص است با استفاده از مشاهده‌گر بر پایه این کنترل می‌توان در نقش یک مشتق‌گیر، مشتق متغیرهای مورد نیاز را با سرعت و دقت بسیار مناسبی تخمین و محاسبه نمود که این امر با توجه به نیاز دسترسی به مشتقات برخی از حالت‌های سیستم که امکان دسترسی مستقیم به آنها از طریق سنسورهای موجود نیست، بسیار سودمند خواهد بود.

6- نتیجه‌گیری

در این مقاله پس از مدلسازی دینامیکی یک کوادروتور، مسیر پروازی این پرنده به کمک الگوریتم بهینه‌سازی فراابتکاری کرم شب‌تاب و توابع چندجمله‌ای زمانی و با هدف عبور از موانع ثابت و مشخص طراحی شده و سپس جهت تعقیب آن از کنترلرهای غیرخطی فیدبک خطی‌ساز (FL) و حالت لغزشی در دو نسل سنتی (CSM) و با پیچش فوق‌العاده (STSM) استفاده شده است.

با توجه به آنکه مشکل عمده کنترلرهای حالت لغزشی وجود پدیده چترینگ یا نوسان در ورودی کنترلی آنهاست؛ راه‌های مختلفی جهت رفع این مشکل وجود دارد که یکی از آنها استفاده از لایه مرزی در اطراف سطح

Fig. 6 Quadrotor trajectory tracking results in x, y, z and ψ, based on STSM observer

شکل 6 تعقیب مسیر کوادروتور بر اساس مشاهده‌گر STSM در جهت x, y, z و ψ

Fig. 7 The speed of each rotor of quadrotor based on STSM observer

شکل 7 سرعت هر روتور کوادروتور بر اساس مشاهده‌گر STSM

Fig. 8 The estimated rate of angles roll and pitch, based on STSM observer

شکل 8 نرخ زوایای رول و پیچ تخمین زده شده بر اساس مشاهده‌گر STSM

لغزش می‌باشد که این امر سبب کاهش قوام این کنترل‌کننده‌ها خواهد شد.

استفاده از کنترل‌کننده‌های لغزشی با مرتبه بالا به مانند کنترلر حالت لغزشی با پیچش فوق‌العاده این امکان را فراهم کرده تا علاوه بر سطوح لغزش، مشتق اول آنها نیز به سمت صفر میل کند. در واقع مزیت این روش نسبت به کنترل‌کننده حالت لغزشی سنتی آن است که این کنترل‌کننده به صورت ذاتی سعی در کاهش چترینگ و نوسان ورودی کنترلی خواهد داشت که این موضوع سبب می‌شود تا کنترل‌کننده STSM قوام بالاتری را از خود در مقایسه با نسل معمولی کنترلرهای حالت لغزشی نشان دهد. همانگونه که از نتایج به‌دست آمده در این مقاله مشخص است کنترلر STSM در برابر وجود عدم قطعیت در ساختار مدل و پارامترهای سیستم، پایداری بیشتری را از خود در برابر روش CSM همراه با لایه مرزی نشان می‌دهد و این در حالی است که پدیده چترینگ نیز بطور قابل ملاحظه‌ای در این روش کاهش پیدا کرده است.

همچنین در این مقاله از مشاهده‌گر بر پایه کنترل STSM استفاده شده تا بدن ترتیب بتوان با دقت و قوام بسیار خوبی مشتق متغیرهای مورد نیازی را که امکان دسترسی مستقیم به آنها از طریق سنسورها وجود ندارد، محاسبه نمود.

Fig. 9 The error tracking CSM controller in presence of parameter and model structure uncertainty

شکل 9 خطای تعقیب مسیر کنترلر CSM در حضور عدم قطعیت در پارامتر و ساختار مدل

Fig. 10 The error tracking STSM control in presence of parameter and model structure uncertainty

شکل 10 خطای تعقیب مسیر کنترلر STSM در حضور عدم قطعیت در پارامتر و ساختار مدل

Fig. 11 The speed of rotor 1 in presence of parameter and model structure uncertainty

شکل 11 سرعت روتور 1 در حضور عدم قطعیت در پارامتر و ساختار مدل

7- مراجع

[1] N. Donald, *Build Your Own Quadcopter: Power Up Designs with the Parallax Elev-8*, Edition 1, pp. 1-4, United States: McGraw-Hill Education, 2014.

[2] E. Altug, J. P. Ostrowski, R. Mahony, Control of a Quadrotor Helicopter using Visual Feedback, *International Conference on Robotics and Automation IEEE*, USA, Washington DC, Vol. 1, pp. 72–77, May 11-15, 2002.

[3] D. Mellinger, N. Michael, V. Kumar, Trajectory generation and control for precise aggressive maneuvers with quadrotors, *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 31, No. 5, pp. 1-11, 2012.

[4] S. Bouabdallah , P. Murrieri, R. Siegwart, Design and control of an indoor micro quadrotor, *International Conference on Robotics 8 Automation IEEE*, USA, New Orleans, Vol. 5, pp. 4393-4398, 26 April-1 May, 2004.

[5] M. Mohammadi, A. M. Shahri, Adaptive Nonlinear Stabilization Control for a Quadrotor UAV: Theory, Simulation and Experimentation, *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, Vol. 72, No. 1, pp. 105-122, 2013.

[6] S. Bouabdallah , R. Siegwart, Backstepping and Sliding-mode Techniques Applied to an Indoor Micro Quadrotor, *International Conference on Robotics and Automation IEEE*, Spain, Barcelona, pp. 2247-2252, April 18-22, 2005.

[7] J. F. Roberts, J. C. Zufferey, D. Floreano, Energy management for indoor hovering robots, *International Conference on Intelligent Robots and Systems IEEE*, France, Nice, pp. 1242–1247, September 22–26, 2008.

[8] D. Aleksandrov, I. Penkov, Optimal gap distance between rotors of mini quadrotor helicopter, *Proceedings of Eighth International Conference on DAAAM Baltic*, Estonia,Tallinn, pp. 251–255, April 19–21, 2012.

[9] B. Sumantri, N. Uchiyama, S. Sano, Least square based sliding mode control for a quad-rotor helicopter and energy saving by chattering reduction, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 66-67, No. 8, pp. 769-784, 2016.

[10] Y. Shtessel, C. Edward, L. Fridman, A. Levant, *Sliding Mode Control and Observation*, pp. 143-166, New York: Springer, 2014.

[11] M. Farhadi, M. Kamali, J. Askari, Fractional order sliding mode controller design for quadrotor system, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 5, pp. 287-294, 2017. (in Persian فارسی)

[12] Y. Naidoo, R. Stopforth, G. Bright, Quad-Rotor unmanned aerial vehicle helicopter modelling & control, *International Journal of Advanced Robotic Systems*, Vol. 8, No. 4, pp. 139-149, 2011.

[13] X. S. Yang, *Engineering Optimization An Introduction with Metaheuristic Applications*, pp. 221-230, New Jersey: Wiley, 2010.

[14] M. W. Spong, S. Hutchinson, M. Vidyasagar, *Robot Modeling and Control*, Edition 1, pp.171-185, New York: Wiley, 2005.

[15] A. Mokhtari , N. K. M'Sirdi , K. Meghriche, A. Belaidi, Feedback linearization and linear observer for a quadrotor unmanned aerial vehicle, *Advanced Robotics*, Vol. 20, No. 1, pp. 71–91, 2006.

[16] A. Benallegue, A. Mokhtari, L. Fridman, High-order sliding-mode observer for a quadrotor UAV, *International Journal of Robust Nonlinear Control*, Vol. 18, No. 4-5, pp. 427–440, 2008.

[17] J. Ghandour, S. Aberkane, J. C. Ponsart, Feedback Linearization approach for Standard and Fault Tolerant control: Application to a Quadrotor UAV Testbed, *Journal of Physics: Conference Series, European Workshop on Advanced Control and Diagnosis*, Vol. 570, pp. 1–11, 2014.

[18] B. Sumantri, N. Uchiyama, S. Sano, Y. Kawabata, Robust tracking control of a Quad-Rotor helicopter utilizing sliding mode control with a nonlinear sliding surface, *Journal of System Design and Dynamics*, Vol. 7, No. 2, pp. 226-241, 2013.

[19] A. Moreno, M. Osorio, A Lyapunov approach to second order sliding mode controllers and observer, *47th IEEE Conference on Decision and Control*, Mexico, Cancun, pp. 2856-2861, December 9-11, 2008.

[20] X. Yu, M. Ö. Efe, *Recent Advances in Sliding Modes: From Control to Intelligent Mechatronics*, pp. 5-35, Berlin: Springer-Verlag, 2015.

[21] J. A. Moreno, M. Osorio, Strict lyapunov functions for the super-twisting algorithm, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 57, No. 4, pp. 1035–1040, 2012.

[22] A. Chalanga, S. Kamal, L. M. Fridman, B, Bandyopadhyay, J. A. Moreno, Implementation of super-twisting control: super-twisting and higher order sliding-mode observer-based approaches, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 63, No, 6, pp. 3677-3685, 2016.