



مقایسه مدل سازی چندشعاعی و تک شعاعی قطرات در جریان چگالشی بخار داخل یک شیبوره مافوق صوت در چهارچوب اویلری-لاگرانژی

علی عظیمی¹، علیرضا تیمورتاش^{2*}

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، تبدیل انرژی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

2- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

* صندوق پستی 91775-1111، teymourtash@um.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 24 اردیبهشت 1396
پذیرش: 10 شهریور 1396
ارائه در سایت: 07 مهر 1396

کلید واژگان:

جریان چگالشی بخار
روش چندشعاعی
روش تک شعاعی
شوک چگالشی
اویلری-لاگرانژی

چکیده

پدیده چگالشی در جریان بخار باعث ایجاد قطرات با اندازه های مختلف می شود. برای پیش بینی دقیق رفتار جریان دوفازی بخار-مایع، لازم است تا تأثیر تمام دسته قطرات با اندازه های مختلف بر بخار در نظر گرفته شود. در این تحقیق برای تحلیل جریان یک بعدی بخارتر در یک شیبوره ی همگرا-واگرای مافوق صوت، از معادله جوازایی در چهارچوب اویلری-لاگرانژی استفاده شده است. روش های چندشعاعی و تک شعاعی، برای مدل سازی قطرات تشکیل شده در جریان بخار، با یکدیگر مقایسه شده اند. در روش چندشعاعی، تمام دسته قطرات تشکیل شده در ناحیه ی چگالشی ناگهانی، بدون ادغام با سایر دسته قطرات، در محاسبات حفظ می شوند؛ اما در روش تک شعاعی این دسته قطرات با یکدیگر ادغام شده و در غالب یک گروه با شعاع متوسط در محاسبات منظور می شوند. روش چندشعاعی از این لحاظ که قادر به پیش بینی طیف قطرات با اندازه های مختلف است، نسبت به روش تک شعاعی به واقعیت نزدیک تر است و لذا دارای مزیت است. مقایسه نتایج حاصل از این دو روش با شواهد تجربی حاکی از آن است که روش چندشعاعی نسبت به روش تک شعاعی، خطای مربوط به اندازه گیری شعاع قطرات را تا 24% بهبود می بخشد.

A comparison between polydispersed and monodispersed radius modeling techniques of droplets in condensing steam flow in a supersonic nozzle by Eulerian-Lagrangian method

Ali Azimi, Ali Reza Teymourtash*

Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

* P.O.B. 91775-1111, Mashhad, Iran, teymourtash@um.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 14 May 2017
Accepted 01 September 2017
Available Online 29 September 2017

Keywords:

Condensing Flow of Steam
Polydispersed Radius Method
Monodispersed Radius Method
Condensation Shock
Eulerian-Lagrangian

ABSTRACT

Condensation phenomena in steam flow can cause droplets with different sizes to form. For an exact prediction of two phase flow behavior, it is necessary to consider the effects of all droplets with different sizes on the steam. In this paper, nucleation equation in an Eulerian-Lagrangian framework has been used to analyze one-dimensional flow of wet steam in a supersonic convergent-divergent nozzle. Polydispersed and monodispersed radius methods for modeling the formed droplets are compared. In polydispersed method, all the formed droplets in the spontaneous condensation zone are retained in the calculations without being merged with other groups; but in monodispersed method all groups are merged, and only one group with averaged radius is retained in the calculations. The polydispersed method has an advantage and can predict the complete droplet spectra. Results of comparing the two methods with experimental data indicates that measured radius by the polydispersed method is up to 24% closer to experimental data, compared to monodispersed method.

1- مقدمه

باعث ایجاد شوک چگالشی³ در جریان بخار در نازل های لاول⁴ می گردد که تلفات ترمودینامیکی را در پی دارد. علاوه بر این، وجود قطرات در جریان بخار، موجب دوفازی شدن جریان می گردد و باعث آسیب های فیزیکی جبران ناپذیری بر پره های توربین ها می شود. برای پیش بینی درست این آسیب ها لازم است رفتار جریان دوفازی بخار-مایع مورد بررسی قرار گیرد و

پدیده ی چگالشی¹ در جریان بخار درون یک شیبوره ی همگرا-واگرای مافوق صوت، شامل پدیده ی جوازایی²، تشکیل قطرات و رشد آن ها می شود. این پدیده در بسیاری از کاربردهای مهندسی از جمله جریان بخار فشار پایین در پره های توربین نیز اتفاق می افتد. جوازایی، تشکیل قطرات و رشد آن ها

³ Condensation Shock

⁴ Laval Nozzles

¹ Condensation Phenomena

² Nucleation

Please cite this article using:

A. Azimi, A. R. Teymourtash, A comparison between polydispersed and monodispersed radius modeling techniques of droplets in condensing steam flow in a supersonic nozzle by Eulerian-Lagrangian method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 10, pp. 47-57, 2017 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

مقایسه قرار داد. هالاما و همکاران [7] با استفاده از روش مومنت² به بررسی توزیع چندشعاعی قطرات پرداختند؛ اما آن‌ها نیز برای حل مشکلات به وجود آمده در محاسبات برای قطرات با شعاع‌های کوچک، گروه‌هایی با کسرتی کمتر از 10^{-6} را صفر در نظر گرفتند. یانگ، وایت و همکاران [8] روش‌های چندشعاعی مختلف را با یکدیگر مقایسه نموده‌اند. آن‌ها بیان نمودند که روش مربع سازی مومنت‌ها³ و روش چندشعاعی هرس شده بهتر از سایر روش‌ها قادر به پیش‌بینی توزیع قطرات هستند. فقیه علی‌آبادی و مه پیکر [9] در کار ارزشمند خود، برای مقایسه مدل چند شعاعی و تک شعاعی در دیدگاه اوپلری-اوپلری، از حل تقریبی مسئله ریمان بهره بردند. روش عددی به‌کاربرده شده توسط آن‌ها تقریبی بوده و موجب افزایش حجم محاسبات منطقی می‌گردد که برای رفع این مشکل تعداد محدودی از دسته قطرات را مورد بررسی قرار دادند.

در این پژوهش برای اولین بار روش چندشعاعی کامل (با در نظر گرفتن تمامی دسته قطرات تشکیل شده در جریان) با روش تک‌شعاعی مقایسه گردیده است. روش چندشعاعی به کار رفته، درک درست و دقیقی از تعداد و اندازه‌ی هر دسته قطره‌ی موجود در هر مقطع از نازل به دست می‌دهد. این مهم، دستاورد پژوهشی تحقیق حاضر می‌باشد و از آن می‌توان در صنعت استفاده نمود. در روش چندشعاعی به کار برده شده، دسته قطرات تشکیل شده در هر المان محاسباتی در ناحیه‌ی چگالش سریع، بدون ادغام با سایر دسته قطرات تا انتهای شیپوره رشد داده می‌شوند و معادلات رشد قطره برای هر دسته قطره، به طور جداگانه حل می‌گردند؛ بنابراین در هر المان محاسباتی به تعداد دسته قطرات، معادلات رشد قطره حل می‌گردند و هر دسته قطره، شعاع و دمای منحصربه‌فرد خود را دارا می‌باشد. در انتها نتایج حاصل از این روش و روش تک‌شعاعی با شواهد آزمایشگاهی مقایسه شده است.

2- انبساط بخار در شیپوره مافوق صوت

جریان چگالشی بخار در شیپوره همگرا-واگرا در شکل 1 و نحوه‌ی انبساط بخار روی دیاگرام مولیر⁴ در شکل 2 نشان داده شده است. بخار خشک مافوق گرم (نقطه‌ی 1) تا شرایط صوتی در گلوگاه (نقطه‌ی 2) انبساط می‌یابد. در نقطه‌ی 3، بخار از خط اشباع عبور می‌کند و جوانه‌های قطره⁵ تشکیل می‌گردند.

نرخ جوانه‌زایی مربوط به جوانه‌های اولیه به قدری کم است که بخار به صورت خشک و تک‌فاز انبساط می‌یابد و تا زیر خط اشباع سرد می‌شود؛ بدین ترتیب بخار مافوق سرد⁶ یا مافوق اشباع⁷ ایجاد می‌گردد.

بسته به شرایط محلی و نرخ انبساط، نرخ جوانه‌زایی افزایش یافته و در نقطه‌ی 4 (نقطه‌ی ویلسون⁸) به بیشینه‌ی خود می‌رسد. ناحیه‌ی بالادست نقطه‌ی 4، ناحیه‌ی جوانه‌زایی نامیده می‌شود.

گرمای نهان حاصل از تقطیر بخار (فرایند 4-5) ابتدا به قطره می‌رسد و سپس به بخار برگشت می‌کند. در جریان مافوق صوت در صورتی که به جریان حرارت داده شود، باعث کاهش سرعت و افزایش فشار سیال می‌شود. این افزایش فشار در جریان دوفازی، شوک چگالش نامیده می‌شود و تا نقطه‌ی 5 ادامه می‌یابد؛ اما پس از آن افزایش سطح مقطع باعث کاهش مجدد فشار

پارامترهای اصلی آن از جمله توزیع فشار، میزان رطوبت، نرخ جوانه‌زایی و اندازه‌ی قطرات محاسبه گردند. شواهد آزمایشگاهی توزیع شعاع چندگانه‌ی قطرات در جریان بخار را اثبات نموده‌اند و نشان می‌دهند که قطرات تشکیل شده در جریان بخار طیف وسیعی از اندازه‌ها را شامل می‌شوند [1]. تعیین پارامترهای جریان، بدون در نظر گرفتن تمام این دسته قطرات با اندازه‌های مختلف امکان‌پذیر نمی‌باشد؛ بنابراین لازم است تا برای مدل‌سازی قطرات مایع در جریان بخار از روشی استفاده شود تا تمام دسته قطرات با اندازه‌های گوناگون را پوشش دهد.

برای تحلیل جریان دوفازی بخار-مایع سه دسته معادله حل می‌گردند؛ معادلات دینامیک گاز، معادلات جوانه‌زایی و معادلات رشد قطره. معادله جوانه‌زایی یکی از معادلات حاکم می‌باشد که در هر گام محاسباتی تعداد قطرات تازه شکل گرفته با شعاع بحرانی را محاسبه می‌کند و در نتیجه تعیین‌کننده تعداد قطرات تولیدی است. دانشمندان زیادی از جمله ولمر و وبر، بکر و دورینگ و زلدویچ برای تحلیل پدیده جوانه‌زایی همگن تلاش نمودند و نتیجه کار ایشان تحت عنوان معادله جوانه‌زایی کلاسیک بیان شده است [2]. مطالعات بعدی منجر به اعمال اصلاحات متنوع بر معادله کلاسیک شده است.

در این پژوهش از روش اوپلری-لاگرانژی برای حل جریان بخارتر استفاده شده است که توسط محققانی نظیر یانگ و باختر [3] نیز به کار رفته است. در این روش معادلات دینامیک گاز در دستگاه مختصات اوپلری و معادلات جوانه‌زایی و رشد قطره در مختصات لاگرانژی حل می‌شوند. برای ترکیب این دو روش، مسیر جریان به تعداد زیادی گام کوچک تقسیم شده، و مدل برای هر گام معادلات اوپلری را حل می‌کند. بنابراین پنج متغیر جریان یعنی دما، فشار، چگالی، سرعت و عدد ماخ به دست آمده، سپس توزیع اندازه قطره و کسر تری با دنبال نمودن ذره در مرجع لاگرانژی تعیین می‌گردد. راه اتصال و ارتباط بین حل‌های اوپلری و لاگرانژی، میدان‌های فشار و دما است. یعنی در هر گام یک تقریب از میدان‌های فشار و دما با حل معادلات دینامیک گاز به دست آمده و این میدان‌ها بر معادلات جوانه‌زایی و رشد قطره اعمال می‌شوند تا کسرتی به دست آید [4].

استفاده از مدل اوپلری-لاگرانژی به شبکه‌بندی بسیار ریز برای حل معادلات اصلی جریان در ناحیه جوانه‌زایی احتیاج ندارد [5]. همچنین این روش به دلیل طبیعت لاگرانژی آن از فن گام‌به‌گام دقیقی برای حل معادلات حاکم بهره برده و در ناحیه حساس نزدیک محل اوج جوانه‌زایی دقیق‌تر از روش اوپلری-اوپلری است [6]. به علاوه روش اوپلری-لاگرانژی (برخلاف روش اوپلری-اوپلری) نسبت به خطاهای قطع مربوط به شارهای جابجایی حساس نمی‌باشد [1]. لازم به ذکر است که روش به کار رفته، تحلیلی است؛ بدین معنی که معادلات استفاده شده از نوع دقیق می‌باشند و به روش رانج کوتای مرتبه چهار حل می‌گردند، بنابراین این روش شامل تقریب‌ها و خطاهای مربوط به روش عددی نمی‌شود و از روش عددی دقیق‌تر است.

استفاده از روش چندشعاعی برای مدل‌سازی قطرات به علت افزایش حجم و زمان محاسبات، کمتر مورد استفاده محققان قرار گرفته است. یانگ [6] از جمله اولین محققانی بود که در تحلیل دوبعدی خود، از روش چند-شعاعی استفاده کرد. یانگ برای کاهش حجم محاسبات، مجبور به کاهش دسته قطرات به سه تا پنج دسته شد. او دسته قطرات با اندازه‌های تقریباً یکسان را در یک دسته قرار داد و به اصطلاح آن‌ها را هرس¹ نمود. وایت [1] به طور اجمالی انواع روش‌های چندشعاعی را در تحلیل یک‌بعدی خود مورد

² Moment Method³ Quadratic Method of Moments⁴ Mollier Diagram⁵ Droplet Embryos⁶ Supercooled⁷ Supersaturated⁸ Wilson Point¹ Pruning

با دیفرانسیل گیری از فرمول بالا و مرتب کردن آن [4] رابطه (2) بدست می آید:

$$\frac{d\rho_G}{\rho_G} + \frac{dA}{A} + \frac{dU_G}{U_G} + \frac{dM_L}{M - M_L} = 0 \quad (2)$$

2-3- معادله حالت

برای بخار مافوق سرد، خواص مورد نظر از طریق برون یابی به دست می آیند، بنابراین معادله حالت از اهمیت ویژه ای برخوردار است. به منظور بهبود حل از معادله حالت ویریاال توصیه شده توسط وکالویچ استفاده شده است [4].

$$p = \rho_G RT_G (1 + B_1 \rho_G + B_2 \rho_G^2 + B_3 \rho_G^3 + \dots) \quad (3)$$

ضرایب $B_1, B_2, \dots$ و ... ضرایب ویریاال بوده و تابع دما هستند. در نهایت معادله مورد نظر به شکل رابطه (4) درمی آید:

$$\frac{dp}{p} - X \frac{d\rho_G}{\rho_G} - Y \frac{dT_G}{T_G} = 0 \quad (4)$$

که در آن روابط (6,5) برقرارند:

$$X = \frac{\rho_G}{p} \left(\frac{\partial p}{\partial \rho_G} \right)_{T_G} \quad (5)$$

$$Y = \frac{T_G}{p} \left(\frac{\partial p}{\partial T_G} \right)_{\rho_G} \quad (6)$$

3-3- معادله بر اساس عدد ماخ

عدد ماخ نقش کلیدی در جریان گذر صوتی و دوفازی بخار تر بازی می کند. با صرف نظر کردن از هرگونه تأثیر متقابل قطرات در انتشار صوت در فاز بخار می توان رابطه (7) را نوشت:

$$Z = Ma^2 = \frac{U_G^2}{a} \quad (7)$$

که در آن a سرعت صوت و Ma عدد ماخ است.

با گرفتن لگاریتم و دیفرانسیل گیری [4] رابطه (8) بدست می آید:

$$\frac{dZ}{Z} = 2 \frac{dU_G}{U_G} + \frac{d\rho_G}{\rho_G} - \frac{dp}{p} \quad (8)$$

4-3- معادله مومنتم

با اعمال قانون بقای مومنتم در حجم کنترل یک بعدی و دیفرانسیل گیری و مرتب سازی، معادله مومنتم به صورت رابطه (9) درمی آید [4]:

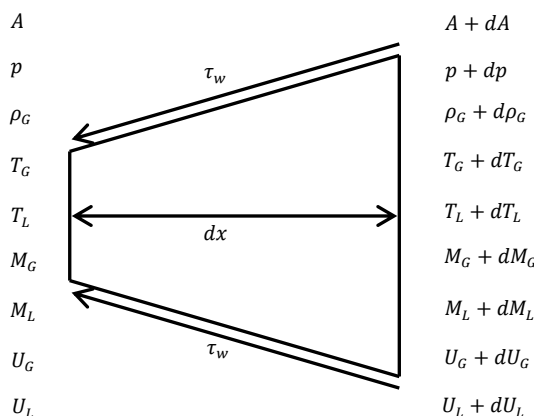


Fig. 3 Fluid control volume

شکل 3 حجم کنترل سیال

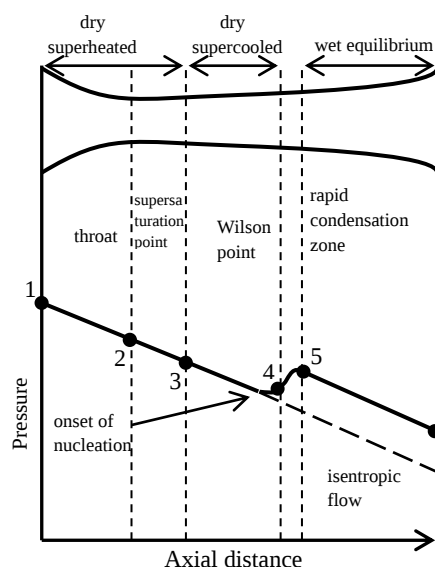


Fig. 1 Axial pressure distribution in a nozzle with spontaneous condensation

شکل 1 توزیع فشار محوری در یک نازل همراه با چگالش

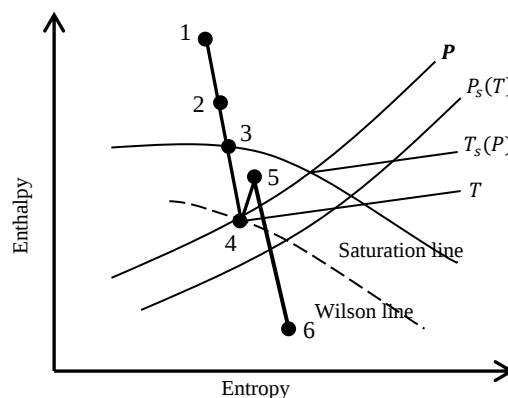


Fig. 2 State line for expanding steam with spontaneous condensation

شکل 2 نمودار حالت برای بخار در حال انبساط همراه با چگالش

می شود. بعد از ناحیه ی جوانه زایی، تقطیر بخار، بیشتر روی سطح قطرات تشکیل شده اتفاق می افتد و جوانه زایی قطرات مایع جدید، نامحسوس تر می شود؛ بنابراین تعداد قطرات ثابت می ماند و قطرات تشکیل شده شروع به رشد می کنند.

3- توصیف مدل

حجم کنترل شکل 3 در نظر گرفته می شود، که در آن A مساحت، P فشار، ρ چگالی، T دما، M دبی جرمی و U سرعت در جریان بخار می باشند. همچنین زیروندهای L و G به ترتیب نشان دهنده ی خصوصیات مایع و بخار می باشند.

1-3- معادلات بقای جرم

با فرض اینکه حجم اشغال شده توسط فاز مایع قابل صرف نظر باشد می توان رابطه (1) را نوشت:

$$M = M_L + M_G = M_L + \rho_G A U_G = \text{Constant} \quad (1)$$

2-4- جنبه سینماتیکی جوانه زایی

در تحقیق حاضر نرخ جوانه زایی به عنوان تعداد قطرات بحرانی تشکیل شده در واحد حجم سیال و در واحد زمان از تئوری جوانه زایی کلاسیک تعریف می شود. رابطه زیر برای تعیین J که نرخ تشکیل قطرات بحرانی را به دست می دهد توسط زولدویچ معرفی شده است [11]:

$$J_{st} = \sqrt{\frac{2N^3}{\pi}} \frac{qp^2 \sqrt{\sigma_r}}{\rho_L (RT_G)^2} \exp \left[\frac{-16\pi N \sigma_r^3}{3\rho_L^3 (RT_G)^3 \left\{ \ln \left(\frac{p}{p_s(T_G)} \right) \right\}^2} \right] \quad (15)$$

در این رابطه N تعداد مولکول ها بر واحد جرم سیال، q ضریب چگالش (کسری از مولکول های برخوردکننده به سطح قطره که چگالیده می شوند- مقدار آن در اینجا 0.036 در نظر گرفته شده است)، σ_r تنش سطحی قطره و K ثابت بولتزمن می باشد.

5- معادلات رشد قطره

قطرات فوق بحرانی تمایل به رشد کردن دارند تا بدین وسیله به انرژی آزاد گیبس متعادل تری نزدیک شوند. گرمای نهان حاصل از چگالش مولکول ها در وهله اول درون قطرات ظاهر و سپس به واسطه اختلاف دمای قطره و محیط، قسمتی از آن به بخار منتقل می گردد. برای محاسبه نرخ رشد قطره می بایست معادلات انتقال حرارت و جرم همزمان حل شوند که از نقطه نظر عددی نیازمند زمانی طولانی می باشد. در تحقیق حاضر برای کاستن حجم محاسبات تقریب گرمایی [11] که دمای قطره را به شعاعش مرتبط می سازد مورد استفاده قرار گرفته است رابطه (16):

$$T_L = T_s(P) - [T_s(P) - T_G] \left(\frac{r^*}{r} \right) \quad (16)$$

در تقریب فوق از تغییر ضریب کشش سطحی و انتالپی تبخیر در بازه T_L تا T_G اغماض شده است. با صرف نظر کردن از اینرسی حرارتی قطره و از طریق بالانس انرژی می توان نرخ رشد قطره را به صورت رابطه (17) نتیجه گرفت:

$$\frac{dr}{dt} = \frac{\alpha(T_L - T_G)}{\rho_L(h_G - h_L)} \quad (17)$$

در رابطه (17)، α ضریب انتقال حرارت بین سطح قطره و بخار اطراف است. قطرات تشکیل شده ی اولیه در مقایسه با مسیر پویش آزاد مولکول های بخار کوچک هستند ولی ضمن رشد کردن می توانند بزرگتر از آن شوند. رابطه (18) که به گرمایی منسوب است تمام بازه گفته شده را پوشش می دهد و لذا در این کار مورد استفاده قرار گرفته است:

$$\alpha = \frac{\lambda}{r(1 + 3.18 \text{ Kn})} \quad (18)$$

در معادله فوق Kn عدد بدون بعد نودسن می باشد که عبارت است از نسبت مسیر پویش مولکول های بخار ($\bar{l}$) به قطر قطره (رابطه (19)):

$$\text{Kn} = \frac{\bar{l}}{2r} \quad (19)$$

از تئوری سینتیک گازها می توان روابط (20,21) را نوشت:

$$\frac{dr}{dt} = \frac{\lambda}{(r + 1.59 \bar{l})} \left(\frac{T_L - T_G}{h_G - h_L} \right) \quad (20)$$

$h_L = c_L(T_L - T_D)$ (21)
که در آن c_L حرارت مخصوص آب، T_D دمای مرجع و برابر 273.15 کلوین می باشد و λ نیز ضریب انتقال حرارت رسانایی آب می باشد.

$$\frac{dp}{p} = -f \frac{\rho_G U_G^2 dx}{2p} \frac{dU_G}{U_G} - \frac{M_L U_L dU_L}{Ap U_L} \quad (9)$$

که در آن f نشان دهنده ضریب اصطکاک است و در تمام طول نازل برابر 0.018 در نظر گرفته شده است و d_e قطر هیدرولیکی کانال است. با اعمال شرط عدم لغزش ($U_G = U_L = U$) رابطه (10) بدست می آید:

$$\frac{dp}{p} + \frac{f U_G^2 \rho_G}{2p d_e} Adx + \frac{(M_G + M_L) U_G dU_G}{U_G} = 0 \quad (10)$$

و در نهایت می توان رابطه (11) را نوشت:

$$\frac{dp}{p} = - \frac{\gamma \text{Ma}^2 f dx}{2} \frac{dU}{U} - \frac{\gamma \text{Ma}^2 dU}{1 - \gamma U} \quad (11)$$

که در آن γ نسبت ظرفیت های حرارتی مخصوص و $y = M_L/M$ کسرتری است. مقایسه شده است.

3-5- معادله انرژی

با نوشتن معادله بقای انرژی و دیفرانسیل گیری از آن رابطه (12) بدست می آید:

$$d \left[M_G \left(h_G + \frac{U_G^2}{2} \right) + M_L \left(h_L + \frac{U_L^2}{2} \right) \right] = 0 \quad (12)$$

با فرض اینکه ترم $U_G^2 - U_L^2/2$ در مقابل ترم $h_G - h_L$ قابل صرف نظر باشد و با در نظر گرفتن شرط عدم لغزش ($U_G = U_L = U$) [4] می توان رابطه (13) را نوشت:

$$\frac{dT_G}{T_G} - \frac{d(M_L L)}{M C_p T_G} + (\gamma - 1) \text{Ma}^2 \frac{dU}{U} = 0 \quad (13)$$

که در آن h انتالپی است.

پنج معادله بالا که در دستگاه اویلری به دست آمده به روش رانج-کوتای مرتبه چهار حل شده و متغیرهای سرعت، فشار، دما، چگالی و عدد ماخ محاسبه می گردند [10]. اما قبل از آن لازم است پارامترهای تری نیز محاسبه گردند.

4- معادله جوانه زایی

1-1- جنبه ترمودینامیکی جوانه زایی

تشکیل قطرات بحرانی در بخار خالص توسط نظریه ی جوانه زایی همگن بیان شده است. به طور خلاصه تغییر انرژی آزاد گیبس برای یک توده از بخار در فشار P و دمای T_G ضمن چگالش به یک قطره آب دارای نقطه ماکزیمی مثل ΔG^* است که در شعاعی از قطره معادل با r^* که به شعاع بحرانی قطره موسوم است به وقوع می پیوندد. می توان نشان داد که [11]:

$$r^* = \frac{2\sigma_r}{\rho_L R T_G \ln \left[\frac{p}{p_s(T_G)} \right]} \quad \Delta G^* = \frac{16\pi \sigma_r^3}{\rho_L R T_G \ln \left[\frac{p}{p_s(T_G)} \right]} \quad (14)$$

قله منحنی ΔG بر حسب شعاع که همان ΔG^* می باشد به عنوان مانعی که تغییر فاز را مقید می سازد، شناخته می شود. افزایش نسبت فوق اشباع ($S = P/P_s(T_G)$) موجب افزایش نرخ بمباران مولکولی، کاهش r^* و متعاقباً کوتاه شدن قله ΔG به اندازه ای می شود که در این شرایط احتمال آنکه تعدادی از قطرات زیر بحرانی به طور اتفاقی تا اندازه فوق بحرانی رشد نمایند به یک می رسد و در این حالت جوانه زایی همگن فرایندی مؤثر شده و تبدیل فاز به وقوع می پیوندد. قطراتی که شعاع آن ها از r^* کمتر باشد با از دست دادن مولکول ها و کاهش انرژی گیبس، تمایل درونی به تبخیر دارند و اگر شعاع بزرگتر از r^* باشد قطره رشد خواهد کرد.

6- محاسبه جرم مایع

1-6- روش تک شعاعی

در این روش در اولین المان محاسباتی در ناحیه‌ی جوانه‌زایی، اولین گروه از قطرات تشکیل شده و تا انتهای المان رشد می‌کنند؛ بنابراین در انتهای المان اول تنها یک دسته قطره وجود دارد. این دسته به همراه دسته قطرات تشکیل شده در المان دوم، تا انتهای المان دوم رشد می‌کنند. در انتهای المان دوم، دسته قطرات اول و دوم با یکدیگر ادغام شده و با یک شعاع میانگین وارد المان سوم می‌شوند. این روند تا انتهای ناحیه جوانه‌زایی ادامه می‌یابد. برای محاسبه جرم مایع در این روش، دو دسته قطره در هر المان از ناحیه‌ی جوانه‌زایی در نظر گرفته می‌شود. دسته‌ی اول قطراتی هستند که در داخل المان تشکیل شده‌اند و دسته‌ی دوم قطراتی که در بالادست المان شکل گرفته‌اند.

2-6- روش چند شعاعی

در این روش دسته قطرات تشکیل شده در هر المان محاسباتی در ناحیه‌ی جوانه‌زایی، بدون میانگیری و ادغام با سایر دسته قطرات تا انتهای شیبوره به‌طور جداگانه رشد می‌کنند. در این روش در انتهای ناحیه‌ی جوانه‌زایی به تعداد المان‌های محاسباتی، گروه‌هایی از قطرات با شعاع و اندازه‌ی منحصر به فرد در جریان وجود دارند. برای محاسبه‌ی جرم مایع در این روش، جرم مایع حاصل از تمام دسته قطرات موجود در هر المان با یکدیگر جمع می‌گردد.

تعداد جوانه‌های تشکیل شده در هر فاصله‌ی زمانی کوچک δt برابر $J \cdot \delta t$ بوده که دیمانسیون آن تعداد جوانه بر واحد حجم می‌باشد. نرخ جریان جرم آب تشکیل شده در گام طولی Δx به خاطر قطرات تشکیل شده در هر المان به صورت زیر است:

$$W_{LA} \approx J \delta t \bar{A} \bar{U} \left(\frac{4}{3} \pi \rho_L \right) \left[\frac{(r^*)^3}{2} + r_1^3 + \dots + r_{n-1}^3 + \frac{r_n^3}{2} \right] \quad (22)$$

که $\bar{A}$ و $\bar{U}$ به ترتیب متوسط مقادیر سطح مقطع و سرعت می‌باشند. شعاع‌های قطره $r_1, r_2, r_3, \dots$ به وسیله انتگرال‌گیری معادلات رشد قطره (17) روی فاصله زمانی $3\delta t, 2\delta t, \delta t$ و ... پیدا می‌شوند. قطرات دسته‌ی اول با تمرکز C_{1i} (تعداد قطرات بر واحد حجم)، با شعاع r_{1i} وارد المان دوم می‌شوند و تا شعاع r_{1e} رشد می‌کنند. اگر فرض شود که n دسته قطره داشته باشیم و این روند برای همه‌ی دسته‌ها تکرار شود، نرخ جریان جرم آب تشکیل شده برای تمام این دسته قطرات موجود در هر المان از روابط (23) به دست می‌آید:

$$W_{LB1} \approx C_{1i} A_i U_i \left(\frac{4}{3} \pi \rho_L \right) [r_{1e}^3 - r_{1i}^3]$$

$$W_{LB2} \approx C_{2i} A_i U_i \left(\frac{4}{3} \pi \rho_L \right) [r_{2e}^3 - r_{2i}^3]$$

$$\vdots$$

$$W_{LB(n-1)} \approx C_{i(n-1)} A_i U_i \left(\frac{4}{3} \pi \rho_L \right) [r_{(n-1)e}^3 - r_{(n-1)i}^3] \quad (23)$$

بنابراین نرخ جریان جرم مایع تشکیل شده به خاطر تمام این دسته قطرات به صورت رابطه (24) خواهد بود:

$$W_{LB} = W_{LB1} + W_{LB2} + \dots + W_{LB(n-1)} \quad (24)$$

نرخ جریان جرم مایع در هر المان برابر مجموع نرخ جریان جرم مربوط به قطرات تازه تشکیل شده (W_{LA}) و نرخ جریان جرم مایع قطرات بالادست (W_{LB}) است. یعنی:

$$W_L = W_{LA} + W_{LB} \quad (25)$$

متوسط مقدار dW_L/dx از رابطه (26) محاسبه می‌شود:

$$\frac{dW_L}{dx} = \frac{W_{LA} + W_{LB}}{\Delta x} \quad (26)$$

مقادیر W_L و dW_L/dx به طور مستقیم در معادلات اصلی جریان جایگذاری شده که در نهایت توسط روش رانج کوتا انتگرال‌گیری می‌شوند.

7- بحث و بررسی نتایج

1-7- اعتبار سنجی نتایج

در این مقاله به منظور محاسبه نرخ جوانه‌زایی همگن، از معادله جوانه‌زایی زلدویچ استفاده شده است. در حل معادلات اصلی، با توجه به کوچک بودن اندازه‌ی قطرات، از نیروی اعمالی به قطرات و لغزش بین فازها صرف‌نظر شده است. سایر فرضیات در نظر گرفته شده عبارت‌اند از: جریان یک‌بعدی، آدیاباتیک و یکنواخت است؛ حجم اشغال شده توسط فاز مایع در مقایسه با فاز بخار قابل صرف‌نظر کردن است؛ و سرعت دوفاز با یکدیگر برابر است. همچنین ضریب تقطیر برابر 0.036 و ضریب اصطکاک در تمام طول نازل‌ها برابر 0.018 در نظر گرفته شده است.

تمام محاسبات برای شیبوره‌های همگرا- واگرای مور [10] انجام شده است. طول این نازل‌ها 750 میلی‌متر می‌باشد و محل گلوگاه در این شیبوره‌ها در فاصله‌ی 250 میلی‌متری از ابتدای آن قرار دارد. نقطه‌ی تجربی اندازه‌گیری شده توسط مور، در فاصله 625 میلی‌متری ابتدای نازل قرار دارد. همچنین فشار ورودی تمام شیبوره‌ها 25 کیلو پاسکال است. دمای ورودی نازل A، 354.6 کلوین، دمای ورودی نازل B، 357.6 کلوین، دمای ورودی نازل C، 358.6 کلوین و دمای ورودی نازل D، 361.8 کلوین، مطابق با آزمایش مور در نظر گرفته شده است. در شکل 4 هندسه‌ی نازل‌های مور رسم شده است. نازل‌های مور دارای فشار تجربی و شعاع تجربی برای قطرات هستند؛ از این‌رو، این نازل‌ها برای اعتبار سنجی نتایج مناسب می‌باشند.

برای اعتبار سنجی نتایج، در شکل 5 مقایسه‌ای بین توزیع فشار حساب شده در نازل A با توزیع فشار اندازه‌گیری شده توسط مور انجام شده است. مقایسه نشان می‌دهد که توافق بسیار خوبی بین نتایج حل انجام شده و مشاهدات تجربی وجود دارد. لازم به توضیح است که در توزیع فشار محوری،

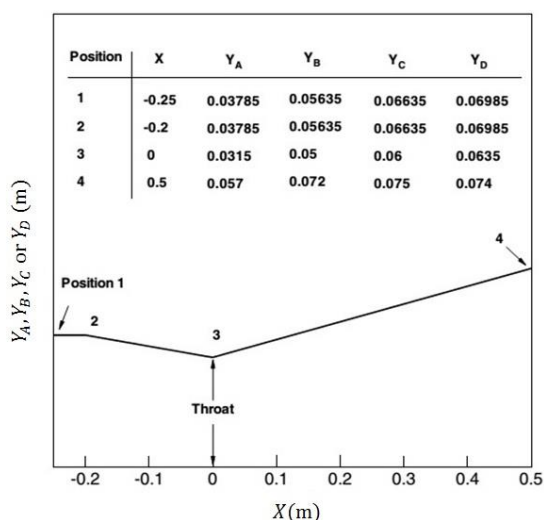


Fig. 4 Geometry of Moore [10] nozzles

شکل 4 هندسه نازل‌های مور [10]

باعث کاهش درجه مافوق سردی (اختلاف بین دمای اشباع و دمای بخار) شده و نرخ جوانه زایی را کاهش می دهد. پیدایش و رشد قطرات باعث نزدیک شدن فرایند به تعادل ترمودینامیکی می شود، به طوری که پس از وقوع پدیده جوانه زایی، بخار به حالت تعادلی پایدار (حالت اشباع) بسیار نزدیک می شود.

در روش چند شعاعی، شوک چگالش زودتر از روش تک شعاعی اتفاق می افتد و شدت آن نیز بیشتر است که همین امر باعث می شود که در روش

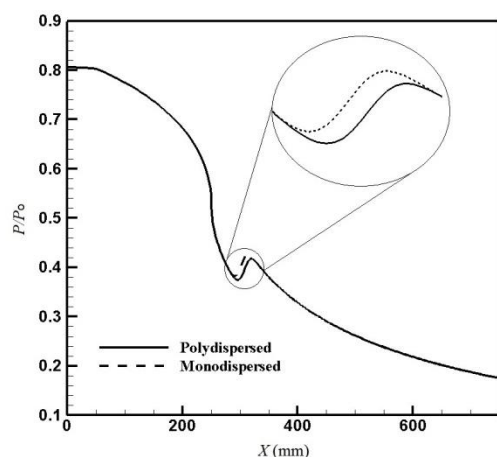
یک افزایش فشار موضعی وجود دارد که به خاطر جوانه زایی و چگالش ناگهانی بخار می باشد، به عبارتی با ورود بخار به ناحیه جوانه زایی و تشکیل قطرات، گرمای نهان حاصل از تشکیل قطرات به بخار مافوق صوت انتقال می یابد که باعث کند شدن سرعت جریان بخار شده و افزایش موضعی فشار را به وجود می آورد، که به شوک چگالش موسوم است.

2-7- مقایسه روش تک شعاعی و چند شعاعی

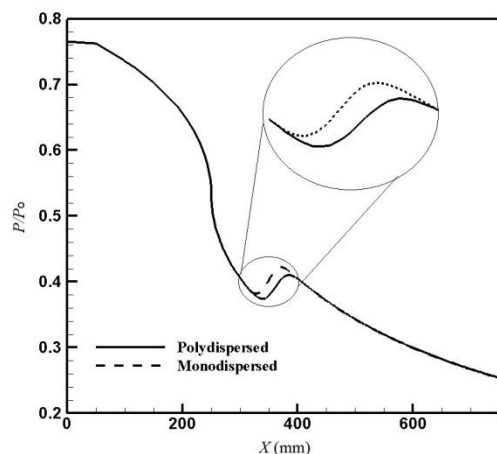
اثرات روش چند شعاعی به کاررفته، بر روی فشار در تمامی نازل ها و بر روی پدیده جوانه زایی و چگالش ناگهانی بخار، در نازل A مور، در شکل های زیر نمایش داده شده است. در ابتدا پارامترهای جریان مورد بررسی قرار گرفته اند و سپس توزیع اندازه قطرات رسم شده است؛ مشاهده می شود که اعمال روش چند شعاعی باعث تغییر در مدل سازی شوک چگالش می شود. لازم به ذکر است که در اینجا از روش میانگین گیری سطحی به عنوان روش تک شعاعی استفاده شده است.

در شکل 6 توزیع فشار حاصل از روش تک شعاعی و روش چند شعاعی با یکدیگر مقایسه شده است. تفاوت توزیع فشار حاصل از این دو روش تنها در ناحیه جوانه زایی و در مدل سازی شوک چگالش می باشد. همان طور که در شکل ها مشخص است در روش تک شعاعی، شوک چگالش زودتر از روش چند شعاعی اتفاق می افتد. علاوه بر این با دقت در شکل ها می توان مشاهده کرد که شدت شوک چگالش خصوصاً در نازل های C و D، در روش چند شعاعی بیشتر از روش تک شعاعی است. با توجه به اینکه نازل ها به ترتیب از A تا D ابعاد بزرگتری دارند، شوک چگالش نیز به پایین دست انتقال می یابد.

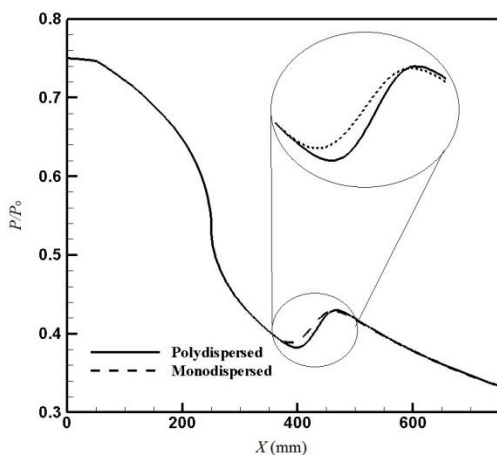
در شکل 7 نرخ جوانه زایی و در شکل 8 تعداد قطرات تشکیل شده در جریان بخار، در هر دو روش تک شعاعی و چند شعاعی، در نازل A رسم گردیده است. می توان دید که نرخ جوانه زایی در ابتدا افزایش و پس از رسیدن به بیشترین مقدار خود، یک روند کاهشی از خود نشان می دهد. در حقیقت با انبساط بخار و کاهش دمای آن، هسته های اولیه تشکیل دهنده قطره در بخار ایجاد می شوند. به این ترتیب با انبساط بیشتر بخار و کاهش دمای آن، نرخ جوانه زایی هم افزایش پیدا می کند. با پیدایش قطرات، گرمای نهان حاصل از چگالش ابتدا به قطره و سپس به علت وجود اختلاف دما میان قطره و بخار، به بخار منتقل شده و باعث افزایش دمای آن می شود. این افزایش دما



Nozzle A



Nozzle B



Nozzle C

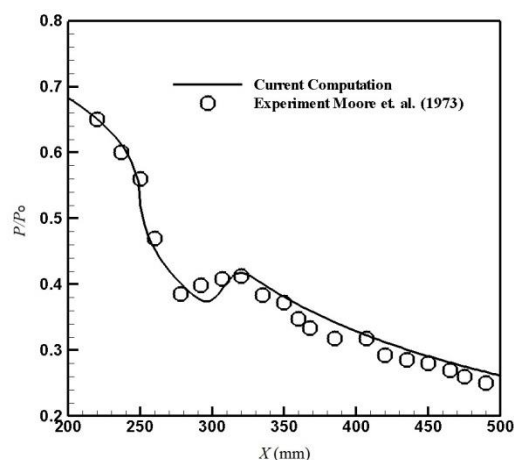


Fig. 5 Comparison between experimental data [10] and numerical results of pressure distribution through the nozzle A centerline
 $P_0 = 25 \text{ kPa}$, $T_0 = 254.6 \text{ K}$

شکل 5 مقایسه نتایج تجربی [10] و محاسبات عددی توزیع فشار در طول خط

مرکزی نازل $P_0 = 25 \text{ kPa}$, $T_0 = 254.6 \text{ K}$

روش تک شعاعی دمای فاز بخار زودتر از روش چند شعاعی بالا می رود. این بدان معناست که گرمای نهان حاصل از تشکیل قطرات، در روش تک شعاعی زودتر از روش چند شعاعی به بخار انتقال می یابد.

با بررسی پارامترهای جریان مشخص شد که تفاوت موجود بین روش تک شعاعی و چند شعاعی در شوک چگالش (ناحیه جوانه زایی) است. تفاوت در شوک چگالش به دو صورت است؛ اول اینکه در روش تک شعاعی شوک چگالش زودتر از روش چند شعاعی اتفاق می افتد (همان طور که در نمودارهای فشار و دما دیده شد) و دوم اینکه در روش چند شعاعی شدت شوک چگالش بیشتر از روش تک شعاعی است (همان طور که در نمودارهای فشار و نرخ جوانه زایی دیده شد). از آنجایی که وقوع شوک چگالش به گرمای نهان انتقال یافته از سطح قطرات به بخار، بستگی دارد، باید علت تفاوت در شوک چگالش، در هر یک از روش ها را در اختلاف بین سطح قطرات جستجو کرد.

در روش تک شعاعی با توجه به اینکه تنها یک دسته قطره در جریان وجود دارد، این دسته سطح بزرگی داشته و گرمای نهان آزاد شده از آن در ابتدا بیشتر بوده و باعث می شود شوک چگالش در روش تک شعاعی سریع تر از روش چند شعاعی اتفاق بیفتد. اما در روش چند شعاعی با توجه به تعدد دسته قطرات، سطح هر دسته قطره کمتر بوده و گرمای نهان لازم برای شوک چگالش دیرتر آزاد می شود و باعث می شود شوک چگالش هنگامی اتفاق بیفتد که بخار مافوق سردتر است که همین امر موجب می شود شدت آن (در روش چند شعاعی نسبت به روش تک شعاعی) بیشتر باشد. در نهایت همین موضوع سبب می شود که نرخ جوانه زایی و تعداد قطرات در روش چند شعاعی بیشتر باشد.

در شکل 10 انترپوی در نازل های A و B رسم شده است. تعدد دسته قطرات در روش چند شعاعی، که موجب بی نظمی بیشتر جریان می شود و همچنین بیشتر بودن گرمای نهان حاصل از تشکیل قطرات در روش چند شعاعی، دو علتی هستند که سبب می شوند انترپوی در روش چند شعاعی بیشتر از روش تک شعاعی باشد. با بزرگنمایی نمودار انترپوی در محل شوک چگالش، می توان مشاهده کرد که شوک چگالش و در نتیجه آن افزایش انترپوی، در روش تک شعاعی زودتر از روش چند شعاعی اتفاق می افتد. رطوبت یا تری جریان، تابعی از تعداد قطرات و اندازه ی آن ها است. با توجه به افزایش تعداد قطرات در روش چند شعاعی و همچنین کاهش شعاع، در این مورد کاهش شعاع اثر غالب را داشته است و تری جریان در این روش اندکی

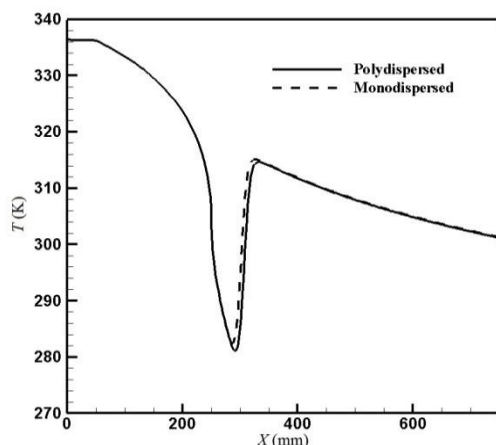
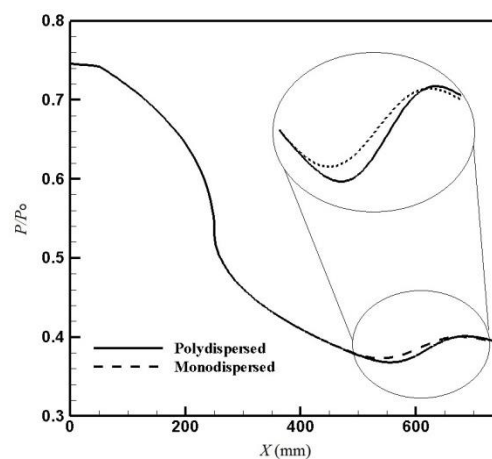


Fig 9 Vapor temperature through the nozzle A

شکل 9 دمای بخار در طول نازل A



Nozzle D

Fig. 6 Pressure distribution through Moore nozzles [10] centerline

شکل 6 توزیع فشار در طول خط مرکزی نازل های مور [10]

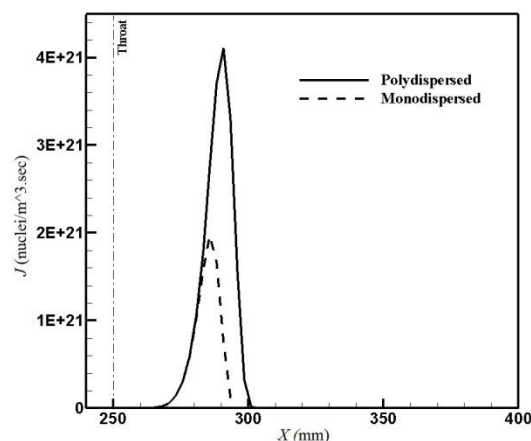


Fig. 7 Nucleation rate through the nozzle A

شکل 7 نرخ جوانه زایی در طول نازل A

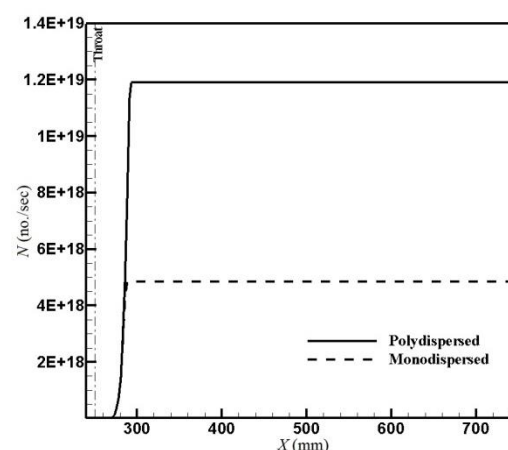


Fig. 8 Number of droplets formed through the nozzle A

شکل 8 تعداد قطرات تشکیل شده در طول نازل A

چند شعاعی نرخ جوانه زایی افزایش پیدا کند که در نهایت موجب افزایش تعداد قطرات تشکیل شده می گردد.

در شکل 9 دمای فاز بخار در هر یک از روش ها رسم گردیده است. در

توزیع اندازه‌ی قطرات، تعداد 142 دسته قطره در نازل A، 190 دسته قطره در نازل B، 200 دسته قطره در نازل C و 160 دسته قطره در نازل D در نظر گرفته شده است. تعداد گروه‌های قطرات در هر نازل، برابر با تعداد المان‌های محاسباتی در ناحیه‌ی جوانه‌زایی آن نازل، می‌باشد؛ به این معنی که با شروع ناحیه‌ی جوانه‌زایی، در اولین المان محاسباتی، اولین گروه از قطرات و در آخرین المان محاسباتی، آخرین گروه از قطرات تشکیل می‌شوند، به این ترتیب تمام گروه‌های قطرات تشکیل شده در ناحیه‌ی جوانه‌زایی در محاسبات منظور می‌شوند. در شکل 12 نمودار توزیع اندازه قطرات در برابر شعاع آن‌ها، در نقطه‌ی تجربی نازل A و در انتهای آن رسم گردیده است. همان‌طور که مشخص است دسته قطرات ابتدایی شعاع بزرگ‌تر و تعداد کمتری دارند. در شکل 13 نمودار تعداد هر گروه از قطرات به کسر تری هر گروه در نازل A رسم شده است.

در شکل‌های 14 و 15 اندازه‌ی 142 دسته قطره‌ی در نظر گرفته شده در نازل A، به ترتیب در مقطع تجربی و در انتهای نازل رسم گردیده است. همان‌طور که در این شکل مشخص است توزیع اندازه قطرات پیش‌بینی شده در روش چند شعاعی، مقدار مربوط به شعاع تجربی نازل مور را نیز پوشش می‌دهد. دسته قطرات ابتدایی با توجه به اینکه در ابتدای ناحیه جوانه‌زایی تشکیل شده‌اند، طول بیشتری از این ناحیه را طی می‌کنند و اندازه‌ی

از روش تک‌شعاعی کمتر بوده است. شکل 11 این موضوع را نشان می‌دهد.

3-7- توزیع اندازه‌ی قطرات در روش چندشعاعی

همان‌طور که گفته شد در روش چند شعاعی به کار رفته تمام دسته قطرات تشکیل شده در ناحیه جوانه‌زایی، در محاسبات منظور شده‌اند. برای بررسی

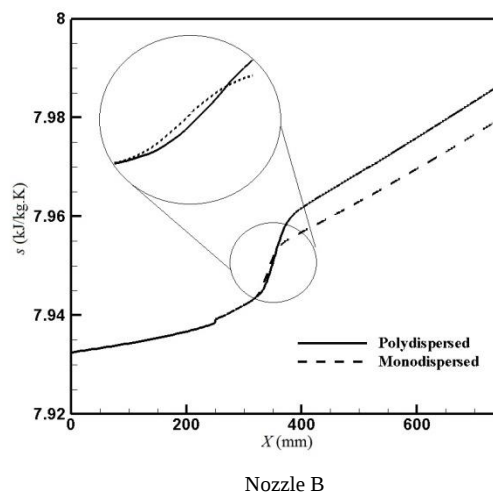
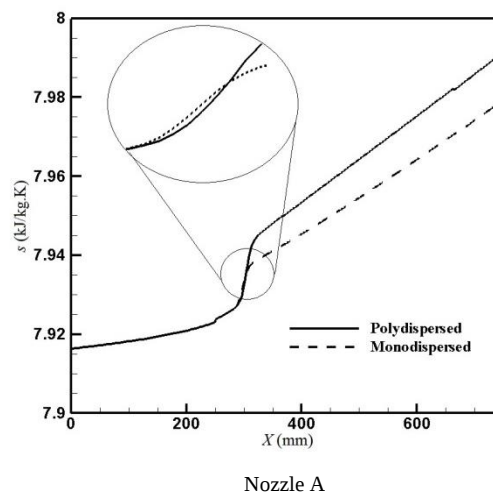


Fig. 10 Entropy through Moore nozzles [12]

شکل 10 انتروپی در طول نازل‌های مور [12]

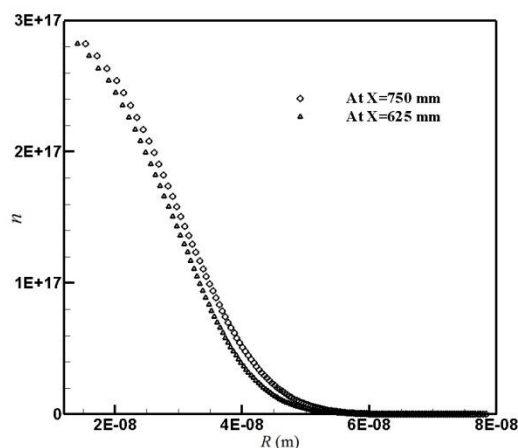


Fig. 12 Droplet spectra against number of droplets in nozzle A

شکل 12 توزیع اندازه قطرات بر حسب تعداد در نازل A

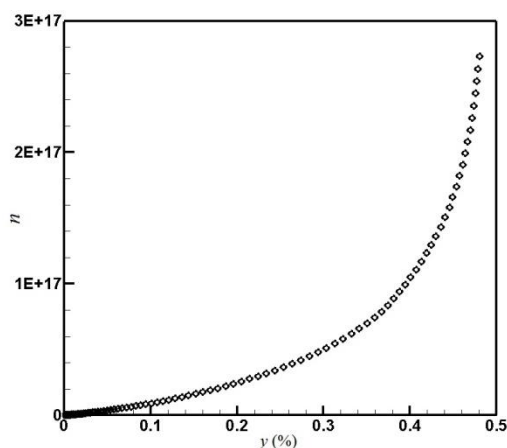


Fig. 13 Number of droplets against wetness fraction in nozzle A

شکل 13 تعداد قطرات هر گروه به کسر تری گروه‌ها در نازل A

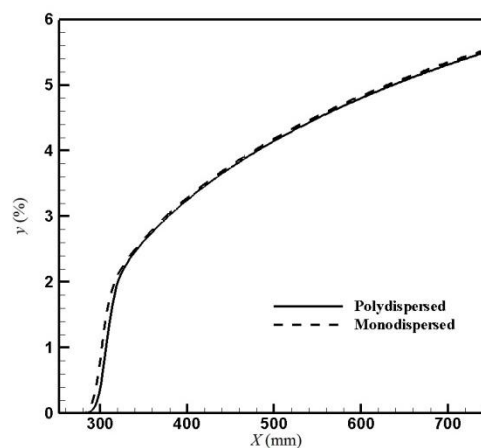


Fig. 11 Wetness fraction through the nozzle A

شکل 11 کسر تری در طول نازل A

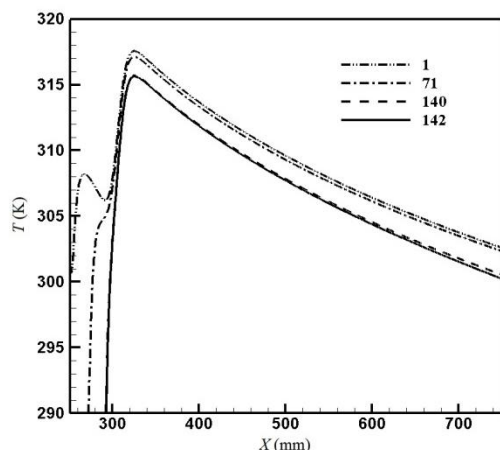
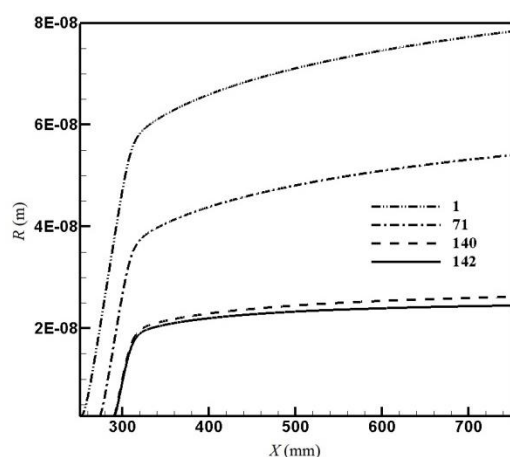


Fig. 16 Temperature and radius of groups 1, 71, 140 and 142 along nozzle A

شکل 16 دما و شعاع قطرات گروه های 1، 71، 140 و 142 در طول نازل A

بزرگتری نسبت به قطرات تشکیل شده در انتهای ناحیه جوانه زایی دارند. برای مقایسه بهتر، شعاع و دمای چند گروه انتخابی از قطرات در طول نازل های A و B در شکل های 16 و 17 رسم شده اند. همان طور که در نمودار دما مشخص است، دسته قطرات ابتدایی، شوک چگالش را کاملاً احساس می کنند. برای بررسی نتایج حاصل از روش چند شعاعی با نقطه ی تجربی نازل های مور، در انتهای هر المان از دسته قطرات تشکیل شده به روش میانگین گیری سطحی، میانگین گیری شده و یک شعاع میانگین برای تمام دسته قطرات به دست آمده است. این شعاع میانگین در شکل 18 با شعاع حاصل از روش تک شعاعی و نقطه ی تجربی مقایسه شده است. شعاع تجربی اندازه گیری شده در نازل A مور برابر 2.5×10^{-8} m است. شعاع میانگین حاصل از روش تک شعاعی در این نقطه، 3.21×10^{-8} m می باشد و این مقدار در روش چند شعاعی 2.85×10^{-8} m است. میزان خطا در روش تک شعاعی 28.4% و در روش چند شعاعی 14% است. شعاع تجربی اندازه گیری شده در نازل B مور برابر 5×10^{-8} m است. شعاع میانگین حاصل از روش تک شعاعی در این نقطه، 5.87×10^{-8} m می باشد و این مقدار در روش چند شعاعی 4.88×10^{-8} m است. میزان خطا در روش تک شعاعی 14.4% و در روش چند شعاعی 2.3% است. شعاع تجربی اندازه گیری شده در نازل C مور برابر

شکل 15 اندازه ی هر دسته قطره در انتهای نازل A

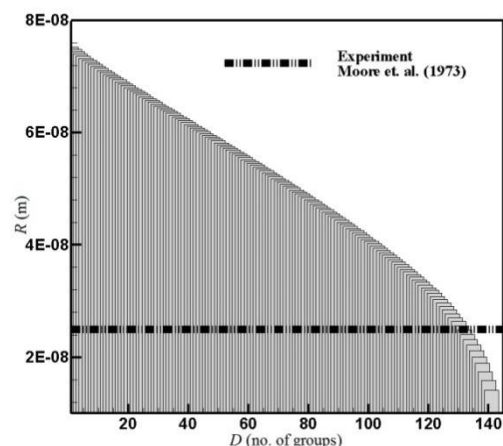


Fig. 14 Size of each group of droplets at the experiment point nozzle A
شکل 14 اندازه ی هر دسته قطره در نقطه ی تجربی نازل A

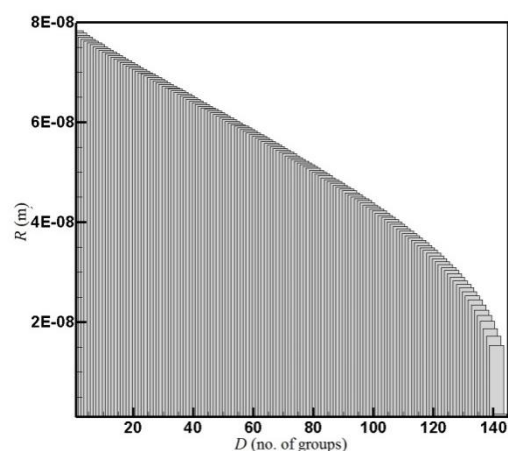
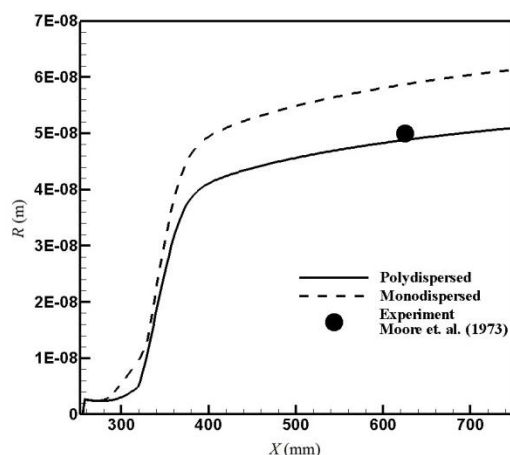
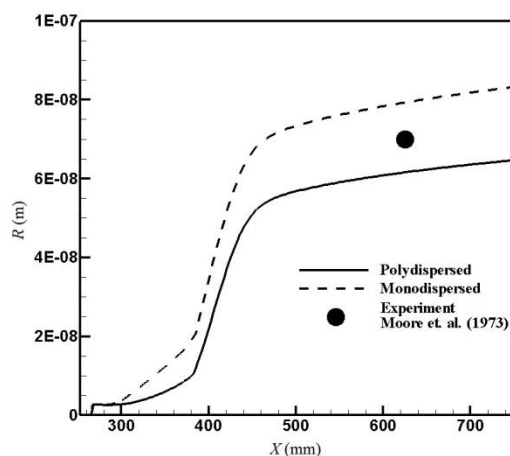


Fig. 15 Size of each group of droplets at the end of nozzle A
شکل 15 اندازه ی هر دسته قطره در انتهای نازل A

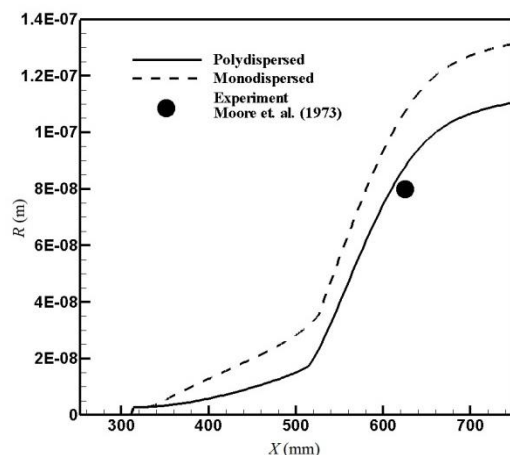
نزدیک تر است.



Nozzle B



Nozzle C



Nozzle D

Fig. 18 Comparison between averaged polydispersed and monodispersed radius and experiment data of Moore nozzles [12]

شکل 18 مقایسه شعاع میانگین حاصل از روش های چندشعاعی و تک شعاعی با نتایج تجربی نازل های مور [12]

روش های چندشعاعی و تک شعاعی با شواهد تجربی مقایسه گردید. نتایج نشان می دهد که شعاع پیش بینی شده برای قطرات از روش چندشعاعی، نسبت به روش تک شعاعی، به مقادیر تجربی نزدیک تر است. در مجموع می توان گفت که روش چندشعاعی در پیش بینی توزیع اندازه قطرات نسبت به روش تک شعاعی به واقعیت نزدیک تر است و مزیت دارد، اما باید این را نیز

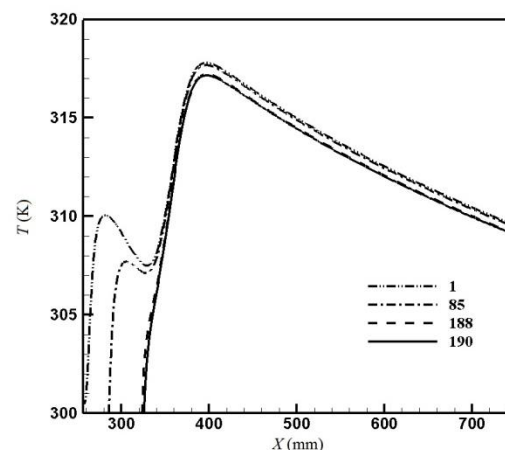
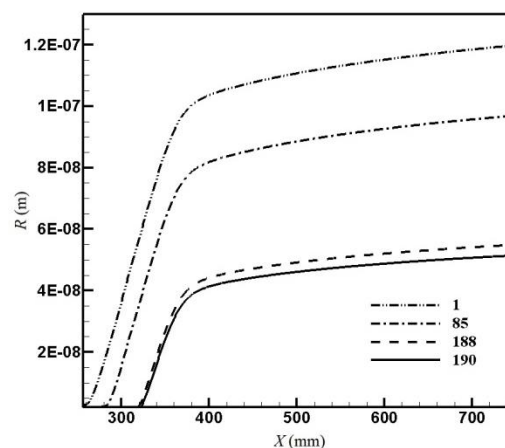
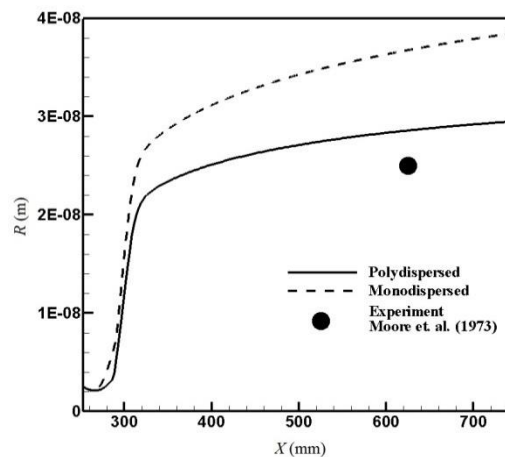


Fig. 17 Temperature and radius of groups 1, 85, 188 and 190 along nozzle B

شکل 17 دما و شعاع قطرات گروه های 1، 85، 188 و 190 در طول نازل B

8- نتیجه گیری

روش چندشعاعی و تک شعاعی برای مدل سازی قطرات مایع در جریان چگالشی بخار درون یک نازل همگرا-واگرای مافوق صوت بررسی گردید. روش چندشعاعی قادر است تا توزیع اندازه قطرات تشکیل شده در هر مقطع از شیپورهی همگرا-واگرا را در جریان بخار به دست دهد. برآورد دقیق از اندازه قطرات تشکیل شده در جریان بخار، می تواند به شناخت تلفات ترمودینامیکی در جریان بخار کمک کند. علاوه بر این نتایج حاصل از



Nozzle A

کسرتی	γ
توان دوم ماخ	Z
علائم یونانی	
ضریب انتقال حرارت	α
نسبت ظرفیت های حرارتی مخصوص	γ
ضریب انتقال حرارت رسانایی آب	λ
چگالی (kgm^{-3})	ρ
تنش سطحی	σ
بالانویس ها	
شرایط بحرانی	*
زیر نویس ها	
شرایط ورودی	0
خصوصیات گاز	G
خصوصیات مایع	L

10- مراجع

- [1] A. J. White, A comparison of modeling methods for polydispersed wet-steam flow, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 57, No. 6, pp. 819-834, 2003.
- [2] F. Bakhtar, J. B. Young, A. J. White, D. A. Simpson, Classical nucleation theory and its application to condensing steam flow calculations, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 219, No. 12, pp. 1315-1333, 2005.
- [3] J. B. Young, F. Bakhtar, A comparison between theoretical calculations and Experimental measurements of droplet sizes in nucleating steam flows, *Transactions of the Institute of Fluid-Flow Machinery*, Vol. 70, No. 3 pp. 259-276, 1976.
- [4] E. Amirirad, M. R. Mahpeykar, A. R. Teymourtash, Evaluation of simultaneous effects of inlet stagnation pressure and heat transfer on condensing water-vapor flow in a supersonic Laval nozzle, *Scientia Iranica, Transactions B: Mechanical Engineering*, Vol. 20, No. 1, pp. 141-151, 2013.
- [5] M. Talebi, E. Amirirad, M. R. Mahpeykar, Evaluation of different nucleation models and droplet radius averaging methods and their combination on condensing steam flow, *Mechanical Structures and Fluid*, Vol. 5, No. 1, pp. 193-209, 2014. (in Persian فارسی)
- [6] J. B. Young, Two-dimensional, nonequilibrium, wet-steam calculations for nozzles and turbines cascades, *Journal of Turbomachinery*, Vol. 114, No. 6, pp. 569-579, July 1992.
- [7] J. Halama, F. Benkhaldoun, Numerical modeling of two-phase transonic flow, *Mathematics and Computers in Simulation*, Vol. 80, No. 8, pp. 1624-1635, 2010.
- [8] F. T. Hughes, J. Starzmann, A. J. White, J. B. Young, A comparison of modeling techniques for polydispersed droplet spectra in steam turbines, *Journal of Engineering For Gas Turbines and Power*, Vol. 138, No. 9, pp. 1-9, 2016.
- [9] M. A. Faghih Aliabadi, M. R. Mahpeykar, Comparison between polydispersed and monodispersed models on condensing water-vapor flow in a supersonic convergent-divergent nozzle, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 3, pp. 19-30, 2017. (In Persian فارسی)
- [10] J. Rezazadeh, E. Lakzian, M. R. Mahpeykar, Effect of the droplet surface tension correction on nucleation condensing water vapor flow, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 2, pp. 264-274, 2016. (In Persian فارسی)
- [11] A. R. Teymourtash, J. Abolfazli Esfahani, S. A. Mousavi Shaegh, The effects of rate of expansion and injection of water droplets on the entropy generation of nucleating steam flow in a Laval nozzle, *Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 45, pp. 1185-1198, 2009.
- [12] M. J. Moore, P. T. Walters, R. I. Crane, B. J. Davidson, *Predicting the Fog Drop Size in Wet Steam Turbines*, Institute of Mechanical Engineers (UK), Wet Steam 4 Conference, University of Warwick, Vol. 73, No. 4, pp.37, 1973.

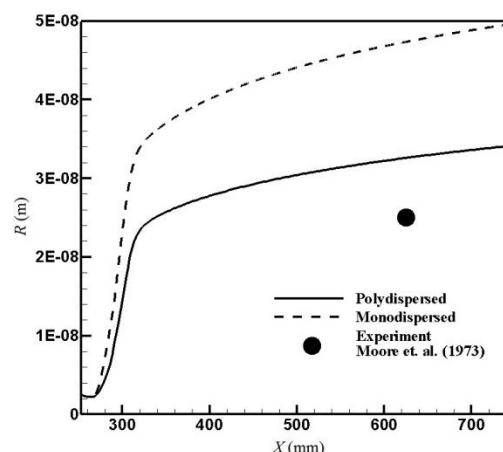


Fig. 19 Comparison between averaged polydispersed and monodispersed radius in Sauter method with experiment data of nozzle A Moore [12]

شکل 19 مقایسه شعاع میانگین ساوتر حاصل از روش های چندشعاعی و تک شعاعی با نتایج تجربی نازل A مور [12]

در نظر داشت که استفاده از این روش، موجب بیشتر شدن محاسبات نسبت به روش تک شعاعی می گردد.

9- فهرست علائم

مساحت (m^2)	A
سرعت صوت (ms^{-1})	a
حرارت مخصوص آب (Jkg^{-1})	C_L
تعداد دسته قطرات	D
قطر هیدرولیکی (m)	d_e
ضریب اصطکاک	f
انرژی آزاد گیبس (J)	G
انتالپی (Jkg^{-1})	h
نرخ جوانه زایی ($\text{nucleim}^{-3}\text{sec}^{-1}$)	J
ثابت بولتزمن	K
عدد نودسن	Kn
مسیر پویش آزاد مولکول های بخار (m)	$\bar{L}$
دبی جرمی (kgs^{-1})	M
عدد ماخ	Ma
تعداد مولکول ها، تعداد قطرات (No.s^{-1})	N
تعداد قطرات (kg^{-1})	n
فشار ($\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-2}$)	P
شعاع (m)	R
انتروپی ($\text{kJkg}^{-1}\text{K}^{-1}$)	s
دما (K)	T
سرعت (ms^{-1})	U