مجله مهندسی مکانیک مدرس، دی 1396، دوره 17، شماره 10، ص‌ص 65-72

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

تأثیر گره‌های کرنشی در برداشت انرژی تیر پیزوالکتریک با تحریک مودهای ارتعاشی

مجید جباری

استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد خمینی شهر، خمینی شهر
خمینی شهر، صندوق پستی 84175-119، jabbari@iaukhsh.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 28 خرداد 1396
پذیرش: 10 شهریور 1396
ارائه در سایت: 13 مهر 1396

کلید واژگان:
برداشت انرژی الکتریکی
گره‌های کرنشی
بار مقاومتی بهینه
توان الکتریکی
مودهای ارتعاشی

چکیده

برداشت انرژی الکتریکی از تیر یکسردرگیر پیزوالکتریک با تحریک مودهای ارتعاشی حاصل می‌گردد. مودهای ارتعاشی دارای گره‌های کرنشی است که توزیع کرنش در راستای تیر در این نقاط تغییر علامت می‌دهد. مودهای ارتعاشی تیر یکسردرگیر به جز اولین مود دارای گره‌های کرنشی مشخصی است. از نظر تئوری و تجربی نشان داده می‌شود که گره‌های کرنشی مودهای ارتعاشی با الکترودهای پیوسته باعث حذف ولتاژ خروجی الکتریکی می‌گردد. اگر از الکترودهای جداشده به جای الکترودهای پیوسته استفاده شود ولتاژ خروجی ناشی از تحریک دومین مود می‌تواند به طور قابل توجهی افزایش یابد. با استفاده از تئوری قانون گوس در معادله مدار لایه پیزوالکتریک تحت خمش دینامیکی، پاسخ ولتاژ ناشی از جفت‌شدگی الکترومکانیک حاصل می‌شود. یکی از پارامترهای مؤثر در پاسخ ولتاژ ترم جفت‌شدگی مودال است که علاوه‌بر وابستگی به هندسه، جنس و پارامترهای پیزوالکتریک تیر برداشت‌کننده انرژی، به تابع ویژه شیب خمش محاسبه شده در مرزهای الکترودها نیز وابسته است. اگر شیب‌ها در مرزهای الکترودهای پیوسته برای شکل مود مربوطه به یکدیگر نزدیک باشند، خروجی الکتریکی در آن مود بسیار کوچک خواهد بود. در این پژوهش با روش‌های تئوری و تجربی تأثیر گره‌های کرنشی در برداشت انرژی از تیر یکسردرگیر پیزوالکتریک در حالات فرکانس تحریک تشدید و غیرتشدید مورد بررسی واقع می‌شود. در عین حال تأثیر بار مقاومتی بر نتایج ولتاژ و توان خروجی و حصول بار مقاومتی بهینه مورد توجه قرار می‌گیرد.

The Effect of Strain Nodes on the Energy Harvesting of the Cantilever Piezoelectric Beam with the Vibration Mode Excitation

Majid Jabbari

Department of Mechanical Engineering, Khomeinishahr Branch, Islamic Azad University, Khomeinishahr/Isfahan, Iran
P.O.B. 84175-119 Khomeinishahr/Isfahan, Iran, jabbari@iaukhsh.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 18 June 2017
Accepted 01 September 2017
Available Online 05 October 2017

Keywords:
Energy Harvesting
Strain Nodes
Optimum Resistive
Electrical Power
Vibration Modes

ABSTRACT

The energy harvesting of a piezoelectric cantilever beam is obtained from the excitation of vibration modes. Vibration modes have strain nodes where the strain distribution changes in the direction of the beam length. Covering the strain nodes of the vibration modes with continuous electrodes effects a cancellation of the voltages outputs. The use of segmented electrodes prevents voltage cancellations for multi-mode vibration. The theory of Gauss law is presented for the voltage response due to the electro mechanic coupling. The effective parameter in the voltage response is the modal coupling term. This parameter depends on geometry, material, piezoelectric coefficients and the Eigen function of bending slope. If the slopes of the electrodes boundaries are close together, the electric response of vibration mode is very small. The resistive load affects the voltage and generated power. The optimum resistive load is considered for segmented and continuous electrodes, and then the power output is verified. One of the effective parameters on energy harvesting performance is the existence of concentrated mass. This topic is studied in this paper. Resonance and off-resonance cases are considered for the harvester. In this paper, both theoretical and experimental methods are used for satisfactory results.

1- مقدمه

برداشت انرژی از ارتعاشات سازه برای تجهیزات الکتریکی می‌تواند مفید و مناسب باشد. تحقیقات و مطالعات انجام‌شده نشان‌دهنده اهمیت این موضوع است. برداشت انرژی می‌تواند در تجهیزات و باطری‌های قابل شارژ و سنسورهای بی‌سیم به‌کار رود. تعدادی از تحقیقات در پارامترهای ابعادی، نوع ماده و تأثیر شکل سازه در عملکرد برداشت انرژی متمرکز شده‌اند.

رنو و همکاران [1] روش بیشینه‌کردن برداشت انرژی یک منبع انرژی را به وسیله بهینه‌کردن پارامترهای سازه‌ای پیشنهاد کردند. آن‌ها روش تحلیل توان حاصله از برداشت انرژی سیستم پیزوالکتریک را ارائه دادند. گاماتونی و همکاران [2] برداشت انرژی برای محدوده‌ای از فرکانس‌های تحریک را بیان کردند. در تحقیق انجام‌شده روش بیشینه‌کردن انرژی مورد توجه واقع شده است. الوین و همکاران [3] نتیجه گرفتند که بار یک غلطک می‌تواند کرنش مکانیکی برای برداشت انرژی تولید کند. آن‌ها از این موضوع برای شناسایی آسیب با استفاده از انرژی حاصله استفاده کردند. نافر و بین [4] کاربرد برداشت انرژی را در وسایل الکتریکی ارائه کردند. ایجاد توان برای سنسور بی‌سیم در تحقیق آن‌ها توضیح داده شد. گرانستروم و همکاران [5] به

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:

Majid Jabbari, The Effect of Strain Nodes on the Energy Harvesting of the Cantilever Piezoelectric Beam with the Vibration Mode Excitation, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 10, pp. 65-72, 2017 (in Persian)

برداشت انرژی از قطعات پیزوالکتریک در مود کشش پرداختند. به دست آوردن توان الکتریکی حاصل از کشش یک تسمه پلیمر پیزوالکتریک مورد توجه آن‌ها قرار گرفت. جین و همکاران [6] یک تولیدکننده الکتریکی ارائه کردند که از سازه پیزوالکتریک با غشاء نازک ساخته شده بود. این دستگاه مولد جریان الکتریکی برای سیستم میکروالکترومکانیک به‌کار برده شده است. زنگ و همکاران [7] از روش بهینه‌کردن هندسی برای برداشت انرژی تیر پیزوالکتریک به وسیله ضریب تبدیل انرژی استفاده کردند. مدار الکتریکی و بار استاتیکی محدودیت‌های این مطالعه است. ارترک و اینمان [8] مدل یک درجه آزادی و توزیع‌شده را برای برداشت انرژی از تیر یکسردرگیر با استفاده از تصحیح‌کننده ارائه دادند. آن‌ها با استفاده از روش تحلیلی پاسخ الکتریکی تیر پیزوالکتریک با تحریک‌کننده ارتعاشی را حاصل کردند. شن و همکاران [9] بررسی عملکرد برداشت انرژی از انواع مختلف مواد پیزوالکتریک را انجام دادند. در تحقیق آن‌ها مقایسه پاسخ الکتریکی برای انواع مواد مورد استفاده برای پیزوالکتریک‌ها ارائه شد. لی و همکاران [10] یک طراحی جدید برای برداشت انرژی از تیر پیزوالکتریک را بیان کردند که در مودهای چندگانه ارتعاشی سازه پیزوالکتریک به‌کار بردند.

اتمن و همکاران [11] تأثیر مبدل در بیشینه‌کردن توان حاصله یک دستگاه پیزوالکتریک را مورد تحقیق قرار دادند. در تحقیق آن‌ها نشان داده شده که مدار الکتریکی یکی از پارامترهای مؤثر برای بررسی عملکرد برداشت انرژی است. گوان و لیاو [12] تأثیر مدارهای الکتریکی در برداشت انرژی را نشان دادند. آن‌ها بیشینه‌کردن انرژی را با ذخیره انرژی الکتریکی در خازن و با استفاده از مدار الکتریکی حاصل کردند. روپ و همکاران [13] روش جدید طراحی برای برداشت انرژی از پوسته پیزوالکتریک با پارامترهای ماده پیزوالکتریک و بار مقاومتی در مدار الکتریک ارائه کردند.

علیقلی‌زاده و همکاران [14] به بررسی کنترل فعال ارتعاش تیر یکسردرگیر با وصله‌های پیزوالکتریک پرداختند. آن‌ها با روش تحلیلی در حل معادلات جفت‌شدگی الکترمکانیک، امکان بهینه‌سازی هم‌زمان طول و مکان عملگر پیزوالکتریک به صورت پیوسته را ارائه کردند. کاغذیان و همکاران [15] به مطالعه ارتعاشات آزاد غیرخطی نانو عملگر پیزوالکتریک دوشکلی پرداختند. در تحقیق آن‌ها از الاستیسیته غیرموضعی و تئوری تیر اویلر برنولی برای استخراج معادلات ارتعاشات غیرخطی استفاده شده که نتایج خیز استاتیکی و فرکانس طبیعی حاصل شده است. جباری و همکاران [16] به تحلیل دینامیکی تیر غیرخطی پیزوالکتریک با استفاده از روش اجزای محدود در حالات گذرا و دائمی پرداختند. در شرایط گذرا رفتار سازه به طور مشخصی نسبت به حالت دائمی تغییر می‌کند. پارامتر دیگر برای بررسی عملکرد برداشت‌کننده انرژی در تیر پیزوالکتریک وجود گره‌های کرنشی در شکل مودهای ارتعاشی است. کراولی و لوییس [17] تأثیر گره‌های کرنشی در عملکرد محرک‌ها را توضیح دادند. طبق تحقیق آن‌ها موقعیت محرک باید از این نقاط دور باشد. در غیر این صورت نیروی حاصله به وسیله محرک کاهش می‌یابد، زیرا یک بخش محرک خلاف جهت دیگر بخش‌ها عمل می‌کند؛ بنابراین نیاز است از محرک‌های جداشده برای کنترل سازه انعطاف‌پذیر استفاده شود.

در این تحقیق نشان داده می‌شود که پوشش گره‌های کرنشی مودهای ارتعاشی با الکترودهای پیوسته سبب ایجاد پدیده حذف ولتاژ خروجی می‌شود. پدیده حذف ولتاژ به حالتی گفته می‌شود که در طول الکترود، پتانسیل الکتریکی مثبت و منفی ایجاد گردد و در این حالت با توجه به پیوستگی الکترود، پتانسیل‌های الکتریکی یکدیگر را خنثی می‌کنند. با استفاده از تئوری قانون گوس در معادله مدار لایه پیزوالکتریک تحت خمش دینامیکی، پاسخ ولتاژ ناشی از جفت‌شدگی الکترومکانیک حاصل می‌شود. استفاده از الکترودهای جداشده از ایجاد پدیده حذف ولتاژ در ارتعاشات چند مودی جلوگیری می‌کند. تیر دوشکلی یکسردرگیر با الکترود پیوسته و تیر دوشکلی با الکترودهای جداشده در حالات تحریک تشدید و غیرتشدید مورد استفاده برای این تحقیق خواهد بود. در عین حال تأثیر بار مقاومتی بر نتایج ولتاژ و توان خروجی و حصول بار مقاومتی بهینه مورد توجه قرار می‌گیرد.

2- تئوری

مودهای ارتعاشی تیر یکسردرگیر به جز اولین مود دارای گره‌های کرنشی مشخصی است که در آن‌ها توزیع کرنش دینامیکی در جهت طول تیر تغییر می‌کند. به طور تئوری و تجربی نشان داده می‌شود که گره‌های کرنشی مودهای ارتعاشی با الکترودهای پیوسته سبب حذف ولتاژ خروجی الکتریکی می‌گردد. معادله مدار لایه پیزوالکتریک تحت خمش دینامیکی با استفاده از قانون گوس و با توجه به شکل 1 به صورت رابطه (1) ارائه می‌شود [18].

$$\frac{d}{dt}\left(\int_A D\cdot n dA\right)=\frac{v(t)}{R_l} \tag{1}$$

که D بردار جابه‌جایی الکتریکی در لایه پیزوالکتریک، $v(t)$ ولتاژ حاصله، R_l بار مقاومتی و n بردار نرمال بوده و انتگرال بر سطح الکترود خواهد بود. به این ترتیب تنها مؤلفه D_3 از بردار D که در راستای عمود بر صفحه است، در محاسبه انتگرال استفاده می‌گردد.

طبق رابطه (2) کرنش محوری در یک سطح مشخص z از محور خنثی تیر چند لایه‌ای متناسب با انحنا تیر در آن موقعیت است.

$$s_1(x,y,t)=-z\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \tag{2}$$

w تابع تغییر شکل و s_1 تابع کرنش است که به صورت روابط (4,3) به دست می‌آید.

$$D_3=e_{31}s_1^p+\varepsilon_{33}^s E_3 \tag{3}$$

$$E_3(t)=\frac{-v(t)}{2h_p} \tag{4}$$

D_3 بردار جابه‌جایی الکتریکی در راستای عمود بر صفحه در لایه پیزوالکتریک، e_{31} ضریب پیزوالکتریک، ε_{33}^s ضریب دی‌الکتریک، h_p ضخامت لایه پیزوالکتریک، E_3 میدان الکتریکی و s_1^p کرنش لایه پیزوالکتریک است.

رابطه (3) به عنوان معادله ساختاری پیزوالکتریک و رابطه (4) بیان میدان الکتریکی است که با استفاده از روابط (4,3) برای حالت مدار الکتریکی با اتصال سری رابطه (5) حاصل می‌شود [19].

Fig.1 The bimorph beam with substructure and electrical circuit [18]

شکل 1 تیر پیزوالکتریک با مدار الکتریکی [18]

$$\frac{\varepsilon_{33}^{s}bL}{h_p}\frac{dv(t)}{dt}+\frac{v(t)}{R_l}=-e_{31}\frac{h_p}{2}b\int_0^L\frac{\partial^3 w(x,t)}{\partial x^2\partial t}dx \tag{5}$$

b عرض تیر و L طول تیر است. می‌توان از حالت بسط مودال پاسخ ارتعاشی عرضی را به صورت روابط (7-10) حاصل نمود.

$$w(x,t)=\sum_{r=1}^{\infty}\varphi_r(x)\tau_r(t) \tag{6}$$

$$\frac{\varepsilon_{33}^{s}bL}{h_p}\frac{dv(t)}{dt}+\frac{v(t)}{R_l}=\sum_{r=1}^{\infty}\theta_r\frac{d\tau_r(t)}{dt} \tag{7}$$

$$C_p^{\mathrm{eq}}=\frac{\varepsilon_{33}^{s}bL}{h_p} \tag{8}$$

$$\theta_r=-e_{31}\frac{h_p}{2}b\int_0^L\frac{d^2\varphi_r(x)}{dx^2}dx=-e_{31}\frac{h_p}{2}b\frac{d\varphi_r(x)}{dx}\bigg|_{x=L} \tag{9}$$

$$R_{\mathrm{opt}}=\frac{\sqrt{1+s^2}}{\omega C_p^{\mathrm{eq}}} \tag{10}$$

$\tau_r(t)$ تابع پارامتر زمان، φ_r تابع شکل مودال، C_p^{eq} ظرفیت الکتریکی، ω فرکانس تحریک، s ضریب از دست دادن انرژی و R_{opt} بار مقاومتی بهینه [19] است.

پاسخ سرعت $d\varphi_r(x)/dx$ یکی از خروجی‌های سیستم در اثر تحریک ارتعاشی پایه تیر است و با تغییر پاسخ ولتاژ ناشی از جفت‌شدگی الکترومکانیک تغییر می‌کند. یکی از ترم‌های بحرانی پارامتر جفت‌شدگی مودال θ_r است و این ترم تابعی است که علاوه‌بر وابستگی به هندسه، جنس و پارامترهای پیزوالکتریک تیر برداشت‌کننده انرژی به تابع ویژه شیب خمش (چرخش مقطع عرضی) در الکترودها نیز وابسته است. با توجه به این‌که فرض می‌شود هر الکترودی سطح لایه پیزوالکتریک را پوشش می‌دهد و از آن‌جایی که شیب در انتهای تکیه‌گاه ثابت صفر است؛ بنابراین مقدار تابع θ_r بستگی به شیب انتهای آزاد دارد. در عین حال ترم جفت‌شدگی الکترومکانیک مودال به ناحیه تحت پوشش به وسیله الکترودها روی سطح پیزوالکتریک وابسته است. اگر اختلاف شیب‌ها در مرزهای الکترودها برای آن مود بزرگ باشد مقدار این تابع در رابطه (2) از مود ارتعاشی r-ام نیز بزرگ خواهد بود. به عنوان یک نتیجه بستگی به موقعیت الکترودها، جفت‌شدگی الکترومکانیک مودال در مود ارتعاشی خاصی می‌تواند بزرگ و یا کوچک باشد.

اگر هدف مورد نظر برداشت انرژی از مود ارتعاشی مشخصی باشد و این مود با تحریک سیستم به صورت هارمونیک در فرکانس طبیعی r-ام حاصل شود، در این صورت بخش اصلی تابع θ_r در مدار از ترم r-ام رابطه حاصل می‌گردد. بنابراین رابطه (7) به صورت رابطه (11) تبدیل می‌شود.

$$C_p^{\mathrm{eq}}\frac{dv(t)}{dt}+\frac{v(t)}{R_l}=\theta_r A_r e^{j\omega_r t}\quad A_r=j\omega H_r \tag{11}$$

که $A_r e^{j\omega_r t}$ پاسخ سرعت مودال و H_r پارامتر وابسته به تابع زمانی است. این تابع در واقع یک تابع پاسخ ولتاژ ارائه شده به وسیله $v(t)$ است؛ بنابراین اگر تیر تحت تحریک تشدید مرتعش شود مدار الکتریکی بستگی به شکل مود مربوطه به صورت رابطه (12) رفتار خواهد کرد.

$$\tau_r(t)=H_r e^{j\omega t},\quad v(t)=Ve^{j\omega t},\quad f=F_r e^{j\omega t} \tag{12}$$

با به‌کارگیری رابطه (12) در معادلات الکترومکانیک روابط (13-15) حاصل می‌گردد.

$$(\omega_r^2-\omega^2+j2\xi_r\omega_r\omega)H_r+\theta_r V=F_r \tag{13}$$

$$\left(\frac{1}{R_l}+j\omega C_p^{\mathrm{eq}}\right)V-j\omega\sum_{r=1}^{\infty}\theta_r H_r=0 \tag{14}$$

$$F_r=\rho_p bHa_d \tag{15}$$

a_d دامنه شتاب تحریک، t زمان، ρ_p دانسیته لایه پیزوالکتریک، ξ_r نسبت میرایی، ω_r فرکانس طبیعی تیر و H ضخامت تیر است. بزرگ‌بودن θ_r سبب تحریک قوی‌تر مدار خواهد شد؛ بنابراین شیب خمش (چرخش مقطع عرضی) در الکترودها پارامتر مؤثری در برداشت انرژی پیزوالکتریک است.

اگر شیب‌ها در مرزهای الکترودهای پیوسته برای شکل مود مربوطه خیلی به یکدیگر نزدیک باشد خروجی الکتریکی در آن مود بسیار کوچک خواهد بود. تجربه نشان می‌دهد که شرایط مرزی خاصی مانند تکیه‌گاه ثابت-ثابت با الکترودهای پیوسته برای برداشت انرژی مناسب نیست. فیزیک این مسأله مربوط به توزیع کرنش در طول تیر است. اگر علامت توزیع کرنش در طول تیر تغییر کند شرایط حذف خروجی الکتریکی در شارژ به‌دست‌آمده به وسیله الکترودهای پیوسته ایجاد می‌گردد. طبق رابطه (9) پاسخ ولتاژ بستگی به انتگرال تابع ویژه انحنا دارد. اگر علامت انحنا برای یک مود ارتعاشی تغییر کند شارژ الکتریکی خالص ناشی از حذف مساحت‌های مثبت و منفی در نمودار تابع شکل انحنا در طول تیر کاهش می‌یابد؛ بنابراین حل فیزیکی که به بررسی انتگرال تکه‌های الکترودها می‌پردازد نسبت به الکترودهای پیوسته ترجیح داده می‌شود.

در برداشت انرژی از ارتعاشات خمشی تیر یکسردرگیر موقعیت الکترودها و لایه‌های پیزوالکتریک می‌تواند خیلی مهم باشد. موقعیت‌ها در تیر که علامت توزیع کرنش خمشی (در یک سطح ثابت ازمحور خنثی) برای یک مود ارتعاشی تغییر می‌کند را گره کرنشی می‌نامند. به دلیل این‌که کرنش خمشی در هر نقطه با انحنا در تئوری تیر نازک متناسب است، گره‌های کرنشی مود ارتعاشی، نقاط تغییر جهت انحنا توابع ویژه مربوطه است. موقعیت گره‌های کرنشی برای تیر یکسردرگیر بر پایه تئوری اویلر- برنولی ارائه می‌گردد. نتیجه تابع ویژه نرمالایزشده مود ارتعاشی r-ام به صورت روابط (17,16) است.

$$\varphi(x)=\sqrt{\frac{1}{mL}}\left[\cosh\frac{\lambda_r}{L}x-\cos\frac{\lambda_r}{L}x-\sigma_r\left(\sinh\frac{\lambda_r}{L}x-\sin\frac{\lambda_r}{L}x\right)\right] \tag{16}$$

$$\sigma_r=\frac{\sinh\lambda_r-\sin\lambda_r}{\cosh\lambda_r+\cos\lambda_r} \tag{17}$$

λ_r مقدار فرکانس ویژه تیر و m جرم تیر است.

با استفاده از رابطه (18) فرکانس‌های طبیعی تیر برداشت انرژی در شرایط مدار کوتاه حاصل می‌گردد.

$$\omega_r=\lambda_r^2\sqrt{\frac{YI}{mL^4}}\qquad m=b(2\rho_p h_p)\quad YI=\frac{2b}{3}(h_p)^3 \tag{18}$$

شکل 2 تغییرات کرنش $\bar{\varepsilon}$ برای مود اول تا چهارم را برحسب موقعیت نسبت طولی $\bar{x}=x/L$ نشان می‌دهد. برای تیر یکسردرگیر همه مودهای ارتعاشی به جز مود اول دارای گره کرنشی است. موقعیت گره کرنشی در مود دوم $\bar{x}=0.2165$ موقعیت جدایش الکترودها خواهد بود. در این حالت اگر الکترود به طور پیوسته باشد، مساحت منفی منحنی کرنش در $0\le\bar{x}\le 0.2165$ باعث حذف مساحت مثبت $0.2165\le\bar{x}\le 1$ و باعث کاهش ولتاژ خروجی در برداشت انرژی می‌شود. مود سوم ارتعاشی دارای دو گره کرنشی در موقعیت‌های نسبت طولی $\bar{x}=0.1323, 0.4965$ است.

براساس رابطه (6) ظرفیت الکتریکی با پارامترهای طول، عرض و ضخامت الکترودها و ضریب دی‌الکتریک حاصل می‌شود.

Fig. 2 The strain mode shape of the cantilevered beam

شکل 2 تغییرات کرنش در طول تیر، برای مود اول تا چهارم

3- نمونه مورد آزمایش و تحلیل

تیر دوشکلی[1] پیزوالکتریک تهیه شده از شرکت USTC[2] با خصوصیات ارائه شده از طرف سازنده در شکل 3 نشان داده شده است. تیر دوشکلی با اتصال سری و با ضخامت 0.76mm، طول 40mm، عرض 7.1mm و با وزن 1.67gr با تکیه‌گاه صلب پلی‌کربنات است. مشخصات تیر دوشکلی در جدول 1 نشان داده شده است [19].

تحقیقات انجام شده از دو بخش تئوری و تجربی تشکیل شده است. محاسبه موقعیت گره‌های کرنشی و مقدار بار مقاومتی و توان حاصله از روابط تئوری به‌دست‌آمده و نتایج ولتاژ در حالات مدار باز و با بار مقاومتی از روش آزمایش حاصل شده است. در اجرای آزمایش شرایط الکترودهای جداشده و الکترودهای پیوسته در تیر دوشکلی در نظر گرفته می‌شود و برداشت انرژی در آن‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرد.

تحریک تیر دوشکلی در فرکانس‌های اول، دوم و سوم به وسیله لرزاننده انجام می‌گیرد. از آن‌جایی که هدف اصلی نشان‌دادن اهمیت گره‌های کرنشی در برداشت انرژی به وسیله تیردوشکلی یکسردرگیر است؛ بنابراین ابعاد تیر به نوعی انتخاب شده تا شرایط تیر اویلر- برنولی حاصل شود.

سه مود ارتعاشی اول برای نشان دادن شرایط حذف ولتاژ در مودهای ارتعاشی درنظر گرفته می‌شود. باید توجه کرد که هدف بررسی حذف ارتعاشی در تحریک مودها که در تئوری مورد انتظار است. در اولین مود ارتعاشی هیچ گره کرنشی وجود ندارد و مبحث گره‌های کرنشی در مودهای دوم به بالاست. با توجه به موقعیت‌های گره‌های کرنشی، الکترودها برش خواهند داشت و براساس مود دوم به دو بخش و با توجه به مود سوم به سه بخش تقسیم می‌شوند. به این ترتیب الکترود تیر دوشکلی در موقعیت‌های به نسبت طولی $\bar{x} = 0.1323, 0.2165, 0.4965$ برش می‌شود (شکل 3). این برش الکترود در هر دو لایه بالا و پایین رخ داده است. برش الکترودها براساس موقعیت گره‌های کرنشی به وسیله اسید نیتریک (تیزاب) انجام می‌گیرد.

جهت بررسی برداشت انرژی از مقاومت باری بهینه برای هر بخش الکترودها استفاده می‌شود تا مقدار توان بیشینه حاصل شود. نتایج حاصله برای بخش‌های جداشده شامل ولتاژ و توان منتقل شده به مقاومت باری بهینه خواهد بود و با استفاده از یکسوکننده می‌توان ولتاژهای حاصله را با یکدیگر ترکیب کرد.

شماتیک اجرای آزمایش و تجهیزات مورد نیاز در شکل 4 نشان داده شده است.

جدول 1 مشخصات تیر دوشکلی

Table 1 The properties material of specimen

دانسیته (kg/m^3)	ظرفیت الکتریکی (nF)	ضریب نرمی الاستیک لایه پیزوالکتریک ($\times10^{-12}m^2/N$)	ضریب نسبی دی‌الکتریک (ε_r)	ضریب کرنش پیزوالکتریک ($\times10^{-12}m/v$)
7750	16	15	2400	-210

[1] Bimorph
[2] Ultrasonic Science and Technology Company

4- پاسخ الکتریکی در اثر تحریک فرکانس تشدید

جهت محاسبه بار مقاومتی نیاز به یافتن ظرفیت الکتریکی است که براساس مشخصات ابعادی الکترودها و لایه‌های پیزوالکتریک برای هر بخش از جدایش الکترودها می‌توان ظرفیت الکتریکی و بار مقاومتی بهینه را حاصل کرد. جدول 2 نتایج فرکانس‌های طبیعی تیر پیزوالکتریک در روش‌های تئوری و تجربی را نشان می‌دهد.

Fig. 3 The position of the strain nodes and the segmented electrodes

شکل 3 نمونه آزمایش و موقعیت گره‌های کرنشی

Fig. 4 The experimental setup equipment

شکل 4 شماتیک اجرای آزمایش و تجهیزات مورد نیاز

جدول 2 سه مود ارتعاشی اول در روش‌های عددی و تجربی

Table 2 The results of frequency in experimental and numerical methods

فرکانس	مقدار فرکانس (Hz) در حالت بدون جرم	
	روش تجربی	روش عددی
اول	263.5	264.3
دوم	1361	1374
سوم	4751	4802

در محاسبه بار مقاومتی بهینه، مقدار ضریب از دست‌دادن انرژی 0.01 در نظر گرفته شده است. تحریک اعمال شده در پایه تیر دوشکلی به وسیله شیکر در حالت هارمونیک خواهد بود. بار تحریک با دامنه شتاب ورودی $45m/s^2$ به طور هارمونیک در حالات مختلف اعمال می‌شود. اگر تیر دوشکلی به وسیله مود ارتعاشی اول تحریک شود گره کرنشی در طول تیر ایجاد نمی‌شود. در این حالت دامنه پاسخ ولتاژ در الکترود پیوسته باید معادل ترکیب دامنه پاسخ‌های ولتاژ در الکترودهای جدا شده باشد. پاسخ ولتاژ برای بخش‌های جداشده الکترودها و الکترود پیوسته در جدول 3 نشان داده شده است. طبق نتایج حاصله ملاحظه می‌شود که دامنه ولتاژ الکترود پیوسته نزدیک به الکترودهای جداشده در مود اول است. وجود فضای کوچکی بین الکترودهای جداشده سبب اختلاف ناچیز در این دو حالت شده است. به هر حال نتایج نشان می‌دهد الکترود پیوسته برای برداشت انرژی در حالت مود اول ارتعاشی مناسب است.

اگر تیر دوشکلی به وسیله مود ارتعاشی دوم مرتعش شود گره کرنشی در موقعیت x=8.7mm در طول تیر ایجاد می‌شود. در این وضعیت الکترود جداشده بخش‌های 1 و 2 در شرایط فشار و بخش‌های 3 و4 در شرایط کشش و سپس در حالت عکس واقع می‌گردند؛ بنابراین ولتاژ بخش‌های 1 و 2 دارای 180 درجه اختلاف فاز با ولتاژ ایجاد شده بخش‌های 3 و 4 است. در حالت الکترود پیوسته، تغییر فاز در گره کرنشی سبب ایجاد پدیده حذف ولتاژ می‌شود. بیشترین پاسخ ولتاژ از جمع قدرمطلق دامنه ولتاژ الکترودهای جداشده حاصله در طرفین گره کرنشی در موقعیت x=8.7mm به‌دست می‌آید. طبق نتایج حاصله دامنه ولتاژ الکترودهای جداشده بیش از 2 برابر دامنه ولتاژ الکترود پیوسته است. برای این حالت پاسخ ولتاژ برای بخش‌های جداشده الکترودها و الکترود پیوسته در شکل 5 نشان داده شده است.

جدول 3 پاسخ ولتاژ برای بخش‌های جداشده الکترودها و الکترود پیوسته

Table 3 The results of the amplitude of the voltage response

ID	دامنه ولتاژ در مود اول (mV)	دامنه ولتاژ در مود دوم (mV)	دامنه ولتاژ در مود سوم (mV)
1	12.2	5.09	1.61
2	6.0	0.89	-0.49
3	14.3	-5.59	-3.3
4	8.1	-10.04	5.38
بدون جدایش	41.4	-9.65	3.2

Fig. 5 The amplitude of the voltage response of the segmented electrodes and the continued electrode at the second natural frequency

شکل 5 پاسخ ولتاژ برای بخش‌های جداشده الکترودها و الکترود پیوسته در مود دوم

اگر تیر دوشکلی به وسیله مود ارتعاشی سوم مرتعش گردد گره‌های کرنشی در موقعیت‌های x=0.94 3.5mm در طول تیر ایجاد می‌شوند. برای این حالت پاسخ ولتاژ برای بخش‌های جداشده الکترودها و الکترود پیوسته در جدول 3 نشان داده شده است. در حالتی که تیر در سومین فرکانس طبیعی آن تحریک می‌گردد بخش‌های 1 و 4 در شرایط فشار و بخش‌های 3 و 2 در شرایط کشش و سپس در حالت عکس واقع می‌گردند؛ بنابراین ولتاژ بخش‌های 1 و 4 دارای 180 درجه اختلاف فاز با ولتاژ ایجاد شده بخش‌های 3 و 2 است. شکل 6 پاسخ ولتاژ الکترود پیوسته و الکترودهای جداشده را نشان می‌دهد. در حالت الکترود پیوسته تغییر فاز در گره کرنشی باعث ایجاد پدیده حذف ولتاژ می‌شود. بیشترین پاسخ ولتاژ از جمع قدرمطلق دامنه ولتاژ الکترودهای جداشده حاصله در طرفین گره‌های کرنشی در موقعیت‌های x=0.94 3.5 mm به‌دست می‌آید. طبق نتایج حاصله دامنه ولتاژ الکترودهای جداشده بیش از 3.3 برابر دامنه ولتاژ الکترود پیوسته است.

با توجه به نتایج حاصله برای تحریک در مودهای دوم و سوم طبیعی تیر دوشکلی، پاسخ ولتاژ الکترود پیوسته کمتر از حالت الکترودهای جداشده است و بنابراین الکترود پیوسته برای دریافت ولتاژ با تحریک فرکانس‌های دوم و سوم مناسب نیست.

5- پاسخ الکتریکی در اثر تحریک فرکانس غیرتشدید

در این حالت انرژی الکتریکی به بار مقاومتی منتقل می‌شود. در حالت غیرتشدید فرکانس تحریک نزدیک فرکانس تشدید نیست. در حالت غیرتشدید بار تحریک با دامنه شتاب ورودی $90m/s^2$ به طور هارمونیک اعمال می‌شود.

برای بررسی توان حاصله در بار مقاومتی برای حالات مدل پیوسته و جدایش الکترودها در محدوده فرکانس غیرتشدید از فرکانس 240Hz به عنوان فرکانس اول تحریک کمتر از فرکانس طبیعی اول (264.3Hz) استفاده می‌شود. ولتاژ و توان خروجی طبق روابط به مقدار بار مقاومتی بستگی دارد. بار مقاومتی مورد نظر به صورت بهینه برای الکترود پیوسته و الکترودهای جداشده طبق رابطه (10) انتخاب شده است. نتایج توان حاصله در فرکانس‌های تحریک غیرتشدید با بار مقاومتی بهینه برای الکترود پیوسته و جداشده در جدول‌های 4-6 ارائه شده است. طبق نتایج توان تولیدشده الکترود پیوسته بیش از 14 برابر توان حاصله از الکترودهای جداشده است.

فرکانس دوم غیرتشدید مقدار 1250Hz کمتر از فرکانس طبیعی دوم (1374Hz) انتخاب شده است. طبق نتایج به‌دست‌آمده توان تولیدشده الکترود پیوسته بیش از 1.4 برابر حالت الکترودهای جداشده با بار مقاومتی بهینه است.

Fig. 6 The amplitude of the voltage response of the segmented electrodes and the continued electrode at the third natural frequency

شکل 6 پاسخ ولتاژ برای بخش‌های جداشده الکترودها و الکترود پیوسته در مود سوم

فرکانس سوم غیرتشدید مقدار 4350Hz کمتر از فرکانس طبیعی سوم (4802Hz) در نظر گرفته شده است. طبق نتایج به‌دست‌آمده توان تولیدشده الکترودهای جداشده بیش از 1.7 برابر حالت الکترود پیوسته با بار مقاومتی بهینه است.

دامنه ولتاژ الکترودهای جداشده در فرکانس‌های تحریک 240، 1250 و 4350Hz حاصل شده است. طبق نتایج بیشترین ولتاژ خروجی در فرکانس 240Hz مربوط به الکترود جداشده شماره 3 است. در فرکانس تحریک 1250 و 4350Hz بیشترین مقدار دامنه ولتاژ مربوط به الکترود جداشده شماره 4 حاصل شده است. دلیل این موضوع مربوط به انحنا الکترودهای جداشده در مودهای ارتعاشی است. شکل 7 مقایسه دامنه‌های ولتاژ الکترودهای پیوسته و جداشده برای فرکانس‌های تحریک 240، 1250 و 4350Hz را ارائه می‌کند. نتایج توان حاصله برای الکترودهای جداشده و پیوسته در شکل 8 نشان می‌دهد بیشترین توان حاصله برای فرکانس 240Hz مربوط به الکترود جداشده شماره 3 و برای فرکانس‌های 1250 و 4350Hz مربوط به الکترود شماره 4 است.

این نکته را باید توجه کرد که تحریک تیر با فرکانس مورد نظر به جز فرکانس طبیعی باعث تغییر موقعیت گره‌های کرنشی خواهد شد و مسلم در نتایج ولتاژ الکترودهای جداشده تأثیرگذار خواهد بود و از این تغییر موقعیت گره‌ها صرف نظر می‌شود.

از لحاظ تئوری هر اندازه ظرفیت الکتریکی کاهش یابد ولتاژ حاصله بیشتر است و هر چه ظرفیت الکتریکی کاهش یابد، مقاومت بهینه و توان الکتریکی افزایش می‌یابد.

جدول 4 نتایج توان حاصله در بار مقاومتی بهینه در فرکانس غیرتشدید اول

Table 4 The results of the generated power in the optimum resistive load at the first off-resonance frequency

نوع روش	ID	توان بیشینه در مود اول $\times10^{-11}$ (W)	مجموع توان در مود اول $\times10^{-11}$ (W)
روش جدایش الکترودها	1	0.065	0.3825
	2	0.01	
	3	0.19	
	4	0.1175	
بدون جدایش		5.534	5.534

جدول 5 نتایج توان حاصله در بار مقاومتی بهینه در فرکانس غیرتشدید دوم

Table 5 The results of the generated power in the optimum resistive load at the second off-resonance frequency

نوع روش	ID	توان بیشینه در مود دوم $\times10^{-11}$ (W)	مجموع توان در مود دوم $\times10^{-11}$ (W)
روش جدایش الکترودها	1	0.06	1.07
	2	0.0012	
	3	0.146	
	4	0.86	
بدون جدایش		1.55	1.55

جدول 6 نتایج توان حاصله در بار مقاومتی بهینه در فرکانس غیرتشدید سوم

Table 6 The results of the generated power in the optimum resistive load at the third off-resonance frequency

نوع روش	ID	توان بیشینه در مود سوم $\times10^{-11}$ (W)	مجموع توان در مود سوم $\times10^{-11}$ (W)
روش جدایش الکترودها	1	0.02	1.04
	2	0.001	
	3	0.18	
	4	0.842	
بدون جدایش		0.591	0.591

Fig. 7 the voltage amplitudes of the continues electrode and the segmented electrodes for excitation frequencies of 240, 1250 and 4350Hz

شکل 7 دامنه‌های ولتاژ الکترودهای پیوسته و جداشده

Fig. 8 The generated power between the continuous electrode and combination of segmented electrodes

شکل 8 توان تولیدشده بین الکترود پیوسته و ترکیب الکترودهای جداشده

6- حالت وجود جرم متمرکز در انتهای تیر دوشکلی با تحریک تشدید

وجود جرم متمرکز در انتهای تیر باعث تغییر موقعیت گره‌های کرنشی می‌گردد. جرم متمرکزی با وزن 0.4 گرم واقع در انتهای تیر در نظر گرفته شده است. این نکته قابل بیان است که نیروی تحریک با دامنه یکسان در دو حالت وجود جرم و بدون جرم متمرکز بر تیر اعمال می‌شود. در این وضعیت موقعیت نسبی گره‌های کرنشی برای مود دوم 0.2427 و برای مود سوم 0.1436 و 0.5369 حاصل شده است. در تیر دوشکلی منتخب خصوصیات ابعادی و ظرفیت الکتریکی لایه پیزوالکتریک در الکترودهای جداشده در جدول 7 ارائه شده است.

پاسخ ولتاژ با نیروی تحریک اعمال‌شده برای حالت وجود جرم متمرکز در انتهای تیر در جدول 8 بیان شده است. وجود جرم متمرکز در انتهای تیر سبب تغییر در پاسخ ولتاژ برای اولین سه مود فرکانس طبیعی می‌شود.

گرچه وجود جرم متمرکز باعث تغییر در موقعیت گره‌های کرنشی می‌شود، ولی در نسبت افزایش ولتاژ (بین دو حالت الکترودهای جداشده با الکترود پیوسته) در مود دوم و مود سوم با وضعیت بدون جرم متمرکز تغییری حاصل نمی‌کند. در حالت کلی وجود جرم متمرکز در انتهای تیر سبب کاهش فرکانس تشدید شده و در نتیجه کاهش ولتاژ خروجی در هر سه

جدول 7 خصوصیات ابعادی و ظرفیت الکتریکی الکترودهای جداشده

Table 7 The dimensions and the electrical capacitance of the divided electrodes

ID	$\bar{x}$	B(mm)	b(mm)	h_p(mm)	C_p^{eq} (nF)
1	0.1436	5.744	7.1	0.38	2.28
2	0.2427	3.964	7.1	0.38	1.574
3	0.5369	11.768	7.1	0.38	4.673
4	1	18.524	7.1	0.38	7.354

جدول 8 پاسخ ولتاژ با نیروی تحریک اعمال‌شده برای حالت وجود جرم متمرکز در سر تیر

Table 8 The voltage responses of the segmented electrodes and continuous electrode for the existence of concentrated mass at the tip of beam

ID	دامنه ولتاژ در مود اول (mV)	دامنه ولتاژ در مود دوم (mV)	دامنه ولتاژ در مود سوم (mV)
1	3.15	2.149	1.21
2	1.69	0.407	-0.4
3	3.62	-2.29	-2.39
4	1.85	-3.59	3.405
بدون جدایش	9.8	-3.75	2.2

مود حاصل می‌شود. تأثیر جداسازی الکترودها باعث می‌شود که ولتاژ خروجی در مود اول تغییر چندانی نداشته باشد، ولی در مود دوم باعث افزایش ولتاژ خروجی تا 2.25 برابر شده و در مود سوم تا 3.36 برابر شده است.

7- نتیجه‌گیری

این پژوهش ارائه‌کننده روشی جهت افزایش عملکرد پاسخ ولتاژ و توان در برداشت انرژی از تیر دوشکلی است. وجود گره‌های کرنشی سبب ایجاد پدیده حذف ولتاژ می‌گردد. مودهای ارتعاشی به جز مود اول در تیر یکسردرگیر دارای گره‌های کرنشی است. رفتار برداشت‌کننده انرژی تیر دوشکلی در حالات فرکانس تحریک تشدید و غیرتشدید برای حالات الکترود پیوسته و الکترودهای جداشده مورد تحقیق واقع شده است. در حالت تحریک اولین فرکانس طبیعی، پاسخ ولتاژ الکترود پیوسته نزدیک به حالت الکترودهای جداشده در وضعیت مدار باز است. در حالی که تحریک فرکانس‌های طبیعی دوم و سوم سبب کاهش ولتاژ خروجی الکترود پیوسته نسبت به الکترودهای جداشده می‌شود. در حالت تحریک غیرتشدید مدار الکتریکی با بار مقاومتی جهت بررسی برداشت انرژی استفاده شد. بیشترین مقدار توان الکتریکی در بار مقاومتی بهینه برای فرکانس تحریک انتخاب شده اتفاق می‌افتد؛ بنابراین بار مقاومتی بهینه طبق فرکانس تحریک و ظرفیت الکتریکی حاصل می‌گردد. سه فرکانس تحریک کمتر از فرکانس‌های طبیعی تیر انتخاب شدند. نتایج نشان دادند که توان حاصله در مودهای غیرتشدید برای حالت الکترود پیوسته و الکترودهای جداشده متفاوت است. توان تولیدشده در اولین فرکانس غیرتشدید برای الکترود پیوسته بیشتر از الکترودهای جداشده است. در دومین فرکانس غیرتشدید توان حاصله برای الکترود پیوسته به حالت الکترودهای جداشده نزدیک است. در سومین فرکانس غیرتشدید توان حاصله برای الکترود پیوسته کمتر از حالت الکترودهای جداشده است.

8- فهرست علایم

a_d دامنه شتاب تحریک
b عرض تیر
C_p^{eq} ظرفیت الکتریکی معادل
D بردار جابه‌جایی الکتریکی در لایه پیزوالکتریک
D_3 بردار جابه‌جایی الکتریکی در راستای عمود بر صفحه در لایه پیزوالکتریک
e_{31} ضریب تنش پیزوالکتریک
E_3 میدان الکتریکی
h_p ضخامت لایه پیزوالکتریک
H ضخامت تیر
H_r پارامتر وابسته به تابع زمانی
L طول تیر
m جرم تیر
n بردار نرمال
R_l بار مقاومتی
R_{opt} بار مقاومتی بهینه
s ضریب از دست دادن انرژی
s_1 تابع کرنش
s_1^p کرنش لایه پیزوالکتریک
t زمان
$v(t)$ ولتاژ حاصله در سازه پیزوالکتریک
w تابع تغییر شکل
$\bar{x}$ موقعیت نسبت طولی

علایم یونانی

$\tau_r(t)$ تابع پارامتر زمان
φ_r تابع شکل مودال
ω فرکانس تحریک
ε_{33}^s ضریب دی‌الکتریک
ρ_p دانسیته لایه پیزوالکتریک
ξ_r نسبت میرایی
ω_r فرکانس طبیعی تیر
λ_r مقدار فرکانس ویژه تیر
$\bar{\varepsilon}$ تغییرات کرنش

9- مراجع

[1] J. M. Renno, M. F. Daqaq, D. Inman, On the optimal energy harvesting from a vibration source, *Sound and Vibration*, Vol. 320, No. 1, pp. 386-405, 2009.
[2] L. Gammaitoni, I. Neri, H. Vocca, The benefits of noise and nonlinearity: extracting energy from random vibrations, *Chemical Physics*, Vol. 375, No. 2, pp. 435-438, 2010.
[3] A. Elvin, D. H. Choi, A self powered damage detection sensor, *Strain Analysis for Engineering Design*, Vol. 38, No. 2, pp. 115-124, 2003.
[4] J. Nuffer, T. Bein, Application of piezoelectric materials in transportation industry, *Global Symposium on Innovative Solutions for the Advancement of the Transport Industry*, San Sebastian, Spain, 4-6 October 2006.
[5] J. Granstrom, J. Feenstra, A. Sodano, K. Farinholt, Energy harvesting from backpack instrumented with piezoelectric shoulder straps, *Smart Materials and Structures*, Vol. 16, No. 5, pp. 1810-1820, 2007.
[6] Y. B. Jeon, R. Sood, J. Jeong, S. G. Kim, MEMS power generator with transverse mode thin film PZT, *Sensors and Actuators A: Physical*, Vol. 122, No. 1, pp. 16-22, 2005.
[7] B. Zheng, C. J. Chang, H. C. Gea, Topology optimization of energy harvesting devices using piezoelectric material, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 38, No. 1, pp. 17-23, 2009.
[8] A. Erturk, J. Inman, Issues in mathematical modeling of piezoelectric energy harvesters, *Smart Materials and Structures*, Vol. 17, No. 6, pp. 065016, 2008.
[9] D. Shen, S. Y. Choe, D. J. Kim, Analysis of piezoelectric materials for energy harvesting devices under high vibrations, *Applied Physics*, Vol. 46, No. 10A, pp. 6755-6760, 2007.
[10] S. Lee, B. D. Youn, B. C. Jung, Robust segment type energy harvester and its application to a wireless sensor, *Smart Materials and Structures*, Vol. 18, No. 9, pp. 095021, 2009.
[11] K. Ottman, H. F. Hofmann, A. C. Bhatt, G. A. Lesieutre, Adaptive piezoelectric energy harvesting circuit for wireless remote power supply, *IEEE Transactions on Power Electronics*, Vol. 17, No. 5, pp. 669-676, 2002.
[12] M. J. Guan, W. H. Liao, On the efficiencies of piezoelectric energy harvesting circuits towards storage device voltages, *Smart Materials and Structures*, Vol. 16, No. 2, pp. 498-505, 2007.
[13] C. J. Rupp, A. Evgrafov, K. Maute, M. Dunn, Design of piezoelectric energy harvesting systems: a topology optimization approach bbased on multilayer plates and shells, *Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 20, No. 16, pp. 1923-1939, 2009.
[14] S. Aligholizadeh, M. A. Hamed, R. Hassannejad Qadim, Active vibration control of the clamped beam with length and location optimized piezoelectric patches, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 9, pp. 11-22, 2015. (in persian فارسی)

[15] A. Kaghazian, H. Foruzande, A. Hajnayeb, H. Mohammad Sedighi, Nonlinear free vibrations analysis of a piezoelectric bimorph nano actuator using nonlocal elasticity theory, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 4, pp. 55-66, 2016. (in persian فارسی)
[16] M. Jabbari, M. Ghayour, H. R. Mirdamadi, Dynamics analysis of the steady and transient states of a nonlinear piezoelectric beam by a finite element method, *Solid Mechanics*, Vol. 8, No. 2, pp. 247-261, 2016.
[17] E. F. Crawley, J. Luis, Use of piezoelectric actuators as elements of intelligent structured, *AIAA Journal*, Vol. 25, No. 10, pp. 1373-1385, 1987.
[18] M. Jabbari, M. Ghayour, H. R. Mirdamadi, Experimental and numerical results of dynamics behavior of a nonlinear piezoelectric beam, *Mechanics of Advanced Materials and Structures* Vol. 23, No. 8, pp. 853-864, 2015.
[19] M. Jabbari, M. Ghayour, H. R. Mirdamadi, Energy harvesting of a multilayer piezoelectric beam in resonance and off-resonance cases, *Engineering Materials and Technology*, Vol. 139, No. 3, pp .031008, 2017.