مجله مهندسی مکانیک مدرس، دی 1396، دوره 17، شماره 10، ص‌ص 375-384

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

بررسی رشد خرابی ترک ماتریسی و جداشدگی بین لایه‌ای در چندلایه‌های متعامد تحت بارکششی

امین فرخ‌آبادی[1]*، حمیدرضا مددی[2]

1- استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

2- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

* تهران، صندوق پستی 14115-111، amin-farrokh@modares.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 29 خرداد 1396

پذیرش: 02 مهر 1396

ارائه در سایت: 05 آبان 1396

کلید واژگان:

مایکرومکانیک

ناحیه چسبنده

ترک ماتریسی

جدایش بین لایه‌ای

المان محدود توسعه‌یافته

چکیده

در بررسی رفتار مواد مرکب در شرایط مختلف بارگذاری، انواع متنوعی از مودهای خرابی ممکن است ایجاد شوند که تأثیر بسزایی در نحوه عملکرد و خواص سازه دارند. در این مقاله با در نظرگیری مودهای خرابی محتمل در مقیاس میکرو و توسعه آن‌ها در مقیاس ماکرو به مطالعه پاسخ چندلایه‌های متعامد در حضور خرابی به‌صورت عددی پرداخته می‌شود. بدین منظور در مقیاس میکرو اثر پیدایش و رشد جدایش اتصال الیاف از رزین و متعاقباً شکل‌گیری ترک ماتریسی مورد بررسی قرار می‌گیرد. در ادامه و در مقیاس ماکرو به کمک مدل‌های متشکل از مدل‌های در مقیاس میکرو به بررسی جدایش بین لایه‌ای ناشی از ترک ماتریسی پرداخته می‌شود. به‌منظور مدل‌سازی مود خرابی جدایش اتصال الیاف از رزین که یکی از اولین مودهای خرابی حاکم هست، از روش ناحیه چسبنده استفاده می‌شود و با شبیه‌سازی صورت گرفته، جدایش الیاف از ماتریس به کمک روش توسعه‌یافته در این مقاله با نتایج پژوهش‌های صورت گرفته صحت‌سنجی می‌شود. در ادامه، به‌منظور در نظرگیری مود خرابی ترک ماتریسی، از روش المان محدود تعمیم‌یافته استفاده گردیده و در نهایت جدایش بین لایه‌ای ناشی از ترک ماتریسی نیز با به‌کارگیری ناحیه چسبنده شبیه‌سازی می‌گردد. بدیهی است که در مطالعه موجود برهمکنش ناشی از این سه مود خرابی به‌صورت همزمان موردمطالعه قرار می‌گیرد و رفتار خواص مکانیکی کامپوزیت‌های چندلایه متعامد باوجود ترک ماتریسی و جدایش بین لایه‌ای ناشی از ترک ماتریسی مورد بررسی قرار گرفتند. به‌طورکلی مدل‌سازی این حجم از الیاف و رزین به کمک اسکریپت نویسی در زبان برنامه‌نویسی پایتون در نرم‌افزار آباکوس صورت گرفته و روش شبیه‌سازی و حل مبتنی بر استفاده از روش المان محدود و نرم‌افزار آباکوس می‌باشد.

Evaluation of the matrix cracking and induced delamination formation in cross-ply composite laminates under tension loading

Amin Farrokhabadi*, Hamid Reza Madadi

Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

* P.O.B. 14115-111 Tehran, Iran, amin-farrokh@modares.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 19 June 2017
Accepted 24 September 2017
Available Online 27 October 2017

Keywords:
Micromechanics
Cohesive zone
Matrix cracking
Induced delamination
Extended finite element method

ABSTRACT

Studying the behavior of composite materials reveals that various types of failure modes occur when material experiences different loading conditions, which may have a significant impact on performance and properties of a structure. In this research, we study the mechanical response of orthogonal multi-layers by considering different failure modes at micro-scale and their development in macro-scale. For this purpose, the effect of the emergence and growth of fiber separation and subsequent formation of matrix cracks are investigated in the micro-scale. Furthermore, interlayer separation caused by leaving the matrix are studied in macro-scale. To model the separation of fiber matrix which is the first dominant failure mode, the sticky area method is used. The model verification and obtained results are compared with the previous research. Then, XFEM method is used to take into account the failure mode of matrix. Finally, using of the sticky area method, we are able to simulate the separation of matrix layers and the behavior of mechanical properties of cross-ply composites was studied because of matrix cracking and induced delamination.The FE-program ABAQUS via its user scripting interface (Python) are employed in this research for modeling of fibers embedded into matrix.

1- مقدمه

مواد مرکب تقویت‌شده با الیاف امروزه به‌طور گسترده در کاربردهای مهندسی و در قطعاتی که نیازمند سفتی ویژه و استحکام بالا می‌باشند مورداستفاده قرار می‌گیرد. در بررسی رفتار مواد مرکب لایه‌ای چندین مکانیزم شکست مختلف دیده می‌شود که ترک‌خوردگی عرضی ی یکی از اولین مکانیزه‌ای شکست است که تحت تأثیر بارهای حرارتی یا مکانیکی ایجاد می‌شود [1]. اگرچه وقوع ترک ماتریسی و گسترش آن در ماتریس به‌طورمعمول به فروپاشی ساختاری منجر نمی‌شود، اما به‌سرعت باعث کاهش مقاومت لایه

Please cite this article using:

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

A. Farrokhabadi, H. R. Madadi, Evaluation of the matrix cracking and induced delamination formation in cross-ply composite laminates under tension loading, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 10, pp. 375-384, 2017 (in Persian)

حاوی ترک می‌گردد [2]. علاوه بر این، ترک عرضی باعث جدا شدن لایه‌ها از هم می‌شود که ممکن است عواقب جدی‌تری از دیدگاه سازه‌ای داشته باشد.

مطالعات بسیاری در دیدگاه میکرومکانیک در مورد خرابی در این نوع مواد انجام شده است که به‌صورت مدل‌های تجربی، تحلیلی، نیمه‌تحلیلی و عددی دسته‌بندی شده‌اند. به عنوان مثال می‌توان به اولین مدل تحلیلی میکرومکانیک اشاره کرد که در آن گودیر [3] با استفاده از روابط الاستیسیته یک اینکلوژن دایره‌ای الاستیک داخل ماتریس الاستیک را تحت تنش عرضی موردمطالعه قرارداد. یونگ و براتمن [4] اثر استحکام اینترفیس بین ماتریس اپوکسی و پلی‌استر تقویت‌شده با الیاف شیشه در انرژی ضربه را موردمطالعه قراردادند. آن‌ها مشاهده کردند که با افزایش مقاومت برشی بین لایه می‌توان برای تعیین استحکام بین الیاف و رزین استفاده کرد.

در مدل‌های تحلیلی میکرومکانیک همواره تعیین خواص مواد کامپوزیتی از موضوعات موردعلاقه محققین بوده است. همگن‌سازی در واقع تبدیل ساختار ماده از یک ساختار ناهمگن شامل چند فاز به یک‌فاز همگن است، که در مورد مواد کامپوزیتی این فازها شامل فاز تقویت‌کننده و فاز ماتریس می‌باشد [5]. در استفاده از روشهای تحلیلی مطالعاتی بر اساس تئوری اشلبی [6] و موری-تاناکا [7] در مقیاس میکرو-ماکرومکانیک صورت گرفته است که این مدل‌ها در ادامه توسط هیل مورداستفاده قرار گرفت [8]. مدل‌های نیمه‌تحلیلی میکرومکانیک در مقالات برای پیش‌بینی خواص کلی و رفتار مواد ناهمگن ارائه شده‌اند که به سه مکتب تقسیم می‌شوند. اولین مکتب بر اساس اصل تغییرات، مرزهای بالا و پایین مدول الاستیک مؤثر مواد کامپوزیت به دست می‌آید [9]. مکتب دوم به‌عنوان تئوری متوسط مؤثر است که مشهور به روش خودسازگاری [10] است و مدل دیفرانسیلی مک لاکن[11] و هشین [12] روش عمومی خودسازگاری [13] را ارائه دادند. هدف از مکتب سوم تعیین مستقیم خواص مؤثر مواد کامپوزیت بر اساس مفاهیم میکرومکانیک است. در این مکتب تعامل بین اجزا تشکیل دهنده و اثر هندسی با توجه به توزیع پراکندگی ذرات در ماتریس موردمطالعه قرار میگیرد. به‌عنوان‌مثال، فرمول متوسط گیری حجم کل توسط جو و چن [14] برای ذرات کروی که به‌صورت همسانگرد و به‌طور تصادفی قرارگرفته‌اند و توسط جو و ژانگ [15] برای الیاف بیضوی که به‌صورت یکنواخت هم‌راستای هم قرارگرفته‌اند ارائه شده است.

همگام با توسعه مدل‌های تحلیلی و نیمه‌تحلیلی، مدل‌های عددی نیز به‌طور گسترده‌ای جهت مشخصه سازی مواد کامپوزیت مورداستفاده قرارگرفته‌اند. مطالعات عددی جامعی بر روی رفتار خرابی کامپوزیت‌های تقویت‌شده با در نظرگیری جدایش الیاف/رزین توسط جو و همکارانش [16] انجام گرفت. مدل‌های آسیب‌های مختلف با در نظر گرفتن شکل-ذره تقویت‌کننده [17] و مقدار پیوستگی الیاف [18] و رشد آن و همچنین اثر هندسه و سطح مقطع الیاف بر رفتار کلی کامپوزیت بررسی شده است.

مدل ناحیه چسبنده[1] (CZM) توجهات بسیاری را در طی دهه گذشته به دست آورده است، چراکه یک روش قدرتمند و درعین‌حال کارآمد برای مطالعات محاسباتی شکست می‌باشد. مطالعات اولیه مربوط به مدل ناحیه چسبنده توسط بارنبلات [19] انجام گرفت. در ادامه مدل ناحیه به‌هم‌پیوسته توسط دوگدایل [20] برای نشان دادن پلاستیسیته کامل مواد مورداستفاده قرار گرفت. مدل ناحیه چسبنده برای تشریح جدایش بین الیاف و رزین مناسب است زیرا از یک مفهوم میکرو مکانیکی با کمک معادلات ساختاری استفاده می‌کند. دوگدایل، در ادامه مفهوم منطقه شکست را برای بررسی رفتار خرابی مواد انعطاف‌پذیر استفاده نمود. از مدل ناحیه چسبنده برای بررسی جدایش الیاف- رزین استفاده شده است. بدین منظور یک‌لایه بسیار نازک (گاهی اوقات بینهایت کوچک یا دوبعدی) محصور بین دو ماده مدل می‌شود که رفتار در آن توسط قوانین کشش - جدایش خاص کنترل می‌گردد. مدل ناحیه چسبنده توسط پژوهشگران متعددی در مطالعات بر پایه المان محدود مورداستفاده گرفته است. زو و نیدلمن [21] یک مفهوم کشش - جدایش منحصربه‌فرد بر اساس منحنی نمایی پیشنهاد دادند. آن‌ها رشد سریع ترک در مواد شکننده را در مدل خود بررسی نمودند. مانتیک [22] اثر اندازه با استفاده از قوانین مدل منطقه چسبنده مختلف برای توصیف جدایش الیاف رزین در المان محدود را انجام داده است.

با مرور منابع ذکر شده می‌توان پی برد که تاکنون مطالعه‌ای بر روی تأثیر جدایش اتصال الیاف از رزین بر وقوع ترک ماتریسی و متعاقباً شکل‌گیری جداشدگی بین لایه‌ای ناشی از ترک ماتریسی به‌صورت عددی صورت نگرفته است. لذا مطالعه حاضر در ابتدا به مدل‌سازی عددی و بررسی شروع و گسترش خرابی جدایش الیاف از رزین می‌پردازد. در ادامه گسترش خرابی درون لایه‌ای که سبب پدیده ترک ماتریسی می‌شود به کمک روش المان محدود توسعه‌یافته مورد بررسی قرار می‌گیرد. با گسترش ترک ماتریسی و رسیدن خرابی ترک ماتریسی به مرز دولایه غیر هم‌جهت، جدایش بین لایه‌ای اتفاق می‌افتد و که تأثیر همزمان و برهمکنش این سه نوع مود خرابی از اهداف مهم این پژوهش می‌باشد. روش انجام کار به این صورت است که در چندلایه کامپوزیتی لایه 90 درجه متشکل از مجموعه‌ای از الیاف و رزین است که می‌بایست به‌صورت فیزیکی مدل‌سازی می‌شوند. لذا در یک سلول واحد فرضی متعامد الیاف و رزین در ابعاد میکروسکوپی مدل می‌شوند و اتصال بین الیاف و رزین با استفاده از مدل ناحیه چسبنده (CZM) تعریف می‌شود. نوع تعریف و شرایط الیاف و رزین در RVE مطابق مقاله پژوهش فرخ‌آبادی و نقدی‌نسب [23] می‌باشد. لازم به ذکر است چیدمان‌های تصادفی الیاف و چیدمان RVE ها و تشکیل لایه 90 درجه در ابعاد ماکروسکوپیک با استفاده از روش هرارز و همکاران [24] انجام می‌گیرد.

2- روش تحقیق

در این بخش توضیحات و روابط کلی حاکم بر روش‌ها و مدل‌های مرتبط به همراه روش حل (به‌طور خاص مدل ناحیه چسبنده و روش المان محدود تعمیم‌یافته) موردبررسی قرارگرفته و ملزومات موردنیاز برای انجام شبیه‌سازی توضیح داده می‌شوند.

2-1- مدل ناحیه چسبنده

مفهوم مدل ناحیه چسبنده (CZM) که امروزه به‌عنوان روشی قدرتمند برای تحلیل فرآیند شکست در نظر گرفته می‌شود در ابتدا توسط بارنبلات [19] و دوگدایل [20] ارائه شد. CZM پیش از این برای مدل‌سازی فرآیند شکست در برخی از مواد از قبیل پلیمرها، فلزات، سرامیک‌ها، مواد مرکب، بتن و کامپوزیت‌ها مورداستفاده قرارگرفته است. علاوه بر این از CZM می‌توان برای شبیه‌سازی دینامیکی رشد ترک در مواد جامد نیز استفاده کرد [25].

زمانی که یک قطعه یا ماده دارای ترک تحت بارگذاری قرار گیرد، اتلاف انرژی به وقوع می‌پیوندد. به‌طور خاص این اتلاف انرژی ناشی از میکروترک‌ها و تغییر شکل محلی در ماده موردنظر است که عموماً در نواحی کوچکی به وقوع می‌پیوندد که تحت عنوان ناحیه فرآیند شکست[2] شناخته می‌شوند. این

[1] Cohesive Zone Model

[2] Fracture process zone

موضوع سبب می‌شود تا به‌طورکلی یک ناحیه نرم شوندگی کرنشی (یعنی شیب منفی در نمودار تنش- کرنش) به وجود آید. بااین‌حال، رفتار ماده خارج از این ناحیه می‌تواند همچنان الاستیک خطی باشد. درصورتی‌که اندازه ناحیه فرآیند شکست در مقایسه با طول ترک به‌اندازه کافی بزرگ باشد فرضیات مرتبط با مکانیک شکست الاستیک خطی دیگر صادق نخواهند بود. یکی از روش‌هایی که معمولاً ناحیه فرآیند شکست را ساده‌سازی کرده و در مدل‌سازی خود بر روی ناحیه نوک ترک تمرکز نموده و سپس خصوصیات آن را در قالب تنش- جابجایی و با در نظر گرفتن ناحیه نرم شوندگی تعیین می‌نماید مدل خرابی چسبنده است.

CZM در ابتدا برای محاسبه ویژگی‌های اصلی رفتار مواد غیرخطی در ناحیه نوک یک ترک موجود ارائه شد. در این ارتباط فرض می‌شود در حالتی که تنش همچنان از یک سطح به سطح دیگر منتقل می‌شود ترک به گسترش و باز شدن خود ادامه می‌دهد. برای واردکردن CZM به یک مدل المان محدود، المان‌ها چسبنده در ناحیه سطح تماس المان‌های پیوسته وارد می‌شوند. رفتار ماده خارج از ناحیه چسبنده به‌وسیله معادلات ساختاری معمولی تعیین می‌شود. بااین‌حال، المان‌های چسبنده دارای یک قانون تنش- جدایش ویژه هستند. قانون جداشدگی سطح تماس در حقیقت تنش‌های سطحی را با جابجایی‌های نسبی یا جدایش در سطحی که ممکن است در آن ترک وجود داشته باشد مرتبط می‌سازد. این تنش‌ها عموما دارای یک مؤلفه عمودی و دو مؤلفه مماسی هستند که در ارتباط با مود باز شوندگی و جابجایی ترک می‌باشند. پیدایش ترک یا خرابی متناسب با استحکام سطح تماس یا همان تنش ماکزیمم در نمودار تنش- جدایش است. زمانی که مساحت ناحیه زیر این نمودار برابر با مقدار انرژی شکست بحرانی شود، تنش تا مقدار صفر کاهش‌یافته و سطوح جدیدی از ترک شکل می‌گیرند.

شکل 1 به‌صورت شماتیک مود اول شکست یک ماده را نشان می‌دهد که به‌وسیله تنش نرمال ناحیه چسبنده (T_0) به‌عنوان تابعی از جابجایی نسبی (δ) بین دو سطح بیان شده است.

به‌طورکلی می‌توان رابطه (1) را نوشت:

$$T_{\mathrm{n}} = f(\delta) \tag{1}$$

که در آن f تابعی است که برای بیان توزیع تنش در امتداد وجوه ترک در ناحیه چسبنده مورداستفاده قرار می‌گیرد. در این مدل فرض می‌شود که تمامی مکانیزم‌های ساختار مایکرو فرآیند شکست را می‌توان به‌وسیله دو پارامتر موردتوجه قرار داد: الف) تنش ماکزیمم یا استحکام ناحیه چسبنده، $\sigma_{\max}$، ب) جدایش بحرانی δ_0، که به ازای مقادیر بیشتر از آن سطح چسبنده ظرفیت تحمل تنش خود را ازدست‌داده و ترک رشد می‌کند، (یا δ_{n} یعنی جدایش در نقطه تنش ماکزیمم). علاوه بر این، G_{c} نیز انرژی جدایش یا ناحیه زیر نمودار $f(\delta)$ است که در معادله (2) آورده شده و از آن نیز می‌توان به‌عنوان یکی از پارامترهای ناحیه چسبنده (البته در ناحیه نرم شوندگی) استفاده کرد.

$$G_{\mathrm{c}} = \int_0^{\delta_{\max}} \mathrm{f}(\delta)\,\mathrm{d}\delta \tag{2}$$

تا به امروز مدل‌های تنش- جدایش بسیاری ارائه شده است. به‌طورکلی خرابی در ناحیه چسبنده مبتنی بر سه مود جدایش است، مود اول (باز شوندگی)، مود دوم (برش)، مود سوم (پارگی) و جابجایی‌های مود ترکیبی. مدل‌های مختلف تنش- جدایش در سه دسته‌بندی اصلی قرار می‌گیرند که به‌صورت شماتیک در شکل 2 نشان داده شده‌اند.

تعیین پارامترهای مناسب برای ماده، مشکلات مرتبط با مش و

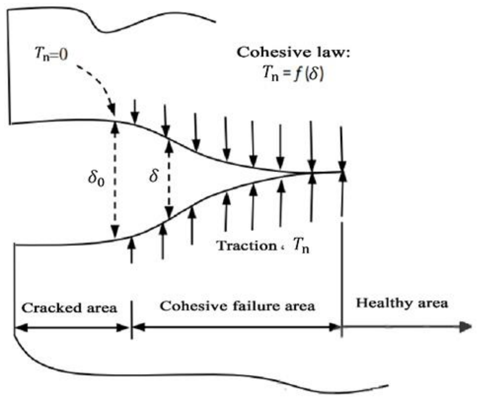

Fig. 1 A schematic model for Cohesive zone and its related damage mode [26]

شکل 1 مدلی شماتیک از ناحیه چسبنده و خرابی مربوط به آن [26].

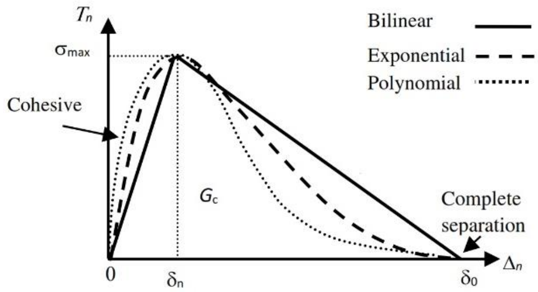

Fig. 2 Three common categories for traction-separation law [26]

شکل 2 سه دسته‌بندی متداول برای قوانین تنش- جدایش [26].

مدل‌سازی المان محدود و همچنین مشکلات مربوط به پیش‌بینی مسیر رشد ترک بخصوص برای مسیرهای رشد دلخواه برای ترک‌های منحنی شکل، ازجمله مشکلات همراه با روش ناحیه چسبنده هستند.

جدایش اتصال فیبر از رزین در مقاله حاضر با استفاده از سطوح چسبنده در نرم‌افزار آباکوس و محیط استاندارد[1] این نرم‌افزار انجام شده است. رفتار مکانیکی مربوط به سطح تماس با استفاده از قانون تنش- جدایش و عمدتاً مبتنی بر مدل دوخطی آن شبیه‌سازی شده است و این مدل در شکل 3 نشان داده شده است. در غیاب هر نوع خرابی، رفتار سطح تماس خطی فرض شده است. این رفتار خطی با پیدایش خرابی از بین رفته و بر اساس معیار تنش ماکزیمم برای آن به‌صورت رابطه (3) بیان می‌شود:

$$\max\left\{\frac{\langle t_{\mathrm{n}}\rangle}{N}, \frac{t_{\mathrm{s}}}{S}\right\} = 1 \tag{3}$$

که در آن t_{n} و t_{s} به ترتیب اشاره به مؤلفه‌های نرمال و مماسی تنش اعمال شده به سطح تماس دارند، همچنین ازآنجاکه تنش‌های نرمال فشاری سبب باز شدن ترک نمی‌شوند بنابراین مقدار t_{n} مثبت یا صفر است. N و S نیز به ترتیب استحکام نرمال و مماسی سطح تماس هستند که به‌منظور ساده‌سازی مساوی فرض شده‌اند.

انرژی شکست یا همان G نیز پارامتر دیگری است که در تعیین رفتار سطح تماس مؤثر می‌باشد و همانند معادله 2 مقدار بحرانی آن با G_{c} نشان داده می‌شود. مدل خرابی سطح تماس فرض می‌کند که انرژی مصرف شده در خراب شدن سطح تماس مستقل از مسیر بارگذاری است. انرژی شکست به‌صورت رابطه (4) بیان می‌شود:

$$G = \frac{1}{2}\, t\, \Delta\delta \tag{4}$$

[1] Abaqus Standard

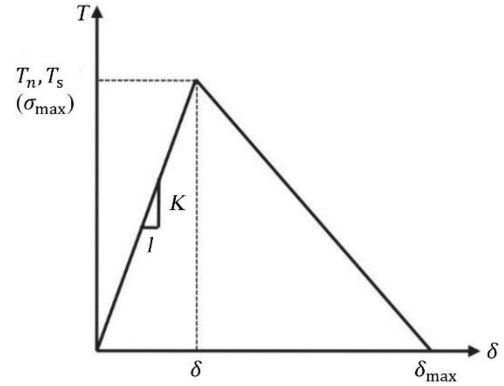

Fig. 3 The traction-separation law which is used for this study [27]

شکل 3 قانون تنش- جدایش استاندارد استفاده شده [27].

که در آن t (t_s یا t_n) استحکام ناحیه چسبنده و δ نیز جابجایی در راستای این ناحیه است.

2-2- روش المان محدود تعمیم‌یافته (XFEM)

به‌منظور مدل‌سازی ناپیوستگی‌های ثابت از قبیل ترک به کمک روش المان محدود معمولی لازم است مش بندی با ناپیوستگی‌های هندسی مطابقت داشته باشد. بنابراین اصلاحات قابل‌توجهی برای مش بندی در نزدیکی نوک ترک موردنیاز است تا میدان‌های مجانب تکین در نوک ترک به‌خوبی موردتوجه قرار گیرند. مدل‌سازی یک ترک در حال رشد نیز به‌مراتب سخت‌تر است، به این دلیل که مش بندی بایستی به‌طور پیوسته به‌روزرسانی شود تا به لحاظ هندسی با ناپیوستگی ناشی از رشد ترک مطابقت داشته باشد.

روش المان محدود تعمیم‌یافته نواقص مربوط به مش گذاری سطوح دارای ترک را کاهش می‌دهد. این روش در ابتدا توسط بلیتسچکو و بلک [28] معرفی شد. این روش مدل توسعه‌یافته مدلی از روش المان محدود معمولی است که مبتنی بر مفهوم پارتیشن‌بندی یکه ارائه شده توسط ملنک و بابوسکا[29] بوده و در آن امکان استفاده از توابع غنی‌سازی محلی در همراهی با یک تقریب المان محدود وجود دارد. وجود ناپیوستگی به‌وسیله توابع غنی شده ویژه با درجات آزادی اضافی مدل‌سازی می‌شود. بااین‌حال، شبکه المان محدود و خصوصیات آن از قبیل تراکم اندک مش‌ها و تقارن، دست‌نخورده باقی می‌مانند.

به‌طورکلی برای روش XFEM دو تئوری مختلف در نرم‌افزار آباکوس وجود دارد:

تئوری رفتار تنش- جدایش چسبنده

تئوری مکانیک شکست الاستیک خطی

که در مقاله حاضر از تئوری اول استفاده خواهیم نمود و توضیحات مربوط به آن در ادامه بیان می‌شود.

این روش به‌طورکلی در محیط آباکوس استاندارد ارائه می‌شود و دارای توانایی قابل‌توجهی در پیش‌بینی پیدایش و رشد ترک است و از آن می‌توان هم برای مواد نرم و همچنین مواد ترد استفاده کرد. این روش را برخلاف مدل‌های ناحیه چسبنده که بایستی برای آن‌ها مسیر خرابی را به‌صورت دقیق مشخص کرد می‌توان برای شبیه‌سازی پیدایش و رشد ترک در مسیری دلخواه و مبتنی بر روال حل مورداستفاده قرار داد. در این روش حتی امکان رشد ترک از میان المان‌ها نیز وجود دارد.

در این روش از نودهای فرضی که بر روی نودهای اصلی المان‌ها قرارگرفته‌اند برای بیان گسستگی در المان‌های حاوی ترک استفاده می‌شود (شکل 4). قبل از وقوع خرابی، رفتار هر یک از نودهای فرضی کاملاً مقید به نود واقعی متناظر با آن است. با وقوع ترک در المان، المان به دو قسمت تقسیم شده و وابسته به راستای رشد ترک، هر بخش متشکل از ترکیبی از نودهای واقعی و فرضی خواهد بود و این نودها دیگر متصل به یکدیگر نخواهند بود.

مقدار جدایش به‌وسیله قانون چسبندگی کنترل می‌شود و پس‌ازآنکه استحکام چسبندگی المان‌های ترک‌خورده برابر با صفر شود، نودهای واقعی و فرضی به‌صورت مستقل از یکدیگر حرکت خواهند کرد. در مقاله حاضر، رفتار چسبندگی برای این روش مبتنی بر همان روش و روابط بیان شده برای مدل ناحیه چسبنده در بخش‌های قبلی است، البته با این تفاوت که روش ناحیه چسبنده مرتبط با XFEM تنها دارای بخش نرم شوندگی است.

3- مدل‌سازی و نتایج

مدل‌های کامپوزیتی موردبررسی در این پژوهش متشکل از چندلایه‌های متعامد 0 و 90 درجه است که به‌صورت دوبعدی مدل می‌شوند. هر لایه کامپوزیتی داری درصد حجمی از نسبت الیاف به‌کل لایه کامپوزیتی است این مسئله به خاطر مدل شدن الیاف در رزین در لایه 90 درجه اهمیت دارد. در این مقاله درصد حجمی انتخاب شده 65 درصد است. چینش الیاف در رزین به‌صورت نامنظم است. این مسئله برای تولید مدل اصلی منطبق با مدل‌های واقعی حائز اهمیت است چراکه مدل تولید شده در نرم‌افزار باید دارای چینش نامنظم الیاف در کنار هم و با نسبت حجمی مشخص باشند. از کنار هم قرارگیری تصادفی تعداد زیادی از مدل‌های RVE کنار یکدیگر در مقیاس ماکرو مکانیک می‌توان یک‌لایه 90 درجه کامپوزیتی تشکیل داد. برای ساخت مدلی از مواد مرکب در اندازه ماکروسکوپیک (طول کامپوزیت یک سانتی‌متر) که در لایه 90 درجه آن، همه‌ی الیاف در مقیاس میکروسکوپی یک مدل شده باشند نیاز است در اولین مرحله، با کد نویسی در نرم‌افزار فورترن[1] و در نظرگیری قطر الیاف و درصد حجمی تک لایه 90 درجه کامپوزیتی، مختصات هر الیاف را به‌صورت تصادفی مشخص کرد و با کنار هم چیده شدن الیاف در لایه‌ای باضخامت و طول مشخص، لایه 90 درجه‌ای با درصد حجمی مشخص از الیاف و به‌صورت نامنظم تولید می‌شود. خروجی این کد کل مختصات همه‌ی طول و عرض مرکز نقاط الیاف می‌باشد در یک فایل متنی ذخیره می‌شود. سپس با اسکریپت نویسی پایتون در آباکوس این مختصات وارد می‌شود و الیافی متناظر با این دسته مرکز نقاط و همچنین رزینی که الیاف درون آن قرار می‌گیرد تولید می‌شود. خواص متناظر به رزین و الیاف تعریف می‌شوند و با وصل شدن الیاف و رزین به یکدیگر لایه 90 درجه تولید می‌شود. سپس در ادامه اسکریپت نویسی نیاز به تعریف نوع ارتباط بین الیاف و رزین است. ارتباط بین هر الیاف و رزین به کمک ناحیه چسبنده انجام مدل می‌شود. به سبب توزیع غیریکنواخت خواص بین الیاف و رزین در مدل‌های

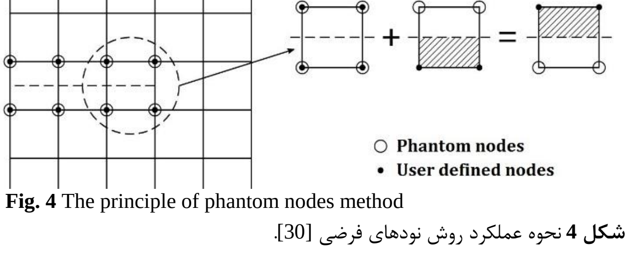

Fig. 4 The principle of phantom nodes method

شکل 4 نحوه عملکرد روش نودهای فرضی [30].

[1] Fortran

واقعی، لازم است این غیریکنواختی خواص در مدل تولید شده نیز لحاظ شود. لذا با به‌کارگیری تابع ویبال[1] اسکریپتی برای این منظور نوشته می‌شود و با کمک آن توزیع خواص اتصال بین الیاف و رزین به‌صورت غیریکنواخت در کل لایه 90 درجه اعمال می‌گردد. این پراکندگی طوری اعمال می‌شود که میانگین خواص برابر مقدار واحدی باشد چراکه در مدل واقعی خواص در همه نقاط یکسان نیست و میانگین خواص برابر یک مقدار واحدی است. این کار انجام شد که مدل عددی مدل واقعی نزدیک‌تر باشد. در مرحله بعد با چینش لایه‌های 0 درجه و تولید هر نوع لایه چینی دلخواه یک مدل کامپوزیت چندلایه تولید می‌شود. برای المان بندی مدل نهایی به‌منظور کاهش حجم محاسبات در لایه 0 درجه حداقل المان در نظر گرفته می‌شود و با نزدیک شدن به مرز لایه 90 درجه به‌اندازه المان‌ها به‌اندازه المان‌های لایه 90 درجه می‌رسد. طول المان در لایه 90 درجه برابر با 3 درصد اندازه محیط الیاف انتخاب شده است. المان بندی در الیاف به‌صورت تمرکز المان بر روی مرز الیاف می‌باشد چراکه تمرکز حساسیت ناحیه چسبنده در مرز دو ناحیه می‌باشد. به سبب حساسیت ناحیه چسبنده، طول المان در این ناحیه به‌صورت تجربی به‌دست‌آمده است. المان ریزتر باعث افزایش حجم محاسبات و زمان حل می‌شود که با توجه به بررسی حساسیت المان، ریزتر شدن المان‌ها در این ناحیه تأثیر قابل‌توجهی در نتایج ندارند. انتخاب المان با طول بیشتر هم به خاطر فاصل کم بین دو الیاف در بسیاری از محل‌ها قابل‌قبول نمی‌باشد و همچنین نتایج همگرا نمی‌شوند. در مدل‌های نهایی بستگی به ضخامت لایه‌های 90 درجه بیش از چند میلیون المان به دست می‌آید. در ادامه برای اعمال شرایط مرزی مطابق مدل مکارتی [31] انجام شد که در شکل 5 قابل‌مشاهده است. و همه‌ی مدل‌ها تحت کشش به میزان 2 درصد طول مدل تحت بارکششی قرارگرفته‌اند. همچنین به‌منظور مطالعه خرابی، 2 نوع پارامتر خرابی در مدل‌سازی در نظر گرفته شده است که یکی از آن‌ها برای رزین و رشد ترک ماتریسی و دیگری برای ناحیه چسبنده ناحیه اتصال بین الیاف و رزین و همچنین ناحیه اتصال بین لایه 0 و 90 درجه می‌باشد. با شروع بارگذاری، جدایش الیاف از رزین که به کمک مدل ناحیه چسبنده مدل شده است در محل‌های که ضعیف‌تر است و تمرکز تنش وجود دارد شروع می‌شود. با ادامه بارگذاری و گسترش میکرو جدایش‌های الیاف از رزین و به هم پیوستن آن‌ها و شکل‌گیری میکرو ترک‌ها، ترک ماتریسی شکل می‌گیرد که وقوع ترک ماتریسی در نرم‌افزار به کمک روش XFEM موردبررسی قرار می‌گیرد.در انتها با ادامه روند بارگذاری و رسیدن ترک ماتریسی به مرز بین دولایه، جدایش بین دولایه اتفاق می‌افتد که خرابی ناشی از آن به کمک مدل ناحیه چسبنده موردبررسی قرار می‌گیرد.

3-1- صحت سنجی

برای صحت سنجی نتایج حاصل از مطالعه موجود از دو پژوهش ارائه شده در منابع موجود استفاده می‌شود. در مثال اول پژوهش مکارتی و همکاران [31] مورد استناد قرار گرفت که در آن جدایش اتصال الیاف از رزین در یک سلول واحد مستخرج با استفاده از المان‌های چسبنده موردمطالعه قرارگرفته است. در این مسئله توانمندی و صحت سنجی روش مدل‌سازی ارائه شده در این مقاله مورد بررسی قرار گرفت.

شرایط مرزی و مدل انتخاب شده جهت حل مطابق شکل 5 می‌باشد که یک سلول مستخرج با ابعاد 66 در 66 میکرومتر تحت بارمحوری قرارگرفته است. محور افقی در جهت عمودی بسته شده است و تنها در جهت افقی

[1] Weibull

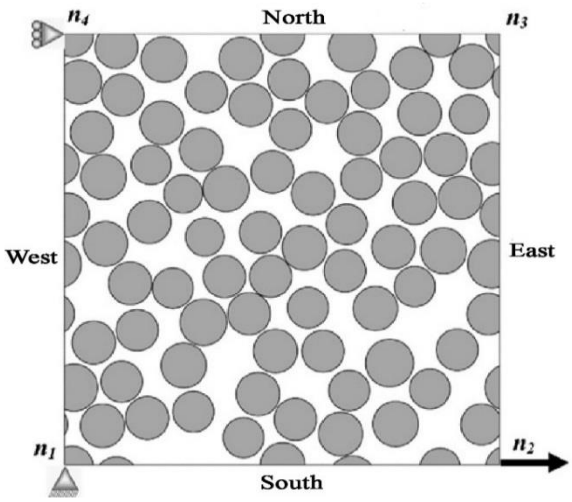

Fig. 5 The selected model to validate the McCarthy [31] results

شکل 5 مدل انتخابی از پژوهش مکارتی [31] برای صحت سنجی

امکان حرکت دارد. محور عمودی نیز در جهت افقی بسته شده است و تنها در جهت عمودی قادر به حرکت می‌باشد. مدل تحت جابجایی کششی برابر با 2 درصد طول مدل می‌باشد. خواص استفاده شده مطابق جدول 1 است.

مدل نهایی شبکه‌بندی شده برای صحت سنجی مطابق مدل کارتی [31] در نرم‌افزار المان محدود آباکوس به‌صورت شکل 6 می‌باشد.

لازم به ذکر است جهت شبکه‌بندی از المان دوبعدی کرنش صفحه‌ای (CPE4) استفاده گردید. همان‌گونه که ذکر شد روش مورداستفاده در این

جدول 1 خواص استفاده شده در صحت سنجی [31]

Table 1 Properties of the composite material which has been used for validation [31]

	Fiber (HTA)	Matrix (6376)
E_{11} (GPa)	238	3.63
E_{22} (GPa)	28	-
E_{33} (GPa)	28	0.34
γ_{12}	0.23	-
γ_{23}	0.33	-
γ_{31}	0.03	-
G_{12} (GPa)	24	-
G_{23} (GPa)	7.2	-
G_{31} (GPa)	24	-

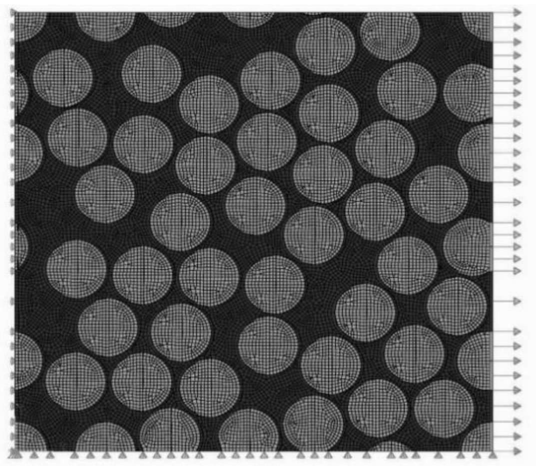

Fig. 6 The simulated RVE based on the McCarthy model for validation in ABAQUS software [31]

شکل 6 مدل تولید شده مطابق مدل مکارتی [31] برای صحت سنجی در نرم‌افزار آباکوس

پژوهش به‌کارگیری سطح ناحیه چسبنده می‌باشد، این در حالی است که مکارتی و همکاران [31] از المان ناحیه چسبنده جهت تحلیل خرابی استفاده شده است. مطابق با این مثال، خرابی و جدایش الیاف و رزین به دو صورت بررسی شده است. روش اول با فرض انرژی شکست برابر 10 J/m^2 و هر بار استفاده از تنش‌های نهایی شکست متغیر انجام گرفت که نتایج آن در شکل 7 آمده است. روش دوم با فرض تنش نهایی شکست برابر 60 MPa و هر بار استفاده از انرژی‌های شکست متغیر انجام‌گرفته است.

مقایسه نتایج حاصله از مطالعه موجود و مقاله مدل کارتی و همکاران [31] در سلول واحد مستخرج با فرض انرژی شکست 10 J/m^2 و تنش‌های نهایی شکست مختلف نشان می‌دهد تطابق قابل قبولی بین نتایج المان چسبنده و سطح چسبنده وجود دارد. همچنین نتایج حاصله نشان می‌دهد که با افزایش مقدار در نظر گرفته شده برای تنش بیشینه سطح چسبنده، ماکزیمم تنش تحمل المان مستخرج نیز به‌صورت متناسب افزایش می‌یابد.

در مثال دیگری، با به‌کارگیری مدل ارائه شده در این مقاله تنش شروع اولین ترک در لایه 90 درجه کامپوزیت‌های متعامد [0/90$_n$/0] باضخامت‌های مختلف و طول ثابت یک سانتی‌متر بررسی و با نتایج عددی و تحلیلی موجود در شکل 8 مقایسه گردیده است.

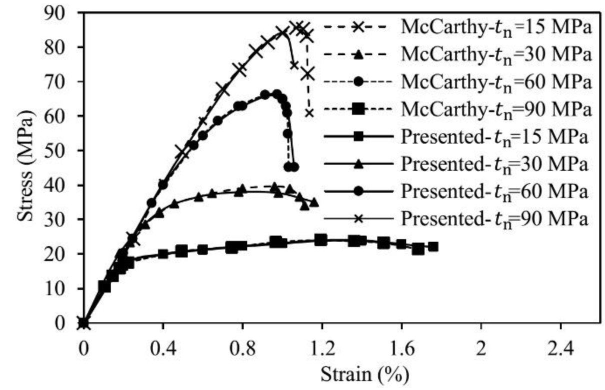

Fig. 7 Fracture behavior of the unit cell under the effect of tensile loading obtained from McCarthy and the presented model in this study with respect to various levels of the stress [31]

شکل 7 رفتار شکست تحت بار گزاری کششی عرضی در سلول واحد مستخرج از مدل کارتی و همکاران [31] و مدل ارائه شده در این پژوهش با سطح‌های مختلفی از تنش نهایی

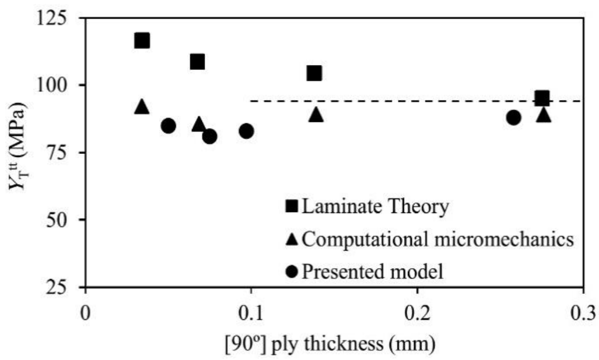

Fig. 8 Mean value stress graph for initiation of matrix cracking in 90 degree layer with respect to the thickness of different layers and comparison between theoretical and numerical model which has been used by Herrraez et. al [24]

شکل 8 نمودار تنش میانگین شروع ترک ماتریسی لایه 90 درجه برحسب ضخامت لایه‌های مختلف، با مقایسه حالت تئوری و حالت عددی المان چسبنده بررسی شده توسط هرارز و همکاران [24] با مدل ارائه شده در این مقاله

نتایج تئوری ارائه شده در شکل 8 بر اساس روابط مکانیک شکست ترک ماتریسی در چندلایه‌های متعامد است که توسط هرارز و همکاران [24] توسعه یافته است. بر این اساس تنش تک‌محوره، تنش بحرانی که منجر به انتشار ترک در ضخامت می‌شود با رابطه (5) برابر است:

$$\sigma_{\mathrm{x}} = \frac{P - \varepsilon_{\mathrm{x}} t_0 \frac{E_1}{(1-\gamma_{12}\gamma_{21})}}{t_{90}} \qquad (5)$$

که در آن E_1، E_2 و ν_{12} به ترتیب مدول طولی و عرضی الاستیک لایه و نسبت پواسون در صفحه می‌باشند. P برابر جمع نیروهای وارد بر لایه 90 درجه تقسیم‌بر عرض و t_0 و t_{90} به ترتیب ضخامت لایه 0 و 90 درجه است. حالت دیگر شکل 8، حالت محاسبات عددی میکرومکانیک که توسط هرارز و همکاران [24] گزارش شده است استفاده از روش ناحیه المان چسبنده است.که نتایج به‌دست‌آمده تطابق قابل‌قبول با نتایج حاصل از روابط تحلیلی دارد.

3-2- نتایج مدل‌سازی‌های چندلایه‌ای تحت بارکششی

در این بخش کامپوزیت‌های چندلایه متعامدی با لایه چینی‌های مختلف متشکل از لایه‌های 0 و 90 درجه موردبررسی قرار گرفت که در آن‌ها، لایه‌های 90 درجه متشکل از مجموعه RVE هایی با چینش تصادفی می‌باشد. قطر الیاف 9 میکرومتر و درصد حجمی کامپوزیت برابر 65 درصد می‌باشد. خواص استفاده شده در جدول 2 مطابق مقاله هرارز و همکاران [24] است.

سطح تماس الیاف/ رزین نیز از نوع مدل چسبنده شبیه‌سازی شده است که در آن خواص مکانیکی در قالب قانون تنش- جدایش دوخطی بیان شده‌اند که جابجایی در سطح تماس را با بردار تنش عمل‌کننده بر آن مرتبط می‌سازد. پاسخ اولیه سطح تماس خطی و با سفتی K=5.0×10^7 MPa/mm است و این سفتی به‌اندازه کافی بزرگ در نظر گرفته شده تا از پیوستگی جابجایی در سطح تماس اطمینان حاصل شود. رفتار خطی با شروع خرابی که مشخصه آن معیار تنش ماکزیمم برای ناحیه چسبنده است پایان می‌پذیرد. رفتار مکانیکی سطح تماس توسط دو مؤلفه استحکام نرمال (N) و برشی (S) سطح تماس و انرژی موردنیاز برای جدایش کامل سطح تماس (G_{int}) کنترل می‌شود. مقدار مؤلفه‌های نرمال و برشی هر دو برابر با 53 MPa در نظر گرفته شده‌اند و G_{int} نیز برابر با 10 J/m^2 است [32]. گزارش می‌شود که این اطلاعات محصول سلسله آزمایش‌های میکرو تست‌ها در ابعاد میکرومکانیک است که نتایج مدل همزمان با مدل متناظر عددی آن مقایسه شده‌اند و اطلاعات گزارش شده‌اند [32]. چراکه این اطلاعات خاص و به‌شدت با کوچک‌ترین تغییر باعث تقدم و تأخر مودهای خرابی می‌شوند، در شکل 7 مشاهده می‌شود که با تغییر مؤلفه‌ی تنش باعث تسریع یا تأخیر مود خرابی

جدول 2 خواص مکانیکی کامپوزیت [24]

Table 2 Mechanical properties of the composite [24]

	Fiber (AS4)	Matrix (8552)	Ply (AS4-8552)
E_{11} (GPa)	232	5.1	141
E_{22} (GPa)	13	-	14.5
γ_{12}	0.3	0.35	0.32
γ_{23}	0.46	-	-
G_{12} (GPa)	11.3	-	4.8
G_{23} (GPa)	0.45	-	-
$\sigma_{\mathrm{m}}^{\mathrm{t}}$ (MPa)	-	121	
$G(\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}^2})$	-	90	220

می‌شود، همچنین روند خرابی بعد از شروع خرابی را آرام یا سریع‌تر می‌کند.

مدل تولید شده برای یک کامپوزیت 3 لایه به ضخامت 0.2 میلی‌متر در شکل 9 نشان داده شده است.

برای بررسی میزان افت تنش و خواص در کامپوزیت [0/90/0] مدل یک‌بار با همه‌ی مودهای خرابی و با دیگر بدون هیچ‌گونه خرابی و به‌صورت خطی مدل‌سازی می‌شود که بتوان از مقایسه میزان افت تنش بین این دو مدل مقدار افت خواص را به دست آورد. در شکل 10 با اعمال بارگذاری در مدل کامپوزیت 3 لایه [0/90/0] باضخامت 0.2 میلی‌متر مشاهده می‌شود با شروع ترک‌های ماتریسی شدت میزان افت تنش زیاد می‌شود و بر روی نمودار متمایز می‌شود.

با تعیین شیب‌خط نمودار تنش خطی نسبت به تنش غیرخطی میزان کاهش سفتی کامپوزیت را می‌توان به دست آورد. با توجه به شکل 11 میزان افت سفتی با رسیدن با شروع ترک‌های ماتریسی شدید می‌شود و در نهایت سفتی محوری چندلایه به میزان 0.96 مقدار اولیه خود می‌رسد. لازم به ذکر است در نتایج ارائه شده از افت سفتی ناشی از میکرو ترک‌های قبل ترک ماتریسی صرف‌نظر شده است.

در شکل 12 تغییرات تنش در راستای طول بر روی مسیر ترک در راستای عرضی(ضخامت) در محلی که لایه 90 دچار ترک ماتریسی شده است، بررسی شده است و در همین مسیر قبل از ترک‌خوردگی تنش بررسی و مقایسه شده است. در زمان قبل از شروع ترک ماتریسی، سطح تنش در

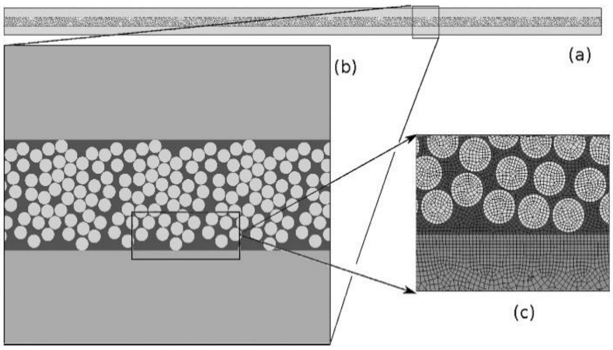

Fig. 9 Modeling view for the thickness of the 3-ply composite [0/90/0] with 0.2 mm in the finite element software.

شکل 9 نمای مدل‌سازی کامپوزیت 3 لایه [0/90/0] باضخامت 0.2 میلی‌متر در نرم‌افزار المان محدود

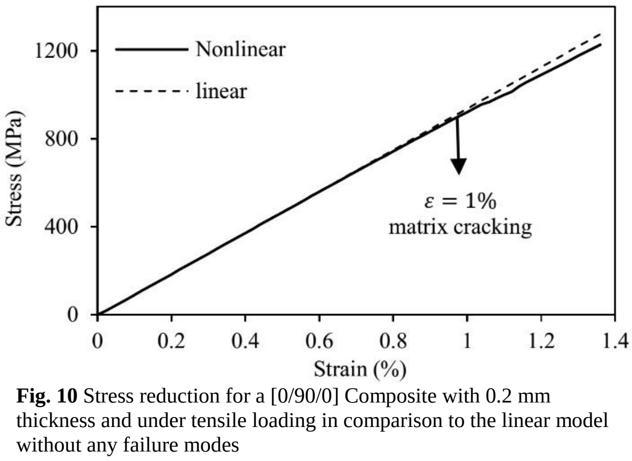

Fig. 10 Stress reduction for a [0/90/0] Composite with 0.2 mm thickness and under tensile loading in comparison to the linear model without any failure modes

شکل 10 افت تنش کامپوزیت [0/90/0] باضخامت 0.2 میلی‌متر تحت بارگذاری کششی نسبت به مدل خطی بدون مودهای خرابی

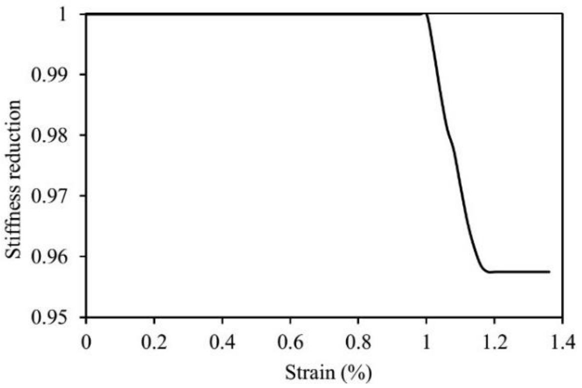

Fig. 11 Stiffness reduction graph for [0/90/0] composite with, 0.2 mm thickness and under tensile loading and ignoring the effects of microcracks

شکل 11 نمودار افت خواص تنش کامپوزیت [0/90/0] باضخامت 0.2 میلی‌متر تحت بارگذاری کششی با صرف ازنظر از ریز ترک‌های

لایه 0 درجه و در مرز لایه 90 درجه به‌صورت یکنواخت می‌باشد. همچنین سطح تنش در لایه 90 درجه بدون اغتشاش خاصی بوده و مقدار تنش در همه‌ی نقاط به‌طور متوسط حدود 80 مگاپاسکال است. بعد از ترک‌خوردگی در محل‌هایی که ترک باز شده است، تنش به صفر می‌رسد چراکه انرژی ترک آزاد شده است، در محل‌های نزدیک نوک ترک به علت وجود تمرکز تنش، مقدار تنش افزایش‌یافته است، به همین علت اغتشاش تنش بعد از ترک عرضی مشاهده می‌شود. همچنین در لایه 0 درجه مرز دولایه نیز افزایش تنش مشاهده می‌شود، این اتفاق ناشی از باز شدن ترک در لایه 90 درجه و فشار به لایه 0 می‌باشد که باعث افزایش تنش بین لایه‌ای می‌شود.

در ادامه تغییرات رشد چگالی ترک نسبت به کرنش اعمال شده بر چندلایه در شکل 13 نشان داده شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود اولین ترک در کرنش تقریبی 1 درصد ایجاد گردیده و با ادامه بارگذاری تا مقدار 11 ترک بر میلی‌متر در کرنش 1.38 درصد رشد می‌کند.

نمای از مدل [0/90/0] در نرم‌افزار المان محدود تحت بارکششی نهایی 1.38 درصد طول و رسیدن فاصله دو ترک به‌اندازه ضخامت لایه در شکل 14 دیده می‌شود.

در شکل 15 تغییرات سطح تنش در راستای طول چندلایه و در لایه 0 درجه در نزدیکی مرز لایه‌ها در زمان قبل و بعد اتفاق افتادن ترک ماتریس بررسی شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود با وقوع ترک ماتریسی،

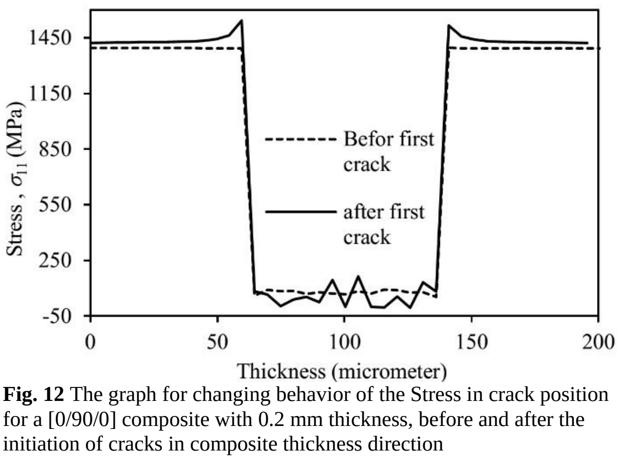

Fig. 12 The graph for changing behavior of the Stress in crack position for a [0/90/0] composite with 0.2 mm thickness, before and after the initiation of cracks in composite thickness direction

شکل 12 نمودار تغییرات رفتار تنش در محل ترک تنش کامپوزیت [0/90/0] باضخامت 0.2 میلی‌متر در زمان قبل و بعد ترک در راستای ضخامت کامپوزیت

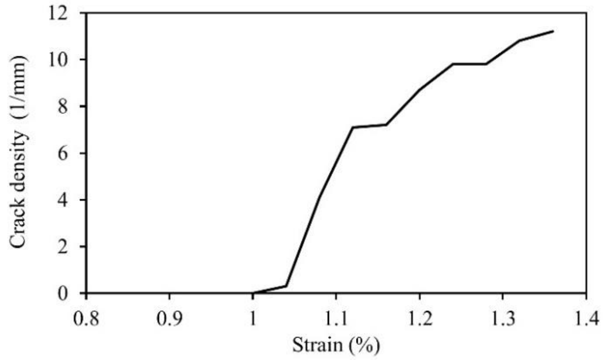

Fig. 13 Crack density graph for a [0/90/0] composite with 0.2 mm thickness under the effects of tensile loading

شکل 13 نمودار چگالی ترک تنش کامپوزیت [0/90/0] باضخامت 0.2 میلی‌متر برحسب بارگذاری کششی

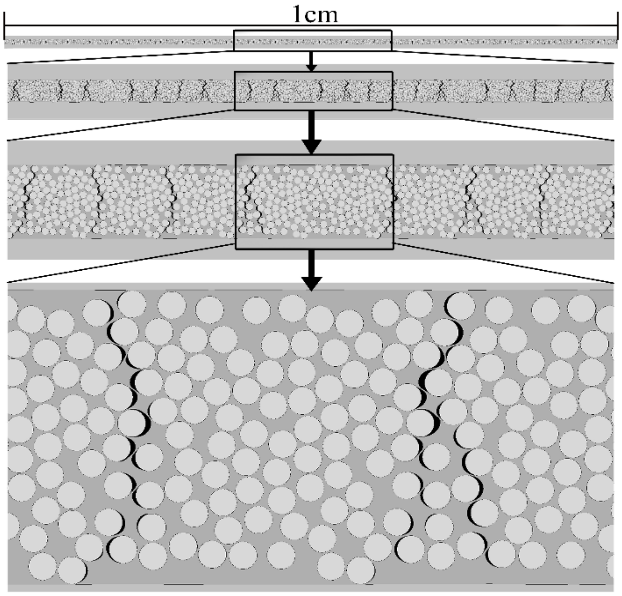

Fig. 14 Crack growth view under tensile loading and for different magnifying scales.

شکل 14 نمای رشد ترک تحت بارکششی در بزرگ نمای در محل

سطح تنش در لایه 0 درجه در محل وقوع ترک ماتریسی تغییر می‌کند و افزایش می‌یابد. از افزایش ناگهانی و محلی سطح تنش در لایه 0 درجه

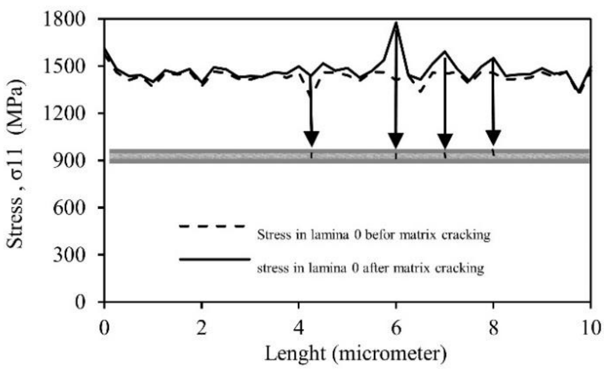

Fig. 15 The graph for changing behavior of the Stress for a [0/90/0] composite with 0.2 mm thickness-along the border of the composite layers and under the effects of the crack

شکل 15 نمودار تغییر رفتار تنش کامپوزیت [0/90/0] باضخامت 0.2 میلی‌متر در راستای طول بین مرز دولایه کامپوزیت تحت تأثیر ترک

می‌توان به محل وقوع ترک پی برد.

3-3- نتایج مدل‌سازی چندلایه‌ای دچار جدایش بین لایه‌ای ناشی از ترک ماتریسی تحت بار کششی

در این قسمت به بررسی تنش شروع ترک ماتریسی در لایه‌ی 90 درجه و جدایش بین لایه‌ای ناشی از ترک ماتریسی به دو صورت تحلیلی و عددی پرداخته می‌شود. درروش تحلیلی، تنش شروع اولین ترک ماتریسی توسط داویلا و همکاران [33] و جدایش بین لایه‌ای ناشی از ترک ماتریسی توسط زوبیلاگا و همکاران [34] ارائه شده است.

مکانیک ترک‌خوردگی ماتریس عرضی در چندلایه‌های متعامد توسط داویلا و همکاران [33] از دیدگاه مکانیک شکست تحلیل شد و نرخ آزادسازی انرژی را برای انتشار ترک در ضخامت لایه و به‌موازات الیاف محاسبه نمودند. بر اساس مفاهیم مکانیک شکست، انتشار ترک زمانی رخ می‌دهد که نرخ آزادسازی انرژی با انرژی شکست G_{Ic} برابر شود. لذا با به‌کارگیری روابط به‌دست‌آمده برای نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی در حالت تنش تک‌محوره عمود بر الیاف، تنش بحرانی که منجر به انتشار ترک در ضخامت می‌شود از روابط (6) و(7) بدست می‌آید:

$$Y_{\mathrm{is}\ \mathrm{Thin}}^{\mathrm{T}}=\sqrt{\frac{8\mathrm{G}_{\mathrm{IC}}(L)}{\pi t\Lambda_{22}^{0}}} \tag{6}$$

$$\Lambda_{22}=2\left(\frac{1}{E_2}-\frac{\nu_{12}^2}{E_1}\right) \tag{7}$$

که در آن E_1، E_2 و ν_{12} به ترتیب مدول طولی و عرضی الاستیک لایه و نسبت پواسون در صفحه می‌باشند. در شکل 16 مدل شماتیک تحلیلی داویلا و همکاران [33] نشان داده شده است.

همچنین پژوهش انجام شده توسط زوبیلاگا و همکاران [34] آن‌ها معیار خرابی مناسبی برای وقوع جدایش بین لایه‌ای ناشی از ترک ماتریسی را ارائه کردند. بر اساس این روابط سطح تنش لایه 90 درجه در لایه چینی که لایه 90 درجه در وسط چندلایه قرار گرفته، در زمان جدایش بین لایه‌ای به‌صورت روابط (8) تا (10) می‌باشد:

$$\sigma_{90\ \mathrm{Thin}}^{\mathrm{Del}}=\frac{E_2}{2h\bar{E}}\sqrt{\frac{2G_{\mathrm{IC}}}{\frac{1}{2t_0E_1}-\frac{1}{2h\bar{E}}}} \tag{8}$$

$$\bar{E}=\frac{E_1.t_0+E_2.t_{90}}{h} \tag{9}$$

$$h=t_0+t_{90} \tag{10}$$

با استفاده از روابط تحلیلی ارائه‌شده و به‌کارگیری مدل توسعه‌یافته عددی در این مقاله در ادامه به بررسی ترک ماتریسی و جدایش بین لایه‌ای ناشی از آن در چندلایه‌های $[0/90_{n/2}]_s$ به ازای nهای مختلف پرداخته خواهد شد که در شکل 17 نشان داده‌شده است.

به‌طورکلی در روش توسعه‌یافته‌ی این مقاله از سطوح چسبنده به‌جای المان چسبنده استفاده شده است تا در مقایسه با مقاله هراز و همکاران [24] زمان حل مسئله کاهش یابد. علاوه بر این با به‌کارگیری المان محدود توسعه یافته، وقوع جدایش از نوک ترک‌های ماتریسی مدل‌سازی و مطالعه گردید. از

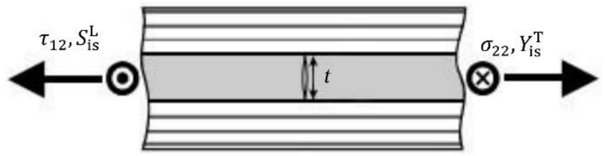

Fig. 16 Crack geometry in a thick embedded 90 degree ply

شکل 16 هندسه شکاف ترک در لایه 90 درجه داخلی [33]

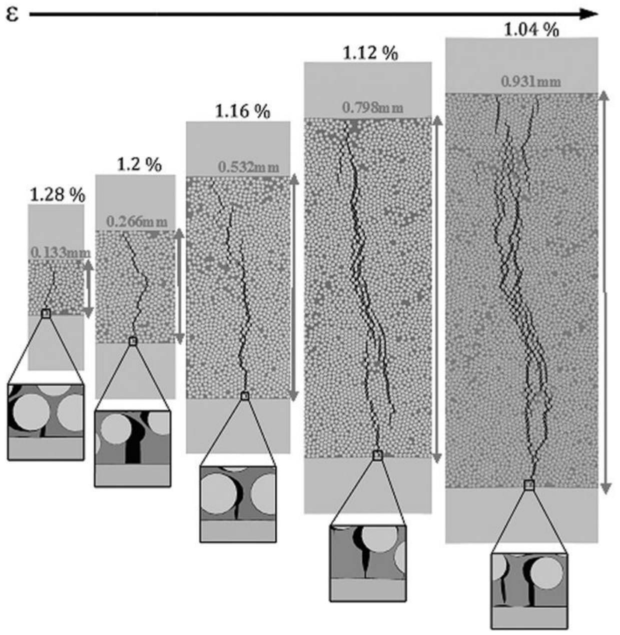

Fig. 17 The obtained results of numerical $[0/90_{n/2}]_s$ models with different n initiation matrix crackings and the induced delamination.

شکل 17 نتایج به‌دست‌آمده از مدل‌های عددی $[0/90_{n/2}]_s$ با n های مختلف با شروع ترک ماتریسی و رسیدن به جدایش بین لایه‌ای

مزایای روش توسعه‌یافته می‌توان به قابلیت مدل‌سازی فیزیکی مکانیزم‌های ترک ماتریسی و جدایش بین لایه‌ای اشاره کرد. همچنین این روش توانایی مدل سازی رشد و گسترش خرابی‌های ذکر شده را بدون استفاده از توابع احتمال فراهم می‌سازد و می‌توان از آن برای به دست آوردن افت سفتی کامپوزیت‌ها تحت بارگذاری کششی، استحکام عرضی ناشی از ترک ماتریسی و جدایش بین لایه‌ای استفاده کرد.

4- نتیجه‌گیری

در مقاله حاضر با استفاده از مدل ناحیه چسبنده، خرابی اولیه و گسترش خرابی بین الیاف و رزین و رسیدن جدایش بین لایه‌ای موردبررسی قرار گرفت. در پژوهش‌های معمول از روش المان چسبنده استفاده می‌شود که در این نوع مدل استفاده همزمان با مدل المان محدود تعمیم‌یافته وجود ندارد که روش ناحیه چسبنده این مشکل را پوشش می‌دهد چراکه در این پژوهش هدف مدل کردن رشد ترک در رزین به کمک مدل المان محدود تعمیم‌یافته بوده است که باعث می‌شود رشد ترک به‌صورت فیزیکی قابل‌مشاهده باشد که در روش‌های مشابه هرگونه رشد ترک به‌صورت مجازی و کانتورگونه قابل‌مشاهده است. همچنین در این پژوهش به‌صورت گسترده از غیریکنواختی خواص و اجزا استفاده شده است، بدین‌صورت که در هیچ دو ناحیه‌ای از ناحیه چسبنده خواص برابر نیست و در کل میانگین خواص برابر یک مقدار واحد و برابر مقدار تجربی متناظر آن است، چراکه در مدل واقعی نیز خواص در دونقطه یکسان نیست و میانگینی از خواص برابر یک مقدار واحدی است. در نتایج به‌دست آمده، نشان داده شد پیدایش خرابی و رشد آن‌ها علاوه بر کاهش عمومی میزان تحمل برگزاری، همچنین تعداد نقاط افت در نمودارهای تنش- کرنش آن‌ها تأثیرگذار است که موجب افت خواص سفتی کامپوزیت می‌شود.

همچنین سطح تنش در محل ترک بعد از اتفاق افتادن ترک دچار اغتشاش می‌شود و به علت آزاد شدن ترک، سطح تنش به صفر میل می‌کند. رسیدن ترک ماتریسی به مرز دولایه باعث افزایش و تمرکز تنش در مرز بین دولایه می‌شود که این تمرکز تنش در ادامه موجب جدایش بین لایه‌ای می‌شود.

5- مراجع

[1] S. A. K. A. F. Bijan Mohammadi, Matrix cracking and induced delamination in symmetrically laminated composites subjected to static loading by using multi scale damage mechanics, *Journal of Science and Technology of Composites*, Vol. 4, No. 1, pp. 9-24, 2017. (in Persian فارسی)

[2] M. T. Abadi, Micromechanical fracture modeling of unidirectional composite material under transverse loading, *Journal of Science and Technology of Composites*, Vol. 3, No. 1, pp. 93-106, 2016. (in Persian فارسی)

[3] J. Goodier, Concentration of stress around spherical and cylindrical inclusions and flaws, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 1, No. 1, pp. 39-44, 1933.

[4] L. J. B. Peter Yeung, The effect of glass-resin interface strength on the impact strength of fiber reinforced plastics, *Polymer Engineering Science*, Vol. 18, No. 2, pp. 62-72, 1978.

[5] R. J. J. B. DH Allen, Micromechanical analysis of a continuous fiber metal matrix composite including the effects of matrix viscoplasticity and evolving damage, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 42, No. 3, pp. 505-529, 1994.

[6] J. D. Eshelby, The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion and related problems, *Proceedings of the Royal Society of London, Series A: Mathematical and Physical Sciences*, Vol. 241, No. 1226, pp. 376-396, 1957.

[7] K. T. Tanaka Mori, Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions, *Acta Metallurgica*, Vol. 21, No. 5, pp. 571-574, 1973.

[8] R. Hill, Elastic properties of reinforced solids: Some theoretical, *Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 11, No. 5, pp. 357-372, 1963.

[9] S. S. Z Hashin, On some variational principles in anisotropic and nonhomogeneous elasticity, *Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 10, No. 4, pp. 335-342, 1962.

[10] B. Budiansky, On the elastic moduli of some heterogeneous materials, *the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 13, No. 4, pp. 223-227, 1965.

[11] R. McLaughlin, A study of the differential scheme for composite materials, *International Journal of Engineering Science*, Vol. 15, No. 4, pp. 237-244, 1977.

[12] Z. Hashin, The differential scheme and its application to cracked materials, *Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 36, No. 6, pp. 719-734, 1988.

[13] K. L. RM Christensen, Solutions for effective shear properties in three phase sphere and cylinder models, *Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 27, No. 4, pp. 315-330, 1979.

[14] T. C. JW Ju, Effective elastic moduli of two-phase composites containing randomly dispersed spherical inhomogeneities, *Acta Mechanica*, Vol. 103, No. 4, pp. 123-144, 1994.

[15] X. Z. JW Ju, Micromechanics and effective transverse elastic moduli of composites with randomly located aligned circular fibers, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 35, No. 9, pp. 941-960, 1998.

[16] T. M. C. JW Ju, Micromechanics and effective moduli of elastic compositescontaining randomly dispersed ellipsoidal inhomogeneities, *Acta Mechanica*, Vol. 103, No. 1, pp. 103-121, 1994.

[17] X. L. JW Ju, Micromechanical damage models for brittle solids. Part I: tensile loadings, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 117, No. 7, pp. 1495-1514, 1991.

[18] J. a. Y. Ju, Elastoplastic damage micromechanics for elliptical fiber composites with progressive partial fiber debonding and thermal residual stresses, *Theoretical and Applied Mechanics*, Vol. 35, No. 3, pp. 137-170, 2008.

[19] G. I. Barenblatt, Mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture, *Advances in applied mechanics*, Vol. 7, No. 1, pp. 55-129, 1962.

[20] D. S. Dugdale, Yielding of steel sheets containing slits, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 8, No. 2, pp. 100-104, 1960.

[21] A. N. X-P Xu, Numerical simulations of fast crack growth in brittle solids, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 42, No. 9, pp. 1397-1434, 1994.

[22] L. T. A. B. E. G. F. P. V Mantič, Application of a linear elastic - brittle interface model to the crack initiation and propagation at fibre-matrix interface under biaxial transverse loads, *Materials Science*, Vol. 1, No. 2-3, pp. 1-23, 2013.

[23] M. N. amin farrokhabadi, Micromechanical study of fibre- matrix debonding and matrix cracking using cohesive zone model and extended finite element method, *Journal of Scince and Technology of Composites*, Vol. 1, No. 3, pp. 21-30, 2015. (in Persian فارسی)

[24] D. M. F. N. C. S. L. C. G. J. L. Miguel Herráez, Transverse cracking of cross-ply laminates: A computational micromechanics perspective, *Composites Science and Technology*, Vol. 110, No. 1, pp. 196-204, 2015.

P. H. G. Y. Y. H. Dhirendra V Kubair, Analysis of rate –dependent cohesive model for dynamic crack propagation, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol.

70, No. 5, pp. 685-704, 2003.
[26] M. M. F Javidrad, A Cohesive zone model for crack growth simulation in AISI 304 Steel, *Journal of Solid Mechanics*, Vol. 6, No. 4, pp. 378-388, 2014.
[27] C. P. R Toni-Liong, Application of the cohesive zone model to the analysis of rotors with a transverse crack, *Proceedings of the 8th International Conference on Structural Dynamics*, Leuven, 2011.
[28] T. B. Ted Belytschko, Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 45, No. 5, pp. 601-620, 1999.
[29] I. B. Jens M Melenk, The partition of unity finite element method: basic theory and applications, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 139, No. 1-4, pp. 289-314, 1996.
[30] Abaqus Standard, Version 6.14. Dassault systemes, Simulia.
[31] C. M. TJ Vaughan, Micromechanical modelling of the transverse damage behaviour in fibre reinforced composites, *Composites Science and Technology*, Vol. 71, No. 3, pp. 388-396, 2011.
[32] C. G. J. S. J. L. Luis Pablo Canal, Intraply fracture of fiber-reinforced composites: microscopic mechanisms and modeling, *Composites Science and Technology*, Vol. 72, No. 11, pp. 1223-1232, 2012.
[33] P. P. C. Carlos G Davila, Physically based failure criteria for transverse matrix cracking, 9th Portuguese Conference on Fracture, Setúbal, 2004.
[34] A. T. P. M. J. C. S. M. P. L. L Zubillaga, An energy based failure criterion for matrix crack induced delamination in laminated composite structures, *Composite Structures*, Vol. 112, No. 1, pp. 339-344, 2014.