مجله مهندسی مکانیک مدرس، اسفند 1396، دوره 17، شماره 12، ص‌ص 183-192

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

کنترل پیش‌بین مقاوم برای سیستم تعلیق فعال دارای نامعینی‌های پارامتری با استفاده از نامعادلات ماتریسی خطی

شهاب محمدمرادی[1]، احمد اکبری[2*]، مهدی میرزایی[3]

1- دانشجوی دکتری، مهندسی برق-کنترل، دانشگاه صنعتی سهند تبریز، شهر جدید سهند
2- استادیار، مهندسی برق، دانشگاه صنعتی سهند تبریز، شهر جدید سهند
3- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سهند تبریز، شهر جدید سهند
* تبریز، صندوق پستی 51335-1996، a.akbari@sut.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 22 شهریور 1396
پذیرش: 17 آبان 1396
ارائه در سایت: 10 آذر 1396

کلید واژگان:
سیستم تعلیق فعال خودرو
کنترل پیش‌بین مقاوم
نامعادلات ماتریسی خطی
نامعینی پارامتری

چکیده

این تحقیق یک روش کنترل پیش‌بین مقاوم را با استفاده از نامعادلات ماتریسی خطی برای سیستم تعلیق فعال خودرو با نامعینی‌های پارامتری ارائه می‌کند. از آنجا که هدف سیستم تعلیق بهبود راحتی سفر و جاده‌پذیری ضمن ارضای قیود سیستم تعلیق نظیر حد جابجایی تعلیق و حداکثر مجاز نیروی کنترلی است، از روش کنترل پیش‌بین که از متداول‌ترین روش‌های کنترل در مسایل بهینه‌سازی مقید می‌باشد، استفاده شده است. همچنین جهت لحاظ کردن قیود تعلیق در طراحی کنترل‌کننده از ابزار نامعادلات خطی استفاده شده است که در آن پایداری سیستم تعلیق طراحی شده در صورت برآورده شدن نامعادلات ماتریسی خطی اثبات می‌شود. از طرفی وجود نامعینی‌های پارامتری در سیستم تعلیق اجتناب ناپذیر است. در مقاله حاضر، با توسعه و محاسبه نامعادلات ماتریسی خطی جدید، روش کنترل پیش‌بین پیشنهادی با عملکرد مقاوم در برابر نامعینی‌های پارامتری طراحی شده است. به منظور ارزیابی عملکرد سیستم کنترل پیشنهادی، کنترل‌کننده پیش‌بین طراحی شده بر مدلی از سیستم تعلیق فعال یک چهارم خودرو در حضور نامعینی‌های پارامتری اعمال می‌شود. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهند که روش پیشنهادی کنترل پیش‌بین مقاوم عملکرد خوبی را با وجود نامعینی پارامتری داشته و در ارضای قیود سیستم تعلیق به خوبی عمل می‌کند. همچنین نتایج شبیه‌سازی با پروفایل‌های جاده مختلف، نشان دهنده مستقل بودن روش کنترل پیش‌بین پیشنهادی از تحریک‌های جاده است.

Robust model predictive control for active suspension system using linear matrix inequalities

Shahab Mohammadmoradi[1], Ahmad Akbari[1*], Mehdi Mirzaei[2]

1- Faculty of Electrical Engineering, Sahand University of Technology, Tabriz, Iran
2- Faculty of Mechanical Engineering, Sahand University of Technology, Tabriz, Iran
* P.O.B. 51335-1996 Tabriz, Iran, a.akbari@sut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 13 September 2017
Accepted 08 November 2017
Available Online 01 December 2017

Keywords:
Vehicle active suspension system,
Robust model predictive control
Linear matrix inequalities
Parameter uncertainty

ABSTRACT

In this article, a robust model predictive control (RMPC) using linear matrix inequalities (LMIs) is proposed for vehicle suspension design with parameter uncertainties. Since, in vehicle suspension design, it is desired to improve ride comfort and road holding while satisfying suspension constraints such as suspension deflection and maximum of control input, model predictive control is proposed which is among the most common approaches in constrained optimization problems. On the other hand, to handle suspension constraints, linear matrix inequalities are utilized here. Stability of the designed suspension system is proved, if the proposed linear matrix inequalities are feasible. In addition, uncertain parameters in suspension system are inevitable. In this paper, model predictive control is extended to care for parameter uncertainties by proposing new LMIs. To evaluate the effectiveness of the proposed approach, the proposed control method is applied to quarter car suspension model with parameter uncertainty. Simulation results endorse that the designed controller shows a competitive robust performance while satisfying suspension constraints existing parameter uncertainties. Moreover, simulations with different road profiles, show that the proposed controller is independent from various road excitations.

1- مقدمه

سیستم تعلیق خودرو که بدنه و مجموعه چرخ و محور را به هم متصل می‌کند جهت برآورده کردن اهداف چندگانه‌ای که معیارهای طراحی هستند، طراحی می‌شود. در طراحی سیستم‌های تعلیق خودرو دو معیار عمده‌ی راحتی‌سفر[1] و جاده‌پذیری[2] مطرح هستند. برای ایجاد راحتی‌سفر استفاده از فنرهای نرم و برای تأمین جاده‌پذیری فنرهای سفت مناسب است. همچنین

[1] Ride Comfort
[2] Road Holding

Please cite this article using:

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Sh. Mohammadmoradi, A. Akbari, M. Mirzaei, Robust model predictive control for active suspension system using linear matrix inequalities, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 12, pp. 183-192, 2018 (in Persian)

افزایش ضریب میرایی دمپر موجب بهبود راحتی‌سفر و از طرفی کاهش جاده‌پذیری می‌شود. در سیستم‌های تعلیق غیرفعال[1] فنرها و دمپرها ثابت بوده و بهبود همزمان راحتی‌سفر و جاده‌پذیری امکان پذیر نیست. سیستم تعلیق فعال[2]، که در آن یک عملگر یا جایگزین سیستم تعلیق متعارف و یا با آن موازی می‌شود، این امکان را به وجود می‌آورد که بتوان همزمان این اهداف متضاد را برآورده نمود. علاوه بر آن محدودیت ورودی کنترلی یا عملگر و محدودیت جابجایی تعلیق از ملزومات طراحی می‌باشد. بنابراین مسأله طراحی کنترل‌کننده برای سیستم تعلیق یک مسأله بهینه‌سازی مقید می‌باشد.

از طرفی وجود نامعینی‌های پارامتری در سیستم تعلیق اجتناب‌ناپذیر است. مطالعات بسیاری در زمینه حل این مسأله بهینه‌سازی مقید انجام گرفته که در اینجا در دو دسته بررسی می‌شوند:

دسته اول روش‌هایی که بر اساس روش‌های H_2 و H_∞ هستند. در این روش‌ها، که اغلب در قالب نامعادلات ماتریسی خطی[3] فرمول‌بندی می‌شوند، مسأله با کمینه کردن یک تابع هزینه و در نظر گرفتن قیود حل می‌شود. ارضای قیود در این روش‌ها یا از طریق تنظیم ضرایب وزنی خروجی‌ها [1] انجام می‌شود که احتمالاً نیازمند یک آنالیز اولیه بوده و یا در حین فرآیند طراحی منظور می‌شوند [3,2]. در مرجع [1] از روش H_∞ و ابزار نامعادلات ماتریسی خطی برای کنترل سیستم تعلیق یک چهارم خودرو استفاده شده است. معیارهای بهینه‌سازی، شتاب جرم معلق، جابجایی تعلیق و جابجایی تایر در نظر گرفته شدند. اکبری در [2] برای سیستمهای تعلیق فعال کنترل‌کننده‌های جلوبین[4] H_∞, GH_2 را با در نظر گرفتن اغتشاش جاده طراحی و بر روی مدل تعلیق یک چهارم خودرو پیاده‌سازی کرد. مزیت اصلی این روش‌ها در توانایی آنها برای منظور کردن ورودی‌های مختلف اغتشاش جاده ضمن در نظر گرفتن نامعینی‌های سیستم است. از طرفی، استفاده از نامعادلات ماتریسی خطی این روش‌ها را در مسایلی همچون جایابی مقادیر ویژه سیستم حلقه بسته در مکان‌های دلخواه [2]، مسایل با قیود طراحی در حوزه زمان [5,4]، مسایل طراحی کنترل‌کننده‌های خطی پارامتر متغیر[5] [7,6]، یا به منظور لحاظ کردن تأخیر زمانی عملگر [8] و یا در طراحی فیدبک خروجی [9]، توانمند کرده است. عده‌ای از محققین گزارشات موفقیت‌آمیزی از اعمال این روش‌ها در زمان واقعی داده‌اند [11,10].

دسته دوم روش‌هایی که بر پایه تحلیل و یا بهینه‌سازی عددی یک تابع هزینه درجه دوم[6] هستند. اگرچه از میان این روش‌ها، روش LQG به خاطر راحتی آن در فرمول‌بندی عملکردهای درجه دوم، از پر طرفدارترین روش‌ها است [12]؛ اما به دلیل بحث مقاوم بودن و نحوه مقید کردن آن، به نظر می‌رسد روش کنترل پیش‌بین مناسب‌ترین روش برای طراحی سیستم تعلیق خودرو باشد. مهم‌ترین مزیت کنترل پیش‌بین لحاظ کردن مستقیم قیود سیستم در طراحی است. در طراحی کنترل پیش‌بین، سیگنال کنترلی از کمینه کردن خطای پیش‌بینی سیستم حلقه بسته با توجه به قیود سیستم نتیجه می‌شود. خروجی سیستم ممکن است با استفاده از یک مدل [14,13] و یا توسط بسط تیلور خروجی، پیش‌بینی شود [15-17]. سنام طراحی کنترل پیش‌بین را در قالب نامعادلات ماتریسی خطی برای سیستم‌های خطی پارامتر متغیر بررسی کرد [18].

در اکثر کارهای انجام شده در مورد طراحی کنترل‌کننده برای سیستم تعلیق، حداقل یکی از ویژگیهای سیستم تعلیق مانند قید روی ورودی کنترلی، قید روی جابجایی تعلیق و یا اثر اغتشاش جاده و نامعینی‌های پارامتری در نظر گرفته نشده است. در بعضی از موارد نیز اشاره ای به آنالیز پایداری نشده است. وان و کوتار در سال 2003 یک کنترل‌کننده فیدبک حالت پیش‌بین با نامعادلات ماتریسی خطی ارائه کردند [14]، البته در این روش نامعینی‌های پارامتری در نظر گرفته نشده و بر روی سیستم تعلیق اعمال نشده است. در این روش از مفهوم بیضی‌گون‌های ثابت پایدار مجانبی[7] برای حل مسأله کنترل پیش‌بین استفاده کردند. آنها پایداری سیستم حلقه بسته را در صورت وجود جواب نامعادلات خطی ماتریسی اثبات کردند.

در مقاله حاضر، روش کنترل پیش‌بین مقاوم[8] ارائه شده در [14] با اضافه کردن نامعینی‌های پارامتری به سیستم، توسعه داده شده و برای سیستم تعلیق فعال با نامعینی‌های پارامتری استفاده شده است. در واقع نامعادلات ماتریسی خطی جدیدی برای لحاظ کردن نامعینی‌های پارامتری در طراحی ارائه شده که اثبات ریاضی آنها در متن آمده است. در این روش، بهره فیدبک حالت در هر بازه نمونه‌برداری، از حل نامعادلات ماتریسی خطی جدید طراحی شده برای سیستم تعلیق یک‌چهارم با نامعینی‌های پارامتری به دست می‌آید. در مرجع [14] تمامی پارامترهای سیستم ثابت و بدون نامعینی فرض شده و در هر لحظه نمونه‌برداری، ماتریس فیدبک حالت و به دنبال آن قانون کنترلی با حل یک سری نامعادلات ماتریسی خطی به دست می‌آیند. در صورتی که اثرات غیرخطی و نامعین بودن بعضی پارامترها در سیستم تعلیق واضح است، برای لحاظ کردن اثر آنها در طراحی کنترل پیش‌بین، نامعادلات ماتریسی خطی جدیدی در مقاله حاضر پیشنهاد شده و برای اولین بار بر روی سیستم تعلیق اعمال شده است.

از آنجا که وجود پارامترهای نامعین در سیستم تعلیق امری طبیعی است، با لحاظ کردن اثر پارامترهای نامعین، در مقاله حاضر یک روش کنترل پیش‌بین مقاوم با استفاده از نامعادلات ماتریسی خطی برای سیستم تعلیق خودرو ارائه شده است، به طوری که همزمان اهداف و قیود سیستم تعلیق از قبیل حد جابجایی تعلیق و نیروی کنترلی برآورده شوند. از ویژگی‌های بارز این تحقیق استفاده از ابزار مفید نامعادلات ماتریسی خطی در طراحی کنترل کننده پیش‌بین است. چرا که اثبات می‌شود در صورت وجود جواب، کنترل کننده طراحی شده پایدار است. در این روش پیشنهادی ضمن برآوردن اهداف سیستم تعلیق همچون راحتی سفر و جاده‌پذیری با وجود نامعینی پارامتری، برآوردن قیود تعلیق مانند حداکثر نیروی کنترلی و حد جابجایی تعلیق نیز مد نظر است. جهت ارزیابی مقاوم بودن روش کنترل پیش‌بین پیشنهاد شده در این مقاله، نتایج شبیه‌سازی روش طراحی شده با روش کنترل مد لغزشی[9] بر روی سیستم تعلیق مقایسه خواهد شد. سپس به منظور نشان دادن کارآیی روش کنترل پیش‌بین پیشنهاد شده در اعمال قیود طراحی، قیود سیستم تعلیق به طراحی اضافه شده است.

ساختار مقاله در بخشهای زیر سازماندهی شده است؛ در بخش دوم به مدلسازی سیستم تعلیق یک چهارم خودرو پرداخته می‌شود. در بخش سوم طراحی کنترل پیش‌بین مقاوم با نامعادلات ماتریسی خطی مطرح می‌شود. نتایج شبیه‌سازی حاصل از اعمال کنترل‌کننده طراحی شده بر روی مدل سیستم تعلیق یک چهارم خودرو در بخش چهارم نشان داده شده‌اند. در آخر نتایج به دست آمده از مقاله در بخش پنج ارائه شده‌اند.

[1] Passive suspension system
[2] Active suspension system
[3] Linear matrix inequalities
[4] preview
[5] Linear parameter varying
[6] Quadratic
[7] Asymptotically stable invariant ellipsoids
[8] Robust model predictive control (RMPC)
[9] Sliding mode control (SMC)

2- مدل سیستم تعلیق یک چهارم خودرو و ملزومات طراحی

2-1- مدل سیستم تعلیق یک چهارم خودرو

مطابق شکل 1 مدل مورد استفاده برای توصیف دینامیک قائم خودرو، مدل دو درجه آزادی یا مدل یک چهارم خودرو[1] می‌باشد. در این مدل، یک ایستگاه تعلیق خودرو به صورت دو جرم متمرکز معلق (شامل جرم بدنه و سرنشینان) و غیرمعلق (شامل مجموعه چرخ و محورها) در نظر گرفته می‌شود. این مدل می‌تواند شتاب وارد به سرنشین، جابجایی جرم معلق، تغییرات فشردگی تایر و جابجایی سیستم تعلیق را نمایش دهد که متغیرهای اصلی و مرتبط با دینامیک قائم خودرو می‌باشند. با استفاده از رفتار حالت پایای این مدل، مشخصه راحتی سفر خودرو و چسبندگی به جاده و حفظ هندسه تعلیق مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. در شکل 1 مدل سیستم تعلیق به همراه دیاگرام آزاد آن که شامل عملگر می‌باشد نمایش داده شده است. در این شکل جرم معلق، m_s، نمایانگر بدنه خودرو است در حالی که جرم غیرمعلق، m_{us}، مجموعه چرخ و محور را نشان می‌دهد. نیروی u اعمال شده بین جرم‌های معلق و غیرمعلق نماینده عملگر فعال سیستم تعلیق می‌باشد.

در سیستم تعلیق فعال نیروی خارجی توسط یک عملگر تولید می‌شود که بین دو جرم معلق و غیرمعلق واقع شده است. با در نظر گرفتن x_s به عنوان جابجایی جرم معلق و x_{us} به عنوان جابجایی جرم غیر معلق، مدل فضای حالت سیستم تعلیق یک چهارم خودرو و حالت‌های سیستم تعلیق را می‌توان به صورت روابط (1) نوشت:

$$\dot{x} = Ax + B_u u + B_w w$$
$$x_1 := x_s - x_{us}, x_2 := \dot{x}_s, x_3 := x_{us} - x_r, x_4 := \dot{x}_{us} \qquad (1)$$

در روابط (1)، $w = \dot{x}_r$ و x_r جابجایی جاده است. x_1 معادل جابجایی تعلیق، x_2 نشان‌دهنده جابجایی تایر، x_3 معادل سرعت جرم معلق و x_4 سرعت جرم غیر معلق است.

ماتریس‌های موجود در معادله (1) عبارتند از [8]:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -\frac{k_1}{m_s} & -\frac{c_1}{m_s} & 0 & \frac{c_1}{m_s} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_1}{m_u} & \frac{c_1}{m_u} & -\frac{k_t}{m_u} & -\frac{(c_1+c_t)}{m_u} \end{bmatrix}$$

$$B_u = \begin{bmatrix} 0 \\ 1/m_s \\ 0 \\ -1/m_u \end{bmatrix} , B_w = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ c_t/m_u \end{bmatrix}$$

در روابط بالا k_1 و c_1 به ترتیب ضرایب سفتی فنر و میرایی دمپر تعلیق هستند. k_t و c_t به ترتیب ضرایب سفتی و میرایی تایر هستند. فنر با ضریب سفتی k_t، به منظور مدل کردن الاستیسیته تایر استفاده می‌شود. در این تحقیق، ضرایب k_1 و m_s به عنوان پارامترهای نامعین سیستم تعلیق در نظر گرفته شده است.

2-2- ملزومات طراحی سیستم تعلیق

بطور کلی راحتی سفر و جاده‌پذیری به عنوان معیارهای عملکرد سیستم تعلیق در نظر گرفته می‌شوند. هرووات نشان داد که راحتی سفر وابسته به شتاب بدنه است [12]. بنابراین جهت جداسازی سرنشینان از ارتعاشات و بهبودی راحتی سفر، کمینه‌سازی شتاب بدنه $\ddot{x}_s$ توصیه می‌شود. همچنین برای دستیابی به جاده‌پذیری مناسب، باید تماس مداوم چرخ‌ها با جاده تضمین شود.

[1] Quarter car model

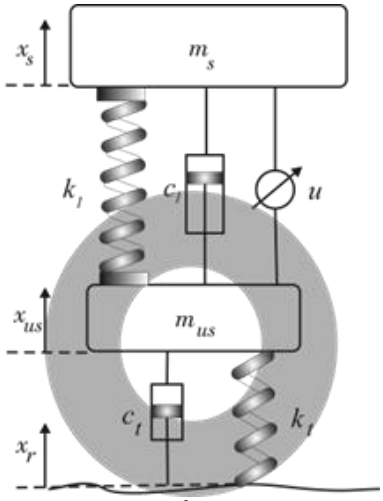


Fig. 1 Active suspension system diagram

شکل 1 دیاگرام آزاد سیستم تعلیق فعال

جاده‌پذیری خوب با کمینه کردن جابجایی تایر $x_{us} - x_r$ به کم‌ترین مقدار ممکن قابل دستیابی است. از طرف دیگر به دلیل محدودیت‌های ساختاری، حد جابجایی تعلیق $x_s - x_{us}$ نباید از مقدار پیش‌فرض بیشتر شود. به علاوه، محدودیت نیروی کنترلی را به دلیل ویژگی‌های فیزیکی محرک باید در نظر گرفت. در واقع در مطالعه حاضر، مقدار حداکثر نیروی کنترلی محدود و معین شده است. برای رسیدن به عملکرد مناسب، باید مقادیر جذر میانگین مربعات[2] شتاب بدنه و جابجایی تایر کمینه شود ضمن اینکه نیروی کنترلی و جابجایی تعلیق باید در محدوده از پیش تعیین شده باقی بمانند. جهت دستیابی به اهداف چندگانه سیستم تعلیق، یک کنترل فیدبک حالت پیش-بین مقاوم برای طراحی سیستم تعلیق مدل یک چهارم خودرو با نامعینی پارامتری در بخش بعدی ارائه خواهد شد. در اینجا فرض می‌شود که همه متغیرهای حالت قابل اندازه‌گیری هستند. خروجی‌های کنترلی $z(t)$ نامگذاری شده که شامل $\ddot{x}_s, x_s - x_{us}, x_{us} - x_r$ است که هم شامل خروجی‌های کمینه‌شونده و هم خروجی مقید است. سیستم کنترل تعلیق یک چهارم خودرو بصورت روابط (2) معرفی می‌شود:

$$\dot{x} = Ax(t) + B_u u(t) + B_w w(t)$$
$$z_1(t) = C_1 x(t) + D_1 u(t)$$
$$C_1 = \begin{bmatrix} -k_1/m_s & 0 & -c_1/m_s & c_1/m_s \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
$$D_1{}^{\mathrm{T}} = [1/m_s \quad 0] \qquad (2)$$

که در آن $z_1(t)$ نمایانگر متغیرهای مورد نظر برای کمینه‌سازی بوده و $z_2(t) = x_1(t)$ نشان دهنده خروجی مقید است که در اینجا همان جابجایی تعلیق است.

2-3- فرمول‌بندی مسأله کنترلی

طراحی کنترل‌کننده پیش‌بین مقاوم با قانون کنترلی $u(k+i|k) = F(k)x(k+i|k)$ منجر به مسأله کمینه‌سازی با تابع هزینه مطابق رابطه (3) می‌شود:

$$J(k) = \sum_{i=0}^{\infty} z_1{}^{\mathrm{T}} Q_0 z_1 + u^{\mathrm{T}} R_0 u$$
$$= \sum_{i=0}^{\infty} x^{\mathrm{T}} Q x + u^{\mathrm{T}} R u, \qquad Q, R > 0 \qquad (3)$$

که در آن x متغیرهای حالت سیستم تعلیق یک چهارم خودرو و u نیروی کنترلی است. لازم به ذکر است که در هر لحظه نمونه‌برداری k،

[2] RMS values

ماتریس فیدبک حالت $F(k)$ در قانون کنترلی $u(k+i|k)=F(k)x(k+i|k)$ محاسبه می‌شود. ماتریس‌های Q,R به ترتیب ماتریس‌های وزنی روی حالت و ورودی کنترلی هستند. بر اساس ملزومات طراحی بخش 2-2، مسأله طراحی کنترل پیش‌بین مقاوم به صورت روابط (4) خلاصه می‌شود:

$$\min_{F(k)} J(k) \le \gamma$$

به شرطی که:

$$|u(t)| < u_{\max}, \qquad |x_s - x_{us}| < ss_{\max} \tag{4}$$

که $ss_{\max}$ حد جابجایی تعلیق است.

در بخش بعدی برای سیستم تعلیق یک کنترل فیدبک حالت $u(t)$ با روش کنترل پیش‌بین مقاوم در حضور نامعینی‌های پارامتری جرم معلق m_s و ضریب فنر تعلیق k_1 و پروفایل‌های جاده مختلف جهت ارضای اهداف و قیود سیستم تعلیق طراحی خواهد شد.

3- طراحی کنترل پیش‌بین مقاوم با نامعادلات ماتریسی خطی

در این بخش، روش طراحی کنترل پیش‌بین مقاوم در قالب نامعادلات ماتریسی خطی آورده شده است.

لم 1 [14]: برای سیستم خطی (1) با قیود ورودی و خروجی $J(k) \le \gamma$ و ماتریس فیدبک حالت $F(k)$ در قانون کنترلی $u(k+i|k)=F(k)x(k+i|k)$ در هر لحظه نمونه‌برداری k توسط $F(k)=YS^{-1}$ محاسبه می‌شود، اگر و تنها اگر ماتریس متقارن مثبت S و ماتریس مستطیلی Y وجود داشته باشند. چنانچه نامعادلات ماتریسی خطی (6,5) برآورده شوند:

$$\begin{bmatrix} 1 & x(k|k)^{\mathrm{T}} \\ x(k|k) & S \end{bmatrix} \succcurlyeq 0, \qquad S \succ 0 \tag{5}$$

$$\begin{bmatrix} S & SA^{\mathrm{T}}+Y^{\mathrm{T}}B^{\mathrm{T}} & SQ^{1/2} & Y^{\mathrm{T}}R^{1/2} \\ AS+BY & S & 0 & 0 \\ Q^{1/2}S & 0 & \gamma I & 0 \\ R^{1/2}Y & 0 & 0 & \gamma I \end{bmatrix} \succcurlyeq 0 \tag{6}$$

قید ورودی در صورتی ارضا می‌شود که ماتریس متقارن X وجود داشته باشد (رابطه 7):

$$\begin{bmatrix} X & Y \\ Y^{\mathrm{T}} & S \end{bmatrix} \succcurlyeq 0, \; X \le u_{\max}^2 \tag{7}$$

قید خروجی در صورتی ارضا می‌شود که ماتریس Z وجود داشته باشد (رابطه 8):

$$\begin{bmatrix} Z & C(AS+BY) \\ (AS+BY)^{\mathrm{T}}C^{\mathrm{T}} & S \end{bmatrix} \succcurlyeq 0, \\ s.t. \; Z_{rr} \le Z_{2r,\max}^2, \quad r=1,2,\dots,n_{z_2} \tag{8}$$

اکنون مسأله طراحی کنترل پیش‌بین برای سیستم بدون نامعینی پارامتری به حل نامعادلات ماتریسی خطی (9) خلاصه می‌شود:

$$\min_{\gamma,S,Y,X,Z} \gamma, \quad \text{با فرض: } LMIs\ (5-8) \tag{9}$$

قیود ورودی و خروجی به صورت نامعادلات ماتریسی خطی در معادلات (7) و (8) در نظر گرفته شده‌اند که در آن ماتریس‌های Y,S,Z متغیرهای تصمیم‌اند. اثبات لم 1 در [14] آمده است.

قید ورودی در اینجا قید روی مقدار حداکثر نیروی کنترلی و قید خروجی سیستم تعلیق همان حداکثر جابجایی تعلیق است.

برای سیستم تعلیق بدون نامعینی معادلات (5) تا (8)، کنترل‌کننده پیش‌بین مقید به صورت زیر محاسبه می‌شود:

در هر لحظه نمونه‌برداری k، ماتریس فیدبک حالت $F(k)$ در قانون کنترلی $u(k+i|k)=F(k)x(k+i|k)$ توسط $F(k)=YS^{-1}$ محاسبه می‌شود که Y,S از حل نامعادلات ماتریسی خطی فوق به دست آمده‌اند. این الگوریتم کنترل پیش‌بین در صورتی که در شرایط اولیه امکان پذیر باشد، به صورت مجانبی، سیستم حلقه بسته را پایدار می‌سازد [14].

در مقاله حاضر، روش کنترل پیش‌بین فوق برای سیستم تعلیق با نامعینی‌های پارامتری توسعه داده می‌شود. در سیستم تعلیق یک چهارم، پارامترهای جرم معلق m_s و ضریب فنر تعلیق k_1 را نامعین در نظر گرفته و فرمول‌بندی طراحی کنترل پیش‌بین مقاوم برای سیستم تعلیق فعال این‌بار در حضور نامعینی‌های پارامتری انجام می‌شود. در واقع، کنترل پیش‌بین مقاوم برای سیستم تعلیق با نامعینی‌های پارامتری توسعه داده شده و نامعادلات ماتریسی خطی جدیدی به دست می‌آیند. پارامتر جرم معلق m_s به دلیل متغیر بودن تعداد و وزن سرنشینان خودرو و بار آن و ضریب فنر تعلیق k_1 به دلیل ماهیت غیرخطی بودن، نامعین در نظر گرفته شده است.

از آنجا که ماتریس‌های A,B شامل پارامترهای نامعین جرم معلق m_s و ضریب فنر تعلیق k_1 هستند، نامعادلات ماتریسی (6) و (8) باید جهت حفظ عملکرد مقاوم در حضور نامعینی‌های پارامتری تغییر یابند.

قضیه 1: نامعادله ماتریسی خطی (6) در حضور نامعینی‌های پارامتری به نامعادله (10) تبدیل می‌شود اگر و تنها اگر متغیرهای S,Y,γ,ρ_1,ρ_2 وجود داشته باشند به طوری که:

$$\begin{bmatrix} \mathrm{S} & \sigma^{\mathrm{T}} & \mathrm{SQ}^{1/2} & \mathrm{Y^TR}^{1/2} & SN_A^{\mathrm{T}} & Y^{\mathrm{T}}N_B^{\mathrm{T}} \\ \sigma & \varphi & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathrm{Q}^{1/2}\mathrm{S} & 0 & \gamma\mathrm{I} & 0 & 0 & 0 \\ \mathrm{R}^{1/2}\mathrm{Y} & 0 & 0 & \gamma\mathrm{I} & 0 & 0 \\ N_AS & 0 & 0 & 0 & -\rho_1 I & 0 \\ N_BY & 0 & 0 & 0 & 0 & -\rho_2 I \end{bmatrix} \succcurlyeq 0 \\ s.t. \; \rho_1>0, \quad \rho_2>0 \\ \sigma = AS+BY, \sigma^{\mathrm{T}} = SA^{\mathrm{T}}+Y^{\mathrm{T}}B^{\mathrm{T}} \\ \varphi = S+\rho_1 M_A M_A^{\mathrm{T}} + \rho_2 M_B M_B^{\mathrm{T}} \tag{10}$$

و قید خروجی در صورتی ارضا می‌شوند که ماتریس Z وجود داشته باشد (رابطه 11):

$$\begin{bmatrix} \omega & \mathrm{C(AS+BY)} & 0 & 0 \\ \mathrm{(AS+BY)^TC^T} & \mathrm{S} & SN_A^{\mathrm{T}} & Y^{\mathrm{T}}N_B^{\mathrm{T}} \\ 0 & N_AS & -\lambda_1 I & 0 \\ 0 & N_BY & 0 & -\lambda_2 I \end{bmatrix} \succcurlyeq 0, \\ \mathrm{s.t.}\ \lambda_1>0, \lambda_2>0, \; Z_{\mathrm{rr}} \le \mathrm{Z}_{2\mathrm{r,max}}^2, \; r=1,2,\dots,n_{z_2} \\ \omega = Z+\lambda_1\left(CM_AM_A^{\mathrm{T}}C^{\mathrm{T}}\right)+\lambda_2\left(CM_BM_B^{\mathrm{T}}C^{\mathrm{T}}\right) \tag{11}$$

که در آن ماتریس‌های N_A,N_B,M_A,M_B وابسته به نامعینی‌های پارامتری می‌باشند.

اکنون فرمول‌بندی طراحی کنترل پیش‌بین مقاوم برای سیستم تعلیق با نامعینی‌های پارامتری با جایگزینی نامعادلات ماتریسی خطی (6) و (8) با نامعادلات ماتریسی خطی جدید (10) و (11) مطابق رابطه (12) انجام می‌شود:

$$\min_{\gamma,S,Y,X,Z} \gamma, \quad \text{با فرض: } LMIs\ (5,10,7,11) \tag{12}$$

بهینه‌سازی فوق در هر زمان نمونه‌برداری جهت به دست آوردن نیروی کنترلی با روش کنترل پیش‌بین مقاوم پیشنهادی انجام می‌شود.

اثبات قضیه 1: مطابق رابطه (6) برای سیستم بدون نامعینی، معیار عملکرد کنترل پیش‌بین مطابق نامعادلات ماتریسی خطی (13) فرمول‌بندی می‌شود [3]:

$$\begin{bmatrix} \mathrm{S} & \mathrm{SA^T+Y^TB^T} & \mathrm{SQ}^{1/2} & \mathrm{Y^TR}^{1/2} \\ \mathrm{AS+BY} & \mathrm{S} & 0 & 0 \\ \mathrm{Q}^{1/2}\mathrm{S} & 0 & \gamma\mathrm{I} & 0 \\ \mathrm{R}^{1/2}\mathrm{Y} & 0 & 0 & \gamma\mathrm{I} \end{bmatrix} \succcurlyeq 0 \tag{13}$$

حال پارامترهای جرم معلق m_s و ضریب فنر تعلیق k_1 نامعین در نظر

گرفته می‌شوند که در ماتریس‌های A, B موجودند. سپس یک ماتریس ثابت $\bar{\theta}_1$ تعریف می‌شود که تنها شامل عناصر با مقادیر نامی m_s, k_1 است (رابطه 14).

$$\bar{\theta}_1 = \begin{bmatrix} \mathrm{S} & \mathrm{SA^T + Y^T B^T} & \mathrm{SQ^{1/2}} & \mathrm{Y^T R^{1/2}} \\ \mathrm{AS + BY} & \mathrm{S} & 0 & 0 \\ \mathrm{Q^{1/2} S} & 0 & \gamma \mathrm{I} & 0 \\ \mathrm{R^{1/2} Y} & 0 & 0 & \gamma \mathrm{I} \end{bmatrix} \succcurlyeq 0 \tag{14}$$

از آنجا که تنها ماتریس‌های A, B شامل پارامترهای نامعین ذکر شده هستند، ماتریس نامعین $\Delta\theta_1(t)$ مطابق رابطه (15) تعریف می‌شود که تنها شامل عناصر دارای نامعینی پارامتری است:

$$\Delta\theta_1(t) = \begin{bmatrix} 0 & S\Delta A^{\mathrm{T}} + Y^{\mathrm{T}}\Delta B^{\mathrm{T}} & 0 & 0 \\ \Delta AS + \Delta BY & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{15}$$

بنابراین نامعادله ماتریسی خطی (6) از مجموع ماتریس‌های $\bar{\theta}_1$ و $\Delta\theta_1(t)$ ایجاد می‌شود:

$$\theta_1(t) = \overline{\theta_1} + \Delta\theta_1(t) \tag{16}$$

در این مقاله نامعینی به صورت پارامتری در نظر گرفته شده است [19]؛ بنابراین عناصر نامعین ΔA و ΔB به صورت روابط (18,17) تعریف می‌شوند:

$$\Delta A = M_A F(t) N_A, \Delta B = M_B F(t) N_B \,, s.t. -1 \le F(t) \le 1$$

$$\Delta\theta_1(t) = \begin{bmatrix} 0 & a_{12} & 0 & 0 \\ a_{21} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$a_{21} = M_A F(t) N_A S + M_B F(t) N_B Y, a_{12} = {a_{21}}^{\mathrm{T}} \tag{17}$$

$$\begin{aligned} \Delta\theta_1(t) = & \begin{bmatrix} 0 \\ M_A \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} F(t) [N_A S \quad 0 \quad 0 \quad 0] \\ & + \begin{bmatrix} 0 \\ M_B \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} F(t) [N_B Y \quad 0 \quad 0 \quad 0] \\ & + \begin{bmatrix} {SN_A}^{\mathrm{T}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} F(t) [0 \quad {M_A}^{\mathrm{T}} \quad 0 \quad 0] \\ & + \begin{bmatrix} {Y^{\mathrm{T}} N_B}^{\mathrm{T}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} F(t) [0 \quad {M_B}^{\mathrm{T}} \quad 0 \quad 0] \end{aligned} \tag{18}$$

قضیه 2 [20]: اگر C, D, F ماتریس‌های ثابت با ابعاد مناسب بوده و $F(t)^{\mathrm{T}} F(t) \le 1$ آنگاه برای هر $\rho > 0$ می‌توان رابطه (19) را نوشت:

$$CFD + (CFD)^{\mathrm{T}} \le \rho C C^{\mathrm{T}} + \rho^{-1} D^{\mathrm{T}} D \tag{19}$$

مطابق قضیه 2 یک باند بالا برای $\Delta\theta_1(t)$ به صورت روابط (21,20) به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \Delta\theta_1(t) \le \overline{\Delta\theta_1}(t) = & \\ \rho_1 \begin{bmatrix} 0 \\ M_A \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [0 \quad {M_A}^{\mathrm{T}} \quad 0 \quad 0] + \rho_1^{-1} \begin{bmatrix} {SN_A}^{\mathrm{T}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [N_A S \quad 0 \quad 0 \quad 0] & \\ + \rho_2 \begin{bmatrix} 0 \\ M_B \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [0 \quad {M_B}^{\mathrm{T}} \quad 0 \quad 0] + \rho_2^{-1} \begin{bmatrix} {Y^{\mathrm{T}} N_B}^{\mathrm{T}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [N_B Y \quad 0 \quad 0 \quad 0] & \end{aligned} \tag{20}$$

$$\theta_1(t) = \overline{\theta_1} + \Delta\theta_1(t) \le \overline{\theta_1} + \overline{\Delta\theta_1}(t) \tag{21}$$

با توجه به تعاریف روابط (22)

$$\tau_1 = \rho_1^{-1} \begin{bmatrix} {SN_A}^{\mathrm{T}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [N_A S \quad 0 \quad 0 \quad 0],$$

$$\tau_2 = \rho_2^{-1} \begin{bmatrix} {Y^{\mathrm{T}} N_B}^{\mathrm{T}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [N_B Y \quad 0 \quad 0 \quad 0] \tag{22}$$

می‌توان رابطه (23) را نوشت:

$$\theta_1(t) = \overline{\theta_1} + \Delta\theta_1(t) \le \overline{\theta_1} + \overline{\Delta\theta_1}(t) = \overline{\theta_2} + \tau_1 + \tau_2 \tag{23}$$

که در آن روابط (24) برقرار هستند:

$$\overline{\theta_2} = \begin{bmatrix} \mathrm{S} & \mathrm{SA^T + Y^T B^T} & \mathrm{SQ^{1/2}} & \mathrm{Y^T R^{1/2}} \\ \mathrm{AS + BY} & \varphi & 0 & 0 \\ \mathrm{Q^{1/2} S} & 0 & \gamma \mathrm{I} & 0 \\ \mathrm{R^{1/2} Y} & 0 & 0 & \gamma \mathrm{I} \end{bmatrix} \succcurlyeq 0$$

$$\varphi = S + \rho_1 M_A M_A^{\mathrm{T}} + \rho_2 M_B M_B^{\mathrm{T}} \tag{24}$$

با جایگذاری τ_1 در رابطه (23)، رابطه (25) بدست می‌آید:

$$0 \le \theta_1(t) \le \overline{\theta_3} = \overline{\theta_2} + \tau_1 + \tau_2 = \overline{\theta_2} + \tau_2 + \rho_1^{-1} \begin{bmatrix} {SN_A}^{\mathrm{T}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [N_A S \quad 0 \quad 0 \quad 0] \tag{25}$$

با استفاده از لم شور[1] و معادله (25)، می‌توان رابطه (26) را نوشت:

$$0 \le \theta_1(t) \le \overline{\theta_4} = \begin{bmatrix} \overline{\theta_2} + \tau_2 & \begin{bmatrix} {SN_A}^{\mathrm{T}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ [N_A S \quad 0 \quad 0 \quad 0] & -\rho_1 I \end{bmatrix} \ge 0 \tag{26}$$

که معادل رابطه (27) است:

$$\begin{aligned} \overline{\theta_4} = & \begin{bmatrix} \overline{\theta_2} & \begin{bmatrix} {SN_A}^{\mathrm{T}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ [N_A S \quad 0 \quad 0 \quad 0] & -\rho_1 I \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} {Y^{\mathrm{T}} N_B}^{\mathrm{T}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \rho_2^{-1} [N_B Y \quad 0 \quad 0 \quad 0] \succcurlyeq 0 \end{aligned} \tag{27}$$

با یک‌بار دیگر استفاده از لم شور در معادله (27)، رابطه (28) به دست می‌آید:

$$\overline{\theta_5} = \begin{bmatrix} \overline{\theta_2} & \begin{bmatrix} {SN_A}^{\mathrm{T}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} {Y^{\mathrm{T}} N_B}^{\mathrm{T}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ [N_A S \quad 0 \quad 0 \quad 0] & -\rho_1 I & 0 \\ [N_B Y \quad 0 \quad 0 \quad 0] & 0 & -\rho_2 I \end{bmatrix} \succcurlyeq 0 \tag{28}$$

با جایگذاری $\overline{\theta_2}$ از معادله (24)، نامعادله ماتریسی خطی جدید (29) برای معیار عملکرد کنترل پیش‌بین مقاوم در (10) به اثبات می‌رسد:

$$\begin{bmatrix} \mathrm{S} & \sigma^{\mathrm{T}} & \mathrm{SQ^{1/2}} & \mathrm{Y^T R^{1/2}} & SN_A^{\mathrm{T}} & Y^{\mathrm{T}} N_B^{\mathrm{T}} \\ \sigma & \varphi & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathrm{Q^{1/2} S} & 0 & \gamma \mathrm{I} & 0 & 0 & 0 \\ \mathrm{R^{1/2} Y} & 0 & 0 & \gamma \mathrm{I} & 0 & 0 \\ N_A S & 0 & 0 & 0 & -\rho_1 I & 0 \\ N_B Y & 0 & 0 & 0 & 0 & -\rho_2 I \end{bmatrix} \succcurlyeq 0$$

$$s.t. \;\; S > 0 \;,\; \rho_1 > 0,\; \rho_2 > 0$$

$$\sigma = AS + BY, \sigma^{\mathrm{T}} = SA^{\mathrm{T}} + Y^{\mathrm{T}} B^{\mathrm{T}}$$

$$\varphi = S + \rho_1 M_A M_A^{\mathrm{T}} + \rho_2 M_B M_B^{\mathrm{T}} \tag{29}$$

با انجام روند مشابه، نامعادله ماتریسی خطی جدید برای قیود خروجی در

[1] Schur Complement

حضور نامعینی پارامتری در (11) به دست می‌آید:

$$\begin{bmatrix} \omega & \mathrm{C(AS+BY)} & 0 & 0 \\ \mathrm{(AS+BY)^T C^T} & S & SN_A^{\mathrm{T}} & Y^{\mathrm{T}}N_B^{\mathrm{T}} \\ 0 & N_A S & -\lambda_1 I & 0 \\ 0 & N_B Y & 0 & -\lambda_2 I \end{bmatrix} \succcurlyeq 0,$$
$$\mathrm{s.t.}\ \lambda_1 > 0, \lambda_2 > 0,\ Z_{\mathrm{rr}} \le \mathrm{Z}^2_{\mathrm{2r,max}},\ r = 1,2,\dots,n_{z_2}$$
$$\omega = Z + \lambda_1\left(CM_AM_A^{\mathrm{T}}C^{\mathrm{T}}\right) + \lambda_2\left(CM_BM_B^{\mathrm{T}}C^{\mathrm{T}}\right) \quad (30)$$

4- اعمال کنترل پیش‌بین مقاوم به سیستم تعلیق

مدل یک چهارم خودرو در (2) با پارامترهای داده شده در جدول 1 مطابق داده‌های موجود در مرجع [8] در نظر گرفته شده است. این مقادیر مطابق مرجع [8] مربوط به مدل یک چهارم یک خوردوی مسافربری با سه مسافر است.

در حالت مقید، حداکثر نیروی کنترلی 1.5 KN در نظر گرفته شده و حد جابجایی تعلیق برابر 0.1 m تنظیم شده است. زمان نمونه‌برداری 0.01 s است. جرم معلق و ضریب فنر تعلیق نامعین فرض می‌شوند. جرم معلق می‌تواند 100kg از مقدار نامی آن افزایش یا کاهش یابد (10.28 درصد). مقدار نامی جرم معلق 972.2kg تنظیم شده است. ضریب فنر تعلیق k_1 نیز می‌تواند تا 7.02 درصد از مقدار نامی آن بیشتر و یا کمتر اختیار شود. مقدار نامی ضریب فنر تعلیق برابر 42719.6 (N/m) است.

ماتریس‌های Q, R، به ترتیب ماتریس‌های وزنی روی حالت و ورودی کنترلی هستند که باید به طور مناسب جهت کمینه کردن معیار عملکرد تنظیم شوند. برای راحت‌تر تنظیم کردن ماتریس Q بهتر است که آن را یک ماتریش قطری در نظر گرفته و با سعی و خطا جهت مصالحه‌ای بین معیارهای راحتی و ایمنی سفر، آن را تنظیم کرد. واضح است که R متناسب با نیروی کنترلی بوده و چون مقیاس اندازه نیروی کنترلی نسبت به حالت‌ها بسیار بزرگتر است، می‌توان تا حد امکان R را کوچک در نظر گرفت، به طوری که قید مقدار حداکثر نیروی کنترلی نیز ارضا شود. در ماتریس قطری Q نیز چون درایه دوم قطری آن مستقیماً مربوط به متغیر حالت دوم یعنی سرعت جرم معلق و بنابراین به طور غیر مستقیم مربوط به شتاب جرم معلق است، باید این درایه را تا حد امکان بزرگتر در نظر گرفت تا معیار راحتی سفر در عملکرد لحاظ شود. ماتریس‌های Q, R به صورت روابط (31) انتخاب شده‌اند:

$$Q = [1\ 0\ 0\ 0; 0\ 1000\ 0\ 0; 0\ 0\ 700\ 0; 0\ 0\ 0\ 0.1],$$
$$R = 0.0001 \quad (31)$$

حال مسأله بهینه‌سازی در (12) به حل نامعادلات ماتریسی خطی مربوط در هر زمان نمونه‌برداری برای به دست آوردن کنترل‌کننده با استفاده از لم 1 منجر می‌شود. در واقع متغیرهای تصمیم در مسأله (12) با حل نامعادلات ماتریسی خطی ابتدا به دست آمده سپس با استفاده از لم 1 ماتریس فیدبک حالت $F(k)$ در قانون کنترلی $u(k+i|k) = F(k)x(k+i|k)$ در هر لحظه نمونه‌برداری k توسط $F(k) = YS^{-1}$ محاسبه می‌شود.

برای ارزیابی کنترل‌کننده‌های طراحی شده شبیه‌سازی‌های زیر ارائه می‌شوند. ابتدا برای بررسی عملکرد کنترل‌کننده پیش‌بین ارائه شده در این مقاله، الگوریتم ارائه شده در حالت نامقید با کنترل‌کننده مد لغزشی مقایسه

جدول 1 پارامترهای سیستم تعلیق

Table 1 parameters of suspension model

پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار
m_s(kg)	972.2	k_t (N/m)	101115
m_u(kg)	113.6	k_1 (N/m)	42719.6
c_t (N.s/m)	14.6	c_1 (N.s/m)	1095

می‌شود. در هر دو روش کنترلی از معادلات سیستم تعلیق فعال (2-1) استفاده می‌شود. البته در کنترل‌کننده مد لغزشی از جابه‌جایی جرم معلق و سرعت آن برای کاهش شتاب بدنه استفاده می‌شود [21]. قابل ذکر است که در حالت نامقید، قید روی ورودی کنترلی و یا خروجی در نظر گرفته نمی‌شود. در مرحله دوم، یک پروفایل جاده با دو برآمدگی به عنوان تحریک سیستم تعلیق نامی و بدون حضور نامعینی استفاده شده و مقادیر جذر میانگین مربعات پاسخ‌های خروجی به منظور نمایش کارایی کنترل پیش‌بین استخراج شده و با سیستم غیرفعال مقایسه می‌شود. سوم، برای نشان دادن عملکرد مقاوم روش پیشنهادی کنترل پیش‌بین مقاوم، شبیه‌سازی‌های مرحله دوم برای مدل نامعین با اضافه کردن مقداری نامعینی به پارامترهای نامعین تکرار می‌شوند. در آخر، برای نمایش توانایی روش پیشنهادی کنترل پیش‌بین در برخورد با ارتعاشات، از یک پروفایل جاده واقعی تصادفی برای تحریک مدل سیستم تعلیق نامعین استفاده می‌شود. همه شبیه‌سازی‌ها در محیط متلب[1] و با ابزار یالمیپ[2] و موزک[3] انجام شده است [22].

4-1- مقایسه روش کنترل پیش‌بین در حالت نامقید با کنترل مد لغزشی

در این بخش عملکرد کنترل‌کننده پیشنهادی در حالت نامقید با روش کنترل مد لغزشی که قبلاً برای سیستم تعلیق مورد استفاده قرار گرفته است مقایسه می‌شود [24,23]. برای مقایسه در شرایط یکسان با توجه به اینکه کنترل مد لغزشی یک روش غیرخطی مقاوم می‌باشد و قید را در نظر نمی‌گیرد، کنترل‌کننده پیشنهادی نیز در حالت نامقید مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این بخش از یک پروفایل جاده با دو برآمدگی که در شکل 2 آمده است، به عنوان تحریک جاده استفاده می‌شود. مدل ریاضی جابجایی پروفایل جاده با دو برآمدگی مطابق رابطه (32) می‌باشد:

$$x_r = \begin{cases} 0.0375(1-\cos 8\pi t) & 0.5 \le t \le 0.75 \\ 0.02625(1-\cos 8\pi t) & 1.25 \le t \le 1.5 \\ 0 & \text{سایر مقادیر} \end{cases} \quad (32)$$

نتایج خروجی‌های سیستم تعلیق نامعین به همراه ورودی کنترلی برای دو کنترل‌کننده پیش‌بین مقاوم و مد لغزشی در حالت بدون قید با هم مقایسه می‌شوند. در واقع کنترل‌کننده پیش‌بین با استفاده از الگوریتم ارائه شده در مقاله حاضر به دست آمده، سپس به سیستم تعلیق نامعین برای حالتی که به پارامترهای جرم معلق 10 درصد نامعینی و به ضریب فنر تعلیق 7 درصد نامعینی افزوده شده، اعمال شده و نتایج حاصل با روش کنترل مد لغزشی در شکل 3 مقایسه می‌شود. با صرفنظر کردن از نامعادلات ماتریسی خطی (7) و (11) کنترل پیش‌بین مقاوم در حالت نامقید طراحی می‌شود.

در هر دو روش کنترلی از معادلات سیستم تعلیق فعال (1,2) استفاده می‌شود. البته در کنترل‌کننده مد لغزشی از جابه‌جایی جرم معلق و سرعت آن برای کاهش شتاب بدنه استفاده می‌شود.

در شکل 3 پاسخ‌های خروجی سیستم تعلیق به همراه ورودی کنترلی برای کنترل پیش‌بین پیشنهادی و کنترل مد لغزشی نشان داده شده است.

براساس شکل 3 هر دو روش کنترلی دارای عملکرد قابل قبول و مشابه در کاهش شتاب بدنه در حضور نامعینی‌ها می‌باشند. هر چند ورودی کنترلی در محدوده مجاز نبوده و قابل پیاده‌سازی نمی‌باشد. بنابراین در بخش بعدی

[1] MATLAB2014a
[2] Yalmip
[3] MOSEK

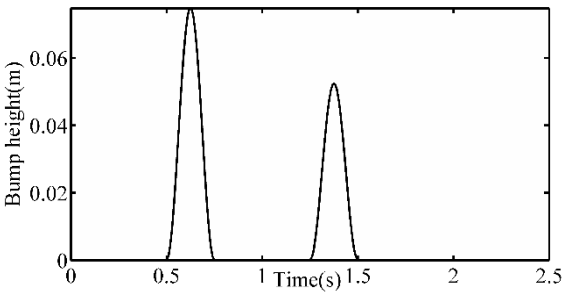


Fig. 2 Two-bump road profile

شکل 2 پروفایل جاده با دو برآمدگی

کنترل‌کننده پیشنهادی در حالت مقید استفاده می‌شود. از مقایسه روش کنترل پیش‌بین با روش کنترل مد لغزشی که خود یک روش مقاوم به شمار می‌آید، مقاوم بودن روش پیشنهادی کنترل پیش‌بین نیز قابل قبول و مثبت ارزیابی می‌شود. البته مهم‌ترین برتری کنترل پیش‌بین نسبت به روش کنترل مد لغزشی سهولت و امکان در نظر گرفتن قیود سیستم تعلیق در طراحی نظیر مقید کردن نیروی کنترلی سیستم و جابجایی تعلیق و قرار دادن آن در بازه قابل قبول می‌باشد، چرا که این امر در روش کنترل مد لغزشی امکان‌پذیر نیست. در بخش بعدی، کنترل پیش‌بین مقاوم برای سیستم تعلیق مقید طراحی شده و نتایج شبیه‌سازی بررسی می‌شود.

4-2- شبیه‌سازی روش کنترل پیش‌بین پیشنهادی در حالت مقید

در این بخش از یک پروفایل جاده با دو برآمدگی که در شکل 2 آمده است، استفاده می‌شود. در اینجا سیستم تعلیق با مقادیر نامی پارامترها در نظر گرفته می‌شود. در شکل 4 پاسخ‌های خروجی سیستم تعلیق فعال برای کنترل پیش‌بین پیشنهادی در حالتی که جرم معلق و ضریب فنر تعلیق در مقادیر نامی تنظیم شده‌اند، به همراه پاسخ‌های سیستم غیر فعال آورده شده است.

از شکل 4 پیداست که شتاب تعلیق، که از معیارهای رایج برای ارزیابی راحتی سفر است، به طور چشمگیری توسط کنترل پیش‌بین نسبت به سیستم غیرفعال کاهش یافته است.

همچنین قیود طراحی از قبیل حد جابجایی تعلیق و نیروی کنترلی مطابق شکل 4 ارضا شده‌اند. به علاوه، با توجه به جابجایی تایر به عنوان معیار جاده‌پذیری، می‌توان بهبودی ایمنی سفر را مشاهده کرد. برای مقایسه بهتر نتایج سیستم تعلیق فعال و غیرفعال، معیارهای عملکردی با استفاده از نسبت مقادیر جذر میانگین مربعات سیستم غیرفعال به فعال، تعریف می‌شود. به عبارت دیگر سه پارامتر به صورت زیر تعریف می‌شوند:

α =نسبت مقادیر جذر میانگین مربعات شتاب جرم معلق

β =نسبت مقادیر جذر میانگین مربعات جابجایی تعلیق

γ =نسبت مقادیر جذر میانگین مربعات جابجایی تایر

واضح است که هرچه مقدار این پارامترهای تعریف شده بزرگتر باشد، عملکرد سیستم تعلیق فعال نسبت به سیستم غیرفعال بهتر است. در جدول 2 مقادیر تناسبی جذر میانگین مربعات پاسخ‌های خروجی و نیروی کنترلی آورده شده است.

جدول 2 نسبت مقادیر جذر میانگین مربعات خروجی‌های سیستم غیرفعال به فعال

Table 2 RMS proportions of passive system outputs to active ones

α	β	γ	نسبت RMSورودی کنترلی
3.17	1.587	2.282	900.29

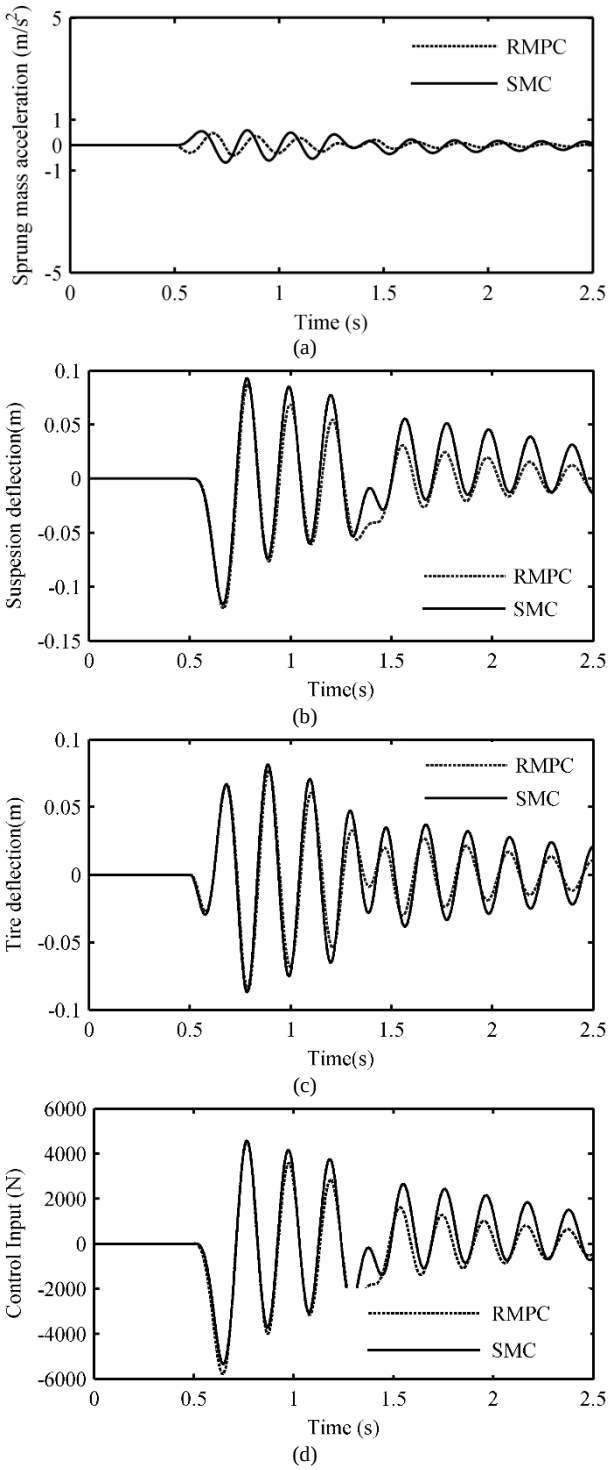


Fig. 3 Output responses for unconstrained suspension system for robust model predictive controller and sliding mode controller. (a) Sprung mass acceleration; (b) Suspension deflection; (c) Tire deflection; (d) Control input

شکل 3 پاسخ‌های خروجی سیستم تعلیق نامقید برای کنترل پیش‌بین مقاوم و کنترل مد لغزشی. (a) شتاب جرم معلق؛ (b) جابجایی تعلیق؛ (c) جابجایی تایر؛ (d) نیروی کنترلی

با توجه به جدول 2 واضح است که عملکرد سیستم تعلیق فعال توسط کنترل پیش‌بین مقاوم ارائه شده در این مقاله، نسبت به سیستم غیر فعال به مراتب بهتر است.

در بخش بعدی، برای نمایش عملکرد مقاوم روش پیشنهادی کنترل

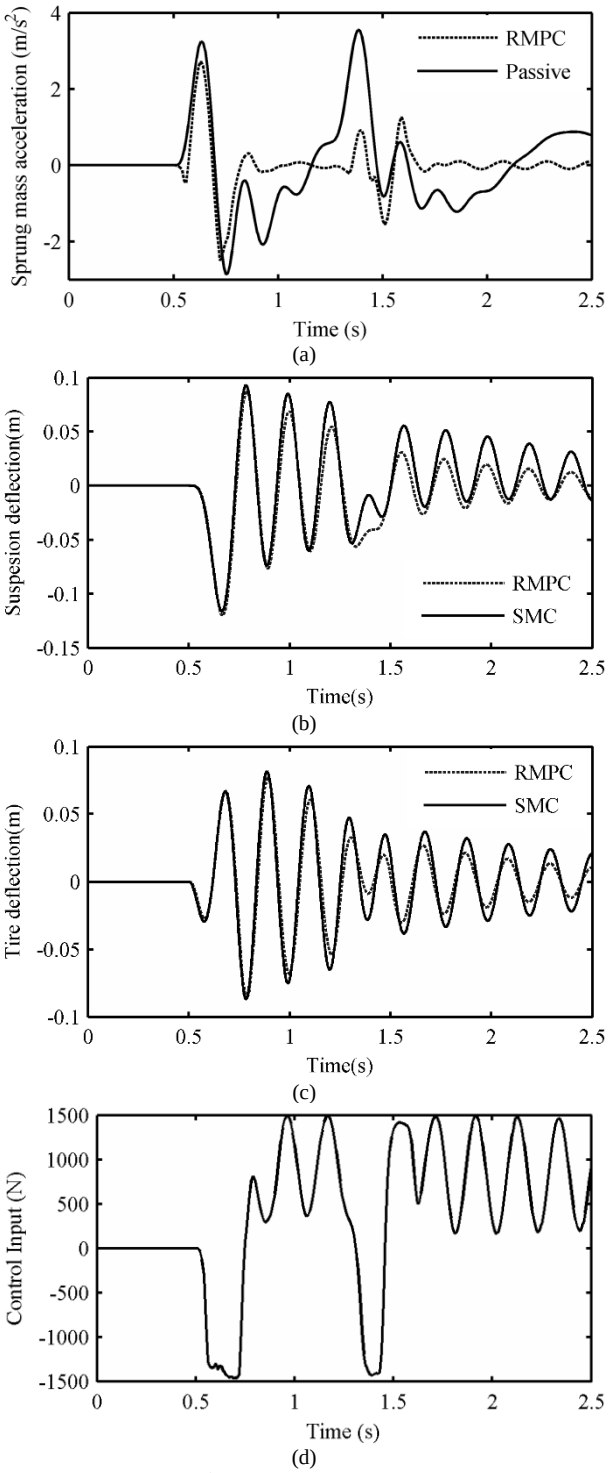


Fig. 4 Output responses for constrained suspension system with RMPC. (a) Sprung mass acceleration; (b) Suspension deflection; (c) Tire deflection; (d) Control input

شکل 4 پاسخ‌های خروجی سیستم تعلیق مقید با کنترل پیش‌بین مقاوم. (a) شتاب جرم معلق؛ (b) جابجایی تعلیق؛ (c) جابجایی تایر؛ (d) نیروی کنترلی

پیش‌بین ارائه شده، مقادیر پارامترهای نامعین جرم معلق و ضریب فنر تعلیق از مقادیر نامی خود به ترتیب تا 100kg (10.28 درصد) و 3000N/m (7.02 درصد) تغییر می‌یابند. در واقع، شبیه‌سازی بخش قبل را با مقادیر دیگری از جرم معلق و ضریب فنر تعلیق انجام داده و نتایج بررسی می‌شوند.

شبیه‌سازیهای بخش 4-2 با مقادیر دیگری از جرم معلق و ضریب فنر تعلیق به منظور نشان دادن عملکرد مقاوم روش پیشنهادی کنترل پیش‌بین طراحی شده انجام می‌شوند. ابتدا کنترل‌کننده پیشنهادی با الگوریتم ارائه شده به دست آمده، سپس با اعمال آن به سیستم تعلیق نامعین برای حالتی که به پارامترهای جرم معلق 10 درصد نامعینی و به ضریب فنر تعلیق 7 درصد نامعینی افزوده شده، نتایج شبیه‌سازی به دست می‌آید. پاسخ‌های خروجی با تحریک جاده دو برآمدگی و کنترل پیش‌بین مقاوم طراحی شده برای سیستم نامی[1] و نامعین در شکل 5 آورده شده است.

نتایج شبیه‌سازی برای سیستم تعلیق یک چهارم خودرو با نامعینی‌های پارامتری و تحریک جاده دو برآمدگی به ازای مقادیر دیگری از پارامترهای نامعین، نشان‌دهنده عملکرد مقاوم روش کنترل پیش‌بین پیشنهادی است.

از طرفی نتایج نشان می‌دهند که روش پیشنهادی کنترل پیش‌بین مقاوم با وجود نامعینی‌های پارامتری، توانسته به طور چشمگیری راحتی سفر را ضمن ارضای قیود سیستم تعلیق بهبود بخشد. همچنین شکل 5 نشان‌دهنده کارایی روش کنترل پیش‌بین مدل مقاوم در کاهش شتاب بدنه سیستم تعلیق است.

برای بررسی حساسیت سیستم نسبت به تغییر پارامترهای سیستم، شبیه‌سازی‌های بخش 4-2 با مقادیر دیگری از جرم معلق و ضریب فنر تعلیق یک بار دیگر انجام شده و نتایج در سه حالت مختلف با هم مقایسه می شوند. این بار مقادیر پارامترهای نامعین جرم معلق و ضریب فنر تعلیق از مقادیر نامی خود به ترتیب تا 100kg و 3000N/m کاهش می‌یابند. در جدول 3 مقادیر تناسبی جذر میانگین مربعات پاسخ‌های خروجی به ازای مقادیر مختلف پارامترهای نامعین در سه حالت آورده شده است. مقادیر نامی به عنوان حالت دوم و مقادیر پارامترهای نامعین با افزایش و کاهش 100kg و 3000N/m به ترتیب به عنوان حالت اول و سوم مقادیر پارامترهای نامعین فرض می‌شوند.

با توجه به مقادیر جدول 3 پیداست که پاسخ‌های خروجی سیستم برای مقادیر پارامترهای نامعین در سه حالت مختلف نزدیک به هم می‌باشند.

در بخش بعدی، یک پروفایل جاده واقعی به عنوان تحریک جاده استفاده شده و شبیه‌سازی‌های بخش قبلی برای نشان دادن کارایی روش کنترل پیش‌بین مقاوم پیشنهادی در برخورد با ارتعاشات تکرار می‌شود. یک پروفایل جاده واقعی تصادفی مطابق شکل 6 استفاده می‌شود.

در شکل 7 پاسخ‌های خروجی برای کنترل پیش‌بین مقاوم در حالتی که پارامترهای نامعین جرم معلق و ضریب فنر تعلیق در مقادیر نامی خود ($m_s = 972.2\ \text{kg}, k_1 = 42719.6\ \text{N/m}$) تنظیم شده‌اند، نشان داده شده است.

از شکل 7 می‌توان دریافت که روش کنترل پیش‌بین مدل پیشنهادی مستقل از ورودی جاده بوده و عملکرد مقاوم را ضمن ارضای قیود تعلیق در حضور نامعینی از خود نشان می‌دهد.

جدول 3 نسبت مقادیر جذر میانگین مربعات خروجی‌های سیستم غیرفعال به فعال در سه حالت

Table 3 RMS proportions of passive system outputs to active ones in three cases

مقادیر پارامترهای نامعین	γ	β	α
حالت اول مقادیر	2.36	1.64	3.25
حالت دوم مقادیر	2.282	1.587	3.17
حالت سوم مقادیر	2.01	1.32	2.94

[1] Nominal system

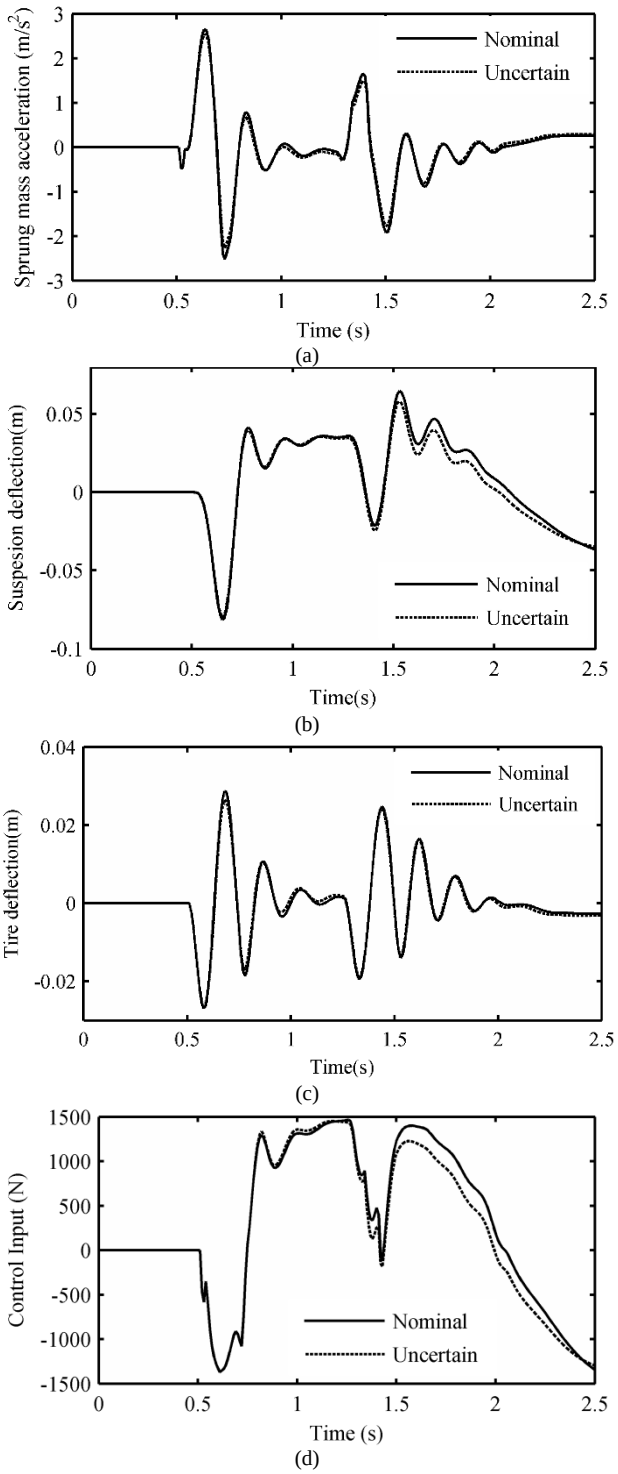


Fig. 5 Output responses for other amounts of uncertain parameters. (a) Sprung mass acceleration; (b) Suspension deflection; (c) Tire deflection; (d) Control input

شکل 5 پاسخ‌های خروجی برای مقادیر دیگری از پارامترهای نامعین. (a) شتاب جرم معلق؛ (b) جابجایی تعلیق؛ (c) جابجایی تایر؛ (d) نیروی کنترلی

5- نتایج

در مقاله حاضر برای دستیابی به اهداف چندگانه سیستم تعلیق ضمن ارضای قیود تعلیق، یک روش کنترل پیش‌بین مقاوم پیشنهاد شده که برای حل آن از ابزار نامعادلات ماتریسی خطی استفاده شده است. مقایسه پاسخ‌های کنترل پیش‌بین ارائه شده با کنترل مد لغزشی نشان دهنده عملکرد خوب آن در برآوردن اهداف سیستم تعلیق است. کنترل پیش‌بین مقاوم طراحی شده بر روی سیستم تعلیق یک چهارم خودرو با نامعینی‌های پارامتری اعمال شده است. نتایج شبیه‌سازی نشان دهنده عملکرد مقاوم روش کنترل پیش‌بین مقاوم در حضور نامعینی‌های پارامتری جهت برآوردن اهداف سیستم تعلیق ضمن ارضای قیود است. از طرف دیگر نتایج شبیه‌سازی با پروفایل‌های جاده مختلف، نشان دهنده عدم وابستگی روش کنترل پیش‌بین مدل پیشنهادی به تحریک‌های جاده است.

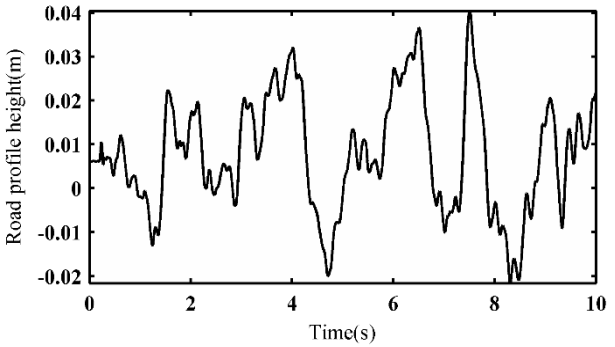
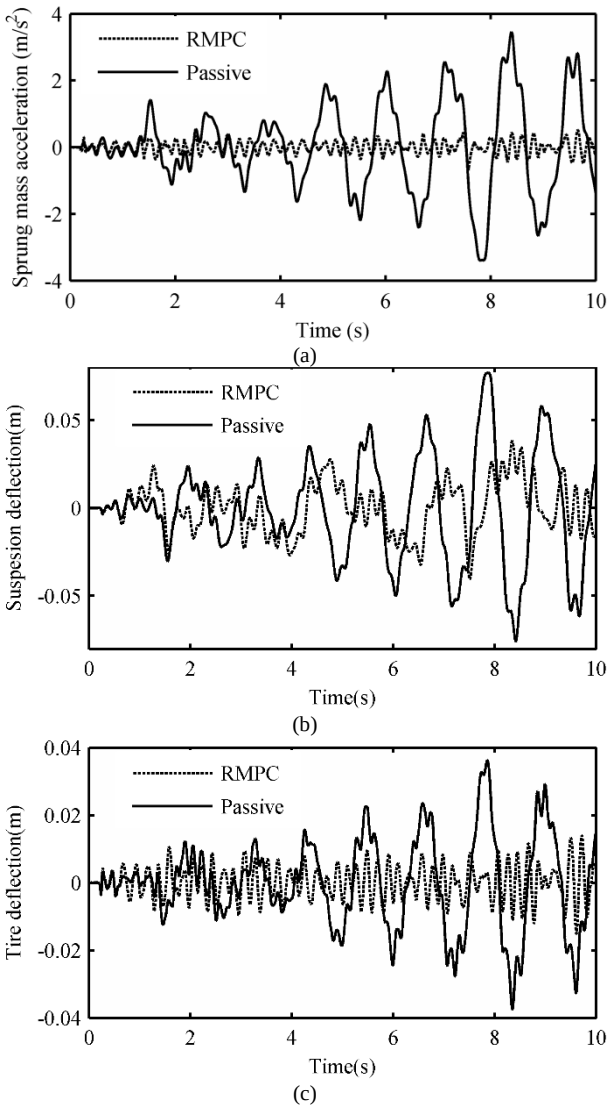
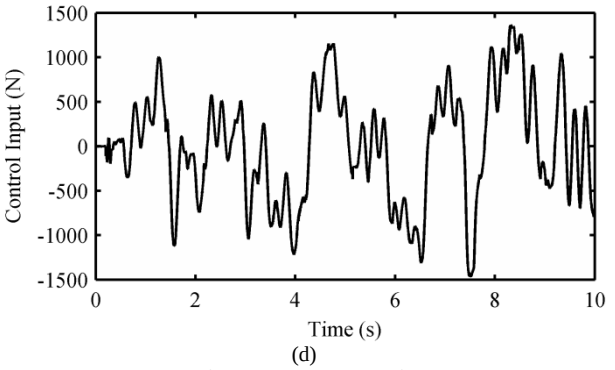


Fig. 6 Real stochastic road profile

شکل 6 پروفایل جاده تصادفی واقعی





(d)

Fig. 7 Output responses for stochastic road profile. (a) Sprung mass acceleration; (b) Suspension deflection; (c) Tire deflection; (d) Control input

شکل 7 پاسخ‌های خروجی سیستم تعلیق برای پروفایل جاده تصادفی. (a) شتاب جرم معلق؛ (b) جابجایی تعلیق؛ (c) جابجایی تایر؛ (d) نیروی کنترلی

6- مراجع

[1] H. Du, J. Lam, K. Y. SZE, Design of Non-fragile H∞ controller for active vehicle suspension, *Journal of Vibrations and Control*, Vol. 11, pp. 225-243, 2005

[2] A. Akbari, B. Lohmann, Output feedback H_∞/ GH_2 preview control of active vehicle suspensions: a comparison study of LQG preview, *Vehicle System Dynamics*, Vol. 48, No. 12, pp. 1475-1494, December 2010

[3] H. Chen, K.H. Guo, Constrained H_∞ control of active suspensions: an LMI approach, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 13, No. 3, pp. 412-421, 2005

[4] H. Chen, Z. Y. Liu, P. Y. Sun, Application of constrained H_∞ control to active suspension systems on Half-Car models, *Journal of Dynamic Systems, Measurements, and Control*, Vol. 127, No. 3, pp. 345-354, 2004

[5] M. Ma, H. Chen, Constrained H_2 control of active suspensions using LMI optimization, *Proceedings of the 25th Chinese Control Conference*, Harbin, Heilongjiang, China, August 2006

[6] P. Apkarian, P. Gahinet, G. Becker, Self-scheduled H_∞ control of linear parameter-varying systems: A design example, *Automatica*, Vol. 31, No. 9, pp. 1251-1261, 1995

[7] S. J. Esmaeili, A. Akbari, H. R. Karimi, load-dependent LPV/ H_2 output-feedback control of semi-active suspension systems equipped with MR damper, *International Journal of Vehicle Design*, Vol. 68, pp. 119-140, 2015

[8] H. Du, N. Zhang, H_∞ control of active vehicle suspensions with actuator time delay, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 301, pp. 236-252, 2007

[9] J. R. Massegu, F. P. Quinonero, J. M. Rossell, H. R. Karimi, Static output-feedback control for vehicle suspension: A single-step linear matrix inequality approach, *Hindawi Publishing Corporation*, Vol. 2013, 2013

[10] A. Akbari, *Multi-Objective H_∞/ GH_2 Control Of Active Vehicle Suspensions*, PhD Thesis, Munich University of Technology, Germany, 2009

[11] T. van der Sande, B. Gysen, I. Besselink, J. Paulides, E. Lomonova, H. Nijmeijer, Robust control of an electromagnetic active suspension system: Simulations and measurements, *Mechatronics*, Vol. 23, pp. 204-212, 2013

[12] D. Hrovat, Survey of advanced suspension developments and related optimal control applications, *Automatica*, Vol. 33, No. 10, pp. 1781-1817, 1997.

[13] N. Wada, K. Saito, M. Saeki, Model predictive control for linear parameter varying systems using parameter dependent lyapunov function, *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, Vol. 53, No. 12, pp. 1446-1450, 2006

[14] Z. Wan, M. V. Kothare, An efficient off-line formulation of robust model predictive control using linear matrix inequalities, *Automatica*, Vol. 39, pp. 837-846, 2003

[15] A. M. Khiavi, M. Mirzaei, S. Hajimohammadi, A new optimal control for the semi-active suspension system considering the nonlinear magneto-rheological damper model, *Journal of Vibration and Control*, Vol. 20, No. 14, pp. 2221-2233, 2014

[16] A. Malekshahi, M. Mirzaei, Designing a non-linear tracking controller for vehicle active suspension systems using an optimization process, *International Journal of Automotive Technology*, Vol. 13, pp. 263-271, 2012

[17] A. Malekshahi, M. Mirzaei, S. Aghasizade, Non-linear predictive control of multi-input multi-output vehicle suspension system, *Journal of Low Frequency Noise, Vibration and Active Control*, Vol. 34, No.1, pp. 87-106, 2015

[18] O. Sename, P. Gaspar, J. Bokor, *Robust Control and Linear Parameter Varying Approaches*, pp. 183-210, Heidelberg: Springer, 2013

[19] X. Mao, N. Koroleva, A. Rodkina, Robust stability of uncertain stochastic differential delay equations, *Systems & Control Letters*, Vol. 35, pp. 325-336, 1998

[20] M. Rajchakit, G. Rajchakit, LMI approach to robust stability and stabilization of nonlinear uncertain discrete-time systems with convex polytopic uncertainties, *Advances in Difference Equations*, Vol. 106, 2012.

[21] T. Yoshimura, A. Kume, M. Kurimoto, J. Hino, Construction of an active suspension system of a quarter car model using the concept of sliding mode control, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 239, No. 2, pp. 187-199, 2001.

[22] J. Löfberg, YALMIP: a toolbox for modeling and optimization in MATLAB, *Proceedings of the 2004 IEEE International Symposium on Computer Aided Control System Design*, Taipei, Taiwan, pp. 284-289, 2004.

[23] F. A. Ansari, R. S. Taparia, Modeling, analysis and control of active suspension system using sliding mode control and disturbance observer, *International Journal of Scientific and Research Publications*, Vol. 3, No. 1, January 2013.

[24] B. L. Zhang, G. Y. Tang, F. L. Cao, Optimal sliding mode control for active suspension systems, *Proceedings of the 2009 IEEE International Conference on Networkimg, Sensing and Control*, Okayama, Japan, March, 2009.