مجله مهندسی مکانیک مدرس، اسفند 1396، دوره 17، شماره 12، ص‌ص 234-242

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

طراحی راهبرد کنترلی PID برای پرواز رو به جلو چهارپره تحت شرایط اثر زمین

کامران دانشجو[1*]، حسن کشاورزیان[2]

1- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران
2- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران
* تهران، صندوق پستی 16765-163، kjoo@iust.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 18 مرداد 1396
پذیرش: 20 آبان 1396
ارائه در سایت: 24 آذر 1396

کلید واژگان:
وسایل هوایی بدون سرنشین
اثر زمین
مدل‌سازی چهارپره
کنترل کننده PID

چکیده

در سال‌های اخیر، در کلاس هواپیماهای بدون سرنشین، کنترل چهارپره مورد توجه بسیاری از محققان در سراسر دنیا قرار گرفته است. در این نوع بالگرد تلاش می‌شود که با استفاده از نیروهایی که توسط پروانه‌ها تولید می‌شود، به پایداری در حالت پرواز ایستا و متحرک دست پیدا کنند. چهارپره رفتار دینامیکی غیرخطی متغیر با زمان دارد و مادام توسط نیروهای آیرودینامیکی مغشوش می‌شود. در شرایط اثر زمین، یک پروانه بالگرد در اثر اندرکنش با زمین باعث اغتشاشات چشمگیری در جریان در نزدیکی پره‌های پروانه و همچنین بدنه پرنده می‌شود. این اندرکنش‌ها اثرات جدی بر روی خصوصیات کیفیت کنترل پرواز می‌گذارد و باعث ناپایداری پرواز می‌شود. اکثر مطالعات انجام شده در زمینه اثر زمین به بررسی پرواز ایستا و فرود بالگرد متمرکز شده‌اند و اثر زمین به صورت پارامتر ثابت در معادلات دینامیکی وارد شده است. در این مقاله، مدل دینامیکی غیرخطی جامعی برای انواع حالت‌های پرواز چهارپره در نزدیکی سطح زمین در فضای حالت ارائه شده و اثر زمین به صورت تابعی از متغیرهای حالت در معادلات دینامیکی ظاهر می‌شود. در گام بعدی با استفاده از مدل پیشنهادی یک سیستم کنترلی PID طراحی می‌شود و پدیده اثر زمین در عملکرد کنترل کننده بررسی می‌شود. نتایج شبیه سازی‌ها نشان می‌دهد که با کمک این مدل و کنترل کننده طراحی شده، پایداری پرواز و تعقیب مسیر بهبود چشمگیری یافته است.

Design of PID control strategy for forward flight of quadrotor in the ground effect condition

Kamran Daneshjou*, Hasan Keshavarzian

Department of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran
* P.O.B. 16765-163 Tehran, Iran, kjoo@iust.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 09 August 2017
Accepted 11 November 2017
Available Online 15 December 2017

Keywords:
Unmanned Aerial Vehicles
Ground Effect
Quadrotor Modeling
PID Controller

ABSTRACT

In unmanned aerial vehicle (UAV) classes, the control of quadrotor has attracted many researchers from around the world in recent years. In this type of rotary wing, it is attempted to achieve stability in hover and motion flight modes using the forces, produced by propellers. Quadrotor has nonlinear and time-varying behavior and the aerodynamic forces almost always disturb it. In near the ground, the wake of quadrotor interacting with the ground surface causes perturbation to the flow near the blades and frame. These perturbations have significant effect on quality and stability of flight. Most of the related researches were only studied hover and landing operation and the ground effect was considered as constant coefficient in dynamic equations. In this paper, a comprehensive nonlinear model is developed for variety modes of quadrotor flight in near the ground in space state, and the ground effect is as function of state variables in equation. Then, according to the proposed model, the PID controller is designed and the effect of the ground effect on controller performance is investigated. The results of simulation indicate that, the flight stability and trajectory tracking have improved significantly by using of the model and designed controller.

1- مقدمه

امروزه با پیشرفت علومی نظیر هوافضا، الکترونیک و کنترل، توجه گسترده‌ای به طراحی و ساخت وسایل هوایی بدون سرنشین (UAV) شده است. همچنین قابلیت استفاده گسترده از این پرنده‌ها، چه در زمینه نظامی و چه در زمینه غیرنظامی انگیزه‌ای قوی برای طراحی و ساخت این پرنده‌ها به وجود آورده است. مشکل اصلی در استفاده ایمن از این وسایل بحث هدایت و کنترل آنها در محیط‌های مختلف می‌باشد. از مزایای بالگردها نسبت به بال ثابت‌ها می‌توان به نشست و برخاست عمودی، پرواز در محیط‌های بسته، کنترل پذیری بالا و قابلیت پرواز با سرعت کم اشاره نمود. اگر چه این نوع پرنده‌ها مصرف انرژی بالا دارند اما با پیشرفت صنعت ساخت باتری، این چالش تا حدودی برطرف شده است. در چهارپره‌ها گام پره‌ها ثابت است و ایجاد نیروی تراست با تغییر در سرعت چرخش پره‌ها ایجاد می‌شود به عبارت دیگر هر نوع حرکت چهارپره با تغییر سرعت بعضی یا تمام پره‌ها ممکن می‌شود.

این نوع UAVها رفتار کاملاً غیرخطی و متغیر با زمان دارند و دائماً تحت تأثیر اثرات آشوب‌های آیرودینامیکی هستند. علاوه بر این عدم قطعیت‌های

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:

K. Daneshjou, H. Keshavarzian, Design of PID control strategy for forward flight of quadrotor in the ground effect condition, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 12, pp. 234-242, 2018 (in Persian)

پارامترها و دینامیک مدل نشده، کنترل این وسیله را به چالش می‌کشاند. برای دستیابی به عملکرد مطلوب در پرواز خودگردان به همراه مانورپذیری و مقاوم بودن در برابر آشوب‌های خارجی، طراحی یک استراتژی کنترل پیشرفته را آشکار می‌سازد. همچنین باید به این نکته توجه شود که چهارپره یک سیستم مکانیکی فرو عملگر[1] است، فقط قوانین کنترلی زمان متغیر می‌تواند این سیستم‌ها را کنترل نماید. بدین منظور تحقیقات گسترده‌ای در زمینه بهبود سیستم هدایت و کنترل آن انجام شده است و کلیه روش‌های کنترل خطی[2,1]، غیر خطی[4,3]، فازی[5]، مقاوم[7,6] و تطبیقی[9,8] بر روی چهارپره بررسی شده است.

در اکثر مأموریت‌های تعقیب مسیر از قبیل ماموریت‌های پایش، تجسس و شناسایی به علت پرواز در ارتفاعات بالا از اثر زمین صرف‌نظر شده است که فرض منطقی می‌باشد[10-12]. هنگامی که یک تک روتور (بالگرد) در نزدیکی سطح زمین (نصف قطر پروانه) پرواز می‌کند، نیروی تراست به علت اثر صفحه زمینی که بر روی جریان هوای پایین دست روتور دارد، باعث کاهش سرعت القایی، کاهش درگ القایی و افزایش فشار نازبالشی[2] می‌شود[13]. اگرچه این فشار نازبالشی نیروی تراست بیشتری را به چهارپره ارائه می‌دهد اما ماندن در این حالت باعث ناپایداری حرکت پرنده می‌شود. مطابق شکل 1، در نزدیکی زمین به علت تداخل الگوی جریان پروانه با سطح زمین، در عملکرد پرنده اغتشاش ایجاد می‌شود. بیشترین مقدار اثر زمین در پرواز ایستا، در برخورد جریان پروانه با سطوح صاف ایجاد می‌شود، در صورتی که اثر زمین در زمین‌های ناهموار و دارای پوشش گیاهی به صورت جدی کاهش می‌یابد.

دانشمندان زیادی با انجام تست‌های پروازی متعدد، به بررسی فاکتورهای تأثیر گذار این پدیده پرداخته‌اند و در نهایت با پردازش داده‌های تجربی، مدل‌های تجربی برای پیش بینی اثر زمین در پرواز ایستا ارائه کرده‌اند[15,14]. نتایج این پژوهش‌ها در پرواز ایستا نشان می‌دهدکه نسبت تراست در اثر زمین به تراست خارج از اثر زمین در توان ثابت تنها تابعی از نسبت ارتفاع پرنده به شعاع دیسک پروانه ($\bar{z}=z/R$) است. برای بالگردهای تک روتور، اثر زمین برای $\bar{z}>2$ تقریباً ناچیز است. پاورز و همکارانش برای دست‌یابی به کنترل پرواز خودکار میکرو چهارپره در شرایط مختلف (ناشی از اثر زمین و سقف، پرواز در مجاورت یکدیگر و غیره) یک مجموعه آزمایش‌هایی را انجام داده‌اند[16]. آنها با انجام آزمایش‌ها پی بردند، اثر زمین تا نسبت $z/R=5$ قابل مشاهده است. همچنین محققان با استفاده از سایر روش‌ها روابط جامع‌تری را پیشنهاد داده‌اند. کنگ و سان[3] جریان‌های میدانی بالگردهای تک روتور و دو روتور در پرواز نزدیک سطح زمین را با استفاده از شبیه‌سازی عددی توسط معادلات ناویر استوک مطالعه کرده‌اند[17].

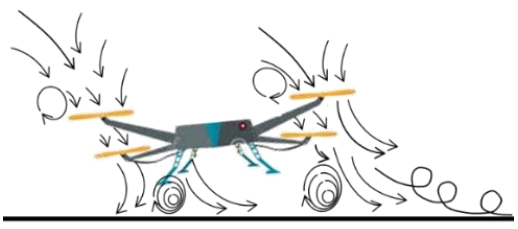

Fig. 1 Formation of Ground Vortex in low speed forward of Quadrotor

شکل 1 شکل‌گیری گرادیه‌های زمینی در سرعت رو به جلو پایین چهارپره

گریفتس و لیشمن[4] با استفاده از دو روش پردازش تصویر و تکین سطح، یک مدل برای پیش بینی اثر زمین ارائه و با انجام آزمایش صحت آن را ارزیابی کرده‌اند[18]. لیم و همکارانش عملکرد پره‌های پایینی و بالایی را در هلی‌کوپترهای هم محور ارزیابی کرده‌اند[19]. شرف و همکاران مقدار نیروی تراست ناشی از اثر زمین برای یک چهارپره با روتورهای هم محور را با انجام تست در محیط آزمایشگاهی برآورد کردند و با توجه به داده‌های اندازه‌گیری رابطه تجربی برای حالت ایستا پیشنهاد داده‌اند[20]. ایچ و همکارانش، با جمع‌آوری داده‌های ناوبری رول و پیچ در حضور اثر زمین، یک مدل ریاضی ارائه کرده‌اند[21]. با افزایش ارتفاع پایداری کوادکوپتر افزایش می‌یابد و از ارتفاع 0.75 m به بعد، تغییرات رول در فرکانس 20 Hz ثابت باقی می‌ماند.

در کارهای تحقیقاتی که در زمینه کنترل پرواز بالگرد در هنگام فرود و برخاست، اثر زمین به صورت ضریب ثابت در سیستم‌های کنترلی در نظر گرفته می‌شود و همچنین از اثر سرعت انتقالی در هنگام فرود صرف‌نظر می‌شود. در این مقاله، ماموریت چهارپره پرواز متحرک در نزدیکترین سطح به زمین و حفظ پایداری در حضور اغتشاشات اثر زمین می‌باشد. بنابراین در این ماموریت، سیستم کنترل دو وظیفه اصلی دارد: الف- حفظ پایداری پرواز چهارپره در نزدیکی سطح زمین. ب- تقعیب مسیر مورد نظر. از آنجایی که این پرواز در محیط آزاد و در نزدیکی سطح زمین انجام می‌شود، حفظ تعادل وضعیت پرنده بسیار چالش برانگیز می‌باشد، زیرا با کمترین عدم تعادل در وضعیت چهارپره باعث برخورد پرنده با زمین شده و مأموریت با شکست مواجه خواهد شد. به همین منظور مقاوم پذیری کنترل وضعیت و موقعیت در برابر اغتشاشات آیرودینامیکی از اهمیت فراوانی برخوردار است.

این مقاله از پنج بخش تشکیل شده است. در بخش اول، مروری بر تحقیقات صورت گرفته در خصوص کنترل پرواز چهارپره، پدیده اثر زمین و سپس بیان مسئله و اهداف پشیرو این تحقیق ارائه خواهد. در بخش دوم، مدل دینامیکی چهارپره ارتقا داده می‌شود. در بخش سوم، بر اساس مدل ارتقا داده شده سیستم کنترلی طراحی می‌شود. در بخش چهارم، برای ارزیابی عملکرد سیستم کنترل کننده جدید، یک مانور همراه با نویز در اثر زمین اجرا می‌شود. نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که مقاومت پذیری سیستم کنترلی مطلوب بوده است. و در نهایت از کارهای انجام شده نتیجه گیری می‌شود.

2- مدل‌سازی حرکت چهارپره

در این بخش اطلاعات مدل‌سازی چهارپره که از معادلات عمومی جسم صلب با شش درجه آزادی استنتاج و ارائه می‌شود. اولین گام برای دستیابی به مدل دینامیکی چهارپره تعریف دستگاه مختصات متحرک راستگرد است که در شکل 2 نمایش داده شده است. دستگاه مختصات ثابت (E) که به زمین ثابت می‌شود و دستگاه مختصات متحرک (B) که به بدنه چهارپره متصل می‌باشد. وضعیت چهارپره به وسیله دوران‌های متواتر حول هر محورهای اینرسی بر اساس زوایای اویلر ارزیابی می‌شود. رابطه (1) معادلات سینماتیک جسم صلب با شش درجه آزادی را تشریح می‌کند [22].

$$\dot{\varsigma}=J_\theta v \qquad (1)$$

$\dot{\varsigma}$ بردار سرعت تعمیم یافته در دستگاه مختصات ثابت، v بردار سرعت تعمیم یافته در دستگاه مختصات متحرک و J_θ ماتریس تعمیم یافته است. ζ ترکیبی از موقعیت خطی و دورانی در دستگاه مختصات ثابت می‌باشد. به طور مشابه، ترکیب خطی از سرعت انتقالی و دورانی در دستگاه متحرک است. علاوه بر این، ماتریس تعمیم یافته J_θ ترکیبی از چهار زیر ماتریس می‌باشد.

[1] Under actuated system
[2] Pressure cushion
[3] Kang and Sun
[4] Griffiths and Lishman

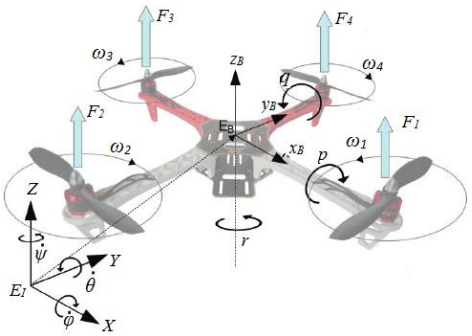

Fig. 2 Quadrotor model with corresponding frames

شکل 2 مدل چهارپره و دستگاه‌های مختصات مرتبط با آن

$$J_\theta = \begin{bmatrix} R_\theta & 0_{3\times3} \\ 0_{3\times3} & T_\theta \end{bmatrix} \quad (2)$$

زیر ماتریس $0_{3\times3}$ یک ماتریس با ابعاد 3 در 3 که تمامی درایه‌های آن صفر می‌باشد. در حالی که R_θ و T_θ به ترتیب ماتریس دوران و انتقال می‌باشد که در روابط (3) و (4) تعریف شده‌اند.

$$R_\theta = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & -s\psi c\varphi + c\psi s\theta s\varphi & s\psi s\varphi + c\psi s\theta c\varphi \\ s\psi c\theta & c\psi c\varphi + s\psi s\theta s\varphi & -c\psi s\varphi + s\psi s\theta c\varphi \\ -s\theta & c\theta s\varphi & c\theta c\varphi \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$T_\theta = \begin{bmatrix} 1 & s\varphi t\theta & c\varphi t\theta \\ 0 & c\varphi & -s\varphi \\ 0 & c\varphi/c\theta & c\varphi/c\theta \end{bmatrix} \quad (4)$$

در دو معادله بالا، $c_k = \cos k\,, s_k = \sin k, t_k = \tan k$ به کار گرفته شده‌اند. معادله دینامیکی جسم صلب با شش درجه آزادی با ماتریس جرم m (kg) و ماتریس اینرسی I [N.m.s^2] در نظر گرفته شده است. مطابق قانون دوم نیوتن، مشتق بردار اندازه حرکت خطی برابر با بردار نیروی اعمالی خواهد بود و به طور مشابه مشتق اندازه حرکت زاویه‌ای هم ارز با بردار ممان‌های اعمالی می‌شود.

$$\begin{bmatrix} m.I_{3\times3} & 0_{3\times3} \\ 0_{3\times3} & I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{V}^B \\ \dot{\omega}^B \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega^B \times (mV^B) \\ \omega^B \times (I\omega^B) \end{bmatrix} = \begin{Bmatrix} F^B \\ \tau^B \end{Bmatrix} \quad (5)$$

$I_{3\times3}$ ماتریس یکه مرتبه 3 می‌باشد. $\dot{V}^B$ (m/s^2) بردار شتاب حرکت انتقالی چهارپره در دستگاه مختصات متحرک، $\dot{\omega}^B$(rad/s^2) بردار شتاب زاویه‌ای چهارپره در دستگاه مختصات متحرک، F_B (N) و τ_B (N.m) بردارهای نیرو و گشتاور در دستگاه مختصات متحرک هستند. نیروها و گشتاورهای خارجی اعمالی به چهارپره از سه بخش اصلی تشکیل شده است که به ترتیب توضیح داده می‌شود. اولین مؤلفه بردار گرانش (G_B) ناشی از شتاب گرانش زمین است. کاملاً واضح است که این شتاب گرانش فقط بر روی مؤلفه‌های حرکت انتقالی اثر می‌گذارد و روی مؤلفه‌های زاویه‌ای بی تأثیر می‌باشد. بنابراین جنس آن فقط از نوع نیرو می‌باشد.

دومین مؤلفه که باید در نظر گرفته شود، اثرات گشتاورهای ژیروسکوپ که به وسیله دوران پرنده و پروانه تولید می‌شود. از آنجایی که دو پروانه به صورت ساعتگرد و دوتای دیگر به صورت پادساعتگرد می‌چرخند، هنگامی که جمع جبری سرعت‌های روتور برابر با صفر نشود، یک نابالانسی کلی بوجود می‌آید. همچنین اگر نرخ‌های رول و پیچ متفاوت با صفر باشند، گشتاورهای ژیروسکوپ مطابق رابطه (6) محاسبه می‌شوند.

$$O_B(v) = \frac{dL_{\text{Rotor}}}{dt} + w^B \times L = I.\dot{\Omega} + w^B \times (I_{\text{Rotor}}.\Omega) \quad (6)$$

مؤلفه سوم، نیروها و گشتاورهایی است که مستقیماً توسط پروانه‌ها ایجاد می‌شود که به عنوان بردار ورودی شناخته می‌شوند. نیروها و گشتاورها با توان دوم سرعت دورانی پروانه‌ها متناسب می‌باشند. بردار ورودی $U_B(\Omega)$ مطابق رابطه (7) بر دینامیک چهارپره اعمال می‌شود.

$$U_B(\Omega) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b(\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2) \\ bl(\Omega_4^2 - \Omega_2^2) \\ bl(\Omega_3^2 - \Omega_1^2) \\ d(\Omega_2^2 + \Omega_4^2 - \Omega_1^2 - \Omega_3^2) \end{bmatrix} \quad (7)$$

l (m) فاصله بین مرکز چهارپره و مرکز پروانه است. U_1، U_2، U_3 و U_4 مؤلفه‌های بردار ورودی می‌باشند. همچنین نیروی درگ ناشی از اصطکاک آئرودینامیک در سرعت‌های پایین را می‌توان با رابطه خطی (8) تقریب زد.

$$F_a = -Kv_t \quad (8)$$

بر اساس گزارش تست‌های پرواز، نیروها و ممان‌های غیرمتقارن بزرگی به بدنه اعمال می‌شود. همچنین اختلافاتی نیز بین عملکرد هلی‌کوپترها در پرواز ایستا نزدیک به زمین با باد محیطی و پرواز با سرعت کم در نزدیک زمین مشاهده شده است. اندرکنش ویک بالگرد با زمین در سرعت پرواز کم نزدیک به زمین دارای دو رژیم است [23]:

بازگردش ویک در قسمت جلویی پروانه، که در نسبت‌های پیشروی پایین رخ می‌دهد و باعث ورود جریان اضافی از قسمت جلویی پروانه می‌شود (رژیم بازگردش[1]).

شکل‌گیری گردابه نعل اسبی زمینی در ریز پروانه در نسبت‌های پیشروی بالاتر به همراه اندرکنش‌ها (رژیم گردابه زمینی[2]).

هنگامی که پروانه در نزدیکی زمین و با نسبت پیشروی پایین پرواز می‌کند، ویک قسمت جلویی پروانه با زمین و جریان‌های رو به جلو برخورد کرده و تشکیل حلقه می‌دهد. از یک مقدار نسبت پیشروی به بالا، گردابه نعل اسبی در زیر پروانه شکل می‌گیرد و با افزایش نسبت پیشروی کوچکتر شده تا ناپدید می‌گردد. بر اساس نتایج آزمایشگاهی، در نسبت‌های پیشروی کم بین 0.03 تا 0.04 گردابه‌های نوک پروانه به سمت جلو حرکت می‌کند و در دیسک پروانه پدیده بازگردش رخ می‌دهد. در μ=0.058 جریان جدا شده تشکیل گردابه زمینی می‌دهد و با افزایش نسبت پیشروی گردابه زمینی شروع به کوچک شدن می‌کند. به همین منظور، کرتیس و همکارانش[3] با استفاده از تجهیزات آزمایشگاه پرینستون (PDMT) پروانه‌های هلی‌کوپتر را در ارتفاعات مختلف از سطح زمین و با سرعت‌های رو به جلو گوناگون تست کرده‌اند و رابطه جیزمن را به صورت (9) بهبود داده‌اند.

$$\frac{T_g}{T_\infty} = \frac{1}{1 - \left(\frac{R}{4z}\right)^2 \left\{\frac{1}{1+\left(\frac{V_\infty}{v_i}\right)^2}\right\}} \quad (9)$$

توجه شود که V_∞ سرعت جریان آزاد کلی است که شامل سرعت انتقالی و سرعت باد محیط است. در پرواز ساکن که سرعت جریان آزاد برابر با صفر می‌باشد، با توجه به قانون بقای ممنتوم، سرعت جریان القایی از رابطه (10) محاسبه می‌شود.

$$v_h = \sqrt{\frac{T}{2\rho A}} = \sqrt{\frac{mg}{2\rho A}} \quad (10)$$

به منظور استخراج اثر سرعت جریان آزاد بر روی توان القایی، از پایداری مومنتم، سرعت القایی v_i برای یک وسیله ایده‌آل می‌توان به صورت رابطه (11) بدست آورد.

$$v_i = \frac{T/2\rho A}{\sqrt{(V_\infty \cos\alpha)^2 + (V_\infty \sin\alpha + v_i)^2}} = \frac{v_h^2}{\sqrt{(V_\infty \cos\alpha)^2 + (V_\infty \sin\alpha + v_i)^2}} \quad (11)$$

[1] Recirculation Regime
[2] Ground Vortex Regime
[3] Curtiss et al

در روابط فوق α زاویه حمله است. معادله (11) برای زوایای حمله بزرگ دقت کمتری دارد. در پروازهای رو به جلو با سرعت پایین برای محاسبه سرعت القایی رابطه تقریبی (12) نیز پیشنهاد شده است.

$$v_i = \sqrt{-\frac{V^2}{2}+\sqrt{\left(\frac{V^2}{2}\right)^2+\left(\frac{T}{2\rho A}\right)^2}} = \sqrt{-\frac{V^2}{2}+\sqrt{\left(\frac{V^2}{2}\right)^2+v_{hov}^2}} \quad (12)$$

با استفاده از روابط (11) و (12) نمودار سرعت القایی نسبت به سرعت انتقالی در شکل 3 ترسیم شده است. همان طور که مشاهده می‌شود در سرعت‌های پایین این دو نمودار کاملاً بر هم منطبق می‌باشند و رابطه (12) از دقت قابل قبولی برخوردار است.

با توجه به رابطه تقریبی سرعت القایی در سرعت‌های پایین و همچنین با فرض یکسان بودن مؤلفه‌های سرعت انتقالی هر چهار پره، فرم فضای حالت حرکت دینامیکی کوادروتور به صورت روابطی که در پیوست نمایش داده شده است، بازنویسی می‌شود. از طرف دیگر با توجه به رابطه (7)، ورودی‌های کنترلی به مجذور سرعت دورانی پروانه‌ها یا به عبارت دیگر به مجذور سرعت دورانی موتورهای الکتریکی بستگی دارد. برای کابردی‌تر شدن مدل چهارپره، باید معادله دینامیکی موتور الکتریکی در کنار مجموعه معادلات حرکت حل شود.

در این سیستم کنترلی، موتور DC یک عملگر است که انرژی الکتریکی را به انرژی مکانیکی تبدیل می‌کند. موتور DC مدل الکتریکی و دینامیکی کاملاً معلوم دارد. این مدل شامل یک مقاومت R (Ω) یک سلف L(H) و یک مولد ولتاژ e(V) است که به صورت سری بهم متصل شده‌اند. مقاومت نماینده افت توان ناشی از عبور جریان در داخل کنداکتور مسی است. با اعمال قانون ولتاژ کیرشف، معادله (13) بدست می‌آید.

$$v = Ri + L\frac{\partial i}{\partial t} + K_E\omega_M \quad (13)$$

i (A) جریان موتور، K_E (V s rad^{-1}) ثابت موتور و ω_M (rad/s) سرعت زاویه ای موتور هستند. دینامیک موتور به وسیله رابطه (14) توصیف می‌شود.

$$J_{TM}\dot{\omega}_M = T_M - T_L \quad (14)$$

J_{TM} (N.m.s^2) ممان اینرسی موتور، $\dot{\omega}_M$ (rad.s^{-2}) شتاب زاویه‌ای موتور، T_M (N.m) گشتاور موتور و T_L (N.m) گشتاور بار موتور می‌باشد. گشتاور موتور T_M از طریق ثابت K_M (N m A^{-1}) متناسب با جریان الکتریکی است: $T_M = K_{mm}i$. بنابراین رابطه (13) مطابق رابطه (14) بازنویسی می‌شود.

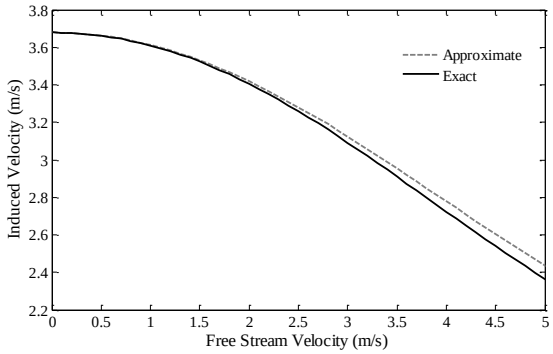

Fig. 3 Exact and approximate solutions of induced velocity versus to free stream velocity.

شکل 3 حل‌های دقیق و تقریبی سرعت القایی نسبت به سرعت جریان آزاد

$$J_{TM}\dot{\omega}_M = \frac{-K_EK_M}{R} - T_L + \frac{K_M}{R}v \quad (15)$$

سیستم‌های واقعی مطابق شکل 4، از یک موتور، گیربکس و پروانه تشکیل شده است. بنابراین معادلات دیگری نیز باید به روابط اضافه شود[11].

$$(J_P + \eta N^2 J_M) = \frac{-K_EK_M}{R}\eta N^2\omega_P - d\omega_P^2 + \frac{K_M}{R}\eta N v \quad (16)$$

Jp (N m s^2) ممان اینرسی روتور حول محور موتور، J_M (N m s^2) ممان اینرسی روتور حول محور پروانه، ω_P (rad/s) سرعت زاویه‌ای پروانه، T_{PM} (N.m) گشتاور پروانه در محور موتور، Tp (N.m) گشتاور پروانه و T_{MP} (N.m) گشتاور موتور در محور پروانه است. نسبت کاهش گیربکس N برابر است با سرعت موتور ω_M تقسیم بر سرعت پروانه ω_P. همچنین N از نسبت تعداد دندانه‌های چرخدنده پروانه به تعداد دندانه‌های چرخدنده موتور محاسبه می‌شود. پارامتر دیگر گیربکس، بازده تغییر η است که از نسبت قدرت مکانیکی موتور P_M به قدرت پروانه Pp بدست می‌آید.

3- طراحی سیستم کنترلی

همان‌طور که قبلاً اشاره شد، عدم دقت در مدل‌سازی می‌تواند اثرات نامطلوب شدیدی بر سیستم‌های غیرخطی بگذارد. بنابراین هر طراحی عملی بایستی آنها را صریحاً مورد نظر قرار دهد. شکل 5 بلوک دیاگرام پیشنهادی سیستم کنترلی را نمایش می‌دهد. در گام نخست، معادلات دینامیکی چهارپره به دو زیرسیستم دورانی و انتقالی تقسیم می‌شود. برای هر کدام از زیرسیستم‌ها باید یک کنترل‌کننده مناسب طراحی شود. از آنجایی که چهارپره یک سیستم فرو عملگر است به عبارت دیگر با چهار ورودی، شش درجه آزادی چهارپره باید کنترل شود، در نتیجه سیستم کنترلی به صورت آبشاری[1] طراحی می‌شود. در جعبه مسیر مرجع، مؤلفه‌های مورد نظر X_d، Y_d، Z_d و ψ_d تعریف می‌شود. در ابتدا با کمک رابطه ارائه شده در پیوست، با توجه اختلاف ارتفاع پروازی موردنظر و واقعی $(Z_d - Z)$ مقدار نیروی تراست U_1 از طریق کنترل کننده اول محاسبه می‌شود. همچنین با توجه به مؤلفه‌های سیگنال خطا در راستای محور X و Y مقادیر φ_d و θ_d که در کنترل کننده وضعیت به عنوان ورودی عمل می‌کنند، محاسبه می‌شوند. در کنترل کننده وضعیت با توجه سیگنال‌های خطا زوایای اویلر ممان‌های ورودی U_2، U_3 و U_4 بدست می‌آیند. در گام آخر با توجه به نیرو و ممان‌های ورودی، ولتاژ ورودی به موتورهای الکتریکی محاسبه شده و وارد پلنت سیستم کنترلی می‌شود. اثر

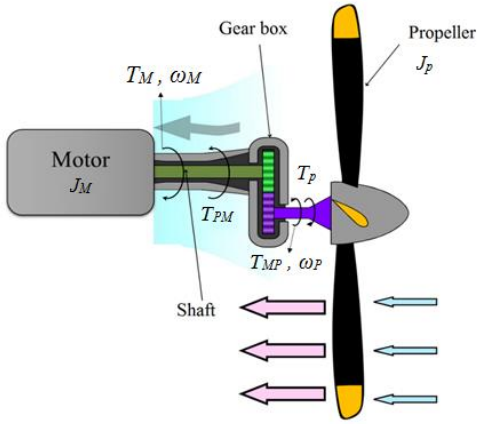

Fig. 4 Power transmission system in motor

شکل 4 سیستم انتقال قدرت در موتور

[1] Cascade

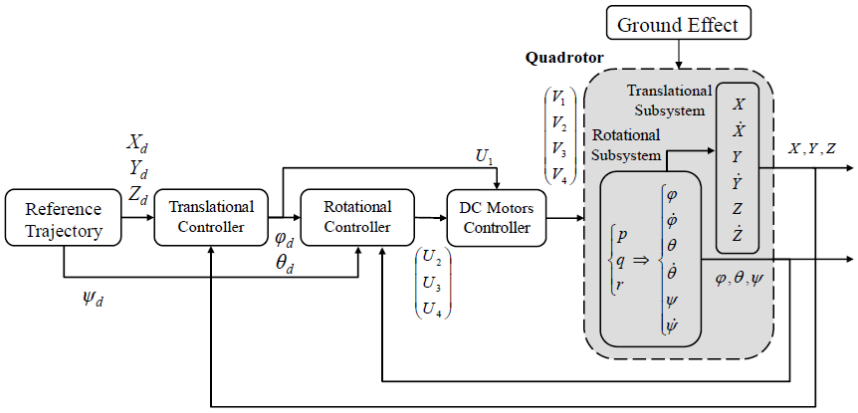

Fig. 5 Block diagram of cascade control system

شکل 5 دیاگرام جعبه‌ای سیستم کنترلی آبشاری

زمین به صورت نویز به پلنت سیستم کنترلی وارد می‌شوند. بنابراین در هر لحظه با توجه به فیدبک که از وضعیت و موقعیت پرنده گرفته می‌شود، سیگنال خطا بدست می‌آید و سپس با توجه به این سیگنال ورودی مورد نیاز برای حفظ وضعیت و موقعیت محاسبه می‌شود.

کنترل کننده‌های PID به علت سادگی آنها و پیاده‌سازی آسان، به صورت گسترده و در کاربردهای مختلف استفاده می‌شود. در بسیاری از کارهای انجام شده، کنترل کننده PID به صورت مستقل جهت کنترل وضعیت و موقعیت چهارپره به کار گرفته شده است[2,1]. در این قسمت کنترل کننده PID غیرخطی جهت طراحی کنترل کننده‌های پایداری وضعیت و تعقیب مسیر برای چهارپره استفاده می‌شود. قوانین کنترلی جهت محاسبه دستورات برای کنترل وضعیت و کنترل سرعت استفاده می‌شود به صورت روابط (17-22) می‌باشد:

$$U_2 = k_{p,\varphi}(\varphi_d - \varphi) + k_{i,\varphi}\int(\varphi_d - \varphi)d\tau + k_{d,\varphi}(\dot{\varphi}_d - \dot{\varphi}) \quad (17)$$

$$U_3 = k_{p,\theta}(\theta_d - \theta) + k_{i,\theta}\int(\theta_d - \theta)d\tau + k_{d,\varphi}(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) \quad (18)$$

$$U_4 = k_{p,\psi}(\psi_d - \psi) + k_{i,\psi}\int(\psi_d - \psi)d\tau + k_{d,\varphi}(\dot{\psi}_d - \dot{\psi}) \quad (19)$$

$$U_1 = k_{p,z}(z_d - z) + k_{i,z}\int(z_d - z)d\tau + k_{d,z}(\dot{z}_d - \dot{z}) \quad (20)$$

$$\varphi_d = k_{p,x}(x_d - x) + k_{i,x}\int(x_d - x)d\tau + k_{d,x}(\dot{x}_d - \dot{x}) \quad (21)$$

$$\theta_d = k_{p,y}(y_d - y) + k_{i,y}\int(y_d - y)d\tau + k_{d,y}(\dot{y}_d - \dot{y}) \quad (22)$$

K_p، k_i و k_d بهره‌های تناسبی ، انتگرالی و دیفرانسیلی می‌باشند. در این بخش با توجه به نتایج کنترل کننده‌های PID مرتبه صحیح جهت پایداری و تعقیب مسیر در دو حالت بدون در نظر گرفتن اثر زمین و با در نظر گرفتن اثر زمین ارائه می‌شود. بعد از محاسبه چهار ورودی کنترلی با کمک رابطه (23)، سرعت دورانی موتورها برای حالتی که اثر زمین در نظر گرفته نشده است، محاسبه می‌شود.

$$\begin{bmatrix}\Omega_1^2\\ \Omega_2^2\\ \Omega_3^2\\ \Omega_4^2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b & b & b & b\\ 0 & bl & 0 & -bl\\ -bl & 0 & bl & 0\\ -d & d & -d & d\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}U_1\\ U_2\\ U_3\\ U_4\end{bmatrix} \quad (23)$$

سپس با توجه به اختلاف پسخورد سرعت دورانی موتور و سرعت محاسبه شده، با استفاده از کنترل کننده PI ولتاژ مورد نیاز برای موتور DC محاسبه می‌شود.

همان‌طور که در بخش دوم بیان شد، هنگامی که بالگرد در نزدیکی سطح زمین پرواز می‌کند، سرعت القایی کاهش یافته و نیروی تراست افزایش می‌یابد. رابطه (23) افزایش تراست ناشی از اثر زمین را در نظر نگرفته است و برای بهبود عملکرد سیستم کنترلی باید معادلات مربوط به این پدیده به مجموعه کنترلی اضافه گردد. بنابراین برای بدست آوردن نیروی لیفت مورد نیاز ضروری است که سرعت دورانی کاهش داده شود تا با توجه به افزایش تراست ناشی از اثر زمین، برآیند حاصل، نیروی لیفت مورد نیاز حاصل گردد و بالگرد به درستی مسیر مرجع نزدیک به سطح زمین را تعقیب کند و پایداری و کیفیت پرواز آن حفظ شود. در نتیجه هنگامی که در سیستم کنترلی اثر زمین در نظر گرفته می‌شود، سرعت دورانی موتورها از رابطه (24) بدست می‌آید.

$$\begin{bmatrix}\Omega_1^2\\ \Omega_2^2\\ \Omega_3^2\\ \Omega_4^2\end{bmatrix} = k_g \cdot \begin{bmatrix} b & b & b & b\\ 0 & bl & 0 & -bl\\ -bl & 0 & bl & 0\\ -d & d & -d & d\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}U_1\\ U_2\\ U_3\\ U_4\end{bmatrix} \quad (24)$$

K_g ضریب افزایش تراست ناشی از پدیده اثر زمین است که از رابطه پیوست بدست می‌آید. در بخش بعدی، با توجه به سناریوی پروازی تعریف شده، عملکرد سیستم کنترلی معمولی و سیستم کنترلی بهبود یافته ارزیابی می‌شود.

بعد از طراحی کنترل کننده، ضروری است آنالیز پایداری سیستم کنترلی حلقه بسته انجام شود. معمولاً پایداری سیستم‌های غیرخطی به کمک قضیه لیاپانوف تحلیل می‌شود. بر اساس این معیار، یک نقطه تعادل را پایدار گویند، اگر همه مسیرهای حالتی که از همسایگی به اندازه کافی کوچک نقطه تعادل آغاز شود به مقدار دلخواه در نزدیکی آن باقی بماند، در غیر این صورت آن را ناپایدار گویند. از آنجایی که چهارپره در مانوری که در بخش بعدی توضیح داده می‌شود، بسیار آهسته حرکت رو به جلو دارد، نقاط تعادل زوایای اویلر برابر با $\varphi_e = \theta_e \approx 0$ و $\psi_e = \frac{\pi}{6}$ می‌باشند و ارتفاع تعادل برابر با $Z_e =$ 0.15 m است. حال با کمک بسط تیلور، معادلات دینامیکی حول نقاط تعادل خطی سازی می‌شوند.

$$\begin{aligned}\ddot{\varphi} &= \frac{U_2}{I_{xx}}\\ \ddot{\theta} &= \frac{U_3}{I_{yy}}\\ \ddot{\psi} &= \frac{U_4}{I_{zz}}\\ \ddot{Z} &= -g + \frac{U_1}{m}\end{aligned} \quad (25)$$

بر اساس قضیه دوم لیاپانوف، سیستم خطی $\dot{x} = Ax$ را در نظر بگیرید. اگر به ازای هر ماتریس مثبت معین $Q > 0$ بتوان P مثبت معین یافت که در معادله لیاپانوف: $A^TP + PA = -Q$ صدق کند، آنگاه سیستم پایدار مجانبی خواهد

بود. در این مقاله، ماتریس Q به صورت ماتریس همانی در نظر گرفته می‌شود. در ادامه پایداری زاویه رول و ارتفاع چهارپره تشریح می‌شود و پایداری بقیه حالت‌ها به صورت مشابه انجام می‌شود. با توجه به کنترل کننده PD معادله حلقه بسته در فضای حالت به صورت (26) می‌باشد:

$$\begin{bmatrix}\dot{\varphi}\\ \ddot{\varphi}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ \frac{-K_p}{I_{xx}} & \frac{-K_d}{I_{xx}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\varphi\\ \dot{\varphi}\end{bmatrix} \quad (26)$$

با توجه به جدول 1 و رابطه لیاپانوف برای سیستم‌های خطی، ماتریس P برابر می‌شود با:

$$P=\begin{bmatrix}0.5008 & -0.5\\ -0.5 & 0.5008\end{bmatrix} \quad (27)$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود، ماتریس P مثبت معین است و در نتیجه پایداری حلقه بسته برای زاویه رول اثبات شده است. برای دو زاویه اویلر به صورت روندی مشابه پایداری آنها اثبات می‌شود. حال پایداری حلقه بسته حالت ارتفاع بررسی می‌شود. با توجه به نقطه تعادل و کنترل کننده PD معادله حلقه بسته در فضای حالت به صورت رابطه (28) می‌باشد. در نهایت با توجه به رابطه لیاپانوف، ماتریس P مطابق رابطه (29) بدست می‌آید که ماتریس مثبت معین می‌باشد و سیستم حلقه بسته حول نقطه تعادل پایدار می‌باشد.

$$\begin{bmatrix}\dot{Z}\\ \ddot{Z}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ \frac{-K_p}{m} & \frac{-K_d}{m}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}Z\\ \dot{Z}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ -g+\frac{0.15K_p}{m}\end{bmatrix} \quad (28)$$

$$P=\begin{bmatrix}1.06 & -0.5\\ -0.5 & 0.3\end{bmatrix} \quad (29)$$

لازم به ذکر است که اثبات پایداری این سیستم کنترلی برای تغییرات دورانی کوچک حول نقاط تعادل که فرض خطی سازی برآورده شده است، برقرار می‌باشد. در صورت طراحی مسیرهای پیچیده که باعث شود شرایط خطی-سازی برآورده نشود، باید از کنترل کننده‌های غیرخطی و برای اثبات پایداری باید از قضیه اول لیاپانوف استفاده شود.

4- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش عملکرد کنترل کننده پیشنهادی ارزیابی می‌شود. الگوریتم کنترلی پرواز چهارپره در نزدیکی سطح زمین باید به گونه‌ای باشد که علاوه بر در نظر گرفتن اثر زمین، باید پایداری حرکت چهارپره را تضمین نماید. در این بخش تلاش می‌شود با توجه به معادلات حرکت و وردی‌های کنترلی بهبود یافته که در بخش قبلی استخراج شده‌اند، عملکرد کنترل کننده PID را در یک مانور ساده ارزیابی شود. دیاگرام جعبه‌ای سیستم کنترلی در متلب-سیمولینک[1] پیاده‌سازی می‌شود. مقادیر پارامترهای مدل کوادروتور مطابق جدول 1 لیست شده است. به منظور ارزیابی مقاومت پذیری سیستم کنترلی و شبیه سازی شرایط واقعی، به پدیده اثر زمین نویز اضافه می‌شود. در این شبیه‌سازی، هدف اصلی عملکرد کنترل کننده توسعه داده شده در جبران اثر زمین و پایداری پرواز می‌باشد. همچنین با توجه به اینکه در این شبیه سازی مسیر پیچیده است، می‌توان توانایی سیستم کنترلی در پایداری وضعیت و تعقیب مسیر در هنگام تغییر مانور ارزیابی می‌شود. مقدار بهره‌های کنترل کننده PID مطابق جدول 2 می‌باشد.

در این مانور پرنده در ابتدا در ارتفاع 3 متری از سطح زمین با سرعت کم پرواز می‌کند. سپس با سرعت 0.14 متر بر ثانیه تا ارتفاع 15 سانتیمتری فرود می‌آید. سپس تغییر مانور می‌دهد و با توجه به رژیم جریان گردابه زمینی، در مدت 40 ثانیه با سرعت 0.05 متربرثانیه در راستای محور x پرواز کروز انجام می‌دهد. در گام بعدی راستای حرکت تغییر پیدا کرده و در راستای محور y

[1] MATLAB/SIMULINK

جدول 1 پارامترهای مکانیکی مدل چهارپره

Table 1 Mechanical parameters of Quadrotor model

نماد	مقدار	واحد	شرح
b	54.2×10^{-6}	Ns^2	ضریب تراست
d	1.1×10^{-6}	Nms^2	ضریب درگ
L	0.24	m	فاصله بین مراکز یره‌ها و مرکز جرم
m	1	kg	جرم
I_{XX}	8.1×10^{-3}	Nms^2	ممان اینرسی در راستای محور x
I_{YY}	8.1×10^{-3}	Nms^2	ممان اینرسی در راستای محور y
I_{ZZ}	14.2×10^{-3}	Nms^2	ممان اینرسی در راستای محور z

جدول 2 مقادیر بهره‌های کنترل کننده PID

Table 2 Gain values of PID controller

K_d	K_i	K_p	کنترل کننده
5	0	5	وضعیت
10	0	5	موقعیت
0	10	1	سرعت دورانی موتور

در مدت 40 ثانیه و با سرعت 0.05 متر بر ثانیه پرواز می‌کند. در مرحله پایانی، مجددا چهارپره تغییر مسیر داده و با همان سرعت در جهت خلاف راستای محور x به پرواز خود ادامه می‌دهد. در این شبیه سازی پایداری حرکت در اثر تغییر مانور از محورهای x و y و کنترل وضعیت چهارپره بررسی می‌شود. همان طور که در شکل 6 ملاحظه می‌شود، هنگامی که طراحی سیستم کنترلی اثر زمین در نظر گرفته نشود، یک خطای بایاس مشاهده می‌شود. علت اختلاف مشاهده در پرواز پرنده به این دلیل است که سیستم کنترلی هیچ گونه فیدبکی ناشی از افزایش تراست ناشی از اثر زمین به وجود می‌آید ندارد و سیستم کنترلی با توجه به مشخصه مکانیکی پرنده و ارتفاع مورد نظر به موتورهای الکتریکی خود ولتاژ اعمال می‌کند که باعث به وجود آمدن این اختلاف ثابت در پرواز چهارپره می‌شود.

به منظور ارزیابی بهتر، در شکل 7 اندازه خطا در راستاهای x، y و z در دستگاه مختصات ثابت نشان می‌دهد. همان طور که ملاحظه می‌شود سیستم کنترلی اغتشاشات ناشی از تغییر مانور را میرا کرده و پایدار پرواز را حفظ کرده است اما با توجه به در نظر نگرفتن اثر زمین در طراحی کنترل کننده ارتفاع پرواز در موقعیت مورد نظر تثبیت نشده است و به طور متوسط خطای بایاس در خود 15 سانتیمتر وجود دارد. همچنین پروفیل تغییرات سرعت دورانی پره‌ها نسبت به زمان در شکل 8 نمایش داده شده است. مقدار متوسط سرعت پره‌ها در نزدیک سطح زمین برابر با 203 rad/s می‌باشد.

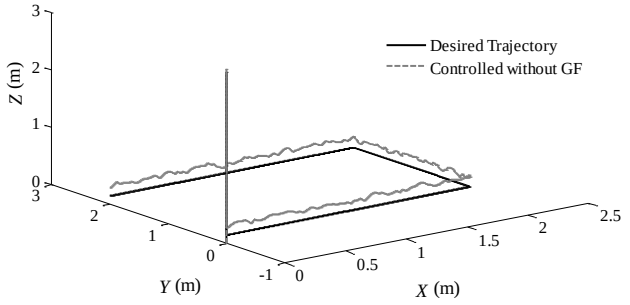

Fig. 6 Trajectory tracking performance of control strategy, not considering on Ground Effect

شکل 6 عملکرد تعقیب مسیر استراتژی کنترلی بدون در نظر گرفتن اثر زمین

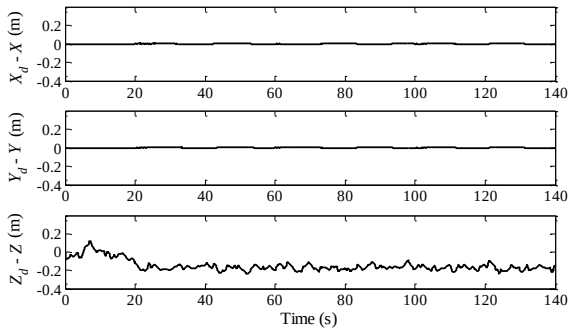

Fig. 7 Position error values in inertia frame while not considering Ground Effect

شکل 7 مقادیر خطا موقعیت در دستگاه مختصات ثابت بدون در نظر گرفتن اثر زمین

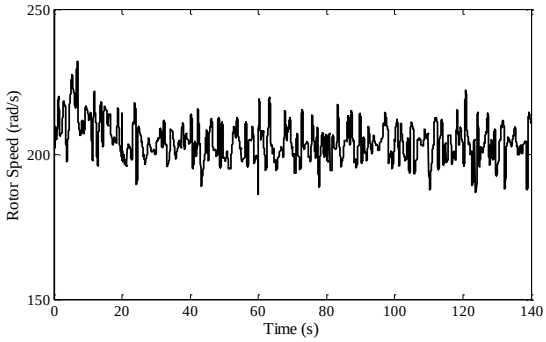

Fig. 8 Rotor speed while not considering Ground Effect

شکل 8 سرعت روتور بدون در نظر گرفتن اثر زمین

با توجه به رابطه (24) در سیستم کنترلی تغییرات تراست ناشی از اثر زمین در نظر گرفته می‌شود. همان طور که در شکل 9 ملاحظه می‌شود چهارپره به خوبی مسیر مرجع را تعقیب کرده و خطای بایاسی که در شکل 7 مشاهده شده در این سیستم کنترلی مشاهده نمی‌شود. در نتیجه مطابق شکل 10 سیستم کنترلی در سه راستای x، y و z عملکرد مطلوبی داشته و اندازه خطا در هر سه مؤلفه برابر با صفر است.

در شکل 11 مؤلفه‌های سرعت انتقالی چهارپره نسبت به زمان ترسیم شده است. همچنین برای نشان دادن توانایی سیستم کنترلی در کنترل وضعیت چهارپره در تغییر مانورها نشان داده شود، به ترتیب در شکل‌های 12 و 13 نمودار تغییرات مؤلفه‌های زوایای اویلر و سرعت دورانی نسبت به زمان را نمایش می‌دهند. همان طور که مشاهده می‌شود ارتعاشات ناشی از تغییر مانور میرا شده و پرنده پایداری خود را حفظ کرده است.

همان طور که در شکل 14 ملاحظه می‌شود، سرعت دورانی پروانه‌ها از 203 rad/s به مقدار 160.7 rad/s کاهش یافته است، به عبارت دیگر در حدود 21% کاهش یافته است. این کاهش سرعت دورانی پروانه‌ها نشان دهنده این

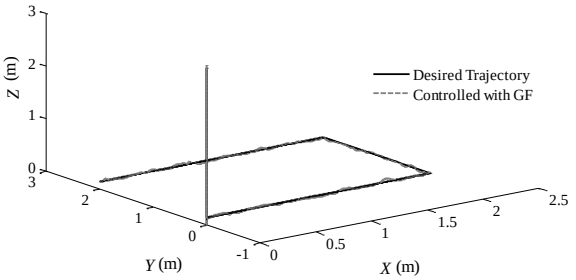

Fig. 9 Trajectory tracking performance of control strategy, considering on Ground Effect

شکل 9 عملکرد تعقیب مسیر استراتژی کنترلی با در نظر گرفتن اثر زمین

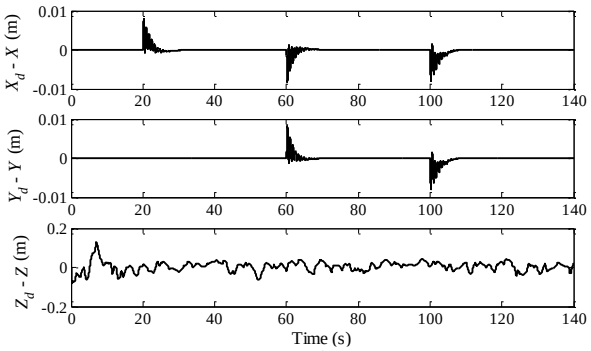

Fig. 10 Position error values in inertia frame while considering Ground Effect

شکل 10 مقادیر خطا موقعیت در دستگاه مختصات ثابت با در نظر گرفتن اثر زمین

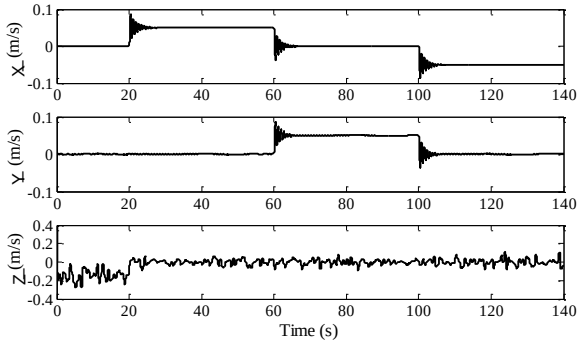

Fig. 11 Translational velocity components in inertia frame

شکل 11 مؤلفه‌های سرعت انتقالی در دستگاه مختصات ثابت

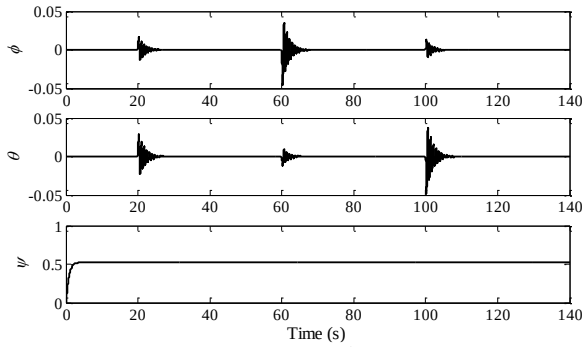

Fig. 12 Euler angle values (rad) in inertia frame

شکل 12 مقادیر زوایای اویلر (rad) در دستگاه مختصات ثابت

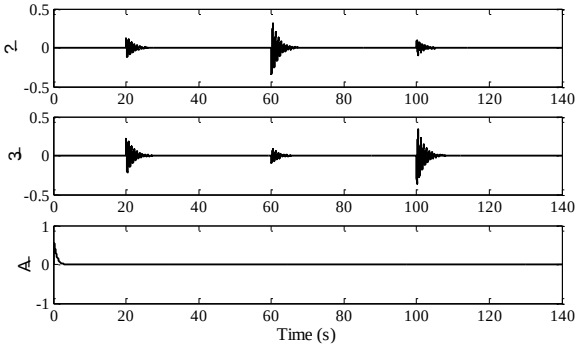

Fig. 13 Rotation velocity values (rad/s) in inertia frame

شکل 13 مقادیر سرعت دورانی (rad/s) در دستگاه مختصات ثابت

نکته می‌باشد که سیستم کنترلی افزایش تراست ناشی از اثر زمین را درک کرده و در نتیجه برای کنترل ارتفاع، سرعت دورانی پروانه‌ها را کاهش داده است.

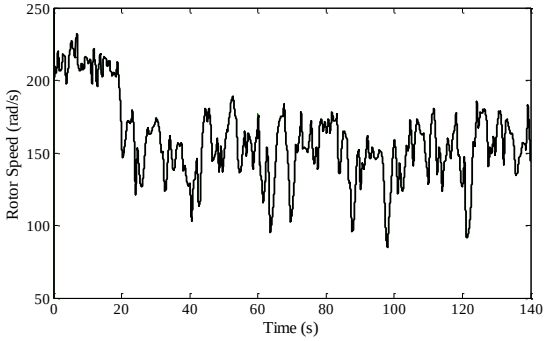

Fig. 14 Rotor speed while not considering Ground Effect

شکل 14 سرعت روتور بدون در نظر گرفتن اثر زمین

5- جمع بندی و نتیجه گیری

در این مقاله، تأثیر اثر زمین بر روی کوادروتور بحث شده است. همان‌طور که نشان داده شد، هنگامی که کوادروتور یک پرواز پایدار با سرعت کم در نزدیکی سطح زمین داشته باشد، اثر زمین یک پدیده نامطلوب است. به همین منظور یک مدل دینامیکی غیرخطی جامع در فضای حالت ارتقا داده شد. سپس با کمک مدل پیشنهادی سیستم کنترلی طراحی شد. اگوریتم کنترلی بر اساس روش PID، برای محاسبه ورودی‌های کنترلی استفاده شده است. سپس با توجه به ورودی‌های کنترلی، ولتاژ مورد نیاز برای سرعت دورانی روتورها با کمک کنترل کننده PI محاسبه می‌شود. با استفاده از این الگوریتم کنترلی، پایداری پرواز برای کوادروتورها در مقابل اغتشاشات اثر زمین بدست می‌آید. همچنین با کمک این مدل از انجام محاسبات پیچیده که زمان و انرژی زیادی مصرف می‌کند جلوگیری به عمل می‌آید. در این مطالعه تأثیر پدیده از زمین علاوه بر ارتفاع، بر کنترل وضعیت و تعقیب مسیر بررسی شده است. بنابراین مدل پیشنهادی بستر مناسبی برای پیاده‌سازی سایر روش‌های کنترلی برای دستیابی به مانورهای پیچیده را فراهم می‌کند.

6- پیوست

معادله فضای حالت چهارپره هنگامی که در نزدیک سطح زمین پرواز می‌کند، به صورت زیر می‌باشد.

$$
\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \\ \dot{x}_7 \\ \dot{x}_8 \\ \dot{x}_9 \\ \dot{x}_{10} \\ \dot{x}_{11} \\ \dot{x}_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \ddot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \\ \dot{\psi} \\ \ddot{\psi} \\ \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{y} \\ \ddot{y} \\ \dot{z} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ x_4 x_6 a_1 - \dfrac{J_{TP}}{I_{xx}}\dot{\theta}\Omega + \dfrac{b_1}{1-\left(\frac{R}{4x_{11}}\right)^2\left\{\dfrac{1}{1+\left(\frac{\sqrt{x_8^2+x_{10}^2+x_{12}^2}}{\sqrt{-\frac{x_8^2+x_{10}^2+x_{12}^2}{2}+\sqrt{\left(\frac{x_8^2+x_{10}^2+x_{12}^2}{2}\right)^2+v_{hov}^4}}}\right)^2}\right\}}(U_2) \\ x_6 \\ x_2 x_6 a_3 - \dfrac{J_{TP}}{I_{xx}}\dot{\varphi}\Omega + \dfrac{b_2}{1-\left(\frac{R}{4x_{11}}\right)^2\left\{\dfrac{1}{1+\left(\frac{\sqrt{x_8^2+x_{10}^2+x_{12}^2}}{\sqrt{-\frac{x_8^2+x_{10}^2+x_{12}^2}{2}+\sqrt{\left(\frac{x_8^2+x_{10}^2+x_{12}^2}{2}\right)^2+v_{hov}^4}}}\right)^2}\right\}}(U_3) \\ x_8 \\ x_4 x_2 a_5 + b_3(U_4) \\ 10 \\ \dfrac{u_x/m}{1-\left(\frac{R}{4x_{11}}\right)^2\left\{\dfrac{1}{1+\left(\frac{\sqrt{x_8^2+x_{10}^2+x_{12}^2}}{\sqrt{-\frac{x_8^2+x_{10}^2+x_{12}^2}{2}+\sqrt{\left(\frac{x_8^2+x_{10}^2+x_{12}^2}{2}\right)^2+v_{hov}^4}}}\right)^2}\right\}}(U_1) - K_x x_8/m \\ x_{12} \\ \dfrac{u_y/m}{1-\left(\frac{R}{4x_{11}}\right)^2\left\{\dfrac{1}{1+\left(\frac{\sqrt{x_8^2+x_{10}^2+x_{12}^2}}{\sqrt{-\frac{x_8^2+x_{10}^2+x_{12}^2}{2}+\sqrt{\left(\frac{x_8^2+x_{10}^2+x_{12}^2}{2}\right)^2+v_{hov}^4}}}\right)^2}\right\}}(U_1) - K_y x_{10}/m \\ \dfrac{(\cos x_1 \cos x_3)/m}{1-\left(\frac{R}{4x_{11}}\right)^2\left\{\dfrac{1}{1+\left(\frac{\sqrt{x_8^2+x_{10}^2+x_{12}^2}}{\sqrt{-\frac{x_8^2+x_{10}^2+x_{12}^2}{2}+\sqrt{\left(\frac{x_8^2+x_{10}^2+x_{12}^2}{2}\right)^2+v_{hov}^4}}}\right)^2}\right\}}(U_1) - K_z x_{12}/m \end{bmatrix}
$$

$$
a_1 = \left(I_{yy} - I_{zz}\right)/I_{xx} \ , \quad a_3 = (I_{zz} - I_{xx})/I_{yy} \ , \quad a_1 = \left(I_{xx} - I_{yy}\right)/I_{zz}
$$

$$
b_1 = d/I_{xx} \ , \quad b_2 = d/I_{yy} \ , \quad b_3 = 1/I_{zz}
$$

$$
u_x = (\cos x_1 \sin x_3 \cos x_5 + \sin x_1 \sin x_5)
$$

$$
u_y = (\cos x_1 \sin x_3 \sin x_5 - \sin x_1 \cos x_5)
$$

7- مراجع

[1] B. Erginer, E. Altug, Modeling and PD control of a quadrotor VTOL vehicle, *IEEE Intelligent Vehicles Symposium*, Istanbul, Turkey, Agust 13-15, pp. 894-899, 2007.

[2] M. Bouchoucha, M. Tadjine, A. Tayebi, P. Mullhaupt, Step by step robust nonlinear PI for attitude stabilisation of a four-rotor mini-aircraft, *IEEE 16th Medterranean Conference on Control and Automation*, Ajaccio, France, June 25-27, pp. 1276-1283, 2008.

[3] H. Voos, *Nonlinear State-Dependent Riccati Equation Control of a Quadrotor UAV*, pp. 2547-2552, 2006.

[4] T. Madani, A. Benallegue, Sliding mode observer and backstepping control for a quadrotor unmanned aerial vehicles, *IEEE International Conference on Control Applications*, Munich, Germany, October 4-6, pp. 5887-5892, 2007.

[5] C. Coza, C. Macnab, A new robust adaptive-fuzzy control method applied to quadrotor helicopter, *IEEE Annual Meeting of the North American Fuzzy Information Processing*, Monteral, Canada, June 3-6, pp. 454-458, 2006.

[6] S. L. Waslander, G. M. Hoffmann, J. S. Jang, C. J. Tomlin, Multi-agent quadrotor testbed control design: Integral sliding mode vs. reinforcement learning, *IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Alta, Canada, Augost 2-6, pp. 3712-3717, 2005.

[7] G. V. Raffo, M. G. Ortega, F. R. Rubio, Robust nonlinear control for path tracking of a quad - rotor helicopter, *Asian Journal of Control*, Vol. 17, No. 1, pp. 142-156, 2015.

[8] Zhi Li, Xin Ma, Zhigang Xu, Yafang Wang, Yibin Li, Chattering free sliding adaptive attitude control of quadrotor, *Navigation and Control Conference IEEE Chinese*, Nanjing, China, Augost 12-14, pp. 707-712, 2016

[9] R. Zawiski, M. Błachuta, Modelling and optimal control system design for quadrotor platform–an extended approach, *Bulletin of the Polish Academy of Sciences Technical Sciences*, Vol. 62, No. 3, pp. 535-550, 2014.

[10] R. Mahony, T. Hamel, Robust trajectory tracking for a scale model autonomous helicopter, *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, Vol. 14, No. 12, pp. 1035-1059, 2004.

[11] A. A. Mian, W. Daobo, Modeling and backstepping-based nonlinear control strategy for a 6 DOF quadrotor helicopter, *Chinese Journal of Aeronautics*, Vol. 21, No. 3, pp. 261-268, 2008.

[12] R. Xu, Ü. Özgüner, Sliding mode control of a class of underactuated systems, *Automatica*, Vol. 44, No. 1, pp. 233-241, 2008.

[13] H. Curtiss, M. Sun, W. Putman, E. Hanker, Rotor aerodynamics in ground effect at low advance ratios, *Journal of the American Helicopter Society*, Vol. 29, No. 1, pp. 48-55, 1984.

[14] I. Cheeseman, W. Bennett, The effect of ground on a helicopter rotor in forward flight, *Aeronautical Research Council Reports and Memoranda*, 1955.

[15] J. S. Hayden, The effect of the ground on helicopter hovering power required, *32nd Annual National Forum of the American Helicopter Society*, May 10, pp. 1-11, 1976.

[16] C. Powers, D. Mellinger, A. Kushleyev, B. Kothmann, V. Kumar, Influence of aerodynamics and proximity effects in quadrotor flight, *Experimental Robotics*, pp. 289-302, 2013.

[17] N. Kang, M. Sun, Simulated flowfields in near-ground operation of single- and twin-rotor configurations, *Journal of aircraft*, Vol. 37, No. 2, pp. 214-220, 2000.

[18] D. Griffiths, A study of dual-rotor interference and ground effect using a free-vortex wake model, *the 58th Annual Forum and Technology Display of the American Helicopter Society*, Montreal, Canada, June 11-13, pp. 592-612, 2002.

[19] J. W. Lim, K. W. McAlister, W. Johnson, Hover performance correlation for full - scale and model - scale coaxial rotors, *Journal of the American Helicopter Society*, Vol. 54, No. 3, pp. 32005-32005, 2009.

[20] I. Sharf, M. Nahon, A. Harmat, W. Khan, M. Michini, N. Speal, M. Trentini, T. Tsadok, T. Wang, Ground effect experiments and model validation with Draganflyer X8 rotorcraft, *IEEE Intertional Conference on Unmanned Aircraft Systems*, Orlando, USA, pp. 1158-1166, 2014.

[21] S. Aich, C. Ahuja, T. Gupta, P. Arulmozhivarman, Analysis of ground effect on multi-rotors, *IEEE International Conference on Electronics, Communication and Computational Engineering*, Hosur, India, Nonember 17-18, pp. 236-241, 2014.

[22] A. A. Mian, M. I. Ahmad, D. Wang, Backstepping based PID control strategy for an underactuated aerial robot, *IFAC Proceedings*, Vol. 41, No. 2, pp. 15636-15641, 2008.

[23] B. Ganesh, N. Komerath, Unsteady aerodynamics of rotorcraft in ground effect, *43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting*, pp. 1407-1425, 2005.