



کنترل غیر خطی بهینه برای سیستم زیر فعال جرثقیل دوبعدی بر مبنای الگوریتم جستجوی هارمونی

علی هادی¹، محمود مزارع¹، محمدرسول نجفی^{2*}

1- فارغ التحصیل کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید بهشتی، تهران

2- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید بهشتی، تهران

2- مربی، مهندسی مکانیک، دانشگاه قم، قم

* قم، صندوق پستی 1743524155، mr.najafi@qom.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 20 مهر 1396

پذیرش: 30 آذر 1396

ارائه در سایت: 15 دی 1396

کلید واژگان:

جرثقیل کانتینر دو بعدی

سیستم زیر فعال

خطی سازی پسخور جزئی

مود لغزشی

جستجوی هارمونی

چکیده

جرثقیل دوبعدی، یک سیستم زیر فعال است و از این رو مسئله کنترل چنین سیستم‌هایی تا حدودی پیچیده می‌باشد. در این مقاله به طراحی کنترل کننده‌های خطی سازی پسخور جزئی و مود لغزشی برای یک سیستم جرثقیل کانتینر دوبعدی با طول کابل متغیر پرداخته شده است. از آنجایی که مدل دینامیکی سیستم بیان دقیقی از رفتار واقعی سیستم نیست و سیستم دارای عدم قطعیت می‌باشد، لذا کنترل کننده‌ای طراحی شده که تا حدودی اثرات عدم قطعیت مدل و اغتشاشات خارجی را کاهش داده و در مقابل این عوامل مقاوم باشد. از آنجا که سیستم مورد مطالعه، یک سیستم زیر فعال است، به منظور طراحی کنترل کننده، ابتدا دینامیک سیستم به دو بخش فعال و غیر فعال تفکیک و سپس، پایداری کنترل کننده‌های طراحی شده مورد بررسی قرار گرفته است. در ادامه، یک تابع هدف به صورت ترکیب معیار انتگرال خطا و نرخ تغییر سیگنال کنترلی در نظر گرفته شده است. تابع هدف معرفی شده، به کمک الگوریتم‌های جستجوی هارمونی و ازدحام ذرات، مینیمم شده و مقادیر بهینه برای پارامترهای کنترلی استخراج شده است. تا امکان مقایسه عملکرد کنترلرها در شرایط بهینه آن‌ها فراهم شود. نتایج شبیه‌سازی، حاکی از عملکرد مناسب کنترل کننده‌های خطی سازی پسخور جزئی و مود لغزشی بهینه شده به کمک الگوریتم جستجوی هارمونی در حضور عدم قطعیت پارامتری، اغتشاش خارجی متغیر با زمان، و نویز سنسورها می‌باشد.

Optimal Nonlinear Control for a 2D Under-Actuated Crane System Based on Harmony Search Algorithm

Ali Hadi¹, Mahmood Mazare¹, Mohammad Rasool Najafi^{2*}

1- School of Mechanical Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran

2- Department of Mechanical Engineering, Qom University, Qom, Iran

* P.O.B. 1743524155, Qom, Iran, mr.najafi@qom.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 12 October 2017
Accepted 21 December 2017
Available Online 05 January 2018

Keywords:
2D container crane
Under-actuated system
Partial feedback linearization
Sliding mode
Harmony Search

ABSTRACT

Container crane is an under-actuated system, which is why it is much more difficult to control such systems. In this paper, partial feedback linearization and sliding mode controllers are employed to control a 2D container crane with varying cable length. Since, the dynamic model of the system cannot present the real one and the system contains some uncertainties, a controller is designed to reduce the effect of model uncertainties and external disturbances. Since the considered system is under-actuated, in order to design controller, first, dynamics of the system is divided into two parts, actuated and under-actuated. Then, stability of the controllers is discussed. An objective function is considered as the combination of integral of absolute error and rate of variation of control signal. The introduced objective function is minimized employing Harmony Search and particle swarm optimization algorithms and optimum values for parameters of the designed controllers are determined to make it possible to compare performance of the mentioned controllers in their optimum conditions. Simulation results show suitable performance of the designed controllers by harmony search algorithm for the 2D crane in the presence of mass uncertainty, actuator disturbances and sensor noises.

1- مقدمه

است، به طوری که محموله بدون این که نوسان کند به موقعیت مطلوب خود برسد. معمولاً یک کاربر ماهر عهده‌دار این وظیفه است. ولی با این حال عملکرد این جرثقیل‌ها از نظر سرعت، دقت و ایمنی به شدت به تجربه و قابلیت‌های کاربر بستگی دارد. حرکت یک جرثقیل به منظور جابجایی بار

جرثقیل‌های کانتینر به طور گسترده در بسیاری از زمینه‌های صنعتی از جمله بنادر و کارخانه‌ها برای جابجایی محموله‌های سنگین استفاده می‌شوند. وظیفه یک جرثقیل انتقال بار از یک نقطه به نقطه دیگر در کمترین زمان ممکن

Please cite this article using:

A. Hadi, M. Mazare, M. R. Najafi, Optimal Nonlinear Control for a 2D Under-Actuated Crane System Based on Harmony Search Algorithm, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 18, No. 01, pp. 141-152, 2018 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

برای نشان دادن کارایی روش ارائه شده، نتایج تجربی نیز ارائه شده است. روش خطی سازی پسخور یکی دیگر از روش‌هایی است که در کنترل جرقیل‌ها مورد استفاده است. در [10] این روش توسط عمر و نایفه با جدول‌بندی بهره⁴ ترکیب شده و نتایج شبیه‌سازی عددی ارائه شده است. نتایج به‌دست آمده نشان داده که کنترل کننده طراحی شده در کاهش نوسانات بار و انتقال آن در یک زمان در مقایسه با کنترل کننده بهینه مؤثرتر بوده است. لی و همکارانش [11] یک کنترل کننده غیرخطی برای جرقیل هوایی براساس ترکیب دو قانون کنترلی پیشنهاد داده‌اند. مکانیزم حذف نوسان بار با استفاده از خطی‌سازی پسخور جزئی ساخته شده است. کنترل ردیابی بار و واگن بر پایه روش مود لغزشی طراحی شده است. سپس یک ساختار ضدنوسان با طرح ردیابی واگن و بالابر بار به‌منظور کنترل غیرمستقیم زاویه نوسان بار ترکیب شده است. نتایج شبیه‌سازی و تجربی ارائه شده است و میزان مقاومت کنترل کننده طراحی شده در حضور عدم قطعیت‌های پارامتری مورد بررسی قرار گرفته است. پارک و همکارانش در [12] یک کنترل کننده خطی‌سازی پسخور برای جرقیل کانتینر با طول کابل متغیر ارائه داده‌اند. عملکرد سیستم حلقه بسته در حضور اغتشاشات روی بار و تغییرات طول کابل رضایت بخش بوده است. همچنین نتایج تجربی و شبیه‌سازی با هم مقایسه و مورد بررسی قرار گرفته است. ولی، در شبیه‌سازی انجام شده اثر عدم قطعیت‌های پارامتری مانند تغییرات جرم سیستم در نظر گرفته نشده و همچنین اغتشاش به‌صورت تابع ضربه ایجاد شده است.

در این مقاله، دو روش کنترلی غیرخطی شامل خطی‌سازی پسخور جزئی و مود لغزشی به‌منظور کنترل یک جرقیل دوبعدی با طول کابل متغیر طراحی شده و اثبات ریاضی برای پایداری آن‌ها ارائه گردیده است. کنترل کننده‌های طراحی شده منجر به همگرایی موقعیت واگن و طول کابل به مقادیر مطلوب (جابجایی بار به نقطه معین) شده و در عین حال زاویه نوسان بار را حذف کرده است. پس از طراحی کنترل کننده‌ها، با انتخاب تابع هدف مناسب و به‌کارگیری الگوریتم‌های جستجوی هارمونی و ازدحام ذرات⁵، پارامترهای بهینه برای کنترل کننده‌ها تعیین شده است. در ادامه، میزان مقاوم بودن کنترل کننده‌های مذکور با پارامترهای بهینه در حضور عدم قطعیت پارامتری، اغتشاش خارجی متغیر با زمان و نویز سنسورها مورد ارزیابی و مقایسه قرار گرفته است. نوآوری مقاله عبارت است از: 1) طراحی کنترل کننده‌های خطی‌سازی پسخور جزئی و مود لغزشی برای سیستم زیرفعال جرقیل دوبعدی با طول کابل متغیر 2) بهینه‌سازی پارامترهای کنترلی با استفاده از الگوریتم‌های جستجوی هارمونی و ازدحام ذرات. 3) مقایسه نتایج و عملکرد سیستم با الگوریتم‌های مطرح شده.

بخش‌های مختلف مقاله بدین صورت است که در بخش 2، دینامیک سیستم جرقیل کانتینر دوبعدی که شامل سه معادله دیفرانسیل مرتبه دوم غیرخطی است، با استفاده از روش لاگرانژ استخراج می‌گردد. در بخش 3، قوانین کنترلی با استفاده از روش‌های خطی‌سازی پسخور جزئی و مود لغزشی طراحی می‌گردند که البته به‌دلیل زیرفعال بودن سیستم، قبل از طراحی کنترلرها دینامیک سیستم به دو بخش فعال و غیرفعال تفکیک می‌گردد. همچنین، اثبات ریاضی برای پایداری کنترلرهای طراحی شده ارائه می‌گردد. در بخش 4، با معرفی تابع هدف مناسب و استفاده از روش بهینه‌سازی جستجوی هارمونی و ازدحام ذرات، پارامترهای بهینه برای کنترلرهای طراحی شده تعیین می‌گردند. در بخش 5 با ارائه نتایج حاصل از شبیه‌سازی، عملکرد

باعث می‌شود محموله بر روی کابل نوسان نماید به‌طوری که هر چه سرعت حمل بار بیشتر شود، زاویه نوسان نیز بیشتر می‌شود. از طرفی برای افزایش راندمان کاری این جرقیل‌ها، بار باید با حداکثر سرعت و دقت ممکن به مکان موردنظر انتقال داده شود. همچنین برای اطمینان از ایمنی باید نوسان بار تا جایی که امکان دارد کوچک نگه‌داشته شود. با این حال، این شرایط تا حدودی متناقض هستند. از این‌رو، سیستم‌های کنترل جرقیل به گونه‌ای توسعه یافته‌اند که جرقیل بتواند با حداکثر سرعت ممکن به موقعیت مطلوب برسد؛ در حالی که زاویه نوسان بار حذف گردد.

مسئله کنترل سیستم‌های جرقیل در طول دهه گذشته علاقه زیادی را در بین پژوهشگران و محققان به‌دلیل دشواری آن ایجاد کرده است. این دشواری به این دلیل است که این سیستم‌ها جزو سیستم‌های زیرفعال¹ هستند. یعنی تعداد عملگرهای آن‌ها کمتر از تعداد درجه آزادی‌شان است. در جرقیل کانتینر دوبعدی با طول کابل متغیر که در این مقاله مورد بررسی قرار گرفته است، دو ورودی کنترلی (نیروی محرک واگن² و نیروی محرک کابل) و سه متغیر برای کنترل (موقعیت افقی واگن، طول کابل و زاویه نوسان بار) وجود دارد. این ویژگی زیر فعال منجر به یک اثر جفت شدگی بین حرکت نوسانی بار و حرکت واگن می‌شود. علاوه بر آن، دینامیک نوسان بار کنترل نشده باعث مشکلات ایمنی در سیستم‌های جرقیل می‌شود. از این رو، مسئله کنترل و پایداری سازی سیستم جرقیل چالش برانگیز است.

تحقیقات زیادی در طول چند دهه گذشته در حوزه کنترل جرقیل‌های دوبعدی توسط پژوهشگران انجام شده است و روش‌های کنترلی جدیدی با اهداف مختلف ارائه شده است. کنترل کننده فازی یک از روش‌هایی است که در [1،2] مورد استفاده قرار گرفته است. یی و همکارانش [3] این روش کنترلی را برای حذف نوسان و کنترل موقعیت یک جرقیل کانتینر پیشنهاد داده‌اند. کنترل کننده پیشنهاد شده به‌طول کابل‌های مختلف مقاوم است و توانایی کار در شرایط اولیه متفاوتی را دارد. کنترل کننده‌های دیگری در [4،5] برای کنترل موقعیت واگن و همچنین حذف نوسان بار ارائه شده است و تأثیر کنترل کننده بر روی عملکرد سیستم با مقایسه نتایج تجربی و شبیه سازی اعتبارسنجی شده است. روش کنترلی مقاوم نیز برای کنترل این سیستم‌ها ارائه شده است. هیلهورست و همکارانش [6] کنترل کننده مرتبه ثابت³ H_2/H_∞ برای جرقیل هوایی پیشنهاد داده اند. قابلیت روش ارائه شده در این مقاله توسط اعتبارسنجی‌های انجام شده بر روی یک سیستم جرقیل در مقیاس آزمایشگاهی با طول کابل متغیر نشان داده شده است. یکی از روش‌هایی که در کنترل جرقیل‌ها مورد بررسی قرار گرفته است، کنترل مود لغزشی است. در [7] کنترل کننده مود لغزشی مرتبه دوم برای انتقال بار سریع، دقیق و نیز حذف نوسان با وجود عدم قطعیت در مدل و عملگرهای دینامیکی مدل نشده ارائه شده است. نتایج تجربی ارائه شده نشان‌دهنده عملکرد خوب سیستم است. لیلی و همکارانش [8] یک کنترل کننده ضدنوسان مود لغزشی برای جرقیل هوایی پیشنهاد داده‌اند. روش کنترلی ارائه شده پایداری مجانبی را در حالی که سیگنال‌ها محدود باقی می‌مانند، تضمین می‌کند. تأثیر روش کنترلی ارائه شده توسط آزمایشات انجام شده تثبیت شده است. نگو و همکارش [9] یک کنترل کننده مود لغزشی تطبیقی برای جرقیل طراحی کرده‌اند. در این کنترل کننده، بهره کنترلی متغیر است و توسط یک قانون تطبیقی به‌دست می‌آید. در این مقاله

¹ Under-actuated² Trolley³ Fixed-order⁴ Gain scheduling⁵ Particle Swarm Optimization (PSO)

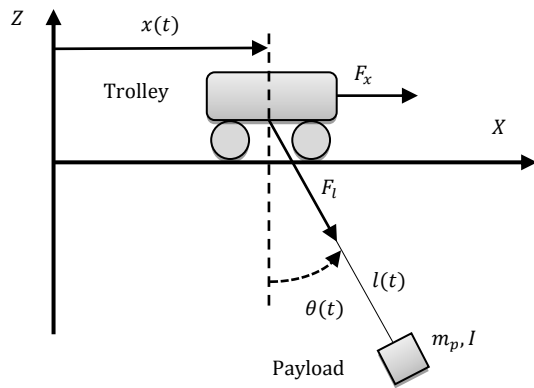


Fig. 1 Sway of the load caused by trolley movement

شکل 1 نوسان بار ناشی از حرکت واگن

آوردن این قوانین کنترلی از روش‌های خطی‌سازی پسخور جزئی و مود لغزشی استفاده شده است. لازم به ذکر است که اطلاعات زاویه نوسان بار، سرعت زاویه‌ای نوسان، جابجایی و سرعت واگن، طول کابل بالابر و نرخ زمانی تغییر آن توسط حسگرها دریافت می‌شوند.

همان‌طور که قبلاً اشاره شد، جرثقیل کانتینر یک سیستم زیر فعال است و بنابراین، قبل از طراحی کنترلرها لازم است دینامیک آن به دو بخش فعال و غیرفعال تفکیک شود.

3-1- تفکیک مدل دینامیکی

جرثقیل کانتینر یک سیستم زیر فعال است که در آن سه سیگنال خروجی توسط دو عملگر ایجاد می‌شوند. مدل دینامیکی جرثقیل کانتینر باید به دو دینامیک مشخص تفکیک شود، به نام‌های سیستم فعال و غیرفعال. به این منظور، $q_1 = [x \quad l]^T$ برای حالت‌های فعال و $q_2 = \theta$ برای حالت غیرفعال تعریف می‌شوند. بنابراین معادله (8) را می‌توان به دو معادله زیر تقسیم نمود:

$$M_{11}(q)\ddot{q}_1 + M_{12}(q)\ddot{q}_2 + C_{11}(q, \dot{q})\dot{q}_1 + C_{12}(q, \dot{q})\dot{q}_2 + G_1(q) = U \quad (10)$$

$$M_{21}(q)\ddot{q}_1 + M_{22}(q)\ddot{q}_2 + C_{21}(q, \dot{q})\dot{q}_1 + C_{22}(q, \dot{q})\dot{q}_2 + G_2(q) = 0 \quad (11)$$

که در آن

$$\begin{aligned} M_{11}(q) &= \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix}, & M_{12}(q) &= \begin{bmatrix} m_{13} \\ 0 \end{bmatrix}, \\ C_{11}(q, \dot{q}) &= \begin{bmatrix} 0 & V_{m12} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, & C_{21}(q, \dot{q}) &= \begin{bmatrix} 0 & V_{m32} \end{bmatrix}, \\ C_{12}(q, \dot{q}) &= \begin{bmatrix} V_{m13} \\ V_{m23} \end{bmatrix}, & G_1(q) &= \begin{bmatrix} 0 \\ -m_p g \cos \theta \end{bmatrix}, \\ M_{21}(q) &= \begin{bmatrix} m_{31} & 0 \end{bmatrix}, & M_{22}(q) &= m_{33}, \\ C_{22}(q, \dot{q}) &= V_{m33}, & G_2(q) &= m_p g \sin \theta, & U &= \begin{bmatrix} F_x \\ F_l \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (12)$$

معادله فعال (10) قید مستقیم بین حالت‌های فعال q_1 و عملگرهای U را نشان می‌دهد. در حالی که، معادله غیرفعال (11) رابطه‌ای بین حالت غیرفعال q_2 و ورودی‌های U را نشان نمی‌دهد. به‌طور فیزیکی، سیگنال‌های ورودی U به‌طور مستقیم حالت‌های فعال q_1 را کنترل می‌کنند و به‌طور غیرمستقیم حالت غیرفعال q_2 را تحریک می‌کنند.

3-2- طراحی کنترل کننده خطی سازی پسخور جزئی

در این بخش، یک کنترل کننده با روش خطی‌سازی پسخور جزئی برای سیستم جرثقیل کانتینر دوبعدی طراحی می‌گردد. قانون کنترلی ارائه شده سه هدف دارد: تنظیم موقعیت واگن، تنظیم طول کابل و حذف نوسان بار. به عبارت دیگر، هدف از کنترل این است که بردار حالت فعال q_1 و اسکالر

کنترلرها در حضور عدم قطعیت جرمی، نویز حسگرها و اغتشاش عملگرها مورد بررسی و مقایسه قرار می‌گیرد. در پایان، نتیجه‌گیری در بخش 6 و مراجع در بخش 7 ارائه می‌گردند.

2- استخراج معادلات دینامیکی حاکم بر سیستم جرثقیل

برای حذف نوسان و کنترل موقعیت و طول کابل بالابر یک بار معلق، باید بررسی گردد که چه قسمتی از دینامیک جرثقیل باید در فرآیند طراحی قانون کنترلی وجود داشته باشد و چه قسمتی می‌تواند در نظر گرفته نشود. "شکل 1" نمایی از حرکت نوسانی بار را که از حرکت واگن ناشی می‌شود، نشان می‌دهد که در آن محور X جهت حرکت واگن، محور Z جهت عمودی، $\theta(t)$ زاویه نوسان بار، $x(t)$ جابجایی واگن، $l(t)$ طول کابل بالابر، F_x و F_l به ترتیب نیروهای کنترلی اعمال شده به واگن در جهت X و به کابل در جهت l می‌باشند. در مدل‌سازی دینامیکی جرثقیل هوایی دوبعدی فرضیات زیر در نظر گرفته شده است: 1- بار و واگن توسط یک کابل صلب بدون جرم به یکدیگر متصل شده‌اند، که حرکت آونگی بار در نظر گرفته شده است. 2- تمامی المان‌های اصطکاکی در حرکت واگن و بالابر را می‌توان ناچیز در نظر گرفت. فرضیات بالا یک مدل سه درجه آزادی از جرثقیل را با سه مختصه تعمیم یافته $q(t) \in R^3$ به صورت زیر ارائه می‌نماید:

$$q(t) = [x(t) \quad l(t) \quad \theta(t)]^T \quad (1)$$

مختصات بار به صورت (x_p, z_p) در نظر گرفته شده است. بنابراین x_p و

z_p به صورت زیر خواهند شد:

$$x_p = x + l \sin \theta, \quad z_p = -l \cos \theta \quad (2)$$

با استفاده از رابطه (2)، انرژی جنبشی T و انرژی پتانسیل V به صورت

زیر به دست می‌آیند:

$$T = \frac{1}{2}(m_t + m_p)\dot{x}^2 + \frac{1}{2}(m_p + m_l)\dot{l}^2 + \frac{1}{2}m_p(l\dot{\theta})^2 + m_p\dot{x}(l\cos\theta\dot{\theta} + \sin\theta\dot{l}) + \frac{1}{2}l\dot{\theta}^2 \quad (3)$$

$$V = -m_p g l \cos \theta \quad (4)$$

که در آن m_p جرم بار، m_l و m_t به ترتیب جرم معادل سیستم‌های واگن و بالابر، I ممان اینرسی جرمی بار و g شتاب گرانشی هستند. سرانجام، معادلات حرکت با استفاده از معادله لاگرانژ به‌صورت زیر به‌دست می‌آیند:

$$(m_t + m_p)\ddot{x} + m_p \sin \theta \ddot{l} + m_p l \cos \theta \ddot{\theta} + 2m_p \cos \theta \dot{l} \dot{\theta} - m_p l \sin \theta \dot{\theta}^2 = F_x \quad (5)$$

$$m_p \sin \theta \ddot{x} + (m_p + m_l)\ddot{l} - m_p l \dot{\theta}^2 - m_p g \cos \theta = F_l \quad (6)$$

$$m_p l \cos \theta \ddot{x} + (m_p l^2 + I)\ddot{\theta} + 2m_p l \dot{l} \dot{\theta} + m_p g l \sin \theta = 0 \quad (7)$$

معادلات دینامیکی فوق را می‌توان به فرم ماتریسی زیر نوشت:

$$M(q)\ddot{q} + V_m(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = U \quad (8)$$

که در آن

$$\begin{aligned} M &= \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & 0 \\ m_{31} & 0 & m_{33} \end{bmatrix}, & V_m &= \begin{bmatrix} 0 & V_{m12} & V_{m13} \\ 0 & 0 & V_{m23} \\ 0 & V_{m32} & V_{m33} \end{bmatrix}, \\ G &= [0 \quad -m_p g \cos \theta \quad m_p g l \sin \theta]^T, \\ U &= [F_x \quad F_l \quad 0]^T, \\ m_{11} &= m_p + m_t, & m_{12} &= m_p \sin \theta, & m_{13} &= m_p l \cos \theta, \\ m_{21} &= m_p \sin \theta, & m_{22} &= m_p + m_l, \\ m_{31} &= m_p l \cos \theta, & m_{33} &= m_p l^2 + I, \\ V_{m12} &= m_p \dot{\theta} \cos \theta, & V_{m13} &= -m_p l \sin \theta \dot{\theta} + m_p \cos \theta \dot{l}, \\ V_{m23} &= -m_p l \dot{\theta}, & V_{m32} &= m_p l \dot{\theta}, & V_{m33} &= m_p l \ddot{l} \end{aligned} \quad (9)$$

3- طراحی کنترل کننده‌ها

در این بخش، دو قانون کنترلی غیرخطی برای از بین بردن زاویه نوسان بار و کنترل موقعیت واگن و طول کابل بالابر طراحی شده است. برای به‌دست

$$\ddot{q}_2 = V_u = -K_{ud}\dot{q}_2 - K_{up}q_2 \quad (23)$$

که در آن $V_u \in R$ ورودی معادل حالت غیرفعال است. K_{up} و K_{ud} ثوابت مثبت هستند. ورودی کنترلی U به دست آمده از (17) و (23) پایداری حالت غیرفعال q_2 را تضمین می‌کند به علت این که دینامیک خطای ردیابی زیر:

$$\ddot{q}_2 + K_{ud}\dot{q}_2 + K_{up}q_2 = 0 \quad (24)$$

برای هر $K_{ud} > 0$ و $K_{up} > 0$ پایدار است. به عبارت دیگر، اگر K_{ud} و K_{up} به درستی انتخاب شوند، ورودی معادل V_u زاویه نوسان بار $q_2 = \theta$ را به سمت صفر سوق می‌دهد.

برای پایداری حالت‌های غیرفعال و فعال، ورودی‌های معادل کلی با ترکیب خطی V_a و V_u به صورت زیر پیشنهاد شده است:

$$V = V_a + \alpha_u V_u \\ = -K_{ad}\dot{q}_1 - K_{ap}(q_1 - q_{1d}) - \alpha_u(K_{ud}\dot{q}_2 + K_{up}q_2) \quad (25)$$

که در آن $\alpha_u = \begin{bmatrix} \alpha \\ 0 \end{bmatrix}$ به عنوان بردار وزنی و $V \in R^2$ است. بنابراین، با در نظر گرفتن q_1 به عنوان خروجی اول، قانون کنترلی کلی با جایگزینی V_a در V در (19) حاصل می‌شود. با جایگذاری (25) در (19) قانون کنترلی به صورت زیر خواهد شد:

$$U = (\bar{C}_1(q, \dot{q}) - \bar{M}(q)K_{ad})\dot{q}_1 \\ + (\bar{C}_2(q, \dot{q}) - \bar{M}(q)\alpha_u K_{ud})\dot{q}_2 \\ - \bar{M}(q)K_{ap}(q_1 - q_{1d}) - \bar{M}(q)\alpha_u K_{up}q_2 + \bar{G}(q) \quad (26)$$

همان طوری که در بخش شبیه‌سازی مشاهده خواهد شد، کنترل کننده غیرخطی (26) به طور مجانبی همه مسیرهای حالت سیستم را پایدار می‌کند.

3-3- بررسی پایداری سیستم با کنترل خطی سازی پسخور جزئی

قانون کنترلی U از دینامیک فعال (16) به دست آمده است. پایداری قسمت باقی مانده (قسمت غیرفعال) سیستم حلقه بسته که دینامیک داخلی نام دارد در این بخش بررسی می‌شود. اگر دینامیک داخلی پایدار باشد، آن‌گاه مسئله کنترل ردیابی حل شده است. با جایگذاری قانون کنترلی (26) در زیر سیستم غیرفعال (17) منجر به دینامیک داخلی به صورت زیر می‌شود:

$$\ddot{q}_2 = -M_{22}^{-1}(q)(-M_{21}(q)(K_{ad}\dot{q}_1 + \alpha_u K_{ud}\dot{q}_2 \\ + K_{ap}(q_1 - q_{1d}) + \alpha_u K_{up}q_2) + C_{21}(q, \dot{q})\dot{q}_1 \\ + C_{22}(q, \dot{q})\dot{q}_2 + G_2(q)) \quad (27)$$

اگر دینامیک صفر پایدار نمایی باشد، پایداری محلی دینامیک داخلی تضمین می‌شود. با قرار دادن $q_1 = q_{1d}$ در دینامیک داخلی (27) دینامیک صفر سیستم به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\ddot{q}_2 + M_{22}^{-1}(q)((C_{22}(q, \dot{q}) - M_{21}(q)\alpha_u K_{ud})\dot{q}_2 \\ - M_{21}(q)\alpha_u K_{up}q_2 + G_2(q)) = 0 \quad (28)$$

پایداری دینامیک صفر با استفاده از تئوری خطی سازی لیاپانوف بررسی شده است. در ابتدا، دینامیک صفر را با تعریف دو متغیر حالت زیر نشان می‌دهیم:

$$z_1 = \theta, \quad z_2 = \dot{\theta} \\ \text{نمایش داده می‌شود:} \quad (29)$$

با $z = [z_1 \quad z_2]^T$ به عنوان بردار حالت. دینامیک صفر غیرخطی حول نقطه تعادل $z = 0$ ($q_2 = \dot{q}_2 = 0$) پایدار مجانبی است اگر سیستم خطی سازی شده متناظر اکیداً پایدار باشد. خطی سازی دینامیک صفر حول نقطه $z = 0$ منجر به یک سیستم خطی سازی شده در فرم زیر می‌شود:

$$\dot{z} = Az \quad (30)$$

که در آن

غیرفعال q_2 به ترتیب به مقادیر ثابت مطلوب q_{1d} و q_{2d} برسند. در این بخش، دینامیک سیستم که شامل روابط (10) و (11) است، به یک فرم خطی معادل بر پایه روش خطی سازی پسخور تبدیل شده است.

حالت غیرفعال q_2 را می‌توان از طریق رابطه (11) به صورت زیر نوشت:

$$\ddot{q}_2 = -M_{22}^{-1}(q)(M_{21}(q)\dot{q}_1 + C_{21}(q, \dot{q})\dot{q}_1 \\ + C_{22}(q, \dot{q})\dot{q}_2 + G_2(q)) \quad (13)$$

با جایگذاری رابطه (13) در رابطه (10) و ساده سازی به معادله (14) می‌رسیم:

$$\bar{M}(q)\ddot{q}_1 + \bar{C}_1(q, \dot{q})\dot{q}_1 + \bar{C}_2(q, \dot{q})\dot{q}_2 + \bar{G}(q) = U \quad (14)$$

که در آن

$$\bar{M}(q) = M_{11}(q) - M_{12}(q)M_{22}^{-1}(q)M_{21}(q), \quad \bar{C}_1(q, \dot{q}) = \\ C_{11}(q, \dot{q}) - M_{12}(q)M_{22}^{-1}(q)C_{21}(q, \dot{q}), \\ \bar{C}_2(q, \dot{q}) = C_{12}(q, \dot{q}) - M_{12}(q)M_{22}^{-1}(q)C_{22}(q, \dot{q}), \\ \bar{G}(q) = G_1(q) - M_{12}(q)M_{22}^{-1}(q)G_2(q) \quad (15)$$

معادله (14) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\ddot{q}_1 = \bar{M}^{-1}(q)(U - \bar{C}_1(q, \dot{q})\dot{q}_1 - \bar{C}_2(q, \dot{q})\dot{q}_2 - \bar{G}(q)) \quad (16)$$

با قرار دادن معادله (16) در معادله (13) داریم:

$$\ddot{q}_2 = -M_{22}^{-1}(q)(M_{21}(q)\bar{M}^{-1}(q)(U - \bar{C}_1(q, \dot{q})\dot{q}_1 \\ - \bar{C}_2(q, \dot{q})\dot{q}_2 - \bar{G}(q)) + C_{21}(q, \dot{q})\dot{q}_1 \\ + C_{22}(q, \dot{q})\dot{q}_2 + G_2(q)) \quad (17)$$

بنابراین، رفتار فیزیکی سیستم جرفیل کانتینر را می‌توان توسط دینامیک‌های فعال (16) و غیرفعال (17) مشخص کرد که در آن‌ها روابط ریاضی بین q_1 و q_2 و U را می‌توان به روشنی مشاهده کرد.

با در نظر حالت‌های فعال q_1 به عنوان خروجی‌های سیستم، دینامیک فعال را می‌توان توسط رابطه زیر "خطی سازی" کرد:

$$\ddot{q}_1 = V_a \quad (18)$$

که در آن $V_a \in R^2$ به عنوان ورودی کنترلی معادل است. سپس، سیگنال کنترلی U به صورت زیر خواهد شد:

$$U = \bar{M}(q)V_a + \bar{C}_1(q, \dot{q})\dot{q}_1 + \bar{C}_2(q, \dot{q})\dot{q}_2 + \bar{G}(q) \quad (19)$$

کنترل کننده U طوری طراحی می‌شود که حالت‌های فعال کنترل $x = [x \quad l]^T$ به مقادیر ثابت مطلوب $x_d = [x_d \quad l_d]^T$ برسند. برای این منظور ورودی کنترلی معادل زیر انتخاب می‌شود:

$$V_a = \ddot{q}_{1d} - K_{ad}(\dot{q}_1 - \dot{q}_{1d}) - K_{ap}(q_1 - q_{1d}) \quad (20)$$

با در نظر گرفتن $q_{1d} = \text{const}$ به صورت زیر ارائه می‌شود:

$$V_a = -K_{ad}\dot{q}_1 - K_{ap}(q_1 - q_{1d}) \quad (21)$$

که در آن $K_{ap} = \text{diag}(K_{ap1}, K_{ap2})$ و $K_{ad} = \text{diag}(K_{ad1}, K_{ad2})$ ماتریس‌های قطری مثبت هستند.

با در نظر گرفتن معادله (20) و (21) معادله دیفرانسیل خطای ردیابی توسط رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$\ddot{\tilde{q}}_1 + K_{ad}\dot{\tilde{q}}_1 + K_{ap}\tilde{q}_1 = 0 \quad (22)$$

که در آن $\tilde{q}_1 = q_1 - q_{1d}$ بردار خطای ردیابی حالت‌های فعال است. واضح است که دینامیک خطای ردیابی (22) پایدار مجانبی است اگر $K_{ap} > 0$ و $K_{ad} > 0$ (با شرایط اولیه $\dot{\tilde{q}}_1(0) = 0$ و $\tilde{q}_1(0) = 0$) باشد. به عبارت دیگر، خطاهای ردیابی حالت‌های فعال $\tilde{q}_1$ به صفر می‌رسند (یا q_1 به q_{1d} همگرا می‌شود) وقتی t به سمت بی‌نهایت می‌رود. به طور دقیق‌تر، ورودی کنترلی معادل V_a حالت‌های فعال q_1 را وادار می‌کنند که به صورت مجانبی به مرجع q_{1d} دست یابند.

قانون کنترلی (19) متناظر با ورودی معادل V_a فقط برای پایداری مجانبی حالت‌های فعال q_1 قابل استفاده است. برای پایداری حالت غیرفعال q_2 ، روش خطی سازی پسخور را می‌توان به زیر دینامیک (17) به صورت زیر اعمال نمود:

$$+ (\lambda_2 - \alpha_2 M_{22}^{-1}(q) C_{22}(q, \dot{q})) \dot{q}_2 - \alpha_2 M_{22}^{-1}(q) G_2(q) \quad (40)$$

هدف کنترلی با انتخاب ورودی کنترلی U طوری که تک تک اجزای سطح لغزش شرط کافی زیر را ارضاء نمایند، قابل دستیابی است [13]:

$$\frac{d}{dt} s_i^2 \leq -\eta_i |s_i| \quad \forall i \in \{1, 2\} \quad (41)$$

که در آن η_i یک ثابت مثبت است.

معادله (14) را مجدداً بازنویسی می کنیم:

$$\bar{M}(q) \ddot{q}_1 + \bar{C}_1(q, \dot{q}) \dot{q}_1 + \bar{C}_2(q, \dot{q}) \dot{q}_2 + \bar{G}(q) = U \quad (42)$$

با اعمال کردن شرط رابطه (41) بر s ، تضمین می شود که s در مدت زمان محدودی به سمت صفر همگرا شود.

بنابراین، ورودی کنترلی U به صورت زیر انتخاب می شود:

$$U = \bar{C}_1(q, \dot{q}) \dot{q}_1 + \bar{C}_2(q, \dot{q}) \dot{q}_2 + \bar{G}(q) - \bar{M}(q) (I_3 - \alpha_2 M_{22}^{-1}(q) M_{21}(q))^{-1} [(\lambda_1 - \alpha_2 M_{22}^{-1}(q) C_{21}(q, \dot{q})) \dot{q}_1 + (\lambda_2 - \alpha_2 M_{22}^{-1}(q) C_{22}(q, \dot{q})) \dot{q}_2 - \alpha_2 M_{22}^{-1}(q) G_2(q)] - K \operatorname{sgn}(s) \quad (43)$$

که در آن ماتریس $K = \operatorname{diag}\{K_1, K_2\}$ پارامتر طراحی و یک ماتریس مثبت معین است که تعیین می کند s با چه سرعتی به صفر همگرا می شود. تابع $\operatorname{sgn}(\cdot)$ در معادله (43) برداری را با اجزای $\operatorname{sgn}(s_i)$ نشان می دهد که $\operatorname{sgn}(\cdot)$ تابع علامت است:

$$\operatorname{sgn}(s_i) = \begin{cases} +1 & \text{اگر } s_i > 0 \\ 0 & \text{اگر } s_i = 0 \\ -1 & \text{اگر } s_i < 0 \end{cases} \quad (44)$$

3-5- بررسی پایداری در سطح لغزشی

در مورد یک سیستم تمام فعال¹ (با پسخور حالت کامل²)، ثابت شده است که روش کنترل لغزشی تضمین می کند که پاسخ سیستم به طور مجانبی به سطح لغزش برسد. چنین ادعایی نمی تواند برای سیستم های زیر فعال درست باشد. اگر α_2 در معادله (43) به گونه ای انتخاب شود که معکوس ماتریس $(I_3 - \alpha_2 M_{22}^{-1}(q) M_{21}(q))$ وجود داشته باشد تضمین می کند که همه مسیرهای سیستم به سطح لغزش می رسند. با این حال، هیچ تضمینی وجود ندارد که بر روی سطح لغزش، مسیرهای سیستم به مقادیر مطلوب خود برسند.

در سیستم های زیر فعال، اگر ثابت شود که ترکیب دو معادله سطح لغزش خطی در (37) و شتاب غیرفعال بدست آمده از (11) پایدار هستند، پایداری در سطح لغزشی برقرار است.

گزاره زیر شرایط کافی برای پایداری مجانبی سیستم جرثقیل کانتینر با استفاده از کنترل کننده مود لغزشی داده شده با معادله (43) را ارائه می دهد.

گزاره. کنترل کننده مود لغزشی:

$$u = \bar{C}_1(q, \dot{q}) \dot{q}_1 + \bar{C}_2(q, \dot{q}) \dot{q}_2 + \bar{G}(q) - \bar{M}(q) (I_3 - \alpha_2 M_{22}^{-1}(q) M_{21}(q))^{-1} [(\lambda_1 - \alpha_2 M_{22}^{-1}(q) C_{21}(q, \dot{q})) \dot{q}_1 + (\lambda_2 - \alpha_2 M_{22}^{-1}(q) C_{22}(q, \dot{q})) \dot{q}_2 - \alpha_2 M_{22}^{-1}(q) G_2(q)] - K \operatorname{sgn}(s) \quad (45)$$

سیستم جرثقیل کانتینر توصیف شده توسط مدل داده شده در معادله

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{\partial f}{\partial z_1} & \frac{\partial f}{\partial z_2} \end{bmatrix}_{z=0} \quad (31)$$

ماتریس ژاکوبین است که معادله مشخصه آن به فرم زیر است:

$$|A - sI_2| = s^2 - \left(\frac{\partial f}{\partial z_2} \Big|_{z=0} \right) s - \frac{\partial f}{\partial z_1} \Big|_{z=0} \quad (32)$$

سیستم خطی سازی شده (30) حول نقطه تعادل $z = 0$ پایدار است، اگر A یک ماتریس هورویتز باشد. براساس معیار هورویتز و نتایج محاسبات، شرط قیدی پارامترهای کنترلی به صورت زیر محاسبه شده است:

$$\alpha k_{ud} < 0, \quad \alpha k_{up} < g \quad (33)$$

بنابراین، اگر رابطه بالا میان پارامترهای کنترلی برقرار باشد، دینامیک صفر حول نقطه تعادل $z = 0$ پایدار است، که منجر به پایداری محلی دینامیک داخلی می شود.

3-4- طراحی کنترل کننده مود لغزشی

در این بخش، یک کنترل کننده مود لغزشی برای سیستم طراحی شده است. قانون کنترلی ارائه شده سه هدف دارد: تنظیم موقعیت واگن، تنظیم طول کابل و حذف نوسان بار.

خطاهای ردیابی به صورت زیر تعریف می گردند:

$$e_1 = q_1 - q_{1d} = \begin{bmatrix} x - x_d \\ l - l_d \end{bmatrix} \quad (34)$$

$$e_2 = q_2 - q_{2d} = \theta - \theta_d \quad (35)$$

بردار e_1 خطای متناظر با حالت های فعال و اسکالر e_2 خطای متناظر با حالت غیرفعال است.

λ_{11} و λ_{12} اسکالرهایی مثبت هستند. همچنین ماتریس های λ_1 ، α_2 و λ_2 به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\lambda_1 = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & 0 \\ 0 & \lambda_{12} \end{bmatrix}, \quad \alpha_2 = \begin{bmatrix} \alpha_{21} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \lambda_2 = \begin{bmatrix} \lambda_{21} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (36)$$

λ_{21} و α_{21} پارامترهای طراحی هستند.

سطح لغزش به صورت زیر انتخاب شود:

$$s = \dot{e}_1 + \lambda_1 e_1 + \alpha_2 \dot{e}_2 + \lambda_2 e_2 \quad (37)$$

باید توجه کرد که سطح s در معادله (37) شامل دو جزء است، $s = [s_1 \quad s_2]^T$. با مشتق گیری از سطوح لغزشی نسبت به زمان در معادله (37)، معادله زیر به دست می آید:

$$\dot{s} = \ddot{e}_1 + \lambda_1 \dot{e}_1 + \alpha_2 \ddot{e}_2 + \lambda_2 \dot{e}_2 = \ddot{q}_1 + \lambda_1 \dot{q}_1 + \alpha_2 \ddot{q}_2 + \lambda_2 \dot{q}_2 \quad (38)$$

با جایگذاری معادله (13) در معادله (38) معادله زیر حاصل می شود:

$$\begin{aligned} \dot{s} &= \ddot{q}_1 - \alpha_2 M_{22}^{-1}(q) [M_{21}(q) \ddot{q}_1 + C_{21}(q, \dot{q}) \dot{q}_1 + C_{22}(q, \dot{q}) \dot{q}_2 + G_2(q)] \\ &\quad + \lambda_1 \dot{q}_1 + \lambda_2 \dot{q}_2 \\ &= \ddot{q}_1 - \alpha_2 M_{22}^{-1}(q) M_{21}(q) \ddot{q}_1 \\ &\quad - \alpha_2 M_{22}^{-1}(q) C_{21}(q, \dot{q}) \dot{q}_1 \\ &\quad - \alpha_2 M_{22}^{-1}(q) C_{22}(q, \dot{q}) \dot{q}_2 \\ &\quad - \alpha_2 M_{22}^{-1}(q) G_2(q) + \lambda_1 \dot{q}_1 + \lambda_2 \dot{q}_2 \\ &= (I_3 - \alpha_2 M_{22}^{-1}(q) M_{21}(q)) \ddot{q}_1 \\ &\quad + (\lambda_1 - \alpha_2 M_{22}^{-1}(q) C_{21}(q, \dot{q})) \dot{q}_1 \\ &\quad + (\lambda_2 - \alpha_2 M_{22}^{-1}(q) C_{22}(q, \dot{q})) \dot{q}_2 \\ &\quad - \alpha_2 M_{22}^{-1}(q) G_2(q) \end{aligned} \quad (39)$$

با جایگذاری معادله (16) در معادله (39) به معادله زیر می توان دست یافت

$$\begin{aligned} \dot{s} &= (I_3 - \alpha_2 M_{22}^{-1}(q) M_{21}(q)) \bar{M}^{-1}(q) \\ &\quad (U - \bar{C}_1(q, \dot{q}) \dot{q}_1 - \bar{C}_2(q, \dot{q}) \dot{q}_2 - \bar{G}(q)) \\ &\quad + (\lambda_1 - \alpha_2 M_{22}^{-1}(q) C_{21}(q, \dot{q})) \dot{q}_1 \end{aligned}$$

¹ Fully actuated system

² Full state feedback

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} x_2 \\ h(x) \\ -\lambda_1 x_3 - \alpha_2 x_2 - \lambda_2 x_1 \end{bmatrix} = f(x) \quad (55)$$

سیستم داده شده توسط معادله (55) یک سیستم خودگردان است. ما می‌خواهیم نشان دهیم که با انتخاب مناسب λ_1 ، α_2 و λ_2 ، $x(t)$ به صورت مجانبی به صفر همگرا می‌شود.

اگر معادله (55) حول نقطه تعادل $x = 0$ خطی‌سازی شود، به سیستم خطی زیر می‌رسیم:

$$\dot{x} = Ax \quad (56)$$

که در آن

$$A = \frac{\partial f(x)}{\partial x} \Big|_{x=0} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0_{1 \times 2} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ -\lambda_2 & -\alpha_2 & -\lambda_1 \end{bmatrix} \quad (57)$$

بعد از انجام محاسبات، A_{21} ، A_{22} و A_{23} به صورت زیر حاصل می‌شوند:

$$A_{21} = \frac{-(m_p(g + \lambda_{11}\lambda_{21}))}{(m_p + I - \alpha_2 m_p)}, \quad A_{22} = \frac{(m_p(\lambda_{21} - \alpha_2 \lambda_{11}))}{(m_p + I - \alpha_2 m_p)},$$

$$A_{23} = \begin{bmatrix} -(\lambda_{11}^2 m_p) \\ I - m_p(\alpha_{21} - 1) \end{bmatrix} \quad (58)$$

برای تضمین پایداری سیستم خطی‌سازی شده در معادله (56) ماتریس حالت خطی‌سازی شده A باید هورویتز باشد (مقادیر ویژه آن در سمت چپ صفحه مختلط قرار داشته باشند).

معادله مشخصه سیستم خطی‌سازی شده در معادله (56) به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\det(sI_4 - A) = (\lambda_{12} + s)P(s) \quad (59)$$

که در آن

$$P(s) = s^3 + \left(\frac{(\lambda_{21} - \lambda_{11})m_p - \lambda_{11}I}{(\alpha_{21} - 1)m_p - I} \right) s^2 + \left(\frac{-gm_p}{(\alpha_{21} - 1)m_p - I} \right) s + \left(\frac{-g\lambda_{11}m_p}{(\alpha_{21} - 1)m_p - I} \right) \quad (60)$$

شرط کافی برای پایداری سطح لغزش می‌تواند با انتخاب پارامترهای $\{\alpha_{21}, \lambda_{21}, \lambda_{11}\}$ به گونه‌ای که چند جمله‌ای $P(s)$ هورویتز باشد، تأمین شود.

با استفاده از معیار راو-هورویتز، شرایط زیر باید بین پارامترها برقرار باشد تا چند جمله‌ای $P(s)$ ، هورویتز باشد:

$$(\alpha_{21} - 1)m_p - I < 0, \quad (\lambda_{21} - \lambda_{11})m_p - \lambda_{11}I < 0 \quad (61)$$

این‌ها همان شرایطی است که در معادله (46) آورده شده بود.

از آنجایی که سیستم داده شده در معادله (56) پایدار مجانبی است، پس x به صورت مجانبی به صفر همگرا می‌شود. بنابراین، از معادله (52) وقتی زمان به بی‌نهایت میل می‌کند q_1 به q_2 ، q_{1d} به q_2 و $\dot{q}_2$ به صفر همگرا می‌شود. همچنین معادله (47) ایجاب می‌کند که $\dot{q}_1$ وقتی زمان به بی‌نهایت میل می‌کند، به صفر همگرا می‌شود. بنابراین، کنترل کننده در معادله (43) تضمین می‌کند که حالت‌های سیستم به سطح لغزش $s = 0$ برسند و شرایط کافی در معادله (46) تضمین می‌کنند که q_1 ، $\dot{q}_1$ و q_2 و $\dot{q}_2$ وقتی زمان به بی‌نهایت میل می‌کند، به مقادیر مطلوب خود برسند.

پایان اثبات گزاره.

بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت که وقتی کنترل کننده مود لغزشی در معادله (43) به مدل جرفقیل کانتینر داده شده در معادلات (5)، (6) و (7) اعمال شود، اگر شرایط کافی در معادله (46) ارضا شود همگرایی مجانبی حالت‌های سیستم به مقادیر مطلوب خود را تضمین می‌کند.

به منظور کاهش پدیده چترینگ^۱ در سیگنال کنترلی، تابع $\text{sat}(s/\epsilon)$ به

(8) را پایدار می‌کند اگر ضرایب داده شده در معادله (36) شرایط کافی زیر را ارضا نمایند:

$$(\alpha_{21} - 1)m_p - I < 0, \quad (\lambda_{21} - \lambda_{11})m_p - \lambda_{11}I < 0 \quad (46)$$

اثبات. از آنجایی که کنترل کننده در معادله (45) تضمین می‌کند که همه حالت‌های سیستم به سطح لغزش $s = 0$ در زمان محدود می‌رسند، حالتی را در نظر بگیرید که مسیرهای حالت سیستم به سطح لغزش $s = 0$ رسیده‌اند. سپس، با استفاده از معادله (37) با $\dot{q}_{1d} = 0$ ، $s = 0$ ایجاب می‌کند که

$$\dot{q}_1 + \lambda_1(q_1 - q_{1d}) + \alpha_2 \dot{q}_2 + \lambda_2 q_2 = 0 \quad (47)$$

پس می‌توان نوشت

$$\dot{q}_1 = -\lambda_1(q_1 - q_{1d}) - \alpha_2 \dot{q}_2 - \lambda_2 q_2 \quad (48)$$

با استفاده از معادلات (13)، (14) و (45) وقتی $s = 0$ است، معادله شتاب غیرفعال را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} \ddot{q}_2 &= -M_{22}^{-1}(q)[M_{21}(q)\dot{q}_1 + C_{21}(q, \dot{q})\dot{q}_1 \\ &\quad + C_{22}(q, \dot{q})\dot{q}_2 + G_2(q)] \\ &= -M_{22}^{-1}(q)[M_{21}(q)\bar{M}^{-1}(q) \\ &\quad (u - \bar{C}_1(q, \dot{q})\dot{q}_1 - \bar{G}(q)) + C_{21}(q, \dot{q})\dot{q}_1 \\ &\quad + C_{22}(q, \dot{q})\dot{q}_2 + G_2(q)] \\ &= -M_{22}^{-1}(q)\{-M_{21}(q)\bar{M}^{-1}(q)\bar{M}(q) \\ &\quad (I_3 - \alpha_2 M_{22}^{-1}(q)M_{21}(q))^{-1} \\ &\quad [(\lambda_1 - \alpha_2 M_{22}^{-1}(q)C_{21}(q, \dot{q}))\dot{q}_1 \\ &\quad + (\lambda_2 - \alpha_2 M_{22}^{-1}(q)C_{22}(q, \dot{q}))\dot{q}_2 \\ &\quad - \alpha_2 M_{22}^{-1}(q)G_2(q)] + C_{21}(q, \dot{q})\dot{q}_1 \\ &\quad + C_{22}(q, \dot{q})\dot{q}_2 + G_2(q)\} \end{aligned} \quad (49)$$

معادله (49) را می‌توان به فرم فشرده زیر نوشت:

$$\ddot{q}_2 = P_1(q, \dot{q})\dot{q}_1 + P_2(q, \dot{q})\dot{q}_2 + P_3(q) \quad (50)$$

که در آن

$$\begin{aligned} P_1(q, \dot{q}) &= [M_{22}^{-1}(q)M_{21}(q) \\ &\quad (I_3 - \alpha_2 M_{22}^{-1}(q)M_{21}(q))^{-1} \\ &\quad (\lambda_1 - M_{22}^{-1}(q)C_{21}(q, \dot{q}))] \\ P_2(q, \dot{q}) &= [M_{22}^{-1}(q)M_{21}(q) \\ &\quad (I_3 - \alpha_2 M_{22}^{-1}(q)M_{21}(q))^{-1} \\ &\quad (\lambda_2 - \alpha_2 M_{22}^{-1}(q)C_{22}(q, \dot{q})) \\ &\quad - M_{22}^{-1}(q)C_{22}(q, \dot{q})] \\ P_3(q) &= -[M_{22}^{-1}(q)M_{21}(q) \\ &\quad (I_3 - \alpha_2 M_{22}^{-1}(q)M_{21}(q))^{-1} \alpha_2 M_{22}^{-1}(q) \\ &\quad + M_{22}^{-1}(q)]G_2(q) \end{aligned} \quad (51)$$

فرض کنید

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_2 \\ \dot{q}_2 \\ (q_1 - q_{1d}) \end{bmatrix} \quad (52)$$

دقت شود که $x \in R^4$ است. همچنین دقت شود که $P_1(q, \dot{q})$ ، $P_2(q, \dot{q})$ و $P_3(q)$ را می‌توان به صورت توابعی از x نوشت. زیرا $\dot{q}_1$ تابعی از x است.

بنابراین معادله (48) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\dot{x}_3 = -\lambda_1 x_3 - \alpha_2 x_2 - \lambda_2 x_1 \quad (53)$$

و معادله (50) به صورت زیر ارائه می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= P_1(x)(\lambda_1 x_3 - \alpha_2 x_2 - \lambda_2 x_1) + P_2(x)x_2 + P_3(x) \\ &= -P_1(x)\lambda_2 x_1 - P_1(x)\alpha_2 x_2 - P_1(x)\lambda_1 x_3 \\ &\quad + P_2(x)x_2 + P_3(x) \\ &= -P_1(x)\lambda_2 x_1 + (P_2(x) - P_1(x)\alpha_2)x_2 \\ &\quad - P_1(x)\lambda_1 x_3 + P_3(x) = h(x) \end{aligned} \quad (54)$$

با استفاده از معادلات (52)، (53) و (54) می‌توان نوشت:

¹ Chattering

هارمونی ($HMCR$)، نرخ تنظیم صدادهی (PAR)، تعداد متغیرهای تصمیم‌گیری (N)، تعداد بداهه‌نوازی (NI) (معیار توقف الگوریتم) و فاصله پهنای باند (BW) می‌باشند. حافظه هارمونی (HM) یک محل حافظه است که تمام بردارهای جواب (دسته متغیرهای تصمیم‌گیری) در آن ذخیره می‌شوند.

4-2-2- تعیین اولیه حافظه هارمونی با بردارهای حل تصادفی

در این مرحله ماتریس HM با تعداد بسیار زیادی بردار جواب تولید شده به صورت تصادفی و با توجه به HMS مطابق رابطه (65) پر می‌گردد.

$$HM = \begin{bmatrix} x_1^1 & x_2^1 & \dots & x_{N-1}^1 & x_N^1 \\ x_1^2 & x_2^2 & \dots & x_{N-1}^2 & x_N^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ x_1^{HMS-1} & x_2^{HMS-1} & \dots & x_{N-1}^{HMS-1} & x_N^{HMS-1} \\ x_1^{HMS} & x_2^{HMS} & \dots & x_{N-1}^{HMS} & x_N^{HMS} \end{bmatrix} \quad (65)$$

4-2-3- بداهه نوازی یا تولید یک بردار هارمونی جدید

یک بردار هارمونی جدید $X' = \{x'_1, x'_2, \dots, x'_N\}$ بر مبنای سه قانون تولید می‌گردد که به آن بداهه‌نوازی می‌گویند و عبارت‌اند از: 1- ملاحظات حافظه، 2- تنظیم صدادهی، 3- انتخاب تصادفی. در ملاحظات حافظه، هارمونی جدید به طور تصادفی از بردارهای موجود در HM با احتمال $HMCR$ انتخاب می‌شوند. به عبارت دیگر مقدار اولین متغیر تصمیم‌گیری بین x_1^1 و x_1^{HMS} انتخاب می‌گردد. مقادیر دیگر متغیرها نیز به روش مشابه مطابق رابطه (66) انتخاب می‌گردند، $HMCR$ که مقداری بین 0 تا 1 و متغیر است، نرخ انتخاب یک مقدار از مقادیر محاسبه شده قبلی است، که در HM ذخیره شده است و $(1-HMCR)$ نرخ گزینش تصادفی یک مقدار از محدوده ممکن مقادیر است.

$$x'_i = \begin{cases} x'_i \in \{x_1^1, x_1^2, \dots, x_1^{HMS}\}; ([HMCR]) \text{ احتمال} \\ x'_i \in X_i; ([1-HMCR]) \text{ احتمال} \end{cases} \quad (66)$$

هر جزء به دست آمده توسط ملاحظات حافظه برای تعیین این که تنظیم صدادهی مناسب‌تر است یا خیر امتحان می‌شود. این عمل با استفاده از پارامتر PAR انجام می‌گیرد که با استفاده از رابطه (67) تعریف می‌شود.

$$x'_i = \begin{cases} x'_i + \text{rand} \cdot BW; & (PAR) \text{ احتمال} \\ x'_i; & ([1-PAR]) \text{ احتمال} \end{cases} \quad (67)$$

مقدار $[1-PAR]$ نرخ انجام هیچ عمل را مشخص می‌کند. اگر تصمیم برای تنظیم صدادهی مثبت باشد X_i^{new} با توجه به رابطه (68) جایگزین می‌شود.

$$X_i^{\text{new}} = X_i^{\text{old}} \pm BW \cdot \varepsilon \quad (68)$$

که X_i^{new} صدادهی جدید بعد از تنظیم صدادهی، X_i^{old} صدادهی موجود انتخاب شده از HM و ε یک عدد تصادفی در محدوده $(-1,1)$ می‌باشند. در مرحله بداهه‌نوازی یا تولید یک بردار هارمونی جدید، ملاحظات حافظه، تنظیم صدادهی و انتخاب تصادفی بر روی هر متغیر بردار هارمونی جدید اعمال می‌گردد.

4-2-4- به روز نمودن حافظه هارمونی

در صورتی که بردار هارمونی جدید از بدترین بردار هارمونی در HM (X_{worst}) بر مبنای تابع هدف انتخابی بهتر باشد، بردار هارمونی جدید داخل HM قرار گرفته و بدترین هارمونی موجود از مجموعه HM کنار گذاشته می‌شود.

جای تابع علامت $\text{sgn}(s)$ در معادله (43) استفاده شده است که $\text{sat}(\cdot)$ تابع اشباع¹ است و ε یک عدد اسکالر است که به ضخامت لایه مرزی بستگی دارد و به صورت زیر تعریف می‌شود [13]:

$$\text{sat}\left(\frac{s_i}{\varepsilon}\right) = \begin{cases} \text{sgn}\left(\frac{s_i}{\varepsilon}\right) & \text{اگر } |s_i| > \varepsilon \\ \frac{s_i}{\varepsilon} & \text{اگر } s_i \leq \varepsilon \end{cases} \quad (62)$$

4- تعیین پارامترهای بهینه کنترل کننده‌ها

به منظور مقایسه عملکرد کنترلرهای طراحی شده لازم است پارامترهای بهینه هر کدام از کنترلرها تعیین شده و سپس، رفتار کنترلرها در حالت بهینه خود مورد مقایسه قرار گیرند. لذا در این بخش، پارامترهای بهینه کنترلرها تعیین می‌گردند که به این منظور، از دو روش بهینه سازی استفاده شده است. این روش‌های بهینه‌سازی عبارتند از: الگوریتم جستجوی هارمونی و ازدحام ذرات.

4-1- الگوریتم ازدحام ذرات

روش مذکور، یکی از روش‌های بهینه‌سازی تصادفی مبتنی بر جمعیت است که توسط کندی و ابرهات [14] در سال 1995 و با الهام از رفتار اجتماعی تجمع پرندگان یا دسته ماهی‌ها توسعه یافت. سرعت جستجوی یک موقعیت بهتر جدید برای هر ذره در این الگوریتم توسط رابطه زیر بیان می‌شود:

$$v = wv + c_1 \text{rand}(2, N)(P_{l,\text{best}} - P_{\text{current}}) + c_2 \text{rand}(2, N)(P_{g,\text{best}} - P_{\text{current}}) \quad (63)$$

که در آن N تعداد واحدها، w مومنوم یا اینرسی الگوریتم ازدحام ذرات، $P_{l,\text{best}}$ بهترین موقعیت محلی، $P_{g,\text{best}}$ بهترین موقعیت عمومی و P_{current} موقعیت کنونی است. همچنین $\text{rand}(2, N)$ برای تولید یک ماتریس $2 \times N$ با مقادیر تصادفی استفاده می‌شود و c_1 و c_2 ضرایب مقادیر تصادفی هستند. پارامترهای مورد استفاده در این الگوریتم به صورت $N = 50$ ، $w = 0.8$ ، $c_1 = 0.2$ و $c_2 = 1.1$ انتخاب شده‌اند.

4-2- الگوریتم جستجوی هارمونی

در این قسمت به ارائه مراحل مختلف الگوریتم جستجوی هارمونی²، پرداخته می‌شود [15]. مراحل اصلی این الگوریتم شامل 5 مرحله به شرح زیر است. 1) تعیین اولیه مسئله و پارامترهای الگوریتم 2) تعیین اولیه حافظه هارمونی با بردارهای حل تصادفی 3) بداهه‌نوازی یا تولید یک بردار هارمونی جدید 4) به روز نمودن حافظه هارمونی 5) بررسی معیار توقف الگوریتم و تکرار مراحل 3 و 4. شکل 2 فلوجارت اجرای الگوریتم را نشان می‌دهد. در ادامه به توضیح مراحل الگوریتم پرداخته می‌شود.

4-2-1- تعیین اولیه مسئله و پارامترهای الگوریتم

در مرحله اول، مسئله بهینه‌سازی به صورت رابطه زیر مشخص می‌گردد:

$$\text{Min: } \{f(x) | x \in X\} \\ g(x) \geq 0, h(x) = 0 \quad (64)$$

که $f(x)$ تابع هدف، $h(x)$ تابع قیود مساوی و $g(x)$ تابع قیود غیرتساوی، x بردار متغیرهای تصمیم‌گیری x_i و X_i مجموعه محدوده ممکن مقادیر هر متغیر تصمیم‌گیری، که $X_{iL} \leq x_i \leq X_{iU}$ و X_{iL} و X_{iU} به ترتیب حدود پایینی و بالایی برای هر متغیر تصمیم‌گیری می‌باشند. پارامترهای الگوریتم نیز در این مرحله مشخص می‌شوند که شامل اندازه حافظه هارمونی (HMS) (تعداد بردارهای جواب در حافظه هارمونی)، نرخ ملاحظه حافظه

¹ Saturation function

² Harmony search Algorithm (HSA)

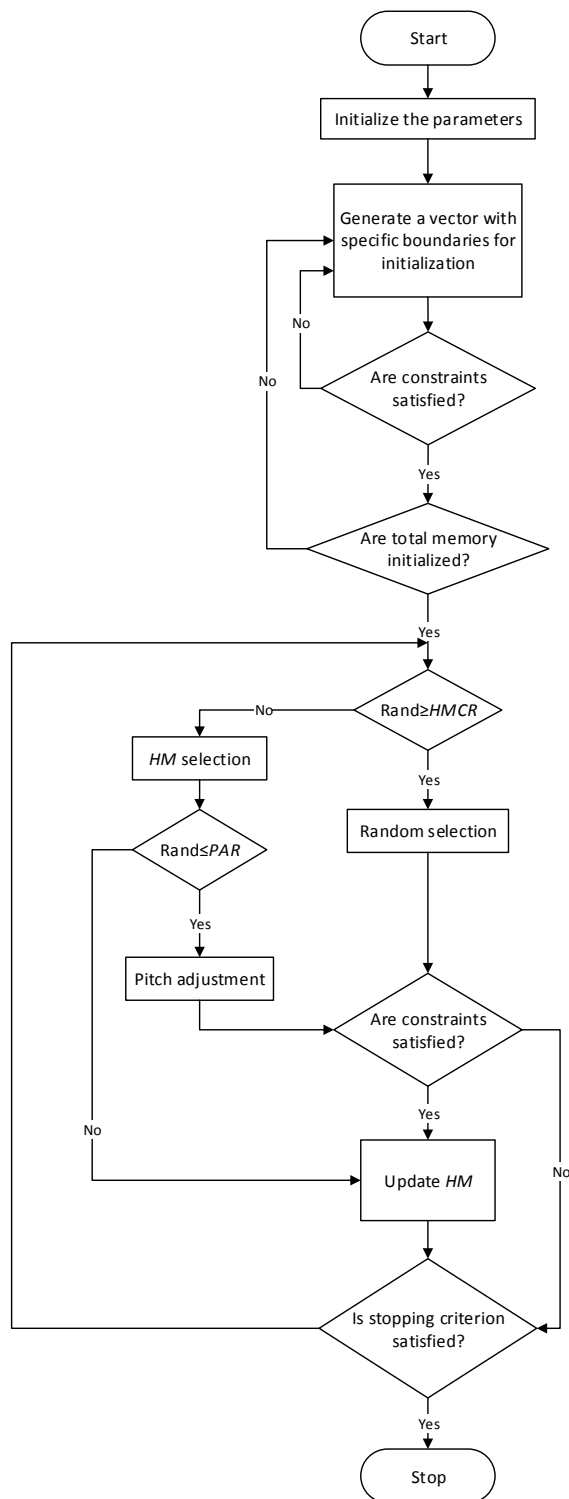


Fig. 2 Harmony search algorithm flowchart [15]

شکل 2 فلوجارت الگوریتم جستجوی هارمونی [15]

الگوریتم جستجوی هارمونی بهتر از الگوریتم ازدحام ذرات می‌باشد. فلذا نتایج شبیه‌سازی بر مبنای پارامترهای به‌دست آمده با الگوریتم جستجوی هارمونی ارائه گردیده است.

5-1- بررسی عملکرد نامی کنترل کننده‌ها

در این بخش، نتایج شبیه‌سازی سیستم و قانون کنترلی به‌دست آمده از روش‌های خطی‌سازی پسخور جزئی در معادله (26) و مود لغزشی در معادله

روند این فرآیند توسط رابطه (69) بیان می‌شود.

$$X_{\text{worst}} = X_{\text{new}} \quad \text{اگر} \quad f(X_{\text{new}}) < f(X_{\text{worst}}) \quad (69)$$

4-2-5- بررسی معیار و ناحیه توقف الگوریتم

اگر ناحیه توقف الگوریتم (حداکثر تعداد بداهه نوازی) برآورده شود، محاسبات پایان‌یافته و در غیر این صورت مراحل 3 و 4 تکرار می‌گردند. "شکل 2" نمایش دهنده فلوجارت اجرای الگوریتم جستجوی هارمونی می‌باشد. در این مقاله، مجموع انتگرال زمان در قدرمطلق تابع خطای¹ حالت‌های α ، l و θ با ضریب وزنی $1/3$ به عنوان تابع هدف برای بهینه‌سازی به‌صورت زیر انتخاب شده است:

$$\begin{aligned} \text{تابع هدف} = & \int_0^{\infty} t |x - x_d| dt \\ & + \int_0^{\infty} t |l - l_d| dt + \int_0^{\infty} t |\theta - \theta_d| dt + u \end{aligned} \quad (70)$$

با استفاده از تابع هدف مذکور و به‌کارگیری روش‌های بهینه‌سازی جستجوی هارمونی و ازدحام ذرات با ثابت نگاه‌داشتن ضریب α در کنترل‌کننده خطی‌سازی پسخور جزئی و ضرایب α_{21} ، ϵ و آرایه دوم ماتریس قطری K در کنترل‌کننده مود لغزشی، پارامترهای بهینه برای هر کدام از کنترل‌کننده‌ها به دست می‌آیند. پارامترهای مورد استفاده در الگوریتم جستجوی هارمونی در جدول 1 ارائه گردیده است. همچنین ضرایب بهینه شده کنترل‌کننده‌ها در جداول 2 و 3 آورده شده است.

5- نتایج حاصل از شبیه‌سازی

مقایسه مقدار خطای ITAE برای الگوریتم‌ها در جداول 2 و 3 نشان داد که

جدول 1 پارامترهای الگوریتم جستجوی هارمونی

Table 1 HSA parameters

پارامتر	مقدار
HMS	20
HMCR	0.6
PAR	0.2
BW	0.1
NI	100

جدول 2 ضرایب بهینه کنترل‌کننده خطی‌سازی پسخور

Table 2 optimal parameters of feedback linearization controller

PSO	HSA	
diag(4.5226, 2.0100)	diag(5.0103, 2.1204)	K_{ad}
diag(9.2462, 5.5276)	diag(9.1235, 5.7227)	K_{ap}
0	0	K_{ud}
9.0452	9.0820	K_{up}
-0.1	-0.1	α
9.1422×10^{-2}	8.8730×10^{-2}	تابع هدف

جدول 3 ضرایب بهینه کنترل‌کننده مود لغزشی

Table 3 optimal parameters of sliding mode controller

PSO	HSA	
diag(138.8778, 200)	diag(141.2318, 200)	K
0.1	0.1	α_{21}
0.0502	0.0820	λ_{21}
4.1708	4.2037	λ_{11}
4.8744	4.7520	λ_{12}
0.08	0.08	ϵ
1.1030×10^{-2}	1.0818×10^{-2}	تابع هدف

¹ Integral Time Absolute Error (ITAE)

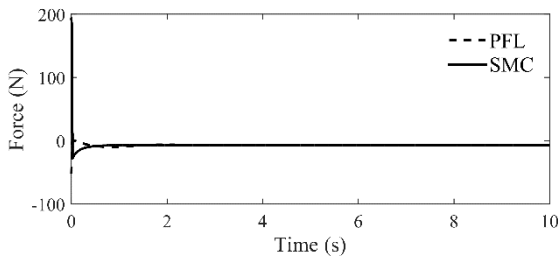


Fig. 7 Time response of cable moving force

شکل 7 پاسخ زمانی نیروی محرک کابل

کابل و نیروهای محرک واگن و کابل را با به کارگیری کنترل کننده‌های خطی سازی پسخور جزئی و مود لغزشی نشان می‌دهند. همان‌طور که در "شکل‌های 7-3" مشاهده می‌شود، نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که کنترل کننده‌های طراحی شده با روش‌های خطی سازی پسخور جزئی و مود لغزشی به خوبی توانسته‌اند حالت‌های فعال و غیرفعال را به مقادیر مطلوب و در مدت زمان محدودی برسانند. البته پاسخ زمانی سیستم با کنترل کننده مود لغزشی دارای نوسان کمتر و هموارتری نسبت به کنترل کننده خطی سازی پسخور است. به عبارت دیگر، با اعمال کنترل مود لغزشی، بار با نوسانات کمتر کابل به نقطه موردنظر جابجا شده است. همچنین، میزان نیروی عملگرها و در نتیجه مصرف انرژی آن‌ها مقادیر معقول و قابل قبولی دارند.

5-2- بررسی عملکرد کنترل کننده‌ها در حضور عدم قطعیت جرمی

جرثقیل دوبعدی باید قادر به جابجایی بار با مقادیر جرمی مختلفی باشد. اگر چه در طراحی کنترلرها، مقدار نامی برای جرم بار مطابق جدول 1 در نظر گرفته شده است، ولی کنترلرهای طراحی شده باید قادر به جابجایی بار با مقادیر جرمی متفاوت از مقدار نامی هم باشند. لذا در این بخش، رفتار سیستم جرثقیل دوبعدی در حضور عدم قطعیت جرمی و با اعمال روش‌های کنترلی طراحی شده مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. برای کنترل کننده مود لغزشی میزان 10 درصد افزایش در همه جرم‌های سیستم ($\Delta M = +10\%$) و برای کنترل کننده خطی سازی پسخور جزئی مقدار 5 درصد افزایش در همه جرم‌های سیستم ($\Delta M = +5\%$) در نظر گرفته می‌شود. "شکل‌های 8 تا 12" پاسخ‌های زمانی جابجایی واگن، زاویه نوسان بار، طول کابل و نیروهای محرک واگن و کابل با اعمال روش‌های کنترلی طراحی شده و در حضور عدم قطعیت جرمی مذکور را نشان می‌دهند.

همان‌طور که نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهند، میزان مقاومت کنترل کننده مود لغزشی نسبت به عدم قطعیت جرمی بیشتر از کنترل کننده خطی سازی پسخوراند جزئی است. زیرا با توجه به "شکل 10" با وجود اعمال عدم

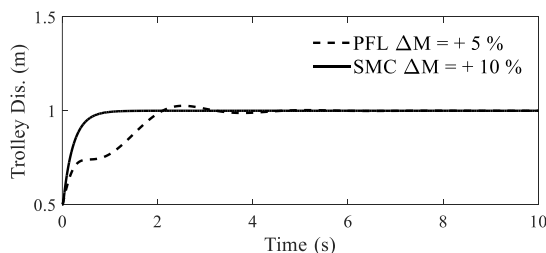


Fig. 8 Time response of trolley displacement in the presence of mass uncertainty

شکل 8 پاسخ زمانی جابجایی واگن در حضور عدم قطعیت جرمی

(43) در حالت نامی (بدون اعمال عدم قطعیت، نویز و اغتشاش) ارائه می‌گردد.

پارامترهای مورد استفاده در همه شبیه‌سازی‌های ارائه شده تا انتهای مقاله برای جرثقیل دوبعدی بر مبنای الگوریتم جستجوی هارمونی که دارای مقدار تابع هدف کمتری بود ارائه شده‌اند. همچنین، شرایط اولیه مطابق آن چه در زیربخش قبل ذکر شد، برای سیستم جرثقیل دوبعدی در نظر گرفته می‌شود. در ضمن، هدف کنترل کننده‌ها این است که حالت‌های فعال $q_{1d} = [x \quad l]^T$ و $q_1 = 1$ و غیرفعال $q_2 = \theta$ را به مقادیر مطلوب $q_{1d} = [1 \quad 1]^T$ و $q_{2d} = 0$ در مدت زمان محدود و با نوسانات کمتر برسانند، یعنی بار با حداقل نوسانات کابل به نقطه معینی منتقل گردد.

"شکل‌های 3-7" پاسخ‌های زمانی جابجایی واگن، زاویه نوسان بار، طول

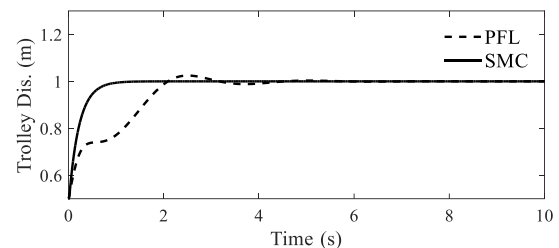


Fig. 3 Time response of trolley displacement

شکل 3 پاسخ زمانی جابجایی واگن

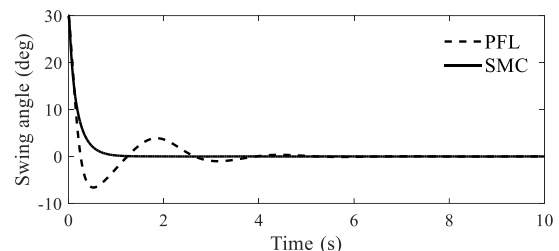


Fig. 4 Time response of cargo swing angle

شکل 4 پاسخ زمانی زاویه نوسان بار

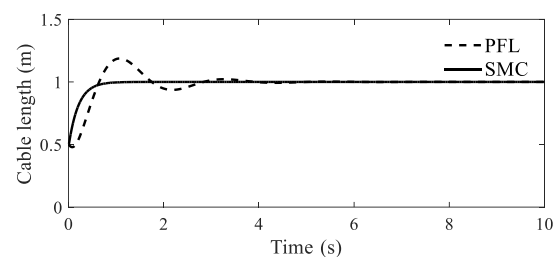


Fig. 5 Time response of cable length

شکل 5 پاسخ زمانی طول کابل

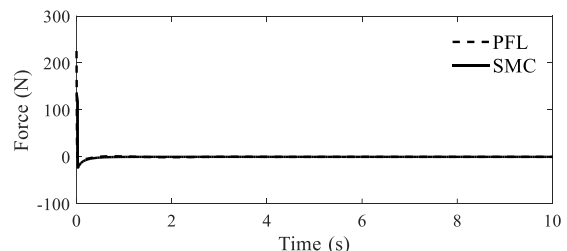


Fig. 6 Time response of trolley moving force

شکل 6 پاسخ زمانی نیروی محرک واگن

سیستم با کنترل کننده مود لغزشی توانسته است به خوبی در برابر آن مقاومت کند و حالت های سیستم را با نوسانات کمتر و خطای ناچیز به مقادیر مطلوب خود برساند. با توجه به "اشکال 11 و 12" ملاحظه می شود که اگر چه نیروهای محرک واگن و کابل با اعمال کنترل کننده مود لغزشی بیشتر هستند، ولی همچنان دارای مقادیر محدود و قابل دستیابی در کاربرد هستند.

3-5- بررسی رفتار کنترل کننده ها در حضور اغتشاش عملگرها و نویز حسگرها

در این قسمت، رفتار سیستم با اعمال کنترل کننده های طراحی شده و در حضور اغتشاش بر روی عملگرهای محرک واگن و کابل و همچنین نویز در حسگرها مورد ارزیابی قرار می گیرد. اغتشاش و نویز به صورت اعمال توابع تصادفی به ترتیب در مقادیر نیروی محرک واگن و کابل و مقادیر دریافتی حسگرها در نظر گرفته شده اند. این توابع تصادفی به کمک جعبه ابزار نویز سفید¹ نرم افزار متلب تولید شده اند. در "شکل های 13-19" پاسخ های زمانی سیستم با کنترلرهای طراحی شده و در حضور اغتشاش عملگرها نشان داده می شوند. همچنین، پاسخ زمانی سیستم با کنترلر مود لغزشی طراحی شده در حضور نویز حسگرها در "شکل های 20-22" نمایش داده می شوند.

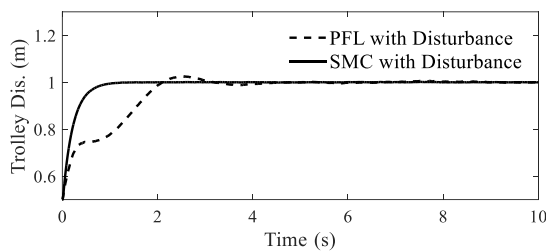


Fig. 13 Time response of trolley displacement in the presence of disturbance in actuators

شکل 13 پاسخ زمانی جابجایی واگن در حضور اغتشاش عملگرها

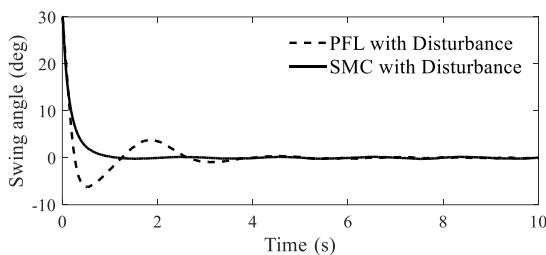


Fig. 14 Time response of cargo swing angle in the presence of disturbance in actuators

شکل 14 پاسخ زمانی زاویه نوسان بار در حضور اغتشاش عملگرها

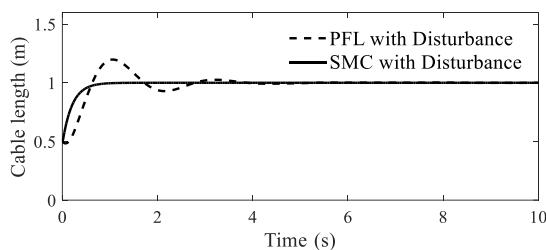


Fig. 15 Time response of cable length in the presence of disturbance in actuators

شکل 15 پاسخ زمانی طول کابل در حضور اغتشاش عملگرها

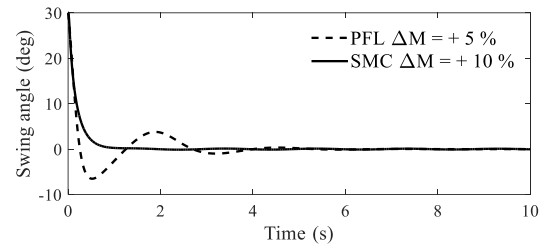


Fig. 9 Time response of cargo swing angle in the presence of mass uncertainty

شکل 9 پاسخ زمانی زاویه نوسان بار در حضور عدم قطعیت جرمی

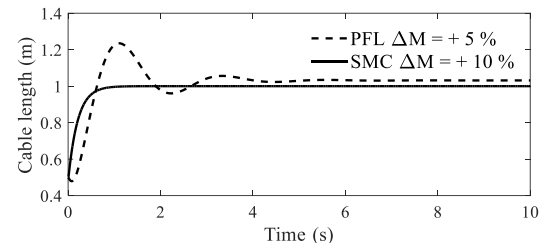


Fig. 10 Time response of cable length in the presence of mass uncertainty

شکل 10 پاسخ زمانی طول کابل در حضور عدم قطعیت جرمی

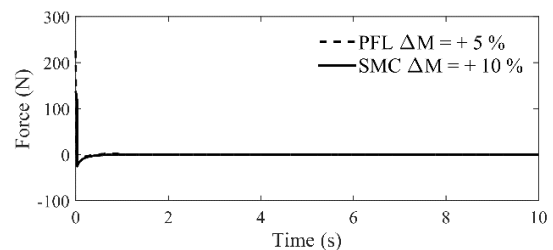


Fig. 11 Time response of trolley moving force in the presence of mass uncertainty

شکل 11 پاسخ زمانی نیروی محرک واگن در حضور عدم قطعیت جرمی

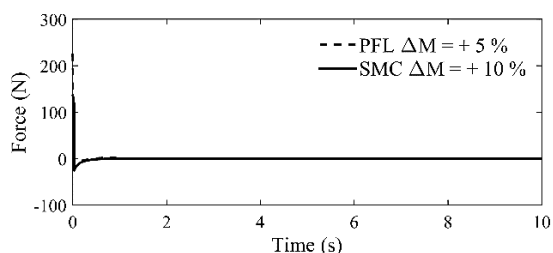


Fig. 12 Time response of cable moving force in the presence of mass uncertainty

شکل 12 پاسخ زمانی نیروی محرک کابل در حضور عدم قطعیت جرمی

قطعیت بیشتر به سیستم با کنترل کننده مود لغزشی، این کنترلر با خطای ناچیزی طول کابل را به مقدار مطلوب 1 متر رسانده است، در حالی که کنترل کننده خطی سازی پسخوراند در حضور عدم قطعیت جرمی کمتر نتوانسته طول کابل را به مقدار مطلوب برساند، بلکه دارای خطای ماندگاری است. از طرفی، با توجه به "اشکال 8 و 9" کنترل کننده مود لغزشی با نوسانات کمتری در واگن و کابل، بار را جابجا نموده است و به عبارت دیگر با کنترل کننده مود لغزشی بار با نوسانات کمتر کابل جابجا شده است که به لحاظ کاربردی دارای اهمیت است. بنابراین، با این که میزان عدم قطعیت جرمی برای سیستم با کنترل کننده مود لغزشی بیشتر از مقدار متناظر با کنترل کننده خطی سازی پسخوراند جزئی در نظر گرفته شده است، ولی

¹ White noise

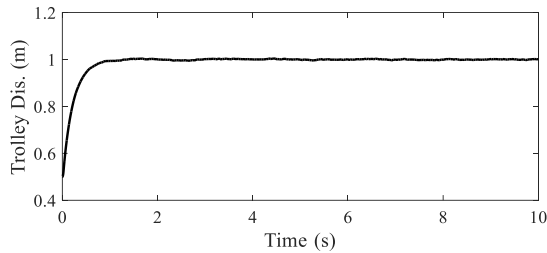


Fig. 20 Time response of trolley displacement in the presence of noise in sensors with sliding mode control

شکل 20 پاسخ زمانی جابجایی واگن در حضور نویز حسگرها با کنترل مود لغزشی

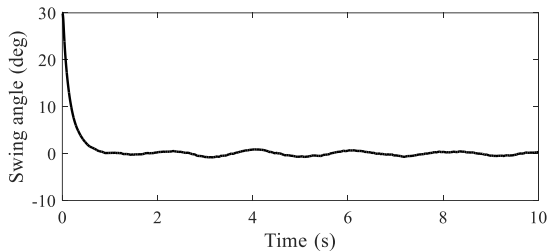


Fig. 21 Time response of cargo swing angle in the presence of noise in sensors with sliding mode control

شکل 21 پاسخ زمانی زاویه نوسان بار در حضور نویز حسگرها با کنترل مود لغزشی

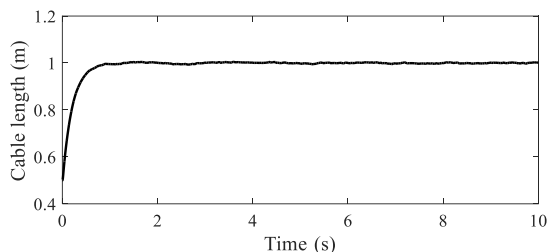


Fig. 22 Time response of cable length in the presence of noise in sensors with sliding mode control

شکل 22 پاسخ زمانی طول کابل در حضور نویز حسگرها با کنترل مود لغزشی

عملگرها با اعمال کنترل کننده‌های خطی‌سازی پس‌خوراند و مود لغزشی تفاوت قابل توجهی نداشته و دارای مقادیر محدود و قابل دستیابی در کاربرد هستند.

از طرفی، نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که کنترل کننده خطی‌سازی پس‌خور جزئی در حضور نویز حسگرها ناپایدار شده و باعث واگرایی پاسخ سیستم می‌گردد. ولی، کنترل کننده مود لغزشی در حضور نویز حسگرها پایدار بوده و عملکرد مناسبی در همگرایی حالت‌های مطلوب دارد. در ادامه به منظور مقایسه دیگری بین کنترلرهای بهینه طراحی شده در دو حالت عملکرد نامی و در حضور عدم قطعیت، معیار خطای ITAE بر مبنای الگوریتم

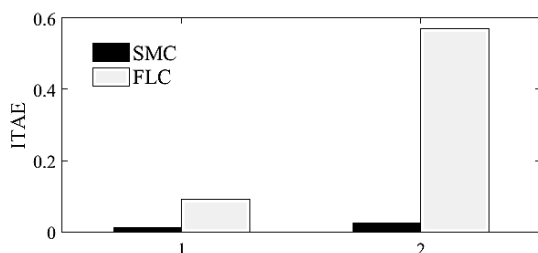


Fig. 23 ITAE criteria

شکل 23 معیار خطای ITAE

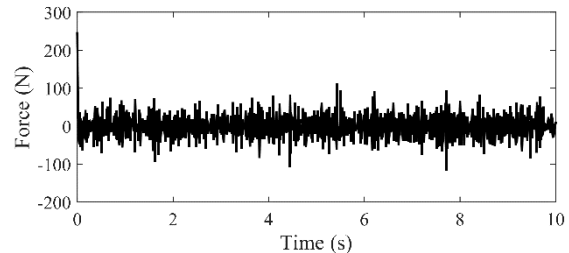


Fig. 16 Time response of trolley moving force in the presence of disturbance in actuators with partial feedback linearization control

شکل 16 پاسخ زمانی نیروی محرک واگن در حضور اغتشاش عملگرها با کنترل خطی‌سازی پس‌خور جزئی

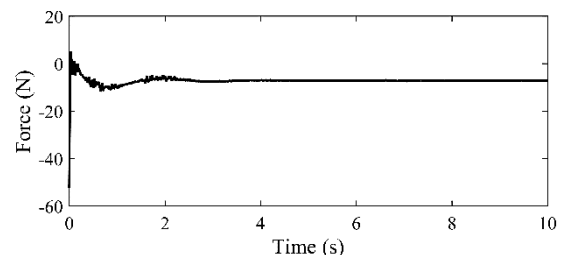


Fig. 17 Time response of cable moving force in the presence of disturbance in actuators with partial feedback linearization control

شکل 17 پاسخ زمانی نیروی محرک کابل در حضور اغتشاش عملگرها با کنترل خطی‌سازی پس‌خور جزئی

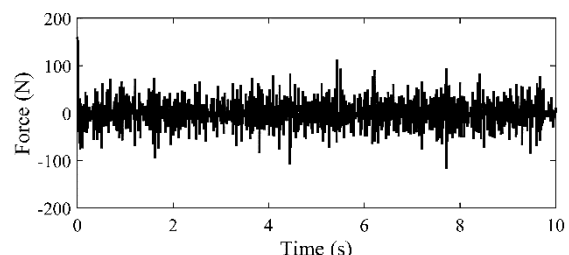


Fig. 18 Time response of trolley moving force in the presence of disturbance in actuators with sliding mode control

شکل 18 پاسخ زمانی نیروی محرک واگن در حضور اغتشاش عملگرها با کنترل مود لغزشی

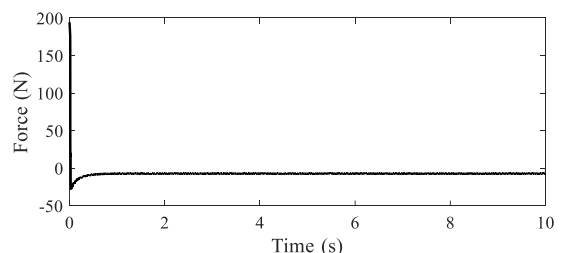


Fig. 19 Time response of cable moving force in the presence of disturbance in actuators with sliding mode control

شکل 19 پاسخ زمانی نیروی محرک کابل در حضور اغتشاش عملگرها با کنترل مود لغزشی

با توجه به نتایج ارائه شده در "شکل‌های 13-19"، ملاحظه می‌شود که کنترل کننده‌های طراحی شده به خوبی در برابر حضور اغتشاش در عملگرها مقاومت نموده و توانسته‌اند پایداری سیستم را تضمین کنند. ولی، کنترل کننده مود لغزشی در حضور اغتشاش عملگرها با نوسانات کمتری باعث جابجایی بار شده است. در ضمن، با توجه به "شکل‌های 16-19" نیروی

لغزشی کمی بیشتر شد، ولی همچنان این نیروها محدود و قابل دستیابی در کاربرد هستند. از این رو در کاربردهای صنعتی که حضور عدم قطعیت در جرم بار (نسبت به مقدار نامی آن)، نویز حسگرها و اغتشاش عملکرد اجتناب ناپذیر بوده و در ضمن، جابجایی بار با نوسانات کمتر کابل پر اهمیت است، استفاده از کنترل مود لغزشی برای سیستم جرثقیل دوبعدی پیشنهاد می گردد.

7- مراجع

- [1] A. Benhidjeb, G. Gissinger, Fuzzy control of an overhead crane performance comparison with classic control, *Control Engineering Practice*, Vol. 3, No. 12, pp. 1687-1696, 1995.
- [2] C. Y. Chang, The switching algorithm for the control of overhead crane, *Neural Computing & Applications*, Vol. 15, No. 3-4, pp. 350-358, 2006.
- [3] J. Yi, N. Yubazaki, K. Hirota, Anti-swing and positioning control of overhead traveling crane, *Information Sciences*, Vol. 155, No. 1, pp. 19-42, 2003.
- [4] Y. Hakamada, M. Nomura, Anti-sway and position control of crane system, *Advanced Motion Control, AMC'96-MIE Proceedings, 1996 4th International Workshop on*, pp. 657-662, 1996.
- [5] Y. S. Kim, H. S. Seo, S. K. Sul, A new anti-sway control scheme for trolley crane system, *Industry Applications Conference, Thirty-Sixth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2001 IEEE*, pp. 548-552, 2001.
- [6] G. Hilhorst, G. Pipeleers, W. Michiels, R. C. Oliveira, P. L. Peres, J. Swevers, Fixed-Order linear parameter-varying feedback control of a lab-scale overhead crane, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, pp. 1899-1907, 2016.
- [7] G. Bartolini, A. Pisano, E. Usai, Second-order sliding-mode control of container cranes, *Automatica*, Vol. 38, No. 10, pp. 1783-1790, 2002.
- [8] H. H. Lee, Y. Liang, D. Segura, A sliding-mode antswing trajectory control for overhead cranes with high-speed load hoisting, *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 128, No. 4, pp. 842-845, 2006.
- [9] Q. Ngo, K.-S. Hong, Adaptive sliding mode control of container cranes, *IET Control Theory & Applications*, Vol. 6, No. 5, pp. 662-668, 2012.
- [10] H. M. Omar, A. H. Nayfeh, Gantry cranes gain scheduling feedback control with friction compensation, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 281, No. 1, pp. 1-20, 2005.
- [11] T. A. Le, S. G. Lee, S. C. Moon, Partial feedback linearization and sliding mode techniques for 2D crane control, *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, Vol. 36, No. 1, pp. 78-87, 2014.
- [12] H. Park, D. Chwa, K. Hong, A feedback linearization control of container cranes: Varying rope length, *International Journal of Control Automation and Systems*, Vol. 5, No. 4, pp. 379, 2007.
- [13] J. J. E. Slotine, W. Li, *Applied Nonlinear Control*, prentice-Hall Englewood Cliffs, NJ, New Jersey, pp. 280, 1991.
- [14] J. Kennedy, R. C. Eberhart, Particle swarm optimizer, *Proceeding of IEEE International Conference on Neural Networks*, pp. 1942-1948, 1995.
- [15] M. Mazare, M. R. Najafi, Adaptive control of a 3-PUU parallel robot on optimized trajectories generated by harmony search algorithm, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 11, pp. 187-198, 2016. (in Persian)

جستجوی هارمونی در "شکل 23" نشان داده شده است که حالت 1 مربوط به حالت نامی و حالت 2 مربوط به عدم قطعیت است.

همان طور که در "شکل 23" مشاهده می شود، کنترل کننده مود لغزشی عملکرد مناسب تری در حضور عدم قطعیت های اعمالی دارد. که این مهم ناشی از خاصیت مقاوم بودن این کنترل کننده می باشد. همچنین همان طور که در بالا اشاره شد با اعمال نویز سنسورها و عملگرها کنترل کننده خطی سازی پسخور جزئی وارد محدوده ناپایدار خود شده از این رو معیار خطای مربوطه در "شکل 23" نشان داده نشده است.

6- نتیجه گیری

در این مقاله با استفاده از روش های خطی سازی پسخور جزئی و مود لغزشی به طراحی کنترل کننده برای سیستم جرثقیل کانتینر دوبعدی پرداخته شد. با توجه به زیرفعال بودن سیستم، قبل از طراحی قوانین کنترلی دینامیک سیستم به دو بخش فعال و غیرفعال تفکیک و اثبات ریاضی برای پایداری کنترلرهای طراحی شده ارائه گردید. با انتخاب تابع هدف مناسب و به کمک روش های الگوریتم جستجوی هارمونی و ازدحام ذرات، مقادیر بهینه برای پارامترهای کنترل کننده های مذکور تعیین شد. مقایسه مقدار خطای ITAE برای الگوریتم ها نشان داد که الگوریتم جستجوی هارمونی بهتر از الگوریتم ازدحام ذرات می باشد. فلذا نتایج شبیه سازی بر مبنای پارامترهای به دست آمده با این روش ارائه گردید. سپس، با ارائه نتایج شبیه سازی، عملکرد کنترلرهای طراحی شده با پارامترهای بهینه در حضور عدم قطعیت جرمی، نویز حسگرها و اغتشاش عملگرها مورد ارزیابی و مقایسه قرار گرفت. نتایج به دست آمده نشان دادند که اگر چه هر دو کنترل کننده طراحی شده به خوبی توانسته اند موقعیت واگن و طول کابل را به مقدار مطلوب خود رسانیده و در عین حال باعث همگرایی مجانبی زاویه نوسان بار شوند، ولی کنترل کننده مود لغزشی در حضور عدم قطعیت جرمی، اغتشاش عملگرها و نویز حسگرها مقاوم تر از کنترل کننده خطی سازی پسخور جزئی بوده و بار را با زاویه نوسانات کمتری جابجا می نماید. همچنین کنترل کننده خطی سازی پسخور جزئی در حضور نویز حسگرها ناپایدار شده و باعث واگرایی پاسخ سیستم گردید. در ضمن، اگرچه نیروی عملگرها در حالت به کارگیری کنترل مود