



شناسایی خواص حرارتی عایق‌های پلیمری با استفاده از آنالیز معکوس؛ فوم سرامیکی زیر کونیا

زینب شعبان‌پور فولادی¹، کوروش گودرزی^{2*}

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه یاسوج، یاسوج

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه یاسوج، یاسوج

* یاسوج، صندوق پستی 7591874934، kgoudarzi@yu.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 10 آبان 1396

پذیرش: 29 آبان 1396

ارائه در سایت: 22 دی 1396

کلید واژگان:

عایق‌های پلیمری

تشعشع

آنالیز معکوس

گرادیان مزدوج

چکیده

در سال‌های اخیر استفاده از پلیمرهای عایق در زمینه‌های مختلف گسترش پیدا کرده است. لذا با توجه به اهمیت و کاربرد این نوع پلیمرها در صنایع گوناگون، بررسی خصوصیات رفتاری آن‌ها از جمله خصوصیات حرارتی جهت استفاده بهینه و به‌صرفه از آن‌ها ضروری به نظر می‌رسد. در این پژوهش با در نظر گرفتن فوم سرامیکی زیر کونیا به‌صورت یک بدی به تخمین خواص تابشی و هدایتی این نوع فوم به‌عنوان یک عایق پلیمری با استفاده از روش انتقال حرارت معکوس پرداخته شده است. روش انتقال حرارت به‌کار رفته در این پژوهش روش گرادیان مزدوج می‌باشد. همچنین از روش عددی حجم محدود برای حل معادلات انرژی و تابش بهره برده شده است. مسئله انتقال حرارت معکوس برای تخمین پارامترهای تابش-هدایت با در نظر گرفتن دو حالت، تک سنسور و دو سنسور و با در نظر گرفتن حدس‌های اولیه مختلف حل شده است. برای حل مسئله معکوس از داده‌های مربوط به حل مستقیم استفاده شده و با وارد کردن مقداری خطا، این داده‌ها در حل معکوس به‌کار گرفته شده است. نتایج نشان می‌دهد که الگوریتم گرادیان مزدوج برای محاسبه خواص تابشی و هدایتی پلیمرهای عایق حرارتی نتایج قابل قبولی ارائه می‌دهد و همچنین با افزایش تعداد سنسورها دقت پارامترهای تخمین زده شده با استفاده از الگوریتم گرادیان مزدوج افزایش می‌یابد.

Identification of thermal properties of polymer insulations using inverse analysis; zirconia ceramic foam

Zeinab Shabanpour Foladi, Koorosh Goudarzi*

Department of Mechanical Engineering, Yasouj University, Yasouj, Iran

*P.O.B. 7591874934, Yasouj, Iran, kgoudarzi@yu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 01 November 2017

Accepted 20 November 2017

Available Online 12 January 2018

Keywords:

Polymer insulations;

Radiation

Inverse analysis;

Conjugate gradient

ABSTRACT

In recent years, the use of insulation polymers in various fields has expanded. Therefore, Considering the importance and application of these polymers in various industries, their behavioral characteristics, including thermal properties evaluating their performance and the optimized and efficient use of them is necessary. The study also estimates that radiative and conductive properties of zirconia ceramic foam as an insulating polymer using inverse heat transfer method are discussed. Heat transfer method used in this paper is conjugate gradient method. The control volume numerical methods for solving the energy and radiation are used. The problem of inverse heat transfer is solved for estimation of radiation-conduction parameters by considering two modes, single sensors and two sensors and taking into account different initial guesses. For solving the inverse problem, the data used for direct solving are used and by entering some error, these data are used in the inverse solution. The results show that conjugate gradient algorithm for calculating the properties of radiative and conductive thermal insulation polymer gives acceptable results and also with the increasing number of sensors, parameters are estimated accurately using the conjugate gradient algorithm increases.

1- مقدمه

و کاربرد پلیمرها در زمینه‌های مختلف، بررسی خصوصیات حرارتی، جهت استفاده بهینه و به‌صرفه از آن‌ها ضروری به نظر می‌رسد. در سال‌های گذشته مطالعه بر روی خواص تشعشعی مواد پلیمری از جمله پلیمرهای عایق تشعشعی توسط محققین بسیاری انجام شده است.

در سال 2005 پلاسیدو [1] و در سال 2008 کوارد [2] مدل‌هایی را برای تعریف خواص تشعشعی فوم عایق ارائه دادند. لورتز در سال 2008

با گسترش علم و تکنولوژی، نیاز به وجود موادی با کارایی بالا و هزینه تولید کمتر بیش از پیش احساس می‌شود. با توجه به خواص و ویژگی‌های فیزیکی پلیمرها، از جمله انتقال حرارت بسیار پایین، این مواد به‌عنوان گزینه‌ای مهم در انتخاب عایق‌های حرارتی محسوب می‌شوند. به‌عنوان مثال می‌توان به عایق‌های فیبری، اپروژل‌ها، کامپوزیت‌های پلیمری اشاره کرد. نظر به اهمیت

Please cite this article using:

Z. Shabanpour Foladi, K. Goudarzi, Identification of thermal properties of polymer insulations using inverse analysis; zirconia ceramic foam, Modares Mechanical Engineering, Vol. 18, No. 01, pp. 327-334, 2018 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

می‌پردازد. این روش در مقایسه با دیگر روش‌های به‌کار رفته نیازمند وقت و هزینه کمتری بوده و از دقت بسیار بالایی برخوردار است.

در سال‌های گذشته مطالعات زیادی به منظور تخمین خواص تشعشعی و هدایتی با استفاده از آنالیز معکوس انجام شده است. در سال 2007 فنگ و همکاران با استفاده از روش جهت‌های مجزا معادله انتقال تابش را حل کردند و برای تخمین پارامترهای تابشی از روش لونبرگ-مارکوت استفاده کردند [14]. با استفاده از دستگاه اندازه‌گیری دمای گذرا در سال 2009 زاوو به همراه همکاران توزیع دما در فیبر عایق را بدست آوردند و سپس با استفاده از روش لونبرگ-مارکوت خواص تشعشعی و هدایت حرارتی فیبر عایق را تخمین زدند [15]. در سال 2010 داووس و همکاران با استفاده از آنالیز معکوس خواص تابشی و هدایتی را در فوم پلی‌استایرن منبسط شده عایق استوانه‌ای با استفاده از روش لونبرگ - مارکوت محاسبه کردند و برای محاسبه توزیع دما در طول جسم از روش سیم داغ استفاده کردند [16]. ذکر مطالعات قبلی انجام شده در خصوص خواص حرارتی عایق‌های تشعشعی نشان می‌دهد که مطالعات اندکی به منظور شناسایی خواص حرارتی عایق‌های تشعشعی به‌ویژه عایق‌های حرارتی پلیمری انجام گرفته است. در این مقاله به جهت کارایی روش انتقال حرارت معکوس گرادیان مزدوج، از این روش برای اولین بار برای شناسایی خواص حرارتی عایق تشعشعی فوم سرامیکی زیرکونیا استفاده شده است.

2- بیان مسئله

هندسه مورد مطالعه، پلیمری یک بعدی با طول $L=1$ متر می‌باشد که دمای اولیه آن 296 کلوین و دما در دیواره‌های ابتدا و انتهای به ترتیب 296 و 320 کلوین در نظر گرفته شده است. هدف از حل مسئله معکوس، تخمین خواص تشعشعی و هدایتی فوم پلیمری است. مسئله معکوس در دو حالت تک سنسوری و دو سنسوری و تک پارامتری حل شده است. خواص پلیمر مورد بررسی در جدول 1 آورده شده است.

3- روش عددی حجم محدود

موازنه انرژی برای بررسی توزیع دما در طول جسمی یک بعدی که در معرض تشعشع قرار دارد در زمان‌های مختلف طبق رابطه (1) بیان می‌شود.

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = -\nabla q_{\text{cond}} - \nabla q_{\text{rad}} \quad (1)$$

که در رابطه (1)

$$\nabla q_{\text{cond}} = \frac{\partial}{\partial x} \left(-k \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (2)$$

$$\nabla q_{\text{rad}} = k_a (4\pi I_b(\vec{r}, \hat{s}) - G) \quad (3)$$

$$G = \int_{\Omega_{i=0}}^{4\pi} I(\Omega) d\Omega \quad (4)$$

است.

معادله انتقال تابش^۷ برای یک محیط جاذب، ناشر و پخش کننده در موقعیت r و در جهت s به صورت زیر است.

جدول 1 خواص حرارتی فوم سرامیکی زیرکونیا [17]

Table 1 Thermal properties of zirconia ceramic foam [17]

$k(\text{W/m}\cdot\text{K})$ ($T=296\text{-}350\text{K}$)	β ($1/\text{m}$)	ω ($1/\text{m}$)	ρ (kg/m^3)	C_p ($\text{J}/\text{kg}\cdot\text{K}$)
0.258	324	0.29	966	451

⁷ Radiative transfer equation

مقایسه‌ای بین مدل‌های تحلیلی مختلف که برای محاسبه خواص تابشی فوم جامد استفاده شده انجام داد [3]. در سال 2008 هویجن و همکاران با استفاده از طیف‌سنجی تبدیل فوریه مادون قرمز خواص تشعشعی را برای یک فیلم نازک پلیمری که در محدوده دمای متوسط محیط مورد استفاده قرار می‌گرفت محاسبه کردند. آن‌ها آزمایشات خود را برای چهار نوع فیلم نازک پلیمر با جزء حجمی بالا انجام دادند و نتایج حاصل از خواص تشعشعی را با هم مقایسه نمودند [4]. با استفاده از روش تقریب اپتیک هندسی^۱ در سال 2009، کوکوارد خواص تشعشعی فوم پلی‌استایرن منبسط شده را به‌دست آورد [5]. کامرلن در سال 2010 ترکیبات پیچیده‌تری از فوم عایق پلی‌استایرن منبسط شده را در نظر گرفت و با توجه ویژه به مدل‌سازی خواص تشعشعی پایه که ناحیه اتصال بین دیواره‌های سلول است، با استفاده از تقریب اپتیک هندسی مقدار جذب، ضریب عبور و تابع فاز را محاسبه نمود و نتایج حاصله را با نتایج تئوری و آزمایشگاهی مقایسه کرد [6]. خواص تابشی و میزان انتقال حرارت در فیبر آئروژل سیلیکا در سال 2012 توسط زاوو و همکاران با استفاده از تئوری پراش غیرعادی^۲ که با مدل انتقال حرارت هدایتی و تابشی ترکیب شده بود بررسی شد [7]. در سال 2013 گاوشنگ با استفاده از مقدار عبور طیفی، ضریب جذب طیفی ویژه و ضریب جذب متوسط روزلند را برای ابروژل سیلیکا محاسبه نمود. همچنین وی ضریب هدایت حرارتی را نیز با استفاده از روش نوار داغ ناپایدار محاسبه کرد [8]. در سال 2013 کوکوارد با در نظر گرفتن یک نمونه سه بعدی با به‌کار بردن روش اثر تابش مونت کارلو^۳ خواص تشعشعی را برای فوم سلول بسته به‌دست آورد و نشان داد که ضریب جذب، ضریب پراکندگی و تابع فاز فوم به خواص نوری و خواص سطح فاز جامد، شکل و اندازه سلول، ضخامت دیواره و دانسیته بستگی دارد [9]. تونگ و همکاران در سال 2014 با استفاده از الگوریتم (DLA)^۴ که در آن اندازه و قطر ذرات به عنوان پارامتر فیزیکی اساسی تعریف می‌شوند ساختمان ابروژل سیلیکا را شبیه‌سازی کردند و پارامترهای نوری را با استفاده از کد تی-ماتریسچند حوزه محاسبه کردند و در نهایت نتایج را با نتایج حاصل از الگوریتم مای^۵ مقایسه نمودند [10]. در سال 2015 مطالعات جامعی توسط پیتراک و همکاران انجام شد. در این تحقیقات آن‌ها به بررسی انواع مدل‌های ارائه شده برای محاسبه ضریب انتقال حرارت پرداختند و تحلیلی از مزایا و معایب مدل‌ها ارائه دادند [11]. زاوو و همکاران نیز در سال 2015 به بررسی خواص تابشی ابروژل سیلیکا از سه جنبه اثر مقیاس نانو، هدایت حرارت تابشی و تراکم مطلوب وابسته به دما پرداختند و با شبیه‌سازی انتقال حرارت تشعشعی در ابروژل سیلیکا به نتایجی در مورد اشتباهات مربوط به ضریب جذب و متوسط درجه حرارت در معادله روزلند رسیدند [12]. ضریب جذب و پراکندگی ابروژل سیلیکا در سال 2016 توسط تایران و همکاران با استفاده از مدل کوبلکا-مانک^۶ به‌دست آمد [13]. همان‌طور که از تحقیقات استنباط می‌شود محاسبه خواص حرارتی پلیمرها با استفاده از روش‌های تحلیلی و عددی بدلیل گستردگی وجود انواع پرکننده‌ها در اشکال مختلف با جزء حجمی‌های متفاوت و وجود فازهای مختلف، دشوار و پیچیده و نیازمند صرف وقت و هزینه بسیار است. در این میان الگوریتم گرادیان معکوس با استفاده از تعریف تابع هدف، روش‌های بهینه‌سازی و هموارسازی پاسخ، به تخمین کمی مجهول مسأله از قبیل چشمه یا چاه حرارتی، شرایط مرزی و خواص فیزیکی

¹ Geometrical optics approximation(GOA)

² Anomalous diffraction theory

³ Ray -tracing monte carlo (RTMC)

⁴ Diffusion limited aggregation (DLA)

⁵ Mie

⁶ Kubelka-Munk

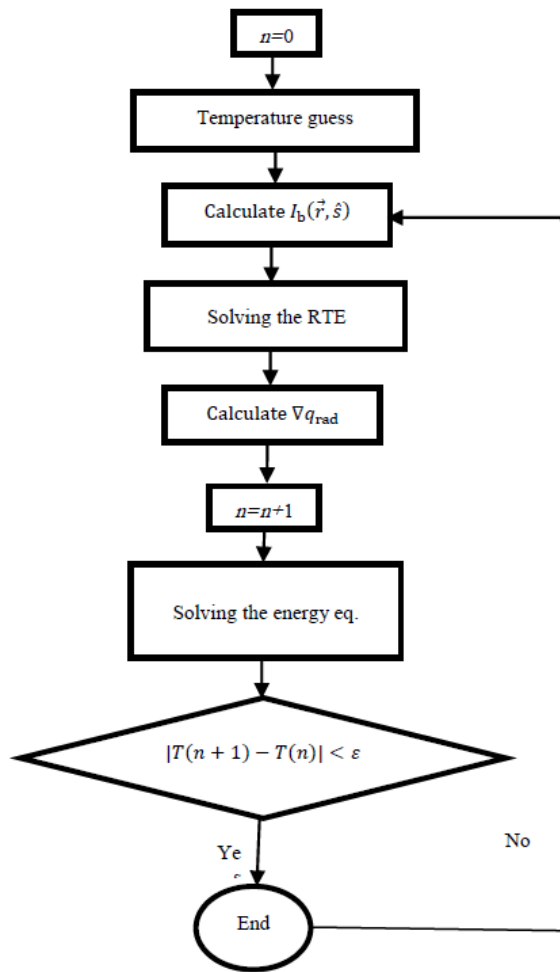


Fig. 1 the algorithm for solution of energy equation

شکل 1 الگوریتم حل معادله انرژی

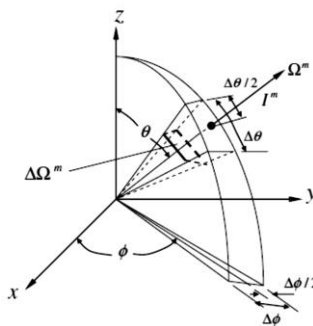


Fig. 2 solid angle Elements

شکل 2 المان زاویه فضایی

$$\begin{aligned}
 q_R &= \int_0^{4\pi} I(\Omega) \cos\theta d\Omega \\
 &= \int_0^{2\pi} \int_0^\pi I(\theta, \phi) \cos\theta \sin\theta d\theta d\phi \\
 &= \sum_{k=1}^{M_\phi} \sum_{m=1}^{M_\theta} I^l(\theta_m^l, \phi_k^l) \sin\theta_m^l \cos\theta_m^l \sin(\Delta\theta_m^l) \Delta\phi_k^l
 \end{aligned} \quad (15)$$

با جایگذاری روابط (14) و (15) در رابطه (13)، رابطه مربوط به منبع انرژی مطابق رابطه (16) گسسته می‌شود.

$$\begin{aligned}
 \frac{dI(\vec{r}, \hat{s})}{ds} + \beta I(\vec{r}, \hat{s}) &= k_a I_b(\vec{r}, \hat{s}) \\
 &+ \frac{\sigma_s}{4\pi} \int_0^{4\pi} I(\vec{r}, \hat{s}') \phi(\hat{s}, \hat{s}') d\hat{\Omega}
 \end{aligned} \quad (5)$$

که در آن r بردار موقعیت، s بردار جهت پخش، k_a ضریب جذب، σ_s ضریب پخش و I شدت تشعشع کلی که به موقعیت r وابسته است و T دمای محلی و ϕ تابع حالت و $\hat{\Omega}$ زاویه فضایی می‌باشد.

معادله انرژی (1) و معادله انتقال تابش (5) توسط دو پارامتر ∇q_{rad} و $I_b(\vec{r}, \hat{s})$ به هم مرتبط شده‌اند. لذا برای به دست آوردن توزیع دما در طول جسم نیاز به حل معادله انتقال تابش می‌باشد. الگوریتم حل معادله انرژی برای به دست آوردن توزیع دما در طول جسمی که در معرض انتقال حرارت تشعشعی قرار دارد در "شکل 1" نشان داده شده است.

با توجه به الگوریتم بیان شده در ادامه به تشریح حل معادله انتقال تابش و انتقال حرارت با استفاده از روش حجم محدود پرداخته می‌شود. برای حل رابطه (1) باید شدت تابش در زاویه‌های مختلف محاسبه شود. بر اساس رابطه (6) اگر

$$S(\vec{r}, \hat{s}) = k_a I_b(\vec{r}, \hat{s}) + \frac{\sigma_s}{4\pi} \int_0^{4\pi} I(\vec{r}, \hat{s}') \phi(\hat{s}, \hat{s}') d\hat{\Omega} \quad (6)$$

در نتیجه رابطه (6) به شکل رابطه (7) خلاصه می‌شود.

$$\frac{dI(\vec{r}, \hat{s})}{ds} + \beta I(\vec{r}, \hat{s}) = S(\vec{r}, \hat{s}) \quad (7)$$

برای جهت l معادله شدت تابش مطابق رابطه (9) نوشته می‌شود.

$$\frac{dI^l}{ds} + \beta I^l = k_a I_b^l + \frac{\sigma_s}{4\pi} \sum_{l'=1}^L I^{l'} \phi^{l'l} \Delta\Omega^{l'} \quad (8)$$

در نتیجه

$$\frac{dI^l}{ds} = -\left(\beta - \frac{\sigma_s}{4\pi} \phi^{ll} \Delta\Omega^l\right) I^l + k_a I_b^l + \frac{\sigma_s}{4\pi} \sum_{\substack{l'=1 \\ l' \neq l}}^L I^{l'} \phi^{l'l} \Delta\Omega^{l'} \quad (9)$$

که

$$\beta_m^l = \beta - \frac{\sigma_s}{4\pi} \phi^{ll} \Delta\Omega^l \quad (10)$$

$$S_m^l = k_a I_b^l + \frac{\sigma_s}{4\pi} \sum_{\substack{l'=1 \\ l' \neq l}}^L I^{l'} \phi^{l'l} \Delta\Omega^{l'} \quad (11)$$

که در رابطه (11)، $\phi^{l'l}$ تابع فاز برای زاویه فضایی از l تا l' است که برای توزیع ناهمسانگرد خطی تابع فاز به صورت بسط مرتبه اول تابع لژاندر مطابق رابطه (12) تعریف می‌شود [18].

$$\phi(\Omega, \Omega') = 1 + a \cos\theta \cos\theta' \quad (12)$$

"شکل 2" المان زاویه فضایی در نظر گرفته شده برای حل معادله انتقال تابش را نشان می‌دهد.

در نهایت با جایگذاری رابطه تابع فاز در جمله مربوط به منبع انرژی رابطه (11) به شکل زیر گسسته می‌شود.

$$\begin{aligned}
 S_m^l &= k_a I_b^l + \frac{\sigma_s}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi I(\theta', \phi') (1 \\
 &+ a \cos\theta \cos\theta') \sin\theta' d\theta' d\phi' \\
 S_m^l &= k_a I_b^l + \frac{\sigma_s}{4\pi} (G + a \cos\theta q_R)
 \end{aligned} \quad (13)$$

که

$$\begin{aligned}
 G &= \int_{\Omega_{l=0}}^{4\pi} I(\Omega) d\Omega = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi I(\theta, \phi) \sin\theta d\theta d\phi \\
 &= \sum_{k=1}^{M_\phi} \sum_{m=1}^{M_\theta} I^l(\theta_m^l, \phi_k^l) 2 \sin\theta_m^l \sin\left(\frac{\Delta\theta_m^l}{2}\right) \Delta\phi_k^l
 \end{aligned} \quad (14)$$

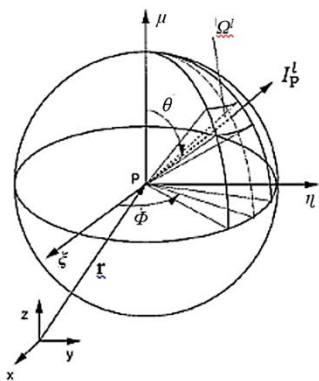


Fig. 3 Space Elements

شکل 3 المان فضایی

$$I_p^l = \frac{-D_{cw}^l A_w I_w^l + (\Delta V \Delta \Omega^l) S_{m,p}^l}{D_{ce}^l A_e + \beta_{m,p}^l \Delta V \Delta \Omega^l} \quad (28)$$

و برای $D < 0$ در نظر گرفتن، $I_e^l = I_p^l = I_w^l$ رابطه (29) به دست می‌آید.

$$a_p^l I_p^l = a_e^l I_e^l + b^l \quad (29)$$

که در نهایت

$$I_p^l = \frac{-D_{ce}^l A_e I_e^l + (\Delta V \Delta \Omega^l) S_{m,p}^l}{D_{cw}^l A_w + \beta_{m,p}^l \Delta V \Delta \Omega^l} \quad (30)$$

برای حل معادلات (18) و (30) نیاز به یک شرط مرزی است که برای جسم خاکستری و غیرشفاف و پخش کننده شرط مرزی مطابق رابطه (31) تعریف می‌شود [18].

$$I(\vec{r}_w, \hat{s}) = \varepsilon(\vec{r}_w) I_b(\vec{r}_w) + \frac{1 - \varepsilon(\vec{r}_w)}{\pi} \int_{\hat{s}' \cdot \hat{n} < 0} I(\vec{r}_w, \hat{s}') \hat{s}' \cdot \hat{n} d\Omega' \quad (31)$$

حال با داشتن شرایط مرزی و جایگذاری در رابطه‌های (28) و (30) مقادیر شدت تابش در نقطه مورد نظر محاسبه می‌شود.

برای حل معادله انرژی با استفاده از روش حجم محدود با انتگرال گیری از رابطه (1) بر روی حجم کنترل نشان داده شده در "شکل 4" خواهیم داشت.

$$\int_{\Delta v} \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dt dv = \int_{\Delta v} \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) dt dv + \int_{\Delta v} -\nabla q_{rad} dt dv \quad (32)$$

$$\rho c (T^{n+1} - T^n) \Delta x = \int_{\Delta t} \left(\left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right)_e - \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right)_w \right) dt - \nabla q_{rad} \Delta t \Delta v \quad (33)$$

اگر

$$\int_t^{t+\Delta t} T dt = (f T^{n+1} - (1-f) T^n) \Delta t \quad (34)$$

باشد با فرض $f=1$ مسئله را در شرایط ضمنی حل می‌کنیم.

$$\rho c (T_p^{n+1} - T_p^n) \Delta x = k \left(\frac{T_e^{n+1} - T_p^{n+1}}{\Delta x} - \frac{T_p^{n+1} - T_w^{n+1}}{\Delta x} \right) \Delta t - \nabla q_{rad} \Delta t \Delta x \quad (35)$$

بعد از مرتب‌سازی رابطه (35) رابطه (36) به دست می‌آید.

$$a_p T_p = a_w T_w + a_e T_e + b \quad (36)$$

$$S_m^l = k_a I_b^l + \frac{\sigma_s}{4\pi} \left[\sum_{k=1}^{M_\phi} \sum_{m=1}^{M_\theta} I^l(\theta_m^l, \phi_k^l) 2 \sin \theta_m^l \sin \left(\frac{\Delta \theta_m^l}{2} \right) \Delta \phi_k^l + a \cos \theta^l \sum_{k=1}^{M_\phi} \sum_{m=1}^{M_\theta} I^l(\theta_m^l, \phi_k^l) \sin \theta_m^l \phi_k^l \right] \quad (16)$$

در نهایت رابطه (16) مطابق رابطه (17) ساده می‌شود.

$$\frac{dI^l}{ds} + \beta_m^l I^l = S_m^l \quad (17)$$

برای به دست آوردن شدت تابش در جهت‌های مختلف رابطه (17) با استفاده از روش حجم محدود حل شده است. "شکل 3" المان در نظر گرفته را نشان می‌دهد. همان‌طور که در "شکل 3" مشخص است برای هر المان حجمی در طول پلیمر مورد بررسی، یک المان فضایی نیز به صورت کره کامل در نظر گرفته شده است. لذا برای حل معادله انتقال تابش، انتگرال گیری روی المان حجم و المان فضایی انجام شده است.

$$\int_{\Delta \Omega^l} \int_{\Delta v} \frac{dI^l}{ds} dv d\Omega = \int_{\Delta \Omega^l} \int_{\Delta v} (-\beta_m^l I^l + S_m^l) dv d\Omega \quad (18)$$

با به کار بردن تئوری دیورژانس رابطه (18) به رابطه (19) تبدیل می‌شود.

$$\int_{\Delta \Omega^l} \int_{\Delta A} I^l(\hat{s}' \cdot \hat{n}) dA d\Omega = \int_{\Delta \Omega^l} \int_{\Delta v} (-\beta_m^l I^l + S_m^l) dv d\Omega \quad (19)$$

عبارت سمت چپ رابطه (19) را می‌توان مطابق رابطه (20) نوشت.

$$\int_{\Delta \Omega^l} \int_{\Delta A} I^l(\hat{s}' \cdot \hat{n}) dA d\Omega = \sum_i I_i^l A_i \int_{\Delta \Omega^l} (\hat{s}' \cdot \hat{n}_i) d\Omega^l \quad (20)$$

عبارت سمت راست رابطه (19) به صورت رابطه (21) قابل بیان است.

$$\int_{\Delta \Omega^l} \int_{\Delta v} (-\beta_m^l I^l + S_m^l) dv d\Omega = (-\beta_m^l I^l + S_m^l) \Delta v \Delta \Omega^l \quad (21)$$

با جایگذاری دو رابطه (20) و (21) در رابطه (19) نتیجه می‌شود که

$$A_e D_{ce}^l I_e^l + A_w D_{cw}^l I_w^l = (-\beta_m^l I^l + S_m^l) \Delta v \Delta \Omega^l \quad (22)$$

در رابطه (22)

$$D_{ce}^l = \int_{\Delta \Omega^l} (\hat{s}^l \cdot \hat{e}_x) d\Omega \quad (23)$$

$$D_{cw}^l = - \int_{\Delta \Omega^l} (\hat{s}^l \cdot \hat{e}_x) d\Omega \quad (24)$$

$$\Delta \Omega^l = \int_{\Delta \Omega^l} d\Omega = \int_{\phi^l - \frac{\phi^l}{2}}^{\phi^l + \frac{\phi^l}{2}} \int_{\theta^l - \frac{\theta^l}{2}}^{\theta^l + \frac{\theta^l}{2}} \sin \theta d\theta d\phi = 2 \sin \theta^l \sin \left(\frac{\Delta \theta^l}{2} \right) \Delta \phi^l \quad (25)$$

$$D_{ce}^l = \int_{\Delta \Omega^l} \sin \theta \cos \phi d\Omega = \int_{\phi^l - \frac{\phi^l}{2}}^{\phi^l + \frac{\phi^l}{2}} \int_{\theta^l - \frac{\theta^l}{2}}^{\theta^l + \frac{\theta^l}{2}} \cos \phi \sin^2 \theta d\theta d\phi = \cos \phi^l \sin \left(\frac{\Delta \phi^l}{2} \right) (\Delta \theta^l - \cos 2\theta^l \sin(\Delta \theta^l)) \quad (26)$$

با استفاده از روش بالادستی¹ و برای $D > 0$ با در نظر گرفتن رابطه (27) به دست می‌آید.

$$a_p^l I_p^l = a_w^l I_w^l + b^l \quad (27)$$

که در نهایت

¹ upwind

که

$$a_p = \rho c \Delta x + \frac{2k \Delta t}{\Delta x} \quad (37)$$

$$a_w = a_E = \frac{k \Delta t}{\Delta x} \quad (38)$$

$$b = \rho c \Delta x T_p^n - \nabla q_{\text{rad}} \Delta t \Delta x \quad (39)$$

4- آنالیز معکوس

در این پژوهش برای تخمین پارامترهای حرارتی فوم سرامیکی زیرکونیا روش گرادیان مزدوج به کار گرفته شده است. برای حل مسئله معکوس از اطلاعات توزیع دما در طول جسم استفاده شده است به طوری که با استفاده از اطلاعات به دست آمده از حل مستقیم مسئله انتقال حرارت تابشی - هدایت و با وارد کردن مقداری خطا در این داده‌ها، دمای یک نقطه مشخص در جسم را که سنسور فرضی در آن جا قرار داده شده است به عنوان داده ورودی و اطلاعات اضافه برای حل مسئله معکوس و تخمین پارامترهای تابشی - هدایتی به کار برده شده است.

حل مسئله معکوس براساس مینیمم کردن تابع $S(p)$ است.

$$S(p) = \sum_{i=1}^I [Y_i - T_i(p)]^2 \quad (40)$$

که در آن:

S : مجموع مربعات خطای تابع هدف

$T_i(p)$: دمای تخمین زده شده در زمان t_i

Y_i : دمای اندازه‌گیری شده در زمان t_i

I : تعداد کل اندازه‌گیری‌ها است.

معادله (40) را می‌توان به شکل ماتریسی مطابق رابطه (41) نوشت.

$$S(p) = [Y - T(p)]^T [Y - T(p)] \quad (41)$$

فرایند تکرار روش گرادیان مزدوج برای مینیمم کردن تابع $S(p)$ به شکل رابطه (42) ارائه می‌شود.

$$p^{k+1} = p^k - \beta^k d^k \quad (42)$$

که در آن β^k اندازه گام جستجو و d^k سمت نزول می‌باشد و بالانویس k

شماره تکرار است.

سمت نزول ترکیبی از گرادیان S یعنی $\nabla S(p^k)$ و جهت نزول تکرار قبل می‌باشد. یعنی:

$$d^k = \nabla S(p^k) + \gamma^k d^{k-1} \quad (43)$$

رابطه‌ای توسط فلتچر-ریوس برای محاسبه ضریب مزدوج به شکل رابطه

(44) ارائه شده است [19].

$$\gamma^k = \frac{\nabla S(p^k)^2}{\nabla S(p^{k-1})^2} \quad \text{برای } k = 1, 2, \dots$$

$$\gamma^k = 0 \quad \text{برای } k = 0 \quad (44)$$

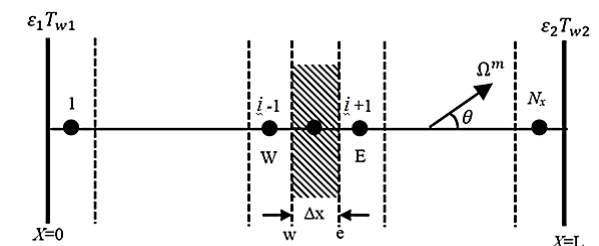


Fig. 4 Check the temperature distribution using finite volume method

شکل 4 بررسی توزیع دما با استفاده از روش حجم محدود

که $\nabla S(p^k)$ در حالت ماتریسی با مشتق گرفتن از رابطه (41) به شکل رابطه (45) نوشته می‌شود.

$$\nabla S(p^k) = 2 \left[-\frac{\partial T^T(p)}{\partial p} \right] [Y - T(p)] = 0 \quad (45)$$

که در آن:

$$J(p) = \left[\frac{\partial T^T(p)}{\partial p} \right]^T \quad (46)$$

ماتریس حساسیت یا ژاکوبین $J(p)$ مطابق رابطه (46) و ترانهاده رابطه (45) تعریف می‌شود.

مولفه‌های ماتریس حساسیت که ضرایب حساسیت نامیده می‌شوند، J_i به صورت مشتق اول دماهای تخمین زده شده در زمان t_i نسبت به پارامتر مجهول p تعریف می‌شوند.

$$J_i = \frac{\partial T_i}{\partial p} \quad (47)$$

اندازه گام جستجو β^k ظاهر شده در معادله (42) با مینیمم کردن تابع $S(p^{k+1})$ نسبت به β^k بدست می‌آید.

$$S(p^{k+1}) = [Y - T(p^{k+1})]^T [Y - T(p^{k+1})] \quad (48)$$

با جایگذاری معادله (42) بجای p^{k+1} در معادله (48) داریم:

$$S(p^{k+1}) = [Y - T(p^k - \beta^k d^k)]^T [Y - T(p^k - \beta^k d^k)] \quad (49)$$

برای پیدا کردن عبارتی برای β^k باید بردار دمای $T(p^k - \beta^k d^k)$ را با کمک سری تیلور بسط داده و سپس نسبت به β^k آن را مینیمم کنیم. پس از ساده سازی و مرتب کردن داریم:

$$\beta^k = \frac{\sum_{i=1}^I \left[\left(\frac{\partial T_i}{\partial p^k} \right)^T d^k \right] [T_i(p^k) - Y_i]}{\sum_{i=1}^I \left[\left(\frac{\partial T_i}{\partial p^k} \right)^T d^k \right]^2} \quad (50)$$

بعد از محاسبه ماتریس حساسیت J^k گرادیان جهتی S ، ضریب مزدوج γ^k و اندازه گام جستجو β^k ، فرایند تکرار داده شده با معادله (41) به کار برده می‌شود تا این که معیار همگرایی را ارضا کند.

معیار توقف در روش گرادیان مزدوج به شکل رابطه (51) تعریف می‌شود.

$$S(p^k) < \varepsilon \quad (51)$$

روش‌های متعددی جهت محاسبه ضرائب حساسیت وجود دارند. در این تحقیق از رابطه (52) برای محاسبه ضرائب حساسیت استفاده شده است [20].

$$J_{ij} = \frac{T_i(P_1, \dots, P_j + \varepsilon P_j, \dots, P_N) - T_i(P_1, \dots, P_j - \varepsilon P_j, \dots, P_N)}{2\varepsilon P_j} \quad (52)$$

همان‌طور که در رابطه (52) ملاحظه می‌شود رابطه ضریب حساسیت به صورت بسط مرکزی نوشته شده است. الگوریتم روش گرادیان مزدوج برای تخمین پارامتری در "شکل 5" نشان داده شده است.

5- نتایج

برای بررسی توانایی الگوریتم گرادیان مزدوج در تخمین پارامترهای تشعشعی و هدایتی، پلیمر عایق حرارتی سرامیکی زیرکونیا در نظر گرفته شده است. خواص حرارتی عایق حرارتی پلیمری به صورت جداگانه و با در نظر گرفتن یک و یا دو سنسور دمایی بررسی شده است. در این پژوهش با استناد به داده‌های ارائه شده در مرجع [17] به حل مسئله انتقال حرارت هدایتی- تشعشعی پرداخته شده و سپس با وارد کردن مقداری خطا در داده‌های حاصل از حل مستقیم به حل مسئله معکوس پرداخته شده است. مقدار

زده شده ضریب هدایت حرارتی را با حدس‌های اولیه مختلف نشان می‌دهد. در "شکل 8" نیز مقدار تابع دقیق و تخمین زده شده ضریب جذب در حالت تک سنسوری آورده شده است. در "شکل 9" مقدار تخمین زده شده ضریب پراکندگی با حدس‌های اولیه مختلف نشان داده شده است.

همان‌طور که در نمودارها مشخص است با زدن حدس اولیه بیشتر یا کمتر از مقدار واقعی، اعداد با تعداد تکرارهای خیلی کم به سمت مقدار واقعی همگرا می‌شوند.

به‌منظور تخمین بهتر پارامترهای حرارتی در طول جسم دو سنسور در نظر گرفته شده است. این دو سنسور در فواصل مساوی از ابتدا و انتهای پلیمر مورد بررسی مسئله قرار دارند که دماهای هر کدام از سنسورها در 6 زمان مختلف برای تخمین خواص حرارتی فوم پلیمری عایق به‌کار گرفته شده است. "شکل 10" مقدار تخمین زده شده ضریب هدایت حرارتی را با حدس‌های اولیه مختلف در حالتی که دو سنسور در طول پلیمر قرار داده شده است نشان می‌دهد. در "شکل 11" نیز مقدار تابع دقیق و تخمین زده شده ضریب جذب در حالت دو سنسوری آورده شده است. در "شکل 12" مقدار تخمین زده شده ضریب پراکندگی با حدس‌های اولیه مختلف نشان داده شده است.

در جدول 2 مقایسه‌ای بین مقادیر تخمین زده شده پارامترهای حرارتی در دو حالت تک سنسوری و دو سنسوری آورده شده است همان‌طور که در جدول 2 نیز به وضوح مشخص است با افزایش تعداد سنسورها، دقت تخمین پارامترها افزایش می‌یابد. زیرا در روش معکوس از تاریخچه دما برای

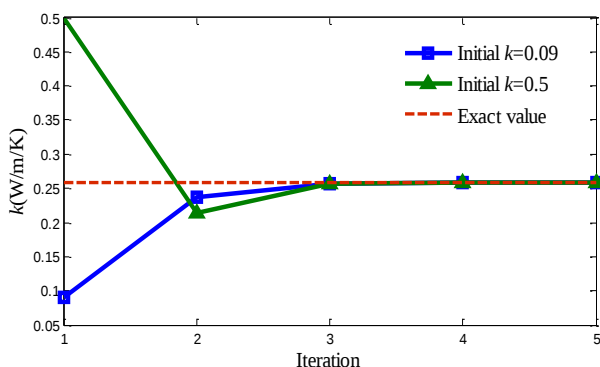


Fig. 7 Compare the exact function and the estimated function k in single mode sensor

شکل 7 مقایسه تابع دقیق و تابع تخمین زده شده k در حالت تک سنسوری

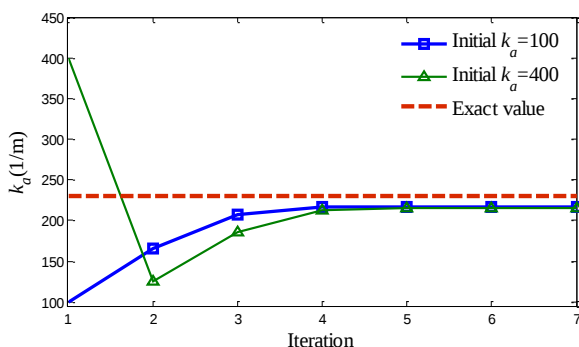


Fig. 8 Compare the exact function and the estimated function ka in single mode sensor

شکل 8 مقایسه تابع دقیق و تابع تخمین زده شده k_a در حالت تک سنسوری

خطای در نظر گرفته شده 0.01 است. برای محاسبه خواص تابشی و هدایتی، فوم سرامیکی به طول یک متر در نظر گرفته شده و از انتقال حرارت در دو جهت دیگر صرف‌نظر شده است به‌منظور دستیابی به نتایج عددی دقیق و عدم وابستگی نتایج به شبکه محاسباتی، در حل مستقیم مسئله استقلال از شبکه نیز بررسی شده است که تعداد تقسیمات در راستای طول جسم 100 و تعداد زوایای فضایی 60 در نظر گرفته شده است. "شکل 6" توزیع دما در طول فوم سرامیکی زیرکونیا در سه زمان مختلف و حالت پایا را نشان می‌دهد. برای حالت تک سنسوری، سنسور اندازه‌گیری دما در مرکز جسم در نظر گرفته شده و دمای جسم در مرکز در 6 زمان مختلف برای تخمین خواص حرارتی فوم پلیمری عایق به‌کار گرفته شده است. "شکل 7" مقدار تخمین

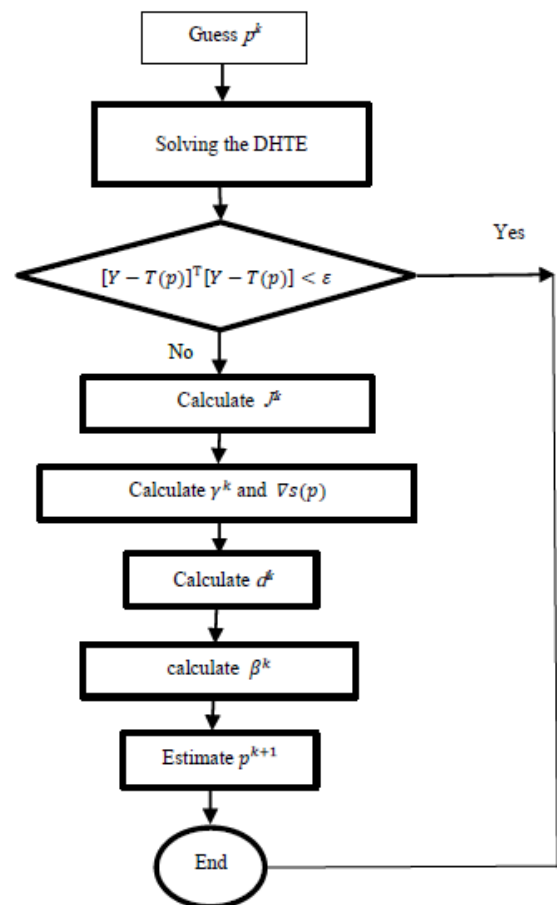


Fig. 5 conjugate gradient method Algorithm

شکل 5 الگوریتم روش گرادیان مزدوج

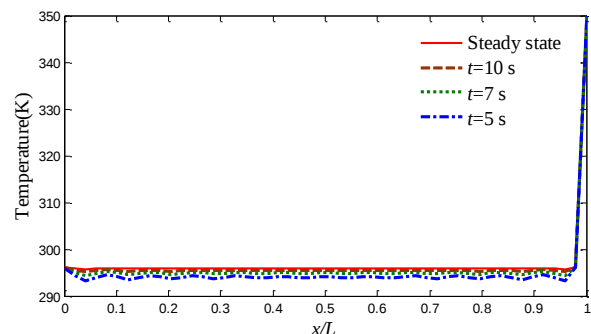


Fig. 6 Temperature distribution along the polymer

شکل 6 نمودار توزیع دما در طول پلیمر

Table 2 compares the estimated values with the actual values in single sensor and two sensors

جدول 2 مقایسه مقادیر تخمین زده شده با مقادیر واقعی در دو حالت تک سنسوری و دو سنسوری

فوم سرامیکی	مقدار واقعی	مقدار تخمین زده شده	حداکثر اولیه	تعداد تکرار
حالت تک سنسوری				
σ_s	93.96	93.3306	70	5
		93.1007	200	5
k	0.258	0.3135	0.09	7
		0.2513	0.5	7
k_a	230.04	219.0402	100	5
		215.2712	400	5
حالت دو سنسوری				
σ_s	93.96	93.4406	70	5
		93.3091	200	5
k	0.258	0.2420	0.09	7
		0.2567	0.5	7
k_a	230.04	230.0396	100	5
		230.06	400	5

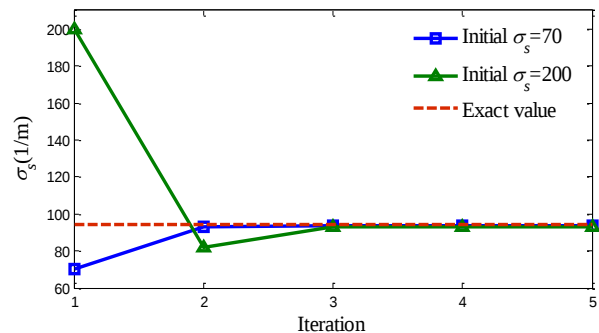
تخمین پارامتر مجهول استفاده می‌شود و هر چه تعداد سنسورها (تعداد نقاط اندازه‌گیری) بیشتر باشد، تخمین بهبود می‌یابد.

6- نتیجه‌گیری

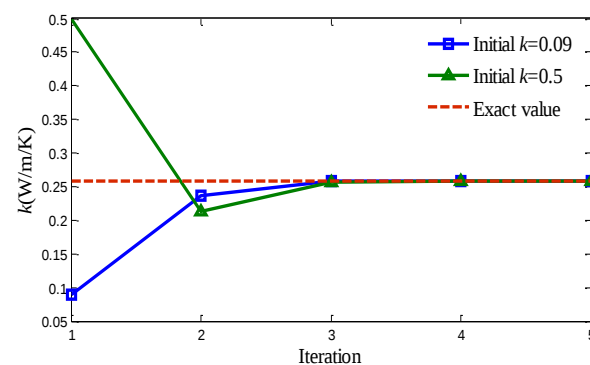
در این پژوهش به تخمین خواص حرارتی فوم سرامیکی زیرکونیا پرداخته شده است. با توجه به پیچیدگی مطالعه این نوع مواد، به دلیل گستردگی وجود انواع پرکننده‌ها در اشکال مختلف با جزء حجمی‌های متفاوت و وجود فازهای مختلف، استفاده از روش‌های تحلیلی و عددی برای محاسبه خواص فیزیکی این نوع از پلیمرها نیازمند صرف وقت و هزینه بسیار است. آنالیز معکوس با استفاده از تعریف تابع هدف، روش‌های بهینه‌سازی و هموارسازی پاسخ، به تخمین کمی مجهول مسئله از قبیل چشمه یا چاه حرارتی، شرایط مرزی و خواص فیزیکی می‌پردازد. این روش در مقایسه با دیگر روش‌های به کار رفته نیازمند صرف وقت و هزینه کمتری است و از دقت بالایی برخوردار است. در این پژوهش با استفاده از روش حجم محدود، توزیع دما در طول پلیمر مورد بررسی، به دست آمده است. سپس با وارد کردن مقداری خطا به صورت تابع تصادفی در داده‌هایی که از حل مستقیم به دست آمده‌اند، از این اعداد به عنوان اطلاعات اضافه برای محاسبه خواص تشعشعی- هادیته استفاده شده است. از به کارگیری الگوریتم گرادیان مزدوج چنین نتیجه می‌شود که الگوریتم گرادیان مزدوج برای محاسبه خواص تابشی و هادیته پلیمرهای عایق حرارتی نتایج قابل قبولی ارائه می‌دهد و همچنین با افزایش تعداد سنسورها دقت پارامترهای تخمین زده شده با استفاده از الگوریتم گرادیان مزدوج افزایش می‌دهد.

7- فهرست علائم

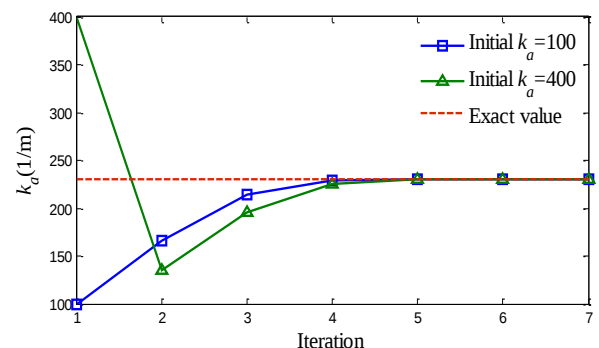
A	مساحت (m^2)
C_p	ظرفیت گرمایی ویژه (J/kgK)
I	شدت تشعشع (W/m^2)
K	ضریب هدایت حرارتی (W/mK)
k_a	ضریب جذب ($1/m$)
N	پارامتر تابشی- هادیته
V	حجم (kg/m^3)
T	دما (K)


Fig. 9 Compare the exact function and the estimated function σ_s in single mode sensor

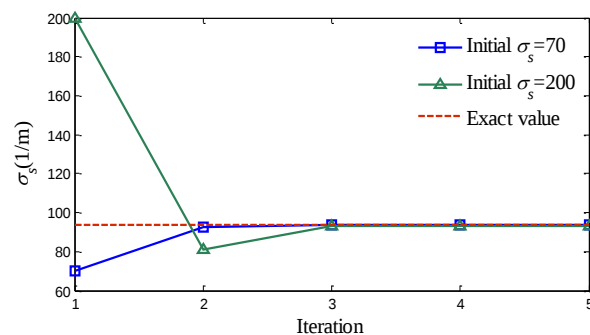
شکل 9 مقایسه تابع دقیق و تابع تخمین زده شده σ_s در حالت تک سنسوری


Fig. 10 Compare the exact function and the estimated function k in two mode sensor

شکل 10 مقایسه تابع دقیق و تابع تخمین زده شده k در حالت دو سنسوری


Fig. 11 Compare the exact function and the estimated function k_a in two mode sensor

شکل 11 مقایسه تابع دقیق و تابع تخمین زده شده k_a در حالت دو سنسوری


Fig. 12 Compare the exact function and the estimated function σ_s in two mode sensor

شکل 12 مقایسه تابع دقیق و تابع تخمین زده شده σ_s در حالت دو سنسوری

heat transfer characteristics of fiber-loaded silica aerogel composites for thermal insulation, *Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 55, pp. 5196–5204, 2012.

- [8] W. Gaosheng, L. Yusong, X. Zhang, X. Du, Radiative heat transfer study on silica aerogel and its composite insulation materials, *Journal of Non-Crystalline Solids*, Vol. 362, pp. 231–236, 2013.
- [9] R. Coquard, J. Randrianalisoa, D. Baillis, Computational prediction of radiative properties of polymer closed-cell foams with random structure, *Journal of Porous Media*, Vol. 16, No. 2, pp. 137–154, 2013.
- [10] H. T. Yu, D. Liu, Y. Y. Duan, X. D. Wang, Theoretical model of radiative transfer in opacified aerogel based on realistic microstructures, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 70, pp. 478–485, 2014.
- [11] K. Pietrak, S. Wiśniewski, A review of models for effective thermal conductivity of composite materials, *Journal of Power Technologies*, Vol. 95, No. 1, pp. 14–24, 2015.
- [12] Y. Zhao, G. H. Tang, M. Du, Numerical study of radiative properties of nanoporous silica aerogel, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 89, pp. 110–120, 2015.
- [13] F. Tairan, T. Jiaqi, C. Kai, F. Zhang, Determination of scattering and absorption coefficients of porous silica aerogel composites, *Journal of Heat Transfer*, Vol. 138, No. 3, pp. 702–709, 2016.
- [14] T. Feng, P. Edstrom, M. Gulliksson, Levenberg–Marquardt methods for parameter estimation problems in the radiative transfer equation, *Inverse Problems*, Vol. 23, pp. 879–891, 2007.
- [15] S. Y. Zhao, B. M. Zhang, S. Y. Du, X. D. He, Inverse identification of thermal properties of fibrous insulation from transient temperature measurements, *Journal of Thermophysics*, Vol. 30, pp. 2021–2035, 2009.
- [16] N. Daouas, M. S. Radhouani, Efficient inverse estimation tool for radiative and conductive properties of insulating foams based on transient hot-wire measurements, *Journal of High Temperatures-High Pressures*, Vol. 40, pp. 1–29, 2010.
- [17] R. Coquard, D. Rochais, D. Baillis, Experimental investigations of the coupled conductive and radiative heat transfer in metallic/ceramic foams, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 52, pp. 4907–4918, 2009.
- [18] M. F. Modest, *Radiative Heat Transfer*, Second Edition, pp. 9.274–9.278, New York: Diane Grossman, 2003.
- [19] W. A. Fiveland, Discrete-Ordinates solutions of the radiative transport equation for rectangular enclosures, *Journal of Heat Transfer*, Vol. 106, pp. 699–706, 1984.
- [20] M. N. Ozisik, H. R. B. Orlande, *Inverse Heat Transfer Fundamentals and Applications*, pp. 2.58–2.76, New York: Taylor & Francis, 2000.

Y دمای اندازه‌گیری شده (K)

علایم یونانی

β	ضریب خاموشی (1/m)
ε	ضریب صدور
ρ	دانسیته (kg/m^3)
σ	ضریب استغاف بولتزمن ($\text{W/m}^2 \text{K}^4$)
σ_s	ضریب پراکندگی
ϕ	تابع فاز پراکندگی
Ω	زاویه فضایی
ω	ضریب پراکندگی بازتابش (σ_s/β)

8- مراجع

- [1] E. Placido, M. C. Arduini-Schuster, J. Kuhn, Thermal properties predictive model for insulating foams, *Infrared Physics & Technology*, Vol. 46, pp. 219–231, 2005.
- [2] R. Coquard, D. Baillis, D. Quenard, Experimental and theoretical study of the hot-ring method applied to low-density thermal insulators, *International Journal of Thermal Sciences* Vol. 47, No. 3, pp. 324–338, 2008.
- [3] M. Loretz, R. Coquard, D. Baillis, E. Maire, Metallic foams: Radiative properties/comparison between different models, *Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, Vol. 109, No. 1, pp. 16–27, 2008.
- [4] W. Huijun, F. Jintu, Measurement of radiative thermal properties of thin polymer films by FTIR, *Polymer Testing*, Vol. 27, pp. 122–128, 2008.
- [5] R. Coquard, D. Baillis, D. Quenard, Radiative properties of expanded polystyrene foams, *Journal of Heat Transfer*, Vol. 131, No. 1, pp. 012702–1–012702–10, 2009.
- [6] A. Kaemmerlen, C. Vo, F. Asllanaj, G. Jeandel, D. Baillis, Radiative properties of extruded polystyrene foams: Predictive model and experimental results, *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, Vol. 111, pp. 865–877, 2010.
- [7] J. J. Zhao, Y. Y. Duan, X. D. Wang, B. X. Wang, Radiative properties and