



دلایل تفاوت نتایج مدل‌های یک‌فازی و دوفازی در انتقال حرارت نانوسیالات: مطالعه موردی جریان درون یک میکروکانال موجی شکل

جواد رستمی^{1*}، عباس عباسی²، مجید صفاراول²

1- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه رازی، کرمانشاه

2- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

*کرمانشاه، صندوق پستی 6714414971، jrostami@razi.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 20 آبان 1396

پذیرش: 18 دی 1396

ارائه در سایت: 10 اسفند 1396

کلید واژگان:

نانوسیال

مدل یک‌فازی

روش همگن

مدل دوفازی

روش اویلری-لاگرانژی

چکیده

در این مقاله انتقال حرارت مزدوج نانوسیالات در یک میکروکانال موجی شکل با استفاده از مدل یک‌فازی به روش همگن و مدل دوفازی به روش اویلری-لاگرانژی به صورت عددی بررسی و تفاوت نتایج با استفاده از تحلیل‌های فیزیکی مطالعه شده است. سیال پایه آب و نانوذرات از دو جنس اکسید آلومینیوم و مس است. غلظت حجمی نانوذرات تا 2% و قطر آنها 100nm است. معادلات سه بعدی حاکم شامل پیوستگی، مومنتم و انرژی در سیال از دیدگاه اویلری به روش حجم کنترل (سیمپل) حل شده‌اند. معادلات حاکم بر حرکت و انرژی ذرات نیز به روش لاگرانژی جداسازی و به روش رنگ-کوتای مرتبه چهار حل شده‌اند. چون در روش لاگرانژی معادلات حرکت در سه بعد و معادله انرژی برای تک‌تک ذرات حل می‌شود، از روش پردازش موازی و با استفاده از ابر کامپیوتر این معادلات حل شده‌اند. نتایج نشان می‌دهند که تحت تأثیر نیروی درگ توزیع ذرات به صورت همگن نیست و این موضوع منشا اختلاف نتایج روش همگن و مدل دوفازی است. توزیع ناهمگن ذرات بر میدان‌های سرعت و دما نیز تأثیر می‌گذارد و باعث می‌شود نتایج حاصل از مدل دوفازی متفاوت از نتایج مدل یک‌فازی (همگن) شود و در بعضی حالات این اختلاف به حدود 20% نیز می‌رسد.

The reasons of differences between one phase and two phase models of nanofluids heat transfer characteristics: Case study flow in a wavy microchannel

Javad Rostami^{1*}, Abbas Abbassi², Majid Saffar Avval²

1- Department of Mechanical Engineering, Razi University, Kermanshah, Iran.

2- Department of Mechanical Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran.

* P.O.B. 6714414971 Kermanshah, Iran, jrostami@razi.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 11 November 2017

Accepted 08 January 2018

Available Online 01 March 2018

Keywords:

Nanofluid

One phase model

Homogeneous method

Two-phase model

Eulerian-Lagrangian method

ABSTRACT

In this paper, conjugate heat transfer in wavy microchannels filled with nanofluid is studied numerically. Homogeneous single-phase models underestimate the experimental results. Then, nanofluid simulated by two-phase model using an Eulerian-Lagrangian approach. Nanofluids are water-Cu or water-Al₂O₃ suspensions with a particle diameter of 100-150nm and a volume fraction of up to 2%. The three-dimensional governing equations including continuity, Navier-Stokes and energy equations are solved by the well-known SIMPLE method. The governing equations for particles are solved by a 4th order Runge-Kutta algorithm. Due to the 3-D governing equation four equations including velocity components and energy should be solved for all particles. The computer program has been written in parallel processing method (MPI). Then a super computer with several CPU's should be used. In one phase model there some supposes, one of them is that the velocity and temperature of a particle is equal to the velocity and temperature of its surrounding fluid. But the main suppose is that the particle distribution is homogeneous. Results show that the main reason of difference between the results of Homogeneous single-phase models and two-phase model is non-homogeneous particle distribution in the domain.

1- مقدمه

می‌شوند باعث افزایش ضریب هدایت حرارتی نانوسیال نسبت به سیال پایه

می‌شوند.

برای مدل کردن رفتار نانوسیالات دو مدل یک‌فازی و دوفازی وجود دارد.

مدل یک‌فازی همراه با فرضیاتی است. از جمله برابر بودن سرعت و دمای

امروزه استفاده فراوان و متنوع نانو ذرات فلزی در صنعت بر کسی پوشیده

نیست. یکی از کاربردهای این ذرات ریز، استفاده در علم انتقال حرارت است.

فلزات به علت داشتن ضریب هدایت حرارتی زیاد وقتی در سیالی حل

Please cite this article using:

J. Rostami, A. Abbassi, M. Saffar Avval, The reasons of differences between one phase and two phase models of nanofluids heat transfer characteristics: Case study flow in a wavy microchannel, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 18, No. 03, pp. 207-216, 2018 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

شکل و کانال تخت عدد رینولدز بحرانی برای گذر جریان از رژیم آرام به درهم است. طبق یافته تولنتینو و همکاران [14] بر خلاف کانال تخت که عدد رینولدز بحرانی در آن 2300 است، این عدد برای کانال موجی شکل با نسبت $2a/\lambda = 0.18$ در حدود 250 است. رستمی و همکاران [15] ابعاد بهینه میکروکانال موجی‌شکل را استخراج کرده‌اند. طبق یافته آن‌ها ابعاد هندسی به صورت $\mu = 200, a = 20, S = 72, H = 120$ است. با توجه به موجی‌شکل بودن بدنه میکروکانال و استفاده از شبکه منطبق بر بدنه همان‌طور که در کارهای قبلی [9, 15] و نیز [18] شرح آن آمده است، معادلات حاکم برای حل به مختصات منحنی الخط نگاشته می‌شوند. لذا معادلات حاکم بی بعد به شرح زیر هستند:

1-2- مدل یک‌فازی (روش همگن)

معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial u^c}{\partial \xi} + \frac{\partial v^c}{\partial \eta} + \frac{\partial w^c}{\partial \zeta} = 0 \quad (1)$$

که در آن روابط (2) برقرارند:

$$\begin{aligned} u^c &= J(\xi_x u + \xi_y v + \xi_z w) \\ v^c &= J(\eta_x u + \eta_y v + \eta_z w) \\ w^c &= J(\zeta_x u + \zeta_y v + \zeta_z w) \end{aligned} \quad (2)$$

J ژاکوبین تبدیل و برابر با حجم سلول اویلری است.

$$J = \delta V = +x_\xi y_\eta z_\zeta + x_\zeta y_\xi z_\eta + x_\eta y_\zeta z_\xi - x_\xi y_\zeta z_\eta - x_\zeta y_\eta z_\xi - x_\eta y_\xi z_\zeta \quad (3)$$

$$J \begin{bmatrix} \xi_x & \xi_y & \xi_z \\ \eta_x & \eta_y & \eta_z \\ \zeta_x & \zeta_y & \zeta_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_\eta z_\zeta - y_\zeta z_\eta & z_\eta x_\zeta - z_\zeta x_\eta & x_\eta y_\zeta - x_\zeta y_\eta \\ y_\zeta z_\xi - y_\xi z_\zeta & z_\zeta x_\xi - z_\xi x_\zeta & x_\zeta y_\xi - x_\xi y_\zeta \\ y_\xi z_\eta - y_\eta z_\xi & z_\xi x_\eta - z_\eta x_\xi & x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi \end{bmatrix} \quad (4)$$

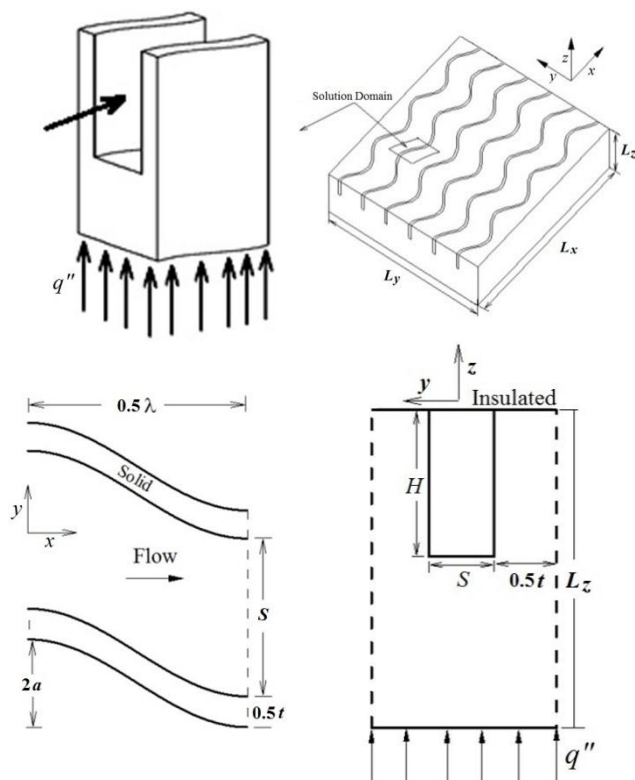


Fig. 1 The shape of the micro-device with its created wavy channels

شکل 1 هندسه میکروقطعه و کانال‌های موجی‌شکل تعبیه شده بر آن

ذرات با سیال اطراف آن و همگن بودن توزیع ذرات در ناحیه حل. از طرفی خواص غیرعادی نانوسیالات باعث شده است پیش‌بینی رفتار آن‌ها در علم انتقال حرارت با پیچیدگی‌هایی همراه باشد. بعنوان نمونه با اینکه روابط زیادی برای پیش‌بینی ویسکوزیته و ضریب هدایت حرارتی نانوسیالات توسط محققان [1-5] ارائه شده است، اما نتایج حاصل از آن‌ها در مدل یک‌فازی معمولاً با نتایج تجربی اختلاف قابل توجهی دارد. به همین دلیل بعضی محققان بدنال مدل دیگری غیر از مدل یک‌فازی برای مطالعه رفتار نانوسیالات هستند. مدل دو فازی با وجود پیچیدگی‌های آن می‌تواند جایگزین بهتری برای مطالعه رفتار نانوسیالات باشد. در این مدل نیز دیدگاه‌های مختلفی مطرح می‌شود. یکی دیدگاه اویلری-اویلری است که هر دو فاز سیال و ذره را از دیدگاه اویلری بررسی می‌کند. یک روش معروف در این دیدگاه روش ترکیبی است. دیگری دیدگاه اویلری-لاگرانژی است. در دیدگاه اویلری-لاگرانژی تمام نیروهای وارد بر ذرات لحاظ شده و سیال و ذرات به صورت واقعی و بدون هیچ تقریبی مدل می‌شوند. اما این روش با وجود دقت زیاد، مشکلات خاص خود را دارد. بطوریکه با توجه به اینکه باید برای تک‌تک ذرات معادلات حاکم بر حرکت و انرژی حل شود، فرآیند حل بسیار وقت‌گیر می‌باشد. در نتیجه برای حل می‌بایست از روش‌های پردازش موازی در امر برنامه‌نویسی استفاده کرد و برای اجرای آن نیز به کامپیوتری با تعداد هسته (پردازشگر) زیاد نیاز است که اصطلاحاً آنرا ابرکامپیوتر می‌نامند. روش ترکیبی توسط محققان متعددی بررسی شده است [6-8]. هندسه بکار رفته توسط ایشان هندسه ساده‌ای می‌باشد و در کار خود به نتایج بدست آمده از این روش پرداخته‌اند اما به دلیل اختلاف نتایج یک‌فازی و دوفازی اشاره‌ای نشده است.

روش اویلری-لاگرانژی با توجه به مشکلات آن توسط محققان معدودی مورد مطالعه قرار گرفته است. در کارهای فوق، هندسه یا کانال تخت یا لوله است. در این کارها نتایج حاصل از روش اویلری-لاگرانژی نسبت به نتایج حاصل از روش همگن به نتایج تجربی نزدیکتر می‌باشد [9-14]. اگرچه هدف از این مقاله پرداختن به دلایل اختلاف نتایج یک‌فازی و دوفازی است، اما در دو کار مختلف [16, 17] روش‌های مختلف مدل‌سازی نانوسیال شامل همگن، اویلری-اویلری، ترکیبی و اویلری-لاگرانژی با همدیگر مقایسه شده‌اند.

با توجه به حجم حرارت تولید شده در بعضی قطعات میکرو الکترونیکی، برای خنک کاری این قطعات بر روی آن‌ها تعدادی میکروکانال ایجاد کرده و با عبور سیالاتی مانند آب، اقدام به خنک کاری آنها می‌کنند. دو راهکار برای افزایش ضریب انتقال حرارت در این کانال‌ها عبارتست از موجی‌شکل کردن بدنه میکروکانال و استفاده از نانوسیالات به جای سیالات معمولی [9]. به همین دلیل در این مقاله به دو روش همگن و اویلری-لاگرانژی مسأله انتقال حرارت مزدوج نانوسیالات در یک میکروکانال موجی‌شکل مورد مطالعه قرار گرفته است. مزیت و نقاط ضعف هر مدل بررسی شده و در پایان دلایل ضعف مدل یک‌فازی به روش همگن در پیش‌بینی رفتار نانوسیالات بیان می‌شود.

2- معادلات حاکم

در مدل یک‌فازی معادلات حاکم همان معادلات پیوستگی، مومنتم و انرژی برای سیالات معمولی است با این تفاوت که به جای خواص سیال، خواص نانوسیال از روابط موجود [1-5] جایگزین می‌شوند. در این مقاله خواص نانوسیال از روابط کورسیونه [5] استخراج شده است. ناحیه حل، ناحیه تنابویی در یک کانال موجی مطابق شکل 1 است. یکی از تفاوت‌های کانال موجی

معادله مومنتم:

$$u = v = w = 0$$

$$\frac{\partial p}{\partial n} = 0 \quad (15)$$

که n بردار عمود بر بدنه است. برای شرایط مرزی دمایی نیز دیواره بالایی عایق فرض شده و شرط مرزی مزدوج شامل برابری دمای نانوسیال و بدنه در سطح مشترک آن‌ها و برابری شار گذرنده از سطح مشترک برای دیواره‌های کناری اعمال شده است.

$$T_s = T_{nf}$$

$$k_s \frac{\partial T_s}{\partial n_s} = k_{nf} \frac{\partial T_{nf}}{\partial n_{nf}} \quad (16)$$

با توجه به اینکه حل در ناحیه تناوبی انجام می‌شود، شرط مرزی تناوبی طبق شکل 1 به‌صورت زیر برای نیم دوره تناوب برقرار است.

$$u(0, y, z) = u(0.5\lambda, s - y, z)$$

$$v(0, y, z) = -v(0.5\lambda, s - y, z)$$

$$w(0, y, z) = w(0.5\lambda, s - y, z) \quad (17)$$

شرط مرزی تناوبی برای دما و فشار به‌صورت روابط (18) است.

$$\left. \frac{\partial T_s}{\partial x} \right|_{in} = \left. \frac{\partial T_s}{\partial x} \right|_{out}$$

$$\left. \frac{\partial T_{nf}}{\partial x} \right|_{in} = \left. \frac{\partial T_{nf}}{\partial x} \right|_{out}$$

$$\left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_{in} = \left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_{out} \quad (18)$$

شار حرارتی در صفحه پایین اعمال می‌شود:

$$q'' = -k_s \left. \frac{\partial T_s}{\partial z} \right|_{bottom} \quad (19)$$

2-2- مدل دوفازی (روش اوایلری-لاگرانژی)

معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial(1-\phi)u^c}{\partial \xi} + \frac{\partial(1-\phi)v^c}{\partial \eta} + \frac{\partial(1-\phi)w^c}{\partial \varsigma} = 0 \quad (20)$$

معادله مومنتم:

$$\frac{\partial(1-\phi)u^c\psi}{\partial \xi} + \frac{\partial(1-\phi)v^c\psi}{\partial \eta} + \frac{\partial(1-\phi)w^c\psi}{\partial \varsigma} =$$

$$J(1-\phi)S_p^\psi - \frac{\pi}{6}d_p^3 \frac{\rho_p}{\rho_f} \sum_{j=1}^{np} \frac{d\psi_{pj}}{d\tau} +$$

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{(1-\phi)Jq_{11}}{Re} \psi_\xi \right] +$$

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{(1-\phi)J}{Re} (q_{12}\psi_\eta + q_{13}\psi_\varsigma) \right] +$$

$$\frac{\partial}{\partial \eta} \left[\frac{(1-\phi)Jq_{22}}{Re} \psi_\eta \right] +$$

$$\frac{\partial}{\partial \eta} \left[\frac{(1-\phi)J}{Re} (q_{12}\psi_\xi + q_{23}\psi_\varsigma) \right] +$$

$$\frac{\partial}{\partial \varsigma} \left[\frac{(1-\phi)Jq_{33}}{Re} \psi_\varsigma \right] +$$

$$\frac{\partial}{\partial \varsigma} \left[\frac{(1-\phi)J}{Re} (q_{13}\psi_\xi + q_{23}\psi_\eta) \right] \quad (21)$$

جمله دوم سمت راست معادله فوق، ترم چشمه ناشی از وجود نانوذرات در سلول اوایلری [19] و np تعداد ذرات واقع در سلول است.

معادله انرژی در بدنه همان معادله (14) است و معادله انرژی در سیال:

$$\frac{\partial(1-\phi)u^cT}{\partial \xi} + \frac{\partial(1-\phi)v^cT}{\partial \eta} + \frac{\partial(1-\phi)w^cT}{\partial \varsigma} =$$

$$-\frac{\pi}{6}d_p^3 \frac{(\rho Cp)_p}{(\rho Cp)_f} \sum_{j=1}^{np} \frac{dT_{pj}}{d\tau} +$$

$$\frac{\partial u^c\psi}{\partial \xi} + \frac{\partial v^c\psi}{\partial \eta} + \frac{\partial w^c\psi}{\partial \varsigma} = JS_p^\psi +$$

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{Jq_{11}}{Re} \psi_\xi \right] + \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{J}{Re} (q_{12}\psi_\eta + q_{13}\psi_\varsigma) \right] +$$

$$\frac{\partial}{\partial \eta} \left[\frac{Jq_{22}}{Re} \psi_\eta \right] + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\frac{J}{Re} (q_{12}\psi_\xi + q_{23}\psi_\varsigma) \right] +$$

$$\frac{\partial}{\partial \varsigma} \left[\frac{Jq_{33}}{Re} \psi_\varsigma \right] + \frac{\partial}{\partial \varsigma} \left[\frac{J}{Re} (q_{13}\psi_\xi + q_{23}\psi_\eta) \right] \quad (5)$$

که در آن ψ یکی از مؤلفه‌های سرعت و:

$$JS_p^u = -J(p_\xi \xi_x + p_\eta \eta_x + p_\varsigma \varsigma_x)$$

$$JS_p^v = -J(p_\xi \xi_y + p_\eta \eta_y + p_\varsigma \varsigma_y)$$

$$JS_p^w = -J(p_\xi \xi_z + p_\eta \eta_z + p_\varsigma \varsigma_z) \quad (6)$$

همچنین:

$$q_{11} = \xi_x \xi_x + \xi_y \xi_y + \xi_z \xi_z$$

$$q_{22} = \eta_x \eta_x + \eta_y \eta_y + \eta_z \eta_z$$

$$q_{33} = \varsigma_x \varsigma_x + \varsigma_y \varsigma_y + \varsigma_z \varsigma_z$$

$$q_{12} = \xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y + \xi_z \eta_z$$

$$q_{13} = \xi_x \varsigma_x + \xi_y \varsigma_y + \xi_z \varsigma_z$$

$$q_{23} = \eta_x \varsigma_x + \eta_y \varsigma_y + \eta_z \varsigma_z \quad (7)$$

معادله انرژی در نانوسیال:

$$\frac{\partial u^cT}{\partial \xi} + \frac{\partial v^cT}{\partial \eta} + \frac{\partial w^cT}{\partial \varsigma} =$$

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{Jq_{11}}{Pe} T_\xi \right] + \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{J}{Pe} (q_{12}T_\eta + q_{13}T_\varsigma) \right] +$$

$$\frac{\partial}{\partial \eta} \left[\frac{Jq_{22}}{Pe} T_\eta \right] + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\frac{J}{Pe} (q_{12}T_\xi + q_{23}T_\varsigma) \right] +$$

$$\frac{\partial}{\partial \varsigma} \left[\frac{Jq_{33}}{Pe} T_\varsigma \right] + \frac{\partial}{\partial \varsigma} \left[\frac{J}{Pe} (q_{13}T_\xi + q_{23}T_\eta) \right] \quad (8)$$

برای محاسبه اعداد رینولدز و پکلت در معادلات مومنتم و انرژی از خواص نانو سیال استفاده می‌شود.

$$\rho_{nf} = (1-\phi)\rho_f + \phi\rho_p \quad (9)$$

$$(\rho Cp)_{nf} = (1-\phi)(\rho Cp)_f + \phi(\rho Cp)_p \quad (10)$$

$$\mu_{nf} = \frac{\mu}{1 - 34.87\phi^{1.03} \left(\frac{D_p}{d_f} \right)^{0.3}} \quad (11)$$

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = 1 + 4.4\phi^{0.66} \left(\frac{T}{T_{fr}} \right)^{0.369} \left(\frac{k_p}{k_f} \right)^{0.03} Re_f^{0.4} Pr^{0.66} \quad (12)$$

معادلات (9) و (10) روابط شناخته شده در محلول دوفازی می‌باشند.

معادلات (11) و (12) نیز توسط کورسیونه [5] ارائه شده‌اند. در این روابط d_f قطر مولکول سیال پایه (در اینجا آب و برابر با 0.385nm)، T_{fr} دمای نقطه

انجماد سیال پایه بر حسب کلین و Re_f از رابطه (13) بدست می‌آید:

$$Re_f = \frac{2\rho_f k_B T}{\pi d_p \mu^2} \quad (13)$$

معادله انرژی در بدنه:

$$\frac{\partial}{\partial \xi} (Jq_{11}T_\xi) + \frac{\partial}{\partial \xi} (Jq_{12}T_\eta + Jq_{13}T_\varsigma) +$$

$$\frac{\partial}{\partial \eta} (Jq_{22}T_\eta) + \frac{\partial}{\partial \eta} (Jq_{12}T_\xi + Jq_{23}T_\varsigma) +$$

$$\frac{\partial}{\partial \varsigma} (Jq_{33}T_\varsigma) + \frac{\partial}{\partial \varsigma} (Jq_{13}T_\xi + Jq_{23}T_\eta) = 0 \quad (14)$$

شرایط مرزی:

با توجه به اینکه در میکروکانال عدد نادسن کمتر از 0.001 است، شرط عدم لغزش برای سرعت و عدم پیرش برای دما روی بدنه برقرار است. در نتیجه روی دیواره‌ها برای سرعت و فشار می‌توان روابط (15) را نوشت:

حجم کنترلی سیمپل [20] همراه با طرح اختلاف پیوندی اسپالدینگ [21] برای تقریب جملات جابجایی استفاده شده است. شبکه تولید شده دارای فشردگی در نزدیکی دیواره‌ها است. از آنجا که معادلات حاکم سه بعدی هستند و برای حل از شبکه متمرکز استفاده شده است، بطوریکه تمامی متغیرهای سرعت و فشار و دما در نقاط اصلی ذخیره می‌شوند، لذا برای پرهیز از شطرنجی شده میدان فشار، از میانبایی رای و چو [22] در معادله تصحیح فشار برای مقادیر سرعت در وجوه حجم کنترل‌ها استفاده شده است. در روش اوپلری-لاگرانژی برای حل ذرات نیز از روش رنگ-کوتای مرتبه چهار استفاده شده است.

روند حل به اینگونه است که ابتدا ذرات به صورت تصادفی، بطوریکه توزیع نسبتاً یکنواختی را داشته باشند، داخل ناحیه حل که یکبار میدان‌های سرعت، فشار و دما بدون حضور ذرات حل شده است توزیع می‌شوند. در این توزیع با قرارگیری هر ذره در هر سلول اسکالر مقدار غلظت حجمی آن سلول محاسبه می‌شود، چنانچه مقدار غلظت حجمی از غلظت حجمی متوسط ده درصد بیشتر بود ذره از آن محل حذف شده و مجدداً توسط توابع تصادفی جایابی می‌شود. سپس ذرات به تعداد هسته‌های ابر کامپیوتر تقسیم شده و هر هسته حل سرعت و دمای تعدادی از ذرات را بر عهده خواهد داشت. بعنوان نمونه برای غلظت حجمی 2% و قطر ذرات 100nm تعداد ذرات در حدود 32 میلیون است که چنانچه این تعداد ذره بین 64 هسته تقسیم شود، هر هسته وظیفه حل 500 هزار ذره را بر عهده دارد.

برنامه به روش پردازش موازی در ساختار حافظه توزیع شده (MPI) نوشته شده است. ابتدا هسته شماره صفر سیال را حل می‌کند و نتایج، شامل میدان‌های سرعت، دما و فشار را به تمامی هسته‌ها می‌فرستد. هر هسته مبادرت به حل سرعت و دمای تعدادی از ذرات می‌کند. ترم چشمه ایجاد شده توسط هر ذره در سلول اوپلری که قرار دارد محاسبه می‌شود. ترم‌های چشمه محاسبه شده به هسته شماره صفر ارسال شده و این هسته با جمع کردن ترم‌های چشمه جدید مجدداً میدان‌های سرعت، فشار و دمای سیال را حل می‌کند و عدد ناسلت را محاسبه می‌کند. مجدداً نتایج به هسته‌ها ارسال شده و این فرآیند تا زمانی که اختلاف عدد ناسلت محاسبه شده در هر مرحله نسبت به مرحله قبل، به کمتر از 2% برسد، ادامه خواهد داشت.

4- بحث در نتایج

استقلال نتایج از تعداد نقاط شبکه و صحت‌سنجی نتایج نیز در کار قبلی نویسندگان [15] انجام شده است. نتیجه صحت‌سنجی نشان می‌دهد که نتایج حل دوفازی نسبت به حل تکفازی به نتایج تجربی نزدیکتر است. تعداد نقاط لازم برای استقلال نتایج از شبکه $45 \times 36 \times 58$ با فشردگی نقاط در نزدیکی دیواره‌ها بدست آمده است.

برای پرهیز از افت فشار زیاد، رژیم جریان در میکروکانال‌ها معمولاً آرام است. لذا نتایج برای رینولدز 200 که در کانال موجی شکل مورد مطالعه آرام است، ارائه شده است. غلظت نانوذرات تا 2% حجمی و قطر آن‌ها 100nm در نظر گرفته شده است.

قبل از ارائه نتایج نانوسیال، ابتدا شکل خطوط جریان و خطوط همدمای کانال‌های موجی‌شکل بررسی می‌شود و از آن‌ها در تحلیل توزیع ذرات استفاده می‌شود. در این کانال‌ها به علت هندسه کانال و موجی شکل بودن بدنه، هم سطح انتقال حرارت بیشتر است، هم پدیده‌هایی مانند تشکیل گردابه و جریان‌های ثانویه باعث اختلاط بیشتر سیال و در نتیجه انتقال حرارت بیشتر در این کانال‌ها می‌شوند. جریان‌های ثانویه به صورت مارپیچی

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{(1-\phi)Jq_{11}}{Pe} T_{\xi} \right] + \\ & \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{(1-\phi)J}{Pe} (q_{12}T_{\eta} + q_{13}T_{\zeta}) \right] + \\ & \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\frac{(1-\phi)Jq_{22}}{Pe} T_{\eta} \right] + \\ & \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\frac{(1-\phi)J}{Pe} (q_{12}T_{\xi} + q_{23}T_{\zeta}) \right] + \\ & \frac{\partial}{\partial \zeta} \left[\frac{(1-\phi)Jq_{33}}{Pe} T_{\zeta} \right] + \\ & \frac{\partial}{\partial \zeta} \left[\frac{(1-\phi)J}{Pe} (q_{13}T_{\xi} + q_{23}T_{\eta}) \right] \end{aligned} \quad (22)$$

جمله اول سمت راست، ترم چشمه ناشی از وجود نانوذرات در سلول اوپلری است [11]. در معادلات (21) و (22) برای محاسبه اعداد رینولدز و پکلت از خواص سیال پایه استفاده می‌شود.

3-2- معادلات حاکم بر فاز ذرات

موقعیت ذره از رابطه (23) بدست می‌آید.

$$\frac{dx_p}{d\tau} = u_p \quad (23)$$

و معادله مومنتم ذرات [12] بصورت رابطه (24) می‌باشد:

$$m_p \frac{du_p}{d\tau} = F_D + F_L + F_g + F_b + F_{br} + F_p + F_T \quad (24)$$

در این رابطه تمامی نیروهای تأثیرگذار وارد بر ذره در نظر گرفته شده است. این نیروها به ترتیب عبارتند از: درگ (نیروی ناشی از حرکت سیال)، بالابر سافمن (نیروی که بر ذرات واقع در نواحی دارای گرادیان سرعت وارد می‌شود)، وزن، شناوری (نیروی ارشمیدس)، براونی (نوسانات ذره ناشی از دمای آن، نیروی ناشی از وجود گرادیان فشار در اطراف ذره ترموفورتیک (نیروی ناشی از گرادیان دمادر اطراف ذره). روابط مربوط به هر کدام از نیروها در [15] ارائه شده است.

معادله انرژی ذرات [10]:

$$\rho_p c_p \frac{dT_p}{d\tau} = \frac{6h_p}{d_p} (T - T_p) \quad (25)$$

که در آن h_p از رابطه زیر محاسبه می‌شود [19]:

$$Nu_p = \frac{h_p d_p}{k_f} = 2 + 1.1 Re_p^{0.6} Pr^{0.333} \quad (26)$$

مقدار Re_p نیز از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$Re_p = \frac{\rho_f |u - u_p| d_p}{\mu} \quad (27)$$

عدد ناسلت نیز از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$Nu_x = \frac{k_{nf} \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_{int}}{k_f (T_w - T_b)} \quad (28)$$

که T_b دمای حجمی نانوسیال نیز از رابطه (29) بدست می‌آید:

$$T_b = \frac{(\rho C p)_f \int (1-\phi) u T d(\delta V) + \frac{\pi}{6} d_p^3 (\rho C p)_p \sum_{j=1}^{np0} u_{pj} T_{pj}}{\rho_f C p_{nf} \int (1-\phi) u d(\delta V) + \frac{\pi}{6} d_p^3 \rho_p C p_{nf} \sum_{j=1}^{np0} u_{pj}} \quad (29)$$

که در این رابطه $np0$ تعداد ذرات در تمام سلول‌های اوپلری واقع در یک مقطع است.

3- روش حل عددی

در این مقاله به دو روش یک‌فازی همگن و دوفازی اوپلری-لاگرانژی مسأله حل شده است. برای حل روش همگن و حل سیال از دیدگاه اوپلری از روش

ترتیب در هر نیم پریود یک گردابه در کانال وجود دارد.

خطوط همدمای در بدنه و سیال در صفحه xy و مقطع $z = -0.5H$ در شکل 4 نشان داده شده است. ملاحظه می‌شود با توجه به وجود گردابه و جریان ثانویه خطوط همدمای هم در سیال و هم در بدنه شکل پیچیده‌ای به خود می‌گیرند. در مرز پایین به علت جدایش جریان لایه مرزی ضخیم‌تر شده و یک ناحیه داغ در قسمت بعد از جدایش جریان ایجاد می‌شود و در مرز بالا به علت پیوستن مجدد جریان به بدنه و ایجاد حالتی همانند جت مایل، لایه مرزی حرارتی نازک‌تر شده و خطوط همدمای به هم نزدیک می‌شوند. در ناحیه گردابی، جایی که جریان از بدنه جدا می‌شود ناحیه داغی ایجاد می‌شود که سیال داخل گردابه که از ناحیه داغ عبور می‌کند با ترم‌های جابجایی (هر چند ضعیف) حرارت این ناحیه را با خود به داخل جریان انتقال می‌دهد. سپس هنگامیکه با جریان مرکز کانال همسو می‌شود با مکانیزم پخش حرارت را به سیال مرکز کانال منتقل می‌کند.

در شکل 5 خطوط همدمای در بدنه و سیال در صفحه yz و مقطع خروجی نشان داده شده است. به علت اختلاط بیشتر سیال، دما یکنواخت‌تر شده و شکل خطوط همدمای پیچیده‌تر می‌شود. نفوذ شار حرارتی در تیغه‌های اطراف کانال بیشتر بوده و قسمت ریشه دمای بیشتری دارد.

حال که فیزیک جریان در کانال موجی‌شکل بررسی شد به نتایج مدل‌های یک‌فازی و دوفازی پرداخته می‌شود. در مدل یک‌فازی به روش همگن فرضیاتی وجود دارد. یک فرض این است که سرعت و دمای ذره با سرعت و دمای سیال اطراف آن برابر است. فرض دیگر این است که توزیع ذرات در ناحیه حل به صورت همگن و یکنواخت است. برای بررسی درستی این فرض‌ها، نتایج بدست آمده در روش اویلری-لاگرانژی را که بدون انجام هیچ فرضی و بطور جداگانه و دقیق معادلات حاکم بر هر دو فاز سیال و ذره را حل می‌کند، بررسی می‌شود.

شکل 6 سرعت یک ذره به همراه سرعت سیال اطراف آن را نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود که سرعت ذره نسبت به سرعت سیال مقداری نوسان دارد. دلیل این نوسان نیروی براونی وارد بر ذره است. این نیرو باعث حرکت تصادفی و نوسانی ذره می‌شود. اما اگر در بازه زمانی مشخص از سرعت ذره و سیال اطراف آن متوسط‌گیری شود، مقدار آن‌ها تقریباً با هم برابر است. این شکل نشان می‌دهد که فرض برابری سرعت ذره و سیال اطراف آن فرض

درون کانال حرکت کرده بطوریکه جهت چرخش جریان‌های ثانویه از ورود $(x = 0)$ تا خروج $(x = 0.5)$ تغییر می‌کند. شکل 2 بردارهای سرعت را در رینولدز 50 در دو سطح مقطع کانال نشان می‌دهد. دو حلقه جریان ثانویه در کانال ایجاد می‌شود. وجود جریان ثانویه یکی از دلایل بیشتر بودن عدد ناسلت در کانال‌های موجی‌شکل نسبت به کانال‌های تخت است.

شکل 3 خطوط جریان در رینولدز 200 را در مقطع $z = -0.5H$ نشان می‌دهد. به علت گرادیان فشار معکوس، جریان از دیواره پایینی جدا شده و بر دیواره بالایی به علت گرادیان فشار مطلوب مجدداً به سطح می‌پیوندد. به این

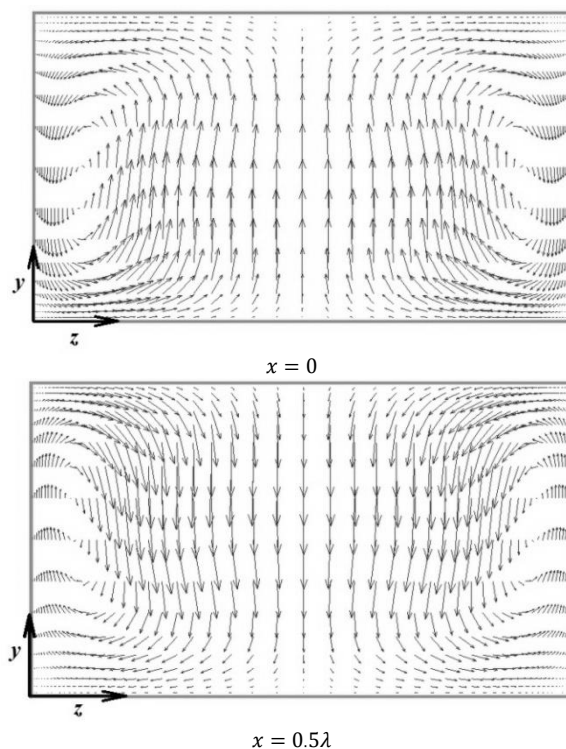


Fig. 2 Velocity vectors (v, w) in “yz” plane for $Re=50$ at inlet and outlet of the domain

شکل 2 بردارهای سرعت (v, w) برای رینولدز 50 در صفحه yz و مقاطع ورود و خروج

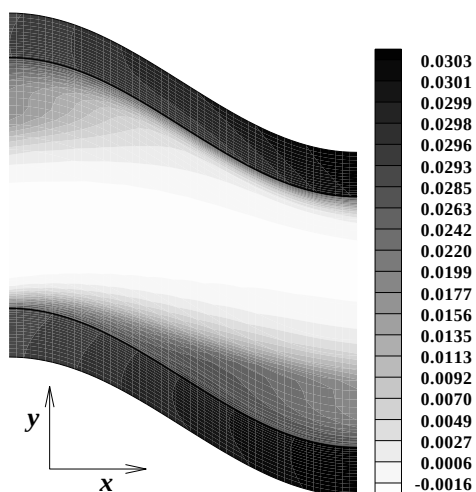


Fig. 4 Temperature contours in “xy” plane for $Re=200$ at $z = -0.5H$

شکل 4 خطوط همدمای در صفحه xy برای رینولدز 200 در مقطع $z = -0.5H$

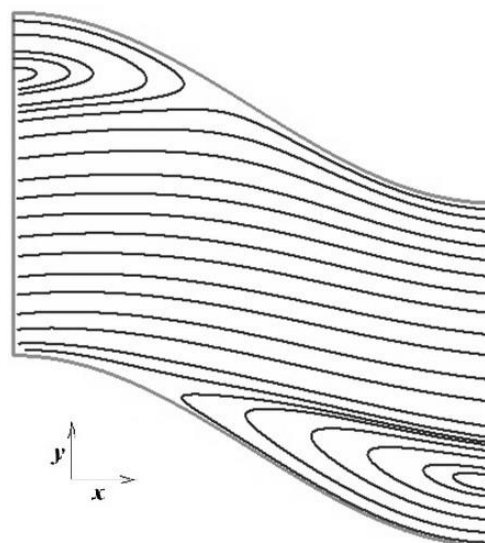


Fig. 3 Streamlines in “xy” plane for $Re=200$ at $z = -0.5H$

شکل 3 خطوط جریان در صفحه xy برای رینولدز 200 در مقطع $z = -0.5H$

کانال مستقیم به علت وجود مؤلفه عمودی سرعت در ورودی کانال، نانوذرات به سمت مرکز کانال فرستاده می‌شوند و غلظت در نزدیکی دیواره صفر است، غلظت در لایه‌ای نزدیک دیواره بیشتر از مقدار متوسط و در مرکز کانال توزیع یکنواختی دارد. اگرچه غلظت ذرات در نزدیکی دیواره تقریباً صفر است و در نزدیکی دیواره افزایش k_{nf} محسوسی نداریم، اما غلظت زیاد ذرات در لایه‌ای نزدیک دیواره و بیشتر بودن چگالی نانوذرات فلزی نسبت به سیال پایه باعث می‌شود که اینرسی حرکتی سیال در این ناحیه زیاد شود و گردان سرعت نزدیک دیواره افزایش یابد. این پدیده علت بیشتر بودن عدد ناسلت نانوسیال نسبت به سیال خالص می‌باشد.

در شکل 9 توزیع ذرات در صفحه xy برای دو نانوسیال مختلف با غلظت حجمی 2% نشان داده شده است. ملاحظه می‌شود که توزیع ذرات کاملاً تابع نیروی درگ بوده بطوریکه در نزدیکی محل جدایش جریان روی دیواره پایینی، غلظت ذرات به حداقل رسیده و در نزدیکی نقطه پیوستن مجدد جریان به بدنه روی دیواره بالایی، غلظت افزایش می‌یابد. چند مسیر دارای غلظت‌های کمتر و بیشتر از متوسط در شکل وجود دارد که نشان می‌دهد غلظت در هر مکان به جهت بردارهای سرعت در بالادست بستگی دارد.

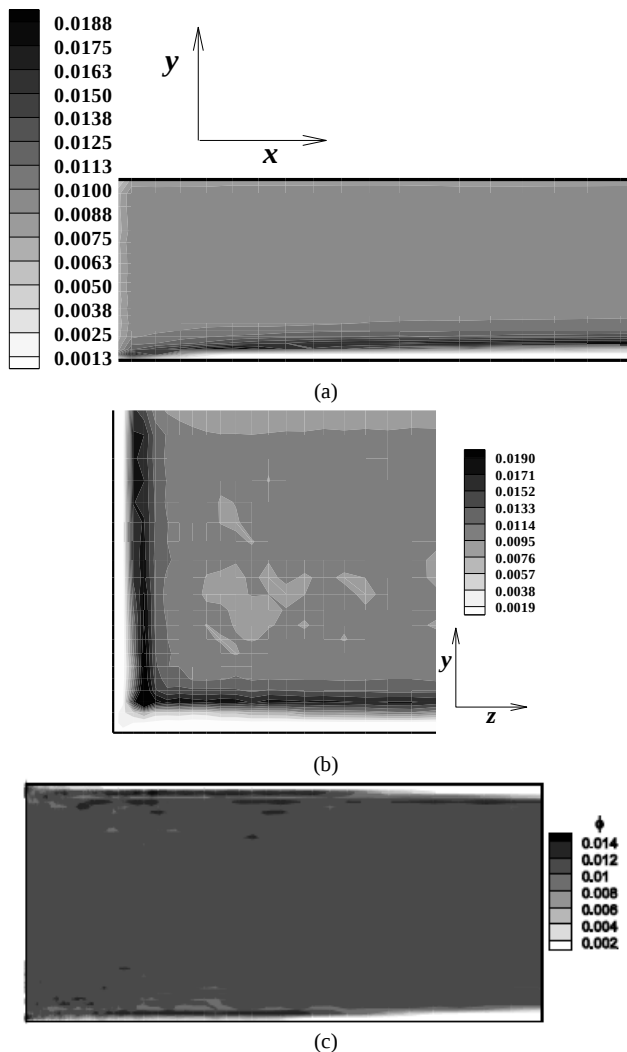


Fig. 8 Particles distribution in a direct channel (a) flow direction (b) cross sectional (c) by Mirzaei et. al. [6]

شکل 8 توزیع ذرات در یک کانال مستقیم (a) در راستای جریان (b) عمود بر جریان (c) توزیع ذرات در کار میرزائی و همکاران [10]

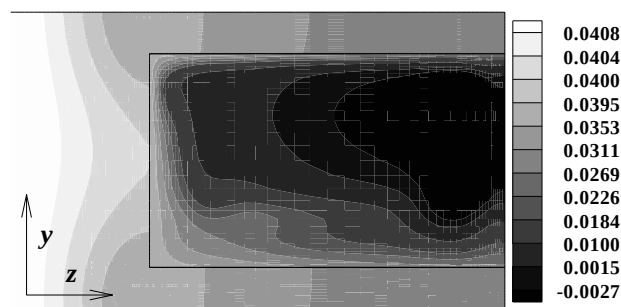


Fig. 5 Temperature contours in "xy" plane for $Re=200$ at outlet

شکل 5 خطوط همدم در صفحه xy برای رینولدز 200 در مقطع خروجی

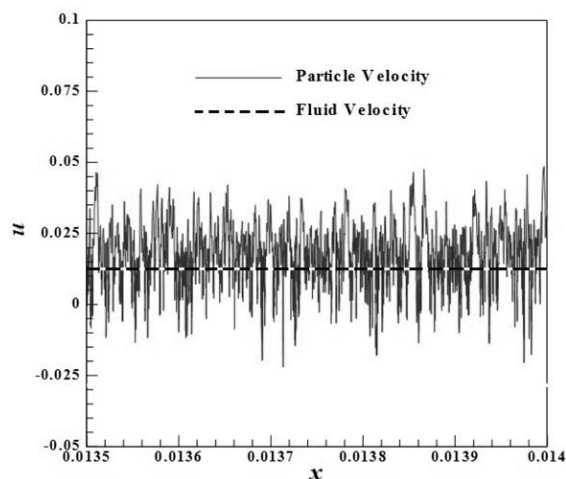


Fig. 6 Magnitude of u -component for a sample particle and its surrounding fluid

شکل 6 اندازه مؤلفه افقی سرعت برای یک ذره نمونه و سیال اطراف آن

درستی است.

شکل 7 دمای یک ذره به همراه دمای سیال اطراف آن را نشان می‌دهد. در این شکل نیز مشخص است که در بازه زمانی مشخص متوسط دمای ذره و سیال اطراف آن تقریباً با هم برابر هستند. این شکل نیز نشان می‌دهد که فرض برابری دمای ذره و سیال اطراف آن فرض درستی است. فرض سوم در روش همگن، توزیع همگن ذرات است. شکل 8 نحوه توزیع ذرات در ناحیه طول ورودی یک کانال مستقیم را نشان می‌دهد. در

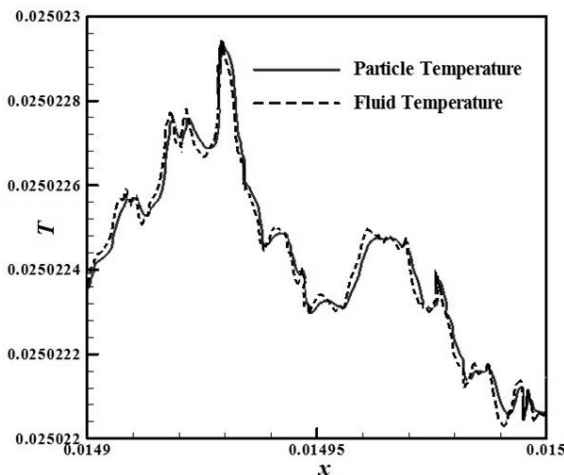


Fig. 7 Temperature of a sample particle and its surrounding fluid

شکل 7 دمای یک ذره نمونه و سیال اطراف آن

نیز نشان داده شده است. به این ترتیب ملاحظه می‌شود با اینکه نانوسیال اولیه تهیه شده در آزمایشگاه که به روش‌های مختلف تهیه می‌شوند همگن و یکنواخت است، اما حین حرکت در داخل کانال به علت نیروی درگ وارد شده بر ذره از طرف سیال و بیشتر بودن چگالی نانوذرات نسبت به سیال پایه، توزیع ذرات تحت تأثیر جهت سرعت سیال در بالادست ذره به صورت غیرهمگن خواهد بود.

همان‌طور که در شکل 9 مشخص است. غلظت ذرات در مجاورت دیواره بالایی بیشتر از غلظت ذرات در نزدیکی دیواره پایینی است. در نتیجه با توجه به رابطه (12) ضریب هدایت حرارتی نانوسیال در نزدیکی دیواره بالایی بیشتر از سایر نواحی است. در نتیجه می‌توان از رابطه (28) استنباط کرد که عدد ناسلت بر اساس دمای این دیواره مقدار بیشتری دارد. در شکل 11 توزیع ناسلت در مقطع $(z = -0.5H)$ بر روی دیواره پایینی برای حالتی که سیال آب خالص است و حالتی که سیال عامل نانوسیالات آب-اکسید آلومینیوم و آب-مس با غلظت دو درصد است، رسم شده است.

برای آب خالص، ناسلت محلی بر دیواره پایینی به علت جدایش جریان از یک مقداری شروع به کاهش می‌کند. سپس از میانه‌های کانال با شیب کم افزایش می‌یابد. بر دیواره بالایی به علت تشکیل مجدد لایه مرزی (نقطه تماس مجدد جریان با بدنه) ناسلت افزایش می‌یابد و در نواحی نزدیک خروجی به علت آماده شدن جریان برای جدایش در نیم پرپود بعدی شروع به کاهش می‌کند. برای نانوسیال نیز همین روند وجود دارد با این تفاوت که بجز

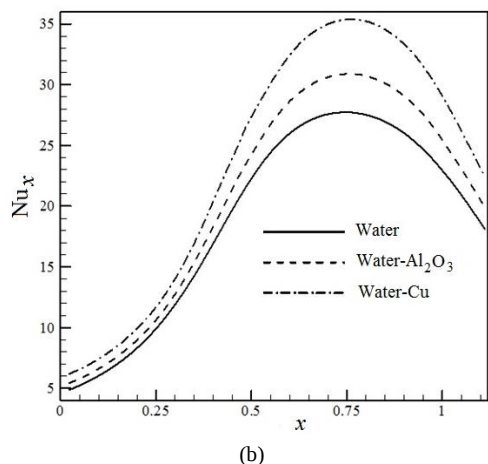
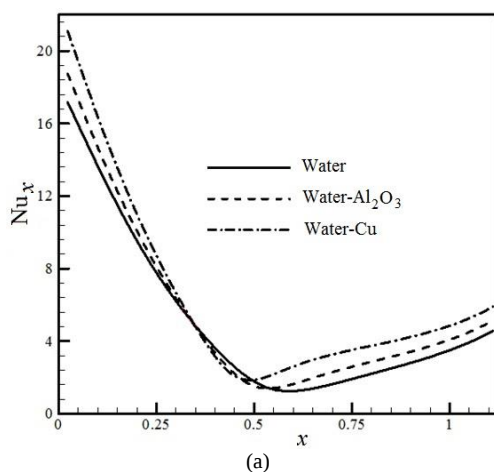
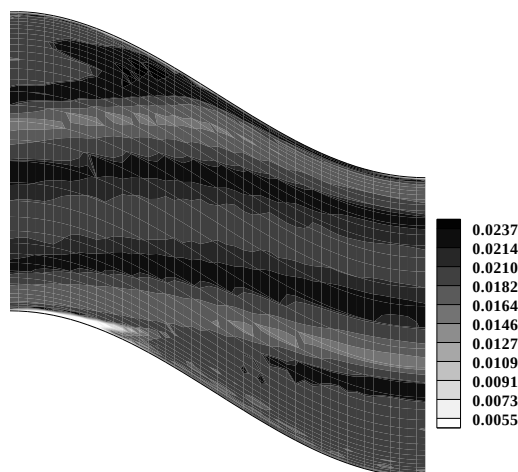


Fig. 11 Local Nusselt number on (a) lower wall (b) upper wall

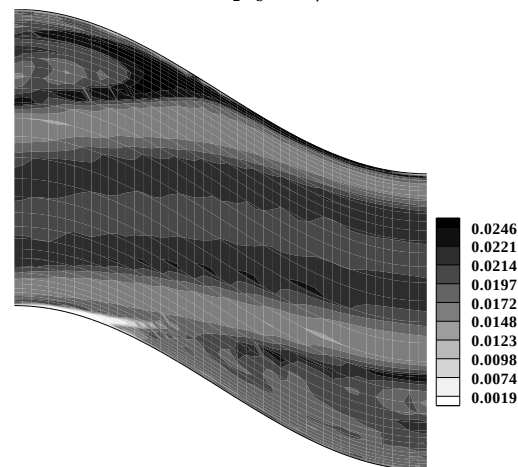
شکل 11 ناسلت محلی بر (a) دیواره پائین (b) دیواره بالا

بعنوان نمونه از آنجا که قبل از رسیدن جریان به قله (مرز پایین) جهت مؤلفه عمودی سرعت (v) به سمت بالا (+v) است لذا غلظت در مکان‌های با y کمتر از y ورودی، کمتر از غلظت متوسط است. در شکل 10 توزیع ذرات در مقطع خروجی رسم شده است. تقارن تقریبی توزیع غلظت ذرات در این شکل با توجه به تقارن هندسی مسئله قابل مشاهده است. در این شکل نیز توزیع غیر یکنواخت ذرات به علت تفاوت در جهت سرعت بالادست به چشم می‌خورد. این تحلیل برای کانال مستقیم در (شکل 8) نمود بیشتری دارد.

ناهمگن بودن توزیع ذرات در صفحه عمود بر جهت جریان در شکل 10



water - Al_2O_3 , $\phi = 0.02$



water - Cu, $\phi = 0.02$

Fig. 9 Particle distribution for $\text{Re}=200$ and $dp=100\text{nm}$ for two types of nanofluids

شکل 9 کانتور غلظت برای رینولدز 200 و قطر نانوذرات 100nm برای دو نوع نانوسیال مختلف

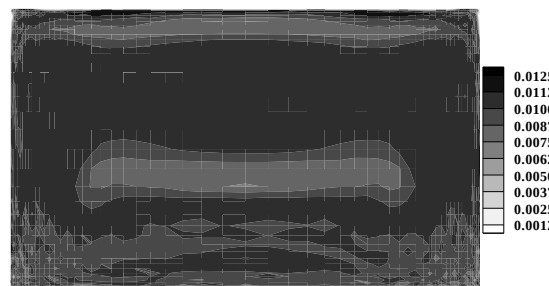


Fig. 10 Particle distribution for $\text{Re}=200$ at outlet for Cu nanoparticles

شکل 10 کانتور غلظت برای رینولدز 200 و در مقطع خروجی برای نانوذرات مس

چگالی بیشتر نسبت به سیال تحت تأثیر نیروی درگ دارای توزیع ناهگنی می‌باشند. این توزیع ناهمگن بر خواص ترموفیزیکی نانوسیال به‌صورت محلی تأثیر می‌گذارد. همچنین تأثیر این توزیع بر میدان‌های سرعت و دما باعث تفاوت در مقدار عدد ناسلت محاسبه شده از هر دو روش می‌شود. به این ترتیب چنانچه انتظار داشته باشیم که مدل‌های ارائه شده توسط محققان برای محاسبه خواص نانوسیال در محاسبات به نتایج واقعی نزدیک شود باید به جای غلظت حجمی متوسط از غلظت حجمی محلی در این روابط استفاده کرد.

6- فهرست علائم

a	دامنه موج (m)
d_p	قطر ذرات (m)
F_b	نیروی شناوری (N)
F_{br}	نیروی براونی (N)
F_D	نیروی درگ (N)
F_g	نیروی وزن (N)
F_L	نیروی بالابر سافمن (N)
F_p	نیروی گرادیان فشار (N)
F_T	نیروی ترموفورتیک (N)
H	ارتفاع کانال (m)
J	ژاکوبین
k	ضریب هدایت حرارت ($Wm^{-1}K^{-1}$)
Lx, Ly, Lz	ابعاد میکرو قطعه (m)
m	جرم (kg)
n	بردار یکه عمود بر سطح
Nu	عدد ناسلت
np	تعداد ذرات
p	فشار بی‌بعد
Pe	عدد پکلت
q''	شار حرارتی (Wm^{-2})
q	پارامترهای معادله (7)
Re	عدد رینولدز
S	عرض دهانه کانال (m)
t	ضخامت دیواره کانال (m)
T	دمای بی‌بعد
u, v, w	سرعت‌های بی‌بعد

علائم یونانی

ψ	مؤلفه عمومی سرعت بی‌بعد
ϕ	غلظت حجمی ذرات
λ	طول موج (m)
μ	ویسکوزیته (Pas)
ρ	چگالی (kgm^{-3})
τ	زمان (s)
ξ, η, ς	مؤلفه‌های دستگاه منحنی‌الخط
δV	حجم سلول اویلری (m^3)
بالانویس‌ها	
c	سرعت در دستگاه منحنی‌الخط

در ناحیه محدودی از محل جدایش جریان که غلظت نانوذرات در آن محل تقریباً صفر است، در سایر نواحی ناسلت نانوسیال بیشتر است. علت آن مربوط به تأثیر عدم حضور ذرات بر میدان‌های سرعت و دما در محل جدایش جریان از دیواره پایینی می‌باشد. بطوریکه به علت تفاوت در اینرسی نانوسیال و سیال پایه، برای آب خالص محل جدایش جریان در فاصله بی‌بعد $x=0.324$ و محل تماس مجدد جریان با بدنه بالایی در $x=0.46$ روی می‌دهد. در حالیکه برای نانوذرات اکسید آلومینیوم محل جدایش در $x=0.3$ و محل تماس مجدد در $x=0.486$ اتفاق می‌افتد. همین محل‌ها برای نانوذرات مس به ترتیب برابر با $x=0.27$ و $x=0.5$ است. در نتیجه استفاده از نانوذرات باعث افزایش اندازه گردابه می‌شود و اندازه گردابه برای نانوذرات مس از اندازه گردابه برای نانوذرات اکسید آلومینیوم بیشتر است. در نتیجه تغییر یافتن محل جدایش جریان باعث می‌شود در یک ناحیه‌ای نزدیک به محل‌های جدایش جریان مقدار عدد ناسلت محلی برای نانوسیال کمتر از سیال پایه شود. بر دیواره بالایی عدد ناسلت نانوسیال در تمام مقاطع از ناسلت آب خالص بیشتر است. در نقطه تماس مجدد سیال با بدنه به علت بالا بودن غلظت نانوذرات در این نواحی ناسلت نانوسیال افزایش چشمگیرتری نسبت به سایر نواحی دارد.

در کار حاضر عدد ناسلت برای نانوسیال آب-مس در غلظت حجمی 2% و قطر 100nm در روش یک‌فازی برابر با 10.4 و در روش دوفازی برابر با 12.55 (در حدود 20% بیشتر) است. لازم به ذکر است با استفاده از روابط ارائه شده برای محاسبه خواص ترموفیزیکی نانوسیال در مراجع [5-1] می‌توان از روش همگن نیز به نتایج نزدیک به نتایج تجربی رسید، به شرطی که مقدار غلظت حجمی در این روابط را از مقدار محلی آن مقداردهی کرد. با اینکه فرضیاتی وجود دارد که دلیل خطای نتایج روش همگن را عدم توجه به نیروهای ماند براونی می‌دانند اما بونجورنو [23] با مقایسه بزرگی نیروهای وارد بر ذره دلیل اختلاف نتایج را نه نیروی براونی بلکه نیروی درگ و تأثیر آن بر توزیع ذرات می‌داند. به عبارتی، یکی از دلایل تفاوت نتایج یک‌فازی و تجربی قرار دادن مقدار متوسط غلظت حجمی در روابط مربوط به محاسبه خواص ترموفیزیکی است. در حالیکه در روش اویلری-لاگرانژی توزیع غلظت خود از نتایج حل مسأله است. با این حال توزیع غلظت ناهمگن تنها دلیل تفاوت نتایج یک‌فازی و دوفازی نیست بلکه دلایل آنرا می‌توان به‌صورت زیر خلاصه کرد:

1- توزیع ناهمگن ذرات؛

2- تأثیر این توزیع ناهمگن بر میدان‌های سرعت و دما؛

3- تأثیر این توزیع بر ضریب هدایت حرارتی محلی.

5- نتیجه‌گیری

مسأله انتقال حرارت مزدوج نانوسیال در ناحیه تناوبی یک میکروکانال موجی‌شکل به روش عددی با استفاده از مدل‌های یک‌فازی به روش همگن و دوفازی به روش اویلری-لاگرانژی حل شده است. دو نوع نانوسیال شامل آب-اکسید آلومینیوم و آب-مس بررسی شده و قطر نانوذرات 100 نانومتر و غلظت حجمی آنها تا 2% متغیر می‌باشد. از روش سیمپل برای حل سیال و از روش رنگ-کوتای مرتبه چهار برای حل ذرات استفاده شده است. با توجه به تعداد زیاد ذرات از روش‌های پردازش موازی استفاده شده و برنامه توسط یک ابرکامپیوتر با بیش از 1400 هسته اجرا شده است. مقایسه نتایج روش اویلری-لاگرانژی و همگن نشان می‌دهد که دلیل تفاوت نتایج همگن با تجربی به فرض تقریبی توزیع همگن ذرات برمی‌گردد. با اینکه نانوسیال تهیه شده معمولاً همگن است اما نتایج نشان می‌دهد که ذرات به علت داشتن

7-تشریح و قدردانی

نویسندگان از وزارت علوم، تحقیقات و فناوری بابت حمایت مالی جهت انجام این پروژه و نیز از پروفسور ینس هارتینگ و دانشکده فیزیک کاربردی دانشگاه صنعتی آیندهون TU/e بابت حمایت مالی از نویسنده مسئول و در اختیار گذاشتن ابرکامپیوتر آن دانشکده کمال تشکر را دارند.

8-مراجع

- laminar developing flow of nanofluids in a Microchannel Based On Eulerian-Lagrangian Approach, *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, Vol. 92, No. 6, pp. 1139-1149, 2014.
- [11] V. Bianco, F. Chiacchio, O. Manca, S. Nardini, Numerical investigation of nanofluids forced convection in circular tubes, *Applied Thermal Engineering*, Vol. 29, No. 17-18, pp. 3632-3642, 2009.
- [12] D. Wen, L. Zhang, Y. He, Flow and migration of nanoparticle in a single channel, *Heat and Mass Transfer*, Vol. 45, No. 8, pp. 1061-1067, 2009.
- [13] Y. He, Y. Men, Y. Zhao, H. Lu, Y. Ding, Numerical investigation into the convective heat transfer of TiO_2 Nanofluids flowing through a straight tube under the laminar flow conditions, *Applied Thermal Engineering*, Vol. 29, No. 10, pp. 1965-1972, 2009.
- [14] F. O. Tolentino, R. R. Mendez, H. Guerrero, B. G. Palomares, Experimental study of fluid flow in the entrance of a sinusoidal channel, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 29, No. 5, pp. 1233-1239, 2008.
- [15] J. Rostami, A. Abbassi, M. Saffar-Avval, Optimization of conjugate heat transfer in wavy walls microchannels, *Applied Thermal Engineering*, Vol. 82, pp. 318-328, 2015.
- [16] S. Goktepe, K. Atalik, H. Erturk, Comparison of single and two-phase models for nanofluid convection at the entrance of a uniformly heated tube, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 80, pp. 83-92, 2014.
- [17] I. Behroyan, P. Ganesan, S. He, S. Sivasankaran, Turbulent forced convection of Cu-water nanofluid: CFD model comparison, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 67, pp. 163-172, 2015.
- [18] M. Raisee, *Computation of Flow and Heat Transfer Through Two- and Three-Dimensional Rib-Roughed Passages*, PhD Thesis, Department of Mechanical Engineering, University of Manchester (UMIST), 1999.
- [19] M. Kalteh, A. Abbassi, M. Saffar-Avval, J. Harting, Eulerian-Eulerian two-phase numerical simulation of nanofluid lamina forced convection in a microchannel, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 32, No. 1, pp. 107-116, 2011.
- [20] S. V. Patankar, D. B. Spalding, A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 15, No. 10, pp. 1787-1806, 1972.
- [21] D. B. Spalding, A novel finite difference formulation for differential expressions involving both first and second derivatives, *Journal of Numerical Methods for Engineering*, Vol. 4, No. 4, pp. 551-559, 1972.
- [22] C. M. Rhie, W. L. Chow, Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation, *AIAA Journal*, Vol. 21, No. 11, pp. 1525-1535, 1983.
- [23] J. Buongiorno, Convective transport in nanofluids, *Journal of Heat Transfer*, Vol. 128, No. 3, pp. 240-250, 2006.
- [1] S. E. B. Maiga, C. T. Nguyen, N. Galanis, G. Roy, T. Mare, M. Coqueux, Heat transfer enhancement in turbulent tube flow using Al_2O_3 nanoparticle suspension, *International Journal of Numerical Method for Heat and Fluid Flow*, Vol. 16, No. 3, pp. 275-292, 2006.
- [2] H. Patel, T. Sundararajan, T. Pradeep, A. Dasgupta, N. Dasgupta, S. K. Das, A micro-convection model for thermal conductivity of nanofluids, *Journal of Physics*, Vol. 65, No. 5, pp. 863-869, 2005.
- [3] H. C. Brinkman, The viscosity of concentrated suspension and solution, *the Journal of Chemical Physics*, Vol. 20, No. 4, pp. 571-581, 1952.
- [4] C. Chon, K. Kihm, S. Lee, S. Choi, Empirical correlation finding the role of temperature and particle size for nanofluid Al_2O_3 thermal conductivity enhancement, *Applied Physics Letter*, Vol. 87, No. 15, ID:153107, 3 pages, 2005.
- [5] M. Corcione, Empirical Correlating equations for predicting the effective thermal conductivity and dynamic viscosity of nanofluids, *Energy Conversion and Management*, Vol. 52, pp. 789-793, 2011.
- [6] A. Behzadmehr, M. Saffar-Avval, N. Galanis, Prediction of turbulent forced convection of a nanofluid in a tube with uniform heat flux using a two phase approach, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 28, No. 2, pp. 211-219, 2007.
- [7] N. Masoumi, N. Sohrabi, A. Behzadmehr, A new model for calculating the effective viscosity of nanofluids, *Journal of Physics (D: Applied Physics)*, Vol. 42, No. 5, pp. 55501-55506, 2009.
- [8] M. Akbari, N. Galanis, A. Behzadmehr, Comparative analysis of single and two-phase models for CFD studies of nanofluid heat transfer, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 50, No. 8, pp. 1343-1354, 2011.
- [9] J. Rostami, A. Abbassi, Conjugate heat transfer in a wavy microchannel using nanofluid by two-phase Eulerian-Lagrangian method, *Advanced Powder Technology*, Vol. 27, No. 1, pp. 9-18, 2016.
- [10] M. Mirzaei, M. Saffar-Avval, H. Naderan, Heat transfer investigation of