مجله مهندسی مکانیک مدرس، خرداد 1397، دوره 18، شماره 03، ص‌ص 271-281

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

بررسی عددی اثر خواص ویسکوالاستیک سیال فوق همرفتی ماکسول بر ناپایداری سافمن-تیلور امتزاج ناپذیر

عالیه عباسی یزدی[1]، محمود نوروزی[2*]

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود

* شاهرود، صندوق پستی، 3619995161، mnorouzi@shahroodut.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 23 آذر 1396

پذیرش: 10 بهمن 1396

ارائه در سایت: 10 اسفند 1396

کلید واژگان:

ناپایداری سافمن-تیلور

جابه‌جایی مخلوط‌نشدنی

سیال ویسکوالاستیک

انگشتی لزج

مدل فوق‌همرفتی ماکسول

چکیده

در این مقاله، ناپایداری سافمن-تیلور درجابه‌جایی مخلوط‌نشدنی ویسکوالاستیک-نیوتنی در یک سلول هل-شاو، برای اولین بار به صورت عددی مورد بررسی قرار گرفته است. در شبیه‌سازی عددی از روش حجم سیال (VOF) برای پیش‌بینی تغییر شکل دو فاز استفاده شده است. سیال ویسکولاستیک با ویسکوزیته‌ی کمتر به عنوان فاز جابه‌جا کننده و سیال نیوتنی با ویسکوزیته‌ی بیش‌تر به عنوان فاز جابه‌جا شونده در نظر گرفته شده و معادله ساختاری فوق‌همرفتی ماکسول برای شبیه‌سازی سیال ویسکوالاستیک به کار رفته است. در این تحقیق اثر پارامترهای بی‌بعد شامل، نسبت تحرک، عدد الاستیسیته و عدد مویینگی در ناپایداری سافمن-تیلور مطالعه شده و در این راستا از کانتورهای فاز و نمودار بازده جاروبی استفاده شده است. نتایج نشان می‌دهد، افزایش عدد مویینگی و عدد الاستیسیته و همچنین کاهش نسبت تحرک باعث پایدارتر شدن جریان می‌شود. همچنین می‌توان یافت، تغییرات پارامترهای مورد نظر اثری چشم‌گیر روی کانتورهای فاز و مکانیزم‌های موجود در پدیده‌ی انگشتی لزج دارد. نتایج این تحقیق می‌تواند در فرایند ازدیاد برداشت نفت، برای استفاده در روش های تزریق مایعات پلیمری بسیار موثر باشد. به عنوان یک نتیجه اصلی در این پژوهش مشاهده می‌شود، خاصیت الاستیک در سیال ویسکوالاستیک جابه‌جا کننده، در حضور نیروهای مویینگی اثری پایدارکننده روی جریان ناپایداری سافمن-تیلور دارد.

A numerical study on the effects of viscoelastic properties of upper convected Maxwell fluid on immiscible Saffman-Taylor instability

Alie Abbasi-Yazdi, Mahmood Norouzi*

Mechanical Engineering Department, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran.

* P.O.B. 3619995161, Shahrood, Iran, mnorouzi@shahroodut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 14 December 2017

Accepted 30 January 2018

Available Online 01 March 2018

Keywords:

Saffman-Taylor instability

Immiscible displacement

Viscous fingering

Viscoelastic fluid

Upper convected Maxwell model

ABSTRACT

In this paper, Saffman-Taylor instability of an immiscible displacement in a Hell-Shaw cell is studied numerically for the first time. The VOF method is used for two phases flow simulation. Viscoelastic fluid with less viscosity is considered as the displacing fluid and Newtonian fluid with high viscosity is used as the displaced fluid. The upper convected Maxwell constitutive equation is applied to simulate the viscoelastic fluid. In this research, the effects of dimensionless parameters consisting of the mobility ratio, elasticity number and capillary number are studied and the sweep efficiency diagram is depicted. The results show that, increasing the elasticity number and capillary number, and decreasing the mobility ratio can stabilize the flow. It is also found that, changing these parameters has a significant effect on the phase contours and mechanisms of viscous fingering patterns. The results of this numerical study could be helpful for enhanced oil recovery process, especially in polymer flooding technique. As a main consequence, it is concluded that, the elastic properties of displacing viscoelastic fluid in the presence of capillary forces has a stabilizing effect on the flow instability.

1- مقدمه

ناپایداری سافمن تیلور یا انگشتی لزج یک ناپایداری هیدرولیکی در سیالات است که در محیط‌های متخلخل و یا سلول هل-شاو[1] اتفاق می‌افتد. هنگامی-که یک سیال با ویسکوزیته کمتر سیالی با ویسکوزیته بیش‌تر را در محیط-های ذکر شده جابه‌جا می‌کند الگوهایی شبیه به انگشت در مرزمشترک دو سیال اتفاق می افتد که این پدیده انگشتی لزج نامیده می‌شود. این الگوها تغییر شکل و پیشروی تصادفی دارند و از الگوهای منظمی پیروی نمی‌کنند.

ناپایداری انگشتی لزج در دهه‌های گذشته به صورت آزمایشگاهی و عددی مورد بررسی قرار گرفته است. هیل [1] اولین کسی بود که این نوع ناپایداری سطح مشترک را مورد توجه قرار داد. سافمن و تیلور توانستند به طور اصولی این پدیده را بررسی کنند [3,2]. نتایج مطالعات آن‌ها بسیار بنیادی بود ازاین‌رو امروزه این ناپایداری، به‌عنوان ناپایداری سافمن-تیلور شناخته می‌شود.

توجه برجسته ای به ناپایداری انگشتی لزج به‌عنوان فاکتوری در بازیابی

[1] Hele-Shaw cell

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:

A. Abbasi-Yazdi, M. Norouzi, A numerical study on the effects of viscoelastic properties of upper convected Maxwell fluid on immiscible Saffman-Taylor instability, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 18, No. 03, pp. 271-281, 2018 (in Persian)

نفت خام معطوف شده‌است [4]. در مرحله اولیه برداشت نفت خام، تنها درصد کمی از نفت برداشت می‌شود به همین دلیل به منظور استخراج نفت باقی-مانده در مراحل ازدیاد برداشت نفت[1] ، سیال دیگری مانند آب به مخزن تزریق شده تا نفت باقی‌مانده استخراج شود.

در این روش به دلیل کمتر بودن لزجت آب نسبت به نفت موجود در مخزن، ناپایداری انگشتی لزج اتفاق می‌افتد و باعث کاهش میزان مطلوبیت استخراج می‌شود. برای افزایش بهره‌وری در این روش، تزریق محلول‌های پلیمری به مخازن به عنوان ابزاری کارآمد مورد توجه قرار گرفته است [5]. از دیگر کاربردهای مهم این ناپایداری می‌توان به فرایندهای تکنولوژیکی شامل فرایند جداسازی و کروماتوگرافی [6]، فیلتراسیون و حذف مواد آلاینده از بسترهای آب زیرزمینی اشاره کرد [7]. باتوجه به کاربرد وسیع ناپایداری سافمن-تیلور، جنبه‌های مختلف این ناپایداری مورد بررسی قرارگرفته است. جمع‌بندی کاملی از این مطالعات تا سال 1987 در یک مقاله مروری توسط هومسی [8] ارائه شده است.

ناپایداری سافمن تیلور هم در جابه‌جایی‌های مخلوط‌شدنی و هم مخلوط‌نشدنی قابل مشاهده است. در جابه‌جایی مخلوط‌شدنی تنها اختلاف ویسکوزیته که ناشی از اختلاف غلظت دو سیال می‌باشد در ایجاد انگشتی‌ها نقش دارد. در جابه‌جایی مخلوط‌نشدنی علاوه بر اختلاف ویسکوزیته، کشش سطحی مرز مشترک نیز نقش بسزایی در الگوهای انگشتی دارد. باتوجه به‌این که این ناپایداری در زمینه‌های کاربردی مانند استخراج نفت در مراحل ثانویه نیز دارای کشش سطحی می‌باشد (بین نفت و سیال تزریقی)، اهمیت نیرو های مویینگی در این ناپایداری حائز اهمیت است. ازاین‌رو در مطالعه حاضر نیز برای اولین‌بار تاثیر کشش سطحی و نیروهای مویینگی در جابه‌جایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین در این مطالعه از سلول هل-شاو مستطیلی استفاده شده است. خواص محیط در هندسه‌ی سلول هل-شاو با محیط متخلخل دو بعدی متشابه است.

مسأله انگشتی لزج در سیستم‌های مخلوط نشدنی یکی از سخت‌ترین مسائل در حیطه‌ی جریان در محیط متخلخل است. مطالعات پیشین نشان دادند که معادلات حاکم بر سلول هل-شاو برای دو فاز مخلوط ناپذیر نیز حاکم است. با توجه به اینکه فیلم مایع جابه‌جا کننده روی صفحات با ضخامت ثابت جریان دارد، اما ویسکوزیته‌ها و چگالی‌های موثر در آن همان طور که به نسبت ضخامت وابسته است به نسبت خواص نیز وابسته است.

در چند دهه‌ی اخیر بررسی ناپایداری سافمن-تیلور در حضور سیالات نیوتنی حجم وسیعی از مطالعات را به خود اختصاص داده است و مطالعه این پدیده در حضور سیالات غیرنیوتنی کمتر بررسی شده است. در بررسی ناپایداری انگشتی لزج در سیالات غیرنیوتنی الگوهای انگشتی متفاوت و پیچیده‌تری نسبت به حالت نیوتنی مشاهده می‌شود.

اولین مطالعات آزمایشگاهی انگشتی لزج در جریان غیرنیوتنی توسط مارشال و همکاران [9] گزارش شد. آلن و باگر [10] یک مطالعه آزمایشگاهی برای سه نوع از سیالات: سیال نیوتنی، سیال باریک‌شونده و سیال کاملاً الاستیک، در یک سلول هل-شاو فراهم کردند. این آزمایش نشان داد که خواص رئولوژیکی اثر چشم‌گیری روی الگوهای انگشتی و پروفیل بازده جاروبی دارد. پس از آن بن و همکاران [11] اثر ضخامت انگشتی‌ها را تحت تابعی از سرعت پیش‌روی نوک انگشتی‌ها در جابجایی مخلوط‌نشدنی مورد مطالعه قرار دادند. در این مطالعه نقش لزجت و کشش سطحی بر ناپایداری انگشتی بررسی شد. آن‌ها با استفاده از مواد پلیمری و سورفکتانت[2] به بررسی تفاوت‌های ناشی از استفاده‌ی این مواد پرداختند. در این آزمایش مشاهده شد که در سرعت‌های کم، انگشتی‌هایی باریک و نوک‌تیز به وجود می‌آید در حالی که در سرعت‌های بالاتر انگشتی‌هایی پهن‌تر قابل مشاهده هستند. از جمله مطالعات دیگری که به صورت آزمایشگاهی روی انگشتی لزج در سیال غیرنیوتنی متمرکز شده است می‌توان به مطالعه پربار لیندر و همکاران [12] اشاره نمود. آن‌ها آزمایشی به منظور بررسی اثر خواص مختلف سیالات غیرنیوتنی روی ناپایداری انگشتی لزج فراهم کردند. در این آزمایش انگشتی لزج در محلول‌های رقیق و نیمه رقیق پلیمری که توسط هوا جابه‌جا می‌شود بررسی شده است. نتایج نشان داد که برای محلول‌هایی با غلظت پلیمری بالا اثرات غیرنیوتنی بیشتر از محلول‌هایی با غلظت پایین حائز اهمیت است. برای محلول‌های باریک‌شونده انگشتی های باریک‌تری نسبت به حالت نیوتنی مشاهده شده است، برخلاف نتایج پلیمرهای الاستیک که باعث تشکیل انگشتی‌های عریض‌تری نسبت به حالت نیوتنی می‌شود. اخیراً نیز، مالهوترا و شرما [13] با استفاده از سیال باگر به مطالعه‌ی کیفی اثرات الاستیک بر سیال جابه‌جاشونده پرداختند. در این آزمایش مشاهده شد که حضور اثرات الاستیک باعث تغییر الگوی انگشتی‌ها می‌شود و همچنین تعداد انگشتی‌ها در مقایسه با نوع نیوتنی خود، بیشتر می‌شود.

مطالعات عددی انجام شده در زمینه‌ی سیالات غیرنیوتنی در مقایسه با سیالات نیوتنی به مراتب کمتر است. اولین بار جابه‌جایی سیالات پلیمری به وسیله‌ی آب در یک سلول هل-شاو توسط نیتمن و همکاران[14] ارائه گردید. نتایج این تحقیق برای ضخامت های مختلف سلول هل-شاو و غلظت-های مختلف پلیمری فراهم شد و درنهایت با نتایج نیوتنی مقایسه گردید. در ادامه ویلسون [15] به تحلیل جریان‌های الاستیک و باریک‌شونده در یک سلول مستقیم الخط هل- شاو پرداخت. او دریافت که تنها الاستیسیته‌ی سیال مسئول ایجاد الگوهای انگشتی جدید است و خاصیت باریک‌شوندگی تاثیری روی پدیده‌ی انگشتی لزج ندارد. صادقی و همکاران [16] اثر رفتار سیال تیکسوتروپیک را روی پدیده‌ی انگشتی لزج در یک سلول هل-شاو مستطیلی بررسی نمودند. در این تحقیق فرض شد که یک سیال نیوتنی یک سیال تیکسوتروپیک را در یک جریان مخلوط‌شدنی جابه‌جا می‌کند. نتایج نشان داد که شکل انگشتی‌ها تحت تاثیر رفتار تیکسوتروپیک سیال جابه‌جا شده است. همچنین نوروزی و شوقی [17]، ناپایداری انگشتی لزج را در جابه‌جایی مخلوط‌شدنی سیال کاریو-یاسودا در یک محیط متخلخل ناهمسانگرد، با استفاده از تحلیل خطی و شبیه سازی غیرخطی مورد مطالعه قرار دادند. آنها در شبیه‌سازی غیرخطی، از روش طیفی وتبدیلات هارتلی استفاده کردند. در این تحقیق تأثیرات ناهمسانگردی‌های تانسورهای نفوذپذیری و پراکندگی و نیز تأثیر پارامترهای رئولوژیکی حاکم بر مدل کاریو- یاسودا و تفاوت آن با حالت نیوتنی، در حالت‌های متفاوتی از ناپایداری انگشتی مورد بررسی قرارگرفت. تاثیر سیال ویسکوالاستیک بر روی ناپایداری انگشتی لزج در جابه-جایی مخلوط شدنی در دو مطالعه‌ی عددی توسط کیهانی و همکاران [19,18] مورد بررسی قرار گرفته است. جریان مورد بررسی در این مطالعه مخلوط‌پذیر است و تنها عامل ناپایداری در جریان مخلوط‌پذیر، اختلاف ویسکوزیته است که ناشی از اختلاف غلظت دو سیال است. دراین دو تحقیق از روش تحلیل پایداری خطی و همچنین شبیه‌سازی غیرخطی با استفاده از

[1] Enhanced Oil Recovery

[2] Surfactant

روش طیفی و تبدیلات هارتلی استفاده شده است. در یکی از مطالعات سیال ویسکوالاستیک با استفاده از معادله ساختاری کریمینال-اریکسون-فیلیپی و در تحقیق دیگر توسط مدل شبه‌خطی اولدروید شبیه‌سازی شده است. نتایج این تحقیقات نشان داد که الاستیسیته اثر چشم‌گیری در کاهش ناپایداری انگشتی لزج دارد و همچنین افزایش عدد بی‌بعد وایزنبرگ باعث پایدارتر شدن جریان می‌شود.

مطالعه‌ی پدیده‌ی انگشتی لزج در سیال ویسکوالاستیک در جابه‌جایی مخلوط نشدنی تاکنون مورد بررسی قرار نگرفته است. از این رو در پژوهش حاضر، برای اولین بار تاثیر سیالات ویسکوالاستیک روی پدیده‌ی انگشتی لزج در حالتی که دوسیال غیر قابل اختلاط هستند بررسی می‌شود. به این منظور جابه‌جایی سیال نیوتنی با لزجت بیش‌تر توسط سیال ویسکوالاستیک با لزجت کمتر در یک سلول هل-شاو فراهم شده است. برطبق شکل 1 هندسه‌ی مساله یک سلول مستطیلی با طول L و عرض W و ضخامت بسیار کوچک b است. در مطالعه‌ی حاضر از روش حجم سیال (VOF) جهت تعیین سطح مشترک میان دو فاز سیال استفاده شده است. همچنین مدل فوق‌همرفتی ماکسول برای شبیه سازی سیال ویسکوالاستیک به کار گرفته شده است. بررسی اثر رفتار رئولوژیکی سیال ویسکوالاستیک روی ناپایداری انگشتی لزج در حضور نیروهای موبینگی نوآوری اصلی این تحقیق است. در این تحقیق اثر عدد موبینگی، عدد الاستیسیته و نسبت تحرک روی الگوهای ناپایداری با جزئیات بررسی شده است.

2- فرمول‌بندی مساله

2-1- معادلات حاکم

در تحقیق حاضر جابه‌جایی جریان دو سیال تراکم ناپذیر مخلوط‌نشدنی در یک سلول هل-شاو در مقیاس ماکروسکپیک در نظر گرفته شده است. فاز 1 سیال جابجاکننده است، با لزجت کمتر که با سرعت ثابت U تزریق می‌شود و سیال فاز 2 با لزجت بیشتر را جابه‌جا می‌کند. باتوجه به اینکه جریان مورد نظر آرام، تراکم ناپذیر و هم‌دما در نظر گرفته شده و از نیروی گرانش صرف نظر شده است معادلات حاکم برای سیال ویسکوالاستیک را می‌توان به صورت معادلات (1) و (2) نوشت:

$$\nabla \cdot u = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho uu) = -\nabla p + \nabla \cdot \tau \tag{2}$$

معادلات (1) و (2) به‌ترتیب بیان‌گر قانون بقای جرم و معادله‌ی مومنتوم در این مساله هستند که در آن u بردار سرعت، p فشار، t زمان، ρ چگالی و τ_p تانسور تنش پلیمری را توصیف می‌کند.

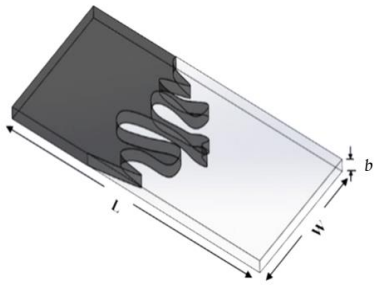

Fig. 1 the schematic shape of Hele-Shaw cell in current study

شکل 1 تصویر الگووار از سلول هل-شاو به کار رفته در این مطالعه

2-2- معادلات ساختاری

معادله ساختاری معادله‌ای است که روابط بین تنش و برش یک ماده را مشخص می‌کند. به دلیل رفتار پیچیده و جالب سیالات ویسکوالاستیک معادلات ساختاری بسیاری برای بیان روابط این سیالات پیشنهاد شده است. مدل‌های ویسکوالاستیک بر پایه‌ی تلفیق خواص جامد خطی و سیال نیوتنی بنا شده‌اند. یکی از اولین و معروف‌ترین مدل‌های ویسکوالاستیک مدل ماکسول است[20]. در این مدل قانون پایه براساس یک فنر و دمپر سری تعریف می‌شود. توزیع تنش پلیمری مدل فوق‌همرفتی ماکسول به صورت معادله‌ی (3) قابل بیان است:

$$\tau + \lambda \dot{\tau} = 2\eta D \tag{3}$$

در این رابطه η لزجت سیال ویسکوالاستیک است و D تانسور نرخ تغییرشکل بوده و به شکل معادله (4) تعریف می‌شود:

$$D = \frac{1}{2}(\nabla u + (\nabla u)^{\mathrm{T}}) \tag{4}$$

همچنین λ زمان رهایی از تنش است که به صورت نسبت لزجت سیال پلیمری η به مدول صلبیت (مدول برشی) G تعریف می‌شود:

$$\lambda = \frac{\eta}{G} \tag{5}$$

در معادله (3)، $\dot{\tau}$ مشتق همرفتی توزیع تنش پلیمری است که از رابطه (6) قابل محاسبه است.

$$\dot{\tau} = \frac{\partial \tau}{\partial t} + u \cdot \nabla \tau - \{\nabla u \cdot \tau + \tau \cdot \nabla u^{\mathrm{T}}\} \tag{6}$$

در این مدل اگر مقدار زمان رهایی از تنش به صفر میل کند از ترم مشتق صرف نظر شده و معادله ساختاری سیال نیوتنی پدیدار می‌شود.

2-3- بی‌بعد سازی

متغیرها وپارامترهای بدون بعد به کار رفته در این تحقیق عبارت‌اند از:

$$t^* = \frac{\mathrm{U}}{2\mathrm{b}} t \qquad u^* = \frac{u}{U} \qquad p^* = \frac{2b}{\eta_1 U} p$$

$$\nabla^* = 2b\nabla \qquad \mathrm{Re} = \frac{2\rho b U}{\eta_1} \qquad \tau^* = \frac{2b}{\eta_1 U} \tau$$

$$\dot{\tau}^* = \frac{4b^2}{\eta U^2} \tau \qquad D^* = \frac{2b}{U} D \qquad \mathrm{Wi} = \lambda \frac{U}{2b}$$

$$\mathrm{En} = \frac{\eta_1 \lambda}{4\rho b^2} \qquad \mathrm{Ca} = \frac{\eta_1 U}{\sigma} \qquad \mathrm{R} = \ln \frac{\eta_2}{\eta_1} \tag{7}$$

در رابطه‌ی بالا η_1 و η_2 به ترتیب نمایانگر ویسکوزیته‌ی سیال ویسکوالاستیک و سیال نیوتنی هستند. Re عدد رینولدز[1]، R نسبت تحرک[2]، Ca عدد موبینگی[3] و σ کشش سطحی بین دو سیال را نشان می‌دهد. همچنین En عدد الاستیسیته[4]، λ زمان رهایی از تنش، Wi عدد وایزنبرگ[5] و D تانسور تغییر شکل می‌باشد.

در اینجا قطر هیدرولیکی سلول هل-شاو $2b$ به‌عنوان مقیاس طول و سرعت ورودی U به عنوان مقیاس سرعت در نظر گرفته شده است.

باتوجه به پارامترهای فراهم شده در معادله (7) فرم بی‌بعد معادلات به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$\nabla^* \cdot u^* = 0 \tag{8}$$

[1] Reynolds number
[2] Mobility ratio
[3] Capillary number
[4] Elasticity number
[5] Weissenberg number

$$\frac{\partial u^*}{\partial t^*} + \nabla^* \cdot (u^* u^*) = \frac{1}{\mathrm{Re}}(-\nabla^* p^* + \nabla^* \cdot \tau^*) \quad (9)$$

$$\tau^* + \mathrm{Wi}\dot{\tau}^* = 2D^* \quad (10)$$

3- روش عددی

مطالعه جریان‌های چندفازی موضوع بسیاری از تحقیقات آزمایشگاهی و صنعتی بوده است. این قبیل جریان‌ها در محدوده‌ی وسیعی از مقیاس‌ها، از جمله جت‌های باریک میکروسکوپیک، سیستم‌های میکروفلوئیدیک و پاشش سوخت انژکتور تا سیستم‌های خنک‌کننده و خطوط انتقال مشاهده می‌شود. درک کامل چنین جریان‌هایی و بررسی رفتار آن‌ها از مهم‌ترین مسائل برای طراحی کارآمد این قبیل سیستم‌ها به شمار می‌رود.

در این مطالعه، از روش حجم سیال جهت تعیین سطح مشترک میان دو فاز و براساس بررسی‌های مقدماتی ذکر شده و باتوجه به تغییر شکل قابل توجه مرز مشترک فازها در پدیده‌ی انگشتی لزج، در پژوهش اخیر از تکنیک گرفتن مرز مشترک و روش حجم سیال جهت مدل‌سازی ناپایداری انگشتی لزج مخلوط‌نشدنی استفاده شده است. این روش یکی از محبوب‌ترین روش‌ها در مدل‌سازی جریان‌های دوفازی در چارچوب روش‌های اویلری می‌باشد. روش حجم سیال اولین بار توسط هیرت و نیکولز برای ردگیری مرز میانی به صورت ضمنی با کمک تابع کسر حجمی ابداع شد.[21] در تحقیق حاضر برای تشخیص دو فاز مخلوط‌ناپذیر موجود از روش حجم سیال استفاده شده است و از روش نیروی سطحی پیوسته برای اعمال نیروی کشش سطحی استفاده شده است. در نهایت، جهت ارتباط میان مؤلفه‌های فشار و سرعت از الگوریتم پیزو استفاده شده است.

اساس روش VOF بر تابع کسر حجمی استوار است. به این صورت که ناحیه مربوط به هر سیال توسط تابع کسر حجمی در هر سلول $F_{\mathrm{vol}} = \zeta V_{\mathrm{cell}}$ مشخص می‌گردد، که در آن ζ بیان‌گر کسر حجمی سیال و V_{cell} حجم سلول محاسباتی می‌باشد.

مقدار ζ در سلول‌های حاوی سیال ویسکوالاستیک برابر یک و در سلول‌های شامل سیال نیوتنی مقدار صفر را دارد. همچنین در نواحی مرزی بین دو فاز، شکل و موقعیت سطح مشترک برحسب زمان از طریق معادله (11) بیان می‌شود:

$$\frac{d\zeta}{dt} + \nabla \cdot (\zeta u) + \nabla \cdot (\zeta(1-\zeta)u_r) = 0 \quad (11)$$

که در آن u_r میدان سرعت واقع شده در مرز بین دو سیال است. [22]

در واقع این مدل با به کار بردن خواص فیزیکی و رئولوژیکی در هر حجم کنترل از دامنه حل، که با کسر حجمی مایع در آن حجم کنترل متناسب است، شبیه‌سازی را ممکن می‌سازد. بیان ریاضی این عبارت با در نظر گرفتن خاصیت کلی ω به صورت معادله‌ی (12) تعریف می‌شود:

$$\omega = \zeta\omega_{\mathrm{fluid1}} + \omega_{\mathrm{fluid2}}(1-\zeta) \quad (12)$$

از آن‌جایی که در تحقیق حاضر روش حجم سیال که بر پایه کسر حجمی استوار است به‌کار رفته است، برای ردیابی مرز میانی شبکه ثابت (کارتزین) استفاده شده که در آن شبکه‌بندی با مرز مشترک حرکت نمی‌کند.

در روش عددی مطالعه حاضر به منظور بررسی تاثیر کشش سطحی در سطح مشترک، از روش نیروی سطحی پیوسته (CSF) استفاده شده است. به این صورت که کشش سطحی به شکل یک نیروی حجمی ظاهر می‌شود که در معادله (13) نشان داده شده است.

$$F_S = \sigma K \nabla\zeta \quad (13)$$

که در آن σ کشش سطحی ثابت است و K بیان‌گر انحنای سطح مشترک می‌باشد. نیروی حجمی به‌دست‌آمده از کشش سطحی در معادله مومنتوم قرار می‌گیرد و اثر کشش سطحی در مرز مشترک بررسی می‌شود.

در این تحقیق به منظور گسسته‌سازی معادلات غیرخطی حاکم بر مسأله در حوزه‌ی زمانی از روش اویلر مرتبه اول استفاده‌شده است. در گسسته‌سازی گرادیان سرعت و کسر حجمی از روش گوسین خطی استفاده شده است. در گسسته‌سازی جملات شامل عمل‌گر دیورژانس نیز روش‌های ونلیر (TVD) ، گوس آپ ویند و گوس خطی به‌کار رفته است. همچنین جملات شامل عمل‌گر لاپلاس با روش گوسین خطی تصحیح شده گسسته‌سازی شده است.

پس از گسسته‌سازی معادلات به حل دستگاه معادلات حاصل از گسسته سازی پرداخته شده است. به منظور حل دستگاه معادلات در میدان‌های فشار از روش گرادیان مزدوج پیش شرط PCG[1] با خطای مطلق 1.0×10^{-7} و برای حل دستگاه معادلات گسسته شده برای میدان سرعت از روش PBiCG[2] با خطای مطلق 1.0×10^{-6} استفاده شده است. همچنین دستگاه معادلات در تمام میدان‌های تنش با روش BICGStab 1.0×10^{-6} حل شده است. در نهایت جهت ارتباط میان مؤلفه‌های فشار و سرعت از الگوریتم پیزو استفاده شده است.

مسأله‌ی مورد نظر در هر گام زمانی حل می‌گردد و این روند تا همگرا شدن پاسخ ادامه می‌یابد. الگوریتم محاسباتی انجام شده در هر گام زمانی، به شرح زیر می‌باشد که در شکل 2 به‌صورت یک الگوریتم کلی ارائه شده است :

1- با استفاده از مقادیر اولیه برای ζ و سرعت، معادله‌ی (11) حل شده و خواص فیزیکی و رئولوژیکی سیال براساس ζ^* جدید تعریف می‌شود.

2- با استفاده از مقادیر اولیه سرعت u، فشار p و تنش τ ، گرادیان فشار و دیورژانس تنش به طور صریح محاسبه می‌گردد، سپس معادله‌ی مومنتوم به طور ضمنی برای هر مولفه از بردار سرعت حل شده و میدان سرعت جدید u^* تخمین زده می‌شود.

3- ازآن‌جایی که سرعت‌های به‌دست آمده در مرحله پیشین لزوماً معادله بقای جرم را ارضا نمی‌کنند؛ لازم است که یک معادله جهت تصحیح فشار تعریف گردد. سپس این معادله حل شده و میدان فشار، سرعت و شار جرمی به منظور حل معادله پیوستگی برای هر فاز اصلاح می‌شود. در این مرحله از هر دو الگوریتم سیمپل و پیزو می‌توان استفاده کرد. مطالعات نشان می‌دهد که برای جریان‌های پایا هیچ تفاوتی میان این دو الگوریتم وجود ندارد، در حالی که در مسائل ناپایا همانند مسأله حاضر الگوریتم پیزو نسبت به سیمپل عملکرد بهتری دارد.

4- معادله ساختاری با استفاده از میدان سرعت تصحیح شده در مرحله‌ی قبلی، حل شده و مقادیر تنش جدید τ^* برای میدان تانسور تنش ارائه می‌گردد.

5-برای دست‌یابی به حل دقیق‌تر، مراحل قبلی در هر گام زمانی تکرار می‌شود.

دامنه‌ی محاسباتی در این شبیه سازی یک سلول هل-شاو مستطیلی افقی است، بنابراین از اثرات گرانش صرف‌نظر شده است. در این هندسه جریان در طول کانال از ورودی و خروجی وارد و خارج می‌شود.

[1] Preconditioned Conjugated Gradient
[2] Preconditioned Bi-Conjugated Gradient

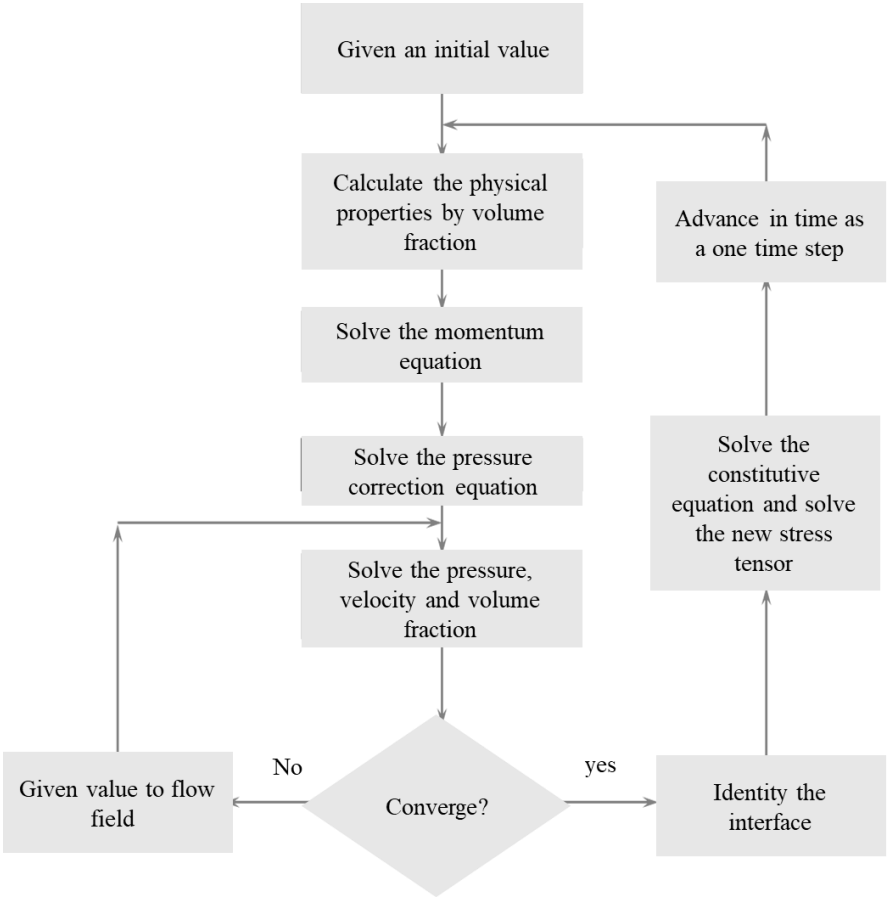

Fig. 2 Numerical solution algoritm at a time step

شکل 2 الگوریتم حل عددی در یک گام زمانی

در لحظه‌ی $t = 0$، سلول حاوی مقدار بسیار کمی سیال ویسکوالاستیک است و حجم بیشتر سلول را فاز نیوتنی احاطه می‌کند. شرایط مرزی و اولیه موجود در این مطالعه به صورت زیر است:

3-1- شرایط مرزی

ورودی جریان: در ورودی سلول پروفیل سرعت یکنواخت است و گرادیان تنش پلیمری صفر درنظر گرفته شده است. از آن‌جایی که سیال جابه‌جا کننده در ابتدا تزریق می‌شود مقدار کسر حجمی در این مرز یک در نظر گرفته شده است.

خروجی جریان: سرعت و تنش پلیمری در خروجی جریان با شرط گرادیان صفر ظاهر می‌شود و شرط فشار نسبی صفر در این مرز در نظر گرفته شده است. دراین‌جا گرادیان کسرحجمی برابر صفر است.

دیواره ها: بر روی دیواره های جانبی و بالا و پایین سلول هل-شاو شرط عدم لغزش اعمال می‌شود. بنابراین سرعت سیال روی این مرزها برابر صفر بوده و گرادیان تنش پلیمری نیز برابر صفر لحاظ شده است.

3-2- شرایط اولیه

الگوهای تغییر شکل انگشتی به طور طبیعی یک توزیع اتفاقی دارند. از آن-جایی که در شبیه سازی عددی الگوهایی تقریبا منظم و باقاعده تشکیل می-شود یک شرط اغتشاش اولیه سرعت در سلول در نظر گرفته شده است تا علاوه‌بر افزایش نرخ رشد الگوهای انگشتی باعث برهم زدن نظم موجود در حل عددی شود. این شرط اولیه سرعت شامل مقادیر تصادفی کوچک حول عدد صفر است. مقادیر این اغتشاشات در بازه $[-10^{-7}, 10^{-7}]$ قرار دارد.

4- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش به شبیه‌سازی غیرخطی ناپایداری انگشتی لزج در جابه‌جایی مخلوط نشدنی ویسکوالاستیک-نیوتنی توسط سیال فوق همرفتی ماکسول پرداخته می‌شود. موارد مورد مطالعه شامل اثر گروه‌های بی‌بعد عدد موییننگی، عدد الاستیسیته و نسبت تحرک می‌باشد که در این راستا کانتورهای غلظت و نمودارهای بازده بررسی شده‌اند. عدد بی‌بعد رینولدز در تمام شبیه‌سازی‌ها $\mathrm{Re} = 0.099$ لحاظ شده است.

در این تحقیق، به منظور دستیابی به یک حل مستقل از شبکه، چندین نوع شبکه شش ضلعی در نظر گرفته شده است. برای افزایش دقت حل عددی و کاهش محاسبات، تعداد انگشتی‌ها در شروع ناپایداری برای چهار شبکه‌بندی مختلف بررسی شده است. چهارشبکه مورد نظر به ترتیب با M1, M2, M3 و M4 نام‌گذاری شده است. دقت حل روی شبکه‌های انتخابی برای یک جابه‌جایی ویسکوالاستیک-نیوتنی مخلوط نشدنی که بحرانی‌ترین شبیه-سازی غیرخطی را داشته بررسی شده است. گروه‌های بی‌بعد استفاده شده در این شبکه بندی‌ها $R = 2$ ، $En = 91$ و $Ca = 4.05$ می‌باشد. محاسبه تعداد انگشتی‌ها در این تحقیق برای اولین زمان مشخصی که انگشتی‌ها در آن قابل تشخیص باشند صورت گرفته است. از آن‌جایی که در این مطالعه جریان اختلاط‌ناپذیر است بنابراین تشخیص انگشتی‌ها با مشاهده کانتورهای فاز قابل

مشاهده است. بر طبق جدول 1، تعداد انگشتی‌ها در شبکه‌بندی M3 و M4 برابر می‌باشد، بنابراین شبکه بندی M3 به منظور کاهش محاسبات برای شبیه سازی در این پژوهش انتخاب شده است.

در جدول 1، N_x، N_y و N_z به ترتیب تعداد سلول‌ها در جهت x، y و z را نشان می‌دهد. همچنین δ_x، δ_y و δ_z اندازه ی سلول‌های شبکه را گزارش می‌دهد.

به‌منظور بررسی مدل‌سازی عددی حاضر، نتایج شبیه‌سازی با مطالعه‌ی آزمایشگاهی واعظی[23] مقایسه شده است. هندسه و شرایط مرزی به‌کار گرفته شده در حل عددی و کار آزمایشگاهی یکسان فرض شده است. سیال جابه‌جاکننده در این اعتبارسنجی محلول رقیق آب و گلیسیرین با درصد جرمی گلیسیرین 20% و سیال جابه‌جا شونده محلول نسبتاً غلیظ آب و گلیسیرین با درصد جرمی گلیسیرین 80% است. لزجت این دو محلول به ترتیب 1.5cp و 42cp برای محلول گلیسیرین 20% و 80% است. با توجه به مخلوط‌پذیری محلول آب و گلیسیرین از اثر کشش سطحی صرف‌نظر شده است. در این اعتبارسنجی سیال جابه‌جا کننده در سه دبی مختلف به سلول تزریق شده است.نسبت تحرک برای هر سه نمونه R=3.32 در نظر گرفته شده و عدد وایزنبرگ، عدد الاستیسیته و کشش سطحی صفر در نظر گرفته شده است. مقدار بازده جاروبی در زمانی که اولین انگشتی به انتهای سلول می‌رسد بیش‌تر از سایر نقاط اهمیت دارد. در بررسی بازده جاروبی در چاه‌های نفتی نیز معمولاً درصد افزایش در این لحظه اهمیت بیش‌تری نسبت به سایر نقاط دارد. در این تحقیق به‌منظور صحت‌سنجی نتایج از درصد افزایش مقدار بازده جاروبی در لحظه‌ای که اولین انگشتی به انتهای سلول رسیده است استفاده شده است. نتایج حاصل از شبیه‌سازی درصد میانگین افزایش بازده جاروبی در دبی‌های مختلف نسبت به دبی 5ml/min است که در جدول 2 ارائه شده است.

در مطالعه‌ی حاضر از بازده جاروبی به عنوان پارامتر ارزیابی نتایج حاصل از شبیه‌سازی استفاده شده است. در صنایع تولید نفت و استخراج آن، بازده جاروبی به عنوان پارامتری که میزان بهره‌وری روش استخراجی را تعیین می‌کند، استفاده می‌شود و این بازده به صورت نسبت حجم کل مواد هیدروکربنی موجود در مخزن به حجم جاروب شده از این مواد هیدروکربنی توسط یک سیال تزریقی، تعریف می‌شود. این پارامتر در بررسی ناپایداری انگشتی، نشان‌دهنده رشد انگشتی‌ها در محیط متخلخل می‌باشد.این پارامتر بیان‌گر مقدار سیال جاروب شده توسط سیال جابه‌جاکننده است. انواع مختلفی از بازده جاروبی مانند بازده جاروبی حجمی، سطحی و عمودی توصیف شده است که وابسته به پارامترهای کلیدی مانند نسبت تحرک، ناهمگنی، الگوهای تزریق، نفوذپذیری محیط و غیره است[24]. نکته‌ی حائز اهمیت این است که در پدیده‌ی انگشتی لزج افزایش بازده جاروبی می‌تواند نشان‌دهنده‌ی افزایش پایداری سطح مشترک بین دو سیال مخلوط ناپذیر باشد[27,26,25]. در این‌جا بازده جاروبی به صورت کسری از مساحت سیال نیوتنی جابه‌جا شده به مقداری از آن سیال که در سلول باقی‌مانده، در هر زمان تعریف می‌شود. برای شبیه‌سازی عددی پارامتر بازده جاروبی از تقسیم تعداد سلول‌ها با کسر حجمی یک به تعداد سلول‌ها با کسر حجمی صفر استفاده شده است. بیشترین مقدار بازده جاروبی هنگامی اتفاق می‌افتد که الگوهای انگشتی در سطح مشترک بین دو سیال ظاهر نشود. در این حالت ویسکوزیته دو سیال با هم برابر بوده و نسبت تحرک دارای مقدار صفر می‌باشد. نمودار مطلوب بازده جاروبی وقتی که ناپایداری انگشتی لزج اتفاق نیفتد و مرز مشترک دو سیال به صورت یک خط تا انتها باقی بماند، دارای یک مجانب قائم می‌باشد. البته این مجانب بر حسب دبی‌های مختلف، جایگاه متفاوتی خواهد داشت. نمودار دقیق بازده جاروبی در حالت بیشینه در یک دبی مشخص در شکل 3 ارائه شده است.

ناپایداری سافمن-تیلور در این مطالعه به معنی تشکیل الگوهای انگشتی در جریان می‌باشد. اگر سیال جابه‌جاکننده در سیال جابه‌جاشونده نفوذ نداشته باشد و جبهه مرز مشترک صاف پیش‌روی کند جریان پایدار خواهد بود. هدف مطالعه ناپایداری انگشتی، یافتن راه حلی برای کاهش این ناپایداری می‌باشد که این کاهش به شکل‌های مختلفی قابل رویت است. بازده جاروبی پارامتری است که با توجه به روش محاسبه در نظر گرفته در این تحقیق، با افزایش این بازده ناپایداری کاهش می‌یابد.

همان‌طور که ذکر شد فرایند پیچیده رشد انگشتی‌ها توسط مکانیزم‌هایی معرفی می‌شوند. انواع مختلفی از این مکانیزم‌ها در مطالعات پیشین توسط محققین بسیاری مورد بررسی قرار گرفته‌اند. تن و هومسی [28] برای اولین بار به طور جامع، به معرفی و بررسی مکانیزم‌های موجود در رشد انگشتی‌ها در جابجایی‌های مخلوط‌شدنی و در محیط متخلخلی با پراکندگی همسانگرد پرداختند. پس از آن زیمرمن و هومسی [29] مطالعات مربوطه را در محیط متخلخلی با پراکندگی ناهمسانگرد ادامه دادند. قسمت و عزایز [30] به

جدول 1 مشخصه‌های شبکه‌بندی محاسباتی

Table 1 Characteristics of the computational meshes

شبکه	δ_x	N_x	δ_y	N_y	δ_z	N_z	تعداد انگشتی‌ها
M1	0.0037	150	0.0016	50	0.00017	7	7
M2	0.0028	200	0.0010	70	0.00014	8	10
M3	0.0018	300	0.008	100	0.00012	9	16
M4	0.0012	400	0.005	150	0.0001	10	16

جدول 2 مقایسه نتایج کار آزمایشگاهی و شبیه‌سازی عددی حاضر

Table 2 Comparison between experimental work and numerical simulation

دبی (ml/min)	درصد افزایش بازده جاروبی کارعددی	درصد افزایش بازده جاروبی کار آزمایشگاهی	درصد خطای بازده جاروبی در کار آزمایشگاهی و عددی
5	-	-	3.2%
12	65.85%	65%	1.2%
20	87.5%	88.6%	1.3%

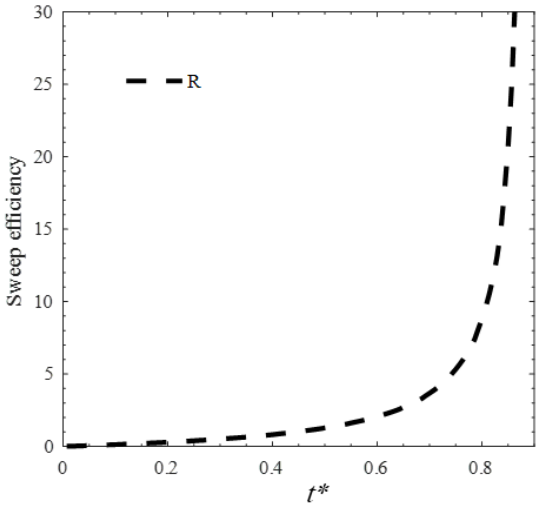

Fig. 3 Maximum sweep efficiency profile

شکل 3 بازده جاروبی بیشینه

بررسی مکانیزم‌های به وجود آمده در محیط متخلخلی که پراکندگی آن وابسته به سرعت جریان بود، پرداختند. علاوه بر آن، عزایز و سینق [31] در مطالعه‌ای که در زمینه جریان سیالات باریک شونده انجام دادند، مکانیزم‌های جدید به وجود آمده در آن را مورد بررسی قرار دادند. در کنار این مطالعات، نوروزی و شوقی [32] با استفاده از روش‌های جدیدتر شبیه‌سازی، به بررسی مکانیزم‌های ایجاد شده در شرایطی که قبلا امکان شبیه سازی آن‌ها وجود نداشت، پرداختند.

از جمله مهم‌ترین مکانیزم‌های معرفی شده در مطالعات انگشتی لزج می‌توان به مکانیزم انتشار[1] اشاره کرد. در این مکانیزم انگشتی‌ها فرم افقی خود را از دست می‌دهند و پهن‌تر می‌شوند. این پهن‌شدگی به علت حرکت‌های بسیار کوچک عمود بر جهت جریان ناشی می‌شود. همچنین در زمان‌های اولیه رشد انگشتی‌ها، نوک یک انگشتی درون انگشتی در حال رشد کناری نفوذ می‌کند. انگشتی پوشش داده شده رشد کرده و انگشتی بزرگ‌تر و پهن‌تری بدست می‌آید. این مکانیزم به نام اثر پوششی[2] شناخته می‌شود.

مکانیزم به‌هم‌پیوستگی[3] اولین بار توسط زیمرمن و هومسی[29] درشبیه سازی انجام گرفته شده در محیط متخلخل ناهمسانگرد معرفی شد. در این فرآیند نوک یک انگشتی درون بدنه‌ی انگشتی همسایه ترکیب می‌شود. در نتیجه این ترکیب، انگشتی بزرگ‌تر و با ضخامت بیشتر به وجود می‌آید. همچنین با شکل‌گیری این مکانیزم جابه‌جایی سیال با لزجت بیش‌تر توسط سیال دیگر با سرعت بیش‌تری اتفاق می‌افتد.

یکی از معروف‌ترین مکانیزم‌ها که فقط در سیال غیرنیوتنی مشاهده می‌شود مکانیزم شکافتن نوک انگشتی[4] می‌باشد. این فرایند اولین بار توسط تن و هومسی[33] گزارش شد و بعد از آن در مطالعات بسیاری از محققین در شبیه‌سازی‌های عددی مورد بررسی قرار گرفت. در این مکانیزم، نوک انگشتی پس از رشد به حدی پهن می‌شود که در آن یک موج ایجاد می‌شود و با گذشت زمان و رشد موج‌ها، نوک انگشتی شکافته و دو انگشتی جدید از آن به وجود می‌آید. این مکانیزم ممکن است به شکل نامتقارن و یا با چند شاخه نیز ظاهر شود.

[1] Spreading
[2] Shielding
[3] Coalescence
[4] Tip-splitting

4-1- بررسی اثرات نسبت تحرک

به طور کلی نسبت تحرک به صورت نسبت قابلیت تحرک سیال جابه‌جا کننده به سیال جابه‌جا شونده تعریف می‌شود. هنگامی که نفوذپذیری ثابت است، این پارامتر به صورت نسبت لزجت سیال جابه‌جا کننده به جابه‌جا شونده ساده می‌شود که در معادله‌ی (7) ارائه شده است.

تغییرات بازده جاروبی در زمان نرمالیزه شده برای مقادیر مختلف نسبت تحرک در شکل 4 نشان داده شده است. برای دست‌یابی به مقادیر مختلف نسبت تحرک، لزجت سیال جابه‌جا کننده ثابت در نظر گرفته شده است و لزجت سیال جابه‌جا شونده تغییر می‌کند. در این قسمت سایر پارامترها ثابت در نظر گرفته شده است: En=31.82، Ca=0.09.

بر طبق شکل 4 با کاهش نسبت تحرک، بازده جاروبی سیال افزایش می‌یابد. از نقطه نظر فیزیکی با کاهش اختلاف لزجت دو سیال در یک جابه‌جایی مخلوط‌ناپذیر ناپایداری جریان کاهش می‌یابد بنابراین باعث افزایش بازده جاروبی می‌شود.

شکل 5 کانتورهای فاز جریان را در محدوده‌ی زمان نرمالیزه شده برای R=2، R=2.5 و R=4 نشان می‌دهد. همانطور که واضح است، افزایش نسبت تحرک، ناپایداری را تشدید می‌کند و همچنین اثر قابل توجهی روی مکانیزم‌های موجود در پدیده‌ی انگشتی لزج دارد.

با توجه به شکل 5 با افزایش نسبت تحرک طول انگشتی‌ها افزایش یافته و همچنین رژیم کانالی می‌شود. در حالی که با کاهش نسبت تحرک، انگشتی‌های ریزتری مشاهده می‌شود و جبهه‌ی جریان سیال جابه‌جا کننده به صورت صاف‌تری پیش‌روی می‌کند. همانطور که نشان داده شده است با کاهش اختلاف لزجت دو سیال، افزایش مکانیزم شکافتگی نوک انگشت مشاهده می‌شود.

مکانیزم شکافتگی نوک انگشتی در شکل 5 در مستطیل‌هایی در زمان‌های مختلف نشان داده شده است. در این مکانیزم نوک انگشتی‌ها ابتدا پهن‌تر شده و سپس به دو شاخه و یا چند شاخه‌ی نا متقارن تقسیم شده است.

همچنین، مکانیزم‌های انتشار، به‌هم پیوستگی و اثر پوششی نیز در کانتورهای شکل 5 در مربع نشان داده شده است که در این فرآیندها نوک یک انگشتی درون بدنه یا نوک انگشتی کناری ترکیب می‌شود. در نتیجه این

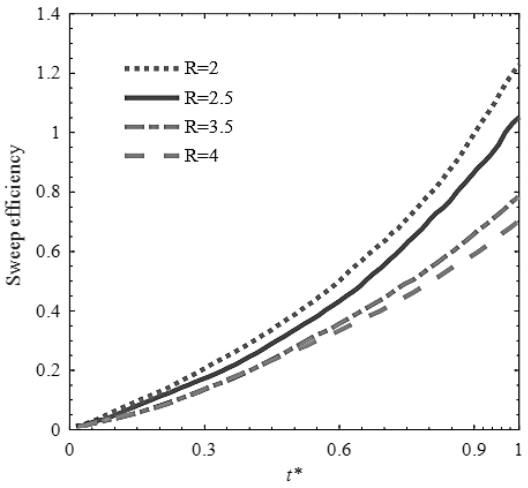

Fig. 4 comparison of the sweep efficiency diagram for different values of mobility ratio

شکل 4 تغییرات نمودار بازده جاروبی با زمان در نسبت تحرک‌های مختلف

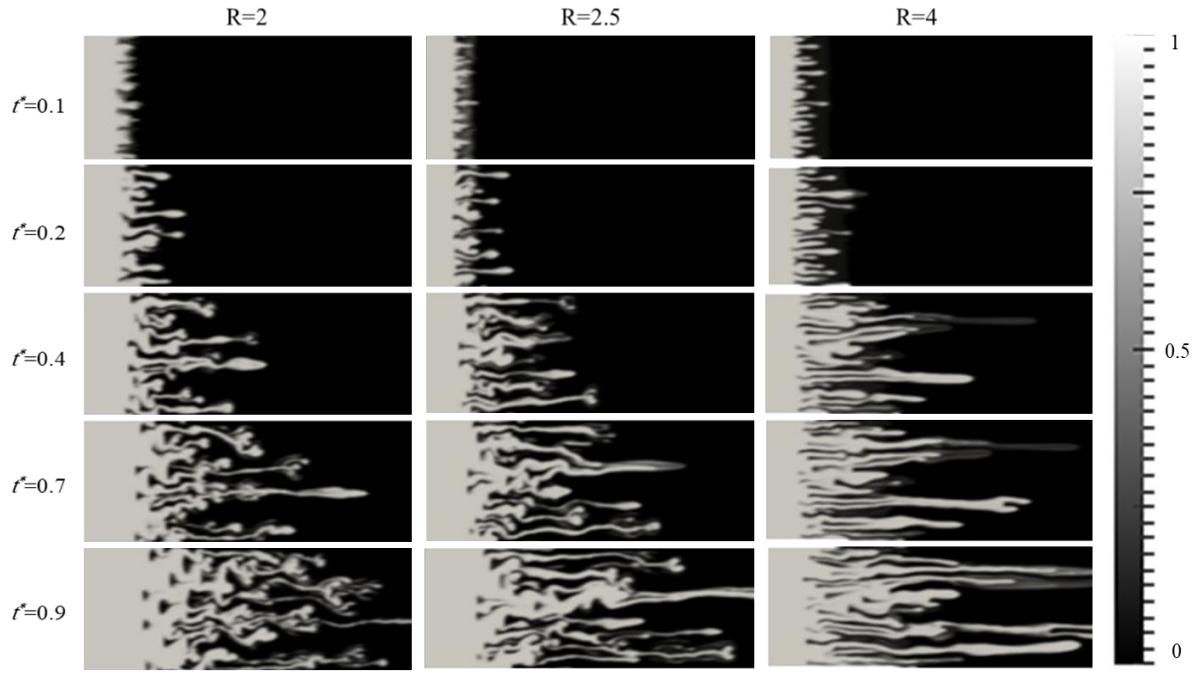

Fig. 5 Comparison between phase contours of mobility ratio

شکل 5 مقایسه‌ی بین کانتورهای فاز در نسبت تحرک‌های مختلف

ترکیب، انگشتی بزرگ‌تر و با ضخامت بیشتر به وجود می‌آید. می‌توان نتیجه گرفت که با کاهش نسبت تحرک این مکانیزم‌ها نیز افزایش می‌یابد.

4-2- بررسی اثرات عدد الاستیسیته

ارتباط نسبی بین نیروهای لختی و نیروهای الاستیک را می‌توان با محاسبه‌ی نسبت دو گروه بی‌بعد عدد وایزنبرگ و عدد رینولدز مقایسه کرد. این پارامتر به عدد الاستیسیته [34] معروف است و از توصیف دو گروه بی‌بعد وایزنبرگ و رینولدز به دست می‌آید و در معادله‌ی (11) فراهم شده است. عدد بی‌بعد وایزنبرگ که در سیالات ویسکوالاستیک از اهمیتی ویژه برخوردار می‌باشد از دیگر پارامترهای حاکم بر مسأله است. این عدد نسبت نیروهای الاستیک به نیروهای ویسکوز را نشان می‌دهد.

می‌توان نشان داد که عدد الاستیسیته مستقل از نیروهای جنبشی است و تنها به خواص سیال و هندسه‌ی مسأله وابسته است. اثر رفتار سیال ویسکوالاستیک خطی در جابه‌جایی مخلوط شدنی توسط مورا و مانا[35] بررسی شده است. در این پژوهش گزارش شد که زمان رهایی از تنش به مدول الاستیک، کشش سطحی و گرادیان فشار وابسته است. در مطالعه‌ی دیگری در این زمینه مالهوترا و شرما از عدد دبورا برای بررسی اثر زمان رهایی از تنش استفاده کردند. عدد دبورا به صورت نسبت زمان رهایی از تنش پلیمر به زمان آزمایشگاهی یا زمان مشاهدات تعریف می‌شود. اثر عدد دبورا در یک مطالعه‌ی آزمایشگاهی برای یک جابه‌جایی مخلوط شدنی بررسی شده است. در مطالعه‌ی حاضر اثر عدد الاستیسیته و خواص ویسکوالاستیک سیال جابه‌جا کننده در جریان مخلوط نشدنی برای اولین‌بار بررسی شده است. تاکنون مطالعات انجام شده در این زمینه مخلوط‌پذیر بوده و اثر کشش سطحی و نیروهای مویینگی موجود در سطح مشترک را درنظر گرفته نشده است. شکل 6 اثر عدد الاستیسیته را روی بازده جاروبی در گام‌های زمانی نشان می‌دهد. برای بررسی این پارامتر، گروه‌های بی‌بعد دیگر با مقادیر ثابت Ca=0.09 و R=2 در نظر گرفته شده است. بازده جاروبی با افزایش مقادیر عدد الاستیسیته بین صفر و چهار افزایش می‌یابد. این افزایش در زمان‌های بالا شدیدتر است. واضح است که افزایش خواص الاستیک سیال ویسکوالاستیک شدت ناپایداری را کاهش می‌دهد. به عبارت دیگر، الاستیسیته سیال جابه‌جا کننده اثری پایدار کننده روی میدان جریان دارد، این نتیجه تغییرات بازده جاروبی را در شکل 6 از نقطه نظر فیزیکی توجیه می‌کند.

کانتورهای فاز برای سه مقدار مختلف عدد الاستیسیته در شکل 7 نشان داده شده است. همان‌طور که در شکل 7 مشخص شده است افزایش عدد الاستیسیته طول انگشتی‌ها را کاهش می‌دهد. در مقادیر کوچک این پارامتر بی‌بعد رژیم کانالی‌تری قابل مشاهده است که با افزایش عدد الاستیسیته از

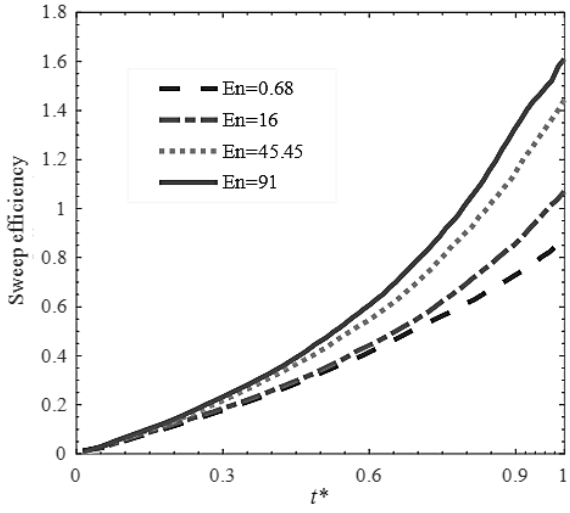

Fig. 6 comparison of the sweep efficiency diagram for different values of elasticity number

شکل 6 تغییرات نمودار بازده جاروبی با زمان در عدد الاستیسیته مختلف

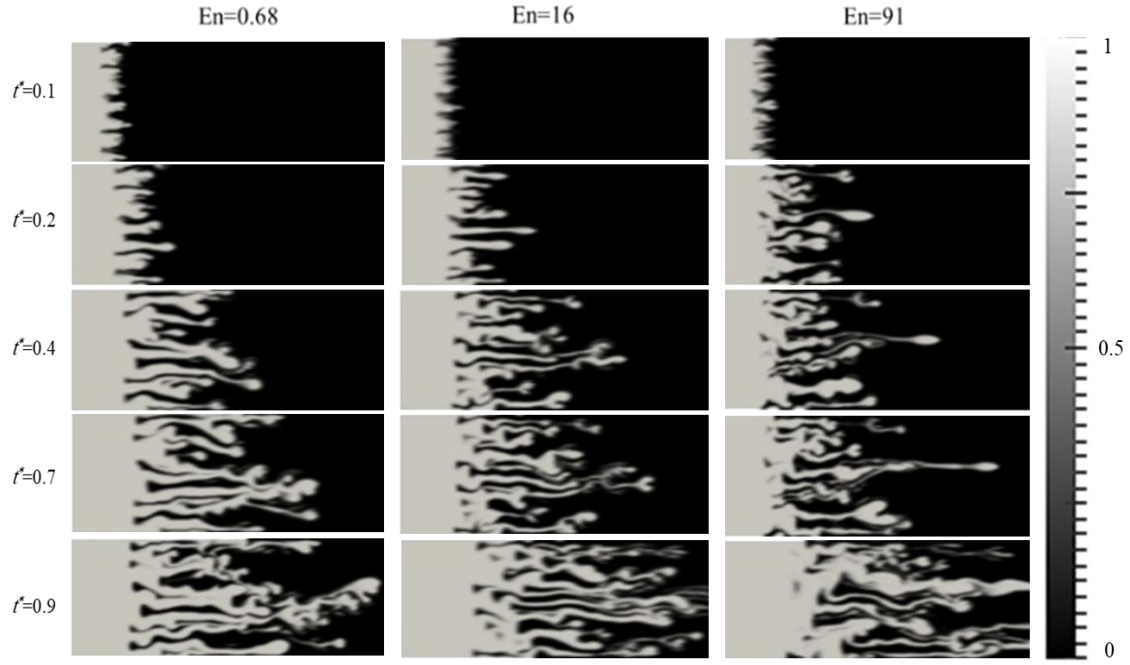

Fig. 7 Comparison between phase contours of elasticity number

شکل 7 مقایسه‌ی بین کانتورهای فاز در عدد الاستیسیته مختلف

کانالی بودن آن کم شده و بر شدت مکانیزم‌ها افزوده می‌گردد. همچنین با افزایش عدد الاستیسیته انگشتی‌ها ریزتر شده و جبهه‌ی صاف سیال جابه‌جا کننده در پشت انگشتی‌ها بیشتر می‌شود.

مکانیزم شکافتگی نوک انگشت در شکل 7 در مربع‌هایی در زمان‌های مختلف نشان داده شده است. علاوه بر آن مکانیزم‌های دیگر نیز در این کانتورها قابل مشاهده است.

3-4- بررسی اثرات عدد مویینگی

عدد کپیلاری ارائه دهنده‌ی تاثیر نسبی نیروهای گرانروی نسبت به کشش سطحی، در طول یک جابه‌جایی مخلوط‌ناپذیر است. این پارامتر در معادله‌ی (11) توصیف شده است.

مطالعات ناپایداری سافمن-تیلور در زمینه جابه‌جایی مخلوط نشدنی سیالات غیرنیوتنی همانند جابه‌جایی مخلوط شدنی توسعه نیافته است. در این مطالعه عددی، تاثیر عدد مویینگی در جابه‌جایی یک سیال نیوتنی توسط یک سیال ویسکوالاستیک برای اولین بار بررسی شده است. در اینجا، شبیه-سازی با در نظر گرفتن مقادیر ثابت En=31.82 و R=2 انجام شده است. شکل 8 منحنی بازده جاروبی را در مقیاس زمانی نشان می‌دهد. مقادیر مختلف عدد مویینگی شامل Ca=0.09، Ca=0.23، Ca=0.45 و Ca=4.5 مورد بررسی قرار گرفته است. بر طبق شکل 8، نمودار بازده جاروبی با افزایش عدد مویینگی افزایش می‌یابد و این افزایش در انتهای جریان شدیدتر است. بنابراین افزایش عدد مویینگی یا به عبارتی کاهش کشش سطحی تاثیر پایدار کننده‌ای روی جریان ناپایداری دارد.

شکل 9 مقایسه‌ی بین کانتورهای فاز را در سه حالت مختلف عدد مویینگی نشان می‌دهد. می‌توان مشاهده کرد که با افزایش عدد مویینگی رژیم کانالی‌تر شده و مکانیزم‌های موجود در الگوهای انگشتی کاهش می‌یابند. همچنین با افزایش عدد مویینگی جبهه‌ی صاف پشت انگشتی‌ها بیش‌تر پیش‌روی می‌کند. در اعداد مویینگی پایین مکانیزم‌ها بیشتر خود را نشان می‌دهند. اثر شکافتگی نوک انگشت در مستطیل در کانتورهای شکل 9 نشان داده شده است.

همانطور که مشاهده می‌شود نوک انگشتی‌ها ابتدا عریض شده و سپس به دو شاخه یا چند شاخه به صورت متقارن یا نامتقارن شکافته شده است. همچنین، مکانیزم‌های دیگر موجود، مانند به‌هم‌پیوستگی، انتشار و اثر پوششی در شکل 9 قابل شناسایی است که در مربع نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که انگشتی‌ها با هم برخورد کرده و به شیوه‌های گوناگون در هم ادغام شده و باعث پیدایش مکانیزم‌های حاضر می‌شود.

5- نتایج

در مطالعه‌ی عددی حاضر، ناپایداری سافمن-تیلور در جابه‌جایی مخلوط‌ناپذیر

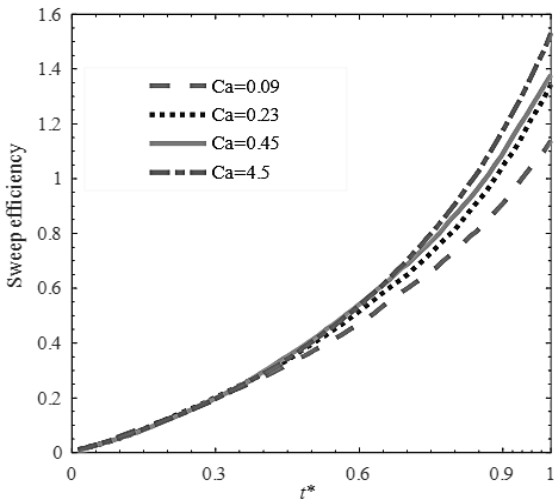

Fig. 8 comparison of the sweep efficiency diagram for different values of capillary number

شکل 8 تغییرات نمودار بازده جاروبی با زمان در عدد مویینگی مختلف

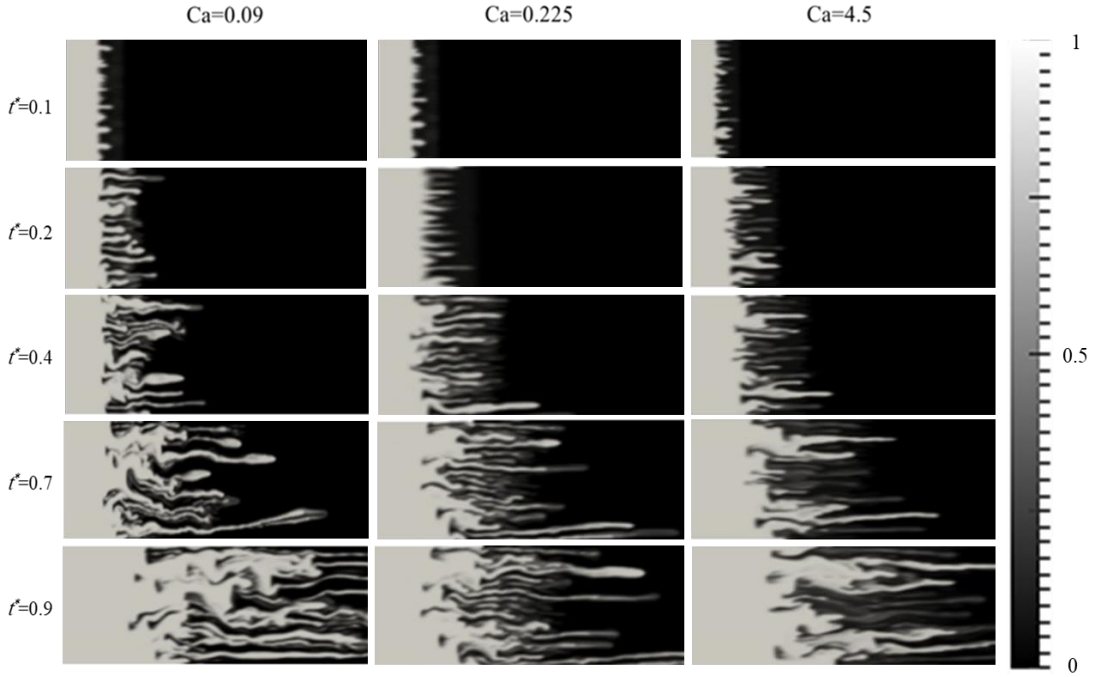

Fig. 9 Comparison between phase contours of capillary number

شکل 9 مقایسه‌ی بین کانتورهای فاز در عدد مویینگی مختلف

ویسکوالاستیک-نیوتنی برای اولین بار مورد بررسی قرار گرفته است. شبیه سازی مساله در سلول هل-شاو صورت گرفته و از روش حجم سیال به منظور تفکیک دو فاز مخلوط‌نشدنی استفاده شده است. همچنین، مدل ویسکوالاستیک فوق‌همرفتی ماکسول برای بررسی رفتار و خواص سیال جابه-جا کننده‌ی ویسکوالاستیک روی ناپایداری انگشتی لزج به کار رفته است.

هدف اصلی این مطالعه، بررسی اثر اعداد بی بعد نسبت تحرک، عدد الاستیسیته و عدد مویینگی روی پدیده‌ی انگشتی لزج است. به منظور درک بهتر و بررسی دقیق‌تر پارامترهای بی‌بعد مورد نظر نمودار بازده جاروبی و کانتورهای فاز برای مقادیر مختلف این پارامترها بررسی شده است. نتایج به دست آمده نشان داد که افزایش عدد الاستیسیته و عدد مویینگی باعث افزایش چشم‌گیری در بازده جاروبی می‌شود، در حالی که افزایش نسبت تحرک دو سیال، بازده جاروبی را کاهش می‌دهد. علاوه بر این نتایج، بررسی کانتورهای فاز جابه‌جایی ویسکوالاستیک-نیوتنی نشان داد که تغییرات گروه-های بی‌بعد برروی مکانیزم‌های موجود در الگوهای انگشتی، از جمله فرایند انتشار، شکافتگی نوک انگشتی و به هم پیوستگی نیز تاثیرگذار است. به عنوان یک نتیجه‌ی اصلی در این مطالعه‌ی عددی می‌توان یافت، رفتار ویسکوالاستیک در حضور نیروهای مویینگی در سیال جابه‌جا کننده، تاثیر پایدار کننده‌ای روی جریان سیال دارد.

نتایج این مطالعه برای درک بهتر پدیده‌ی انگشتی لزج در جابه‌جایی مخلوط‌ناپذیر ویسکوالاستیک-نیوتنی و کاربرد ویژه‌ی این ناپایداری در فرایندهای تزریق پلیمر بسیار مفید واقع شده است. شبیه‌سازی این نوع جابه-جایی مخلوط‌ناپذیربا سایر معادلات ساختاری سیال ویسکوالستیک از جمله مدل شبه خطی اولدروید و مدل غیر خطی گزیکس به شدت توصیه می-شود.

6- فهرست علائم

Ca	عدد مویینگی
En	عدد الاستیسیته
G	مدول برشی
P	فشار ($kgm^{-1}s^{-2}$)
R	نسبت تحرک دو سیال
Re	عدد رینولدز
u	سرعت (ms^{-1})
Wi	عدد وایزنبرگ

علایم یونانی

ζ	کسر حجمی
η	لزجت دینامیکی ($kgm^{-1}s^{-1}$)
λ	زمان رهایی از تنش
ρ	چگالی (kgm^{-3})
σ	کشش سطحی
τ	تنش ($kgm^{-1}s^{-2}$)

زیرنویس‌ها

cell	سلول
fluid1	سیال جابه‌جا کننده
fluid2	سیال جابه‌جا شونده
vol	حجم سیال

7- مراجع

[1] S. Hill, Channeling in packed columns, *Chemical Engineering Science*, Vol. 1, No. 6, pp. 247-253, 1952.
[2] P. G. Saffman, G. Taylor, The penetration of a fluid into a porous medium or Hele-Shaw cell containing a more viscous liquid, *Dynamics of Curved Fronts*, pp. 312-329, 1958.
[3] P. Saffman, Viscous fingering in Hele-Shaw cells, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 173, No. 3, pp. 73-94, 1986.
[4] G. Taylor, Cavitation of a viscous fluid in narrow passages, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 16, No. 04, pp. 595-619, 1963.

[5] J. Sheng, *Modern Chemical Enhanced Oil Recovery: Theory and Practice*, pp. 423-440, Elsevier, Gulf Professional Publishing, 2010.
[6] D. Hull, *Fractography: Observing, Measuring and Interpreting Fracture Surface Topography*, pp. 153-170, Cambridge, Cambridge University Press, 1999.
[7] A. Aldushin, B. Matkowsky, Instabilities, fingering and the Saffman-Taylor problem in filtration combustion, *Combustion Science and Technology*, Vol. 133, No. 4-6, pp. 293-341, 1998.
[8] G. M. Homsy, Viscous fingering in porous media, *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 19, No. 1, pp. 271-311, 1987.
[9] R. Marshall, A. Metzner, Flow of viscoelastic fluids through porous media, *Industrial & Engineering Chemistry Fundamentals*, Vol. 6, No. 3, pp. 393-400, 1967.
[10] E. Allen, D. Boger, The influence of rheological properties on mobility control in polymer-augmented waterflooding, *Proceeding of Society of Petroleum Engineers*, 1988.
[11] D. Bonn, H. Kellay, M. B. Amar, J. Meunier, Viscous finger widening with surfactants and polymers, *Physical Review Letters*, Vol. 75, No. 11, pp. 2132, 1995.
[12] A. Lindner, D. Bonn, E. C. Poiré, M. B. Amar, J. Meunier, Viscous fingering in non-Newtonian fluids, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 469, No. 1, pp. 237-256, 2002.
[13] S. Malhotra, M. M. Sharma, Impact of fluid elasticity on miscible viscous fingering, *Chemical Engineering Science*, Vol. 117, No. 12 pp. 125-135, 2014.
[14] J. Nittmann, G. Daccord, H. E. Stanley, Fractal growth of viscous fingers: quantitative characterization of a fluid instability phenomenon, *Nature*, Vol. 314, No. 6007, pp. 141-144, 1985.
[15] S. Wilson, The Taylor–Saffman problem for a non-Newtonian liquid, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 220, No. 5, pp. 413-425, 1990.
[16] B. Ebrahimi, S. M. Taghavi, K. Sadeghy, Two-phase viscous fingering of immiscible thixotropic fluids: A numerical study, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 218, No. 1, pp. 40-52, 2015.
[17] M. R. Shoghi, M. Norouzi, Linear stability analysis and nonlinear simulation of non-Newtonian viscous fingering instability in heterogeneous porous media, *Rheologica Acta*, Vol. 54, No. 11-12, pp. 973-991, 2015.
[18] H. Shokri, M. Kayhani, M. Norouzi, Nonlinear simulation of viscoelastic fingering instability, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 8, pp. 47-54, 2016. (in Persian فارسی)
[19] H. Shokri, M. Kayhani, M. Norouzi, Nonlinear simulation and linear stability analysis of viscous fingering instability of viscoelastic liquids, *Physics of Fluids*, Vol. 29, No. 3, pp. 033101, 2017.
[20] J. C. Maxwell, *The Scientific Letters and Papers of James Clerk Maxwell*, pp. 1846-1862, CUP Archive, Cambridge, Cambridge university press, 1990.
[21] C. W. Hirt, B. D. Nichols, Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries, *Journal of Computational Physics*, Vol. 39, No. 1, pp. 201-225, 1981.
[22] O. Ubbink, R. Issa, A method for capturing sharp fluid interfaces on arbitrary meshes, *Journal of Computational Physics*, Vol. 153, No. 1, pp. 26-50, 1999.
[23] S. Vaezi, *Experimental Investigation of Elastic Properties Effects on Viscous Fingering Instability*, PhD Thesis, Department Of Mechanical Engineering, shahrood univercity, Shahrood, 2015. (in Persian فارسی)
[24] M. Islam, J. Azaiez, Fully implicit finite difference pseudo - spectral method for simulating high mobility - ratio miscible displacements, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 47, No. 2, pp. 161-183, 2005.
[25] M. R. Shoghi, M. Norouzi, Nonlinear simulation of non-Newtonian viscous fingering instability in anisotropic porous media, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 7, pp. 415-425, 2015. (in Persian فارسی)
[26] H. Shokri, M. Kayhani, M. Norouzi, Saffman–Taylor instability of viscoelastic fluids in anisotropic porous media, *International Journal of Mechanical Sciences*, 2018.
[27] S. Khatibi, A. Khaleghi, M. Norouzi, An experimental investigation on viscous fingering instability of Newtonian fluid in transparent porous media with compact structure consisting of glass beads, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 9, pp. 245-253, 2017. (in Persian فارسی)
[28] C. Tan, G. Homsy, Simulation of nonlinear viscous fingering in miscible displacement, *Physics of Fluids (1958-1988)*, Vol. 31, No. 6, pp. 1330-1338, 1988.
[29] W. Zimmerman, G. Homsy, Three-dimensional viscous fingering: A numerical study, *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics (1989-1993)*, Vol. 4, No. 9, pp. 1901-1914, 1992.
[30] K. Ghesmat, J. Azaiez, Viscous fingering instability in porous media: effect of anisotropic velocity-dependent dispersion tensor, *Transport in Porous Media*, Vol. 73, No. 3, pp. 297-318, 2008.
[31] J. Azaiez, B. Singh, Stability of miscible displacements of shear thinning fluids in a Hele-Shaw cell, *Physics of Fluids (1994-present)*, Vol. 14, No. 5, pp. 1557-1571, 2002.
[32] M. Norouzi, M. Shoghi, A numerical study on miscible viscous fingering instability in anisotropic porous media, *Physics of Fluids*, Vol. 26, No. 8, pp. 084102, 2014.
[33] C. T. Tan, G. Homsy, Viscous fingering with permeability heterogeneity, *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics (1989-1993)*, Vol. 4, No. 6, pp. 1099-1101, 1992.
[34] M. Denn, K. Porteous, Elastic effects in flow of viscoelastic liquids, *The Chemical Engineering Journal*, Vol. 2, No. 4, pp. 280-286, 1971.
[35] S. Mora, M. Manna, from viscous fingering to elastic instabilities, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 173, No. 2, pp. 30-39, 2012.