



تحلیل کمناش و پس کمناش صفحات کامپوزیتی دارای لایه‌های پیزوالکتریک با استفاده از تئوری لایه‌ای

حامد محمود سلطانی¹، مهسا خرازی^{2*}، حمیدرضا اویسی³

1- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سهند، تبریز

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سهند، تبریز

3- استاد، مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

* تبریز، صندوق پستی 51335-1996، kharazi@sut.ac.ir

چکیده

در این مطالعه رفتار کمناش و پس کمناش صفحات کامپوزیتی دارای لایه‌های پیزوالکتریک تحت بارگذاری درون صفحه‌ای فشاری مورد بررسی قرار گرفته است. تأثیر میدان کوپل الکتریکی- مکانیکی بر رفتار پس کمناش و نقطه دوشاخگی در صفحات با لایه چینی عمودی و عمومی با استفاده از تئوری لایه‌ای مطالعه شده است. تئوری لایه‌ای استفاده شده در این مطالعه برای تحلیل صفحات کامپوزیتی با لایه‌های پیزوالکتریک بر مبنای تئوری مرتبه اول برشی استخراج و از اصل کمینه انرژی پتانسیل جهت به دست آوردن معادلات تعادل استفاده شده است. معادلات تعادل غیرخطی به دست آمده با استفاده از الگوریتم تکراری نیوتن-رافسون حل شده است، همچنین برای بررسی دقت پاسخ‌های به دست آمده از روش پیشنهادی، از نتایج تحلیل اجزا محدود سه بعدی استفاده شده است. در نهایت نتایج به دست آمده حاکی از همخوانی خوبی با نتایج حاصل از روش اجزا محدود است. نتایج به دست آمده نشان داد که موقعیت لایه‌های پیزوالکتریک تأثیر بسزایی در رفتار کمناش و پس کمناش صفحات کامپوزیتی دارد، همچنین در تعداد درجه آزادی به کار رفته در روش پیشنهادی نسبت به روش اجزا محدود کمتر است که هزینه زمان محاسباتی را کاهش می‌دهد.

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 05 بهمن 1396
پذیرش: 25 اسفند 1396
ارائه در سایت: 24 فروردین 1397

کلید واژگان:

کمناش

پس کمناش

پیزوالکتریک

ورقه کامپوزیتی

تئوری لایه‌ای

Buckling and PostBuckling Analysis of Composite Laminates with Piezoelectric layers using Layerwise Theory

Hamed Mahmoud Soltani¹, Mahsa Kharazi^{1*}, Hamid Reza Ovesy²

1- Department of Mechanical Engineering, Sahand University of Technology, Tabriz, Iran

2- Department of Aerospace Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran

* P.O.B. 51335-1996, Tabriz, Iran, kharazi@sut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 25 January 2018
Accepted 16 March 2018
Available Online 13 April 2018

Keywords:

Buckling
Postbuckling
Piezoelectric
Composite Laminate
Layerwise Theory

ABSTRACT

In this study, the buckling and post buckling behavior of composite laminates with piezoelectric layers subjected to compressive in-plane loading have been investigated. The effects of coupled electro-mechanical field on the post buckling and bifurcation point in cross-ply and general lay-up sequences have been studied using layer wise theory (LWT). The LWT used in this study for analyzing the piezo-composite laminate is based on the assumptions of the first order shear deformation theory (FSDT). In order to obtain the equilibrium equations, the principle of minimum potential energy has been employed. The obtained nonlinear equilibrium equations have been solved using Newton-Raphson iterative algorithm. Furthermore, the three dimensional finite element analysis has been performed to examine the accuracy of the results obtained using the proposed method. The obtained analytical results are in good agreement with those achieved through the finite element analysis. Obtained results showed that, location of the piezoelectric layers have significant effect on the buckling and post buckling behavior of the composite plates. Moreover, number of degrees of freedom which is used in proposed method is less than finite element method which decreased the computational time cost.

پیزوالکتریک نسل جدیدی از مواد و سازه‌ها را با عنوان سازه‌های هوشمند ایجاد کرده است. لایه‌های پیزوالکتریک قرار داده شده در سازه‌های هوشمند به عنوان حسگر¹ و یا عملگر² موجب کنترل تغییر شکل، ارتعاشات، مدهای کمناشی و... می‌شود. در طراحی سازه‌هایی که تغییر شکل و یا نقطه

1- مقدمه

استفاده از مواد کامپوزیتی در سه دهه اخیر نقش مهم و بسزایی را در انواع سازه‌های مهندسی داشته است. مزیت‌هایی مانند مقاومت و سختی بالا در مقایسه با وزن کم، خصوصیات حرارتی و مقاومت خوردگی باعث شده است که از این ماده در سطح وسیعی در انواع صنایع مانند هوا-فضا، اتومبیل‌سازی، عمران، کشتیرانی و... استفاده شود. مواد کامپوزیتی با خصوصیات

¹ Actuator

² Sensor

کمناش و پس کمناش صفحه کامپوزیتی با لایه‌های پیزوالکتریک مورد استفاده قرار گرفته است، همچنین از روش اجزا محدود به منظور اعتبارسنجی و مقایسه نتایج به دست آمده از روش پیشنهادی استفاده شده است.

2- فرمولاسیون تئوری لایه‌ای

در این بخش مدل تحلیلی و تئوری مورد استفاده در این مقاله بحث و بررسی خواهد شد. در شکل 1 صفحه کامپوزیتی مورد مطالعه تحت بارگذاری درون صفحه‌ای به صورت کوتاه‌شدگی محوری نشان داده شده است. صفحه کامپوزیتی در روش لایه‌ای به تعداد مشخصی از صفحات در راستای ضخامت تقسیم می‌شود. تعداد صفحات در راستای ضخامت می‌تواند بیشتر، کمتر و یا مساوی با تعداد لایه‌های صفحه کامپوزیتی باشد. هر چه تعداد صفحات تقسیم شده در راستای ضخامت بیشتر باشد، زمان محاسباتی نیز افزایش می‌یابد. میدان جابه‌جایی بر مبنای تئوری مرتبه اول برشی با استفاده از رابطه (1) به دست می‌آید [9].

$$\begin{aligned} u(x,y,z) &= u_0(x,y,z) + z \times \varphi_x(x,y,z) \\ v(x,y,z) &= v_0(x,y,z) + z \times \varphi_y(x,y,z) \\ w(x,y,z) &= w_0(x,y,z) \end{aligned} \quad (1)$$

در رابطه (1) u و v به ترتیب جابه‌جایی‌ها در راستای x و y و w به ترتیب جابه‌جایی‌ها در راستای z و φ_x و φ_y دوران‌ها نسبت به محورهای x و y است. با استفاده از رابطه (1) و در نظر گرفتن کرنش‌های غیرخطی ون-کارمن، کرنش‌ها به صورت رابطه (2) به دست می‌آیند.

$$\varepsilon = \varepsilon^l + \varepsilon^{nl}, \quad \varepsilon^l = \varepsilon^0 + z \times \psi \quad (2-a)$$

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{yz}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \times \begin{Bmatrix} \psi_{xx} \\ \psi_{yy} \\ 0 \\ 0 \\ \psi_{xy} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{nl} \\ \varepsilon_{yy}^{nl} \\ 0 \\ 0 \\ \gamma_{xy}^{nl} \end{Bmatrix} \\ &= \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial w_0}{\partial y} + \varphi_y \\ \frac{\partial w_0}{\partial x} + \varphi_x \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{Bmatrix} + z \times \begin{Bmatrix} \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \varphi_y}{\partial y} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{\partial \varphi_x}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_y}{\partial x} \end{Bmatrix} \\ &\quad + \begin{Bmatrix} \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \varphi_x}{\partial x} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \varphi_y}{\partial y} \right) \\ 0 \\ 0 \\ \frac{\partial w_0}{\partial x} + \frac{\partial w_0}{\partial y} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (2-b)$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^l \\ \varepsilon_{yy}^l \\ \gamma_{yz}^l \\ \gamma_{xz}^l \\ \gamma_{xy}^l \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{yz}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \times \begin{Bmatrix} \psi_{xx} \\ \psi_{yy} \\ 0 \\ 0 \\ \psi_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2-c)$$

با توجه به تئوری مرتبه اول برشی و تئوری لایه‌ای جزئی به منظور برقراری شرایط پیوستگی، جابه‌جایی‌ها در سطوح بین لایه‌های عددی به صورت U^{ref} و V^{ref} مطابق شکل 2 تعریف شده‌اند. در این مقاله مقادیر جابه‌جایی مرجع در پایین صفحه کامپوزیتی فرض شده‌اند. موقعیت مقادیر جابه‌جایی مرجع در دقت پاسخ‌ها تأثیری ندارند و در هر لایه‌ای می‌توان آن‌ها را تعریف کرد.

دو شاخگی کمناش¹ مهم‌ترین موضوع طراحان است، استفاده از لایه‌های پیزوالکتریک می‌تواند انتخاب مناسبی باشد. با افزایش استفاده از مواد کامپوزیتی در انواع کاربردهای مهندسی، اغلب محققان به بررسی تجربی و عددی رفتار کمناش و پس کمناش سازه‌های کامپوزیتی کرده‌اند که برخی از این مطالعات در ادامه ارائه شده‌اند. استون و همکاران [1] رفتار کمناش و پس کمناش سازه کامپوزیتی تحت بارگذاری فشاری را به صورت تجربی و تحلیل بررسی کردند. کیم و همکاران [2] رفتار کمناش و پس کمناش پل‌های کامپوزیتی دارای سوراخ‌های دایروی تحت انواع بارگذاری را مورد مطالعه قرار دادند. نتایج به دست آمده حاکی از آن بود که افزایش قطر سوراخ، نحوه لایه‌چینی و نسبت طول به عرض پل بر رفتار کمناش و پس کمناش تأثیر می‌گذارند. ساراوانوس و همکاران [3] با استفاده از تئوری لایه‌ای² و روش اجزا محدود تحلیل دینامیکی صفحات کامپوزیتی دارای لایه‌های پیزوالکتریک را مطالعه کردند. مقایسه نتایج به دست آمده با نتایج روش تحلیلی حاکی از دقت بالای پاسخ‌های روش پیشنهادی برای صفحات نازک و ضخیم بود. شن [4] رفتار پس کمناش صفحات کامپوزیتی دارای لایه پیزوالکتریک با لایه‌چینی متقارن و نامتقارن تحت بارگذاری مختلف را با استفاده از تئوری برشی مرتبه بالای ردی³ مورد مطالعه قرار داد. او در این مطالعه میدان حرارتی را به صورت یکنواخت بر صفحه و میدان الکتریکی را به صورت عمود در راستای ضخامت صفحه در نظر گرفت. نتایج نشان دادند که اعمال ولتاژ مثبت موجب کاهش تغییر شکل خارج از صفحه در مسیر پس کمناش می‌شود. لیو و همکاران [5] رفتار پس کمناش صفحه پیزوالکتریک ساخته شده از مواد مدرج تابعی⁴ را تحت بارگذاری حرارتی-الکتریکی-مکانیکی بررسی کردند. آن‌ها جهت حل معادله غیرخطی به دست آمده از تئوری برشی مرتبه بالای ردی از الگوریتم تکراری دیفرانسیل مربعات گالرکین⁵ استفاده کردند. کوریا و همکاران [6] با استفاده از تئوری مرتبه بالا برشی و روش اجزا محدود، موقعیت عملگرهای پیزوالکتریک و زاویه فیبرهای لایه‌های پیزوالکتریک را بهینه‌سازی کردند. آن‌ها نشان دادند که استفاده از روش پیشنهادی برای بهینه‌سازی لایه‌های پیزوالکتریک مفید و قابل استفاده است، ولی از لحاظ زمان محاسباتی مقرون به صرفه نیست. والریس و همکاران [7] تأثیر انواع لایه‌چینی بر رفتار کمناش و پس کمناش صفحات کامپوزیت چندلایه با لایه‌های پیزوالکتریک را با استفاده از روش اجزا محدود بررسی کردند. رن [8] کنترل شکل سازه با استفاده از عملگرهای پیزوالکتریک را مورد مطالعه قرار داد. او نشان داد که میدان الکتریکی می‌تواند شکل سازه را کنترل کرد.

همان‌طور که مطالعه تحقیقات پیشین نشان می‌دهد، بررسی رفتار کمناش و پس کمناش صفحات با لایه‌های پیزوالکتریک موضوع بسیاری از تحقیقات است. در بیشتر مطالعات پیشین از روش‌های تک‌لایه معادل و یا روش حل اجزا محدود برای تحلیل این صفحات استفاده شده است و از تئوری لایه‌ای در این خصوص کمتر استفاده شده است. در این مقاله رفتار کمناش و پس کمناش صفحه کامپوزیتی دارای لایه پیزوالکتریک با انواع مختلف لایه‌چینی تحت بارگذاری فشاری درون صفحه‌ای با استفاده از تئوری لایه‌ای بررسی شده است. روش تحلیل بر مبنای به کارگیری تئوری مرتبه اول برشی در فرمولاسیون بوده و برای به دست آوردن معادلات از روش ریلی-ریتز⁶ است. انواع مختلف لایه‌چینی جهت نشان دادن اثر میدان الکتریکی بر رفتار

¹ Bifurcation buckling point

² Layer-wise theory

³ Reddy's Higher order shear theory

⁴ Functionary graded material

⁵ Galerkin-Differential quadrature iteration algorithm

⁶ Rayleigh-Ritz

همچنین برای شرایط مرزی هر چهار لبه گیردار تابع جابه‌جایی خارج از صفحه و توابع دوران‌ها به صورت رابطه (6) بیان می‌شود.

$$w = \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^M \left(x - \frac{L}{2}\right) \left(x + \frac{L}{2}\right) \left(y - \frac{b}{2}\right) \left(y + \frac{b}{2}\right) w_{mn} x^m y^n$$

$$\phi_x^{(k)} = \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^M \left(x - \frac{L}{2}\right) \left(x + \frac{L}{2}\right) \phi_{xmn}^k x^m y^n$$

$$\phi_y^{(k)} = \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^M \left(y - \frac{b}{2}\right) \left(y + \frac{b}{2}\right) \phi_{ymn}^k x^m y^n$$

$$k = 1 \dots NL$$

معادله ساختاری برای ماده کامپوزیت و پیزوالکتریک در دستگاه مختصات کلی به فرم رابطه (7) به دست می‌آید [11,10].

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{C}_{11} & \bar{C}_{12} & \bar{C}_{13} & 0 & 0 & 0 \\ \bar{C}_{12} & \bar{C}_{22} & \bar{C}_{23} & 0 & 0 & 0 \\ \bar{C}_{13} & \bar{C}_{23} & \bar{C}_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{C}_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{C}_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{C}_{66} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}$$

$$- \begin{pmatrix} 0 & 0 & \bar{e}_{31} \\ 0 & 0 & \bar{e}_{32} \\ 0 & 0 & \bar{e}_{33} \\ 0 & \bar{e}_{24} & 0 \\ \bar{e}_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{e}_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{e}_{24} & 0 & 0 \\ \bar{e}_{31} & \bar{e}_{32} & \bar{e}_{33} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}$$

$$- \begin{pmatrix} \bar{e}_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{e}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{e}_{33} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{Bmatrix}$$

(7)

در رابطه (7)، $\{\sigma\}$ ، $\{\varepsilon\}$ ، $\{E\}$ و $\{D\}$ به ترتیب بردارهای تنش، کرنش، میدان الکتریکی و جابه‌جایی الکتریکی و همچنین $\{\bar{C}\}$ ، $\{\bar{e}\}$ و $\{\bar{e}\}$ به ترتیب ماتریس‌های سختی الاستیک، ضریب پیزوالکتریک¹ و ضریب گذردی الکتریکی² است. میدان الکتریکی با استفاده از روابط (8) به دست می‌آید.

$$\{E\} = \begin{Bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial \phi}{\partial x} \\ -\frac{\partial \phi}{\partial y} \\ -\frac{\partial \phi}{\partial z} \end{Bmatrix} \quad (8-a)$$

$$\phi = \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^M \phi_{mn} x^m y^n \quad (8-b)$$

در رابطه (8)، ϕ تابع درونیایی میدان الکتریکی است. با توجه به ضخامت کم صفحه، در این مقاله میدان الکتریکی در راستای x و y صفر است ($E_y = E_x = 0$). اگر پتانسیل الکتریکی در راستای ضخامت یک مقدار ثابت فرض شود در این صورت میدان الکتریکی در راستای z به صورت رابطه (9) به دست می‌آید.

$$E_z = \frac{\phi}{t_p} \quad (9)$$

در رابطه (9) t_p ضخامت لایه پیزوالکتریک است. معادلات تعادل صفحه

شرایط مرزی اعمالی به صورت هر چهار لبه گیردار است که به صورت رابطه (3) نشان داده می‌شود.

$$w|_{x=L/2} = w|_{x=-L/2} = 0$$

$$w|_{y=b/2} = w|_{y=-b/2} = 0$$

$$\phi_x|_{x=L/2} = \phi_x|_{x=-L/2} = 0$$

$$\phi_y|_{y=b/2} = \phi_y|_{y=-b/2} = 0$$

$$v|_{y=b/2} = v|_{y=-b/2} = 0$$

$$u|_{x=L/2} = -\frac{L}{2} \times \varepsilon_0$$

$$u|_{x=-L/2} = \frac{L}{2} \times \varepsilon_0 \quad (3)$$

در رابطه (3)، ε_0 کوتاه‌شدگی کرنش دورن صفحه‌ای است.

با در نظر گرفتن شرایط مرزی، تابع جابه‌جایی درون صفحه‌ای در راستای x به صورت رابطه (4) تعریف می‌شود.

$$U^{\text{ref}} = -\varepsilon_0 x + \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^M \left(x - \frac{L}{2}\right) \left(x + \frac{L}{2}\right) U_{mn}^{\text{ref}} x^m y^n$$

$$U^{(1)} = U^{\text{ref}} + \frac{t^{(1)}}{2} \phi_x^{(1)}$$

$$U^{(k)} = U^{(k-1)} - \frac{t^{(k-1)}}{2} \phi_x^{(k-1)} - \frac{t^{(k)}}{2} \phi_x^{(k)},$$

$$k = 1 \dots NL$$

(4)

در رابطه (4) اندیس‌های بالانویس نشان‌دهنده شماره هر لایه است. $t^{(k)}$ ضخامت لایه k -ام و NL نشان‌دهنده مجموع لایه‌هاست. به همین ترتیب تابع جابه‌جایی درون صفحه‌ای در راستای y به صورت رابطه (5) تعریف می‌شود.

$$V^{\text{ref}} = \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^M \left(y - \frac{b}{2}\right) \left(y + \frac{b}{2}\right) V_{mn}^{\text{ref}} x^m y^n,$$

$$V^{(1)} = V^{\text{ref}} + \frac{t^{(1)}}{2} \phi_y^{(1)}$$

$$V^{(k)} = V^{(k-1)} - \frac{t^{(k-1)}}{2} \phi_y^{(k-1)} - \frac{t^{(k)}}{2} \phi_y^{(k)},$$

$$k = 1 \dots NL$$

(5)

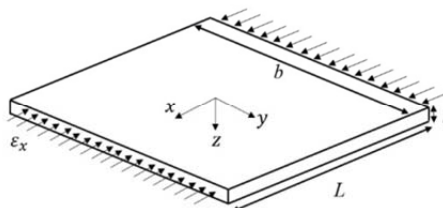


Fig. 1 Composite plate under uniaxial end-shortening

شکل 1 صفحه کامپوزیتی تحت بارگذاری محوری به صورت کوتاه‌شدگی درون صفحه‌ای

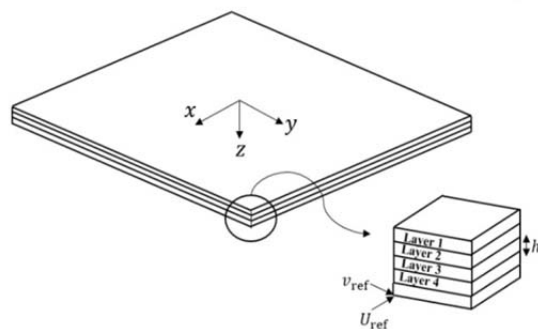


Fig. 2 Schematic of numerical layers in composite laminate

شکل 2 شماتیک لایه‌های عددی در صفحه کامپوزیتی

¹ Piezoelectric coefficient

² Electric permittivity

زیادی کاهش می‌یابد.

3- تعریف مسأله

مسأله مورد بررسی یک صفحه کامپوزیت به ابعاد $100\text{mm} \times 100\text{mm}$ و ضخامت 1mm است. جنس صفحه کامپوزیتی از ماده گلس اپوکسی¹ و جنس لایه‌های پیزوالکتریک از PZT-5A است. خواص مکانیکی مواد در جدول 1 آورده شده است. این صفحه تحت بارگذاری به صورت کوتاه‌شدگی درون صفحه‌ای محوری و شرایط مرزی به صورت هر چهار لبه گیردار است، همچنین میدان الکتریکی اعمالی به صورت ثابت در راستای ضخامت صفحه است.

در جدول 2 نحوه لایه‌چینی صفحه کامپوزیتی با لایه‌های پیزوالکتریک مدل‌سازی شده در این مقاله نشان داده شده است. برای لایه‌چینی‌های نوع A و B لایه پیزوالکتریک در وسط صفحه و برای لایه‌چینی‌های نوع C و D لایه‌های پیزوالکتریک در بالا و پایین صفحه قرار داده شده‌اند. برای تمامی حالت‌ها ضخامت لایه پیزوالکتریک 0.5mm و ضخامت کل لایه کامپوزیت 0.5mm است. همچنین در شکل 3 نحوه لایه‌چینی و اعمال ولتاژ به صفحات پیزوالکتریک به صورت شماتیک نشان داده شده است.

4- مدل اجزا محدود

به منظور صحت‌سنجی و مقایسه نتایج به دست آمده توسط روش پیشنهادی از مدل‌سازی اجزا محدود در نرم‌افزار انسیس استفاده شده است. مدل اجزا

جدول 1 خواص مکانیکی ماده کامپوزیت گلس اپوکسی و پیزوالکتریک [10]
Table 1 Mechanical properties of Glass/Epoxy and PZT-5A [10]

گلس اپوکسی	PZT-5A	نوع خاصیت	
40	61.5	$E_{11}(\text{GPa})$	
1	61.5	$E_{22}(\text{GPa})$	
0.6	53.4	$E_{33}(\text{GPa})$	
0.5	22.6	$G_{12}(\text{GPa})$	
0.6	21.1	$G_{23}(\text{GPa})$	خواص الاستیک
0.6	21.1	$G_{31}(\text{GPa})$	
0.3	0.349	ν_{12}	
0.3	0.441	ν_{23}	
0.3	0.441	ν_{31}	
-	-171	d_{13}	
-	-171	d_{23}	
-	374	d_{33}	ضریب پیزوالکتریک
-	584	d_{24}	
-	584	d_{15}	
-	916	ϵ_{13}/ϵ_0	ضریب نفوذپذیری
-	916	ϵ_{22}/ϵ_0	
-	830	ϵ_{33}/ϵ_0	الکتریکی
$\epsilon_0 = \pm 10^{-12} \text{ F/m}$			

جدول 2 نحوه لایه‌چینی صفحه کامپوزیت-پیزوالکتریک
Table 2 The lay-up sequences of piezo-composite laminates

نوع	لایه‌چینی
A	[[0,90],P,[90,0]]
B	[[0,45],P,[45,0]]
C	[P,[0,90,90,0],P]
D	[P,[0,45,45,0],P]

¹ Glass epoxy

با استفاده از اصل انرژی پتانسیل کمینه به دست می‌آید. بدین منظور انرژی پتانسیل کلی صفحه تحت میدان الکتریکی- مکانیکی به صورت رابطه (10) به دست می‌آید:

$$\Pi = (U - W^{\text{ext}}) \quad (10-a)$$

$$U = U_m + U_e \quad (10-b)$$

$$W^{\text{ext}} = W_m^{\text{ext}} + W_e^{\text{ext}} \quad (10-c)$$

در رابطه (10-a) U و W^{ext} به ترتیب انرژی پتانسیل کمینه کل، انرژی کرنشی و کار خارجی است، همچنین در روابط (10-b,c) انرژی کرنشی و کار خارجی به دو قسمت مکانیکی و الکتریکی تقسیم شده‌اند که زیرنویس m مربوط به ترم‌های مکانیکی و زیرنویس e مربوط به ترم‌های الکتریکی است. با استفاده از رابطه (7) و جای‌گذاری در روابط (10-b,c) رابطه نهایی انرژی پتانسیل به صورت رابطه (11) به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} \Pi &= \int_V (\bar{C}_{ijkl} \epsilon_{ij} \epsilon_{kl}^T - 2 \bar{e}_{ij} \epsilon_{jl} E_i^T - E_j \bar{e}_{ij} E_i^T) dV \\ &- \int_A (A_{(x)} E_i D_i) dA \quad i, j, k, l, e = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (11)$$

در رابطه (11) $A_{(x)}$ و V به ترتیب نشان‌دهنده مساحت لایه پیزوالکتریک و حجم صفحه است، همچنین انتگرال دوم نشان‌دهنده کار الکتریکی است.

در این مقاله به دلیل این‌که بارگذاری به صورت کرنش درون صفحه‌ای (کوتاه‌شدگی) به صفحه کامپوزیتی اعمال می‌شود، کار حاصل از نیروهای خارجی مساوی صفر است ($W_m^{\text{ext}} = 0$) انرژی کرنشی کل و همچنین انرژی کرنشی مکانیکی و الکتریکی هر صفحه نیز به صورت رابطه (12) به دست می‌آیند.

$$U = \sum_{i=1}^{NL} U_m^{(i)} + \sum_{i=0}^{NL} U_e^{(i)} \quad (12-a)$$

$$U_m^{(k)} = \frac{1}{2} \iiint \sigma^{(k)T} \epsilon^{(k)} dV \quad (12-b)$$

$$U_e^{(i)} = \iint \bar{\varphi}_k \bar{q}_k d\Gamma \quad (12-c)$$

در رابطه (12)، $d\Gamma$ و $\bar{q}_k$ ، $\bar{\varphi}_k$ به ترتیب پتانسیل الکتریکی، چگالی بار الکتریکی و سطحی که بار الکتریکی به آن اعمال می‌شود، همچنین k نشان‌دهنده شماره لایه عددی است. کار خارجی حاصل از بار الکتریکی به صورت رابطه (13) به دست می‌آید.

$$W_e^{(k)\text{ext}} = \iiint E^{(k)} D^{(k)} dV_p \quad (13)$$

در رابطه (13) V_p حجم لایه پیزوالکتریک است. در نهایت با به دست آوردن انرژی پتانسیل کل صفحه و با مشتق‌گیری نسبت به درجات آزادی، معادلات غیرخطی به دست می‌آید. با استفاده از الگوریتم تکرار نیوتن-رافسون معادلات غیرخطی حل و درجات آزادی مجهول برای کوتاه‌شدگی مشخص به دست می‌آیند و در نتیجه مقادیر میدان جابه‌جایی و دوران‌ها با استفاده از درجات آزادی محاسبه می‌شوند. با استفاده روش پیشنهادی مسیر پس‌کمانش نیز قابل بررسی است. برای به دست آوردن مقدار جابه‌جایی بحرانی از روش سعی و خطا استفاده می‌شود، بدین صورت که ابتدا یک مقدار کوتاه‌شدگی دلخواه به صفحه اعمال می‌شود و با استفاده از روش یادشده مقادیر درجات آزادی محاسبه می‌شوند. اگر مقادیر به دست آمده صفر باشند بدین معنی است که مقدار کوتاه‌شدگی اعمال شده کمتر از جابه‌جایی بحرانی است و باید حدس اولیه برای کوتاه‌شدگی تغییر یابد و این کار تا زمانی انجام می‌گیرد که مقادیر درجات آزادی غیرصفر به دست آید. باید توجه کرد که اگر مقدار حدس اولیه نزدیک جابه‌جایی بحرانی باشد، تعداد تکرارها به میزان

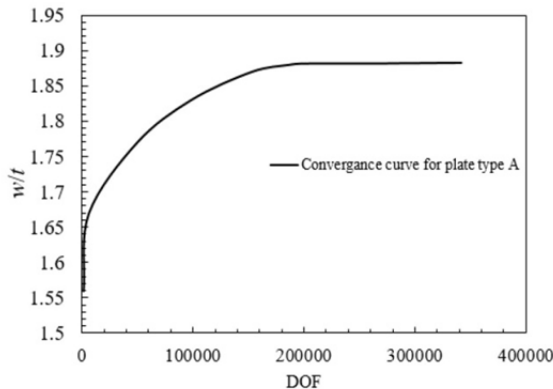


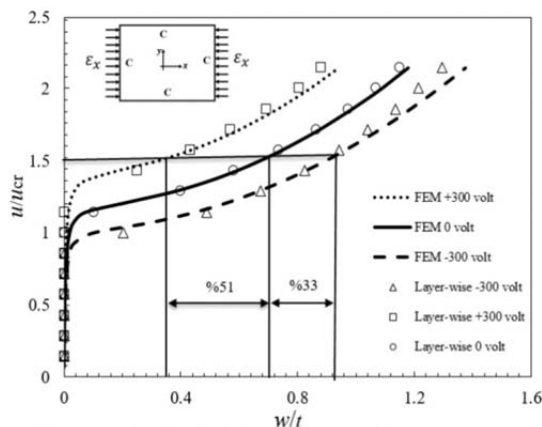
Fig. 5 Convergence rate for plate type A without applying voltage

شکل 5 نرخ همگرایی برای صفحه نوع A بدون اعمال ولتاژ

از صفحه شده است. اعمال ولتاژ منفی به اندازه 33% جابه‌جایی را کاهش و ولتاژ مثبت 51% جابه‌جایی خارج از صفحه را افزایش داده است. نتایج روش پیشنهادی هم‌خوانی بسیار خوبی با نتایج روش اجزا محدود دارد. در شکل 7 رفتار مشابهی برای کمانش و پس کمانش صفحه نوع B نشان داده شده است. مقایسه نتایج مدل‌های A و B نشان می‌دهد که برای مقدار جابه‌جایی بی بعد $u/u_{cr} = 1.5$ تغییرات جابه‌جایی خارج از صفحه برای صفحه نوع A بیشتر از نوع B است.

شکل‌های 9, 8 ظرفیت تحمل بار صفحه کامپوزیت-پیزوالکتریک نوع A و B را نشان می‌دهد. مطابق شکل‌های یادشده رفتار پس کمانشی در این صفحات کاملاً مشهود است و با اعمال ولتاژ به صفحه پیزوالکتریک مقدار ظرفیت باربری صفحه تغییر می‌کند. ولتاژ مثبت موجب کاهش و ولتاژ منفی باعث افزایش باربری صفحه می‌شوند.

در شکل 10 رفتار پس کمانش صفحه کامپوزیت-پیزوالکتریک نوع C نشان داده شده است. نحوه رفتار کمانش و پس کمانش صفحه در حالت‌های بدون اعمال ولتاژ و اعمال ولتاژ منفی و مثبت مانند رفتار شکل 6 است با این تفاوت که مقدار کاهش و افزایش جابه‌جایی خارج از صفحه برای صفحه نوع C به مراتب کمتر از نوع A است. علاوه بر آن اعمال ولتاژ مثبت به لایه‌های


 Fig. 6 The normalized out-of-plane deflection of an active plate versus normalized end-shortening for plate type A (the critical buckling end-shortening of piezo-composite laminate with zero voltage is $u_{cr} = 0.00255\text{mm}$)

شکل 6 جابه‌جایی خارج از صفحه بی بعد شده لایه‌چینی نوع A نسبت به کوتاه‌شدگی انتهایی بی بعد شده (جابه‌جایی کوتاه‌شدگی بحرانی صفحه کامپوزیت-پیزوالکتریک برای حالت بدون ولتاژ $u_{cr} = 0.00255\text{mm}$ است)

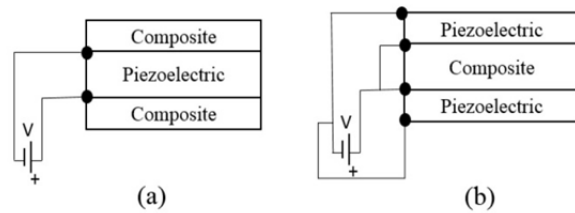


Fig. 3 Schematic of different piezo-composite laminates a- type A and B, b- type C and D

شکل 3 شماتیک لایه‌چینی کامپوزیت-پیزوالکتریک الف- لایه‌چینی نوع A و B - لایه‌چینی نوع C و D

محدود به کار گرفته شده به صورت مدل سه بعدی با استفاده از المان آجری هشت گرهی است که هر گره دارای سه درجه آزادی جابه‌جایی است. برای مدل‌سازی لایه‌های کامپوزیتی از المان SOLID45 و همچنین برای مدل‌سازی لایه‌های پیزوالکتریک از المان SOLID5 که دارای درجه آزادی ولتاژ نیز است استفاده شده است. در شکل 4 نحوه اعمال بارگذاری به لایه‌های صفحه کامپوزیت-پیزوالکتریک نشان داده شده است. شرط مرزی به کارگرفته شده در این مقاله به صورت هر چهار لبه گیردار و جابه‌جایی دورن صفحه‌ای است. مطابق شکل 4 درجه آزادی خارج از صفحه در هر چهار لبه صفحه کامپوزیت-پیزوالکتریک محدود شده است ($v=0$), همچنین درجه آزادی در راستای y برای لبه‌های شماره 2 و 4 محدود شده‌اند ($v=0$) و جابه‌جایی درون صفحه‌ای به صورت فشاری در راستای x به لبه‌های 1 و 3 اعمال می‌شوند.

برای نشان دادن استقلال نتایج حاصل از روش اجزای محدود از تعداد درجات آزادی و نوع مش‌بندی، مطابق شکل 5 نمودار همگرایی، بیشینه جابه‌جایی خارج از صفحه بی بعد شده نسبت به ضخامت سازه کامپوزیتی برحسب تعداد درجات آزادی برای حالت بدون اعمال ولتاژ به لایه‌های پیزوالکتریک نشان داده شده است. مطابق شکل 5 همگرایی پاسخ‌ها برای صفحه کامپوزیتی مدل A در تعداد 200000 درجه آزادی مشاهده شده است.

5- نتایج و بحث

در این بخش نتایج به دست آمده از روش پیشنهادی برای رفتار کمانش و پس کمانش صفحه کامپوزیتی با لایه‌های پیزوالکتریک با نتایج روش اجزا محدود مقایسه و صحت‌سنجی شده است. مطابق شکل 6 رفتار کمانش و پس کمانش صفحه تحت جابه‌جایی به صورت کوتاه‌شدگی درون صفحه‌ای در سه حالت بدون ولتاژ، ولتاژ منفی و مثبت نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود اعمال ولتاژ منفی به لایه‌های پیزوالکتریک باعث افزایش جابه‌جایی خارج از صفحه و اعمال ولتاژ مثبت موجب کاهش جابه‌جایی خارج

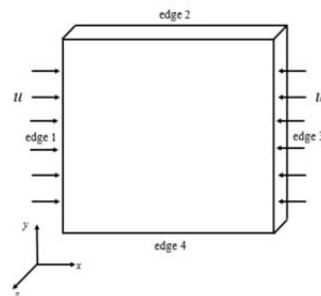


Fig. 4 Schematic of finite element model boundary condition

شکل 4 شکل شماتیک شرط مرزی مدل اجزا محدود

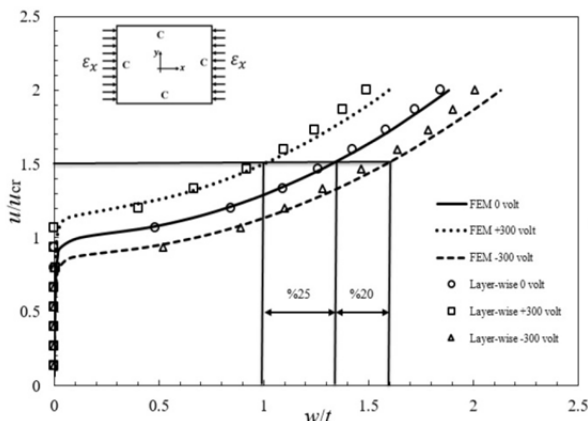


Fig. 10 The normalized out-of-plane deflection of an active plate versus normalized end-shortening for plate type C (the critical buckling end-shortening of piezo-composite laminate with zero voltage is $u_{cr}=0.00565\text{mm}$)

شکل 10 جابه‌جایی خارج از صفحه نوع C بی‌بعد شده صفحه کامپوزیتی نسبت به کوتاه‌شدگی (جابه‌جایی کوتاه‌شدگی بحرانی صفحه کامپوزیت-پیزوالکتریک برای حالت بدون ولتاژ $u_{cr}=0.00565\text{mm}$ است)

پیزوالکتریک میزان جابه‌جایی بحرانی را افزایش می‌دهد. مقایسه نتایج روش ارائه شده در این مقاله با نتایج حاصل از روش اجزا محدود هم‌خوانی بسیار خوبی را بین آن‌ها نشان می‌دهد.

در شکل 11 جابه‌جایی خارج از صفحه بی‌بعد شده نسبت به جابه‌جایی درون صفحه‌ای بی‌بعد شده برای صفحه کامپوزیت-پیزوالکتریک نوع D نشان داده شده است. اعمال ولتاژ مثبت و منفی رفتار پس‌کمانش و نقطه دوشاخگی را تغییر می‌دهد. مقایسه این نمودار با نمودارهای به دست آمده از شکل 6 می‌توان نتیجه گرفت که موقعیت لایه پیزوالکتریک در مقدار جابه‌جایی خارج از صفحه نقش بسزایی دارد. زمانی که لایه پیزوالکتریک در وسط صفحه قرار دارد مقدار کاهش و یا افزایش جابه‌جایی خارج از صفحه به مراتب بیشتر از حالتی است که لایه‌های پیزوالکتریک در بالا و پایین صفحه کامپوزیتی قرار گرفته‌اند.

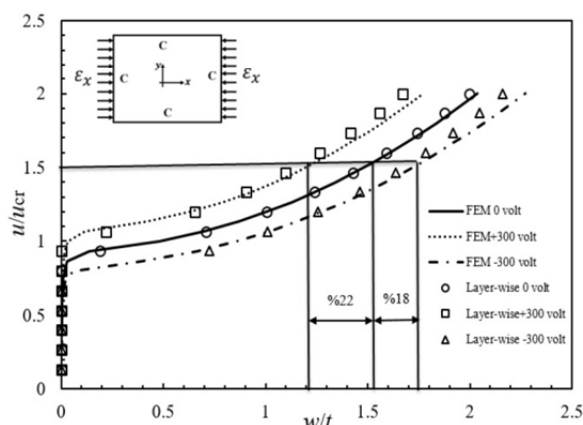


Fig. 11 The normalized out-of-plane deflection of an active plate versus normalized end-shortening for type D (the critical buckling end-shortening of piezo-composite laminate with zero voltage is $u_{cr}=0.00511\text{mm}$)

شکل 11 جابه‌جایی خارج از صفحه بی‌بعد شده لایه‌چینی نوع D نسبت به جابه‌جایی کوتاه‌شدگی انتهای بی‌بعد (جابه‌جایی بحرانی صفحه کامپوزیت-پیزوالکتریک برای حالت بدون ولتاژ $u_{cr}=0.00511\text{mm}$ است)

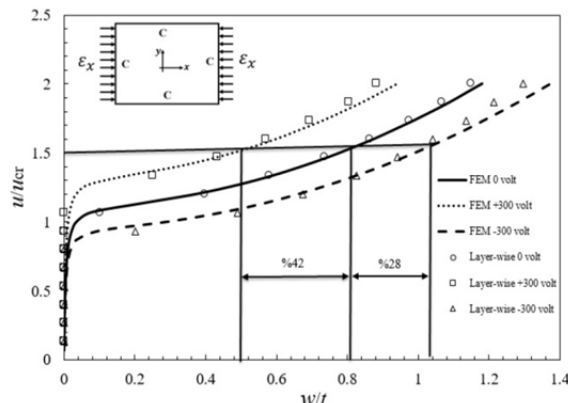


Fig. 7 The normalized out-of-plane deflection of an active plate versus normalized end-shortening for plate type B (the critical buckling end-shortening of piezo-composite laminate with zero voltage is $u_{cr}=0.00222\text{mm}$)

شکل 7 جابه‌جایی خارج از صفحه بی‌بعد شده لایه‌چینی نوع B نسبت به کوتاه‌شدگی انتهای بی‌بعد شده (جابه‌جایی کوتاه‌شدگی بحرانی صفحه کامپوزیت-پیزوالکتریک برای حالت بدون ولتاژ $u_{cr}=0.00222\text{mm}$ است)

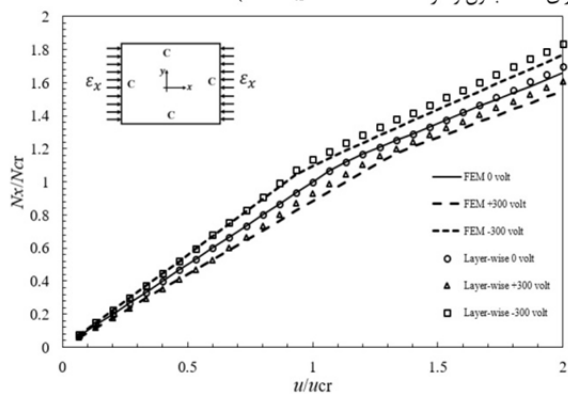


Fig. 8 The normalized load carrying of the plate versus normalized end-shortening for various applied voltages for plate type A ($N_{cr}=52.13\text{kN}$) is the critical buckling load of piezo-composite laminate with zero voltage)

شکل 8 ظرفیت باربری بی‌بعد شده نسبت به جابه‌جایی کوتاه‌شدگی انتهای بی‌بعد ولتاژهای اعمالی مختلف برای صفحه لایه‌چینی نوع A ($N_{cr}=52.13\text{kN}$) بار بحرانی کمانش صفحه کامپوزیت-پیزوالکتریک با ولتاژ صفر است)

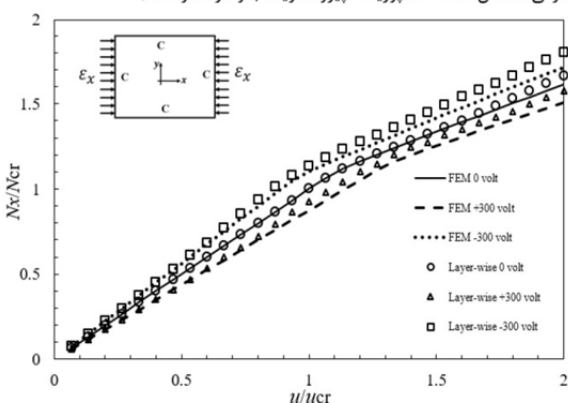


Fig. 9 The normalized load carrying of the plate versus normalized end-shortening for various applied voltages for plate type B ($N_{cr}=51.6\text{kN}$) is the critical buckling load of piezo-composite laminate with zero voltage)

شکل 9 ظرفیت باربری بی‌بعد شده نسبت به جابه‌جایی کوتاه‌شدگی برای ولتاژهای اعمالی مختلف برای صفحه لایه‌چینی نوع B ($N_{cr}=51.6\text{kN}$) بار بحرانی کمانش صفحه کامپوزیت-پیزوالکتریک با ولتاژ صفر است)

بررسی قرار گرفته شده است و تأثیر اعمال ولتاژهای مختلف بر تنش‌های بین لایه‌ای نشان داده شده است. تنش نرمال در راستای بارگذاری نسبت به طول صفحه برای مدل A در شکل 14 نشان داده شده است. مطابق شکل در لایه‌های آزاد تنش‌های داخل صفحه‌ای وجود نداشته و به منظور برقراری تعادل، تنش‌های بین لایه‌ای در لایه‌ها ایجاد می‌شوند. در نتیجه تنش‌های داخل صفحه در لایه‌ها باید کاهش پیدا کرده و تنش‌های بین لایه‌ای افزایش یابند. با توجه به این که در لایه‌ها از کوتاه‌شدگی انتهایی استفاده شده است همواره مقداری تنش منفی در این لایه‌ها وجود دارد و مقدار تنش دورن صفحه‌ای در لایه‌ها صفر نخواهند بود. به عبارت دیگر مقایسه تنش صفحه‌ای از حالت فشاری در لایه‌ها به حالت کششی در وسط صفحه تغییر می‌کنند. در شکل 15 تنش نرمال در راستای محور y نسبت به عرض صفحه نشان داده شده است. با توجه به شکل اعمال ولتاژ منفی سبب کاهش تنش‌های نرمال به میزان 23% همچنین ولتاژ مثبت سبب افزایش تنش‌ها در حدود 30% شده است. در شکل‌های 17، 16 مقایسه تنش‌های بین لایه‌ای τ_{yz} و τ_{xz} برای صفحه نوع A و B در خط وسط صفحه کامپوزیتی نشان داده شده است. برای حالت بدون ولتاژ مقدار اختلاف بین دو نوع لایه‌چینی حدود 14% و برای حالات ولتاژ اعمالی مثبت و منفی هر کدام در حدود 15% است. تنش τ_{xz} برای صفحه نوع A کمتر از صفحه نوع B است، دلیل این اختلاف وجود نیروهای برشی در صفحه نوع B که دارای لایه‌چینی زاویه‌دار 45 درجه است است.

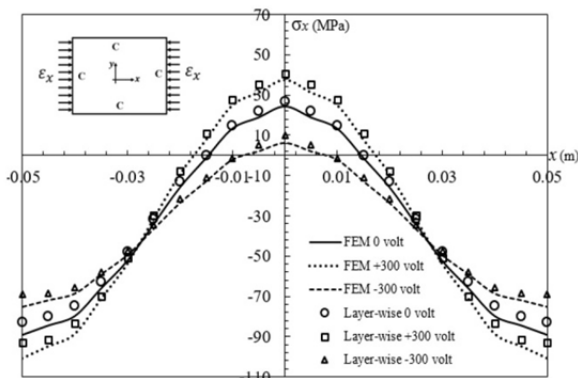


Fig. 14 Normal stress σ_x versus length of plate for plate type A

شکل 14 تنش عمودی σ_x نسبت به طول صفحه برای صفحه نوع A

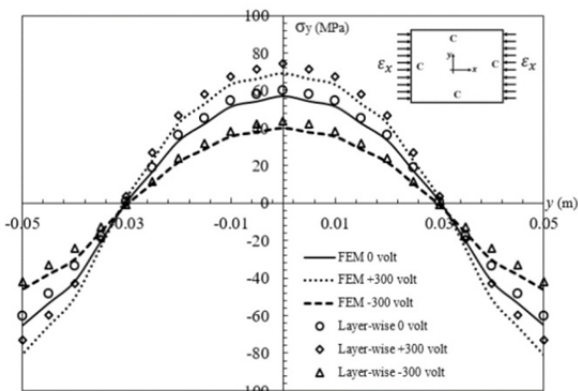


Fig. 15 Normal stress σ_y versus length of plate for plate type B

شکل 15 تنش عمودی σ_y نسبت به طول صفحه برای صفحه نوع B

در شکل 12، 13 نمودارهای ظرفیت باربری صفحه کامپوزیت-پیزوالکتریک برای ولتاژهای اعمالی متفاوت نشان داده شده‌اند. مطابق شکل‌های یادشده اعمال ولتاژ مثبت سبب کاهش و اعمال ولتاژ منفی باعث افزایش ظرفیت باربری می‌شود.

جدایش در محل اتصال در کامپوزیت‌ها یکی از عوامل مهم در کاهش استحکام سازه‌های کامپوزیتی است که گسترش این پدیده به تخریب نهایی سازه منجر می‌شود. اصلی‌ترین عامل ایجاد کننده این نوع تخریب‌ها تنش‌های بین لایه‌ای¹ در لایه‌های مجاور و محل اتصالات است. تنش‌های بین لایه‌ای ایجاد شده می‌تواند از نوع تنش‌های برشی و نرمال باشند. تنش‌های بین لایه‌ای برشی موجب لغزش لایه‌ها برهم می‌شوند. در کامپوزیت‌های چند لایه‌ای، خواص هر لایه در جهت‌های مختلف، تعداد لایه‌ها و جهت چیدمان فیبرها از اهمیت ویژه‌ای برخوردار هستند. در ادامه بخش نتایج تنش‌های بین لایه‌ای در نمونه‌های کامپوزیتی چند لایه با لایه‌های پیزوالکتریک مورد

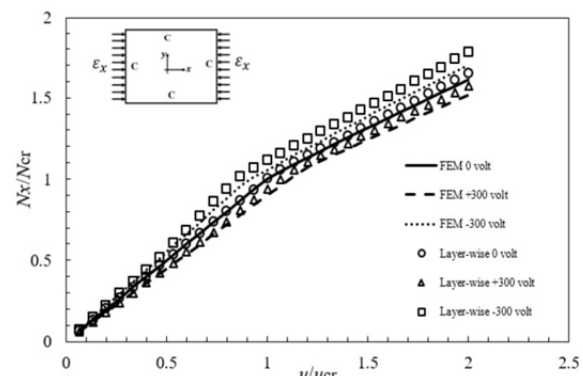


Fig. 12 The normalized load carrying of the plate versus normalized end-shortening for various applied voltages for plate type C ($N_{cr}=31.20$ (kN) is the critical buckling load of piezo-composite laminate with zero voltage)

شکل 12 ظرفیت باربری بی‌بعد شده نسبت به جابه‌جایی کوتاه‌شدگی انتهایی برای ولتاژهای اعمالی مختلف برای صفحه نوع C ($N_{cr}=31.20$ (kN)) بار بحرانی کمناش صفحه کامپوزیت-پیزوالکتریک با ولتاژ صفر است)

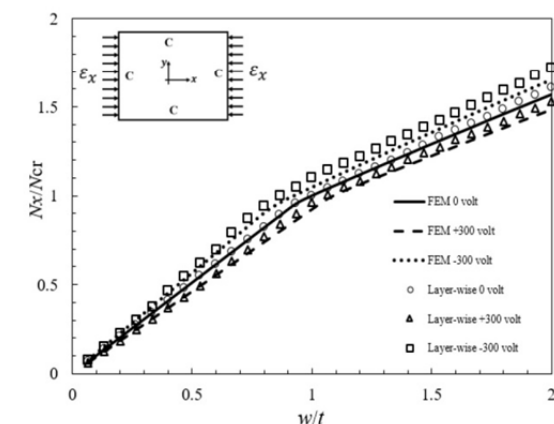
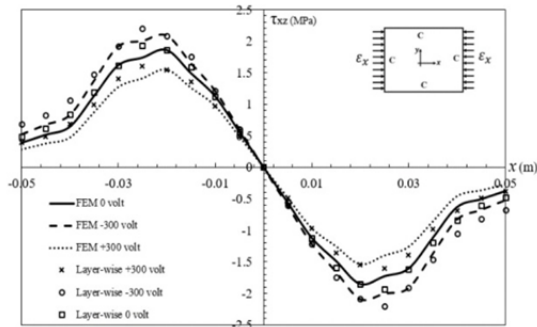
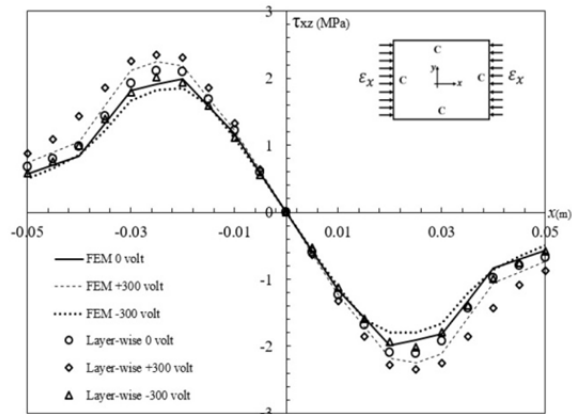
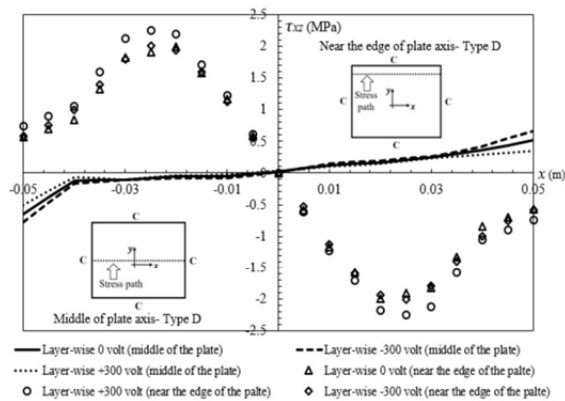


Fig. 13 The normalized load carrying of the plate versus normalized end-shortening for various applied voltages for plate type D ($N_{cr}=25.6$ (kN) is the critical buckling load of piezo-composite laminate with zero voltage)

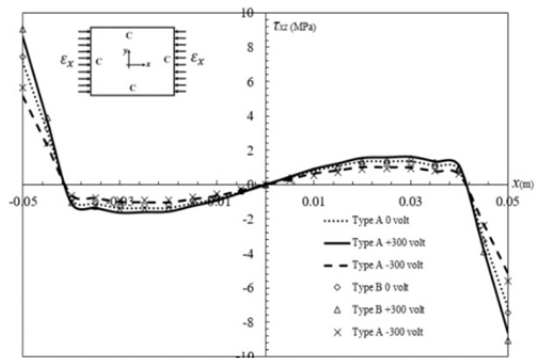
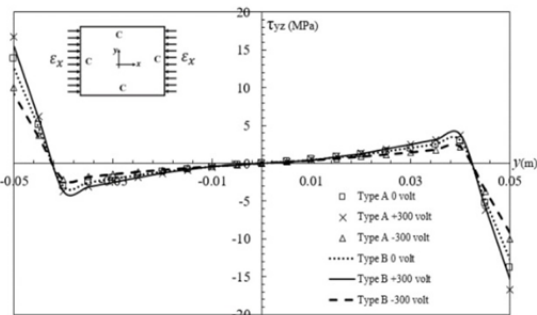
شکل 13 ظرفیت باربری بی‌بعد شده نسبت به جابه‌جایی کوتاه‌شدگی انتهایی برای ولتاژهای اعمالی مختلف برای صفحه نوع D ($N_{cr}=25.6$ (kN)) بار بحرانی کمناش صفحه کامپوزیت-پیزوالکتریک با ولتاژ صفر است)

¹ Interlaminar stresses

Fig. 18 The τ_{xz} stress versus length of plate for plate type Cشکل 18 تنش τ_{xz} نسبت به طول صفحه برای صفحه نوع CFig. 19 The τ_{xz} stress versus length of plate for plate type Dشکل 19 تنش τ_{xz} نسبت به طول صفحه برای صفحه نوع DFig. 20 The τ_{xz} stress versus length of plate on different stress paths for plate type Dشکل 20 رفتار تنش τ_{xz} نسبت به طول صفحه برای مسیرهای تنش متفاوت برای صفحه نوع D

تحت بارگذاری جابه‌جایی درون صفحه‌ای به صورت کوتاه‌شدگی انتهایی بررسی شده است. با استفاده از تئوری لایه‌ای بر مبنای تئوری مرتبه اول برشی صفحات، میدان الکتریکی- مکانیکی مدل شده است و با استفاده از اصل کمینه انرژی پتانسیل کل، معادلات غیرخطی کوپل الکتریکی- مکانیکی به دست آمده است. میدان الکتریکی اعمالی در راستای ضخامت صفحه و به صورت ثابت در نظر گرفته شده است. نتایج به دست آمده به شرح زیر است:

1- با توجه به نتایج به دست آمده از روش پیشنهادی و حل اجزا محدود سه بعدی، تأثیر میدان الکتریکی در پاسخ نقطه دوشاخگی و رفتار پس کماتش

Fig. 16 Comparison the τ_{xz} stress for plate type A and Bشکل 16 مقایسه تنش τ_{xz} برای صفحه نوع A و BFig. 17 Comparison the τ_{yz} stress for plate type A and Bشکل 17 مقایسه تنش τ_{yz} برای صفحه نوع A و B

توزیع تنش τ_{xz} برای صفحه نوع C در شکل 18 نشان داده شده است. با مقایسه این نمودار با شکل 17 می‌توان رفتار متفاوتی برای تنش τ_{xz} در صفحه نوع C مشاهده کرد. اعمال ولتاژ مثبت باعث کاهش و اعمال ولتاژ منفی باعث افزایش تنش τ_{xz} شده است. تنش τ_{xz} برای صفحه نوع A و B در لبه‌ها به شدت افزایشی بود و به سمت داخل صفحه این مقدار به صفر میل می‌کرد. در حالی که برای صفحه نوع C مقدار این تنش در لبه‌ها کاهش پیدا کرده است و یا به عبارتی اثرات لبه‌ای در این حالت نسبت به حالتی کاهش پیدا کرده که لایه پیزوالکتریک در وسط صفحه قرار گرفته است. علت این امر را نیز می‌توان افزایش سختی خمشی صفحه برای حالتی بیان نمود که دو لایه پیزوالکتریک در بالا و پایین صفحه قرار دارد.

در شکل 19 رفتار تنش‌های بین لایه‌ای برای مدل D نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود مقادیر تنش‌های بین لایه‌ای در طول و عرض صفحه کامپوزیت- پیزوالکتریک با اعمال ولتاژهای مثبت و منفی تغییر پیدا می‌کند. اعمال ولتاژ به لایه‌های پیزوالکتریک رفتار تنش‌های بین لایه‌ای را تغییر نمی‌دهد و صرفاً باعث افزایش و یا کاهش مقدار تنش‌ها می‌شود.

در شکل 20 تفاوت‌های بین تنش τ_{xz} به دست آمده با دو حالت تعریف مسیر تعیین تنش در نزدیکی لبه صفحه کامپوزیت- پیزوالکتریک و وسط صفحه را نشان می‌دهد. با حرکت کردن به سمت لبه صفحه، رفتار تنش τ_{xz} به رفتار تنش در شکل 16 نزدیک‌تر شده است. به دلیل این‌که در مدل D شکل مد کماتش اول به صورت بیضی‌وار بوده، رفتار نامتقارن برای تنش در لبه بالایی قابل مشاهده است.

6- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این مقاله رفتار کماتش و پس کماتش صفحات کامپوزیت- پیزوالکتریک

صفحه‌های نوع C و D به دلیل نوع لایه‌چینی و بارگذاری برای تنش‌ها رفتار متفاوتی مشاهده شده است.

9- تغییرات تنش‌های نرمال در اثر اعمال ولتاژ نسبت به تنش‌های بین لایه‌ای بیشتر و محسوس‌تر است.

7- مراجع

- [1] K. A. Stevens, R. Ricci, G. A. O. Davies, Buckling and postbuckling of composite structures, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, Vol. 26, No. 3, pp. 189-199, 1995.
- [2] Y. H. Kim, A. K. Noor, Buckling and postbuckling of composite panels with cutouts subjected to combined loads, *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 22, No. 2, pp. 163-185, 1996.
- [3] D. A. Saravanas, P. R. Heyliger, D. A. Hopkins, Layerwise mechanics and finite element for the dynamic analysis of piezoelectric composite plates, *Solids and Structures*, Vol. 34, No. 3, pp. 359-378, 1997.
- [4] H. S. Shen, Postbuckling of shear deformable laminated plates with piezoelectric actuators under complex loading conditions, *Solids and Structures*, Vol. 38, No. 44-45, pp. 7703-7721, 2001.
- [5] K. M. Liew, J. Yang, S. Kitipornchai, Postbuckling of piezoelectric FGM plates subject to thermo-electro-mechanical loading, *Solids and Structures*, Vol. 40, No. 15, pp. 3869-3892, 2003.
- [6] V. M. Franco Correia, C. M. Mota Soares, C. A. Mota Soares, Buckling optimization of composite laminated adaptive structures, *Composite Structures*, Vol. 62, No. 3-4, pp. 315-321, 2003.
- [7] D. Varelis, D. A. Saravanas, Coupled buckling and postbuckling analysis of active laminated piezoelectric composite plates, *Solids and Structures*, Vol. 41, No. 5-6, pp. 1519-1538, 2004.
- [8] L. Ren, A theoretical study on shape control of arbitrary lay-up laminates using piezoelectric actuators, *Composite Structures*, Vol. 83, No. 1, pp. 110-118, 2008.
- [9] M. Kharazi, H. R. Ovesy, M. Asghari Mooneghi, Buckling analysis of delaminated composite plates using a novel layerwise theory, *Thin-Walled Structures*, Vol. 74, pp. 246-254, 2014.
- [10] E. Carrera, S. Brischetto, P. Nali, *Plates and Shells for Smart Structures: Classical and Advanced Theories for Modeling and Analysis*, 6th edition, pp. 11-60, A John Wiley & Sons, Ltd., Publication, 2011.
- [11] S. O. Reza. Moheimani, Andrew J. Fleming, *Piezoelectric Transducers for Vibration Control and Damping*, pp. 9-35, Springer-Verlag London Limited, 2006.

صفحات کامپوزیت- پیزوالکتریک، برای لایه‌چینی‌های متقاطع (A و C) به مراتب بیشتر است.

2- به دلیل تنش‌های برشی بیشتر در لایه‌چینی صفحات کامپوزیت- پیزوالکتریک نوع B و D تأثیر اعمال ولتاژ در کنترل جابه‌جایی خارج از صفحه کمتر از صفحات A و C است.

3- موقعیت لایه پیزوالکتریک تأثیر بسیاری در رفتار پس‌کمانش صفحات کامپوزیتی دارد. به طوری که برای صفحه کامپوزیت دارای لایه پیزوالکتریک در بالا و پایین صفحه به دلیل بالا بودن سختی خمشی نسبت به حالت صفحه کامپوزیتی با لایه پیزوالکتریک در وسط صفحه، اعمال ولتاژ تأثیر کمی در رفتار پس‌کمانش صفحه دارد.

4- ظرفیت باربری صفحات کامپوزیت- پیزوالکتریک با تغییر جهت اعمال ولتاژ تغییر می‌کند.

5- تعداد درجات آزادی استفاده شده در روش پیشنهادی برای مسأله یادشده کمتر از 200 است. در حالی که در روش اجزا محدود بیش از 200000 درجه آزادی در تحلیل‌ها استفاده شده است؛ بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که از لحاظ هزینه و زمان محاسباتی روش پیشنهادی نسبت به روش اجزا محدود مقرون به صرفه است.

6- با اعمال ولتاژ مثبت و منفی به لایه‌های پیزوالکتریک مقادیر تنش‌های بین لایه‌ای در لایه‌چینی‌های مختلف تغییر می‌کند.

7- تعریف مسیر تنش تأثیر بسزایی در مطالعه رفتار تنش‌های بین لایه‌ای را دارد. به طوری که تنش در خط وسط صفحه رفتار سینوسی را دارد، در حالی که تنش در خطوط بالایی و پایینی صفحه رفتار کاملاً متفاوتی را نشان می‌دهد.

8- مقادیر تنش‌های بین لایه‌ای در صفحه‌های نوع A و B در نزدیکی لبه مقدار بیشینه را دارند و در وسط صفحه به سمت صفر میل می‌کنند، ولی در