



تحلیل رزونانس اولیه نانولوله کربنی تک لایه انحنادار روی بستر ویسکوالاستیک در محیط حرارتی تحت بار هارمونیک

حبیب رمضان‌نژاد آزاربونی^{1*}، حماد کشاورزپور²

1- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد رامسر، رامسر

2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد رشت، رشت

* راسمر، صندوق پستی 6643446919، h.ramezannejad@iauramsar.ac.ir

چکیده

در این مقاله براساس مدل تیر اویلر برنولی به تحلیل پاسخ فرکانسی رزونانس اولیه نانولوله‌های کربنی تک لایه انحنادار روی بستر ویسکوالاستیک تحت بار حرارتی محوری در دو وضعیت دما پایین و دما بالا پرداخته شده است. معادلات دیفرانسیل جزئی غیرخطی حاکم بر رفتار دینامیکی نانولوله کربنی با در نظر گرفتن مود اول خمیدگی به فرم تابع سینوسی و استفاده از روش گالرکین برای تیر با شرایط مرزی گیردار در دو انتها به معادلات دیفرانسیل غیرخطی معمولی تقلیل داده شده است. برای محاسبه پاسخ فرکانسی نانولوله کربنی از روش مقیاس چندگانه استفاده شده و روابط تحلیلی برای ترسیم منحنی‌های آن استخراج شده است. با در نظر گرفتن اثر پیش خمیدگی و تغییر شکل‌های بزرگ در نانولوله کربنی ترم‌های غیرخطی با توان دو و سه در معادلات حرکت ظاهر می‌شود. اثر تغییر دما در دو وضعیت دما بالا و دما پایین، ضرایب ویسکوالاستیک بستر، دامنه انحنای اولیه و دامنه نیروی خارجی بر ویژگی‌های پاسخ فرکانس و اثر آن بر رشد یا زوال پدیده پرش پیشرو و پسرو مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج حاصل بیان می‌کند که این ضرایب اثرات قابل توجهی بر چگونگی تغییر پاسخ فرکانسی نانولوله‌های کربنی دارند.

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 12 بهمن 1396
پذیرش: 01 فروردین 1397
ارائه در سایت: 24 فروردین 1397

کلید واژگان:

تئوری تیر اویلر برنولی
رزونانس اولیه
پاسخ فرکانسی
پدیده پرش
نانولوله کربنی انحنادار

Primary resonance analysis of a curved single walled carbon nanotube on the viscoelastic medium in thermal environment under harmonic force

Habib Ramezannejad Azarboni^{1*}, Hemad Keshavarzpour²

1- Department of Mechanical Engineering, Ramsar branch, Islamic Azad University, Ramsar, Iran.

2- Department of Mechanical Engineering, Rasht branch, Islamic Azad University, Rasht, Iran.

* P.O.B. 6643446919, Mazandaran, Iran, h.ramezannejad@iauramsar.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 01 February 2018
Accepted 21 March 2018
Available Online 13 April 2018

Keywords:

Euler-Bernoulli beam theory
Primary resonance
Frequency response
Jumping phenomenon
Curved single carbon nanotube

ABSTRACT

In this paper based on the Euler-Bernoulli beam model, the primary resonance a curved single carbon nanotube subjected to axial thermal force in the case of low temperature and high temperature and resting on a viscoelastic foundation is analytically investigated. The nonlinear partial differential governing equation is reduced to nonlinear ordinary differential equation by using of a single-mode Galerkin approximation along with the sinusoidal curvature for clamped-clamped single walled carbon nanotube under harmonic external force. The method of multiple scales is applied to determine the analytical primary resonance frequency response. Considering the curved geometry and the mid-plane stretching, a quadratic and cubic term is presented in the governing equation. The effects of temperature change in high temperature and low temperature conditions, viscoelastic coefficients of medium, amplitude of sinusoidal curvature and excitation amplitude are investigated to study the property frequency response and development or elimination of forward and backward jumping phenomenon in primary resonance frequency response. The results show that these parameters have a significant effect on the frequency response of a curved single walled carbon nanotubes under transvers harmonic force.

1- مقدمه

دانشمندان در زمینه مدل‌سازی نانولوله‌های کربنی به منظور تحلیل رفتار آن‌ها مانند تحلیل تنش، تحلیل کماتش، تحلیل ارتعاشاتی و غیره معطوف است. سازه‌های استاندارد مانند تیر، ورق و پوسته در مدل‌سازی رفتار مواد نانو در حوزه تحلیل رفتار مکانیکی استفاده می‌شود که بخش بزرگی از مدل‌سازی نانولوله‌های کربنی براساس مدل نانو تیرهاست. برای مدل‌سازی

کشف نانولوله‌های کربنی با ویژگی‌های منحصر به فرد و متمایز نسبت به دیگر مواد موجب استفاده وسیع از آن‌ها در بسیاری از صنایع وابسته به میکرو و نانو ساختارها مانند نانو الکترونیک، نانو کامپوزیت، سنسورهای شیمیایی، سنسورهای بیومکانیکی و غیره شده است. به همین دلیل تحقیقات بسیاری از

پردازند. اثر پارامترهای هندسی و مکانیکی سیستم بر پاسخ فرکانسی مورد تحقیق قرار گرفته است. هاوا و همکاران [8] به تحلیل ارتعاشات آشوبناک نانولوله‌های کربنی با پیش خمیدگی اولیه تحت تحریک هارمونیک پرداختند. پاسخ دینامیکی نانولوله کربنی با استفاده از دیاگرام دوشاخه شدن مورد تحلیل قرار گرفت و پاسخ دینامیکی در نمودارهای پاسخ زمانی فضای فازی و نگاشت پوانکاره نمایش داده شد. شاه‌قلی و همکاران [9] به تحلیل ارتعاشات آزاد و رزونانس اولیه نانوتیر کامپوزیتی با در نظر گرفتن اثر میرایی داخلی با استفاده از روش اغتشاشات پرداختند. با توجه به مطالعه تحقیقات دانشمندان در زمینه مدل‌سازی رفتار غیرخطی نانولوله‌های کربنی می‌توان دریافت بیشتر مطالعات انجام‌شده به دلیل عامل غیرخطی ناشی از تغییر شکل زیاد یا بستر الاستیک بوده که به فرم درجه سوم در معادلات ظاهر می‌شود. تحلیل ارتعاشات غیرخطی نانولوله کربنی تک لایه در حالت رزونانس اولیه و ثانویه براساس مدل تیر اویلر برنولی روی بستر الاستیک خطی توسط وثوقی و شوشتری [10] مورد تحلیل و بررسی قرار گرفته است. تحلیل ارتعاشات غیرخطی آزاد نانولوله‌های کربنی دولایه با استفاده از تئوری کلاسیک تیر اویلر برنولی روی بستر الاستیک با استفاده از روش میانگین توسط قربانپور و همکاران [11] انجام شده است. قربانپور و زارعی [12] با در نظر گرفتن تئوری غیرموضعی تیر اویلر برنولی به تحلیل ارتعاشات و پایداری نانولوله‌های کربنی تک لایه حاوی سیال مغناطیسی روی بستر ویسکوز پرداختند.

در این مقاله با در نظر گرفتن اثر پیش خمش به فرم تابعی سینوسی از مود اول تغییر شکل به تحلیل پاسخ فرکانسی رزونانس اولیه نانولوله‌های کربنی تک لایه روی بستر ویسکوالاستیک تحت اعمال بار محوری دمایی و بار عرضی هارمونیک خارجی پرداخته شده است. با در نظر گرفتن پیش خمیدگی به همراه تغییر شکل بزرگ علاوه بر ترم غیرخطی با درجه سوم، ترم غیرخطی با درجه دوم نیز در معادلات حاکم بر رفتار نانولوله کربنی ظاهر می‌شود. معادلات حاکم بر رفتار سیستم با استفاده از روش انرژی استخراج شده و با به کارگیری روش گالرکین به معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل شده است؛ سپس با استفاده از روش مقیاس چندگانه رابطه‌ای تحلیلی برای پاسخ فرکانسی نانولوله کربنی پیش خمیده در رزونانس اولیه محاسبه شده است. اثر نیرویی دمایی دو حالت دما بالا و دما پایین، ضرایب بستر ویسکوالاستیک، دامنه پیش‌خمیدگی و دامنه تحریک نیروی عرضی خارجی بر پاسخ فرکانسی سیستم تحلیل شده است. اثر هر یک از پارامترهای بیان شده بر نحوه تشکیل و رشد یا زوال پدیده پرش در پاسخ فرکانسی مورد بررسی قرار گرفته و نتایج نشان می‌دهد که هر یک از این عوامل اثری قابل توجه بر پاسخ فرکانسی سیستم دارند.

2- استخراج معادلات حاکم

شکل 1 شماتیکی از یک تیر دوسرگیردار با انحنای اولیه را به طول L ، دامنه خمیدگی x ، مدول یانگ E ، چگالی ρ و سطح مقطع A نشان می‌دهد. انحنای اولیه موجود در نانولوله کربنی در مود اول آن به صورت تابع سینوسی $Z = r \sin \pi x / l$ در نظر گرفته می‌شود. معادله حاکم بر حرکت سیستم به صورت رابطه (1) قابل بیان است.

$$\rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = \left[\frac{EA}{l} \int_0^l \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \frac{\partial Z}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial x} \right] dx + N_t \right] \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Z}{\partial x^2} \right) + P(x, t) + F \cos \Omega t \quad (1)$$

نانولوله‌های کربنی از نظریه‌های مختلفی استفاده می‌شود که می‌توان آن‌ها را در دو شاخه اصلی به نام‌های تئوری اتمی و تئوری‌های مکانیک محیط پیوسته تقسیم‌بندی کرد. تئوری مکانیک محیط پیوسته نیز با توجه به وابستگی میدان تنش در یک نقطه به کرنش نقاط دیگر به دو دسته محلی و غیرمحلی دسته‌بندی می‌شود، همچنین مدل پیوسته مدل جایگزینی از مدل مشبک است که برای تحلیل‌های مختلف مورد استفاده قرار می‌گیرد. تحلیل ارتعاشی نانولوله‌های کربنی با دو رویکرد مدل‌سازی خطی و غیرخطی صورت گرفته است. با رویکرد مدل‌سازی غیرخطی، پدیده‌هایی مانند ارتعاشات آشوبناک، وابستگی فرکانس به دامنه، ظهور پدیده پرش در پاسخ فرکانسی ممکن است در سیستم مشاهده شود که این پدیده‌ها در مدل‌سازی خطی قابل مشاهده نیستند.

در حوزه ارتعاشات خطی و غیرخطی تحلیل پایداری و تحلیل و بررسی شرایط ناپایداری نانولوله‌های کربنی از موضوعات مورد توجه است؛ بنابراین حساسیت‌سنجی نانولوله‌های کربنی نسبت به شرایط مختلف بارگذاری و محیطی و همچنین پارامترهای هندسی و مکانیکی برای تحلیل پایداری آن‌ها با دو رویکرد مدل‌سازی خطی و غیرخطی از اهمیت ویژه برخوردار است. تحلیل ارتعاشات خطی و غیرخطی نیز با دو رویکرد حوزه زمان و حوزه فرکانس صورت می‌گیرد که نمودارهای فضای جابه‌جایی سرعت، نگاشت پوانکاره، تاریخچه زمانی و طیف توانی در حوزه زمان و منحنی‌های پاسخ فرکانسی برای حالت‌های مختلف رزونانس مانند رزونانس اولیه، سوپرهارمونیک، ساب‌هارمونیک و غیره در حوزه فرکانس برای تحلیل رفتار ارتعاشی سیستم ارائه می‌شوند.

در این زمینه آل منصور و همکاران [1] به تحلیل ارتعاشات آشوبناک یک تشدیدکننده میکروالکترونیک تحت بار خارجی الکترواستاتیک پرداختند. آن‌ها از روش ملینکو برای استخراج پارامترهای آشوب استفاده کردند. براساس نتایج حاصل تئوری گرایان کرنش وقوع آشوب را در دامنه‌های بسیار کمتر نسبت به تئوری‌های کلاسیک پیش‌بینی کرد. اسماعیل‌زاده و عسگری [2] با در نظر گرفتن اثر دما و بستر الاستیک غیرخطی به تحلیل ارتعاشات اجباری نانولوله‌های کربنی حاوی سیال پرداختند. اثر تغییرات دما، شرایط مرزی، ضرایب بستر الاستیک و سرعت سیال روی رزونانس اولیه و فرکانس طبیعی نانولوله‌ها مورد بررسی قرار گرفت. تحلیل ارتعاشات اجباری غیرخطی نانو تیرها با در نظر گرفتن الاستیسیته سطح توسط وانگ و همکاران [3] انجام شد. اثر تنش‌های باقی‌مانده بر فرکانس‌های طبیعی سیستم در این تحقیق مورد بررسی قرار گرفته است. ردی و همکاران [4] به تحلیل ارتعاشات آزاد و اجباری نانو تیرهای قرار گرفته روی بستر الاستیک غیرخطی با در نظر گرفتن تئوری غیرمحلی پرداختند. اثر پارامتر غیرمحلی و پارامترهای بستر الاستیک غیرخطی بر پاسخ فرکانسی نانو تیرهای مورد تحلیل قرار گرفته است. رفیعی [5] با استفاده از تئوری مکانیک محیط پیوسته در مقیاس نانو به بررسی ارتعاشات غیرخطی نانولوله‌های کربنی تک جداره پرداخت. اثر دامنه تحریک بر پاسخ فرکانسی سیستم در شرایط مختلف مورد تحقیق قرار گرفته است. ساری [6] براساس تئوری الاستیسیته غیرمحلی به تحلیل رزونانس سوپر هارمونیک تیر اویلر برنولی تحت بارهای محوری دمایی و مغناطیسی قرار گرفته روی بستر الاستیک غیرخطی پرداخته است. اثر پارامتر غیرمحلی نیروهای محوری دمایی و مغناطیسی و همچنین ضرایب بستر الاستیک غیرخطی بر پاسخ فرکانسی سیستم مورد تحقیق قرار گرفته است. وانگ و لی [7] براساس تئوری محیط پیوسته غیرمحلی به تحلیل غیرخطی رزونانس اولیه نانو تیر تحت بار محوری اولیه

$$u(t, \varepsilon) = u_0(T_0, T_1, T_2) + \varepsilon u_1(T_0, T_1, T_2) + \varepsilon^2 u_2(T_0, T_1, T_2) \quad (12)$$

برای رزونانس اولیه فرکانس تحریک سیستم به صورت رابطه (13) در نظر گرفته می‌شود.

$$\Omega = \omega_0 + \varepsilon^2 \sigma \quad (13)$$

σ پارامتر کنترلی فرکانسی برای تغییرات فرکانس تحریک حول فرکانس طبیعی سیستم است. با تولید متغیر مستقل جدید به صورت رابطه (14) می‌توان مشتقات اول و دوم موجود در رابطه (11) را محاسبه کرد.

$$T_n = \varepsilon^n t \quad (14)$$

برای این منظور مشتقات مرتبه اول و دوم زمانی برحسب متغیر زمانی تعریف شده رابطه (14) در روابط (16,15) محاسبه شده است.

$$\frac{d}{dt} = \frac{dT_0}{dt} \frac{\partial}{\partial T_0} + \frac{dT_1}{dt} \frac{\partial}{\partial T_1} + \frac{dT_2}{dt} \frac{\partial}{\partial T_2} = D_0 + \varepsilon D_1 + \varepsilon^2 D_2 \quad (15)$$

$$\frac{d^2}{dt^2} = D_0^2 + 2\varepsilon D_0 D_1 + \varepsilon^2 (D_1^2 + 2D_0 D_2) + 2\varepsilon^3 D_1 D_2 + \varepsilon^4 D_2^2 \quad (16)$$

معادله حرکت نانولوله کربنی با اعمال روابط (16,15) به صورت رابطه (17) قابل استخراج است.

$$\begin{aligned} [D_0^2 + 2\varepsilon D_0 D_1 + \varepsilon^2 (D_1^2 + 2D_0 D_2) + 2\varepsilon^3 D_1 D_2 + \varepsilon^4 D_2^2] & (u_0 \\ & + \varepsilon u_1 + \varepsilon^2 u_2) + \omega_0^2 (u_0 + \varepsilon u_1 + \varepsilon^2 u_2) \\ & = -2\varepsilon^2 \mu [D_0 + \varepsilon D_1 + \varepsilon^2 D_2] (u_0 + \varepsilon u_1 \\ & + \varepsilon^2 u_2) - \varepsilon \alpha (u_0 + \varepsilon u_1 + \varepsilon^2 u_2)^2 \\ & - \varepsilon^2 \beta (u_0 + \varepsilon u_1 + \varepsilon^2 u_2)^3 + \varepsilon^2 f \cos \Omega t \end{aligned} \quad (17)$$

با جداسازی ضرایب ε^0 ، ε^1 و ε^2 از رابطه (17)، روابط (18-20) قابل استخراج است.

$$D_0^2 u_0 + \omega_0^2 u_0 = 0 \quad (18)$$

$$D_0^2 u_1 + \omega_0^2 u_1 = -2D_0 D_1 u_0 - \alpha u_0^2 \quad (19)$$

$$\begin{aligned} D_0^2 u_2 + \omega_0^2 u_2 = & -2D_0 D_1 u_1 - 2D_0 D_2 u_0 - D_1^2 u_0 - 2\mu D_0 u_0 \\ & - 2\alpha u_0 u_1 - \beta u_0^3 + f \cos(\omega_0 T_0 + \sigma T_1) \end{aligned} \quad (20)$$

برای رابطه (18) می‌توان حلی به صورت رابطه (21) محاسبه کرد.

$$u_0 = A(T_1, T_2) e^{i\omega_0 T_0} + \bar{A}(T_1, T_2) e^{-i\omega_0 T_0} \quad (21)$$

با قرار دادن رابطه (21) در رابطه (19) می‌توان معادله‌ای به صورت رابطه (22) برای محاسبه u_1 استخراج کرد.

$$D_0^2 u_1 + \omega_0^2 u_1 = -2i\omega_0 D_1 A e^{i\omega_0 T_0} - \alpha [A^2 e^{2i\omega_0 T_0} + \bar{A}\bar{A}] + CC \quad (22)$$

در رابطه (22) CC نماد مزدوج ترم سمت راست است. با حذف ترم‌های تشدید با ضریب $e^{i\omega_0 T_0}$ موجب واگرا شدن پاسخ سیستم می‌شوند. تابع u_1 را می‌توان به صورت رابطه (23) محاسبه کرد.

$$u_1 = \frac{\alpha}{\omega_0^2} \left[-2A\bar{A} + \frac{1}{3} A^2 e^{2i\omega_0 T_0} + \frac{1}{3} \bar{A}^2 e^{-2i\omega_0 T_0} \right] \quad (23)$$

در ادامه با قرار دادن روابط (23,21) در رابطه (20)، رابطه (24) حاصل می‌شود.

$$\begin{aligned} D_0^2 u_2 + \omega_0^2 u_2 = & - \left[2i\omega_0 (A' + \mu A) + \left(3\beta - \frac{10\alpha}{3\omega_0^2} \right) A^2 \bar{A} \right. \\ & \left. - \frac{1}{2} f e^{i\sigma T_2} \right] e^{i\omega_0 T_0} \\ & - \left[\frac{2\alpha^2}{3\omega_0^2} A^3 + \beta A^3 \right] e^{3i\omega_0 T_0} + CC \end{aligned} \quad (24)$$

در این رابطه $N_t = -EA\alpha_x \Delta T / 1 - 2v$ نیروی دمایی محوری است که در این رابطه v ضریب پواسون، α_x ضریب نفوذ گرمایی و ΔT اختلاف دما است، همچنین $P(x, t)$ نیروی ناشی از بستر ویسکوالاستیک بوده که به صورت رابطه (2) قابل بیان است.

$$P(x, t) = -K_E w - C_E \frac{\partial w}{\partial t} \quad (2)$$

در رابطه (2) K_E و C_E ضرایب الاستیک و استهلاک بستر ویسکوالاستیک هستند. شرایط مرزی حاکم بر تیر دوسرگیردار به صورت رابطه (3) است.

$$\begin{aligned} w(0, t) = w(l, t) = 0 \\ \frac{dw(0, t)}{dx} = \frac{dw(l, t)}{dx} = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

جهت حل معادله دیفرانسیل حاکم بر حرکت سیستم که در رابطه (1) بیان شده از روش جداسازی متغیرها استفاده کرده و تابع جابه‌جایی را می‌توان به شکل $w(x, t) = W(t)Y(x)$ بیان کرد.

در ادامه با در نظر گرفتن تابع شکل $Y(x) = \sqrt{2/3} (1 - \cos 2\pi x/l)$ و اعمال آن در معادله حرکت و انتگرال‌گیری در طول تیر رابطه (4) برای حرکت سیستم به صورت تابعی از زمان استخراج می‌شود.

$$\frac{d^2 W}{dt^2} + C \frac{dW}{dt} + \omega_0^2 W + \alpha W^2 + \beta W^3 = f \cos \Omega t \quad (4)$$

که به صورت روابط (5-9) است.

$$C = \frac{C_E}{\rho A} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \omega_0^2 = & \left[\frac{16EI\pi^4}{3\rho A l^4} + \frac{K_E}{\rho A} + \frac{128}{27} \left(\frac{E\pi^2 r^2}{\rho l^4} \right) \right. \\ & \left. - \frac{4\pi^2}{3\rho l^2} \left(\frac{E}{1-2v} \alpha_x \Delta T \right) \right] \end{aligned} \quad (6)$$

$$\alpha = \frac{16\sqrt{6}}{9} \left(\frac{E\pi^3 r^2}{\rho l^4} \right) \quad (7)$$

$$\beta = \frac{8}{9} \left(\frac{E\pi^4 r^2}{\rho l^4} \right) \quad (8)$$

$$f = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{F}{\rho A l^2} \quad (9)$$

3- رزونانس اولیه برای نانولوله کربنی

برای تحلیل رزونانس اولیه نانولوله کربنی تک لایه با انتخاب ضرایب ارائه شده در روابط (5-9) را می‌توان به صورت (10) انتخاب کرد.

$$C = 2\varepsilon^2 \mu, \alpha = \varepsilon \alpha, \beta = \varepsilon^2 \beta, f = \varepsilon^2 f, W(t) = u(t) \quad (10)$$

با اعمال ضرایب ارائه شده رابطه (10) در رابطه (4)، معادله حرکت سیستم به صورت رابطه (11) قابل استخراج است.

$$\ddot{u} + \omega_0^2 u = -2\varepsilon^2 \mu \dot{u} - \varepsilon \alpha u^2 - \varepsilon^2 \beta u^3 + \varepsilon^2 f \cos \Omega t \quad (11)$$

که رابطه (12) به صورت زیر است.

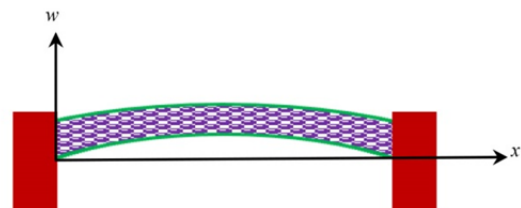


Fig. 1 Configuration of clamped-clamped curved CNT

شکل 1 شماتیکی از نانولوله کربنی دوسرگیردار خمیده

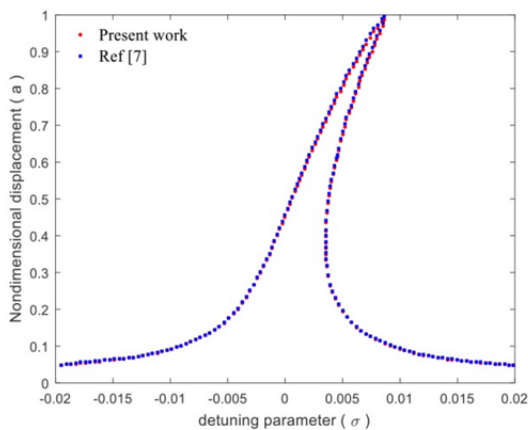


Fig. 2 Validation of present work with Ref [7]

شکل 2 اعتبارسنجی نتایج تحقیق حاضر با مرجع [7]

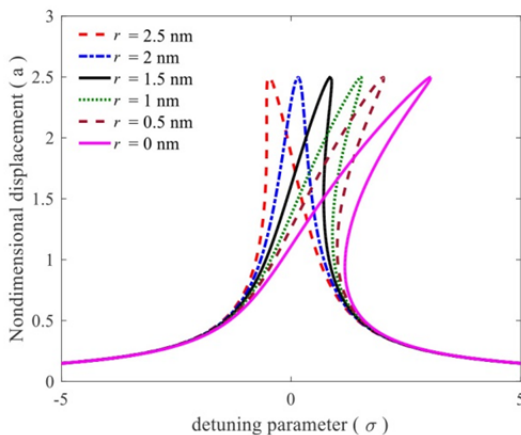


Fig. 3 Effect of curved amplitude on the frequency response of CNT for the case of low temperature

شکل 3 اثر دامنه انحنا بر پاسخ فرکانسی نانولوله کربنی در حالت دما پایین

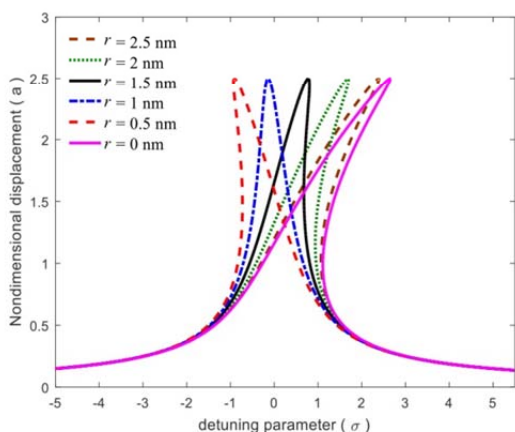


Fig. 4 Effect of curved amplitude on the frequency response of CNT for the case of high temperature

شکل 4 اثر دامنه انحنا بر پاسخ فرکانسی نانولوله کربنی در حالت دما بالا

عبارت دیگر کاهش دما در کاهش و حذف پدیده نامطلوب پرش اثری منفی دارد. در حالت دما بالا با کاهش تغییرات دما پدیده پرش با شدت کمتری در منحنی‌های پاسخ فرکانسی ارائه شده در شکل 6 ظاهر شده است. به عبارت

جهت محاسبه پاسخ فرکانسی سیستم در حالت رزونانس اولیه ترم‌های تشدید با ضریب $e^{i\omega_0 T_0}$ باید برابر صفر باشند. برای حذف ترم‌های تشدید باید رابطه (25) برقرار باشد.

$$2i\omega_0(A' + \mu A) + \left(3\beta - \frac{10\alpha}{3\omega_0^2}\right)A^2\bar{A} - \frac{1}{2}fe^{i\sigma T_2} = 0 \quad (25)$$

با در نظر گرفتن $A = 0.5ae^{i\theta}$ در مختصات قطبی و قرار دادن آن در رابطه (25) برای تحلیل پایداری دو رابطه (27,26) قابل استخراج است.

$$\frac{da}{dT_2} = -\mu a + \left(\frac{1}{2}\frac{f}{\omega_0}\right)\sin(\sigma T_2 - \theta) \quad (26)$$

$$a\frac{d\theta}{dT_2} = \frac{9\beta\omega_0^2 - 10\alpha^2}{24\omega_0^3}a^3 - \left(\frac{1}{2}\frac{f}{\omega_0}\right)\cos(\sigma T_2 - \theta) \quad (27)$$

با تغییر متغیر $\gamma = \sigma T_2 - \theta$ و اعمال آن در روابط (27,26) و حذف ترم‌های تابع زمان می‌توان پاسخ فرکانسی رزونانس اولیه نانولوله کربنی تک لایه را به صورت رابطه (28) استخراج کرد.

$$\left[\mu^2 + \left(\frac{9\beta\omega_0^2 - 10\alpha^2}{24\omega_0^3}a^2\right)^2\right]a^2 = \left(\frac{f}{2\omega_0}\right)^2 \quad (28)$$

4- تحلیل نتایج

نانولوله کربنی تک لایه مورد مطالعه دارای ویژگی‌های مکانیکی و هندسی به صورت مدول الاستیسیته $E = 1.1\text{ Tpa}$ ، چگالی $\rho = 1300\text{ Kg/m}^3$ ، طول $l = 100\text{ nm}$ ، قطر خارجی $d_o = 3\text{ nm}$ و ضخامت $t = 0.34\text{ nm}$ ، ضریب نفوذ $\alpha_x = -1.6 \times 10^{-6}\text{ K}^{-1}$ برای حالت دما پایین و $\alpha_x = 1.1 \times 10^{-6}\text{ K}^{-1}$ برای حالت دما بالا، ضریب پواسون $\nu = 0.3$ و ضریب الاستیک بستر ویسکوالاستیک برابر $K_E = 10^7\text{ N/m}^2$ و ضریب استهلاک بستر ویسکوالاستیک برابر $C_E = 3 \times 10^{-15}\text{ Ns/m}^2$ است [8,7].

شکل 2 اعتبارسنجی نتایج تحقیق حاضر با در نظر گرفتن مقادیر عددی ارائه شده در مرجع [7] برای حالت رزونانس اولیه پاسخ فرکانسی استخراج و با نتایج مرجع [7] نشان می‌دهد. براساس منحنی پاسخ فرکانسی نشان داده شده در شکل 2 می‌توان دریافت که تطابق بسیار نزدیکی بین نتایج وجود دارد. با افزودن این نمودار شماره همه شکل‌ها در نسخه اصلاح شده مقاله به‌روزرسانی شده است.

شکل 3 پاسخ فرکانسی نانولوله کربنی را برای تغییرات دامنه پیش‌خمیدگی در حالت دما پایین نشان می‌دهد. با مشاهده منحنی پاسخ فرکانس‌های نشان داده شده می‌توان دریافت که با پدیده پرش در دو حالت پیشرو و پسرو در سیستم رخ داده است. به عبارت دیگر برای دامنه پیش‌خمیدگی $r = 0.5\text{ nm}$ پرش به صورت پیشرو ظاهر شده و با افزایش آن پرش به حالت پسرو تغییر وضعیت می‌دهد. شکل 4 نیز پاسخ فرکانسی نانولوله کربنی را برای تغییرات دامنه پیش‌خمیدگی در حالت دما بالا نشان می‌دهد. رفتاری مشابه حالت دما پایین در منحنی‌های پاسخ فرکانسی ارائه شده در شکل 4 برای حالت دما بالا مشاهده می‌شود، با این تفاوت که حساسیت سیستم نسبت به تغییر دامنه انحنا در وضعیت دما پایین نسبت به حالت دما بالا بیشتر است. برای هر دو حالت دما بالا و دما پایین مشاهده می‌شود که پدیده پرش در حالت بدون انحنا با شدت بیشتری به فرم پیشرو در منحنی پاسخ فرکانسی ظاهر می‌شود.

شکل‌های 5 و 6 اثر تغییرات دما را بر پاسخ فرکانسی نانولوله کربنی تک لایه برای دو حالت دما پایین و دما بالا نشان می‌دهند. با توجه به منحنی‌های پاسخ فرکانسی ارائه شده در شکل 5 می‌توان دریافت که کاهش تغییرات دما موجب تشدید پدیده پرش به فرم پیشرو در حالت دما پایین شده است. به

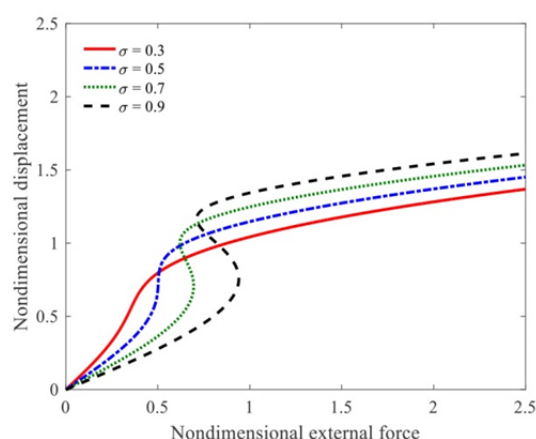


Fig. 7 Effect of detuning parameter on the amplitude-force response of CNT for the case of low temperature

شکل 7 اثر تغییرات پارامتر کنترلی فرکانس بر پاسخ دامنه-نیروی نانولوله کربنی در حالت دما پایین

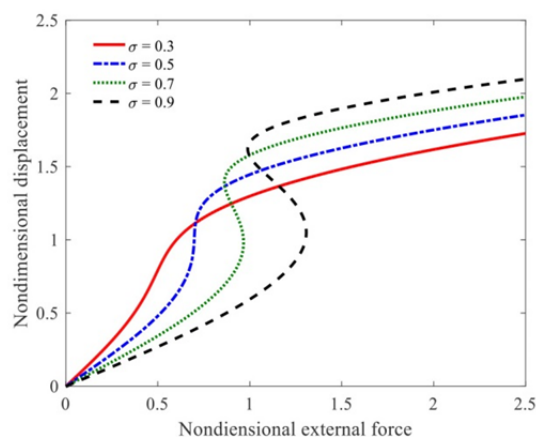


Fig. 8 Effect of detuning parameter on the amplitude-force response of CNT for the case of high temperature

شکل 8 اثر تغییرات پارامتر کنترلی فرکانس بر پاسخ دامنه-نیروی نانولوله کربنی در حالت دما بالا

نشان داده شده است. با مقایسه منحنی‌های پاسخ فرکانسی برای دو حالت دما بالا و دما پایین می‌توان دریافت که بروز پدیده پرش در حالت دما پایین به ازای مقادیر کمتری از دامنه تحریک رخ می‌دهد. اثر ضریب بستر الاستیک بر پاسخ فرکانسی نانولوله کربنی در وضعیت دما پایین در شکل 11 نمایش داده شده است. با کاهش مقدار ضریب الاستیک بستر توسعه پدیده پرش پیشرو بیشتر شده و سیستم به سمت ناپایداری بیشتر میل می‌کند. برای مقادیر به اندازه کافی بزرگ از ضریب الاستیک بستر رفتار غیرخطی پرش از سیستم رو به زوال رفته و در نهایت حذف می‌شود و پاسخ فرکانسی سیستم به سمت پاسخ خطی بدون حضور پدیده پرش میل می‌کند.

شکل 12 اثر ضریب استهلاک بستر ویسکوالاستیک را بر پاسخ فرکانسی نانولوله کربنی تک لایه برای وضعیت دما پایین نشان می‌دهد. از منحنی‌های پاسخ فرکانسی ارائه شده می‌توان دریافت که با افزایش ضریب استهلاک بستر توسعه پدیده پرش رو به زوال رفته و برای مقادیر به اندازه کافی بزرگ از این مقدار پدیده پرش از سیستم حذف می‌شود. افزایش ضریب استهلاک بستر ویسکوالاستیک علاوه بر اثر مثبت در حذف پدیده پرش موجب کاهش دامنه

دیگر اثر کاهش تغییرات دما در کاهش و زوال پدیده پرش اثری مثبت است. منحنی پاسخ فرکانسی برای تغییرات دامنه بی‌بعد برحسب دامنه نیروی تحریک خارجی نانولوله کربنی در حالت دما پایین و دما بالا به ازای پارامتر کنترلی فرکانس مختلف به ترتیب در شکل‌های 7 و 8 نشان داده شده است. برای هر دو حالت دما پایین و بالا افزایش پارامتر کنترلی فرکانس موجب رشد و توسعه پدیده پرش می‌شود. این بدان معناست که با افزایش مقدار فرکانس تحریک و فاصله گرفتن از فرکانس طبیعی خطی پدیده پرش با شدت بیشتری رخ می‌دهد. برای مقادیر کوچک‌تر σ این پدیده در پاسخ فرکانسی سیستم رخ نمی‌دهد. مقایسه منحنی پاسخ فرکانسی ارائه شده در حالت دما پایین و بالا بیان می‌کند که پدیده پرش برای حالت دما پایین به ازای دامنه تحریک کمتری نسبت به حالت دما بالا رخ می‌دهد.

منحنی پاسخ فرکانسی برای تغییرات دامنه بی‌بعد برحسب دامنه نیروی تحریک خارجی نانولوله کربنی در حالت دما پایین و دما بالا به ازای تغییرات دماهای مختلف به ترتیب در شکل‌های 9 و 10 نمایش داده شده است. با توجه به منحنی‌های پاسخ فرکانسی ارائه شده در شکل 9 کاهش تغییرات دما برای حالت دما پایین موجب بروز پدیده پرش در مقادیری بیشتری از دامنه تحریک می‌شود. این روند برای حالت دما بالا برعکس بوده که در شکل 10

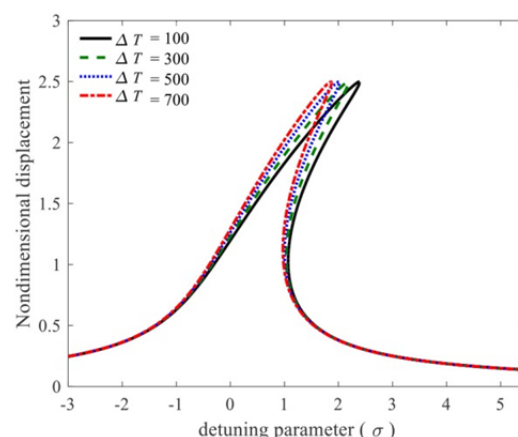


Fig. 5 Effect of temperature change on the frequency response of CNT for the case of low temperature

شکل 5 اثر تغییرات دما بر پاسخ فرکانسی نانولوله کربنی در حالت دما پایین

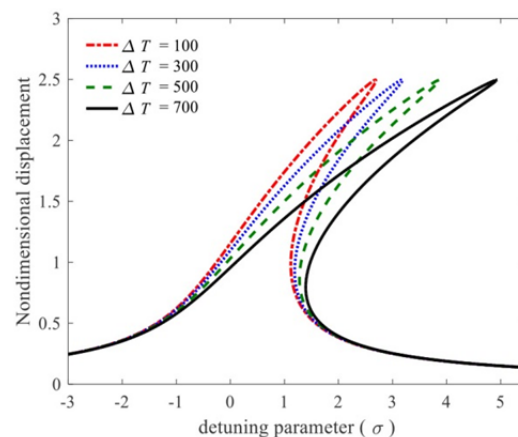


Fig. 6 Effect of temperature change on the frequency response of CNT for the case of high temperature

شکل 6 اثر تغییرات دما بر پاسخ فرکانسی نانولوله کربنی در حالت دما بالا

سیستم را تشدید می‌کند. با توجه به منحنی‌های پاسخ فرکانسی نشان داده شده در شکل 13 می‌توان دریافت که دامنه جابه‌جایی سیستم با افزایش دامنه تحریک افزایش می‌یابد. برای مقادیر به حد کافی کوچک از دامنه تحریک می‌توان از بروز پدیده نامطلوب پرش جلوگیری کرده و در این حالت پاسخ فرکانسی سیستم به پاسخ فرکانسی خطی نزدیک خواهد شد.

5- نتیجه‌گیری

در این مقاله براساس مدل تیر اوپلر برنولی با انحنای اولیه، مدلی غیرخطی از رفتار دینامیکی نانولوله کربنی تک لایه روی بستر ویسکوالاستیک تحت اعمال بار دمایی محوری و بار عرضی هارمونیک ارائه و پاسخ فرکانسی رزونانس اولیه آن مورد تحلیل قرار گرفت. بار دمایی محوری در دو حالت دما پایین و دما بالا با ضرایب نفوذ گرمایی مختلف در نظر گرفته شد. انحنای اولیه نانولوله کربنی تک لایه با تکیه‌گاه گیردار در دو انتها به فرم مود اول تغییر شکل آن با تابع سینوسی ارائه شد. با به کارگیری روش گالرکین معادلات دیفرانسیل جزئی حاکم بر رفتار دینامیکی نانولوله کربنی به معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل شد. از روش مقیاس چندگانه برای استخراج رابطه

جابه‌جایی سیستم نیز می‌شود. شکل 13 اثر دامنه نیروی خارجی عرضی را بر پاسخ فرکانسی نانولوله کربنی تک لایه در وضعیت دما پایین نشان می‌دهد. پدیده پرش پیشرو با افزایش دامنه تحریک خارجی توسعه یافته و ناپایداری

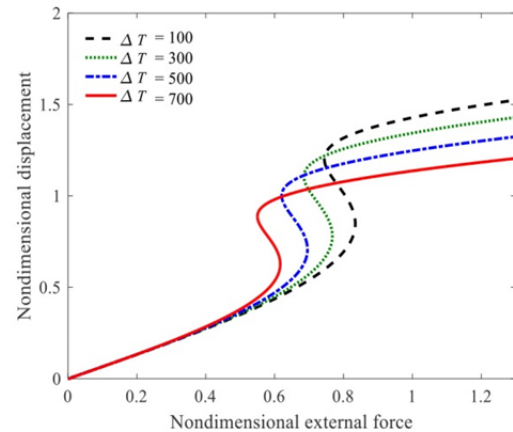


Fig. 9 Effect of temperature change on the amplitude-force response of CNT for the case of low temperature

شکل 9 اثر تغییرات دما بر پاسخ دامنه-نیروی نانولوله کربنی در حالت دما پایین

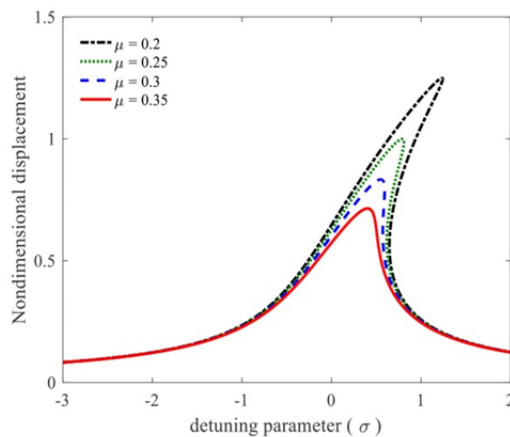


Fig. 12 Effect of damping coefficient of foundation on the frequency response of CNT for the case of low temperature

شکل 12 اثر تغییرات ضریب استهلاک بستر بر پاسخ فرکانسی نانولوله کربنی در حالت دما پایین

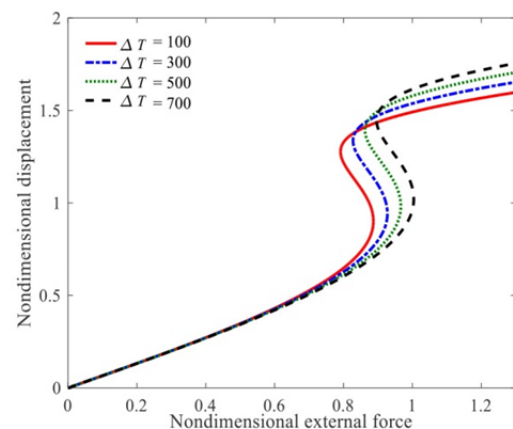


Fig. 10 Effect of temperature change on the amplitude-force response of CNT for the case of high temperature

شکل 10 اثر تغییرات دما بر پاسخ دامنه-نیروی نانولوله کربنی در حالت دما بالا

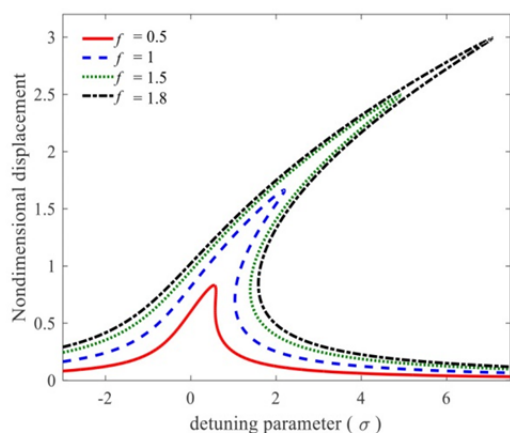


Fig. 13 Effect of external amplitude force on the frequency response of CNT for the case of low temperature

شکل 13 اثر تغییرات دامنه نیروی خارجی بر پاسخ فرکانسی نانولوله کربنی در حالت دما پایین

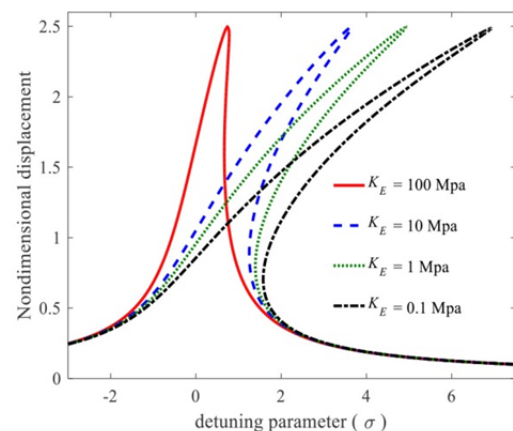


Fig. 11 Effect of elastic modulus of foundation on the frequency response of CNT for the case of low temperature

شکل 11 اثر تغییرات ضریب الاستیک بستر بر پاسخ فرکانسی نانولوله کربنی در حالت دما پایین

تحلیلی پاسخ فرکانسی سیستم در رزونانس اولیه استفاده و اثرات تغییرات	K_E	ضریب الاستیک بستر (N/m^2)
دما، دامنه انحنای اولیه و پارامتر تنظیم فرکانس بر پاسخ فرکانسی سیستم در	l	طول (nm)
متحنی‌های دامنه جابه‌جایی برحسب پارامتر تنظیم فرکانس و دامنه	N_t	نیروی محوری دمایی (N)
جابه‌جایی برحسب دامنه تحریک برای دو حالت دما بالا و دما پایین ترسیم	P	نیروی بستر الاستیک (N)
شد. نتایج تحلیل پاسخ فرکانسی نشان می‌دهد که	r	دامنه انحنای اولیه (nm)
1- دامنه انحنای اولیه بر بروز پدیده پرش پیشرو و پسرو در پاسخ	t	زمان (sec)
فرکانسی نانولوله کربنی بسیار مؤثر است. به طوری که افزایش آن	T_n	متغیر زمان (sec)
موجب تغییر پدیده پرش از حالت پیشرو به پسرو در هر دو وضعیت	u	جابه‌جایی بی‌بعد
دمایی دما بالا و پایین می‌شود.	w	جابه‌جایی (nm)
2- حساسیت نانولوله کربنی در وضعیت دما پایین نسبت به وضعیت دما	Z	انحنای اولیه (nm)
بالا در بروز و توسعه پدیده پرش کمتر است.		
3- افزایش تغییر دما بر توسعه و رشد پدیده پرش برای وضعیت دما	α	ضریب غیرخطی توان دوم ($m^{-1}sec^{-2}$)
پایین منفی بوده، به طوری که با افزایش تغییرات دما سیستم به	α_x	ضریب نفوذ گرمایی (K^{-1})
سمت پایداری بیشتر میل می‌کند.	β	ضریب غیرخطی توان سوم ($m^{-2}sec^{-2}$)
4- افزایش تغییر دما بر توسعه و رشد پدیده پرش برای وضعیت دما بالا	γ	زاویه فاز
مثبت بوده، به طوری که با افزایش تغییرات دما سیستم به سمت	ε	ضریب بی‌بعد
ناپایداری بیشتر میل می‌کند.	θ	زاویه فاز
5- کاهش پارامتر تنظیم فرکانس موجب زوال و حذف پدیده پرش در	μ	ضریب بی‌بعد استهلاک
هر دو وضعیت دما بالا و دما پایین می‌شود.	ν	ضریب پواسون
6- برای پاسخ فرکانسی دامنه جابه‌جایی برحسب دامنه تحریک پدیده	ρ	چگالی (kgm^{-3})
پرش در دامنه‌های تحریکی کمتری در وضعیت دما پایین نسبت به	σ	پارامتر تنظیم فرکانس
وضعیت دما بالا رخ می‌دهد.	ω_0	فرکانس طبیعی (rad/s)
7- کاهش تغییرات دما در وضعیت دما پایین موجب می‌شود که پدیده	Ω	فرکانس تحریک (rad/s)
پرش در دامنه تحریک بیشتری رخ دهد.		
8- کاهش تغییرات دما در وضعیت دما بالا موجب می‌شود که پدیده		
پرش در دامنه تحریک کمتری رخ دهد.		
9- افزایش ضرایب الاستیک و استهلاک بستر ویسکوالاستیک اثری		
مثبت در زوال و حذف پدیده پرش دارند.		
10- دامنه تحریک خارجی پارامتری مؤثر در پاسخ فرکانسی سیستم		
داشته به طوری که با کاهش این مقدار می‌توان از بروز پدیده پرش		
جلوگیری کرد.		

7- مراجع

- [1] H. Alemansour, E. M. Miandoab, H. N. Pishkenari, Effect of size on the chaotic behavior of nano resonators, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, Vol. 44, No. 1, pp. 495–505, 2017.
- [2] H. Askari, E. Esmailzadeh, Forced vibration of fluid conveying carbon nanotubes considering thermal effect and nonlinear foundations, *Composites Part B: Engineering*, Vol. 113, No. 1, pp. 31–43, 2017.
- [3] H. L. Dai, D. M. Zhao, J. J. Zou, L. Wang, Surface effect on the nonlinear forced vibration of cantilevered nanobeams, *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, Vol. 80, No. 1, pp. 25–30, 2016.
- [4] S. El-Borgi, R. Fernandes, J. N. Reddy, Non-local free and forced vibrations of graded nanobeams resting on a non-linear elastic foundation, *Non-Linear Mechanics*, Vol. 77, No. 1, pp. 348–363, 2015.
- [5] R. Rafiee, Analysis of nonlinear vibrations of a carbon nanotube carbon nanotube using perturbation technique using perturbation technique, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 12, No. 6, pp. 60–67, 2011. (in Persian)
- [6] M. S. Sari, Superharmonic resonance analysis of nonlocal nano beam subjected to axial thermal and magnetic forces and resting on a nonlinear elastic foundation, *Microsyst Technol*, Vol. 23, No. 8, pp. 3319–3330, 2017.
- [7] Y. Z. Wang, F. M. Li, Nonlinear primary resonance of nano beam with axial initial load by nonlocal continuum theory, *Non-Linear Mechanics*, Vol. 61, No. 1, pp. 74–79, 2014.
- [8] F. N. Mayoof and M. A. Hawwa, Chaotic behavior of a curved carbon nanotube under harmonic excitation, *Chaos Solitons Fractals*, Vol. 42, No. 3, pp. 1860–1867, 2009.
- [9] R. Ghanji, G. H. Payganeh, M. shahgholi, Resonance analysis and free nonlinear vibrations of a nanocomposite with internal damping, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 12, pp. 98–104, 2017. (in Persian)
- [10] S. H. Voshoghi, A. Shoshtari, Analysis of nonlinear forced vibration of single walled carbon nanotubes in elastic foundation, *3rd International Conference on Acoustics and Vibration*, Tehran, Iran, December 25–26, 2013. (in Persian)
- [11] A. Ghorbanpour Arani, H. Rabbani, S. Amir, Z. Khoddami Maraghi, M. Mohammadimehr, E. Haghparast, Analysis of nonlinear vibrations for multiwalled carbon anotubes embedded in an elastic medium, *Solid Mechanics an International Journal*, Vol. 43, No. 3, pp. 258–270, 2011.
- [12] A. Ghorbanpour Arani, M. SH. Zarei, Nonlocal vibration of Y-shaped CNT conveying nano-magnetic viscous fluid under magnetic field, *Ain Shams Engineering Journal*, Vol. 6, No. 2, pp. 565–575, 2015.

6- فهرست علائم

A	مساحت (nm^2)
a	دامنه بی‌بعد
C	پارامتر استهلاک (sec^{-1})
C_E	ضریب ویسکوزیته بستر (Ns/m^2)
d_0	قطر داخلی نانولوله (nm)
d_1	قطر خارجی نانولوله (nm)
D_0	اُپراتور مشتق نسبت به T_0
D_1	اُپراتور مشتق نسبت به T_1
D_2	اُپراتور مشتق نسبت به T_2
E	مدول الاستیسیته (TPa)
F	دامنه نیروی عرضی خارجی (N)
f	دامنه نیروی عرضی خارجی بی‌بعد
h	ضخامت نانولوله (nm)
I	ممان اینرسی (nm^4)