



تحلیل ارتعاشات آزاد پوسته استوانه‌های FML طراحی شده براساس زوایای بهینه فیبرهای تقویت کننده

علی نظری¹، کرامت ملکزاده فرد^{2*}، علی اصغر نادری³

1- دانشجوی دکتری، مهندسی هوافضا، پژوهشگاه هوافضا، تهران

2- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران

3- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه امام علی، تهران

* تهران، صندوق پستی 13915-768، kmalekzadeh@mut.ac.ir

چکیده

یکی از معایب پوسته‌های کامپوزیتی این است که تحت بارهای دینامیکی دچار تغییر شکل‌های بزرگ می‌گردند و این امر منجر به کاهش محسوس استحکام این پوسته‌ها می‌گردد. یکی از راه‌های کاهش این اثرات منفی استفاده از پوسته‌های کامپوزیتی فلز و الیاف است که به اختصار FML نامیده می‌شوند. برای کاهش هر چه بیشتر تاثیر منفی بارهای دینامیکی بر استحکام پوسته‌های FML، در این پژوهش زوایای بهینه قرارگیری فیبرهای تقویت کننده لایه‌های کامپوزیتی پوسته‌های FML با هدف دستیابی به بیشترین استحکام ممکن برای پوسته، مشخص گردیده‌اند. به این منظور در ابتدا پوسته تحت بار استاتیکی عرضی قرار گرفته و با استفاده از نرم افزار آباکوس، تحلیل تنش برای تمامی وضعیت‌های زوایای قرارگیری فیبرها انجام گرفته و با استخراج تنش‌های ایجاد شده در تمامی لایه‌ها و استفاده از نرم افزار متلب زاویه قرارگیری بهینه فیبرهای تقویت کننده که منجر به بیشترین استحکام ممکن برای پوسته مورد بررسی گردیده‌اند براساس معیار شکست تنش ماکزیمم مشخص شده است. سپس به منظور تعیین کارایی و صحت طراحی انجام شده، تحلیل ارتعاشات آزاد ساختارهای طراحی شده انجام گرفته است. نتایج نشان می‌دهد قرارگیری فیبرهای تقویت کننده با زوایای بهینه منجر به افزایش قابل ملاحظه‌ای در سختی پوسته‌های FML می‌گردند. جهت استخراج معادلات حاکم از روش انرژی و تئوری مرتبه بالا و برای اجراء فرایند بهینه‌سازی از روش شمارش کامل که منجر به جواب دقیق برای مساله می‌گردد استفاده شده است.

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 20 بهمن 1396

پذیرش: 08 اسفند 1396

ارائه در سایت: 07 اردیبهشت 1397

کلید واژگان:

ارتعاشات آزاد

پوسته چند لایه فلز و کامپوزیت

معیار شکست

جهت گیری فیبرها

Free vibration analysis of designed FML circular cylindrical shell based on optimum fiber orientation

Ali Nazari¹, Keramt Malekzade Fard^{2*}, Ali Asghar Naderi³

1- Department of Aerospace Engineering, Aerospace research institute, Tehran, Iran

2- Department of aerospace Engineering, malekashtar University, Tehran, Iran

3- Department of Mechanical Engineering, University of emamali, Tehran, Iran

* P.O.B. 13915-768, Tehran, Iran, kmalekzadeh@mut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 09 February 2018

Accepted 07 April 2018

Available Online 27 April 2018

Keywords:

Free vibration

fiber metal laminated shell

fracture criterion

fiber orientation

ABSTRACT

The big deformation of composite structures under dynamic loads is one of the most disadvantages of these structures that cause to loss of stiffness of them. The using of fiber metal laminated shell that named FML in abbreviation is one of the ways to decrease the adverse effect of dynamic load. In this study the optimum fiber orientation of composite layers of the FML circular cylindrical shells are determined to more decrease the adverse effect of dynamic loads. For this purpose the fiber orientation of composite layers of the FML circular cylindrical shells are changed frequently and each cases being subjected to axial compressive load and with use of ABAQUS program the tension of all composite layers are calculated for all cases. Then with use of MATLAB program the fiber orientation that cause to maximum stiffness based on maximum tension fracture criterion is selected. The free vibration analysis is used for determination the accuracy and performance of design process. The results of free vibration analyses show that determination of the optimum fiber orientation cause to improvement of the FML shell natural frequency. Energy method and high order shear deformation theory is used to define the equation of motion. Full Calculus method is used for optimization in order to apply the exact result.

1- مقدمه

مشخصات ارتعاشی سیستم الزامی می‌باشد. همچنین پوسته‌های استوانه‌های کامپوزیتی به دلیل قابلیت‌های سازه‌ای ویژه، جهت استفاده در سیستم‌های فضایی بسیار مورد توجه‌اند. با توجه به این‌که سازه‌های هوافضایی عموماً تحت

ورق‌ها و پوسته‌ها برای استفاده در بسیاری از سازه‌های مکانیکی، تحت بارگذاری‌های دینامیکی طراحی می‌شوند که جهت انجام این کار دانستن

بارگذاری‌های مختلف قرار می‌گیرند مواد به کار رفته در این سازه‌ها می‌بایست دارای مشخصاتی نظیر مقاومت استاتیکی بالا، محدوده خرابی بالا، مقاومت خستگی، مقاومت در برابر رشد ترک و ... باشند. کامپوزیت‌های FML به دلیل دارا بودن تمام این خصوصیات مواد مناسبی جهت کاربرد در این سازه‌ها می‌باشند. امروزه بخش مهمی از تحقیقات در حوزه تحلیل شکست مواد مرکب انجام می‌گیرد و توجه ویژه‌ای به تخمین محدوده خرابی سازه‌های هوافضایی به خصوص در پوسته سازه‌های تحت بارهای عرضی می‌شود. همچنین موضوع ارتعاشات پوسته‌ها نیز شاخه وسیعی از تحقیقات را به خود اختصاص داده است. از جمله کارهای تحقیقاتی ارائه شده در زمینه تحلیل شکست و ارتعاشات پوسته‌های استوان‌های می‌توان به تحقیقات لام و لوی [1]، در سال 1995 اشاره نمود که تاثیر شرایط مرزی و جهت‌گیری لایه‌های کامپوزیتی را بر روی فرکانس‌های طبیعی پوسته چند لایه ارتوتروپیک مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها از تئوری لاو و روش ریتز استفاده نمودند. نام و وانگ [2]، در سال 2001 طرح ترتیب چینش لایه‌های پوسته FML را برای دستیابی به حداکثر استحکام ممکن ارائه نمودند. آنکباکون و همکارانش [3]، در سال 2003 به بررسی کمانش و ارتعاشات پوسته‌های کامپوزیتی استوان‌های پرداختند. آن‌ها در تحقیق خود از قانون همسان‌سازی استفاده نمودند و نتایج حاصل از تحلیل کمانش و ارتعاشات یک پروتوتایپ را به نمونه واقعی بسط دادند. نبوی و همکارانش [4]، در سال 2007 فرکانس طبیعی پایه پوسته‌های استوان‌های کامپوزیتی چند لایه را تحت قید معیار واماندگی تسای-هیل بهینه نمودند. یاکوکو و همکارانش [5]، در سال 2009 کمانش و ارتعاشات ورق‌های چند لایه کامپوزیتی با انواع فاصله‌گذاری فیبرهای تقویتی را با روش المان محدود بررسی نمودند. آن‌ها ثابت نمودند که استفاده از فیبرهای بیشتر در محدوده مرکز ورق می‌تواند به طور موثری بار کمانش و فرکانس طبیعی ورق را افزایش دهد. ملک‌زاده و همکارانش [6]، در سال 2010 پاسخ دینامیکی پوسته‌های استوان‌های FML تحت پیش تنش و بارهای پالسی عرضی را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها برای به دست آوردن معادلات تعادل از تئوری برشی مرتبه اول و برای حل معادلات از روش گلرکین استفاده کردند و جهت تعیین پاسخ دینامیکی پوسته در ابتدا تحلیل ارتعاشات آزاد پوسته مورد بررسی را انجام دادند و مقادیر فرکانس‌های طبیعی را محاسبه نمودند. کاویانی و میردامادی [7]، در سال 2011 به بررسی ارتعاشات آزاد پوسته‌های چند لایه کامپوزیتی پرداختند و با ارائه تئوری چهار متغیره توانستند شرایط تنش برشی صفر را بر روی لایه‌ها مدل‌سازی نمایند. آن‌ها تاثیر پارامترهایی مانند نسبت مدول الاستیسیته، نسبت طول به ضخامت و سایر پارامترهای هندسی را بر رفتار ارتعاشی پوسته‌ها بررسی نمودند. خلیلی و همکارانش [8]، در سال 2012 به بررسی ارتعاشات آزاد پوسته‌های استوان‌های FML با استفاده از تئوری الاستیسیته سه بعدی مرتبه بالا پرداختند. لانگ شن ژائو و همکارانش [9]، در سال 2013 با استفاده از تئوری لیروایز فرکانس‌های طبیعی و رفتار ارتعاشی ورق‌های چند لایه کامپوزیتی را مورد بررسی قرار دادند و نتایج حاصله را با نتایج تحلیل تجربی مقایسه نمودند و با ترکیب روش‌های تحلیلی و تجربی به پیش‌بینی رفتار ارتعاشی و فرکانس‌های طبیعی پوسته‌های چند لایه پرداختند. ملک‌زاده و همکارانش [10]، در سال 2014 به بررسی ارتعاشات آزاد و خمش استاتیکی ورق‌های کامپوزیتی انحنا دار پرداختند. آن‌ها معادلات تعادل را با استفاده از اصل همپلتون استخراج نموده و اثرات پارامترهای هندسی را بر رفتار ارتعاشی این ورق‌ها بررسی نمودند.

تیانگوی یه و همکارانش [11]، در سال 2014 آنالیز ارتعاشات آزاد سه

بعدی پوسته‌های استوان‌های را تحت شرایط مرزی مختلف بر روی فونداسیون الاستیک مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها برای حل معادلات از روش ریلی ریتز بر پایه توابع انرژی استفاده نمودند. سن و همکارانش [12]، در سال 2015 با ارائه یک پروسه طراحی بهینه، لایه‌چینی پوسته‌های FML را براساس معیار ایجاد ترک بهینه نمودند. تیولو و همکارانش [13]، در سال 2016 به بررسی تغییر شکل الاستیک پوسته‌های استوان‌های کامپوزیتی چند لایه با سفتی متغیر پرداختند. آن‌ها در تحقیق خود برای دستیابی به مزیت‌های کامل تغییر سفتی پوسته‌ها با تغییر جهت‌گیری فیبرها، پاسخ آن‌ها به انواع مختلف بارگذاری‌های خارجی را مورد بررسی قرار دادند. مارجانویچ و همکارانش [14]، در سال 2016 به بررسی ارتعاشات آزاد پوسته‌های کامپوزیتی چند لایه بر پایه مدل جابجایی ناپوسته لیروایز پرداختند. نظام اسلامی و همکارانش [15]، در سال 2017 با استفاده از تئوری پوسته‌های نازک ساندرز به بررسی ارتعاشات آزاد پوسته‌های کامپوزیتی تقویت شده پرداختند و از روش معادل سازی سفتی برای به دست آوردن ضریب‌های سفتی پوسته استفاده نمودند و تاثیر عوامل مختلف از جمله ضخامت پوسته را بر فرکانس‌های طبیعی بررسی نمودند. زارعی و رحیمی [16, 17]، در سال 2017 به بررسی ارتعاشات آزاد پوسته‌های کامپوزیتی استوان‌های و مخروطی تحت شرایط مرزی مختلف پرداختند و معادلات مربوطه را بر مبنای تئوری دائل استخراج نمودند. آن‌ها اثرات تغییرات پارامترهای هندسی را نیز بر فرکانس‌های طبیعی مورد بررسی قرار دادند.

در پژوهش حاضر برای اولین بار زاویه قرارگیری فیبرهای تقویت‌کننده لایه‌های کامپوزیتی پوسته‌های چند لایه فلز و کامپوزیت براساس معیار شکست تنش ماکزیمم با هدف دستیابی به بیشترین استحکام ممکن برای پوسته‌های FML تعیین گردیده‌اند. سپس جهت تعیین تاثیر فرایند طراحی انجام شده بر افزایش سختی پوسته، تحلیل ارتعاشی پوسته‌های طراحی شده انجام گرفته است. همچنین مقایسه و تعیین میزان اثربخشی تغییر زاویه قرارگیری فیبرهای تقویت‌کننده لایه‌های کامپوزیتی، تغییر جنس لایه‌های فلزی و تغییر ضخامت بر روی فرکانس‌های طبیعی از دیگر نوآوری‌های این تحقیق نسبت به تحقیقات گذشته می‌باشد که مشخص گردیده تحت شرایط مختلف با تغییر در کدام یک از پارامترهای اشاره شده می‌توان بیشترین افزایش را در سختی پوسته شاهد بود.

2- بررسی فرایند طراحی بهینه پوسته FML براساس معیار شکست تنش ماکزیمم

نحوه صدمه دیدن پوسته‌های FML در برابر بارهای وارده به این گونه است که ابتدا لایه‌های کامپوزیتی تشکیل‌دهنده این پوسته‌ها دچار شکست می‌شوند و سپس لایه‌های فلزی آن‌ها دچار تغییر شکل می‌گردند. در نتیجه اگر بتوان ساختار این پوسته‌ها را به گونه‌ای طراحی نمود که مقاومت لایه‌های کامپوزیتی آن‌ها در برابر شکست افزایش یابد، می‌توان ظرفیت تحمل بارگذاری این پوسته‌ها را به طور قابل ملاحظه‌ای افزایش داد.

از منظر حالت حد استحکام، شکست کامپوزیت‌های چند لایه را می‌توان در دو دسته مهم تقسیم‌بندی کرد:

- شکست لایه اول: این حالت به این معنا است که اگر هر یک از لایه‌ها در یک لایه‌نیت دچار شکست شود کل لایه دچار فرض شکستگی می‌شود.

- شکست لایه آخر: در این حالت اگر تمام لایه‌ها دچار شکست شوند لایه‌نیت دچار شکست می‌شود.

مقدار تنش و کرنش مجاز مواد مرکب باید طوری تعیین شوند که در اثر

ماهیت این تحقیق مقدار زمان صرف شده برای اجراء مراحل بهینه‌سازی در برنامه کامپیوتری نوشته شده منطقی و قابل قبول می‌باشد.

فرایند بهینه‌سازی اجرا شده در این پژوهش به این گونه است که ابتدا تعداد کل ترکیب‌های ممکن برای زوایای قرارگیری فیبرهای تقویت‌کننده لایه‌های کامپوزیتی پوسته FML با استفاده از رابطه (2) مشخص می‌شوند.

$$U = R^N \quad (2)$$

در رابطه (2)، R معرف تعداد تک لایه‌های تشکیل‌دهنده هر لایه کامپوزیتی و N معرف تعداد زوایای قابل تخصیص به هر یک از فیبرهای تقویت‌کننده این تک لایه‌ها می‌باشند و با تغییر وضعیت قرارگیری زوایای فیبرهای تقویت‌کننده لایه‌های کامپوزیتی ساختارهای مختلفی برای پوسته FML موردنظر ایجاد می‌گردد.

حال باید از بین تمامی ساختارهای ممکن برای زوایای قرارگیری فیبرهای تقویت‌کننده تک لایه‌های تشکیل‌دهنده لایه‌های کامپوزیتی پوسته FML، زاویه‌چینی که منجر به بیشترین استحکام ممکن برای پوسته می‌گردد را مشخص نمود.

به این منظور در اولین گام با توجه به تعداد لایه‌های فلز و کامپوزیت پوسته FML و همچنین زوایای در نظر گرفته شده برای قرارگیری فیبرهای تقویت‌کننده لایه‌های کامپوزیتی، یک پوسته FML با زاویه‌چینی دلخواه برای فیبرهای تقویت‌کننده لایه‌های کامپوزیتی در محیط نرم‌افزار آباکوس ایجاد می‌گردد. سپس این پوسته تحت بارگذاری عرضی قرار گرفته و تمامی تنش‌های حاصل از این بارگذاری در لایه‌های کامپوزیتی استخراج می‌شوند. سپس میزان تنش ماکزیمم فیبرهای تقویت‌کننده تعیین شده و با استفاده از روابط (1)، میزان تنش ماکزیمم در جهات اصلی محاسبه می‌گردد. حال با تقسیم نمودن تنش ماکزیمم در جهت اصلی بر میزان حد استحکام نهایی فیبرهای تقویت‌کننده آن لایه، ضریب K برای زاویه‌چینی مورد بررسی محاسبه می‌گردد. ضریب K معیاری است جهت مقایسه میزان استحکام ساختارهای مختلف زاویه‌چینی فیبرهای تقویت‌کننده لایه‌های کامپوزیتی که به‌صورت رابطه (3) تعریف می‌گردد:

$$K = \frac{\text{تنش ماکزیمم فیبر در جهت اصلی}}{\text{تنش تسلیم فیبر}} \quad (3)$$

حال با لینک برنامه نوشته شده در محیط نرم‌افزار متلب با نرم‌افزار آباکوس زوایای قرارگیری فیبرهای تقویت‌کننده لایه‌های کامپوزیتی پوسته FML مورد بررسی مرتباً تغییر کرده و برای تمامی ساختارهای ایجاد شده روند مذکور انجام گرفته و میزان ضریب K برای تمامی این ساختارها با استفاده از نرم‌افزارهای متلب و آباکوس استخراج می‌گردد. سپس با مقایسه ضریب K محاسبه شده، زاویه‌چینی که منجر به کمترین ضریب K گردیده به عنوان زاویه‌چینی مطلوب که منجر به بیشترین استحکام ممکن برای پوسته می‌گردد انتخاب می‌شود. بعد از تعیین ساختار مطلوب پوسته‌های FML این ساختارها تحت تحلیل ارتعاشی قرار می‌گیرند. در ادامه نحوه انجام تحلیل ارتعاشی این ساختارها بررسی گردیده است.

3- میدان جابجایی

در بین تئوری‌های موجود برای بیان رفتار ورق‌ها و پوسته‌ها تئوری‌های مرتبه بالا رفتار سینماتیکی آن‌ها را بهتر بیان می‌دارند و در صورت استفاده از این تئوری‌ها دیگر نیازی به استفاده از ضرایب تصحیح برشی نیست. در این

اعمال آن‌ها عیوبی در قطعه ایجاد نشود. معمولاً افزایش تنش‌ها به بیشتر از مقدار بحرانی، موجب گسیختگی ناگهانی مواد مرکب نمی‌شوند، بلکه عیوبی در قطعه ایجاد می‌کنند که به تدریج گسترش یافته و با ادامه بارگذاری، موجب گسیختگی و شکست ماده مرکب می‌شوند. برخلاف مواد همسان‌گرد¹، استحکام مواد مرکب وابسته به جهت اعمال بارگذاری است. جهت طراحی مواد مرکب و به منظور بررسی ارزیابی صحت عملکرد آن‌ها با توجه به توزیع تنش اعمالی، معیاری مناسب نیاز است تا براساس این معیار، بارگذاری مجاز طوری تعیین شود که در ماده هیچ عیبی ایجاد نگردد، زیرا ایجاد کوچک‌ترین عیب در ماده، موجب شکست قطعه با تداوم بارگذاری می‌شود. بنابراین حد بالای شرایط بارگذاری مجاز با استفاده از معیارهای شکست به دست می‌آید. در این تحقیق از معیار شکست تنش ماکزیمم جهت طراحی پوسته FML استفاده گردیده است. در این تحقیق تمامی تنش‌های ایجاد شده در لایه‌های کامپوزیتی پوسته با استفاده از نرم‌افزار آباکوس محاسبه شده و برای محاسبه معیار شکست تنش ماکزیمم و تعیین زاویه‌چینی مطلوب از نرم‌افزار متلب و لینک این نرم‌افزار با نرم‌افزار آباکوس استفاده گردیده است. در معیار شکست تنش ماکزیمم هر کدام از تنش‌های حاصل در جهت محورهای اصلی مواد بایستی از مقاومت فیبر در جهت مربوطه کمتر باشد که در غیر این صورت شکست اتفاق می‌افتد. توجه شود که در این معیار هیچ تداخلی بین تنش‌ها وجود نداشته و هر کدام به صورت مستقل مورد بحث قرار می‌گیرند. در این معیار تنش‌های اصلی در راستای محور مواد بر اثر اعمال تنش خارج از محور σ_x به‌صورت روابط (1) تعیین می‌گردند:

$$\begin{aligned} \frac{X_c}{\cos^2\theta} &< \sigma_x < \frac{X_t}{\cos^2\theta} \\ \frac{Y_c}{\sin^2\theta} &< \sigma_x < \frac{Y_t}{\sin^2\theta} \\ |\sigma_x| &< \left| \frac{S}{\sin\theta\cos\theta} \right| \end{aligned} \quad (1)$$

در رابطه (1)، X_c معرف مقاومت فشاری محوری در جهت الیاف، X_t مقاومت کششی محوری در جهت الیاف، Y_c مقاومت فشاری عرضی در جهت عمود بر الیاف، Y_t مقاومت کششی عرضی در جهت عمود بر الیاف و S مقاومت برشی می‌باشد. لازم به ذکر است هدف از بهینه‌سازی یافتن بهترین جواب قابل قبول، با توجه به محدودیت‌ها و نیازهای مساله است. مسائل مختلف بهینه‌سازی به دو دسته مسائل بهینه‌سازی بی‌محدودیت و مسائل بهینه‌سازی با محدودیت تقسیم‌بندی می‌گردند. بسیاری از مسائل بهینه‌سازی در مهندسی، طبیعتاً پیچیده‌تر و مشکل‌تر از آن هستند که با روش‌های مرسوم بهینه‌سازی نظیر روش برنامه‌ریزی ریاضی و نظایر آن قابل حل باشند. از جمله راه‌حل‌های موجود در برخورد با این گونه مسائل، استفاده از الگوریتم‌های تقریبی مانند الگوریتم ژنتیک، مورچگان و ... است. اما ایراد اساسی این الگوریتم‌ها این است که تضمینی نمی‌دهند که جواب به‌دست آمده بهینه و دقیق باشد و تنها با صرف زمان بسیار می‌توان جواب نسبتاً دقیقی به‌دست آورد و در حقیقت بسته به زمان صرف شده، دقت جواب تغییر می‌کند.

از آن‌جایی که در مقاله حاضر هدف، بیشینه کردن تابع هدف (مقاومت شکست ماکزیمم) بدون هرگونه محدودیتی بر روی متغیرهای طراحی، می‌باشد لذا از روش شمارش کامل که منجر به جواب دقیق برای مساله می‌گردد برای بهینه‌سازی مساله استفاده گردیده است. همچنین با توجه به

¹ isotropic

$$\begin{aligned} \gamma_{\varphi z} &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{1}{Z} \left(\frac{\partial w}{\partial \varphi} - v \right) & \varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} \\ \gamma_{x\varphi} &= \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{Z} \left(\frac{\partial u}{\partial \varphi} \right) & \gamma_{xz} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

برای استخراج معادلات حاکم و شرایط مرزی در این مقاله از روش انرژی و اصل همیلتون استفاده می‌شود، بر اساس این اصل [8]:

$$\int_0^t \delta L dt \equiv \int_0^t [\delta K - \delta U + \delta W] dt = 0 \quad (6)$$

در معادله (6)، δK تغییرات انرژی جنبشی، δU تغییرات انرژی کرنشی و δW کار بارهای خارجی وارد بر پوسته می‌باشد. همچنین δ اپراتور تغییرات مرتبه اول است.

تغییرات انرژی جنبشی به صورت رابطه (7) ارائه می‌گردد:

$$\int_0^t \delta K dt = \int_0^t \left[\int_A \rho (\ddot{u} \delta u + \ddot{v} \delta v + \ddot{w} \delta w) dA \right] dt \quad (7)$$

در رابطه (7)، $\ddot{u}$ ، $\ddot{v}$ و $\ddot{w}$ مؤلفه‌های شتاب در جهت محوره‌های x ، y و z می‌باشند. رابطه‌ی مربوط به تغییرات انرژی کرنشی به صورت رابطه (8) می‌باشد [8]:

$$\begin{aligned} \int_0^t \delta U dt &= \int_0^t \int_A \int_{-h/2}^{+h/2} [\sigma_x \delta \varepsilon_x + \sigma_\varphi \delta \varepsilon_\varphi + \sigma_z \delta \varepsilon_z \\ &+ \sigma_{x\varphi} \delta \varepsilon_{x\varphi} + \sigma_{xz} \delta \varepsilon_{xz} + \sigma_{\varphi z} \delta \varepsilon_{\varphi z}] dA dz dt \end{aligned} \quad (8)$$

پس از انتگرال گیری جزء به جزء از روابط حاصله و مرتب کردن براساس ضرایب، معادلات پوسته به صورت روابط (9) تا (20) حاصل می‌گردند:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial N_{\varphi x}}{\partial \varphi} - \frac{1}{2R^2} \frac{\partial M_{\varphi x}}{\partial \varphi} + N_x^i \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} \\ = \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} \bar{I}_0 + \frac{\partial^2 \theta_x}{\partial t^2} \bar{I}_1 + \frac{\partial^2 u_0^*}{\partial t^2} \bar{I}_2 + \frac{\partial^2 \theta_x^*}{\partial t^2} \bar{I}_3 \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{R} \frac{\partial N_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial N_{x\varphi}}{\partial x} + \frac{1}{R} Q_\varphi + \frac{1}{R} \frac{\partial M_{x\varphi}}{\partial x} + N_x^i \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} \\ = \frac{\partial^2 v_0}{\partial t^2} \bar{I}_0 + \frac{\partial^2 \theta_\varphi}{\partial t^2} \bar{I}_1 + \frac{\partial^2 v_0^*}{\partial t^2} \bar{I}_2 + \frac{\partial^2 \theta_\varphi^*}{\partial t^2} \bar{I}_3 \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial Q_\varphi}{\partial \varphi} + N_x^i \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} - q_t - q_b = \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} \bar{I}_0 \\ + \frac{\partial^2 \theta_z}{\partial t^2} \bar{I}_1 + \frac{\partial^2 w_0^*}{\partial t^2} \bar{I}_2 + \frac{\partial^2 \theta_z^*}{\partial t^2} \bar{I}_3 \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial M_{\varphi x}}{\partial \varphi} - Q_x = \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} \bar{I}_1 + \frac{\partial^2 \theta_x}{\partial t^2} \bar{I}_2 \\ + \frac{\partial^2 u_0^*}{\partial t^2} \bar{I}_3 + \frac{\partial^2 \theta_x^*}{\partial t^2} \bar{I}_4 \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{R} \frac{\partial M_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial M_{x\varphi}}{\partial x} + \frac{1}{R} S_\varphi = \bar{I}_1 \frac{\partial^2 v_0}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \theta_\varphi}{\partial t^2} \bar{I}_2 \\ + \frac{\partial^2 v_0^*}{\partial t^2} \bar{I}_3 + \frac{\partial^2 \theta_\varphi^*}{\partial t^2} \bar{I}_4 \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} -\frac{1}{R} M_\varphi - N_z + \frac{\partial S_x}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial S_\varphi}{\partial \varphi} = \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} \bar{I}_1 \\ + \frac{\partial^2 \theta_z}{\partial t^2} \bar{I}_2 + \frac{\partial^2 w_0^*}{\partial t^2} \bar{I}_3 + \frac{\partial^2 \theta_z^*}{\partial t^2} \bar{I}_4 \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_x^*}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial N_{\varphi x}^*}{\partial \varphi} - 2S_x - \frac{1}{2R^2} \frac{\partial M_{\varphi x}^*}{\partial \varphi} = \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} \bar{I}_2 \\ + \frac{\partial^2 \theta_x}{\partial t^2} \bar{I}_3 + \frac{\partial^2 u_0^*}{\partial t^2} \bar{I}_4 + \frac{\partial^2 \theta_x^*}{\partial t^2} \bar{I}_5 \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{R} \frac{\partial N_\varphi^*}{\partial \varphi} + \frac{\partial N_{x\varphi}^*}{\partial x} + \frac{1}{R} Q_\varphi^* + \frac{1}{2R} \frac{\partial M_{\varphi x}^*}{\partial x} = \frac{\partial^2 v_0}{\partial t^2} \bar{I}_2 \\ + \frac{\partial^2 \theta_\varphi}{\partial t^2} \bar{I}_3 + \frac{\partial^2 v_0^*}{\partial t^2} \bar{I}_4 + \frac{\partial^2 \theta_\varphi^*}{\partial t^2} \bar{I}_5 \end{aligned}$$

تئوری‌ها در حالت کلی، می‌توان مؤلفه‌های میدان جابجایی را نسبت به مختصات در جهت ضخامت تا هر درجه‌ای بسط داد اما به دلیل پیچیده شدن محاسبات بیشتر از درجه سه توصیه نمی‌شود. دلیل بسط دادن جابجایی‌ها تا ترم‌های درجه سوم از مختصه ضخامت، به دست آوردن تغییرات درجه دوم از کرنش‌های برشی عرضی و تنش‌های برشی عرضی در هر لایه می‌باشد، که خود باعث عدم نیاز به ضرایب تصحیح برشی می‌شوند. پوسته FML مطابق "شکل 1" با ضخامت h شعاع متوسط R ، دانسیته جرمی ρ و طول L در نظر گرفته شده است. محور مختصات استوانه‌ای‌ها در سطح مرجع (سطح میانی) پوسته قرار گرفته است. جابجایی پوسته در سه جهت طولی، محیطی و شعاعی به ترتیب با u ، v و w نمادگذاری می‌شوند.

میدان جابجایی (u, v, w) با توابعی تا درجه سوم از مختصه ضخامت بیان می‌شود. تنها فرض برای جابجایی‌ها، ناچیز بودن خیز پوسته و استفاده از مؤلفه‌های کرنش بی‌نهایت کوچک می‌باشد. میزان جابجایی هر نقطه از پوسته به صورت روابط (4) با میزان جابجایی سطح مرجع ارتباط دارد و از بسط سری تیلور برای توسعه یک فرمولاسیون دو بعدی از یک مسئله الاستیسیته سه بعدی استفاده گردیده است.

$$\begin{aligned} u(x, \varphi, z, t) &= u_0(x, \varphi, t) + z \theta_x(x, \varphi, t) \\ &+ z^2 u_0^*(x, \varphi, t) + z^3 \theta_x^*(x, \varphi, t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v(x, \varphi, z, t) &= v_0(x, \varphi, t) + z \theta_\varphi(x, \varphi, t) \\ &+ z^2 v_0^*(x, \varphi, t) + z^3 \theta_\varphi^*(x, \varphi, t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w(x, \varphi, z, t) &= w_0(x, \varphi, t) + z \theta_z(x, \varphi, t) \\ &+ z^2 w_0^*(x, \varphi, t) + z^3 \theta_z^*(x, \varphi, t) \end{aligned} \quad (4)$$

در روابط (4)، عبارت‌های u و v ، جابجایی‌های یک نقطه دلخواه (x, φ, z) در فضای چندلایه و به ترتیب در جهات x ، φ و z هستند و t زمان است. پارامترهای u_0 و v_0 جابجایی‌های درون صفحه و w_0 جابجایی خارج از صفحه یک نقطه دلخواه (x, φ) بر روی سطح میانی چند لایه است. توابع θ_x و θ_φ چرخش‌های خط عمود بر سطح میانی المان پوسته حول محوره‌های به ترتیب x و φ هستند. پارامترهای u_0^* ، v_0^* ، w_0^* ، θ_x^* ، θ_φ^* و θ_z^* عبارت‌های مرتبه بالا در بسط تیلور می‌باشند و نماینده مودهای تغییر شکل عرضی مقطع پوسته هستند.

با تعریف کرنش‌ها از تئوری الاستیسیته خطی، روابط کرنش-جابجایی عمومی در دستگاه مختصات استوانه‌ای‌ها به صورت روابط (5) می‌باشد [8]:

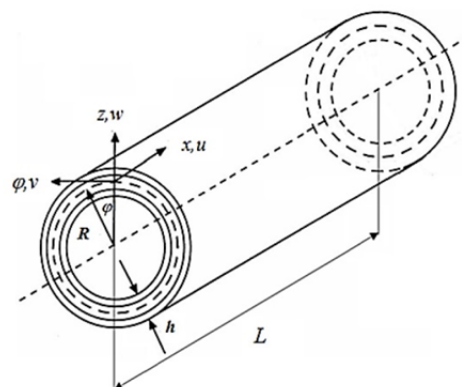


Fig. 1 Geometry of cylindrical shell and referenced coordinate system

شکل 1 هندسه پوسته استوانه‌ای‌ها و سیستم مختصات مرجع

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_\varphi = \frac{1}{R} \left(\frac{\partial v}{\partial \varphi} + w \right)$$

$$\theta_{12} = 0.26 \quad (28)$$

به این منظور از فاکتور بی بعد $\omega^* = \omega h / \pi \sqrt{\rho / G_{12}}$ برای بی بعدسازی فرکانس‌های حاصله استفاده شده است.

برای بررسی صحت پاسخ‌های تئوری حاضر برای پوسته‌هایی با درجه پیچیدگی بالاتر، یک پوسته FML که دارای پنج لایه آلومینیوم و چهار لایه پلیمری تقویت شده با الیاف شیشه با لایه‌چینی (0,90) است مورد بررسی قرار گرفته است. خواص مواد به کار رفته در پوسته FML مورد بررسی در جدول 2 ارائه گردیده است.

همان‌طور که در جدول 3 آورده شده است، کوچکترین فرکانس طبیعی پوسته FML با لایه‌چینی [0,90]-AL/GE-5-4 با استفاده از تئوری حاضر، تئوری برشی مرتبه اول و همچنین با مقادیر به دست آمده به کمک نرم‌افزار آباکوس مقایسه گردیده است که مطابقت قابل قبول نتایج، نشان‌دهنده صحت محاسبات انجام شده می‌باشد.

6- نتایج تحلیل‌های انجام شده

پوسته مورد تحلیل در این پژوهش یک پوسته FML متشکل از لایه‌هایی از جنس‌های آلومینیوم و شیشه/اپوکسی می‌باشد. خواص این مواد در جدول 4 آورده شده است. همچنین در این مقاله به منظور رعایت اختصار از اصطلاحات لایه‌چینی و زوایای چینی استفاده گردیده است. منظور از لایه‌چینی عبارت

جدول 1 مقایسه فرکانس‌های بی بعد شده پوسته دو لایه ارتوتروپیک با نتایج مرجع [1]

شماره مد	روش حاضر	مرجع [1]
1	1.9825	2.106
2	1.2136	1.344
3	0.9315	0.9586
4	0.7148	0.7492
5	0.6258	0.6419

جدول 2 خواص مواد مورد استفاده در پوسته FML جهت صحت‌سنجی

ماده	E_{11} (GPa)	E_{22} (GPa)	ν_{12}	G_{23} (GPa)	G_{12} (GPa)	ρ (kg/m ³)
GRP	60	13	0.3	3.4	3.4	2100
AL 2024	72.4	72.4	0.33	28	28	2770

جدول 3 مقایسه فرکانس‌های بی بعد شده پوسته FML با لایه‌چینی AL/GE-5-4 [0,90] با نتایج آباکوس

Table 3 Comparison of the non-dimensional natural frequency of AL/GE-5-4-[0,90] FML shell with ABAQUS

h/r	تئوری مرتبه بالای بهبود یافته	تئوری برشی مرتبه اول	نرم‌افزار آباکوس
0.01	0.0062	0.0066	0.006
0.04	0.0259	0.0267	0.0255
0.1	0.0631	0.0636	0.0628
0.2	0.132	0.137	0.129
1	0.699	0.706	0.695

است از نحوه و ترتیب قرارگیری لایه‌های فلزی و کامپوزیتی تشکیل‌دهنده پوسته FML نسبت به یکدیگر و منظور از زوایای چینی عبارت است از زوایای

قرارگیری فیبرهای تقویت‌کننده تک لایه‌های تشکیل‌دهنده لایه‌های کامپوزیتی پوسته FML. هر یک از لایه‌های کامپوزیتی پوسته‌های FML مورد بررسی در این پژوهش خود از چهار تک لایه به هم چسبیده تشکیل گردیده‌اند به گونه‌ای که فیبرهای تقویت‌کننده هر یک از این تک لایه‌ها امکان قرارگیری با زوایای 60,30,0 و 90 درجه را دارا می‌باشند. همچنین زاویه قرارگیری فیبرهای تقویت‌کننده تک لایه‌ها در تمامی لایه‌های کامپوزیتی یکسان است به این معنی که به‌طور مثال در یک پوسته FML که دارای 4 لایه فلزی و سه لایه کامپوزیتی می‌باشد و هر لایه کامپوزیتی خود از چهار تک لایه تشکیل شده است، اگر زوایای قرارگیری فیبرهای تقویت‌کننده تک لایه‌های تشکیل‌دهنده یک لایه کامپوزیتی به‌صورت 90/90/30/30 باشد زوایای قرارگیری فیبرهای تقویت‌کننده تک لایه‌های تشکیل‌دهنده دو لایه کامپوزیتی دیگر نیز به همین صورت 90/90/30/30 می‌باشد و ساختار پوسته مذکور به‌طور اختصار به‌صورت [30/30/90/90]-AL/GE-4-3 نامگذاری می‌گردد که AL مخفف لایه آلومینیوم و GE مخفف لایه شیشه/اپوکسی است. در این نامگذاری عدد 4 نشان‌دهنده تعداد لایه‌های آلومینیومی و عدد 3 نشان‌دهنده تعداد لایه‌های کامپوزیتی می‌باشد. اعداد داخل کروشه نیز نشان‌دهنده جهت‌گیری فیبرهای تقویت‌کننده چهار تک لایه تشکیل‌دهنده هر یک از لایه‌های کامپوزیتی می‌باشند.

7- بررسی سیکل طراحی ارائه شده

به منظور بررسی سیکل طراحی ارائه شده در این پژوهش یک پوسته FML نه لایه که از پنج لایه آلومینیوم و چهار لایه شیشه-اپوکسی تشکیل شده مورد بررسی قرار گرفته است. هر یک از فیبرهای تقویت‌کننده لایه‌های کامپوزیتی امکان قرارگیری با زوایای 60,30,0 و 90 درجه را دارا می‌باشند. در "شکل 2" شماتیک قرارگیری لایه‌های فلز و کامپوزیت پوسته FML مورد بررسی نسبت به یکدیگر نشان داده شده است.

حال مناسب‌ترین زاویه قرارگیری برای فیبرهای تقویت‌کننده لایه‌های کامپوزیتی پوسته مذکور به گونه‌ای تعیین گردیده که پوسته دارای بیشترین استحکام ممکن گردد. مقدار ضریب κ که نشان‌دهنده میزان استحکام پوسته با توجه به زاویه قرارگیری لایه‌های کامپوزیتی آن می‌باشد برای برخی از وضعیت‌های قرارگیری زوایای فیبرهای تقویت‌کننده لایه‌های کامپوزیتی در جدول 5 ارائه گردیده است.

جدول 4 خواص آلومینیوم و شیشه/اپوکسی مورد استفاده در پوسته FML
Table 4 Aluminum and glass/epoxy properties used for FML shells

ماده	چگالی kg/m ³	ضرایب پواسون	مدول‌های برشی (GPa)	مدول‌های برشی (GPa)
آلومینیوم 7475	$\rho = 2770$	$\nu_{12} = 0.3$ $\nu_{13} = 0.3$ $\nu_{23} = 0.3$	$E_{11} = 70$ $E_{22} = 70$ $E_{33} = 70$	$G_{12} = 27.8$ $G_{13} = 27.8$ $G_{23} = 27.8$
آلومینیوم 2024	$\rho = 2700$	$\nu_{12} = 0.3$ $\nu_{13} = 0.3$ $\nu_{23} = 0.3$	$E_{11} = 72.4$ $E_{22} = 72.4$ $E_{33} = 72.4$	$G_{12} = 27.8$ $G_{13} = 27.8$ $G_{23} = 27.8$
شیشه اپوکسی	$\rho = 2500$	$\nu_{12} = 0.25$ $\nu_{13} = 0.25$ $\nu_{23} = 0.25$	$E_{11} = 50$ $E_{22} = 15.2$ $E_{33} = 15.2$	$G_{12} = 4.7$ $G_{13} = 4.7$ $G_{23} = 3.28$

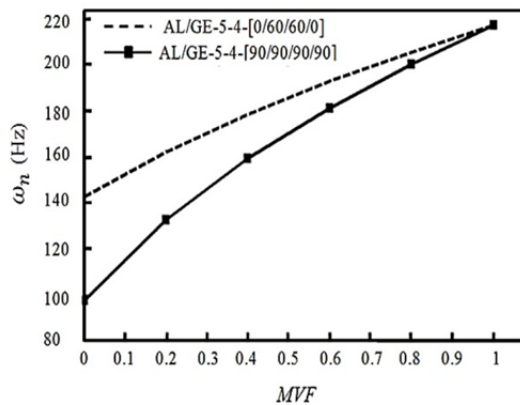


Fig. 3 The effect of best and worst layer orientation on the natural frequency vs.MVF for AL/GE-5-4 FML shell

شکل 3 تاثیرات زاویه چینی مطلوب و نامطلوب الیاف بر فرکانس طبیعی بر حسب مقادیر مختلف MVF برای پوسته FML با ساختار AL/GE-5-4

کمترین میزان استحکام برای پوسته FML با لایه چینی AL/GE-5-4 می‌گردد. در این بخش این موضوع با انجام تحلیل ارتعاشی نیز اثبات گردیده است. همان‌طور که در "شکل 3" نیز مشخص است با بهینه نمودن زاویه چینی فیبرهای تقویت کننده لایه‌های کامپوزیتی بهبود قابل ملاحظه‌ای در میزان فرکانس طبیعی پوسته اتفاق می‌افتد. همچنین با افزایش مقدار MVF مقدار فرکانس طبیعی هر دو ساختار مورد بررسی افزایش می‌یابد به طوری که در حالت $MVF=1$ فرکانس طبیعی هر دو ساختار به یک مقدار میل می‌کند که این امر با توجه به این که $MVF=1$ به معنی فلز بدون الیاف می‌باشد امری بدیهی است که صحت نمودار را نیز نشان می‌دهد. در حالت $MVF=0$ یعنی حالتی که تنها لایه‌های کامپوزیتی وجود داشته باشند به طور محسوسی تاثیر زاویه چینی بهینه فیبرهای تقویت کننده لایه‌های کامپوزیتی بر فرکانس طبیعی نمایان می‌گردد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود در $MVF=0$ فرکانس طبیعی ساختار AL/GE-5-4-[0/60/60/0] به طور قابل توجهی بیش از ساختار AL/GE-5-4-[90/90/90/90] می‌باشد و هر چه کسر حجمی فلز افزایش می‌یابد اختلاف فرکانس طبیعی دو ساختار مذکور کمتر می‌گردد به گونه‌ای که با افزایش مقدار MVF به بیش از 0.8 اختلاف بین فرکانس طبیعی دو پوسته FML مورد بررسی بسیار کم خواهد شد زیرا درصد حجمی بیشتری از پوسته‌های FML مذکور از فلز تشکیل می‌شود و تاثیر لایه‌های کامپوزیتی بر فرکانس طبیعی آن‌ها کاهش می‌یابد.

9- بررسی اثر تغییر ضخامت پوسته بر فرکانس طبیعی ساختارهای طراحی شده

در "شکل 4" تاثیر تغییر ضخامت بر روی فرکانس طبیعی دو ساختار طراحی انجام شده به ترتیب منجر به بیشترین و کمترین میزان استحکام برای پوسته FML با لایه چینی AL/GE-5-4 می‌گردند رسم شده است. همان‌طور که در "شکل 4" نشان داده شده است با افزایش ضخامت پوسته‌های FML مورد اشاره مقدار فرکانس طبیعی برای هر دو ساختار افزایش می‌یابد. همچنین برای تمامی ضخامت‌ها میزان فرکانس طبیعی ساختار AL/GE-5-4-[0/60/60/0] بیش از ساختار AL/GE-5-4-[90/90/90/90] می‌باشد که دلیل این امر نیز زاویه مطلوب قرارگیری فیبرهای تقویت کننده لایه‌های کامپوزیتی ساختار AL/GE-5-4-[0/60/60/0]

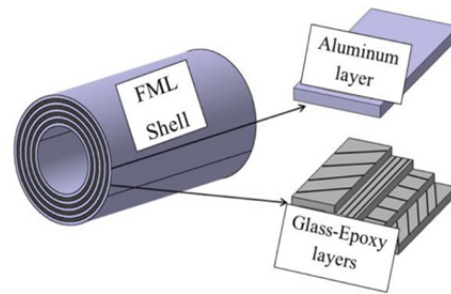


Fig. 2 schematic view of stacking sequence of FML shells
شکل 2 شماتیک قرارگیری لایه‌های فلز و کامپوزیت پوسته FML مورد بررسی

جدول 5 مقادیر محاسبه شده برای ضریب K جهت تعیین زاویه چینی مطلوب و نامطلوب پوسته FML

Table 5 Amount of κ coefficient for determination of the best & worst FML shell layer orientation

ضریب κ	زاویه قرارگیری فیبرهای تقویت کننده لایه‌های کامپوزیتی	ضریب κ	زاویه قرارگیری فیبرهای تقویت کننده لایه‌های کامپوزیتی
0.7582	30/0/0/90	0.4692	0/0/0/0
0.4967	60/60/90/90	0.8532	90/90/90/90
0.6986	30/30/90/90	0.5236	60/60/60/60
0.7845	30/90/0/0	0.4157	0/60/60/30
0.7412	30/30/0/0	0.7365	0/90/90/0
0.4124	60/60/0/0	0.6324	60/90/3/0
0.6894	30/90/30/90	0.3610	0/60/60/0
0.5486	60/90/90/90	0.5876	30/30/30/30
0.6924	30/60/30/60	0.4365	0/30/30/0
0.4783	0/60/60/60	0.4968	60/60/60/30
0.5012	30/60/60/30	0.3984	60/0/0/60
0.6258	90/60/60/90	0.4319	30/30/60/60
0.7419	60/90/90/30	0.5896	90/90/0/0
0.5918	60/0/0/90	0.6328	60/30/30/30
0.6173	90/0/0/90	0.6529	30/60/30/30

همان‌طور که در جدول 5 نشان داده شده است در صورت قرارگیری فیبرهای تقویت کننده لایه‌های کامپوزیتی با زوایای 0/60/60/0 پوسته دارای کمترین ضریب κ و در صورت قرارگیری با زوایای 90/90/90/90 پوسته دارای بیشترین ضریب κ می‌گردد. در نتیجه با توجه به نتایج حاصله زاویه چینی 0/60/60/0 منجر به بیشترین استحکام و زاویه چینی 90/90/90/90 منجر به کمترین میزان استحکام برای پوسته FML با لایه چینی AL/GE-5-4 می‌گردد. حال با تعیین بهترین و بدترین وضعیت‌های قرارگیری زوایای فیبرهای تقویت کننده برای پوسته مورد بررسی، هر یک از این ساختارها مورد تحلیل فرکانسی قرار می‌گیرند تا علاوه بر تعیین تاثیر طراحی انجام شده بر رفتار فرکانسی پوسته صحت طراحی انجام شده نیز اثبات گردد.

8- بررسی تاثیر زاویه چینی فیبرهای تقویت کننده لایه‌های کامپوزیتی بر میزان فرکانس طبیعی پوسته

در "شکل 3" تغییرات فرکانس طبیعی بر حسب مقادیر مختلف MVF برای دو ساختار AL/GE-5-4-[0/60/60/0] و AL/GE-5-4-[90/90/90/90] رسم گردیده است. کسر حجمی فلز و کامپوزیت از مقدار $MVF=0$ که به معنی کامپوزیت بدون فلز است تا $MVF=1$ که به معنی فلز تنها است تغییر می‌نماید.

در بخش هفتم مقاله مشخص گردید که زاویه چینی 0/60/60/0 درجه منجر به بیشترین استحکام و زاویه چینی 90/90/90/90 درجه منجر به

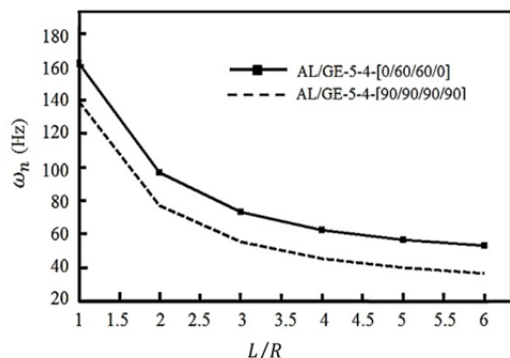


Fig. 6 variation of natural frequency vs. length to radius ratio with respect to the best and worst layer orientation of AL/GE-5-4 FML shell
 شکل 6 تغییرات فرکانس طبیعی برحسب نسبت طول به شعاع برای بهترین و بدترین زوایه چینی پوسته FML با ساختار AL/GE-5-4

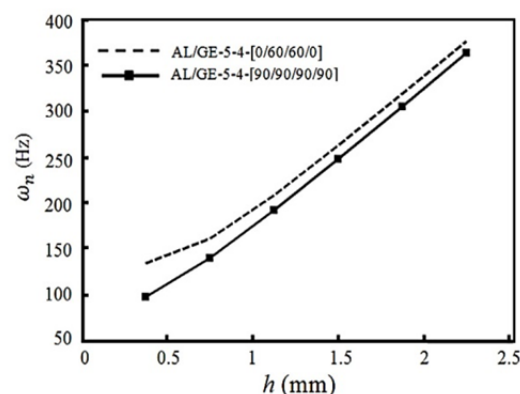


Fig. 4 natural frequency vs. thickness with respect to the best and worst layer orientation of AL/GE-5-4 FML shell

شکل 4 تغییر فرکانس طبیعی برحسب تغییر ضخامت برای بهترین و بدترین زوایه چینی پوسته FML با ساختار AL/GE-5-4

طبیعی برای هر دو ساختار AL/GE-5-4 و AL/GE-5-4-[0/60/60/0] کاهش خواهد یافت.

11- مقایسه میزان اثرگذاری تغییر ضخامت و تغییر زوایه چینی فیبرهای تقویت کننده لایه‌های کامپوزیتی بر فرکانس طبیعی پوسته FML

در این بخش جهت تعیین اثر بخش تر بودن تغییر ضخامت پوسته و یا تغییر زوایه چینی فیبرهای تقویت کننده لایه‌های کامپوزیتی بر میزان فرکانس طبیعی پوسته‌های FML تغییرات فرکانس طبیعی برحسب کسر حجمی مواد تشکیل دهنده برای دو ساختار AL/GE-5-4-[0/60/60/0] با ضخامت 3 میلی‌متر و ساختار AL/GE-5-4-[90/90/90/90] با ضخامت 6 میلی‌متر در "شکل 7" با یکدیگر مقایسه گردیده‌اند.

همان‌طور که در "شکل 7" مشاهده می‌شود با نزدیک شدن کسر حجمی مواد تشکیل دهنده به صفر میزان فرکانس طبیعی دو ساختار مورد بررسی به یکدیگر نزدیک می‌شوند به گونه‌ای که برای کسر حجمی نزدیک صفر میزان فرکانس طبیعی ساختار AL/GE-5-4-[90/90/90/90] با ضخامت 6 میلی‌متر که دارای زوایه چینی نامطلوب 90/90/90/90 درجه می‌باشد کمتر از میزان فرکانس طبیعی ساختار AL/GE-5-4-[0/60/60/0] می‌باشد که دارای ضخامت 3 میلی‌متر و زوایه چینی مطلوب 0/60/60/0 درجه می‌باشد.

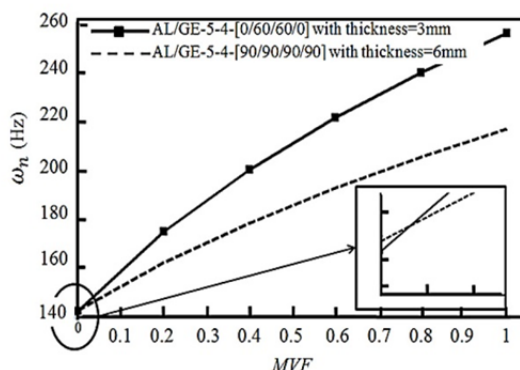


Fig. 7 comparison the efficiency of the change of layer orientation with change of total thickness of the shell on the natural frequency of FML shell

شکل 7 مقایسه میزان اثرگذاری تغییر زوایه چینی لایه‌های کامپوزیتی با تغییر ضخامت پوسته بر میزان فرکانس طبیعی پوسته‌های FML

10- بررسی اثر تغییر نسبت طول به شعاع پوسته بر فرکانس طبیعی ساختارهای طراحی شده

در "شکل 6" تاثیر تغییر نسبت طول به شعاع بر روی فرکانس طبیعی برای دو ساختار AL/GE-5-4-[0/60/60/0] و AL/GE-5-4-[90/90/90/90] مورد بررسی قرار گرفته است.

همان‌طور که در "شکل 6" نشان داده شده است برای تمامی نسبت‌های طول به شعاع پوسته، میزان فرکانس طبیعی ساختار AL/GE-5-4-[0/60/60/0] بیش از ساختار AL/GE-5-4-[90/90/90/90] می‌باشد و با افزایش نسبت طول به شعاع پوسته‌های استوانه‌ای مورد بررسی فرکانس

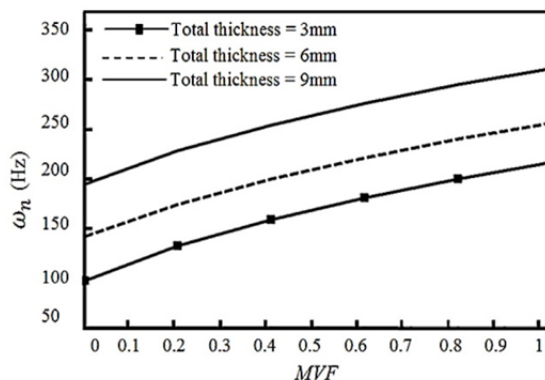


Fig. 5 variation of natural frequency vs. MVF with respect to different thickness for AL/GE-5-4-[90/90/90/90] FML shell

شکل 5 تغییرات فرکانس طبیعی برحسب کسر حجمی برای ضخامت‌های مختلف پوسته FML با ساختار AL/GE-5-4-[90/90/90/90]

[90/90/90/90] می‌باشد که دارای زاویه‌چینی نامطلوب 90/90/90/90 می‌باشند. نکته حائز اهمیت در این‌باره بیشتر بودن فرکانس طبیعی ساختار $AL2024/GE-5-4-[0/60/60/0]$ نسبت به ساختار $AL7475/GE-5-4-[0/60/60/0]$ [90/90/90/90] می‌باشد. زیرا با وجود این‌که آلومینیوم 2024 دارای سختی بالاتری نسبت به آلومینیوم 7475 می‌باشد اما برای کسر حجمی کمتر از 0.8 میزان فرکانس طبیعی ساختار $AL7475/GE-5-4-[0/60/60/0]$ که در آن از آلومینیوم 7475 استفاده گردیده بیش از فرکانس طبیعی ساختار $AL2024/GE-5-4-[90/90/90/90]$ می‌باشد که در آن از آلومینیوم 2024 استفاده شده است که این امر نشان‌دهنده این مطلب است که برای کسر حجمی کمتر از 0.8 میزان اثرگذاری زاویه‌چینی فیبرهای تقویت‌کننده لایه‌های کامپوزیتی بر فرکانس طبیعی پوسته بیش از میزان اثرگذاری جنس لایه‌های فلزی می‌باشد.

اما برای کسر حجمی بالاتر از 0.8 میزان فرکانس طبیعی ساختار $AL2024/GE-5-4-[90/90/90/90]$ که دارای زاویه‌چینی نامطلوب 90/90/90/90 می‌باشد بیشتر از میزان فرکانس طبیعی ساختار $AL7475/GE-5-4-[0/60/60/0]$ است که دارای زاویه‌چینی بهینه 0/60/60/0 می‌باشد. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت برای کسر حجمی بالاتر از 0.8 میزان اثرگذاری جنس لایه‌های فلزی بر فرکانس طبیعی پوسته FML بیش از میزان اثرگذاری زاویه‌چینی مطلوب فیبرهای تقویت‌کننده لایه‌های کامپوزیتی است. زیرا برای کسر حجمی بالاتر از 0.8 فرکانس طبیعی ساختار $AL2024/GE-5-4-[90/90/90/90]$ که در آن از آلومینیوم 2024 استفاده گردیده است بیش از فرکانس طبیعی ساختار $AL7475/GE-5-4-[0/60/60/0]$ می‌باشد که در آن از آلومینیوم 7475 استفاده شده است.

13- مقایسه میزان اثرگذاری تغییر جنس و تغییر ضخامت بر فرکانس طبیعی پوسته FML

جهت تعیین اثر بخش‌تر بودن تغییر ضخامت و یا تغییر جنس لایه‌های فلزی بر میزان فرکانس طبیعی پوسته‌های FML تغییرات فرکانس طبیعی برحسب کسر حجمی برای دو ساختار $AL7475/GE-5-4-[0/60/60/0]$ با ضخامت 6 میلی‌متر و ساختار $AL2024/GE-5-4-[0/60/60/0]$ با ضخامت 3 میلی‌متر در "شکل 9" رسم گردیده است.

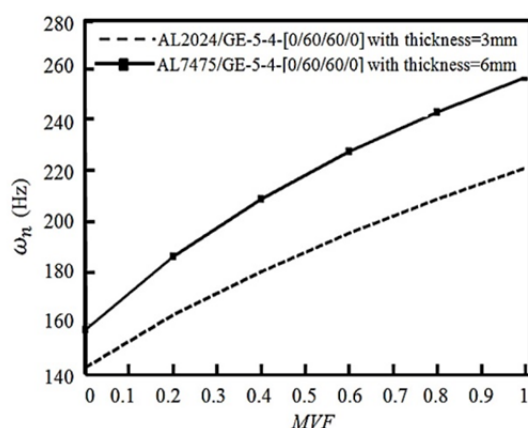


Fig. 9 comparison the efficiency of the change of total thickness of the shell with change of metal layer material on the natural frequency of FML shell

شکل 9 مقایسه میزان اثرگذاری تغییر ضخامت با تغییر جنس لایه‌های فلزی بر فرکانس طبیعی پوسته FML

بنابراین می‌توان نتیجه گرفت برای کسر حجمی کمتر از 0.005 میزان اثرگذاری زاویه‌چینی مطلوب فیبرهای لایه‌های کامپوزیتی بر فرکانس طبیعی پوسته بیش از اثرگذاری ضخامت پوسته می‌باشد. در نتیجه برای ساختار $AL/GE-5-4-[90/90/90/90]$ با ضخامت 6 میلی‌متر و برای کسر حجمی کمتر از 0.005 بهتر است با تغییر زاویه‌چینی لایه‌های کامپوزیتی از 90/90/90/90 درجه به 0/60/60/0 درجه، ضخامت کل پوسته را از 6 میلی‌متر به 3 میلی‌متر کاهش داد تا ضمن افزایش استحکام و فرکانس طبیعی پوسته، ضخامت و در نتیجه وزن پوسته را نیز کاهش داد. در حقیقت برای کسر حجمی کمتر از 0.005 بهتر است از ساختار $AL/GE-5-4-[0/60/60/0]$ با ضخامت 3 میلی‌متر به جای ساختار $AL/GE-5-4-[90/90/90/90]$ با ضخامت 6 میلی‌متر استفاده نمود.

با افزایش کسر حجمی مواد تشکیل دهنده پوسته، میزان فرکانس طبیعی ساختار $AL/GE-5-4-[90/90/90/90]$ که دارای ضخامت 6 میلی‌متر است به‌طور قابل ملاحظه‌ای بیش از ساختار $AL/GE-5-4-[0/60/60/0]$ می‌گردد که دارای ضخامت 3 میلی‌متر است. زیرا با افزایش کسر حجمی به‌علت کم شدن میزان کامپوزیت و افزایش فلز در ساختار پوسته FML از تاثیرگذاری زاویه‌چینی فیبرهای تقویت‌کننده لایه‌های کامپوزیتی بر فرکانس طبیعی پوسته کاسته می‌شود و اثرگذاری لایه‌های فلزی افزایش می‌یابد در نتیجه میزان ضخامت پوسته تاثیر بیشتری بر فرکانس طبیعی پوسته خواهد داشت.

12- مقایسه میزان اثرگذاری زاویه‌چینی مطلوب فیبرهای تقویت کننده لایه‌های کامپوزیتی و تغییر جنس لایه‌های فلزی بر فرکانس طبیعی پوسته FML

جهت تعیین اثر بخش‌تر بودن زاویه قرارگیری مطلوب فیبرهای تقویت‌کننده لایه‌های کامپوزیتی و یا تغییر جنس لایه‌های فلزی بر میزان فرکانس طبیعی پوسته‌های FML تغییرات فرکانس طبیعی برحسب کسر حجمی مواد تشکیل‌دهنده برای سه ساختار $AL7475/GE-5-4-[0/60/60/0]$ ، $AL2024/GE-5-4-[90/90/90/90]$ و $AL7475/GE-5-4-[90/90/90/90]$ در "شکل 8" رسم گردیده است.

همان‌طور که در "شکل 8" مشاهده می‌شود برای کسر حجمی کمتر از 0.8 میزان فرکانس طبیعی ساختار $AL7475/GE-5-4-[0/60/60/0]$ که دارای زاویه‌چینی مطلوب 0/60/60/0 می‌باشد بیش از میزان فرکانس طبیعی دو ساختار $AL2024/GE-5-4-[90/90/90/90]$ و $AL7475/GE-5-4-[90/90/90/90]$

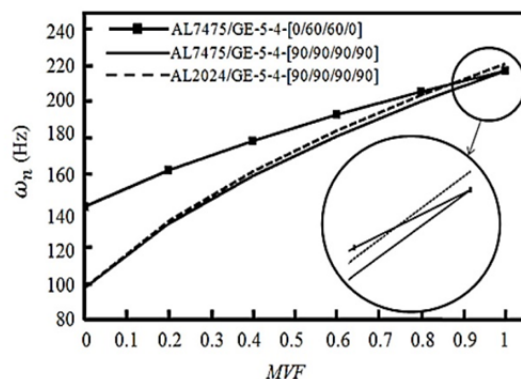


Fig. 8 comparison the efficiency of the layer orientation variation with change of metal layer material on the natural frequency of FML shell

شکل 8 مقایسه میزان اثرگذاری تغییرات زاویه‌چینی فیبرهای تقویت‌کننده لایه‌های کامپوزیتی با تغییر جنس لایه فلزی بر فرکانس طبیعی پوسته FML

استحکام و زاویه‌چینی این فیبرها با زوایای 90/90/90/90 درجه منجر به کمترین استحکام برای پوسته می‌گردند که نتایج تحلیل فرکانسی نیز صحت طراحی انجام شده را تأیید می‌نماید.

- با افزایش مقدار MVF به بیش از 0.8 اختلاف فرکانس طبیعی پوسته‌های FML با زوایای چینی‌های مختلف بسیار کم خواهد شد. زیرا درصد حجمی بیشتری از پوسته FML از فلز تشکیل می‌شود و تأثیر لایه‌های کامپوزیتی بر فرکانس طبیعی پوسته FML کاهش می‌یابد.

- برای تمامی ضخامت‌ها، میزان فرکانس طبیعی ساختار AL/GE-5-4- [0/60/60/0] بیش از ساختار AL/GE-5-4-[90/90/90/90] می‌باشد

- با افزایش ضخامت پوسته، به ازاء مقادیر مختلف MVF فرکانس طبیعی افزایش می‌یابد و نسبت افزایش فرکانس طبیعی به ازای مقادیر مختلف MVF با افزایش ضخامت پوسته، افزایش می‌یابد.

- برای طول‌های مختلف پوسته FML میزان فرکانس طبیعی ساختار AL/GE-5-4-[0/60/60/0] که دارای زاویه‌چینی مطلوب می‌باشد بیش از ساختار AL/GE-5-4-[90/90/90/90] می‌باشد، که این امر یکی دیگر از الزامات تعیین زاویه‌چینی بهینه لایه‌های کامپوزیتی را نشان می‌دهد.

- در این تحقیق برای اولین بار نشان داده شده است که روش مورد استفاده برای افزایش سختی یک پوسته FML وابستگی بسیار زیادی به کسر حجمی مواد تشکیل‌دهنده آن دارد. در واقع برای افزایش سختی یک پوسته FML همواره نیاز به افزایش ضخامت آن و یا تغییر جنس لایه‌های فلزی این پوسته‌ها نیست بلکه برای برخی از محدوده‌های کسر حجمی، تغییر زاویه قرارگیری فیبرهای تقویت‌کننده لایه‌های کامپوزیتی این پوسته‌ها موجب افزایش بیشتر سختی آن‌ها نسبت به افزایش ضخامت یا تغییر جنس لایه فلزی می‌گردد.

- برای کسر حجمی کمتر از 0.8 میزان اثرگذاری زاویه‌چینی بهینه فیبرهای تقویت‌کننده لایه‌های کامپوزیتی بر فرکانس طبیعی پوسته بیش از میزان اثرگذاری جنس لایه‌های فلزی می‌باشد.

- برای کسر حجمی بیش از 0.8 میزان اثرگذاری جنس لایه‌های فلزی بر فرکانس طبیعی پوسته بیش از میزان اثرگذاری زاویه‌چینی بهینه فیبرهای تقویت‌کننده لایه‌های کامپوزیتی می‌باشد.

- برای تمامی مقادیر کسر حجمی، میزان اثرگذاری افزایش ضخامت کل پوسته بر فرکانس طبیعی بیش از میزان اثرگذاری تغییر جنس لایه‌های فلزی می‌باشد.

15- پیوست

ثوابت کاهش یافته الاستیک لایه شماره L ماده ارتوتروپیک:

$$Q_{11} = C_{11}\cos^4 + 2(C_{12} + 2C_{44})\sin^2\cos^2 + C_{22}\sin^4 \quad (29)$$

$$Q_{12} = C_{12}(\sin^4 + \cos^4) + (C_{11} + C_{22} - 4C_{44})\sin^2\cos^2 \quad (30)$$

$$Q_{13} = (C_{13}\cos^2 + C_{23}\sin^2) \quad (31)$$

$$Q_{22} = C_{11}\sin^4 + 2(C_{12} + 2C_{44})\sin^2\cos^2 + C_{22}\cos^4 \quad (32)$$

$$Q_{23} = (C_{13}\sin^2 + C_{23}\cos^2) \quad (33)$$

$$Q_{33} = C_{33} \quad (34)$$

همان‌طور که در "شکل 9" مشاهده می‌شود با وجود آن‌که آلومینیوم 2024 دارای سختی بالاتری نسبت به آلومینیوم 7475 می‌باشد اما برای تمامی مقادیر کسر حجمی میزان فرکانس طبیعی ساختار AL7475/GE-5-4- [0/60/60/0] که دارای ضخامت 6 میلی‌متر می‌باشد و در ساختار آن از آلومینیوم 7475 استفاده شده بیش از ساختار AL2024/GE-5-4- [0/60/60/0] است که دارای ضخامت 3 میلی‌متر می‌باشد و در ساختار آن از آلومینیوم 2024 استفاده شده است. که این امر نشان‌دهنده این مطلب است که برای تمامی مقادیر کسر حجمی میزان اثرگذاری افزایش ضخامت کل پوسته بر فرکانس طبیعی بیش از میزان اثرگذاری تغییر جنس لایه‌های فلزی می‌باشد.

14- نتیجه‌گیری

در این مقاله روشی خلاقانه جهت طراحی پوسته‌های FML ارائه گردیده و بعد از تعیین بهترین ساختارهای ممکن برای پوسته‌های FML مورد بررسی، به‌منظور تعیین صحت و کارایی طراحی انجام شده، تحلیل ارتعاشی پوسته‌های مذکور انجام پذیرفته است. طبق بررسی‌های صورت گرفته روش مورد استفاده در این مقاله برای طراحی ساختار پوسته‌های FML تا به حال به کار گرفته نشده است و از این لحاظ این مقاله دارای نوآوری قابل قبولی است. پس از بررسی و جمع‌بندی تحلیل‌های انجام شده، می‌توان به موارد زیر به‌عنوان مهمترین نتایج حاصل از این تحقیق اشاره نمود:

- در این تحقیق برای اولین بار با در نظر گرفتن این موضوع که آغاز شکست در پوسته‌های FML با شکست لایه‌های کامپوزیتی شروع می‌شود، زاویه قرارگیری فیبرهای تقویت‌کننده لایه‌های کامپوزیتی این پوسته‌ها با هدف دستیابی به بیشترین استحکام ممکن و براساس معیار شکست تنش ماکزیم تعیین گردیده‌اند.

- در این مقاله از تئوری ارتقاء یافته مرتبه بالا با در نظر گرفتن تمامی مولفه‌های صفحه‌ای و عرضی تنش‌ها و همچنین در نظر گرفتن تابعی درجه سه برای مولفه‌های جابه‌جایی درون صفحه‌ای و تابعی مرتبه دوم برای مولفه عرضی جابه‌جایی استفاده شده است که علاوه بر افزایش دقت نتایج استخراج شده امکان تحلیل پوسته‌های جدار نازک و ضخیم را فراهم می‌آورد.

- از آن‌جایی‌که در مقاله حاضر هدف، بیشینه کردن تابع هدف بدون هرگونه محدودیتی بر روی متغیرهای طراحی می‌باشد از روش شمارش کامل که منجر به جواب دقیق برای مساله می‌گردد استفاده شده است.

- به منظور تعیین کارایی روش ارائه شده برای بهینه‌سازی ساختار پوسته‌های FML، در این تحقیق یک پوسته FML نه لایه متشکل از پنج لایه آلومینیومی و چهار لایه شیشه/پوکسی که هر یک از لایه‌های کامپوزیتی آن از چهار تک لایه تشکیل شده است مورد بررسی قرار گرفت. هر یک از این تک لایه‌ها امکان قرارگیری با زوایای 0، 30، 60 و 90 درجه را دارا می‌باشند. نتایج تحلیل‌های صورت گرفته نشان داد قرارگیری فیبرهای تقویت‌کننده لایه‌های کامپوزیتی با زوایای 0/60/60/0 درجه منجر به بیشترین استحکام و قرارگیری این فیبرها با زوایای 90/90/90/90 درجه منجر به کمترین استحکام برای پوسته مورد بررسی می‌گردد.

- برای نمونه مورد بررسی در این تحقیق میزان فرکانس طبیعی ساختار AL/GE-5-4-[0/60/60/0] برحسب مقادیر مختلف MVF بیش از ساختار AL/GE-5-4-[90/90/90/90] می‌باشد که همین امر نشان‌دهنده صحت فرایند طراحی می‌باشد. زیرا زاویه‌چینی فیبرهای تقویت‌کننده لایه‌های کامپوزیتی پوسته FML مذکور با زوایای 0/60/60/0 درجه منجر به بیشترین

- [4] R. Nabavi, M. H. Yas, M. Shakeri, Natural frequency optimization of laminated cylindrical shell subjected to Tsai-Hill failure criteria constraint using penalty method, *Key Engineering Materials*, Vol. 334, No.1, pp. 9-12, 2007.
- [5] S. Y. Yaokuo, S. LeChung, Buckling and vibration of composite laminated plates with variable fiber spacing, *Composite Structures*, Vol. 90, No. 2, pp.196-209, 2009.
- [6] K. Malekzadeh, S. M. R. Khalili, A. Davar, Transient dynamic response of clamp-free hybrid composite circular cylindrical shells, *Apply Composite Material*, Vol. 17, No. 10, pp. 243-257, 2010.
- [7] F. kaviani, H. R. mirdamadi, Free vibration analysis of laminated composite plate by a novel four variable refined theory, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 12, No. 6, pp. 147-158, 2011. (in Persian فارسی)
- [8] S. M. R. Khalili, A. Davar, K. MalekzadehFard, Free vibration analysis of homogeneous isotropic circular cylindrical shells based on a new three-dimensional refined higher-order theory, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 56, No. 1, pp. 1-25, 2012.
- [9] L. Zhao, J. Wu, Natural frequency and vibration modal analysis of composite laminated plate, *Advanced Materials Research*, Vol. 711, No.1, pp. 396-400, 2013.
- [10] K. MalekzadehFard, M. R. Hasanabadi, Free vibration and static bending analysis of curved sandwich panel with magneto-rheological fluid layer in sheets using improved high order sandwich panel theory, *Science and Technology of Composites*, Vol. 1, No. 2, pp. 49-62, 2014.
- [11] Ye. Tiangu, G. Jin, X. Ma, Three-dimensional free vibration analysis of thick cylindrical shells with general end conditions and resting on elastic foundations, *International journal of Mechanical sciences*, Vol. 84, No. 1, pp. 120-137, 2014.
- [12] I. Sen, R. C. Alderliesten, Design optimization procedure for fiber metal laminates based on fatigue crack initiation, *Composite Structures*, Vol. 120, No. 5, pp. 275-284, 2015.
- [13] A. Tullu, B. Kang, Elastic deformation of fiber-reinforced multi-layered composite cylindrical shells of variable stiffness, *Composites Part B: Engineering*, Vol. 100, No. 1, pp. 44-55, 2016.
- [14] M. Marjanovic, D. Vuksanovic, free vibrations of laminated composite shells using the rotation-free plate elements based on reddy's layerwise discontinuous displacement model, *Composite Structures*, Vol. 156, No. 1, pp. 320-332, 2016.
- [15] R. Nezam-Eslami, A. Esmailzadeh, H. Khosravi, M. R. Zamani, Analysis of linear vibrational behavior of anisogrid lattice composite conical shells formed by helical ribs, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 3, pp. 251-262, 2017. (in Persian فارسی)
- [16] M. Zarei, G. H. Rahimi, Free vibration analysis of grid stiffened composite conical shells, *Science and Technology of Composites*, Vol. 4, No. 1, pp. 1-8, 2017. (in Persian فارسی)
- [17] M. Zarei, G. H. Rahimi, Free vibration analysis of rotating grid stiffened composite cylindrical shells, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 9, pp. 175-185, 2017. (in Persian فارسی)

$$Q_{44} = (C_{11} - 2C_{12} + C_{22} - 2C_{44})\sin^2\cos^2 + C_{44}(\sin^4 + \cos^4) \quad (35)$$

$$Q_{55} = C_{55}\cos^2 + C_{66}\sin^2 \quad (36)$$

$$Q_{66} = C_{55}\sin^2 + C_{66}\cos^2 \quad (37)$$

که در این روابط داریم:

$$C_{11} = \frac{E_1(1 - \nu_{23}\nu_{32})}{\nu^*} \quad (38)$$

$$C_{12} = \frac{E_1(\nu_{21} - \nu_{31}\nu_{23})}{\nu^*} \quad (39)$$

$$C_{22} = \frac{E_2(1 - \nu_{13}\nu_{31})}{\nu^*} \quad (40)$$

$$C_{13} = \frac{E_1(\nu_{31} - \nu_{21}\nu_{32})}{\nu^*} \quad (41)$$

$$C_{23} = \frac{E_2(\nu_{32} - \nu_{12}\nu_{31})}{\nu^*} \quad (42)$$

$$C_{33} = \frac{E_3(1 - \nu_{12}\nu_{21})}{\nu^*} \quad (43)$$

$$C_{44} = G_{12} \quad (44)$$

$$C_{66} = G_{23} \quad (45)$$

$$C_{55} = G_{13} \quad (46)$$

$$\nu^* = (1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{23}\nu_{32} - \nu_{13}\nu_{31} - 2\nu_{21}\nu_{32}\nu_{13}) \quad (47)$$

16- مراجع

- [1] Y. Lam, C. Loy, Influence of boundary conditions and fiber orientation on the natural frequencies of thin orthotropic laminated cylindrical shells, *Composite Structures*, Vol. 31, No. 1, pp. 21-30, 1995.
- [2] H. W. Nam, W. Hwang, Stacking sequence design of fiber-metal laminate for maximum strength, *Composite Materials*, Vol. 35, No. 18, pp. 1654-1683, 2001.
- [3] V. Ungbhakorn, P. Singhatanadgid, Similitude and physical modeling for buckling and vibration of symmetric cross-ply laminated circular cylindrical shells, *Composite Materials*, Vol. 37, No. 18, pp. 1654-1683, 2003.