



تحلیل مودال عملیاتی مبتنی بر ماتریس انتقال پذیری چگالی طیف توان به دست آمده از رکوردهای کوتاه لرزه‌ای با سطوح مختلف نویز

مجید دامادی پور¹، رضا تارینه‌جادی²، محمدحسین امین‌فر^{2*}

1- دانشجوی دکتری، مهندسی عمران، دانشگاه تبریز، تبریز

2- دانشیار، مهندسی عمران، دانشگاه تبریز، تبریز

* تبریز، صندوق پستی 5166616471، aminfar@tabrizu.ac.ir

چکیده

در سال‌های اخیر رویکرد جدیدی تحت عنوان تحلیل مودال عملیاتی مبتنی بر انتقال پذیری مطرح شده که یک راهکار مؤثر در زمینه شناسایی سیستم است. این روش جدید قادر به شناسایی پارامترهای مودال سیستم‌های سازه‌ای مبتنی بر توابع انتقال پذیری است که در آن برخلاف روش‌های مرسوم تحلیل مودال عملیاتی، هیچ فرض محدود کننده‌ای در مورد تحریکات ورودی وجود ندارد. در این مقاله فرم مؤثری از انتقال پذیری تحت عنوان انتقال پذیری چگالی طیف توان به منظور شناسایی مشخصات دینامیکی یک سیستم 5 درجه آزادی به کار گرفته شده است. این سیستم دینامیکی با استفاده از سیمولینک مدل سازی شده و تحت تحریک زلزله‌های مختلف از قبیل السنترو، نورتریج و لوما پریتا قرار گرفته و نویز سفید گاوسی نیز با نسبت‌های مختلف سیگنال به نویز به پاسخ‌های آن اضافه شده است. پارامترهای مودال (فرکانس‌های طبیعی و شکل مدها) این مدل عددی مبتنی بر مقادیر و بردارهای تکین به دست آمده از تجزیه مقدار تکین ماتریس انتقال پذیری چگالی طیف توان محاسبه و استخراج شده‌اند. این ماتریس برخلاف ماتریس انتقال پذیری طیف فوری می‌تواند براساس خروجی‌های انتقالی به دست آمده از فقط یک شرط بارگذاری ایجاد شود، از این رو نیازی به استفاده از خروجی‌های چندین شرط بارگذاری نیست، به طوری که صرفاً با یک آزمایش دینامیکی می‌توان به شناسایی خصوصیات دینامیکی پرداخت. در این تحقیق نتایج شناسایی مودال از طریق مقایسه با مقادیر به دست آمده از حل دقیق سیستم ارزیابی شده است. این مقایسه نشان می‌دهد که پارامترهای مودال مستخرج از پاسخ‌های سیستم با سطوح مختلف نویز از تطابق خوبی با مقادیر دقیق برخوردار است.

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 25 دی 1396
پذیرش: 20 فروردین 1397
ارائه در سایت: 21 اردیبهشت 1397
کلید واژگان:

تحلیل مودال عملیاتی مبتنی بر انتقال پذیری
انتقال پذیری چگالی طیف توان
نویز سفید گاوسی
تجزیه مقدار تکین
انتقال پذیری طیف فوری

Operational modal analysis based on the power spectral density transmissibility matrix obtained from the short seismic records with different noise levels

Majid Damadipour, Reza Tarinejad, Mohammad Hossein Aminfar*

Faculty of Civil Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran

* P.O.B. 5166616471, Tabriz, Iran, aminfar@tabrizu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 15 January 2018
Accepted 09 April 2018
Available Online 11 May 2018

Keywords:

Transmissibility based operational modal analysis
Power spectral density transmissibility
White Gaussian noise
Singular value decomposition
Fourier spectral transmissibility

ABSTRACT

In recent years, a new approach called transmissibility based operational modal analysis has been propounded that is an effective solution in the field of system identification. The new approach is able to identify the modal parameters of structural systems based on the transmissibility functions, where, unlike conventional methods of operational modal analysis, there is no limiting assumption about the input excitations. In this paper, an effective form of transmissibility called power spectral density transmissibility is used in order to identify the dynamic characteristics of a SDOF system. The dynamic system that is modeled using MATLAB/Simulink is excited by the different earthquakes such as El Centro, Northridge and Loma Prieta, and white Gaussian noise is also added to its responses with different signal to noise ratios. The modal parameters (natural frequencies and mode shapes) of the numerical model are calculated and extracted based on the singular values and vectors obtained from singular value decomposition of the power spectral density transmissibility matrix. This matrix, unlike the Fourier spectral transmissibility matrix, can be created based on the transferring outputs obtained from just one loading condition; therefore, there is no need to use the outputs of multiple loading conditions, so that it is possible to identify the dynamic characteristics with only one dynamic test. In this research, the modal identification results are evaluated through comparison with the values obtained from exact solution of the system. The comparison shows that the modal parameters extracted from the system responses with different noise levels have a good agreement with the exact values.

1- مقدمه

شناسایی سیستم¹ عبارت از فرایند به دست آوردن یک مدل پارامتریک از یک سیستم نامعین، مبتنی بر داده‌های آزمایشگاهی و میدانی است که به منظور ارزیابی رفتار سیستم ثبت شده باشند. اگر هدف از شناسایی سیستم تشخیص و تعیین خصوصیات دینامیکی آن باشد، فرایند یادشده را شناسایی مودال² می‌نامند. مهم‌ترین دستاورد شناسایی مودال محاسبه و تعیین یک مدل ریاضی دقیق از دینامیک یک سیستم خطی تغییرناپذیر با زمان³ است که به آن مدل مودال گفته می‌شود. در حقیقت منظور از مدل مودال همان مودهای ارتعاشی سازه است که با استفاده از پارامترهای مودال چون فرکانس‌های طبیعی، شکل مدها و ضرایب میرایی تعیین می‌گردد [1-3]. پارامترهای مودال یک سیستم دینامیکی می‌توانند بسته به نوع تحریکات ورودی و شرایط ارتعاشی حاکم بر سیستم با استفاده از داده‌های ورودی-خروجی یا خروجی تنها شناسایی شوند. در آزمایش‌های ارتعاش محیطی⁴ برخلاف آزمایش‌های ارتعاش اجباری⁵ که از تحریکات نیرویی کنترل شده به منظور انجام آزمایش دینامیکی بهره می‌برند، اندازه‌گیری تحریکات محیطی و بارهای بهره‌برداری سیستم که از پیچیدگی بالایی برخوردار می‌باشند، دشوار یا غیرممکن است. از این رو به منظور شناسایی پارامترهای مودال فقط خروجی‌های سیستم اندازه‌گیری می‌شوند که به آن تحلیل مودال مبتنی بر خروجی تنها یا تحلیل مودال عملیاتی⁶ گفته می‌شود [4-6]. نتایج این آزمایش در حقیقت نشان‌دهنده رفتار واقعی سازه تحت بارهای محیطی و بهره‌برداری است و علاوه بر آن به دلیل عدم نیاز به تجهیزات خاص جهت ارتعاش سازه، نسبت به آزمایش ارتعاش اجباری بسیار کم هزینه و اقتصادی است [5,6]. در سال‌های اخیر با ظهور انواع روش‌های شناسایی مودال در سه حوزه مختلف زمانی، فرکانسی و زمان-فرکانسی، جایگاه علم شناسایی سیستم در بخش فعالیت‌های میدانی و عملیاتی به منظور تعیین و تبیین مشخصات دینامیکی سازه‌ها از ارتقا و پیشرفت چشمگیری برخوردار بوده است. از مهم‌ترین روش‌های حوزه زمان می‌توان به تکنیک کاهش تصادفی⁷ [7]، الگوریتم تحقق سیستم ویژه⁸ (تحقق بخشیدن به مقادیر ویژه سیستم) [8,9]، شناسایی زیر فضای تصادفی⁹ [10,11] و غیره اشاره کرد. تکنیک کاهش تصادفی در سال 1968 توسط کول [7] به منظور تحلیل پاسخ دینامیکی سازه‌های فضایی در معرض بارهای محیطی ارائه شد. به طور کلی استخراج پاسخ‌های آزاد یک سیستم سازه‌ای مبتنی بر پاسخ‌های ارتعاشی به دست آمده از ورودی‌های تصادفی شناخته شده یا ناشناخته به منظور استخراج پارامترهای مودال به ویژه ضرایب میرایی مهم‌ترین کاربرد این تکنیک است. استفاده از متوسط‌گیری زمانی در تکنیک یادشده منجر به کاهش نویز در توابع کاهش تصادفی می‌گردد که می‌توان آن را به عنوان یک مزیت به حساب آورد. روش تحقق سیستم ویژه از دیگر روش‌های شناخته شده حوزه زمان است که در سال 1985 توسط یوانگ و پاپا [8] جهت شناسایی پارامترهای مودال سازه‌ها ارائه شد. این روش مسأله شناسایی را با استفاده از داده‌های ورودی-خروجی سیستم و مبتنی بر تخمین ماتریس‌های معادله فضای حالت انجام می‌دهد. پایه و اساس روش یادشده تئوری تحقق کمینه است که در آن از پاسخ‌های ضربه‌ای سیستم برای تشکیل ماتریس

هنکل¹⁰ استفاده می‌شود [8,9]. روش شناسایی زیر فضای تصادفی نیز به عنوان یکی از روش‌های قدرتمند شناسایی مودال در حوزه زمان سال 1996 توسط ون اورشی و دی مور [10] پیشنهاد گردید که پس از آن سال 2000 توسط پیتز [11] به منظور شناسایی مودال سازه‌های عمرانی مبتنی بر خروجی تنها به کار گرفته شد. در این روش مدل تصادفی فضای حالت با فرض نویز سفید بودن ورودی‌های سیستم صرفاً با استفاده از خروجی‌های سیستم محاسبه می‌شود. روش پارامتریک SSI که مبتنی بر یک مدل پارامتریک (مدل فضای حالت) به شناسایی سیستم می‌پردازد، در صورت استفاده از سیگنال‌های نویزی (بدون هیچ‌گونه پیش‌پردازشی) قادر به تشخیص مناسب قطب‌های پایدار سیستم نخواهد بود. در حقیقت وجود نویز در سیگنال منجر به بروز خطاهای پراکندگی و عدم تشخیص مناسب قطب‌های پایدار می‌شود. از این رو کاربرد تکنیک کاهش تصادفی در کنار روش SSI می‌تواند راه‌گشا باشد. علاوه بر آن روش‌های شناسایی حوزه زمان فرایند محاسباتی طولانی تری نسبت به روش‌های فرکانسی دارند و با افزایش طول رکوردهای زمانی، مدت زمان تحلیل نیز به شدت افزایش پیدا می‌کند.

روش‌های شناسایی حوزه فرکانس از تنوع بالایی برخوردار است که از معروف‌ترین آن‌ها در زمینه تحلیل مودال عملیاتی می‌توان به روش‌های انتخاب قله¹¹ [12]، چهارطیفی¹² و تجزیه حوزه فرکانس¹³ اشاره کرد. روش انتخاب قله در سال 1993 به عنوان ساده‌ترین روش حوزه فرکانس در به دست آوردن پارامترهای مودال یک سیستم سازه‌ای با استفاده از داده‌های ارتعاش محیطی ارائه شد [12]. در این روش فرکانس‌های طبیعی سیستم مبتنی بر قله‌های نمودار میانگین طیف‌های توانی نرمال شده به دست می‌آید. از مهم‌ترین معایب این روش می‌توان به عدم وجود معیاری مناسب جهت انتخاب پیک‌های مدی سیستم اشاره کرد. از این رو انتخاب پیک به صورت کاملاً تجربی انجام گرفته و چندان قابل اعتماد نیست. علاوه بر آن مقادیر میرایی به دست آمده از آن نیز دقیق نیست. روش چهار طیفی در سال 1999 توسط میوه‌چی و احمدی [13] به منظور شناسایی مودال سیستم‌های سازه‌ای مبتنی بر نتایج آزمایشات ارتعاش محیطی و اجباری ارائه شد. این روش با استفاده از چهار طیف خود توان¹⁴، توان متقاطع¹⁵، ارتباط¹⁶ و فاز¹⁷ به شناسایی پارامترهای مودال سازه‌ها می‌پردازد. روش یادشده در صورت بروز نشت و پراکندگی طیفی بالا و یا تداخل مدی قادر به تخمین مقادیر میرایی سیستم نیست. برینگر و همکاران [14] سال 2000 روشی به نام تجزیه حوزه فرکانس ارائه نمودند که با فرض ورودی نویز سفید به شناسایی فرکانس‌های طبیعی و شکل مدهای سیستم می‌پرداخت، اما در تخمین مقادیر میرایی خطاهای قابل توجهی به دست می‌داد. از این رو آن‌ها سال 2001 راه‌کاری به منظور تخمین مناسب‌تر مقادیر میرایی ارائه نمودند که براساس آن نسبت‌های میرایی با استفاده از اعمال تکنیک کاهش لگاریتمی¹⁸ بر عکس تبدیل فوریه پیک‌های متناظر با مدهای سیستم محاسبه می‌شد. هر چند که روش یادشده در صورت بروز تداخل مدی قادر به تخمین دقیق مقادیر میرایی نیست [15-17].

از مهم‌ترین روش‌های حوزه زمان-فرکانس می‌توان به روش تبدیل موجک اشاره کرد که توسط محققین مختلف به منظور استخراج پارامترهای

¹⁰ Hankel matrix¹¹ Peak Picking (PP)¹² Four spectra¹³ Frequency Domain Decomposition (FDD)¹⁴ Auto power spectrum¹⁵ Cross power spectrum¹⁶ Coherence spectrum¹⁷ Phase spectrum¹⁸ Logarithmic decrement technique¹ System identification² Modal identification³ Linear time-invariant system⁴ Ambient vibration tests⁵ Forced vibration tests⁶ Operational Modal Analysis (OMA)⁷ Random Decrement Technique (RDT)⁸ Eigensystem Realization Algorithm (ERA)⁹ Stochastic Subspace Identification (SSI)

منظور شناسایی مودهای سیستم به کار برده شوند. با توجه به ویژگی ماتریس انتقال‌پذیری که در قطب‌های سیستم یک ماتریس رتبه یک می‌باشد، بهترین راه‌کار بهره بردن از عکس دومین مقدار تکیه ماتریس انتقال‌پذیری است، چرا که در ماتریس‌های رتبه یک صرفاً اولین مقدار تکیه غیرصفر بوده و سایر مقادیر تکیه (از جمله دومین مقدار تکیه) به سمت صفر میل خواهند کرد [26]؛ بنابراین پیک‌های طیفی مربوط به عکس دومین مقدار تکیه متناظر با قطب‌های سیستم خواهند بود.

یان و رن سال 2012 [27] تابع جدیدی با عنوان تابع انتقال‌پذیری چگالی طیف توان⁵ جهت استخراج پارامترهای مودال سیستم‌های سازه‌ای ارائه نمودند. آن‌ها اثبات کردند که مشابه با توابع انتقال‌پذیری مرسوم حد این توابع نیز در قطب‌های سیستم به نسبت شکل مدهای درجات آزادی خروجی i و j همگرا می‌شود؛ از این رو پیشنهاد کردند که با معکوس تفاضل توابع پی‌اس‌دی‌تی به دست آمده از شرایط مختلف انتقالی به استخراج پارامترهای مودال سیستم پرداخته شود. در چنین شرایطی نیازی به در نظر گرفتن حالات مختلف بارگذاری نبوده و صرفاً رکوردهای پاسخ به دست آمده از یک حالت بارگذاری کفایت می‌کند. محققان از روش بیان شده برای شناسایی پل قوسی ساخته شده بر رودخانه بی‌چوان چین با دهانه 90 متر استفاده کردند که در مرکز شهر سینینگ قرار دارد. مقایسه نتایج به دست آمده از روش بالا با نتایج مربوط به روش‌های OMA از قبیل جستار قله در حوزه فرکانس و شناسایی زیر فضای تصادفی در حوزه زمان تطابق خوبی را نشان می‌داد.

آروژو و لایر سال 2014 [28] روش جدید PSDTM-SVD را که به عنوان یکی از روش‌های TOMA مبتنی بر تجزیه مقدار تکیه ماتریس‌های انتقال‌پذیری چگالی طیف توان عمل می‌کند، به منظور شناسایی پارامترهای مودال سازه‌ها پیشنهاد کردند. در روش یادشده از حاصل ضرب معکوس مقادیر تکیه دوم و بالاتر به منظور تعیین فرکانس‌های طبیعی و از اولین بردار تکیه چپ⁶ ماتریس انتقال‌پذیری نیز برای تخمین شکل مدها استفاده می‌شود. محققان با هدف ارزیابی دقت روش پیشنهادی، مدل المان محدود تیری را که در معرض تحریکات نویز رنگی قرار گرفته بود، به عنوان یک مثال عددی در نظر گرفتند. مقایسه نتایج روش یادشده با نتایج به دست آمده از روش‌های FDD [13] و PSDT [27] نشان داد که روش PSDTM-SVD بر خلاف روش FDD که مبتنی بر فرض ورودی نویز سفید عمل می‌کند، به مشخصات تحریکات ورودی بستگی ندارد و به دلیل ترکیب بالای اطلاعات سنسوری، ریسک شناسایی قطب‌های اضافی و جعلی نیز کاهش می‌یابد. آن‌ها علاوه بر مثال عددی به عنوان یک مطالعه موردی نیز به شناسایی مودال یک پل بتنی با سیستم تیر ساده با عنوان گارسیا کادنا واقع در کشور کلمبیا با استفاده از آزمایش ارتعاش محیطی مبتنی بر روش یادشده پرداختند [28].

در تحقیق حاضر از رویکرد TOMA مبتنی بر تجزیه مقدار تکیه⁷ ماتریس PSDT به منظور شناسایی و استخراج پارامترهای مودال یک سیستم 5 درجه آزادی تحت تحریک زلزله‌های مختلف از قبیل السنترو، نورتریج و لوما پریتا استفاده شده است. شناسایی مودال مبتنی بر پاسخ‌های سیستم با سطوح مختلف نویز انجام گرفته است. هدف از کاربرد رکوردهای لرزه‌ای با نسبت سیگنال به نویزهای مختلف ارزیابی روش‌های انتقال‌پذیری در مواجهه با رکوردهای کوتاه با پراکندگی بالاست.

2- شناسایی سیستم مبتنی بر تجزیه مقدار تکیه ماتریس PSDT

مودال سیستم‌های سازه‌ای به کار گرفته شده است. لاردییس و گوتیروز سال 2002 [18] یک تابع موجک مؤثر تحت عنوان موجک مورلت مختلط اصلاح شده¹ به منظور رسیدن به یک تعادل و توازن مناسب بین رزولوشن‌های زمانی و فرکانسی تبدیل موجک ارائه نمودند، سپس به این نتیجه رسیدند که تبدیل موجک می‌تواند برای شناسایی مودال سیستم‌های سازه‌ای به کار گرفته شود. کیجوسکی و کریم سال 2003 [19] اثر رزولوشن‌های زمانی-فرکانسی تبدیل موجک به دست آمده از موجک مورلت رایج² را بر میزان جداسازی مودال و خطاهای اثر انتهایی³ بررسی و مطالعه نمودند. آن‌ها برای رسیدن به یک رزولوشن زمانی-فرکانسی بهینه برخی پارامترهای تجربی را به منظور تفکیک مؤثر مودال و حذف اثرات انتهایی ارائه نمودند. به طور کلی رویکرد آن‌ها در برآورد مقادیر میرایی سازه‌ها مبتنی بر تبدیل موجک پاسخ‌ها بسیار مؤثر و راه‌گشا بود. در سال 2012 یک روش زمان-فرکانس تلفیقی با عنوان FDD-WT به منظور شناسایی پارامترهای مودال سازه‌ها ارائه گردید [20]. در روش یادشده علاوه بر استخراج فرکانس‌های طبیعی و شکل مدها با بهره‌گیری از قابلیت‌های روش تبدیل موجک مبتنی بر موجک مورلت مختلط اصلاح شده به شناسایی و استخراج مقادیر میرایی سیستم پرداخته می‌شود [21-23]. یکی از مهم‌ترین مزایای روش بیان شده این است که حتی در صورت بروز تداخل مدی نیز قادر به تخمین دقیق مقادیر میرایی سیستم است.

از میان روش‌های تحلیل مودال عملیاتی، آن دسته از روش‌هایی که در حوزه فرکانس به شناسایی سیستم و پارامترهای مودال آن می‌پردازند به دلیل سرعت و دقت مطلوب در استخراج نتایج نسبت به روش‌های سایر حوزه‌ها از محبوبیت بالاتری برخوردار هستند. تئوری حاکم بر روش‌های OMA مبتنی بر یک فرض محدودکننده تدوین شده است که مطابق با این فرض، تحریکات ورودی سیستم نویز سفید در نظر گرفته می‌شود و شناسایی مودال صرفاً براساس خروجی سیستم انجام می‌گیرد. توجه به این نکته ضروری است که فرض یادشده اساساً یک فرض ایده‌آل است، چرا که در بیشتر موارد شرایط محیطی واقعی حاکم بر سازه‌ها به گونه‌ای است که نمی‌توان تحریکات ورودی سیستم را از نوع نویز سفید خالص در نظر گرفت. از این رو فرض یادشده با واقعیات حاکم بر مسأله مغایرت داشته و می‌تواند منجر به بروز خطا در استخراج نتایج گردد.

دیورینت و گیوم سال‌های 2007 و 2008 [24,25] رویکرد جدید و مؤثری با عنوان تحلیل مودال عملیاتی مبتنی بر توابع انتقال‌پذیری⁴ جهت شناسایی سیستم‌های سازه‌ای مبتنی بر خروجی تنها ارائه نمودند که برخلاف روش‌های OMA از هیچ فرض محدودکننده‌ای برای ماهیت تحریکات ورودی سیستم استفاده نمی‌کرد. در حقیقت کاربرد مفهوم انتقال‌پذیری در شناسایی سیستم منجر به ظهور رویکردی مؤثر و توانمند در عرصه شناسایی مودال سیستم‌های سازه‌ای گردید، به طوری که معایب روش‌های OMA را تا حد زیادی بر طرف نمود.

منظور از تابع انتقال‌پذیری عبارت از نسبت طیف‌های پاسخ دو نقطه از یک سیستم سازه‌ای (درجات آزادی خروجی i و j) است که تحت ارتعاشات دینامیکی قرار گرفته باشد. با توجه به تعریف بالا می‌توان به این نتیجه رسید که قطب‌های توابع انتقال‌پذیری مطابق با قطب‌های سیستم نخواهند بود [25]. از این رو طیف‌های مربوط به توابع انتقال‌پذیری نمی‌تواند مستقیم به

⁵ Power spectral density transmissibility (PSDT)

⁶ First left singular vector (FLSV)

⁷ Singular value decomposition

¹ Modified complex Morlet wavelet

² Traditional Morlet wavelet

³ End-effect errors

⁴ Transmissibility based operational modal analysis (TOMA)

$$\begin{aligned} \lim_{s \rightarrow \lambda_r} t_{kn}(s) &= \lim_{s \rightarrow \lambda_r} \frac{H_{ik}(s)G_{kn}(s)H_{pn}(s)^H}{H_{jk}(s)G_{kn}(s)H_{pn}(s)^H} \\ &= \lim_{s \rightarrow \lambda_r} \frac{H_{ik}(s)}{H_{jk}(s)} = \lim_{s \rightarrow \lambda_r} \frac{(s - \lambda_r)H_{ik}(s)}{(s - \lambda_r)H_{jk}(s)} \\ &= \lim_{s \rightarrow \lambda_r} \frac{\sum_{m=1}^{N_m} \frac{(s - \lambda_r)\phi_{im}L_{km}}{s - \lambda_m} + \frac{(s - \lambda_r)\phi_{im}^*L_{km}^*}{s - \lambda_m^*}}{\sum_{m=1}^{N_m} \frac{(s - \lambda_r)\phi_{jm}L_{km}}{s - \lambda_m} + \frac{(s - \lambda_r)\phi_{jm}^*L_{km}^*}{s - \lambda_m^*}} \\ &= \lim_{s \rightarrow \lambda_r} \frac{\frac{(s - \lambda_r)\phi_{ir}L_{kr}}{s - \lambda_r} + 0}{\frac{(s - \lambda_r)\phi_{jr}L_{kr}}{s - \lambda_r} + 0} = \frac{\phi_{ir}L_{kr}}{\phi_{jr}L_{kr}} = \frac{\phi_{ir}}{\phi_{jr}} \end{aligned} \quad (8)$$

که در آن پارامترهای λ_m و ϕ_{im} به ترتیب قطب، شکل مدی و ضریب مشارکت مدی مربوط به مود m -ام است. N_m تعداد مودها یا درجات آزادی سیستم را نشان می‌دهد و علامت * نیز برای نمایش مزدوج مختلط به کار رفته است؛ بنابراین با توجه به رابطه (8) و براساس تئوری حد شرح داده شده در روابط (6,5) مقدار حد انتقال‌پذیری چگالی طیف توان T_{ij}^p (رابطه (3)) وقتی که s به سمت λ_r میل کند، به صورت رابطه (9) خواهد بود [31].

$$\begin{aligned} \lim_{s \rightarrow \lambda_r} T_{ij}^p(s) &= \lim_{s \rightarrow \lambda_r} \frac{S_{ip}}{S_{jp}} \\ &= \lim_{s \rightarrow \lambda_r} \frac{\sum_{n=1}^{N_r} \sum_{k=1}^{N_r} H_{ik}(s)G_{kn}(s)H_{pn}(s)^H}{\sum_{n=1}^{N_r} \sum_{k=1}^{N_r} H_{jk}(s)G_{kn}(s)H_{pn}(s)^H} = \frac{\phi_{ir}}{\phi_{jr}} \end{aligned} \quad (9)$$

براساس رابطه بالا تابع انتقال‌پذیری چگالی طیف توان T_{ij}^p نیز مانند توابع انتقال‌پذیری مرسوم که مبتنی بر طیف فوریه پاسخ‌ها محاسبه می‌شوند [25,24]، در قطب‌های سیستم مستقل از درجات آزادی ورودی بوده و صرفاً به شکل مدهای درجات آزادی خروجی i و j بستگی دارد. نحوه تشکیل ماتریس انتقال‌پذیری چگالی طیف توان $[T_j(s)]$ به صورت رابطه (10) است.

$$[T_j(s)] = \begin{bmatrix} T_{1j}^1(s) & \dots & T_{1j}^p(s) & T_{1j}^{p+1}(s) & \dots & T_{1j}^{N_o}(s) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ T_{1j}^1(s) & \dots & T_{ij}^p(s) & T_{ij}^{p+1}(s) & \dots & T_{ij}^{N_o}(s) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ T_{N_oj}^1(s) & \dots & T_{N_oj}^p(s) & T_{N_oj}^{p+1}(s) & \dots & T_{N_oj}^{N_o}(s) \end{bmatrix} \quad (10)$$

که در آن j درجه آزادی خروجی مرجع ثابت و $i = 1, 2, \dots, N_o$ تعداد کل درجات آزادی خروجی اندازه‌گیری شده است. $p = 1, 2, \dots, N_o$ نیز نشان‌دهنده درجات آزادی انتقالی است که برابر با تعداد کل درجات آزادی خروجی سیستم است. با توجه به مطالب بالا می‌توان به این نتیجه رسید که ماتریس‌های انتقال‌پذیری چگالی طیف توان برخلاف ماتریس‌های انتقال‌پذیری مرسوم که مبتنی بر طیف فوریه پاسخ‌ها محاسبه می‌شوند [25,24] می‌توانند صرفاً برای یک حالت بارگذاری تشکیل شوند که در این صورت یک ماتریس مربعی با مرتبه‌ای برابر با درجات آزادی خروجی سیستم خواهند بود؛ بنابراین در رویکرد فوق نیازی به انجام چندین آزمایش بارگذاری جهت تشکیل ماتریس انتقال‌پذیری نبوده و صرفاً با یک شرط بارگذاری نیز می‌توان ماتریس را تشکیل داد. براساس رابطه (10) ماتریس انتقال‌پذیری $[T_j(s)]$ می‌تواند به تعداد درجات آزادی خروجی مرجع j ($j = 1, 2, \dots, N_o$) تشکیل یابد که برابر با تعداد کل درجات آزادی خروجی اندازه‌گیری شده است.

براساس روابط (10,9) می‌توان به این نتیجه رسید که در قطب‌های سیستم، تمامی ستون‌های ماتریس انتقال‌پذیری چگالی طیف توان با یکدیگر

در این بخش ابتدا به تشریح تئوری حاکم بر انتقال‌پذیری چگالی طیف توان و ماتریس تشکیل یافته از آن پرداخته، سپس نحوه استخراج پارامترهای مودال از قبیل فرکانس‌های طبیعی و شکل مدها شرح داده می‌شود.

1-2- انتقال‌پذیری چگالی طیف توان

همان‌طور که پیشتر نیز اشاره شد توابع انتقال‌پذیری با در گرفتن نسبت بین دو طیف پاسخ از یک سیستم دینامیکی به دست می‌آیند؛ بنابراین با توجه به خروجی انتقالی $y_p(t)$ ، انتقال‌پذیری چگالی طیف توان T_{ij}^p بین خروجی‌های دلخواه $y_i(t)$ و $y_j(t)$ به صورت نسبت طیف‌های توان S_{ip} و S_{jp} ، رابطه (1)، تعریف می‌شود.

$$T_{ij}^p = \frac{S_{ip}}{S_{jp}} \quad (1)$$

در مرجع [29] نشان داده شده است که برای فرایندهای تصادفی، ماتریس طیف‌های توان خروجی در حوزه لاپلاس می‌توانند به صورت رابطه (2) نمایش داده شوند.

$$S_{yy}(s) = H(s)G_{ff}(s)H(s)^H \quad (2)$$

در آن $G_{ff}(s)$ ماتریس طیف‌های توان ورودی سیستم و $H(s)$ نیز ماتریس تابع انتقال است. با توجه به رابطه (2)، رابطه (1) را می‌توان به صورت رابطه (3) بازنویسی نمود [28,27].

$$T_{ij}^p(s) = \frac{\sum_{n=1}^{N_r} \sum_{k=1}^{N_r} H_{ik}(s)G_{kn}(s)H_{pn}(s)^H}{\sum_{n=1}^{N_r} \sum_{k=1}^{N_r} H_{jk}(s)G_{kn}(s)H_{pn}(s)^H} \quad (3)$$

در آن $H_{ik}(s)$ تابع پاسخ فرکانسی بین خروجی $y_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots, N_o$)، ورودی $u_k(t)$ ($k = 1, 2, \dots, N_r$) و $G_{kn}(s)$ نیز طیف توان نیروهای وارد بر درجات آزادی ورودی k و n ($n = 1, 2, \dots, N_r$) است. تابع پاسخ فرکانسی $H_{pn}(s)$ نیز بین خروجی انتقالی $y_p(t)$ ($p = 1, 2, \dots, N_o$) و ورودی $u_n(t)$ ($n = 1, 2, \dots, N_r$) نوشته شده است.

یکی از عبارات صورت و مخرج رابطه (3) که دارای اندیس‌های مشترک k و n است به منظور ارضای رابطه حدی (4) استخراج می‌گردد.

$$\lim_{s \rightarrow \lambda_r} t_{kn}(s) = \lim_{s \rightarrow \lambda_r} \frac{H_{ik}(s)G_{kn}(s)H_{pn}(s)^H}{H_{jk}(s)G_{kn}(s)H_{pn}(s)^H} = \lim_{s \rightarrow \lambda_r} \frac{H_{ik}(s)}{H_{jk}(s)} \quad (4)$$

براساس تئوری حد مطرح شده در مراجع [31,30] اگر حد توابع مختلط $f_n(z)$ و $g_n(z)$ ($n = 1, 2, \dots, N_s$) زمانی که z به سمت z_0 میل می‌کند، رابطه (5) را ارضا نماید،

$$\lim_{z \rightarrow z_0} \frac{f_1(z)}{g_1(z)} = \lim_{z \rightarrow z_0} \frac{f_2(z)}{g_2(z)} = \dots = \lim_{z \rightarrow z_0} \frac{f_{N_s}(z)}{g_{N_s}(z)} = \eta \quad (5)$$

آن‌گاه حد نسبت مجموع توابع مختلط $\sum_{n=1}^{N_s} f_n(z) / \sum_{n=1}^{N_s} g_n(z)$ وقتی که z به سمت z_0 میل می‌کند، به صورت رابطه (6) خواهد بود،

$$\lim_{z \rightarrow z_0} \frac{\sum_{n=1}^{N_s} f_n(z)}{\sum_{n=1}^{N_s} g_n(z)} = \eta \quad (6)$$

که در آن، η مقداری محدود و ثابت است.

با توجه به این‌که فرم مودال تابع پاسخ فرکانسی بین درجات آزادی ورودی k و خروجی i به صورت رابطه (7) است [25].

$$H_{ik}(s) = \sum_{m=1}^{N_m} \frac{\phi_{im}L_{km}}{s - \lambda_m} + \frac{\phi_{im}^*L_{km}^*}{s - \lambda_m^*} \quad (7)$$

مقدار حد ارائه شده در رابطه (4) وقتی که s به سمت r -امین قطب سیستم (λ_r) میل کند به صورت رابطه (8) خواهد بود [31].

برابر بوده و ماتریس باید شده یک ماتریس رتبه یک است.

2-2- شیوه استخراج پارامترهای مودال

در ماتریس‌های رتبه یک مقادیر تکیین دوم و بالاتر به سمت صفر میل کرده و دارای مقدار صفر حدی هستند. از این رو می‌توان با تجزیه مقدار تکیین ماتریس انتقال پذیری و با بهره‌گیری از عکس مقادیر تکیین دوم و بالاتر به قطب‌های سیستم دست یافت. طیف به دست آمده از حاصل ضرب متوسط عکس مقادیر تکیین¹ دوم و بالاتر که از ماتریس‌های انتقال پذیری با درجه آزادی مرجع j ($j = 1, 2, \dots, N_o$) استخراج شده‌اند (رابطه (11)) می‌تواند گزینه مناسبی برای استخراج فرکانس‌های مدی سیستم مبتنی بر انواع رکوردهای ارتعاشی باشد.

$$PAIS(\omega) = \prod_{i=2}^{N_o} \left(\frac{1}{N_o} \sum_{j=1}^{N_o} \left(\frac{1}{S_i(\omega)} \right)_j \right) \quad (11)$$

که در آن $S_i(\omega)$ طیف i -امین مقدار تکیین ماتریس انتقال پذیری است. تابع PAIS ارائه شده در رابطه (11) می‌تواند مبتنی بر ماتریس‌های انتقال پذیری چگالی طیف توان و نیز انتقال پذیری طیف فوریه² محاسبه و به منظور شناسایی پارامترهای مودال سیستم‌های سازه‌ای به کار برده شود. توجه به این نکته ضروری است که تابع طیفی PAIS مبتنی بر ماتریس‌های FST برای شناسایی سیستم با استفاده از رکوردهای آزمایش ضربه و ارتعاش آزاد مناسب است که نشت و پراکندگی طیفی پایین‌تری دارند؛ بنابراین کاربرد آن برای رکوردهای تصادفی با نشت و پراکندگی طیفی بالا نتایج مطلوب و قابل قبولی ارائه نخواهد داد. ماتریس‌های FST برخلاف ماتریس‌های PSDT براساس رکوردهای به دست آمده از چندین آزمایش دینامیکی تشکیل می‌شوند، از این رو به منظور تشکیل ماتریس FST به انجام چندین آزمایش دینامیکی نیاز است به نحوی که هر یک از ستون‌های ماتریس FST باید متعلق به یک آزمایش دینامیکی خاص باشد. این در حالی است که طیف PAIS مبتنی بر تجزیه مقدار تکیین ماتریس‌های PSDT به دلیل بهره‌گیری از روش ولج³ به منظور محاسبه طیف توان سیگنال‌ها می‌تواند گزینه مناسبی برای شناسایی سیستم‌های سازه‌ای با استفاده از انواع رکوردهای ارتعاشی از جمله رکوردهای با پراکندگی طیفی بالا باشد. علاوه بر آن تمامی درایه‌ها و ستون‌های ماتریس PSDT متعلق به یک آزمایش دینامیکی است و نیازی به انجام چندین آزمایش نیست.

در تحقیق حاضر از رابطه (11) به منظور استخراج فرکانس‌های طبیعی سیستم و از متوسط اولین بردارهای تکیین چپ⁴ ماتریس‌های انتقال پذیری PSDT $[T_j(i\omega)]$ با درجه آزادی مرجع j ($j = 1, 2, \dots, N_o$) نیز به منظور استخراج شکل مدها استفاده شده است (رابطه (12)).

$$\phi_r = \frac{1}{N_o} \sum_{j=1}^{N_o} (u_{r1})_j \quad (12)$$

که در آن ϕ_r و u_{r1} به ترتیب اولین بردار تکیین چپ ماتریس انتقال پذیری و شکل مود r -ام است. توجه شود که در رابطه (12) باید تمامی بردارهای u_{r1} مبتنی بر دامنه و فاز درایه‌هایشان از فرم مختلط به حقیقی تبدیل شده و نسبت به یکی از ترازهای دلخواه (یکی از درجات آزادی سیستم) هم‌پایه گردند.

علاوه بر رابطه (12) هر یک از ستون‌های ماتریس انتقال پذیری در قطب‌های سیستم نیز می‌توانند تخمین مناسبی از شکل مدها ارائه دهند. الگوریتم شناسایی به کار رفته در این تحقیق به صورت شکل 1 است. این الگوریتم با بهره‌گیری از مقادیر و بردارهای تکیین به دست آمده از تجزیه مقدار تکیین ماتریس‌های انتقال پذیری چگالی طیف توان به شناسایی سیستم‌های سازه‌ای می‌پردازد. در این مقاله ماتریس‌های انتقال پذیری مبتنی بر پاسخ‌های لرزه‌ای به دست آمده از تحریک زلزله‌های مختلف از قبیل السنترو، نورتریج و لوما پریتا محاسبه و ایجاد شده است. هدف از این کار بررسی عملکرد انتقال پذیری چگالی طیف توان در مواجهه با رکوردهای کوتاه نامانا با پراکندگی بالاست.

3- شبیه‌سازی عددی

در تحقیق حاضر به منظور بررسی قابلیت توابع PSDT در برآورد پارامترهای مودال مبتنی بر رکوردهای کوتاه لرزه‌ای همراه با نویز محیطی، یک مدل عددی 5 درجه آزادی با مشخصات مکانیکی ارائه شده در روابط (14,13) در نظر گرفته شده است. در مدل یادشده با فرض صلب بودن کف طبقات، برای هر طبقه یک درجه آزادی در جهت جانبی در نظر گرفته شده است (شکل 2). در این مدل جرم هر طبقه $m=30\text{ton}$ مقطع ستون‌ها برای تمامی طبقات $a=50\text{cm}$ و مدول الاستیسیته مصالح تشکیل‌دهنده سازه نیز $E = 2 \times 10^6 \text{ kN/m}^2$ در نظر گرفته شده است.

با توجه به مشخصات فیزیکی و هندسی مدل، ماتریس‌های جرم و سختی سیستم مطابق با روابط (14,13) تشکیل می‌شوند. مطابق شکل 2 شماره گذاری درجات آزادی سیستم از بالا به پایین انجام شده است.

$$M = 30 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$K = 9260 \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \quad (14)$$

به منظور محاسبه ماتریس میرایی از روش رایلی مبتنی بر مدهای اول و دوم استفاده شده است. نسبت میرایی برای دو مود اول سیستم به ترتیب برابر با 0.02 و 0.03 انتخاب شده است. در تحقیق حاضر مدل‌سازی و تحلیل سیستم 5 درجه آزادی در محیط سیمولینک متلب انجام (شکل 3) و به منظور محاسبه پاسخ‌های لرزه‌ای مدل عددی، از روش تحلیل مدی استفاده

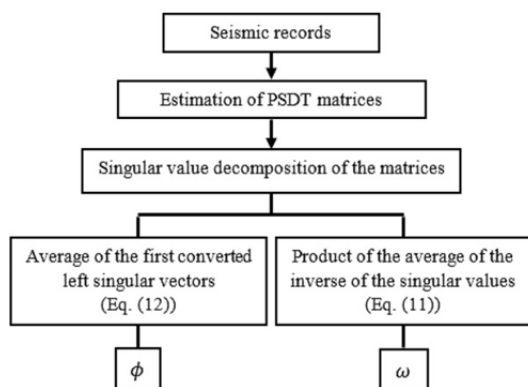


Fig. 1 Algorithm of the TOMA approach based on singular value decomposition of the PSDT matrix

شکل 1 الگوریتم رویکرد TOMA مبتنی بر تجزیه مقدار تکیین ماتریس PSDT

¹ Product of the average of the inverse of the singular values (PAIS)

² Fourier spectral transmissibility (FST)

³ Welch method

⁴ Average of first left singular vectors (AFLSV)

گرفته شده است. با کاهش نسبت سیگنال به نویز SNR میزان نویز موجود در سیگنال افزایش یافته و در نتیجه توان سیگنال مربوطه نیز افزایش می‌یابد، همین امر منجر به افزایش مقادیر تکی‌ن و در نتیجه کاهش مقادیر طیف $PAIS$ می‌گردد. از طرفی این کاهش منجر به افزایش نسبی ارتفاع پیک‌های مدی سیستم می‌شود. با توجه به موارد بالا و با بررسی ستونی طیف‌های ارائه شده برای هر زلزله در شکل 7 می‌توان به این نتیجه رسید که با افزایش میزان نویز در پاسخ‌های سیستم، پیک‌های مدی شاخص‌تری در طیف $PAIS$ ظاهر می‌گردد. همان‌طور که پیشتر اشاره شد دلیل اصلی این پدیده افزایش توان سیگنال و در نتیجه کاهش مقادیر طیف $PAIS$ است که میزان این کاهش در محل مودها نسبت به سایر نقاط طیف کمتر است و همین امر منجر به افزایش نسبی ارتفاع پیک‌های مدی و در نتیجه ظهور پیک‌های شاخص‌تری می‌گردد. تحقیقات مختلف نشان می‌دهد که کاربرد روش‌های انتقال‌پذیری چگالی طیف توان به منظور شناسایی پارامترهای مودال سیستم‌های سازه‌ای مبتنی بر رکوردهای ارتعاش محیطی با طول بلند نتایج کامل‌تری را ارائه می‌دهد [27, 28, 31]، زیرا هر چه طول رکوردها بلندتر باشد، به همان میزان تعداد متوسط‌گیری‌های دوره‌ای و طیفی نیز افزایش پیدا می‌کند. با افزایش متوسط‌گیری‌ها میزان نشت و پراکندگی طیفی نیز کاهش پیدا کرده و در نتیجه امکان تشخیص و شناسایی مودهای بالاتر نیز فراهم می‌گردد. در جدول 1 فرکانس‌های طبیعی مستخرج از طیف $PAIS$ متناظر با هر زلزله برای نسبت‌های مختلف سیگنال به نویز آورده شده است.

به منظور محاسبه طیف‌های $PAIS$ ارائه شده در شکل 8 از طیف فوریه پاسخ‌های لرزه‌ای پنجره شده به وسیله تابع هنینگ به طول 4000 استفاده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، طیف $PAIS$ مربوط به حالت $SNR=\infty$ (حالت بدون نویز) به غیر از شناسایی مود اول سیستم، قادر به شناسایی هیچ یک از مودهای ارتعاشی نیست. در حقیقت طیف $PAIS$ به دست آمده از تجزیه مقدار تکی‌ن ماتریس‌های انتقال‌پذیری طیف فوریه در مواجهه با رکوردهای کوتاه ناماننا چون رکوردهای لرزه‌ای که دارای نشت و پراکندگی طیفی بالایی است، عملکرد ضعیفی داشته و از برآورد و شناسایی فرکانس‌های طبیعی سیستم ناتوان است، اما با افزودن نویز سفید به سیگنال، وضعیت طیف‌های $PAIS$ تغییر پیدا کرده و نتایج جالبی به دست می‌آید، به طوری که با افزایش میزان نویز در پاسخ‌ها پیک‌های مودهای دوم و سوم نیز ظاهر می‌گردند. همان‌طور که پیشتر نیز بدان اشاره شد دلیل اصلی این پدیده افزایش نسبی ارتفاع پیک‌های مدی سیستم است. با توجه به این‌که ماتریس‌های انتقال‌پذیری در فرکانس‌های طبیعی سیستم به صورت رتبه یک

شده است، به طوری که معادله حرکت مدی جداگانه برای هر مود سیستم مبتنی بر تکنیک رانگ کوتای مرتبه 4 محاسبه و سپس پاسخ‌های مدی به دست آمده از آن با یکدیگر ترکیب می‌شوند.

طی تحریک مدل عددی با استفاده از شتاب زلزله‌های السنترو، نورتریج و لوما پرییتا، پاسخ درجات آزادی سیستم مدت 40 ثانیه و با فرکانس نمونه‌گیری 100 Hz ثبت و رکورد برداری شده است. رکورد زلزله‌های یادشده (شتاب‌های تحریک) و نیز پاسخ‌های شتاب به دست آمده از مدل عددی تحت زلزله نورتریج به ترتیب در شکل‌های 4 و 5 نمایش داده شده است. پس از تحلیل مدل عددی، نویز سفید گاوسی¹ با نسبت سیگنال به نویزهای² مختلف به منظور بررسی قابلیت و توانمندی الگوریتم ارائه شده در شکل 1 به پاسخ‌های سیستم اضافه شده است. به این ترتیب فرایند شناسایی سیستم در 4 حالت مختلف بدون نویز ($SNR=\infty$)، نویز ضعیف ($SNR=40dB$)، نویز متوسط ($SNR=20dB$) و نویز با دامنه زیاد ($SNR=5dB$) اجرا و نتایج به دست آمده از آن مورد مقایسه و ارزیابی قرار گرفته است.

پاسخ‌های شتاب به دست آمده از مدل عددی تحت تحریک زلزله نورتریج، با نسبت سیگنال به نویز $SNR=5dB$ در شکل 6 نمایش داده شده است.

4- نتایج و بحث

در این بخش نتایج شناسایی مودال سیستم 5 درجه آزادی مبتنی بر تجزیه مقدار تکی‌ن ماتریس‌های انتقال‌پذیری چگالی طیف توان و نیز ماتریس‌های انتقال‌پذیری طیف فوریه ارائه شده است. ماتریس‌های $PSDT$ و FST با استفاده از پاسخ‌های لرزه‌ای مدل عددی تحت تحریک زلزله‌های مختلف السنترو، نورتریج و لوما پرییتا محاسبه و ایجاد شده که دارای سطوح مختلف نویز نیز است. ماتریس انتقال‌پذیری طیف فوریه یا FST صرفاً ترکیبی از بارگذاری‌های مختلف تشکیل می‌شود، اما ماتریس $PSDT$ می‌تواند مبتنی بر خروجی‌های انتقالی برای هر کدام از بارگذاری‌ها (زلزله‌ها) مجزا تشکیل شود.

4-1- شناسایی فرکانس‌های طبیعی

در تحقیق حاضر مطابق با رابطه (11) طیف به دست آمده از حاصل‌ضرب متوسط عکس مقادیر تکی‌ن دوم و بالاتر، تحت عنوان $PAIS$ به منظور استخراج فرکانس‌های مدی سیستم به کار گرفته شده است. توجه شود که در این تحقیق توابع انتقال‌پذیری چگالی طیف توان با استفاده از تابع پنجره هنینگ به طول 1000 (یک چهارم طول رکورد) و با هم‌پوشانی 85% محاسبه شده است. طیف $PAIS$ به دست آمده از ماتریس‌های انتقال‌پذیری طیف فوریه برای مقایسه نتایج نیز ارائه شده است. طیف‌های $PAIS$ مربوط به ماتریس‌های $PSDT$ و FST به ترتیب در شکل‌های 7 و 8 نشان داده شده است.

براساس شکل 7 بسته به نوع زلزله صرفاً یک یا چند مود اول سیستم قادر به شناسایی شدن هستند که مهم‌ترین دلیل آن را می‌توان تحریک ضعیف مودهای بالاتر سیستم و نیز نشت و پراکندگی طیفی رکوردهای کوتاه و نامانای لرزه‌ای دانست. عوامل بالا منجر به عدم ظهور پیک‌های متناظر با مودهای بالاتر در طیف $PAIS$ گشته و در نتیجه شناسایی مودهای سیستم را محدود می‌کند. مطابق با شکل 7 برای هر زلزله 4 سطح نویز مختلف در نظر

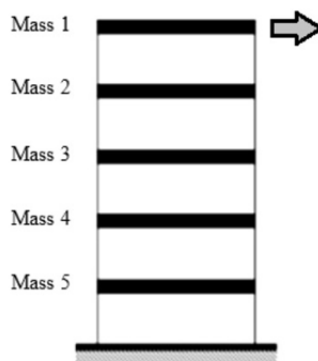


Fig. 2 Numerical 5DOF model

شکل 2 مدل عددی 5 درجه آزادی

¹ White Gaussian noise

² Signal to noise ratio (SNR)

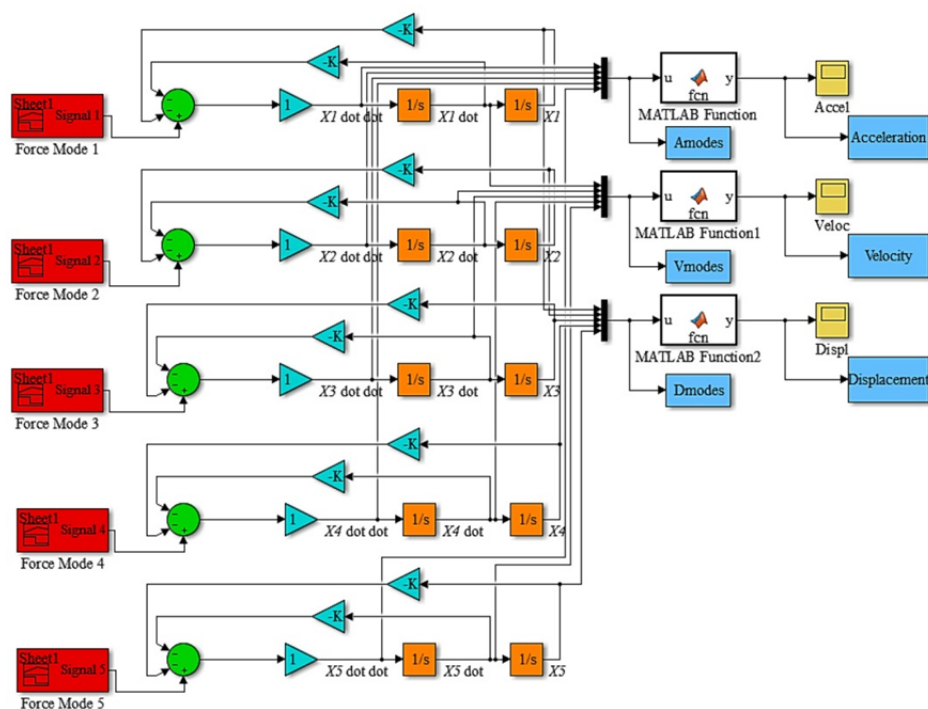


Fig. 3 Simulink model of motion differential equations

شکل 3 مدل سیمولینک معادلات دیفرانسیلی حرکت

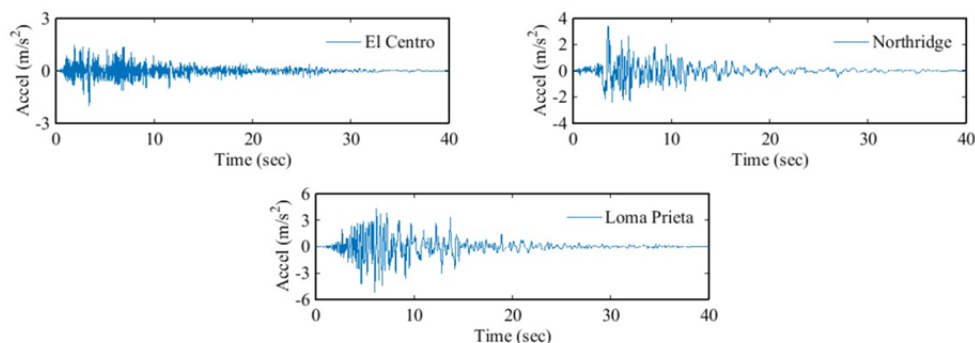


Fig. 4 Acceleration records of El Centro, Northridge and Loma Prieta earthquakes

شکل 4 رکورد شتاب زلزله‌های السنترو، نورتریج و لوما پریتا

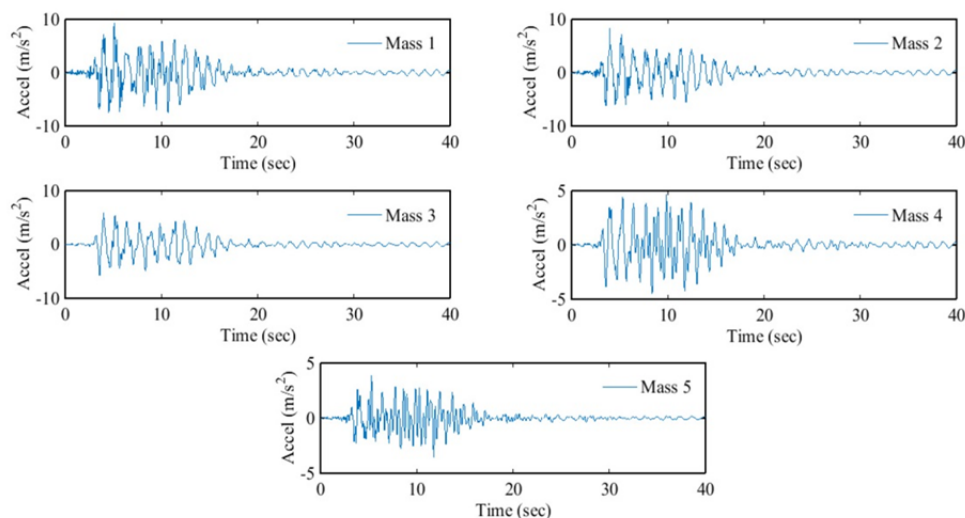


Fig. 5 The noise-free acceleration responses of 5DOF system under the excitation of Northridge earthquake

شکل 5 پاسخ‌های شتاب بدون نویز سیستم 5 درجه آزادی تحت تحریک زلزله نورتریج

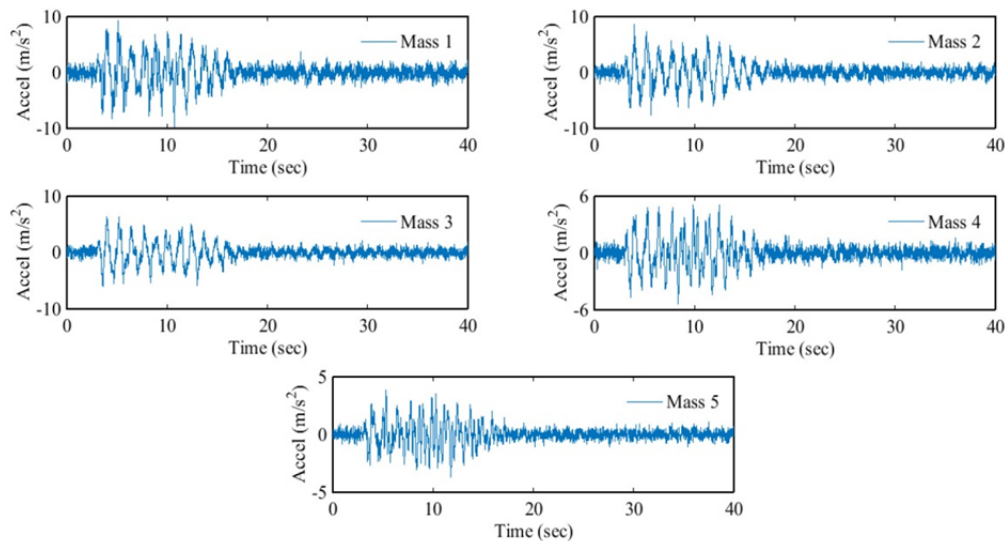


Fig. 6 The noisy acceleration responses of 5DOF system under the excitation of Northridge earthquake with $SNR=5dB$

شکل 6 پاسخ‌های شتاب نویزی سیستم 5 درجه آزادی تحت تحریک زلزله نورتریج با $SNR=5dB$

است، $SNR=\infty$ به ترتیب در شکل‌های 9 و 10 نمایش داده شده است. این شکل‌ها براساس پاسخ‌های لرزه‌ای سیستم 5 درجه آزادی تحت تحریک زلزله لوما پرییتا به دست آمده‌اند. همان‌طور که مشاهده می‌شود تمامی شکل مدها نسبت به جرم 1 (شکل 2) همپایه شده‌اند. نتایج ارائه شده در شکل 10 نیز نشان می‌دهد که شکل مدهای به دست آمده از متوسط اولین بردارهای تکین چپ ماتریس‌های PSDT (رابطه 12) از دقت مطلوبی برخوردار می‌باشد. مقایسه شکل‌های 9 و 10 نشان می‌دهد که شکل مدهای به دست آمده از تکنیک تجزیه مقدار تکین با شکل‌های مستخرج از ستون‌های ماتریس انتقال پذیری شباهت بسیار نزدیکی داشته و تقریباً یکسان هستند.

در شکل 11 شکل مدهای به دست آمده از رابطه (12) برای حالت نویز با دامنه زیاد ($SNR=5dB$) نمایش داده شده است. بررسی نتایج شکل 11 نشان می‌دهد که با وجود نویز در پاسخ‌ها، الگوریتم شناسایی مبتنی بر انتقال پذیری چگالی طیف توان (شکل 1) از قابلیت خوبی در استخراج دقیق شکل مدهای سیستم برخوردار است.

5- نتیجه گیری

در تحقیق حاضر عملکرد روش شناسایی سیستم مبتنی بر انتقال پذیری چگالی طیف توان و قابلیت آن در استخراج پارامترهای مودال سیستم‌های سازه‌ای مورد بررسی و ارزیابی قرار گرفته است. برای این منظور پاسخ‌های لرزه‌ای یک سیستم 5 درجه آزادی تحت تحریک زلزله‌های مختلف از قبیل

است، مقادیر تکین دوم و بالاتر آن‌ها بسیار کوچک بوده و به سمت صفر میل خواهند نمود. این مقادیر به دلیل ویژگی و خصوصیت ماتریس‌های رتبه یک با افزایش توان سیگنال (به دلیل افزودن نویز به سیگنال) افزایش کمتری را نسبت به مقادیر متناظر با سایر خطوط فرکانسی نشان می‌دهند. همین امر سبب می‌شود که مقادیر طیف PAIS در محل مودها رشد بیشتری نسبت به مقادیر سایر خطوط فرکانسی داشته باشند. کاربرد طیف PAIS مبتنی بر انتقال پذیری طیف فوری به منظور شناسایی مودال سیستم‌های سازه‌ای با استفاده از رکوردهای آزمایش ضربه و ارتعاش آزاد، حتی برای حالت بدون نویز نیز به دلیل میزان پایین نشت و پراکندگی طیفی نتایج خوب و قابل قبولی را ارائه می‌دهد.

4-2- شناسایی شکل مدها

در روش‌های تحلیل مودال عملیاتی مبتنی بر انتقال پذیری، شناسایی و تعیین شکل مدهای سیستم می‌تواند به دو طریق انجام گیرد:

- 1- با استفاده از ستون‌های ماتریس انتقال پذیری در قطب‌های سیستم
- 2- با استفاده از اولین بردارهای تکین چپ به دست آمده از تجزیه مقدار تکین ماتریس‌های انتقال پذیری در قطب‌های سیستم

رابطه (12) که مبتنی بر اولین بردارهای تکین چپ ماتریس‌های انتقال پذیری چگالی طیف توان ارائه شده است می‌تواند تخمین مناسبی از شکل مدهای سیستم را داشته باشد. شکل مدهای مستخرج از ستون‌های ماتریس‌های انتقال پذیری PSDT و رابطه (12) برای حالت بدون نویز

جدول 1 فرکانس‌های طبیعی به دست آمده از شناسایی مودال و حل دقیق

Table 1 The natural frequencies obtained from modal identification and exact solution

شماره مود	فرکانس‌های طبیعی (Hz)											
	لوما پرییتا				نورتریج				السنترو			
	نسبت سیگنال به نویز				نسبت سیگنال به نویز				نسبت سیگنال به نویز			
حل دقیق	∞	40	20	5	∞	40	20	5	∞	40	20	5
1	0.806	0.781	0.806	0.781	0.830	0.830	0.830	0.830	0.781	0.757	0.757	0.796
2	2.319	2.319	2.319	2.319	2.368	2.368	2.368	2.344	-	-	-	2.323
3	3.735	3.687	3.687	3.687	-	-	-	-	-	-	-	3.662
4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	4.705
5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	5.366

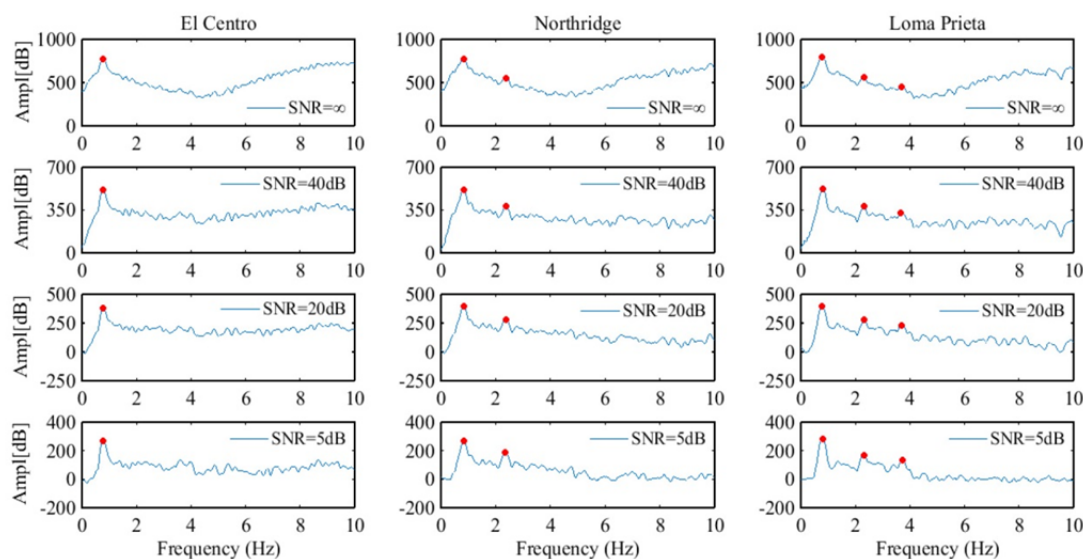


Fig. 7 The PAIS spectra extracted from PSDT matrices based on the seismic responses obtained from El Centro, Northridge and Loma Prieta earthquakes, with signal to noise ratios $SNR=5, 20, 40, \infty$

شکل 7 طیف‌های PAIS مستخرج از ماتریس‌های PSDT مبتنی بر پاسخ‌های لرزه‌ای به دست آمده از زلزله‌های السنترو، نورتریج و لوما پریتا با نسبت‌های سیگنال به نویز $SNR=5, 20, 40, \infty$

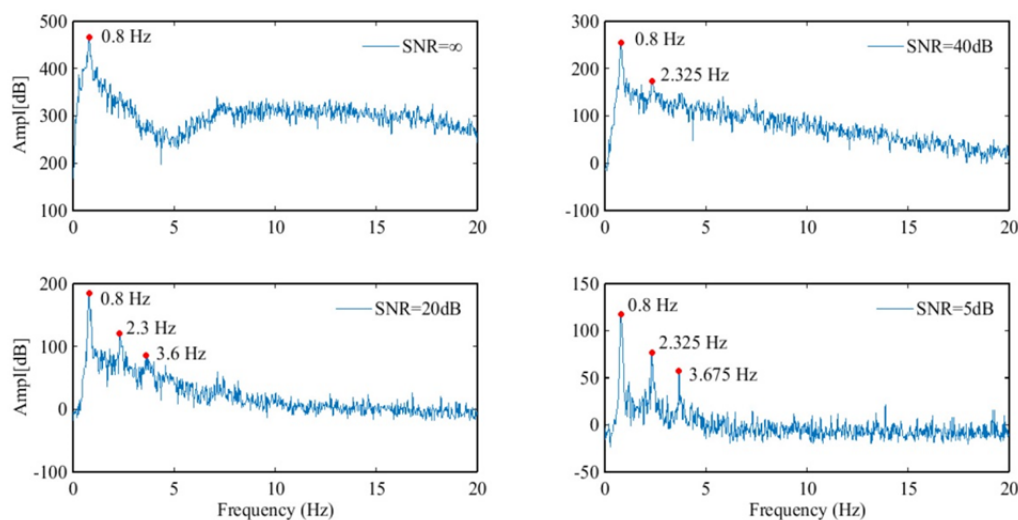


Fig. 8 The PAIS spectra extracted from the FST matrix, based on the seismic responses of 5DOF system with different signal to noise ratios

شکل 8 طیف‌های PAIS مستخرج از ماتریس FST، مبتنی بر پاسخ‌های لرزه‌ای سیستم 5 درجه آزادی با نسبت‌های مختلف سیگنال به نویز

بیشتری برخوردار است.

یکی دیگر از کارهای صورت گرفته در این تحقیق بررسی اثرات سطوح مختلف نویز در پاسخ‌هاست. مطابق با نتایج ارائه شده در شکل‌های 7 و 8 وجود نویز در پاسخ‌ها نه تنها منجر به کاهش کارایی روش‌های انتقال پذیری نمی‌شود، بلکه منجر به بهبود وضعیت طیف‌های PAIS به منظور استخراج پیک‌های مدی سیستم نیز می‌گردد، به طوری که با افزودن نویز به سیگنال، مقدار طیف PAIS در محل مودهای سیستم نسبت به مقادیر سایر خطوط فرکانسی افزایش پیدا کرده و پیک‌های شاخص‌تری ایجاد شده است. افزایش توان سیگنال (به دلیل افزودن نویز) و در نتیجه کاهش مقادیر طیف PAIS دلیل اصلی این پدیده است که میزان این کاهش در محل مودها نسبت به سایر نقاط طیف کمتر است و همین امر منجر به افزایش نسبی ارتفاع پیک‌های مدی و در نتیجه ظهور

السنترو، نورتریج و لوما پریتا، با نسبت‌های مختلف سیگنال به نویز 5dB، 20dB، 40dB و ∞ ، با استفاده از تجزیه مقدار تکین ماتریس‌های انتقال پذیری PSDT مورد تحلیل و پردازش قرار گرفته است. با توجه به نتایج به دست آمده از شناسایی مودال و مقایسه آن با مقادیر حاصل از حل دقیق سیستم (جدول 1) می‌توان به این نتیجه رسید که روش‌های مبتنی بر انتقال پذیری چگالی طیف توان به دلیل بهره‌گیری از روش ولج، در مواجهه با رکوردهای کوتاه با نشت و پراکندگی طیفی بالا (چون رکوردهای لرزه‌ای) از عملکرد مؤثرتری نسبت به انتقال پذیری طیف فوری (FST) برخوردار است. علاوه بر آن ماتریس‌های PSDT می‌تواند صرفاً مبتنی بر نتایج یک آزمایش دینامیکی تشکیل گردند، در حالی که به منظور تشکیل ماتریس‌های FST باید بیش از یک آزمایش دینامیکی انجام گیرد. روشن است که رویکرد انتقال پذیری چگالی طیف توان از کارآمدی

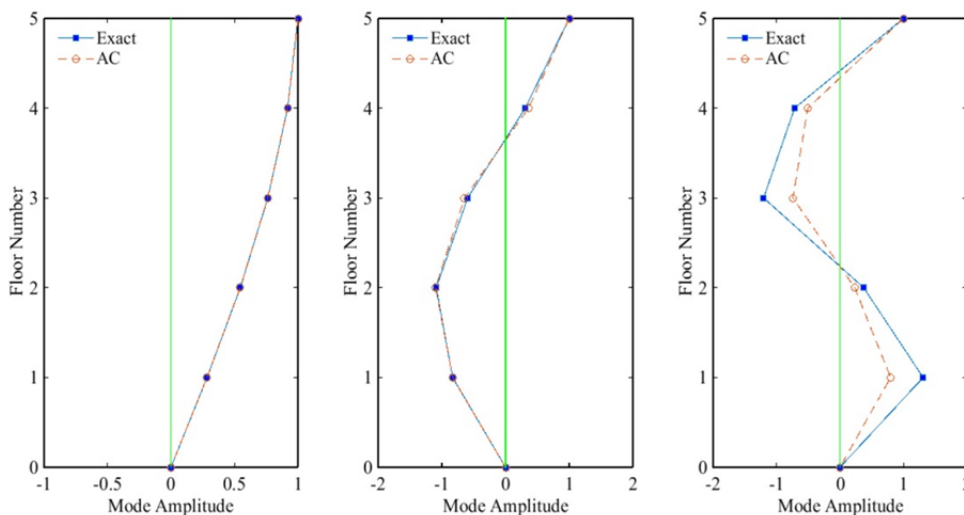


Fig. 9 The first (left), second (middle) and third (right) mode shapes obtained from the average of the columns (AC) of the PSDT matrices for $SNR=\infty$
 شکل 9 مدهای اول (چپ)، دوم (وسط) و سوم (راست) به دست آمده از متوسط ستون‌های (AC) ماتریس‌های PSDT برای حالت $SNR=\infty$

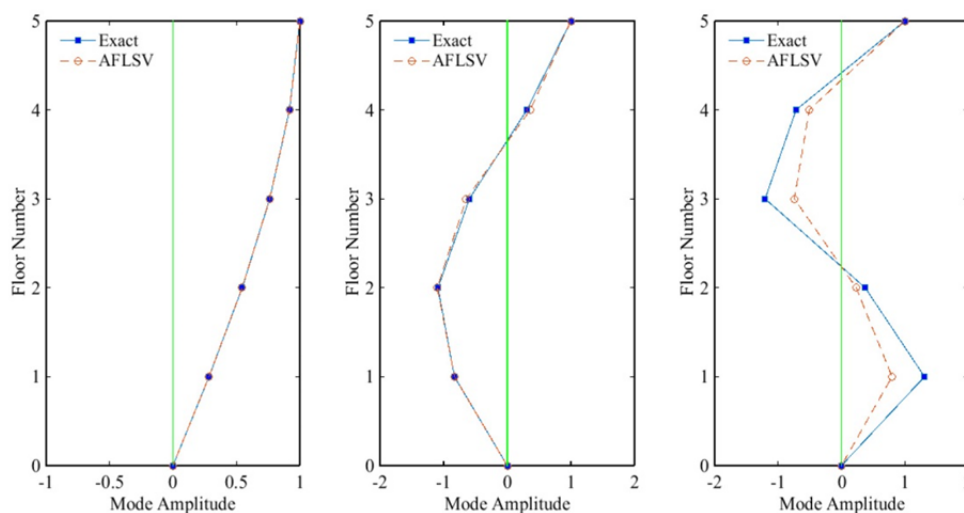


Fig. 10 The first (left), second (middle) and third (right) mode shapes obtained from average of the first left singular vectors (AFLSV) of the PSDT matrices for case $SNR=\infty$.

شکل 10 مدهای اول (چپ)، دوم (وسط) و سوم (راست) به دست آمده از متوسط اولین بردارهای تکیین چپ (AFLSV) ماتریس‌های PSDT برای حالت $SNR=\infty$

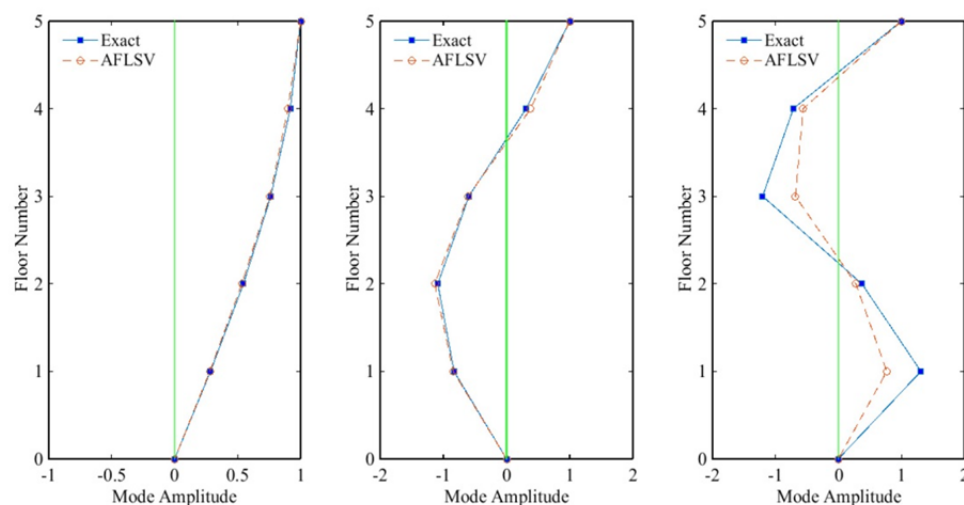


Fig. 11 The first (left), second (middle) and third (right) mode shapes obtained from average of the first left singular vectors (AFLSV) of the PSDT matrices for case $SNR=5dB$.

شکل 11 مدهای اول (چپ)، دوم (وسط) و سوم (راست) به دست آمده از متوسط اولین بردارهای تکیین چپ (AFLSV) ماتریس‌های PSDT برای حالت $SNR=5dB$

- International Modal Analysis Conference*, San Antonio, USA, February 7-10, 2000.
- [15] R. Brincker, C. E. Ventura, P. Andersen, Damping estimation by frequency domain decomposition, *Proceedings of the 19th International Modal Analysis Conference*, Kissimmee, USA, February 5-8, 2001.
- [16] L. Zhang, R. Brincker, R. Andersen, An overview of operational modal analysis: Major development and issues, *Proceedings of the 1st International Operational Modal Analysis Conference*, Copenhagen, Denmark, April 26-27, 2005.
- [17] L. Zhang, T. Wang, Y. Tamura, A Frequency-Spatial Domain Decomposition (FSDD) technique for operational modal analysis, *Proceedings of the 1st International Operational Modal Analysis Conference*, Copenhagen, Denmark, April 26-27, 2005.
- [18] J. Lardies, S. Gouttebroze, Identification of modal parameters using the wavelet transform, *Mechanical Sciences*, Vol. 44, No. 11, pp. 2263-2283, 2002.
- [19] T. Kijewski, A. Kareem, Wavelet transforms for system identification in civil engineering, *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, Vol. 18, No. 5, pp. 339-355, 2003.
- [20] M. Damadipour, *System Identification of a Concrete Arch Dam and Calibration of its Finite Element Model with Emphasis on Nonuniform Ground Motion*, Master of Science Thesis, Faculty of Civil Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran, 2012. (in Persian فارسی)
- [21] R. Tarinejad, M. Damadipour, Modal identification of structures by a novel approach based on FDD-wavelet method, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 333, No. 3, pp. 1024-1045, 2014.
- [22] R. Tarinejad, M. Damadipour, Operational modal analysis of structures using a new time-frequency domain approach, *Proceedings of the 6th International Operational Modal Analysis Conference*, Gijón, Spain, May 12-14, 2015.
- [23] R. Tarinejad, M. Damadipour, Extended FDD-WT method based on correcting the errors due to non-synchronous sensing of sensors, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 72, No. 1, pp. 547-566, 2016.
- [24] C. Devriendt, P. Guillaume, The use of transmissibility measurements in output-only modal analysis, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 21, No. 7, pp. 2689-2696, 2007.
- [25] C. Devriendt, P. Guillaume, Identification of modal parameters from transmissibility measurements, *Sound and Vibration*, Vol. 314, No. 1, pp. 343-356, 2008.
- [26] G. H. Golub, C. F. VanLoan, *Matrix Computations*, Fourth Edition, pp. 76-80, Baltimore: Johns Hopkins University Press, 2013.
- [27] W. J. Yan, W. X. Ren, Operational modal parameter identification from power spectrum density transmissibility, *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, Vol. 27, No. 3, pp. 202-217, 2012.
- [28] I. G. Araújo, J. E. Laier, Operational modal analysis using SVD of power spectral density transmissibility matrices, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 46, No. 1, pp. 129-145, 2014.
- [29] J. S. Bendat, A. G. Piersol, *Random Data: Analysis and Measurement Procedures*, Fourth Edition, pp. 237-243, New Jersey: John Wiley & Sons, 2011.
- [30] W. J. Yan, W. X. Ren, Use of continuous-wavelet transmissibility for structural operational modal analysis, *Structural Engineering*, Vol. 139, No. 9, pp. 1444-1456, 2012.
- [31] W. J. Yan, W. X. Ren, An enhanced power spectral density transmissibility (EPSDT) approach for operational modal analysis: theoretical and experimental investigation, *Engineering Structures*, Vol. 102, No. 1, pp. 108-119, 2015.

پیک‌های شاخص‌تر می‌گردد. از این‌رو امکان تشخیص مودهای بیشتری از سیستم فراهم می‌شود.

مقایسه مقادیر ارائه شده در جدول 1 نشان می‌دهد که تعداد مودهای شناسایی شده تحت تحریکات مختلف متفاوت است که دلیل اصلی آن را می‌توان تحریک ضعیف برخی مودهای ارتعاشی سیستم تحت زلزله‌های مختلف دانست، همچنین توجه به این نکته ضروری است که میزان نشت و پراکندگی طیفی پاسخ‌های لرزه‌ای مدل عددی نیز برای زلزله‌های مختلف متفاوت است.

6- مراجع

- [1] Z. F. Fu, J. He, *Modal Analysis*, Second Edition, pp. 1-10, Oxford: Butterworth-Heinemann, 2001.
- [2] E. Parloo, *Application of Frequency-Domain System Identification Techniques in the Field of Operational Modal Analysis*, PhD thesis, Department of Mechanical Engineering, Vrije Universiteit Brussels, Belgium, 2003.
- [3] B. Cauberghe, *Applied Frequency-Domain System Identification in the Field of Experimental and Operational Modal Analysis*, PhD thesis, Department of Mechanical Engineering, Vrije Universiteit Brussels, Belgium, 2004.
- [4] R. Brincker, C. Ventura, *Introduction to Operational Modal Analysis*, First Edition, pp. 1-13, Chichester: John Wiley & Sons, 2015.
- [5] W. X. Ren, Z. H. Zong, Output-only modal parameter identification of civil engineering structures, *Structural Engineering and Mechanics*, Vol. 17, No. 3-4, pp. 429-444, 2004.
- [6] J. Yadegari, O. Bahar, Modal parameter identification using ambient vibration testing with introducing a new software, *Civil Engineering Infrastructures Journal*, Vol. 44, No. 1, pp. 121-130, 2010. (in Persian فارسی)
- [7] H. A. Cole Jr, On-the-line analysis of random vibrations, *9th Structural Dynamics and Materials Conference*, Palm Springs, USA, April 1-3, 1968.
- [8] J. N. Juang, R. S. Pappa, An eigensystem realization algorithm for modal parameter identification and model reduction, *Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 8, No. 5, pp. 620-627, 1985.
- [9] B. Moaveni, *System and Damage Identification of Civil Structures*, PhD Thesis, University of California, San Diego, 2007.
- [10] P. Van Overschee, B. De Moor, *Subspace Identification for Linear Systems: Theory, Implementation, Applications*, First Edition, pp. 57-67, Dordrecht: Kluwer academic publishers, 1996.
- [11] B. Peeters, *System Identification and Damage Detection in Civil Engineering*, PhD Thesis, Faculteit Toegepaste Wetenschappen Arenbergkasteel, Katholieke Universiteit Leuven, Heverlee (Belgium), 2000.
- [12] A. J. Felber, *Development of Hybrid Bridge Evaluation System*, PhD thesis, University of British Columbia, Vancouver, Canada, 1993.
- [13] M. R. Mivehchi, M. T. Ahmadi, System identification: The suitable method for evaluation of large dam under earthquake, *Proceedings of Third International Conference on Seismology and Earthquake Engineering*, Tehran, Iran, May 17-19, 1999.
- [14] R. Brincker, L. Zhang, P. Andersen, Modal identification from ambient responses using frequency domain decomposition, *Proceedings of 18th*