



کارایی روش‌های مختلف کنترل مقاوم در سیستم‌های دوار سه‌محوره

مسعود سلطان‌رضایی¹، مجید محمدی مقدم²، محمدرضا قضاوی^{2*}

1- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

* ghazavim@modares.ac.ir، 14115-111، صندوق پستی تهران

چکیده

ماشین‌آلات دوار از جمله سیستم‌های مکانیکی هستند که کاربرد زیادی دارند. نحوه اتصال محورها، کنترل ارتعاشات و پایداری این سیستم‌ها همواره مهم بوده است. در این پژوهش، کنترل مقاوم یک سیستم محور که دارای نوسانات پیچشی است مدنظر است. این سیستم شامل سه محور الاستیک است که با یکدیگر هم‌راستا نیستند. محوره‌ای ناهم‌راستا به وسیله چهارشاخ‌های کاردان متصل می‌شوند. در این‌جا، معادلات حاکم بر ارتعاشات پیچشی سیستم‌های کاردان سه‌محوره که رفتار غیرخطی دارد استخراج شده است. سپس با توجه به عدم قطعیت‌های سیستم، از روش کنترل مقاوم استفاده شده و سه کنترل‌گر به روش‌های بهینه نرم بی‌نهایت (H_∞)، تلفیقی H_2/H_∞ و پایداری مقاوم سنتز میو، طراحی شده است. طراحی پس از شناسایی پارامترهایی از سیستم که حساسیت زیادی نسبت به عدم قطعیت دارند صورت گرفته است. نتایج پیاده‌سازی کنترل‌گرهای طراحی‌شده در قالب منحنی‌های پاسخ فرکانسی ارائه شده است. مقایسه و تحلیل نتایج حاصل از سه کنترل‌گر نشان داد که کنترل‌کننده‌های H_∞ و سنتز میو، دارای هر دو معیار عمل‌کرد و پایداری مقاوم می‌باشند، هرچند استفاده از روش H_∞ که نیاز به تعیین توابع وزنی دارد، دشوارتر است. همچنین، کنترل‌گر کاهش مرتبه‌یافته سنتز میو می‌تواند عمل‌کرد مقاوم سیستم را تضمین کند.

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 19 بهمن 1396

پذیرش: 19 فروردین 1397

ارائه در سایت: 21 اردیبهشت 1397

کلیدواژه‌ها:

نامعینی ساختاریافته

روش سنتز میو

بهینه‌سازی

روش H_2/H_∞

چهارشاخ کاردان

Performance of different robust control methods in three-axis rotary systems

Masoud SoltanRezaee, Majid Mohammadi Moghaddam, Mohammad Reza Ghazavi*

Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

* P.O.B. 14115-111, Tehran, Iran, ghazavim@modares.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 08 February 2018
Accepted 08 April 2018
Available Online 11 May 2018

Keywords:
Structured Uncertainty
 μ -synthesis method
Optimization
 H_2/H_∞ Method
Cardan Joint

ABSTRACT

Rotating machinery is a type of mechanical systems that is widely used. The shafts connection method, vibration control and stabilizing of these systems, have consistently been important. In this research, the robust control of a shaft system with torsional vibration has been considered. The system includes three elastic shafts, which are misaligned with each other. The misaligned shafts are connected through Cardan joints. Herein, the governing equations of torsional vibration for three-axis Cardan systems with nonlinear behavior have been derived. Then, according to the system uncertainties, robust control was used and three controllers with H_∞ optimum method, H_2/H_∞ consolidated method and μ -synthesis robust stability method have been designed. The design was done after identifying the system parameters that are sensitive to uncertainty. The implementation results of designed controllers have been presented in the form of frequency response curves. Comparison and analysis of the results of three controllers show that H_∞ and μ -synthesis have both are performance and robust stability criteria, while H_∞ method, which is needed to determine the weighting functions, is harder. In addition, the reduced order μ -synthesis controller can guarantee the robust performance.

1- مقدمه

محورها از چهارشاخ کاردان استفاده می‌شود. مزیت این اتصال نسبت به دیگر اتصالات بین محورها، تحمل گشتاور و نیروی محوری زیاد، کار در زاویه کاردان نسبتاً بالا، تعمیر آسان و قیمت ارزان است [1]. البته استفاده از این اتصال مشکلاتی نیز دارد؛ ناهم‌راستایی دو محور (زاویه مفصل) سبب می‌شود محور پیرو، نوسان متناوب داشته باشد - حتی اگر سرعت محور راننده ثابت باشد - که این امر می‌تواند موجب ناپایداری سیستم شود. تاثیر این ناپایداری به‌صورت لرزش یا استهلاک بیش از حد اجزای سیستم و حتی شکستن ناگهانی است. تاکنون تحقیقات زیادی در خصوص ارتعاشات، کنترل، بهینه‌سازی و

امروزه ماشین‌آلات دوار کاربردهای زیادی دارند. هرچه اجزای این ماشین‌ها بیشتر باشند مکانیزم پیچیده‌تری خواهند داشت و تعیین حدود پایداری و کنترل آن‌ها اهمیت بیشتری می‌یابد. سیستم محور یکی از انواع ماشین‌آلات دوار است و در مجموعه‌هایی که نیاز به انتقال قدرت با سرعت بالاست کاربرد دارند. این سیستم از چند محور متصل به هم تشکیل شده است و در آن حرکت دورانی از محور راننده به محور پیرو منتقل می‌شود. در این سیستم از انواع مفاصل و کوپلینگ‌ها برای اتصال محورها استفاده می‌شود. در سیستم‌های دوار - به‌خصوص مواقعی که محورها با یکدیگر هم‌راستا نباشند - جهت اتصال

با توجه به محدوده زاویه به‌کارگیری مفصل) از مبدا تولید حرکت به نقطه‌ای رسید که گشتاور نیاز است.

تاکنون تحلیل سیستم‌های سه‌محوره کمتر انجام شده است. در ادامه با روشن شدن میزان اهمیت و کاربرد این گونه سیستم‌ها، مطالعات و پژوهش‌های انجام شده در مورد مجموعه‌های سه‌محوره و نتایج این پژوهش‌ها درخصوص معادلات حرکت، پارامترهای حائز اهمیت، پایداری دینامیکی و بهینه‌سازی بیان شده است. لازم به ذکر است طراحی کنترل‌گر در این نوع سیستم‌ها به‌علت پیچیدگی دینامیک مسئله و پارامترهای نامشخص سیستم انجام نشده است. همچنین به دلایل فوق، استفاده از روش‌های کنترلی مذکور چندان مطلوب نیست و بهتر است روش‌های دیگر بررسی و بکارگیری شوند.

بیکر [15] معادلات حرکت مکانیزم کاردان دبل را در حالاتی خاص با در نظر گرفتن قیود زاویه‌ای روی مفصل استخراج کرد. او به معادلات غیر خطی طولی رسید که به حل آن‌ها نپرداخت. سلطان‌رضایی و همکاران سیستم انتقال قدرت سه‌محوره را در نرم‌افزار ادمز شبیه‌سازی و تاثیر محورهای انعطاف‌پذیر بر ارتعاشات سیستم را بررسی کردند [16]. ژینی و همکاران [17] به مطالعه سیستم محور با تاکید بر ورودی (جمع‌دهنده) و خروجی (دیفرانسیل) پرداختند. آن‌ها معادلات را به‌روش فضای حالت حل کردند. پارامترهای زاویه مفصل‌ها، سختی نگهدارنده میانی و نویز دنده‌ها بررسی شد. سانگ و همکاران [18] به بررسی ارتعاشات پیچشی سیستم با چند مفصل پرداختند. آن‌ها نشان دادند به‌وسیله بهینه‌سازی می‌توان نوسانات منتقل شده به کف یا پایه‌ها را کاهش داد. آن‌ها سیستم را شبیه‌سازی کرده بودند و با انجام آزمایش نشان دادند پاسخ‌های بهینه‌سازی معقول است. یانگ [19] به بررسی لرزش منتقل شده به زمین و نیز اجزای مجموعه پرداخت. سیستم مذکور چند محوری بود ولی حرکت آن در صفحه (در دو بعد) محدود شده بود. او درخصوص طول محورها و چیدمان مفصل‌ها، بهینه‌سازی انجام داد. چنان‌که ذکر شد، تاکنون کنترل‌کننده‌ای برای سیستم کاردان سه‌محوره طراحی نشده است.

در گذشته تحلیل پایداری سیستم محور با روش‌های مختلفی صورت گرفته و با توجه به پارامترهای مختلف، بهینه‌سازی‌هایی انجام شده و نیز کنترل‌کننده‌هایی طراحی شده است. هدف از تحقیق حاضر، مدل‌سازی ارتعاشات پیچشی غیرخطی سیستم انتقال قدرت و پس از آن، طراحی کنترل‌گر پایدارساز با توجه به نامعینی پارامترهای سیستم است تا عمل‌کرد مقاوم تضمین شود. در این‌جا سیستم سه‌محوره‌ای متصل با دو چهارشاخ کاردان که دویعدی و یا محدود به صفحه نیست در نظر گرفته شده است. مدل دارای سه درجه آزادی است و شامل سه‌محور الاستیک پیچشی است که با یکدیگر هم‌راستا نیستند. هر محور در یک انتها به دیسک صلبی متصل شده است. ابتدا معادلات حاکم بر حرکت سیستم که توانایی انتقال حرکت به خارج از صفحه را نیز داراست و به‌دلیل وجود کاردان‌ها رفتار غیر خطی دارد استخراج شده است. پس از آن، طبق مراجع [20,17] یک‌سری مقادیر به‌عنوان حالت مبنای سیستم لحاظ گشته است. با ترسیم پاسخ فرکانسی سیستم و طی چند مرحله هر بار با تغییر یکی از پارامترها، حساسیت سیستم نسبت به عدم قطعیت پارامترهای مختلف ازجمله اینرسی دیسک‌ها، سختی و میرایی پیچشی محورها ارزیابی شده است. در ادامه برای اولین بار به طراحی کنترل‌گر برای سیستم کاردان سه‌محوره پرداخته شد. به‌علت وجود عدم قطعیت‌های مختلف در مجموعه، استفاده از روش کنترل مقاوم برای نیل به اهداف طراحی، الزامی به‌نظر می‌رسد. بنابراین، پس از شناسایی پارامترهایی که نامعینی آن‌ها مهم‌تر است و تعیین مدل کاهش مرتبه‌یافته سیستم، توابع وزنی تعیین شده‌اند. سپس برای سیستم کاهش مرتبه یافته، به‌وسیله روش‌های متداول کنترل مقاوم ازجمله بهینه‌سازی H_∞ ، تلفیقی H_2/H_∞ و نیز

پایداری سیستم‌های کاردان دومحوره انجام شده است. پژوهشگران ابتدا به ارتعاشات و پایداری سیستم محور توجه کردند. چانگ [2] دو مدل یک درجه آزادی خطی و غیرخطی را برای دستیابی به تقریب‌های مرتبه بالاتر مطالعه کرد. او تحلیل پایداری سیستم را به روش اغتشاشات انجام داد. آسوکانتان و همکاران [4,3] به مطالعه یک مدل دو درجه آزادی خطی پرداختند و از یک روش میانگین‌گیری برای تعیین نواحی تشدید پارامتری اولیه بهره بردند. سپس یک مدل غیرخطی را مطالعه و بعضی از رفتارهای نامنظم سیستم را تعیین کردند. دی‌اسمیت و همکاران [5] یک مدل دو درجه آزادی با استهلاک ویسکوز را در نظر گرفتند و ناپایداری سیستم را به‌وسیله تئوری فلوکه بررسی کردند. مازای [6] به مطالعه درباره تشدید در سیستم انتقال قدرت پرداخت. مازای معادلات دیفرانسیل ناهمگن سیستم را که معادلاتی با دوره تناوب مشخص بود استخراج و به روش انرژی بررسی کرد. او مشخص کرد که سیستم چقدر می‌تواند در حالت تشدید بماند بدون آن‌که به آن آسیبی وارد شود. بولوت [8,7] جهت بررسی نوسانات و پایداری سیستم، یک مدل دویعدی غیرخطی را خطی‌سازی کرده، تحلیل پایداری آن را به‌کمک روش مندرمی انجام داد. سلطان‌رضایی و قضاوی [9] زوایای کاردان پایدار یک سیستم را به‌دست آوردند و به تحلیل عوامل موثر بر پایداری دینامیکی مجموعه از جمله اینرسی، استهلاک داخلی، سختی، سرعت دورانی و هندسه پرداختند.

اکنون کنترل و بهینه‌سازی سیستم محور بیش از پیش مورد توجه قرار گرفته است. کریستلو و کیم [10] به بهینه‌سازی یک سیستم دومحوره پرداختند. آن‌ها در نظر داشتند بین سه تابع هدف که عبارت بودند از حداکثر فضای کاری (زاویه مفصل)، حجم اشغال‌شده توسط مجموعه و هزینه سیستم محور، بهینه‌سازی انجام دهند. تان و همکاران [11] روش‌های کنترل سیستم فرمان را بررسی کردند. از اهداف آن‌ها بهینه‌سازی پیکربندی مفصل جهت بهبود جذب ارتعاشات تحت تاثیر تحریکات جاده بود. آسوکانتان و همکاران [12] به کنترل ارتعاشات سیستم محور به‌وسیله روش‌های انتساب قطب¹ پرداختند. آن‌ها معادلات سیستم را استخراج و خطی نمودند. همچنین به‌وسیله انتقال لیاپانوف، معادلات حاکم را که دارای ضرایب متغیر با زمان بود به فرم مناسبی جهت کنترل درآوردند. شبیه‌سازی عددی نشان داد که کنترل‌گر نتایج مناسبی به‌دست می‌دهد. آمر و همکاران [13] سیستم محرکه یک دستگاه نورد شامل محور، دیسک اینرسی دوار و مفصل کاردان را بررسی کردند. آن‌ها مدلی مانند [14] در نظر گرفتند. هدف آن‌ها کنترل نوسانات بود و به‌دلیل ساده‌سازی، سیستم را با در نظر گرفتن یک درجه آزادی مدل کردند. سپس حل تقریبی معادلات و تعیین پاسخ فرکانسی انجام دادند و در نهایت ارتعاشات سیستم را به‌روش کنترل فعال و با داشتن پسخورد سرعت منفی² کنترل نمودند.

در مقالات مذکور، پژوهشگران به مطالعه سیستم‌هایی با دو محور پرداخته بودند که حداکثر دارای دو درجه آزادی پیچشی می‌باشند. روش‌های کنترلی مذکور نیز برای چنین سیستم‌هایی مناسب بودند. از سوی دیگر، در بسیاری از سیستم‌های محور لازم است انتقال سرعت و گشتاور به خارج از صفحه انجام شود. همچنین گاهی به علت زیاد شدن طول محورها (معمولاً بیش از یک و نیم متر) و یا لزوم داشتن چند خروجی، استفاده از محورهای بیشتری ضروری است که درجات آزادی بیشتری دارد و کنترل آن نیز حائز اهمیت است. ازجمله کاربردهای سیستم انتقال قدرت سه‌محوره، در خودروهای سنگین می‌باشد؛ علاوه بر این، کاربرد دیگر آن در شرایطی است که سیستم، محدودیت فیزیکی دارد و نمی‌توان با استفاده از تنها دو محور (و

¹ Pole assignment technique

² Negative velocity feedback

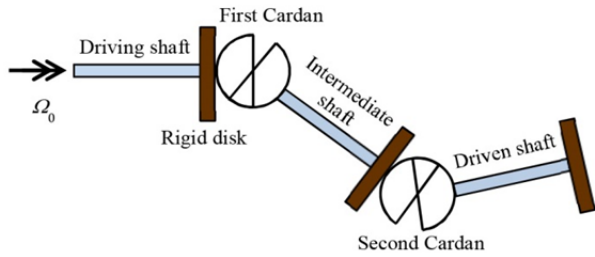


Fig. 1 Schematic of three-axis Cardan system: the first and third shafts can be in different planes

شکل 1 شماتیک سیستم کاردان سه‌محوره: محور راننده و پیرو می‌توانند در صفحات مختلف باشند

ورودی سیستم از طریق موتور الکتریکی یا چرخ طیار منتقل می‌شود و به همین دلیل، سرعت ورودی ثابت در نظر گرفته می‌شود. همچنین با توجه به وجود سه محور، انتقال حرکت به خارج از صفحه امکان‌پذیر است. روابط حاکم بر سینماتیک چهارشاخ کاردان نشان می‌دهد این مفصل دارای رفتار غیرخطی است و با افزایش زاویه آن یا همان ناهم‌راستایی بین محورها، اثرات غیرخطی افزایش می‌یابد. با توجه به سینماتیک پیچیده مسئله سه‌محوره، در زوایایی از مفصل که بیش از هشت درجه نباشند، مقدار خطای صرف نظر از اثرات غیرخطی یا اختلاف سرعت ورودی و خروجی مفصل، یک درصد و خطای انباشته حداکثر دو درصد است. همچنین مقدار خطای انباشته در شرایطی که بیشینه زاویه ناهم‌راستایی برابر شش درجه باشد از یک درصد تجاوز نمی‌کند. بنابراین در زوایای ناهم‌راستایی محدود که در سیستم کاردان خودرو معمول است، اثرات غیرخطی تغییر سرعت در مفصل ناچیز است و می‌توان از آن چشم‌پوشی کرد. لازم به ذکر است محدوده کاری در بسیاری از سیستم‌های مکانیکی شامل مکانیزم کاردان [5, 14, 22, 21]، زوایای محدود می‌باشد. پژوهش‌های دیگری نیز در این باره انجام شده است [23-28]. حال با خطی‌سازی مدل، معادلات دیفرانسیل حرکت به صورت (7-9) خواهد شد.

$$J_1 \ddot{\theta}_1 + c_1 \dot{\theta}_1 - c_2 \dot{\theta}_2 + k_1 \theta_1 - k_2 \theta_2 = T_{in} \quad (7)$$

$$J_2 (\ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_1) + c_2 \dot{\theta}_2 - c_3 \dot{\theta}_3 + k_2 \theta_2 - k_3 \theta_3 = 0 \quad (8)$$

$$J_3 (\ddot{\theta}_3 + \ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_1) + c_3 \dot{\theta}_3 + k_3 \theta_3 = 0 \quad (9)$$

روابط (7-9) تشکیل دستگاه معادلات دیفرانسیل متیوهیل با ضرایب متناوب می‌دهند. ماتریس‌های معادل اینرسی، میرایی و سختی پیچشی سیستم قابل استخراج هستند که به ترتیب در روابط (10-12) ذکر شده‌اند.

$$I = \begin{bmatrix} J_1 & 0 & 0 \\ J_2 & J_2 & 0 \\ J_3 & J_3 & J_3 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$C_{tor} = \begin{bmatrix} c_1 & -c_2 & 0 \\ 0 & c_2 & -c_3 \\ 0 & 0 & c_3 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$K_{tor} = \begin{bmatrix} k_1 & -k_2 & 0 \\ 0 & k_2 & -k_3 \\ 0 & 0 & k_3 \end{bmatrix} \quad (12)$$

در جدول 1، مقدار پارامترهای سیستم و میزان نامعینی ساختاریافته هر یک از آن‌ها ذکر شده است که در مجموع عدم قطعیت قابل توجهی است.

روش مقاوم سنتز میو، کنترل‌گرهایی طراحی شده است. آنگاه با تحلیل نتایج پیاده‌سازی سه کنترل‌کننده، میزان تاثیر آن‌ها بر عمل‌کرد و پایداری مقاوم مدل کاهش مرتبه یافته سیستم در قالب گراف‌هایی ارائه شده است. در نهایت، اثر پیاده‌سازی سه کنترل‌گر H_2/H_∞ ، H_∞ و کاهش مرتبه‌یافته سنتز میو بر عمل‌کرد مقاوم مدل نامی، بررسی و مقایسه شده است.

در این پژوهش فرض شده است که مفصل‌ها ایده‌آل (فاقد لقی، اصطکاک و استهلاک) باشند. همچنین محورها بالانس در نظر گرفته شده‌اند و از اینرسی اجزای سیستم نسبت به دیسک‌های دوار صرف‌نظر شده است. سرعت دورانی ورودی به سیستم (سرعت محور راننده) نیز مقداری ثابت فرض شده است.

2- معادلات دینامیکی حاکم بر رفتار سیستم

در این مدل سه‌محور وجود دارد که محوره‌های راننده، واسط و پیرو نامیده شده‌اند. زوایای ناهم‌راستایی (اختلاف زاویه محورها با یکدیگر) در "شکل 1" نشان داده شده است. هر محور دارای یک درجه آزادی پیچشی است که در مجموع سیستم دارای سه درجه آزادی بوده و توانایی انتقال حرکت به خارج از صفحه را دارد. هر محور دارای سختی پیچشی و استهلاک ویسکوز پیچشی است و به یک دیسک با اینرسی دورانی در انتهای سمت راست متصل گشته است. معادلات دیفرانسیل ارتعاش پیچشی سیستم دیسک-محور متصل با مفصل‌های کاردان به روش ترکیبی نیوتون-اولر قابل استخراج است که نیاز به درک کامل سینماتیک پیچیده مسئله دارد و در نهایت طبق روابط ذیل (1-3) می‌باشد.

$$T_{in} = J_1 \ddot{\theta}_1 + (c_1 \dot{\theta}_1 - \varepsilon_1 c_2 \dot{\theta}_2) + (k_1 \theta_1 - \varepsilon_1 k_2 \theta_2) \quad (1)$$

$$0 = J_2 (\ddot{\theta}_2 + \varepsilon_1 \ddot{\theta}_1 + \varepsilon_1 (\Omega_0 + \dot{\theta}_1)) + (c_2 \dot{\theta}_2 - \varepsilon_2 c_3 \dot{\theta}_3) + (k_2 \theta_2 - \varepsilon_2 k_3 \theta_3) \quad (2)$$

$$0 = J_3 (\ddot{\theta}_3 + \varepsilon_2 (\ddot{\theta}_2 + \varepsilon_1 \ddot{\theta}_1 + \varepsilon_1 (\Omega_0 + \dot{\theta}_1)) + \varepsilon_2 (\dot{\theta}_2 + \varepsilon_1 (\Omega_0 + \dot{\theta}_1))) + c_3 \dot{\theta}_3 + k_3 \theta_3 \quad (3)$$

نسبت انتقال سرعت در چهارشاخ کاردان بستگی به سرعت دورانی ورودی و زاویه مفصل دارد و به صورت روابط (4-6) است [1].

$$\varepsilon_i = \frac{\cos \beta_i}{1 - \sin^2 \beta_i \sin^2 \varphi_i}; i = 1, 2 \quad (4)$$

$$\varphi_i = \Omega_0 t + \theta_i; i = 1, 2 \quad (5)$$

$$\varepsilon_i = \Omega_{out-i} / \Omega_{in-i}; i = 1, 2 \quad (6)$$

چنان‌که ملاحظه می‌شود، معادلات حاکم بر ارتعاشات پیچشی سیستم کاردان به صورت غیرخطی و دارای ضرایب وابسته به زمان می‌باشند، این امر به دلیل وجود مفصل کاردان و رفتار ذاتی آن است که غیرخطی است. استخراج معادلات در سیستم‌های دوماحوره صورت گرفته است ولی در سیستم‌های سه محوره به دلیل وجود دو مفصل و نوسانی بودن سرعت محور دوم و در نتیجه پیچیدگی مضاعف مسئله، روابط به‌دردت و با شرایط خاصی استخراج شده‌اند. بنابراین روابط (1-3) یکی از مدل‌های جامع ارائه شده تاکنون می‌باشد.

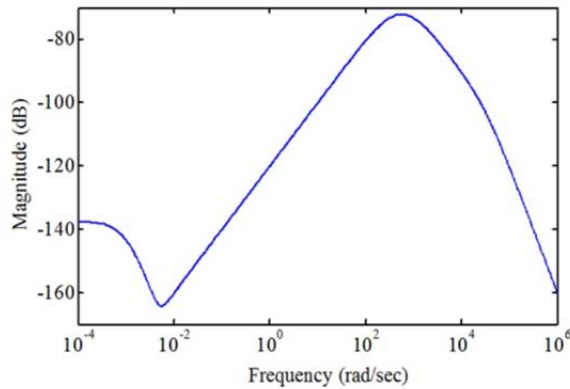


Fig. 2 Frequency response of nominal model of system

شکل 2 پاسخ فرکانسی مدل نامی سیستم

"شکل 3" تاثیر اینرسی دیسک‌ها بر رفتار سیستم را نشان می‌دهد، میزان تغییرات سیستم (ناشی از عدم قطعیت اینرسی) قابل توجه است. هرچند در بعضی فرکانس‌ها تطابق نمودارها زیاد است و عدم تطابق با افزایش فرکانس کاهش می‌یابد، تاثیر نامعینی قابل اغماض نمی‌باشد.

حال با رسم پاسخ فرکانسی، به بررسی حساسیت سیستم به‌ازای تغییرات سختی مجموعه پرداخته می‌شود. "شکل 4" تاثیر سختی پیچشی محورها بر رفتار سیستم را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود حساسیت سیستم نسبت به تغییر این پارامتر به‌خصوص در فرکانس‌های متوسط و بالا (بیش از یک‌صدم رادیان بر ثانیه) که محدوده کاری به حساب می‌آیند ناچیز است. بنابراین با وجودی که اثر سختی در فرکانس‌های پایین قابل ملاحظه است، بنابر شرایط بکارگیری مدنظر در سیستم کاردان، حساسیت نسبت به آن لحاظ نمی‌شود. "شکل 5" تاثیر میرایی پیچشی محورها بر رفتار سیستم محور را نشان می‌دهد و مشاهده می‌شود تغییرات قابل توجه است. اگرچه با افزایش فرکانس، اثر عدم قطعیت کاهش می‌یابد، اعمال این نامعینی نیز حائز اهمیت است.

در عمل سیستم محور می‌تواند به‌صورت ترکیبی با دیگر سیستم‌های انتقال قدرت از قبیل تسمه و پولی، چرخ و زنجیر و جعبه‌دنده به‌کار گرفته شود. در این صورت، دیسک‌های نشان‌داده‌شده در "شکل 1" می‌توانند معرف پولی یا چرخ‌دنده باشند. همچنین با توجه به اینکه محورها و مفصل‌ها نیز دارای اینرسی می‌باشند، عدم قطعیت در اینرسی، نشان‌دهنده لحاظ کردن تاثیرات موارد فوق در مدلسازی و تحلیل سیستم است. از سوی دیگر، بعضی عوامل در سیستم محور وجود دارند که باعث ایجاد استهلاک جزئی در آن می‌شوند ولی معمولاً از مدلسازی آن‌ها صرف‌نظر می‌شود. استهلاک در مفصل‌ها (به‌علت ایده‌آل نبودن آن‌ها) و در یاتاقان‌ها از جمله این موارد است که می‌توان اثرات آن را در عدم قطعیت میرایی سیستم مدل کرد.

2-3- انتخاب سیستم نامی

به‌منظور انتخاب سیستم نامی با توجه به ترجیح پایین بودن مرتبه آن، جهت پایین بودن مرتبه کنترل‌کننده‌های طراحی شده و عدم دشواری و پیچیدگی در تعیین توابع وزنی، با ساده‌سازی و حذف قطب دور از مبدأ و در نتیجه اصلاح ضریب بهره به مدل کاهش مرتبه‌یافته می‌توان رسید. این مدل مطابق رابطه (18) با سه قطب برای سیستم لحاظ شده است. "شکل 6" جهت مقایسه مدل کاهش مرتبه‌یافته با مدل نامی ارائه شده و نشان می‌دهد هر دو مدل، در فرکانس کاری رفتار تقریباً مشابه و تطابق قابل قبولی دارند.

جدول 1 مقدار پارامترهای سیستم و میزان نامعینی آن‌ها [20,17]

Table 1 The value of system parameters and amount of their uncertainty [17, 20]

عنوان	مقدار نامی و میزان نامعینی	نماد
اینرسی دورانی دیسک اول	$100 \pm 10\%$ (kgm ²)	J_1
اینرسی دورانی دیسک دوم	$100 \pm 10\%$ (kgm ²)	J_2
اینرسی دورانی دیسک سوم	$1000 \pm 10\%$ (kgm ²)	J_3
سختی پیچشی محور اول	$100 \pm 10\%$ (kgm ² s ⁻²)	k_1
سختی پیچشی محور دوم	$100 \pm 10\%$ (kgm ² s ⁻²)	k_2
سختی پیچشی محور سوم	$100 \pm 10\%$ (kgm ² s ⁻²)	k_3
استهلاک پیچشی محور اول	$0.1 \pm 10\%$ (kgm ² s ⁻¹)	c_1
استهلاک پیچشی محور دوم	$0.1 \pm 10\%$ (kgm ² s ⁻¹)	c_2
استهلاک پیچشی محور سوم	$0.1 \pm 10\%$ (kgm ² s ⁻¹)	c_3
گشتاور ورودی	10000 (Nm)	T_{in}

2-1- تشکیل فرم فضای حالت

حال با در نظر گرفتن متغیرهای حالت ذیل، فرم فضای حالت سیستم قابل تشکیل است.

$$x_1 = \theta_1, x_2 = \dot{\theta}_1, x_3 = \theta_2, x_4 = \dot{\theta}_2, x_5 = \theta_3, x_6 = \dot{\theta}_3 \quad (13)$$

$$A = \begin{bmatrix} Ze_{3 \times 3} & Un_{3 \times 3} \\ -C_{tor}I^{-1} & -K_{tor}I^{-1} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 12 & 11 & 10 & 12000 & 11000 & 10000 \\ 11 & 11 & 10 & 11000 & 11000 & 10000 \\ 10 & 10 & 10 & 10000 & 10000 & 10000 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$B^T = [0 \ 0 \ 0 \ 10000 \ 0 \ 0] \quad (15)$$

$$C = [1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0] \quad (16)$$

تنها ورودی سیستم گشتاور است و خروجی سیستم، موقعیت زاویه‌ای هر سه محور است. تابع تبدیل مدل نامی با توجه به صفر بودن ماتریس پیشخور سیستم، به‌صورت رابطه (17) خواهد شد.

$$G(s) = \frac{(s - 0.00658)(s + 0.001)(s^2 + 0.00558s + 0.000038)}{0.0001(s + 31720)(s + 951.3)(s + 331.4)(s + 0.001)^3} \quad (17)$$

دیاگرام بود شامل پاسخ فرکانسی مدل نامی، در "شکل 2" آمده است.

2-2- شناسایی میزان حساسیت پارامترهای سیستم نسبت به عدم قطعیت

به‌علت این‌که کلیه پارامترهای سیستم دارای نامعینی می‌باشند، برای بررسی تاثیر هر یک از نامعینی‌های ساختاریافته، مقدار آن در محدوده کمینه و بیشینه تغییر داده شده و نتایج ارائه می‌شود. پارامترهای نامعین به سه دسته ممان اینرسی دیسک‌ها، ضریب سختی محورها و ضریب میرایی آن‌ها تقسیم می‌شوند. در ادامه، تاثیر هر سه دسته نامعینی بر سیستم با ترسیم دیاگرام بود به‌ازای مقادیر کمینه و بیشینه و متوسط هر پارامتر بررسی خواهد شد.

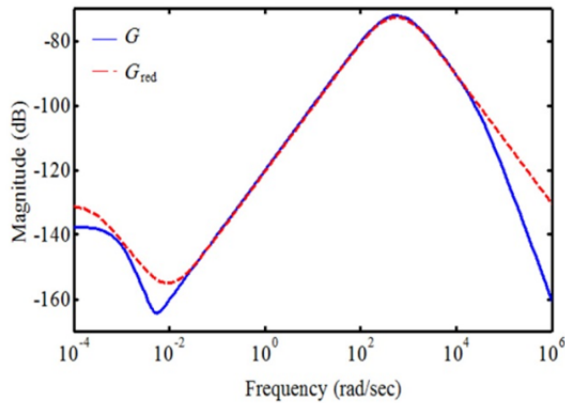


Fig 6. Comparison of frequency response of reduced order model G_{red} with nominal model G

شکل 6 مقایسه پاسخ فرکانسی مدل کاهش مرتبه‌یافته G_{red} با مدل نامی G

$$P = P_0(1 + \Delta W) \rightarrow \Delta W = \frac{P}{P_0} - 1 \xrightarrow{\| \Delta \|_{\infty} \leq 1} |W| \geq \left| \frac{P}{P_0} - 1 \right| \quad (19)$$

حال با داشتن پروفیل نامعینی، تابع وزنی به‌نحوی انتخاب می‌شود که برای نامعینی‌ها یک کران بالا و تا جای ممکن به آن‌ها نزدیک باشد. بدین ترتیب برای پروفیل نامعینی ضربی، کران بدست می‌آید. البته به‌منظور سه کردن تابع تبدیل وزنی، یک قطب دور به آن افزوده می‌گردد. پروفیل نامعینی به‌ازای بیشینه و کمینه همه خانواده‌های عدم قطعیت در "شکل 7" رسم شده است. در نهایت تابع تبدیل نامعینی مطابق رابطه (20) خواهد شد.

$$W_t(s) = 0.0005 \frac{s+1}{s+250} \quad (20)$$

3- طراحی کنترلگر

در این بخش، طراحی کنترل‌گری که دارای پایداری مقاوم و عمل‌کرد مناسب باشد مد نظر است. بدین منظور از سه روش مرسوم بهینه‌سازی H_{∞} ، تلفیقی H_2/H_{∞} و پایداری مقاوم سنتز میو استفاده می‌شود.

3-1- طراحی کنترل‌گر بهینه H_{∞}

در این بخش، طراحی کنترل‌گری بهینه با عمل‌کرد مقاوم به روش H_{∞} مد نظر است. برای این هدف، مسئله طراحی بهینه چند هدفه را به‌فرم مسئله عمومی تنظیم (شکل 8) تبدیل نموده و با انتخاب توابع وزنی مناسب، کنترل‌گر بهینه H_{∞} طراحی خواهد شد. در بهینه‌سازی، عمل‌کرد و پایداری مقاوم با وجود محدودیت در کنترل‌گرها، طبق رابطه (21) بدست می‌آید.

$$\|T_{WZ}\|_{\infty} = \|W_s S, W_u U, W_t T\|_{\infty} = \gamma < 1 \quad (21)$$

به‌منظور عمل‌کرد مناسب در سیستم باید فراجش سیستم کمتر از ده درصد و زمان نشست کمتر از سه ثانیه باشد. با در نظر گرفتن سیستم حلقه بسته‌ای دارای دینامیک غالب مرتبه دو، تابع وزنی عمل‌کرد طبق روابط (22-24) تعیین می‌شود.

$$\exp\left(\frac{-\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right) < 0.1 \rightarrow \xi > 0.591 \quad (22)$$

$$\frac{4}{\xi\omega_n} < 3 \xrightarrow{\xi=0.6} \omega_n > 2.222 \quad (23)$$

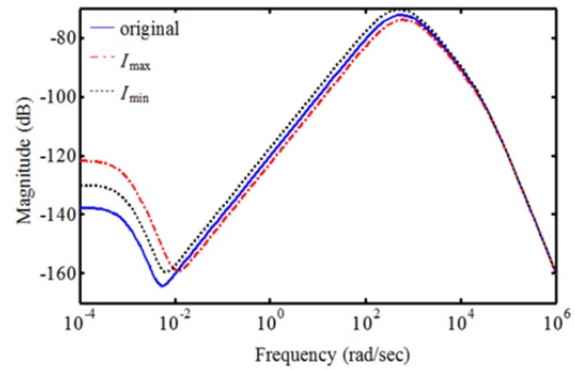


Fig 3. Changes of frequency response of nominal model for minimum and maximum values of inertia moment

شکل 3 تغییرات پاسخ فرکانسی مدل نامی در مقادیر کمینه و بیشینه ممان اینرسی

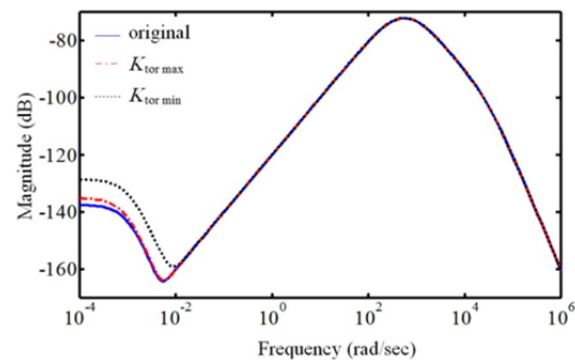


Fig 4. Changes of frequency response of nominal model for minimum and maximum values of stiffness

شکل 4 تغییرات پاسخ فرکانسی مدل نامی در مقادیر کمینه و بیشینه سختی

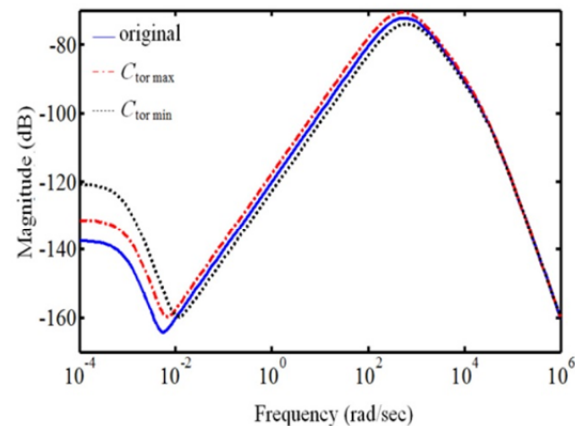


Fig 5. Changes of frequency response of nominal model for minimum and maximum values of damping

شکل 5 تغییرات پاسخ فرکانسی مدل نامی در مقادیر کمینه و بیشینه میرایی

$$G_{red} = \frac{3(s - 0.0107)(s + 0.008)}{10(s + 951.3)(s + 331.4)(s + 0.00028)} \quad (18)$$

4-2- انتخاب توابع وزنی

در این بخش بر مبنای فیزیک مسئله، پارامترها و نامعینی‌ها بررسی شده، توابع وزنی نامعینی ضربی تعیین می‌گردد. به‌منظور تجمیع نامعینی‌ها در یک بلوک می‌توان از نامعینی ضربی استفاده نمود. در این حالت می‌توان نوشت

در تابع رابطه (27) مقادیر بهره و نیز مکان دو قطب به‌صورت پارامتری است تا در هنگام بهینه‌سازی، کنترل‌گر مطلوب با تغییر آن‌ها تعیین گردد. در حالت کلی باید سعی شود قطب‌های افزوده شده نزدیک به مبدا نباشند.

به‌منظور محدود کردن سیگنال کنترلی، یک تابع وزنی به نام سیگنال تلاش کنترلی تعریف می‌شود تا با تغییر آن بتوان به اهداف کنترلی رسید. در ابتدا این تابع به‌صورت ساده‌ای تعریف می‌شود. حال، سیستم کاهش مرتبه‌یافته به‌وسیله تابع تبدیل نامی و توابع وزنی تشکیل می‌شود.

$$W_u = a \quad (28)$$

حال به‌منظور بررسی و کنترل سیستم از روش بهینه H_∞ استفاده خواهد شد و در تنظیمات آن، روش حل ریکاتی انتخاب می‌شود. پس از حل مسئله H_∞ مقدار گامای بهینه به‌دست می‌آید.

در "شکل 10"، پاسخ فرکانسی منحنی مقادیر تکین حلقه بسته سیستم ارائه شده است. این شکل به‌ازای چندین سعی و خطا به‌منظور یافتن مقادیر مناسب برای پارامترهای مختلف توابع وزنی سیگنال تلاش کنترلی و عمل‌کرد ترسیم شده است به‌نحوی که مقدار گاما کوچکتر از یک شود. منحنی بیشینه مقدار تکین حلقه بسته بر دیگر منحنی‌ها سوار است. مشاهده می‌شود منحنی‌ها پایینتر از مقدار واحدند و بنابراین سیستم حلقه بسته دارای پایداری مقاوم است. منحنی دوم که نمایش‌دهنده تابع وزنی عمل‌کرد $W_s S$ سیستم است در فرکانس‌های پایین مقدار زیادی دارد ولی در فرکانس‌هایی که مقدار منحنی سوم افزایش می‌یابد، مقدار آن کاهش می‌یابد. این امر نشان‌دهنده شکل مناسب توابع تبدیل و مسئله تعادل¹ یا حالت توازن می‌باشد به‌نحوی که در فرکانس‌هایی که مقدار یکی بیشینه است، مقدار دیگری کمینه است. وجود تختی نسبی در بازه فرکانسی بزرگی در "شکل 10" (بیشینه مقدار تکین حلقه بسته) حاکی از مناسب بودن طراحی است. مقدار تلاش کنترلی برابر سه صدم و تابع وزنی عمل‌کرد مطابق رابطه (29) است.

$$W_s = 0.02 \frac{s^2 + 3.6s + 9}{(s + 0.26)(s + 3.6)(s + 0.18)} \quad (29)$$

3-2- طراحی کنترل‌گر تلفیقی H_2/H_∞

ابتدا درمورد اساس روش H_2/H_∞ توضیحاتی ارائه می‌شود. توابع تبدیل $W_s S$ و $W_t T$ نشان‌دهنده رفتار سیستم هستند. تابع تبدیل $W_u U$ جهت بررسی تلاش کنترلی به مسئله بهینه‌سازی افزوده شده و به مقدار سیگنال ورودی وابسته است. بنابراین می‌توان از ترکیب نرم بی‌نیابت برای دو تابع تبدیل اول و دوم و نرم دو برای مهار سیگنال کنترلی بهره برد. در واقع بهینه‌سازی تنها در فضای H_∞ انجام می‌شود و هدف از آن ایجاد تعادل و بهینه‌سازی بین عمل‌کرد و پایداری مقاوم می‌باشد و نرم دو تابع تبدیل $W_u U$ به‌صورت یک محدودیت به‌شکل قید جبری در مسئله بهینه‌سازی اعمال می‌شود.

$$\gamma_{opt} = \min_{\gamma} \|W_s S, W_t T\|_\infty < 1, \|W_u U\|_2 < \gamma_2 = 1 \quad (30)$$

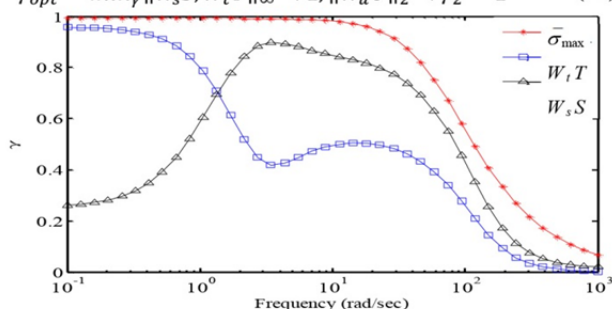


Fig. 10 The implementation results of H_∞ controllers on frequency response of reduced order model

شکل 10 نتایج پیاده‌سازی کنترل‌گر H_∞ بر پاسخ فرکانسی مدل کاهش مرتبه‌یافته

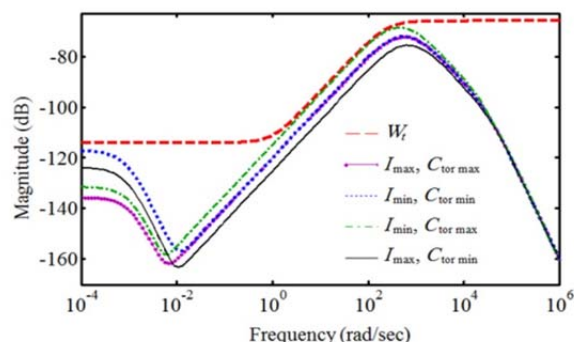


Fig. 7 Suitable upper bound W_t for weighting function for multiplicative uncertainty W

شکل 7 کران بالای مناسب W_t برای توابع وزنی نامعینی ضربی W

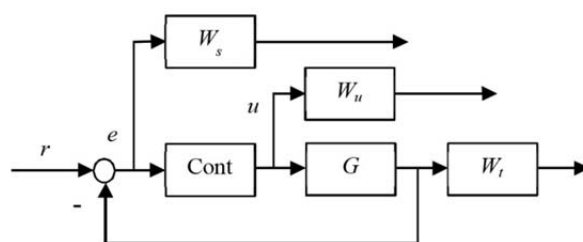


Fig. 8 Block diagram of closed-loop system

شکل 8 بلوک دیاگرام سیستم حلقه بسته

$$T(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \xrightarrow{\omega_n=3} T = \frac{9}{s^2 + 3.6s + 9} \quad (24)$$

در "شکل 9"، پاسخ سیستم حلقه بسته به ورودی پله ترسیم شده است. در ملاحظه می‌شود با لحاظ تابع مکمل حساسیت رابطه (24)، خواسته‌های طراحی برآورده می‌شوند. حال به‌منظور طراحی سیستمی که دارای عمل‌کرد مناسب باشد، به محاسبه تابع وزنی پرداخته می‌شود.

$$S = 1 - T \rightarrow S(s) = \frac{s(s + 3.6)}{s^2 + 3.6s + 9} \quad (25)$$

$$W(s)_s \leq \frac{1}{S(s)} = \frac{s^2 + 3.6s + 9}{s(s + 3.6)} \quad (26)$$

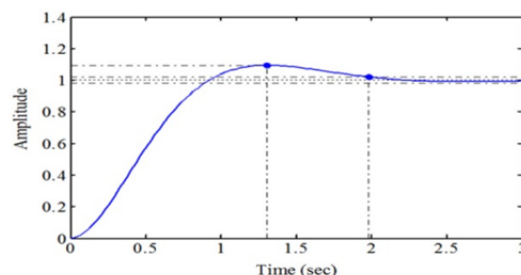


Fig. 9 Time history of the system response to a step function

شکل 9 تاریخچه زمانی پاسخ سیستم به ورودی تابع پله

با کمی تغییر مکان قطب روی مبدا تابع وزنی و نیز افزودن ضریب بهره حلقه و یک قطب برای داشتن تابع تبدیل اکیدا سره، تابع وزنی عمل‌کرد به فرم رابطه (27) درمی‌آید.

$$W_s = l \frac{s^2 + 3.6s + 9}{(s + m)(s + 3.6)(s + n)} \quad (27)$$

¹ trade off

حال، با تحلیل نتایج مشخص می‌شود عمل کرد H_{∞} تضمین‌شده¹ (گامای بهینه) کمتر از واحد ($\gamma_{opt}=0.980$) است که به معنی دستیابی به پایداری مقاوم با شاخص عمل کرد قبلی می‌باشد. منحنی مقادیر تکین حلقه بسته در قالب دیاگرام بود در "شکل 11" ترسیم شده است. کمتر از یک بودن مقادیر منحنی‌ها، نشان‌دهنده حصول پایداری مقاوم و عمل کرد مناسب است. ملاحظه می‌شود نقش عمده در مقدار تکین در فرکانس‌های پایین و بالا به ترتیب وابسته به نامعینی $W_s S$ و $W_i T$ است و توازن و تعادل به‌وضوح دیده می‌شود. مقدار تابع سیگنال تلاش کنترلی برابر یک‌هزارم فرض شده است.

3-3- طراحی کنترل‌گر به‌وسیله سنتز میو

در سیستم‌های دارای عدم قطعیت، برای برآورده شدن همزمان نیازهای طراحی یعنی پایداری مقاوم و عمل کرد مناسب، یا به عبارتی عمل کرد مقاوم سیستم، می‌توان از روش سنتز میو بهره برد. بدین منظور لازم است از مدل نامعینی سیستم استفاده شود و با جدا نمودن بلوک کنترل‌کننده سیستم، فرم عمومی تنظیم تهیه شود.

$$K_{red} = \frac{-1.0403(s + 0.0002767)(s + 0.4162)}{(s + 0.009069)(s^2 + 0.4513s + 0.05156)} \quad (33)$$

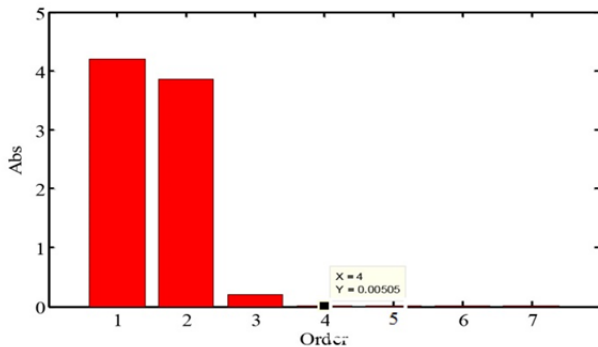


Fig. 12 Hankel singular values of 7-order controller (μ -synthesis method)

شکل 12 مقادیر تکین هانکل کنترل‌گر مرتبه هفت (روش سنتز میو)

حال به بررسی عمل کرد مقاوم با وجود دو کنترل‌گر سنتز میو در حالات معمولی (مرتبه هفت) و کاهش مرتبه‌یافته (مرتبه سه) پرداخته می‌شود (شکل 14). به‌ازای هر دو کنترل‌گر معمولی و کاهش مرتبه‌یافته به مرتبه سه، منحنی‌ها زیر مقدار واحدند و عمل کرد مقاوم سیستم، تضمین شده است.

4- نتایج

در این بخش، ارزیابی پاسخ کنترل‌گرها و تاثیر آن‌ها بر رفتار مدل اصلی یا نامی سیستم مد نظر است، بنابراین به بررسی و مقایسه پاسخ‌های سه روش به‌کار رفته یعنی H_2/H_{∞} ، H_{∞} و کاهش مرتبه‌یافته سنتز میو پرداخته می‌شود تا میزان پایداری مقاوم و عمل کرد مقاوم آن‌ها مشخص گردد.

4-1- پایداری مقاوم

به‌منظور ارزیابی تاثیر کنترل‌گرها بر رفتار سیستم و ایجاد پایداری مقاوم در مجموعه، از دستور پایداری مقاوم متلب² استفاده می‌شود. برای مقایسه نتایج، پاسخ فرکانسی حاصل از اعمال کنترل‌کننده‌های مختلف در "شکل 15" آمده است. فاصله قابل توجه قله منحنی‌ها از مقدار واحد (روی محور عمودی) نشان می‌دهد هر سه روش، معیار پایداری مقاوم را با حاشیه پایداری بالا تضمین می‌کند. البته داشتن پایداری مقاوم بخشی از نیازهای طراحی است.

4-2- عمل کرد مقاوم

هدف اصلی در طراحی سیستم‌های کنترلی در پژوهش حاضر، برآورده کردن همزمان پایداری مقاوم و عمل کرد مناسب (عمل کرد مقاوم) است. بررسی تاثیر سه روش مذکور در عمل کرد مقاوم سیستم حلقه بسته با دستور عملکرد مقاوم نرم‌افزار متلب³ قابل انجام است. نتایج در قالب پاسخ فرکانسی در "شکل 16" آمده است. ملاحظه می‌شود کنترل‌گر H_{∞} و سنتز میو کاهش مرتبه‌یافته همواره زیر واحد قرار دارند پس معیار عمل کرد مقاوم را تضمین

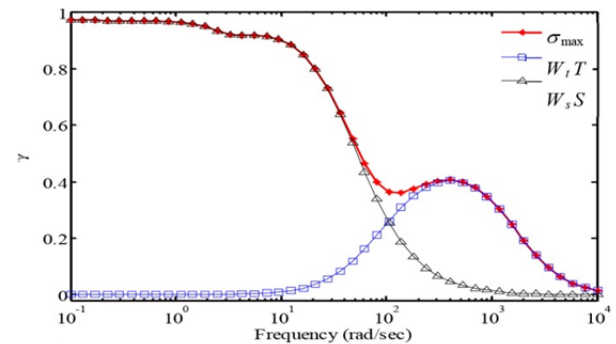


Fig 11. The implementation results of H_2/H_{∞} controllers on frequency response of reduced order model

شکل 11 نتایج پیاده‌سازی کنترل H_2/H_{∞} بر پاسخ فرکانسی مدل کاهش مرتبه‌یافته

در این‌جا مقدار سیگنال تلاش کنترلی برابر دو صدم در نظر گرفته می‌شود. از مدل نامعینی ضریبی استفاده می‌شود و تابع وزنی عمل کرد مشابه قسمت پیشین در نظر گرفته می‌شوند تا بتوان بین نتایج روش‌های بکارگیری شده، مقایسه دقیق‌تری انجام داد.

$$W_s = 0.019 \frac{s^2 + 3.6s + 9}{(s + 0.23)^2 (s + 3.6)} \quad (31)$$

با استفاده از نرم‌افزار متلب، کنترل‌گر سنتز میو قابل حصول است. درنهایت کنترل‌گر مرتبه هفتی طراحی شده است که بیشینه مقدار تکین ساختاریافته (میو) را که در تکرار اول بیش از واحد است به کمتر از یک کاهش می‌دهد، بنابراین عمل کرد مقاوم سیستم با وجود این کنترل‌گر تضمین خواهد شد. کنترل‌گری که عمل کرد مقاوم را برآورده می‌کند در رابطه (32) آمده است.

$$K = \frac{-115.0348(s + 951.3)(s + 331.4)(s + 3.603)}{(s + 0.4293)(s + 0.00028)(s + 250)((s + 3.6)(s + 4.698e005)(s + 0.23)^2(s + 0.009085)(s^2 + 97.86s + 18660))} \quad (32)$$

3-4- طراحی کنترل‌کننده کاهش مرتبه‌یافته سنتز میو

کنترل‌کننده بخش پیشین از مرتبه هفت بود که بهتر است از کنترل‌کننده‌هایی با مرتبه پایینتر در عین داشتن عمل کرد مقاوم استفاده شود. بدین منظور به بررسی مقادیر نرم هانکل پرداخته می‌شود تا در حالت کاهش مرتبه‌یافته، حداقل مرتبه مورد نیاز شناسایی شود (شکل 12).

² Robuststab
³ Robustperf

¹ Guaranteed H-inf performance

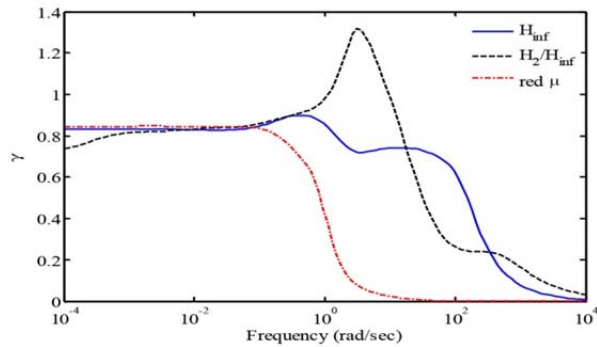


Fig. 16 The implementation results of controllers on robust performance of reduced order model

شکل 16 نتایج پیاده‌سازی کنترل‌گرها بر عمل‌کرد مقاوم مدل کاهش مرتبه‌یافته

3-4- بررسی عمل‌کرد مقاوم مدل نامی سیستم

تا این‌جا به سه روش مختلف، عمل‌کرد و پایداری مقاوم مدل کاهش مرتبه‌یافته سیستم G_{red} ، بررسی و اثرات آن مشاهده و تحلیل شد. حال، تأثیر سه کنترل‌گر مذکور بر مدل نامی G ، ارزیابی می‌شود. نقش کنترل‌گرها بر عمل‌کرد مقاوم سیستم حلقه بسته در "شکل 17" نشان داده شده است. ملاحظه می‌شود کنترل‌گر تلفیقی H_2/H_∞ که در بازه فرکانسی محدودی قادر به تأمین عمل‌کرد مقاوم سیستم کاهش مرتبه‌یافته نبود (شکل 16)، در فرکانس گسترده‌تری نمی‌تواند عمل‌کرد مقاوم سیستم اصلی را تضمین کند. در مورد دو کنترل‌گر دیگر، کنترل‌کننده H_∞ و سنتز میو کاهش مرتبه‌یافته چنان‌که معیار عمل‌کرد مقاوم را در سیستم کاهش مرتبه‌یافته برآورده می‌کردند، در سیستم اصلی نیز تضمین می‌کنند. در مقایسه بین این دو کنترل‌گر، عمل‌کرد مقاوم کنترل‌کننده‌های سنتز میو کاهش مرتبه‌یافته و H_∞ تفاوت مشهودی وجود ندارد. نکته قابل ذکر، دشواری یافتن توابع وزنی مناسب در روش بهینه‌سازی H_∞ می‌باشد. چنان‌که ذکر شده است، در پژوهش حاضر نیز این توابع وزنی با دشواری و با سعی و خطای زیادی تعیین شدند و به دلیل وجود پارامترهای متغیر متعدد در این توابع تبدیل، روند مشخصی برای یافتن آن‌ها و بهینه‌سازی وجود ندارد. ولی در روش سنتز میو که به منظور طراحی کنترل‌کننده با معیار عمل‌کرد مقاوم است، کنترل سیستم و تعیین کنترل‌گر با عمل‌کرد مقاوم با روالی مشخص انجام می‌شود.

4-4- پاسخ فرکانسی

جهت تکمیل تحلیل سه روش مذکور و کنترل‌کننده‌های طراحی شده، پاسخ فرکانسی آن‌ها در قالب دیاگرام بود ارائه شده است (شکل 18). تفاوت در رفتار بهره کنترل‌گر H_2/H_∞ با دو کنترل‌گر دیگر موجب کاهش عمل‌کرد آن در نیل به عمل‌کرد مقاوم است.

چنان‌که ملاحظه می‌شود رفتار بهره کنترل‌کننده‌های H_∞ و سنتز میو کاهش مرتبه‌یافته به هم شبیه است ولی کنترل‌گر H_2/H_∞ ، به خصوص در فرکانس‌هایی که نمی‌تواند عمل‌کرد مقاوم سیستم را تضمین کند، تشابه کمتری به آن دو دارد. علت تشابه در رفتار کنترل‌گرهای H_∞ و سنتز میو، شباهت در قطب‌ها و صفرهای دو سیستم کنترلی می‌باشد. در فرکانس‌های پایین که اختلاف بهره دو کنترل‌گر H_∞ و سنتز میو با H_2/H_∞ زیاد است، مقدار اختلاف در عمل‌کرد مقاوم دو کنترل‌گر H_∞ و سنتز میو کاهش مرتبه‌یافته با H_2/H_∞ مشهود است (شکل 17).

لازم به ذکر است در این تحقیق، مسیر مطلوب¹ در طراحی هر کنترل‌گر به‌نحوی در نظر گرفته شد که اهداف مد نظر به ساده‌ترین صورت و با صرف حداقل زمان و تلاش محقق گردند. بدین منظور ابتدا از مدل کاهش

می‌کنند ولی کنترل‌گر H_2/H_∞ در بعضی فرکانس‌ها مقداری بیش از یک دارد و بنابراین از عمل‌کرد مقاوم برخوردار نیست. در مقایسه بین دو کنترل‌گر دیگر، عمل‌کرد مقاوم کنترل‌گر کاهش مرتبه‌یافته سنتز میو از H_∞ بهتر است.

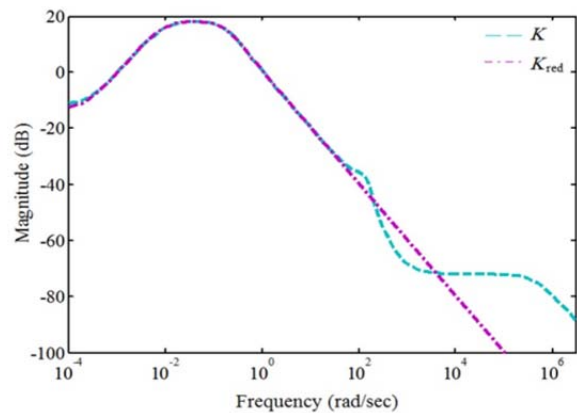


Fig. 13. The implementation results of 7-order and 3-order controllers (μ -synthesis method) on frequency response of reduced order model

شکل 13 نتایج پیاده‌سازی کنترل‌گرهای مرتبه هفت و سه (روش سنتز میو) بر پاسخ فرکانسی مدل کاهش مرتبه‌یافته

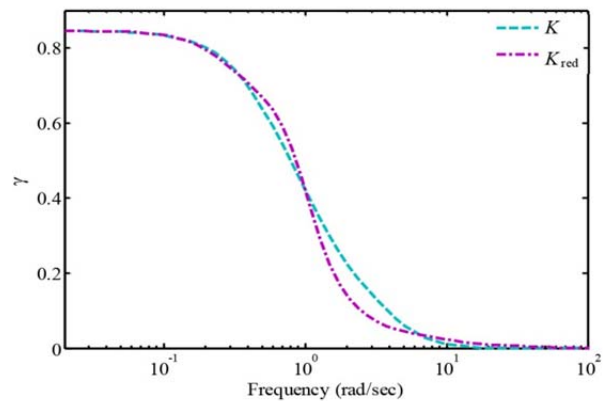


Fig. 14 The implementation results of 7-order and 3-order controllers (μ -synthesis method) on robust performance of reduced order model

شکل 14 نتایج پیاده‌سازی کنترل‌گرهای مرتبه هفت و سه (روش سنتز میو) بر عمل‌کرد مقاوم مدل کاهش مرتبه‌یافته

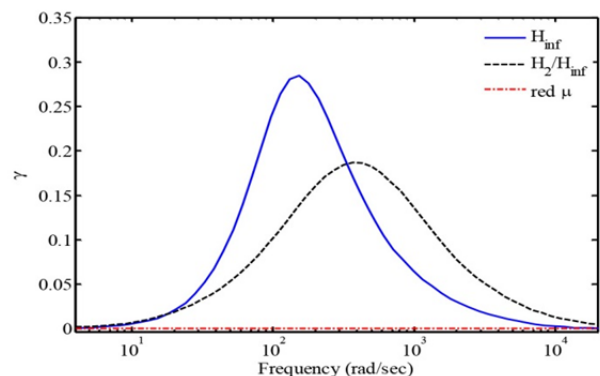


Fig. 15 The implementation results of controllers on robust stability of reduced order model

شکل 15 نتایج پیاده‌سازی کنترل‌گرها بر پایداری مقاوم مدل کاهش مرتبه‌یافته

¹ desire

5- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، یک سیستم دوار متصل با چهارشاخ‌های کاردان بررسی شده است که در آن، محورها انعطاف‌پذیر (غیر صلب) و دارای سختی و میرایی پیشگی هستند. به‌وسیله این سیستم، انتقال گشتاور در فضای سه‌بعدی و به خارج از صفحه امکان‌پذیر است هر چند به دلیل رفتار ذاتی مکانیزم کاردان، تحریک داخلی در مجموعه وجود دارد و نوسانات آن غیرخطی می‌باشد. هدف، مدلسازی ارتعاشات پیشگی و کنترل سیستم کاردان با پارامترهای نامعین بود. به‌علت وجود پارامترهای نامعین، روش کنترل مقاوم بکار گرفته شد و برای اولین بار برای سیستم‌های سه‌محوره کنترل‌گر طراحی شد. در اینجا شناسایی عدم قطعیت‌های تأثیرگذار، تعیین توابع وزنی نامعینی، همچنین امکان طراحی کنترل‌گرهایی جهت ایجاد عمل‌کرد مقاوم در سیستم و مقایسه نتایج پیاده‌سازی آن‌ها برای انتخاب بهترین کنترل‌گر مد نظر بود. بدین منظور معادلات دیفرانسیل غیرخطی حاکم استخراج و پس از بدست آوردن سیستم کاهش مرتبه‌یافته، توابع وزنی با توجه به پارامترهای حساس سیستم تعیین شدند. سپس بر مبنای مفاهیم سه روش بهینه‌سازی H_∞ ، تلفیقی H_2/H_∞ و سنتز میو که از جمله روش‌های متداول کنترل مقاوم‌اند به طراحی کنترل‌گر برای نیل به اهداف پایداری مقاوم و عمل‌کرد مناسب پرداخته شد و نتایج تحلیل شدند. همچنین کنترل‌کننده سنتز میو با مرتبه کمتر طراحی شده، عمل‌کرد مقاوم آن با دیگر کنترل‌گرها مقایسه شد. نتایج نشان داد کنترل‌گرهای حاصل از روش‌های H_∞ و سنتز میو قادر به تضمین عمل‌کرد مقاوم سیستم می‌باشند، حتی نتایج حاصل از کنترل‌کننده میوی کاهش مرتبه‌یافته نیز این امر را برآورده می‌کند. اما کنترل‌گر حاصل از روش H_2/H_∞ ، عمل‌کرد مقاوم مدل اصلی سیستم را برآورده نکرد، با اینکه در مدل کاهش مرتبه‌یافته پایداری مقاوم را تضمین کرده بود. لازم به ذکر است استفاده از روش H_∞ به علت وجود پارامترهای متعددی که باید در توابع وزنی تعیین شوند و فقدان ساختار دقیق برای طراحی توابع وزنی و نیز تعیین پارامترهای آن‌ها، پیچیده‌تر از روش سنتز میو است. بنابراین کنترل‌گر میو به‌خصوص نوع کاهش مرتبه‌یافته آن برای کنترل سیستم کاردان سه‌محوره پیشنهاد می‌شود.

6- فهرست علائم

a, l, m, n	متغیر بی‌بعد
A	ماتریس حالت سیستم
B	ماتریس ورودی سیستم
c	استهلاک پیشگی محور ($\text{kgm}^2\text{s}^{-1}$)
C	ماتریس خروجی سیستم
Cont	کنترل‌گر سیستم
C_{tor}	ماتریس میرایی پیشگی سیستم
D	ماتریس پیشخور سیستم
e	سیگنال خطا
G	تابع تبدیل سیستم
I	ماتریس اینرسی سیستم
J	اینرسی دورانی دیسک (kgm^2)
k	سختی پیشگی محور ($\text{kgm}^2\text{s}^{-2}$)
K	کنترل‌گر طراحی شده به روش سنتز میو
K_{tor}	ماتریس سختی پیشگی سیستم
P	سیستم با نامعینی ضربی
P_0	سیستم اولیه
r	سیگنال ورودی سیستم
s	متغیر فضای حالت

مرتبه‌یافته استفاده شد و توابع وزنی به‌نحوی تعریف شدند که تنها لازم باشد مقادیر توابع تبدیل وزن‌دار برای نیل به پایداری مقاوم و عملکرد مناسب از یک که در واقع مقدار مرجع می‌باشد کمتر شوند. همچنین طراحی‌ها به‌نحوی بود که رفتار ذاتی سیستم اعم از ارتعاشات پیشگی و نوسانات طبیعی آن باقی بماند و قیود اضافی بر سیستم اعمال نشوند. در مجموع، کنترل‌کننده‌ها چنان طراحی شده‌اند که سیستم را در مسیری قرار دهند تا با صرف کمترین داده‌ها شرایط مطلوب مسئله را برآورده نمایند.

در این تحقیق، طراحی کنترل‌گرها براساس ایجاد عملکرد مقاوم در سیستم کاردان صورت گرفته است و بنابراین اعمال آن‌ها پایداری مقاوم را با وجود عدم قطعیت‌های موجود تضمین می‌کند. سپس در طراحی کنترل‌کننده بهینه H_∞ ، این امر در فضای H_∞ و با توجه به تعریف تابع وزنی عملکرد W_s به‌نحوی انجام می‌گیرد که نرم بی‌نهایت توابع تبدیل وزن‌دار کوچکتر از واحد شود. لازم به ذکر است استفاده از این روش به علت فقدان ساختار دقیق برای طراحی توابع وزنی، کمی پیچیده است. در کنترل‌کننده تلفیقی H_2/H_∞ روال به‌همین صورت است با این تفاوت که در تابع تبدیل وزن‌دار که برای بررسی تلاش کنترلی است باید نرم دو کمتر از واحد باشد. بنابراین توابع تبدیل وزن‌دار که نشان‌دهنده رفتار ذاتی سیستم هستند در فضای نرم بی‌نهایت ارزیابی می‌شوند ولی تابع تبدیلی که مرتبط با مقدار ورودی به سیستم است به‌صورت قیدی جبری بر مسئله بهینه‌سازی و در فضای نرم دو در نظر گرفته می‌شود. در نهایت اگر خروجی سیستم پس از اعمال کنترل‌گرهای فوق کمتر از مقدار واحد شد، پایداری مقاوم تضمین شده است. در واقع یکی از پاسخ‌های سیستم که در محدوده خروجی‌های پایدار آن قرار دارد محقق شده است. موارد فوق در "شکل‌های 10، 11، 14 و 15" برای مدل کاهش مرتبه‌یافته و در "شکل‌های 16 و 17" برای مدل نامی نشان داده شده‌اند.

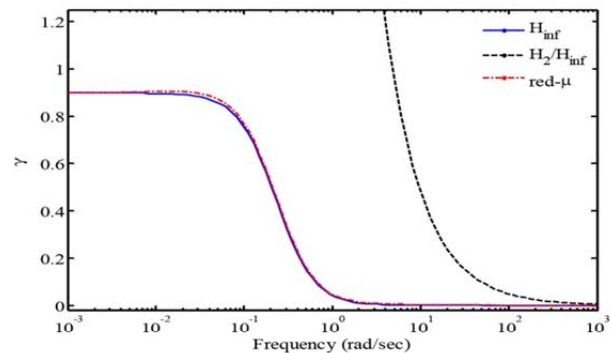


Fig. 17 The implementation results of controllers on robust performance of nominal model

شکل 17 نتایج پیاده‌سازی کنترل‌گرها بر عمل‌کرد مقاوم مدل نامی

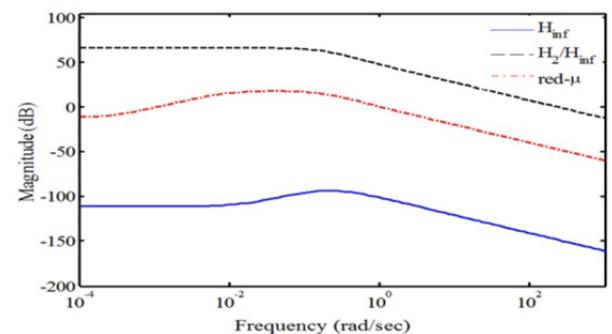


Fig. 18 The implementation results of controllers on frequency response

شکل 18 نتایج پیاده‌سازی کنترل‌گرها بر پاسخ فرکانسی

- [8] G. Bulut, Dynamic stability analysis of torsional vibrations of a shaft system connected by a Hooke's joint through a continuous system model, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 333, No. 16, pp. 3691-3701, 2014.
- [9] M. SoltanRezaee, M. R. Ghazavi, Obtaining stable cardan angles in rotating systems and investigating the effective parameters on system stability, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 12, pp. 163-170, 2015. (in Persian)
- [10] N. Cristello, I. Y. Kim, Multi-objective shape optimisation of an automotive universal joint assembly, *International Journal of Heavy Vehicle Systems*, Vol. 16, No. 3, pp. 271-293, 2009.
- [11] W. J. Tan, L. Yang, X. R. Wu, S. Zhang, Steering wheel shimmy optimization based on ODS analysis and experimental modal analysis, *Journal of Vibration Engineering*, Vol. 24, No. 5, pp. 498-504, 2011.
- [12] S. F. Asokanthan, X. H. Wang, S. H. Baik, Torsional vibration control of a Hooke's joint driven flexible shaft system, *ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, Quebec, Canada, p. V04AT04A011, 2014.
- [13] Y. Amer, A. El-Sayed, F. El-Bahrawy, Torsional vibration reduction for rolling mill's main drive system via negative velocity feedback under parametric excitation, *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 29, No. 4, pp. 1581-1589, 2015.
- [14] P. M. Shi, J. Z. Li, J. S. Jiang, L. Bin, et al., Nonlinear dynamics of torsional vibration for rolling mill's main drive system under parametric excitation, *Journal of Iron and Steel Research, International*, Vol. 20, No. 1, pp. 7-12, 2013.
- [15] J. E. Baker, Displacement-closure equations of the unspecialised double-Hooke's-joint linkage, *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 37, No. 10, pp. 1127-1144, 2002.
- [16] M. SoltanRezaee, M. R. Ghazavi, A. A. Jafari, Stability analysis of a three-axis power transmission system, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 1, pp. 35-44, 2014. (in Persian)
- [17] X. Jinli, S. Xingyi, P. Bo, Numerical analysis and demonstration: Transmission shaft influence on meshing vibration in driving and driven gears, *Shock and Vibration*, Vol. 501, p. 365084, 2015.
- [18] H. S. Song, W. K. Shi, Y. Long, F. X. Guo, et al., Multi-universal coupling phase modeling and optimization base on floor vibration control, *Key Engineering Materials*, Philadelphia: Trans Tech Publications, Vol. 474, pp. 669-675, 2011.
- [19] Z. X. Yang, Oscillation in electric power steering test torque due to universal joint angle and control strategy, *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 135, No. 5, pp. 051017, 2013.
- [20] H. D. Taghirad, M. Fathi, F. Zamani, *Robust Hinf Control*, pp. 200-300, KNTOosU Press, 2014. (in Persian)
- [21] H. DeSmidt, K. Wang, E. Smith, Stability of a segmented supercritical driveline with non-constant velocity couplings subjected to misalignment and torque, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 277, No. 4, pp. 895-918, 2004.
- [22] Y. Kang, Y. Shen, W. Zhang, J. Yang, Stability region of floating intermediate support in a shaft system with multiple universal joints, *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 28, No. 7, pp. 2733-2742, 2014.
- [23] M. SoltanRezaee, M. R. Ghazavi, A. Najafi, Mathematical modelling for vibration evaluation of powertrain systems, *Proceedings of the IASTED International Conference on Modelling, simulation and identification (MSI 2017)*, Calgary, Canada, July 19-20, pp. 73-79, 2017.
- [24] M. SoltanRezaee, A. A. Jafari, M. R. Ghazavi, Dynamic stability of a system including three shafts, *Proceedings of Second International Conference on Advances in Robotic, Mechanical Engineering and Design (ARMED 2012)*, Dubai, UAE, September 20-21, 2012.
- [25] M. SoltanRezaee, M. R. Ghazavi, Thermal, size and surface effects on the nonlinear pull-in of small-scale piezoelectric actuators, *Smart Materials And Structures*, Vol. 26, No. 9, p. 095023, 2017.
- [26] M. SoltanRezaee, M. R. Ghazavi, A. Najafi, S. Rahmanian, Stability of a multi-body driveshaft system excited through U-joints, *Meccanica*, Vol. 53, No. 5, pp. 1167-1183, 2018.
- [27] M. SoltanRezaee, M. R. Ghazavi, A. Najafi, Parametric resonances for torsional vibration of excited rotating machineries with nonconstant velocity joints, *Journal of Vibration and Control*, Vol. 24, No. 15, pp. 3262-3277, 2018.
- [28] M. Rahmani, A. Ghanbari, M. M. Etefagh, Robust adaptive control of a bio-inspired robot manipulator using bat algorithm, *Expert Systems with Applications*, Vol. 56, pp. 164-176, 2016.

S	تابع تبدیل حساسیت
t	زمان (s)
T	تابع تبدیل مکمل حساسیت
T_{in}	گشتاور ورودی سیستم (Nm)
u	سیگنال خروجی کنترل‌گر
U	تابع تبدیل خروجی کنترل‌گر نسبت به ورودی سیستم
Un	ماتریس واحد
W	اندازه تابع تبدیل نامعینی وزنی کلی
W_s	تابع وزنی عمل‌کرد
W_t	تابع تبدیل نامعینی ضربی انتخابی
W_u	تابع سیگنال تلاش کنترلی
x	حالت سیستم
Ze	ماتریس صفر

علائم یونانی

β	زاویه مفصل کاردان (rad)
γ	مقدار عمل‌کرد
γ_2	مقدار عمل‌کرد نرم دو
γ_{opt}	مقدار عمل‌کرد بهینه
Δ	فاصله تابع تبدیل نامعینی وزنی کلی
ε	نسبت انتقال سرعت مفصل کاردان
θ	مختصات پیچشی (درجه آزادی زاویه‌ای) (rad)
ξ	نسبت میرایی
σ	مقدار تکین حلقه بسته
φ	زاویه پیچشی نسبت به مختصات کلی (rad)
ω_n	فرکانس طبیعی (rads^{-1})
Ω	سرعت زاویه‌ای (rads^{-1})
Ω_0	سرعت زاویه‌ای ورودی سیستم (rads^{-1})

زیر نویس‌ها

in	ورودی
out	خروجی
red	کاهش مرتبه‌یافته
tor	پیچشی

7- مراجع

- [1] H. C. Seher-Thoss, F. Schmelz, E. Aucktor, *Universal Joints And Driveshafts: Analysis, Design, Applications*, pp. 5-9, Springer Science & Business Media, 2006.
- [2] S. Chang, Torsional instabilities and non-linear oscillation of a system incorporating a Hooke's joint, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 229, No. 4, pp. 993-1002, 2000.
- [3] S. Asokanthan, M. C. Hwang, Torsional instabilities in a system incorporating a Hooke's joint, *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 118, No. 3, pp. 368-374, 1996.
- [4] S. Asokanthan, P. Meehan, Non-linear vibration of a torsional system driven by a Hooke's joint, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 233, No. 2, pp. 297-310, 2000.
- [5] H. DeSmidt, K. Wang, E. Smith, Coupled torsion-lateral stability of a shaft-disk system driven through a universal joint, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 69, No. 3, pp. 261-273, 2002.
- [6] A. J. Mazzei, Passage through resonance in a universal joint driveline system, *Journal of Vibration and Control*, Vol. 17, No. 5, p. 667, 2011.
- [7] G. Bulut, Z. Parlar, Dynamic stability of a shaft system connected through a Hooke's joint, *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 46, No. 11, pp. 1689-1695, 2011.