



شبیه سازی عددی ناپایداری انگشتی لزج در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک وایت-متزنر در محیط های ناهمگن

حسنى شكرى¹، محمد حسن كيهانى²، محمود نوروزى^{3*}

1- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود
2- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود
3- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود
* شاهرود، صندوق پستی 316، 3619995161، mnorouzi@shahroodut.ac.ir

چکیده

در این مطالعه به بررسی ناپایداری انگشتی در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک به کمک روش طیفی و تبدیلات هارتلی در محیط ناهمگن پرداخته شده است. از مدل وایت-متزنر به عنوان معادله ساختاری استفاده شده است. این مدل به خوبی قادر به ارائه رفتار باریک شوندگی و الاستیک سیال ویسکوالاستیک می باشد. ناهمگنی محیط به دو صورت مختلف در نظر گرفته شده است. در حالت اول نفوذپذیری در مقطع عرضی به صورت نمایی کاهش می یابد. این حالت، ناهمگنی کاهشی نامیده شده است. در حالت دوم نفوذپذیری محیط ابتدا روند افزایشی خواهد داشت و در میانه مقطع عرضی به حداکثر مقدار خود می رسد و سپس کاهش می یابد. این نوع ناهمگنی، ناهمگنی سهموی نامیده شده است. نتایج شامل کانتورهای غلظت، منحنی های طول اختلاط و بازده جاروبی خواهد بود. می توان ملاحظه نمود که در حالت اول درجه ناهمگنی تأثیر چندانی روی ساختار انگشتی ها نخواهد داشت. با این حال افزایش این پارامتر موجب کاهش طول اختلاط و افزایش بازده جاروبی خواهد شد. در حالیکه با تغییر درجه ناهمگنی در حالت دوم، ساختار انگشتی ها به شدت تحت تأثیر قرار خواهد گرفت. همچنین در این حالت افزایش درجه ناهمگنی، افزایش طول اختلاط و کاهش بازده جاروبی را به دنبال دارد. همچنین در هر دو حالت، خاصیت باریک شوندگی سیال ویسکوالاستیک موجب ناپایداری تر شدن جریان خواهد شد. هرچند به نظر می رسد این تأثیر در محیط با ناهمگنی سهموی کمتر است.

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 20 بهمن 1396
پذیرش: 25 فروردین 1397
ارائه در سایت: 21 اردیبهشت 1397
کلید واژگان:
ناپایداری انگشتی
سیال ویسکوالاستیک
مدل وایت-متزنر
محیط ناهمگن

Numerical simulation of viscous fingering instability in displacement of Newtonian fluid by White-Metzner viscoelastic fluid in heterogeneous media

Hosna Shokri, Mohammad Hasan Kayhani, Mahmood Norouzi^{3*}

Mechanical Engineering Department, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran.

* P.O. B. 316, 361 9995161, Shahrood, Iran, mnorouzi@shahroodut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 09 February 2018
Accepted 14 April 2018
Available Online 11 May 2018

Keywords:

Fingering instability
Viscoelastic fluid
White-Metzner model
Heterogeneous media

ABSTRACT

In this study, the fingering instability in displacement of Newtonian fluid by viscoelastic fluid through heterogeneous media is investigated using spectral method and Hartley transforms. The White- Metzner model has been used as the constitutive equation. This model can be presented the shear- thinning and elastic behaviors of viscoelastic fluid very well. The heterogeneity of the media is considered in two different types. In the first case, the permeability of medium exponentially decreases in the transverse section. This case is named decreasing heterogeneity. In the second case, the permeability of the medium will initially be increasing and it reaches to its maximum at the middle of the cross-section and then decreases. This type of heterogeneity is called parabolic heterogeneity. The results are included concentration contours, mixing length and sweep efficiency. It can be seen that in the first case, the degree of heterogeneity has little effect on the structure of fingers. However, increasing in this parameter leads to decrease in mixing length and increase in sweep efficiency. But, in the latter case, with the change in the degree of heterogeneity, the finger structure will be strongly affected. In addition, in this case, increasing the degree of heterogeneity will increase the mixing length and reduce the sweep efficiency. Also, in both cases, the flow becomes more unstable by the shear thinning property of viscoelastic fluid. Although it seems this effect is less in medium with parabolic heterogeneity.

1- مقدمه

ویسکوزیته کمتر به درون محیط متخلخل که با سیالی با ویسکوزیته بیشتر اشباع شده است، تزریق می شود سطح تماس دو سیال به علت اختلاف ویسکوزیته ناپایدار شده و به مرور زمان سیال جابجاکننده به صورت انگشتی در سیال جابجاشونده نفوذ می نماید. این پدیده به دلیل ظاهر شدن در فرآیند

ناپایداری انگشتی لزج یا سافمن-تیلور¹ نوعی ناپایداریست که به علت اختلاف ویسکوزیته در سطح تماس دو سیال رخ می دهد. هنگامی که سیال با

¹ Saffman-Taylor

استفاده نمودند. شکری و همکاران [17,16] با کمک مدل اولدرویید-بی^۳ به شبیه‌سازی جابجایی جریان نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک در محیطی همسانگرد و ناهمسانگرد پرداختند. نتایج آن‌ها نشان داد که خاصیت الاستیک سیال ویسکوالاستیک می‌تواند موجب کنترل رشد انگشتی‌ها و کاهش شدت ناپایداری گردد.

بر اساس بررسی‌های صورت گرفته تاکنون تلاشی در زمینه شبیه‌سازی ناپایداری انگشتی سیال ویسکوالاستیک با در نظر گرفتن خاصیت باریک شونده و الاستیک این نوع سیال به صورت توانمند صورت نگرفته است و مطالعات انجام شده یا از خاصیت الاستیک صرف‌نظر نموده‌اند یا از مدل‌های به عنوان معادله ساختاری سیال ویسکوالاستیک بهره برده‌اند که قادر به ارائه رفتار باریک‌شوندگی این نوع سیال نیست. علاوه بر این، بررسی‌های صورت گرفته در زمینه شبیه‌سازی جریان سیال غیرنیوتنی در محیط ناهمگن بسیار محدوداند. در واقع محیط‌های صنعتی و طبیعی که در آن شاهد شکل‌گیری ناپایداری انگشتی هستیم (همانند محیط چاه نفت) به ندرت همگن می‌باشند. از طرفی سیال همواره تمایل دارد از محیط‌های با نفوذپذیری بالاتر پیشروی نماید. در نتیجه ناهمگنی محیط، تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر روی ناپایداری انگشتی خواهد داشت. بنابراین در این مطالعه قصد داریم به شبیه‌سازی جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک وایت-متزنر^۴ در محیط ناهمگن بپردازیم. ناهمگنی محیط به دو صورت کاهش نمایی در مقطع عرضی و روند افزایش و سپس کاهش در مقطع عرضی در نظر گرفته خواهد شد. همچنین جریان سیال به صورت اختلاط‌پذیر در نظر گرفته می‌شود.

2- فیزیک مسئله

در این مطالعه از سلول هل-شاو به منظور شبیه‌سازی محیط متخلخل استفاده شده است. حاکمیت قانون داری بر جریان در این دو محیط موجب شده است که در شبیه‌سازی ناپایداری انگشتی به طور گسترده از سلول هل-شاو به عنوان محیط متخلخل استفاده شود. نمایی از مسئله در شکل 1 نمایش داده شده است. هندسه مسئله از دو صفحه موازی به طول L و عرض W تشکیل یافته که در فاصله b از هم قرار دارند و جریان با سرعت U در جهت نشان‌دهنده شده به آن تزریق می‌شود.

در این مطالعه محیط جریان ناهمگن در نظر گرفته شده است. برای این منظور دو نوع ناهمگنی مورد بررسی خواهد گرفت. در حالت اول نفوذپذیری محیط در جهت y به صورت نمایی کاهش خواهد یافت. معادله (1) توصیف‌کننده نفوذپذیری در این حالت در محیط مورد مطالعه است:

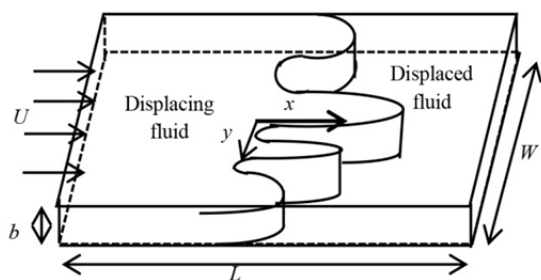


Fig. 1 The Schematic of the problem

شکل 1 نمایی از مسئله مورد مطالعه

بازایی نفت از دیرباز توجه بسیاری را به خود جلب نموده است. پس از پایان مرحله اول بهره‌برداری از یک مخزن نفتی (مرحله‌ای که نفت با فشار درون مخزن استخراج می‌شود)، از سیال دیگری همچون آب برای هدایت ذخیره مخزن به محل برداشت استفاده می‌شود. به این صورت که آب از چاه‌های عمیقی که در کنار مخزن اصلی حفر شده است به درون آن پمپاژ می‌شود. از آنجاییکه ویسکوزیته آب کمتر از نفت است ناپایداری انگشتی در این فرآیند جابجایی ظاهر شده و بازده استخراج را کاهش خواهد داد. بنابراین شناخت این ناپایداری و عوامل تأثیرگذار به منظور کنترل آن ضروری به نظر می‌رسد.

نخستین مطالعه در زمینه ناپایداری انگشتی در سال 1952 توسط هیل [1] صورت گرفت. بررسی‌های صورت گرفته پس از آن را می‌توان به دو دسته اصلی تقسیم نمود: بررسی ناپایداری انگشتی جریان نیوتنی و بررسی ناپایداری انگشتی در حضور سیالات غیرنیوتنی. دسته اول بخش عمده‌ای از مطالعات را به خود اختصاص داده است. از میان آن‌ها می‌توان به مطالعه صورت گرفته توسط تن و هومسی [2] اشاره نمود. آنها برای نخستین بار از روش طیفی و تبدیل فوری در شبیه‌سازی ناپایداری انگشتی استفاده نمودند. در ادامه زیرمن و هومسی [3] به منظور بررسی ناهمسانگردی محیط از روش طیفی و تبدیلات هارتلی بهره برده‌اند. از جمله مطالعاتی که اثر ناهمگنی محیط بر ناپایداری انگشتی جریان نیوتنی را مورد بررسی قرار داده‌اند می‌توان به مطالعه صورت گرفته توسط تن و هومسی [4] اشاره نمود. در این مطالعه ناهمگنی محیط به صورت تصادفی در نظر گرفته شده است. دی‌ویت و هومسی [5,6] با در نظر گرفتن ناهمگنی محیط به صورت لایه‌ای و شطرنجی به تحلیل خطی و شبیه‌سازی غیرخطی ناپایداری انگشتی پرداختند. نتایج آنها نشان‌دهنده ظهور رژیم جریان کانالی برای سیستم لایه‌ای می‌باشد. همچنین هرچه تعداد لایه‌ها محیط افزایش یابد جریان پایدارتر خواهد شد. سجادی و عزیزی [7] با در نظر گرفتن محیط با ناهمگنی لایه‌ای به بررسی عوامل تأثیرگذار بر روی ناپایداری انگشتی جریان نیوتنی پرداخته‌اند.

مطالعات صورت گرفته در زمینه سیال غیرنیوتنی به مراتب کمتر از سیال نیوتنی است. بیشتر این مطالعات بر روی خاصیت باریک‌شوندگی سیال غیرنیوتنی تمرکز دارند. از آن جمله می‌توان به مطالعات صورت گرفته توسط پاسکال [8]، لی [9] و کیم و چوی [10] اشاره نمود. در تمامی این مطالعات نشان داده شد که خاصیت باریک‌شوندگی سیال غیرنیوتنی ناپایداری جریان را شدت می‌بخشد. در مطالعه صورت گرفته توسط نوروزی و شوقی [11] جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال باریک‌شونده در محیطی ناهمسانگرد مورد بررسی قرار گرفت. آنها همچنین با در نظر گرفتن ناهمگنی محیط به صورت نمایی به بررسی ناپایداری انگشتی سیال باریک‌شونده پرداختند [12]. در سال 1964، پی [13] نشان داد که افزودن پلیمر قابل انحلال به آب با افزایش گرانیوی آن موجب افزایش بازده جابجایی خواهد شد. از آن پس پلیمرزنی به عنوان ابزاری کارآمد در فرایند برداشت نفت مورد توجه قرار گرفت. محلول‌های پلیمری را می‌توان به عنوان سیال ویسکوالاستیک دسته‌بندی نمود. خاصیت الاستیک از جمله ویژگی‌های بارز این نوع سیال علاوه بر خاصیت باریک‌شوندگی است. مورا و مونا [14] با در نظر گرفتن مدل ماکسول^۱ برای سیال ویسکوالاستیک جابجاکننده، تأثیر خاصیت الاستیک این نوع سیال را مورد بررسی قرار دادند. کیهانی و همکاران [15] از معادله ساختاری کریمنال-اریکسن-فیلبی^۲ برای شبیه‌سازی سیال ویسکوالاستیک

³ Oldroyd-B model

⁴ White- Metzner

¹ Maxwell model

² Criminale- Eriksen-Filbey model (CEF)

است.

همچنین شرایط مرزی و اولیه به صورت معادلات (10-12) خواهد بود:

$$x = -\frac{L}{2}; \quad u = U; \quad v = 0; \quad c = c_1$$

$$x = \frac{L}{2}; \quad u = U; \quad v = 0; \quad c = 0 \quad (10)$$

$$(\vec{V}, c)\left(x, -\frac{W}{2}, t\right) = (\vec{V}, c)\left(x, \frac{W}{2}, t\right) \quad (11)$$

$$u(x, y, t = 0) = U; \quad v(x, y, t = 0) = 0$$

$$c(x, y, t = 0) = c_0 \quad (12)$$

برای کامل شدن معادلات حاکم، نیاز است تغییرات ویسکوزیته و زمان آرامش و β با غلظت مشخص شود. این روابط به صورت معادلات (13-15) خواهد بود:

$$\frac{\eta}{\eta_0} = \left[1 + \left(\frac{\zeta V}{b}\right)^2\right]^{\frac{c}{c_0(n-1)/2}} e^{R(1-\frac{c}{c_0})} \quad (13)$$

$$\lambda = (\lambda_{10})^{\frac{c}{c_0}} \left[1 + \left(\frac{\zeta V}{b}\right)^2\right]^{\frac{c}{c_0(n-1)/2}} e^{R'(1-\frac{c}{c_0})} \quad (14)$$

$$\beta = \beta_1 e^{R''(1-\frac{c}{c_0})} \quad (15)$$

در معادلات (13-15)، $R' = \ln(\lambda_2)$ ، $R = \ln(\eta_2/\eta_0)$ ، $R'' = \ln(\beta_2/\beta_1)$ می‌باشند.

به منظور بی‌بعد سازی معادلات حاکم بر جریان، به ترتیب از پارامترهای D/U ، D/U^2 و U به عنوان مشخصه‌های طول، زمان و سرعت بهره خواهیم برد. نفوذپذیری محیط توسط K_0 یا همان میانگین نفوذپذیری محیط، غلظت توسط غلظت سیال جابجاکننده c_1 ، ویسکوزیته توسط ویسکوزیته سیال جابجاکننده در نرخ برش صفر η_{10} و فشار توسط پارامتر $\eta_{10}D/K_0$ بی‌بعد خواهد شد. همچنین از یک سیستم لاگرانژی برای بیان معادلات بهره خواهیم برد. بدین ترتیب که به جای تزریق جریان با سرعت U ، کل سیستم با این سرعت حرکت خواهد نمود. صورت بی‌بعد معادلات به صورت روابط (16-22) خواهد بود:

$$\nabla \cdot \vec{V}^* = 0 \quad (16)$$

$$\left(1 + \text{Wi} \frac{\partial}{\partial t^*}\right) \nabla p^* = -\frac{\eta^*}{K^*} \left(1 + (1 - \beta) \text{Wi} \frac{\partial}{\partial t^*}\right) (\vec{V}^* + i) \quad (17)$$

$$\frac{\partial c^*}{\partial t^*} + \vec{V}^* \cdot \nabla c^* = \nabla^2 c^* \quad (18)$$

$$\eta^* = [1 + (\text{De} V^*)^2]^{\frac{c^*}{c_0(n-1)/2}} e^{R(1-c^*)} \quad (19)$$

$$\text{Wi} = (\text{Wi}_{10})^{c^*} [1 + (\text{De} V^*)^2]^{\frac{c^*}{c_0(n-1)/2}} e^{R'(1-c^*)} \quad (20)$$

$$\beta = \beta_1 e^{R''(1-c^*)} \quad (21)$$

$$K^* = e^{-\frac{\gamma^*}{\text{Pe}/A}} \quad (22\text{-الف})$$

$$K^* = e^{\frac{\alpha \cos(\frac{2\pi \gamma^*}{A})}{\text{Pe}}} \quad (22\text{-ب})$$

در معادلات (16-22)، $\text{De} = \zeta U/b$ ، $\text{Wi} = \lambda U^2/D$ ، $\text{Pe} = LU/D$ و $A = L/W$ است.

همچنین صورت بی‌بعد شرایط مرزی به صورت روابط (23-24) خواهد بود:

$$x^* = -\frac{\text{Pe}}{2} - t^*; \quad u^* = 1; \quad v^* = 0; \quad c^* = 1$$

$$x^* = \frac{\text{Pe}}{2} - t^*; \quad u^* = 1; \quad v^* = 0; \quad c^* = 0 \quad (23)$$

$$(u^*, v^*, c^*)(x^*, -\text{Pe}/(2A), t^*) = (u^*, v^*, c^*)(x^*, \text{Pe}/(2A), t^*) \quad (24)$$

در ادامه جهت سهولت کار بالانویس ستاره از پارامترهای بی‌بعد حذف

$$K(y) = K_0 e^{-\alpha \frac{y}{W}} \quad (1)$$

در حالت دوم، نفوذپذیری محیط به صورتی در نظر گرفته می‌شود که در جهت y ابتدا افزایش داشته و سپس در مرکز محیط به حداکثر مقدار خود رسیده و مجدداً کاهش یابد. نفوذپذیری در این حالت به صورت معادله (2) در نظر گرفته می‌شود:

$$K(y) = K_0 e^{\alpha \cos(\frac{2\pi y}{W})} \quad (2)$$

در معادلات (1 و 2)، K_0 میانگین نفوذپذیری محیط و α ضریبی مثبت است که درجه ناهمگنی محیط را نشان می‌دهد. هرچه این ضریب بزرگتر باشد تغییرات نفوذپذیری محیط شدیدتر است.

3- معادلات حاکم

معادلات حاکم بر جابجایی دو بعدی سیالات تراکم‌ناپذیر شامل قانون بقای جرم، معادله مومنتم به صورت قانون دارسی اصلاح شده و معادله نفوذ-جابجایی برای غلظت به صورت روابط (3-5) می‌باشد:

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (3)$$

$$\left(1 + \lambda \frac{\partial}{\partial t}\right) \nabla p = -\frac{\eta}{K} \left(1 + \theta \frac{\partial}{\partial t}\right) \vec{V} \quad (4)$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla c = \nabla \cdot D \nabla c \quad (5)$$

در معادلات (3-5)، $\vec{V}$ بردار سرعت، p فشار، η ویسکوزیته، K تانسور نفوذپذیری محیط، D پراکندگی محیط جابجایی و c غلظت می‌باشد. همانگونه که اشاره شد، معادله (4) قانون دارسی اصلاح شده می‌باشد. در مطالعه حاضر سیال جابجاکننده سیال ویسکوالاستیک با معادله ساختاری وایت-مزنر می‌باشد. بنابراین با استفاده از آنالوژی، قانون دارسی بر این اساس اصلاح شده است [18]. معادله ساختاری وایت-مزنر توسط رابطه (6) توصیف می‌شود [19]:

$$\vec{\tau} + \lambda \vec{\tau}_{(1)} = \eta(\dot{\gamma}_{(1)} + \theta \dot{\gamma}_{(2)}) \quad (6)$$

در رابطه (6)، λ و θ به ترتیب نشان‌دهنده زمان آرامش و زمان تأخیر مدل وایت-مزنر می‌باشد که وابسته به نرخ برش هستند. $\vec{\tau}$ تانسور تنش و $\vec{\tau}_{(1)}$ مشتق زمانی پادهمبسته تنش و $\dot{\gamma}_{(1)}$ و $\dot{\gamma}_{(2)}$ مشتق‌های زمانی پادهمبسته نرخ برش می‌باشند. همچنین در این مدت η به عنوان ویسکوزیته کل محلول پلیمری (سیال ویسکوالاستیک) به صورت مجموع سهم ویسکوزیته پلیمری (η_p) و سهم ویسکوزیته حلال (η_s) در نظر گرفته می‌شود و λ و θ توسط رابطه (7) با هم ارتباط دارند.

$$\theta = (1 - \beta)\lambda \quad (7)$$

در معادله (6)، $\beta = \eta_p/\eta$ می‌باشد.

به منظور نشان‌دادن وابستگی ویسکوزیته کل و زمان آرامش به نرخ برش از مدل کاریو-یاسودا استفاده خواهد شد. این مدل به خوبی قادر به توصیف رفتار باریک‌شوندگی سیال ویسکوالاستیک می‌باشد. روابط (8 و 9) توصیف کننده ویسکوزیته و زمان آرامش خواهند بود:

$$\frac{\eta}{\eta_0} = [1 + (\zeta \dot{\gamma})^2]^{(n-1)/2} \quad (8)$$

$$\frac{\lambda}{\lambda_0} = [1 + (\zeta \dot{\gamma})^2]^{(n-1)/2} \quad (9)$$

در معادلات (8 و 9)، η_0 و λ_0 به ترتیب نشان‌دهنده ویسکوزیته و زمان آرامش در نرخ برش صفر می‌باشند. ζ ثابت زمانی مدل کاریو، n شاخص توانی و $\dot{\gamma}$ نرخ برش تممیم یافته می‌باشند. برش اصلی در سلول هل-شاو در جهت عمود بر صفحه رخ می‌دهد. میانگین برش را به صورت $\dot{\gamma} = V/b$ در نظر می‌گیریم که V بزرگی سرعت و b فاصله دو صفحه در سلول هل-شاو

خواهد شد.

$$H(g(x, y)) = \frac{1}{\sqrt{N_x N_y}} \sum_x \sum_y g(x, y) \cos\left(\frac{2\pi x k_x}{N_x} + \frac{2\pi y k_y}{N_y}\right) \quad (33)$$

در این معادله N_x و N_y به ترتیب نشان دهنده تعداد گره های محاسباتی در جهت x و y است. همچنین k_x و k_y اعداد موج در جهت x و y می باشند. $\cos$ نیز به صورت مجموع کسینوس و سینوس تعریف می شود. برای استفاده از تبدیل هارتلی نیاز به شرایط مرزی متناوب می باشد. با توجه به معادلات (23 و 24)، غلظت در جهت x متناوب نیست. بنابراین بر اساس روش پیشنهادی منیکام و هومسی [21] تابع غلظت به دو بخش اغتشاشی $(\bar{c}(x, y, t))$ و حالت پایه $(\bar{c}(x, t))$ تقسیم می شود. حالت پایه به صورت معادله (34) در نظر گرفته خواهد شد:

$$\bar{c}(x, t) = \frac{1}{2} [1 - \operatorname{erf}(x/\sqrt{4t})] \quad (34)$$

بنابراین در روند شبیه سازی به جای استفاده از غلظت کل، فقط جمله اغتشاشی غلظت محاسبه می شود. همچنین شرایط اولیه غلظت به صورت معادله (35) تعریف می شود.

$$c(x, y, t = t_0) = \bar{c}(x, t_0) + \delta \cdot \operatorname{rand}(y) \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{\sigma^2}\right) \quad (35)$$

در معادله (35)، δ ضریبی است که شدت مقادیر تصادفی را مشخص می نماید و معمولاً از مرتبه 0.01 انتخاب می شود. $\operatorname{rand}(y)$ مجموعه ای از اعداد تصادفی است که بین 1 و -1 انتخاب می شود و σ پارامتری است که شدت نفوذ پراکندگی ها را از مرز جلویی نشان می دهد. پیشرفت زمانی در مسئله با استفاده از روش حدس-اصلاح آدامز بشفورس صورت می گیرد.

5- نتایج

در این بخش به ارائه نتایج حاصل از شبیه سازی می پردازیم. در تمام شبیه سازی ها $Pe = 1000$ ، $A = 2$ ، $\beta_1 = 0.1$ و $Wi_{10} = 2$ در نظر گرفته شده است. مگر اینکه خلاف آن ذکر شود. همچنین حالتی که نفوذپذیری محیط توسط معادله (22-الف) توصیف می شود به عنوان محیط با ناهمگنی کاهشی و حالتی که معادله (22-ب) توصیف کننده ناهمگنی محیط است به صورت محیط با ناهمگنی سهموی نامگذاری شده است.

پیش از پرداختن به نتایج حاصل از شبیه سازی در محیط ناهمگن، ابتدا به مقایسه نتایج حاصل از این شبیه سازی و نتایج ارائه شده توسط شکری و همکاران [16] خواهیم پرداخت. در این مطالعه به شبیه سازی جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک اولدروید-بی در محیط همگن پرداخته شده است. با قرار دادن شاخص توانی n برابر یک، ویسکوزیته و زمان آرامش سیال ویسکوالاستیک ثابت خواهد شد و با نرخ برش تغییر نخواهد نمود.

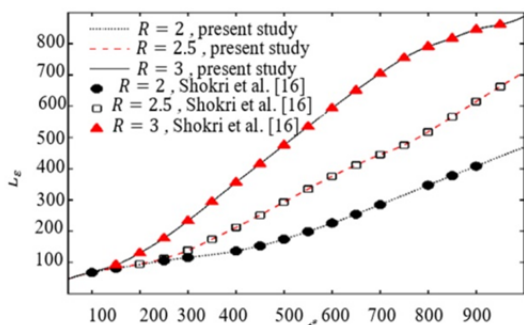


Fig. 2 Verification of simulation results

شکل 2 اعتبارسنجی نتایج شبیه سازی

4- روش عددی

در ادامه به منظور حل ساده تر معادلات به صورت تابع جریان-ورتیسیته نوشته خواهد شد. با این تبدیل، معادله پیوستگی خود به خود برقرار خواهد بود و معادله نفوذ-جابجایی به صورت معادله (25) درخواهد آمد:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial c}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial c}{\partial y} = \nabla^2 c \quad (25)$$

همچنین، از معادله (17) کرل گرفته و در نهایت به صورت معادله (26) در خواهد آمد:

$$\begin{aligned} \omega + (1 - \beta)Wi \frac{\partial \omega}{\partial t} &= \frac{K}{\eta} \left(\frac{\partial Wi}{\partial y} \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial t} - \frac{\partial Wi}{\partial x} \frac{\partial^2 p}{\partial y \partial t} \right) \\ &+ \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} + 1 \right) \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ &+ \frac{\partial^2 \psi}{\partial y \partial t} \frac{\partial \eta (1 - \beta) Wi}{\partial y} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial t} \frac{\partial \eta (1 - \beta) Wi}{\partial x} \\ &- \frac{d \ln(K)}{dy} \left(\left(\frac{\partial \psi}{\partial y} + 1 \right) + (1 - \beta) Wi \frac{\partial^2 \psi}{\partial y \partial t} \right) \end{aligned} \quad (26)$$

همچنین:

$$\frac{\partial Wi}{\partial y} = \left(-R' + \ln(Wi_{10}) + \frac{n-1}{2} \ln(1 + (DeV)^2) \right) Wi \frac{\partial c}{\partial y} + \left(c \frac{n-1}{2} \frac{De^2}{1 + (DeV)^2} \right) Wi \left(2 \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} + 1 \right) \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial^2 \psi}{\partial y \partial x} \right) \quad (27)$$

$$\frac{\partial Wi}{\partial x} = \left(-R' + \ln(Wi_{10}) + \frac{n-1}{2} \ln(1 + (DeV)^2) \right) Wi \frac{\partial c}{\partial x} + \left(c \frac{n-1}{2} \frac{De^2}{1 + (DeV)^2} \right) Wi \left(2 \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} + 1 \right) \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} + 2 \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \right) \quad (28)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial x} = \left(-R + \frac{n-1}{2} \ln(1 + (DeV)^2) \right) \frac{\partial c}{\partial x} + \left(\frac{c(n-1)}{2} \frac{De^2}{1 + (DeV)^2} \right) \left(2 \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} + 1 \right) \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} + 2 \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \right) \quad (29)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial y} = \left(-R + \frac{n-1}{2} \ln(1 + (DeV)^2) \right) \frac{\partial c}{\partial y} + \left(\frac{c(n-1)}{2} \frac{De^2}{1 + (DeV)^2} \right) \left(2 \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} + 1 \right) \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial^2 \psi}{\partial y \partial x} \right) \quad (30)$$

$$\frac{\partial \eta (1 - \beta) Wi}{\partial y} = \left((-R + \frac{n-1}{2} \ln(1 + (DeV)^2) - R' + \ln(Wi_{10})) \right) Wi (1 - \beta) + R'' Wi \beta \frac{\partial c}{\partial y} + \frac{n-1}{2} \ln(1 + (DeV)^2) Wi (1 - \beta) + R'' Wi \beta \frac{\partial c}{\partial y} \quad (31)$$

$$+ 2 \frac{c(n-1)}{2} \frac{De^2}{1 + (DeV)^2} Wi (1 - \beta) \left(2 \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} + 1 \right) \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial^2 \psi}{\partial y \partial x} \right) \quad (31)$$

$$\frac{\partial \eta (1 - \beta) Wi}{\partial x} = \left((-R + \frac{n-1}{2} \ln(1 + (DeV)^2) - R' + \ln(Wi_{10})) \right) Wi (1 - \beta) + R'' Wi \beta \frac{\partial c}{\partial x} + \frac{n-1}{2} \ln(1 + (DeV)^2) Wi (1 - \beta) + R'' Wi \beta \frac{\partial c}{\partial x} \quad (32)$$

$$+ 2 \frac{c(n-1)}{2} \frac{De^2}{1 + (DeV)^2} Wi (1 - \beta) \left(2 \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} + 1 \right) \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} + 2 \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \right) \quad (32)$$

در این مطالعه، جهت شبیه سازی غیرخطی ناپایداری انگشتی از روش طیفی و تبدیلات هارتلی [20] بهره خواهیم برد. این روش در میان روش های عددی مورد استفاده در مکانیک سیالات از دقت بالایی برخوردار است و به کمک آن معادلات مشتقات جزئی به معادلات معادلات دیفرانسیلی معمولی تبدیل خواهند شد. تبدیل دوبعدی هارتلی برای یک تابع دلخواه به صورت رابطه (33) خواهد بود:

و به مرور زمان در آن ادغام می‌شود. می‌توان ملاحظه نمود در $\alpha = 0.1$ نوک انگشتی خم‌شده در انگشتی مجاور گسترش یافته است ولی در $\alpha = 0.8$ همچنان بین دو انگشتی فاصله وجود دارد. آخرین فریم در شکل 3 نشان‌دهنده کانتور غلظت در لحظه‌ای است که جبهه غلظت به بزرگی $c^* = 0.01$ به انتهای ناحیه محاسباتی خواهد رسید. این زمان، زمان دستیابی نامیده می‌شود. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود زمان دستیابی برای مقدار بزرگتر درجه ناهمگنی بیشتر است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت با افزایش درجه ناهمگنی از شدت ناپایداری کاسته می‌شود.

تأثیر درجه ناهمگنی این نوع محیط روی طول اختلاط دو سیال در شکل 5 نمایش داده شده‌است. در این شکل نسبت حرکت برابر $n = 0.8$ و $De = 0.5$ در نظر گرفته شده است. با گذر زمان طول اختلاط دو سیال افزایش خواهد یافت. مشاهده می‌شود که در زمان‌های آغازی درجه ناهمگنی محیط تأثیر محسوسی بر طول اختلاط نداشت. این در حالیست که در زمان‌های بالاتر، افزایش درجه ناهمگنی موجب کاهش طول اختلاط خواهد شد. با توجه به شکل 4 و بررسی کانتورهای غلظت در این نوع ناهمگنی، در زمان‌های آغازی ساختار انگشتی‌ها چندان تحت تأثیر محیط قرار ندارند، بنابراین طول اختلاط چندان تغییر نخواهد نمود. با پیشروی زمانی، مشاهده می‌شود که با افزایش درجه ناهمگنی مکانیزم‌های همچون به‌هم پیوستگی به تأخیر می‌افتد. این مکانیزم موجب تقویت انگشتی پوشش داده شده خواهد شد و موجب می‌شود سریعتر رشد نماید. در نتیجه به تأخیر افتادن آن، کاهش طول اختلاط را به دنبال خواهد داشت.

منحنی‌های طول اختلاط برای مقادیر مختلف شاخص توانی سیال وایت-متزنر جابجاکننده در شکل 6 نمایش داده شده است. با افزایش پارامتر n ، خاصیت باریک‌شوندگی سیال جابجاکننده کاهش می‌یابد. در نتیجه ویسکوزیته و عدد وایزنبرگ سیال جابجاکننده افزایش خواهد یافت. اختلاف ویسکوزیته دو سیال شرکت‌کننده در جابجایی، عامل اصلی ایجاد این نوع ناپایداریست. در نتیجه با افزایش ویسکوزیته سیال جابجاکننده این اختلاف کاهش خواهد یافت و از شدت ناپایداری کاسته خواهد شد. از طرفی خاصیت الاستیک سیال ویسکوالاستیک منجر به کنترل این نوع ناپایداری خواهد شد [16]. بنابراین با افزایش عدد وایزنبرگ سیال جابجاکننده که به معنای افزایش خاصیت الاستیک این نوع سیال است، جریان پایدارتر خواهد شد. در نتیجه همانطور که انتظار می‌رود طول اختلاط کاهش خواهد یافت.

شکل 7 نشان‌دهنده طول اختلاط در مقادیر مختلف پارامتر De سیال جابجا کننده می‌باشد. افزایش این پارامتر، کاهش ویسکوزیته و عدد وایزنبرگ سیال جابجاکننده را در پی دارد. در نتیجه مشاهده می‌شود که با افزایش این پارامتر طول اختلاط دو سیال افزایش خواهد یافت. تأثیر نسبت حرکت دو سیال شرکت‌کننده در جابجایی در شکل 8 نمایش داده شده است. اختلاف ویسکوزیته بین دو سیال به عنوان عامل اصلی ناپایداری انگشتی محسوب می‌شود. در نتیجه طبیعی است که با افزایش این اختلاف ناپایداری شدت بیشتری خواهد داشت. بنابراین مشاهده می‌شود با افزایش پارامتر R طول اختلاط دو سیال افزایش می‌یابد.

همان‌گونه که اشاره شد از جمله فرآیندهای مهم که در آن ناپایداری انگشتی نقش قابل توجهی ایفا می‌نماید، فرآیند بازیابی نفت می‌باشد. در این فرآیند هدف اصلی، استخراج سیال جابجاشونده (نفت) به کمک سیال جابجاکننده (محلول پلیمری) است. ناپایداری انگشتی تأثیری منفی بر این فرآیند خواهد گذاشت و موجب کاهش بهره‌وری می‌گردد. بازده جارویی

بنابراین معادله ساختاری وایت-متزنر، معادل اولدرود-بی خواهد شد. شکل 2 نشان‌دهنده تغییرات طول اختلاط نسبت به زمان برای مقادیر مختلف نسبت حرکت است. در این شبیه‌سازی عدد وایزنبرگ سیال جابجاکننده برابر $Wi_{10} = 1.5$ در نظر گرفته شده است. قابل ذکر است که طول اختلاط نشان‌دهنده طول ناحیه پیشروی سیال جابجاکننده در سیال جابجاشونده یا به عبارت ساده‌تر ناحیه مخلوط شدن دو سیال درگیر در فرایند جابجایی است. در این مطالعه همانند زیمرمن و هومسی [3] این پارامتر به صورت فاصله‌ای که در آن میانگین غلظت عرضی از مقدار 0.01 تا 0.99 تغییر می‌نماید اندازه‌گیری می‌شود. همان‌گونه که مشاهده می‌شود نتایج از تطابق مناسبی برخوردارند.

5-1- حالت اول: محیط با ناهمگنی کاهشی

در این بخش تغییرات ناهمگنی محیط در مقطع عرضی به صورت کاهشی در نظر گرفته خواهد شد. روند تغییرات نفوذپذیری در یک مقطع عرضی از این نوع محیط برای درجات ناهمگنی متفاوت را می‌توان در شکل 3 مشاهده نمود. نفوذپذیری محیط در هر مقطع به صورت نمایی از یک مقدار حداکثر به حداقل کاهش می‌یابد. می‌توان ملاحظه نمود هرچه درجه ناهمگنی محیط افزایش می‌یابد تغییرات نفوذپذیری در مقطع عرضی شدت بیشتری خواهد داشت.

شکل 4 نشان‌دهنده کانتورهای غلظت در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک وایت-متزنر با $n = 0.8$ و $De = 0.5$ در نسبت حرکت $R = 2.5$ و در محیط‌های با درجات ناهمگنی $\alpha = 0.1$ و $\alpha = 0.8$ می‌باشد. ناپایداری با اعمال یک اغتشاش تصادفی در سطح تماس دو سیال آغاز می‌گردد و با پیشروی زمانی، انگشتی‌ها شکل خواهند گرفت. در فریم‌های ابتدایی تعداد انگشتی‌ها زیاد و البته بسیار باریک هستند. با گذر زمان تعاملات بین انگشتی‌ها موجب کاهش و تغییر فرم آنها خواهد شد. با مقایسه کانتورهای غلظت برای دو مقدار درجه ناهمگنی نشان‌دهنده شده در شکل 3 می‌توان ملاحظه نمود که در زمان‌های آغازی تفاوت محسوسی در اثر تغییر درجه ناهمگنی در کانتورهای غلظت مشاهده نخواهد شد. اما با دقت در فریم‌های پایانی می‌توان ملاحظه نمود که بیشتر شدن درجه ناهمگنی می‌تواند وقوع مکانیزم‌های تعاملات انگشتی‌ها را به تأخیر بیندازد یا به عبارتی موجب کاهش نرخ رشد انگشتی‌ها خواهد شد. برای نشان‌دادن بهتر این موضوع مکانیزم به‌هم پیوستگی در زمان $t^* = 500$ با دایره نشان‌دهنده شده است. در این مکانیزم نوک یک انگشتی به سمت بدنه انگشتی مجاور خم شده

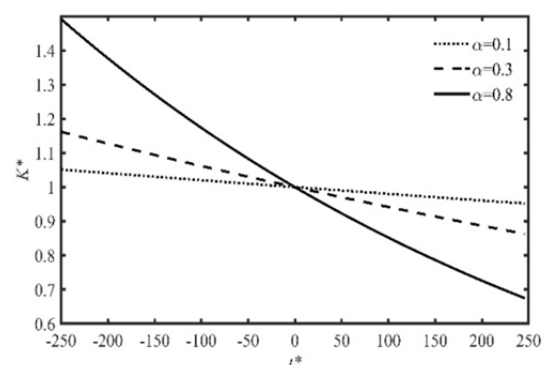


Fig. 3 The permeability variation in the medium with decreasing heterogeneity

شکل 3 تغییرات نفوذپذیری در محیط با ناهمگنی کاهشی

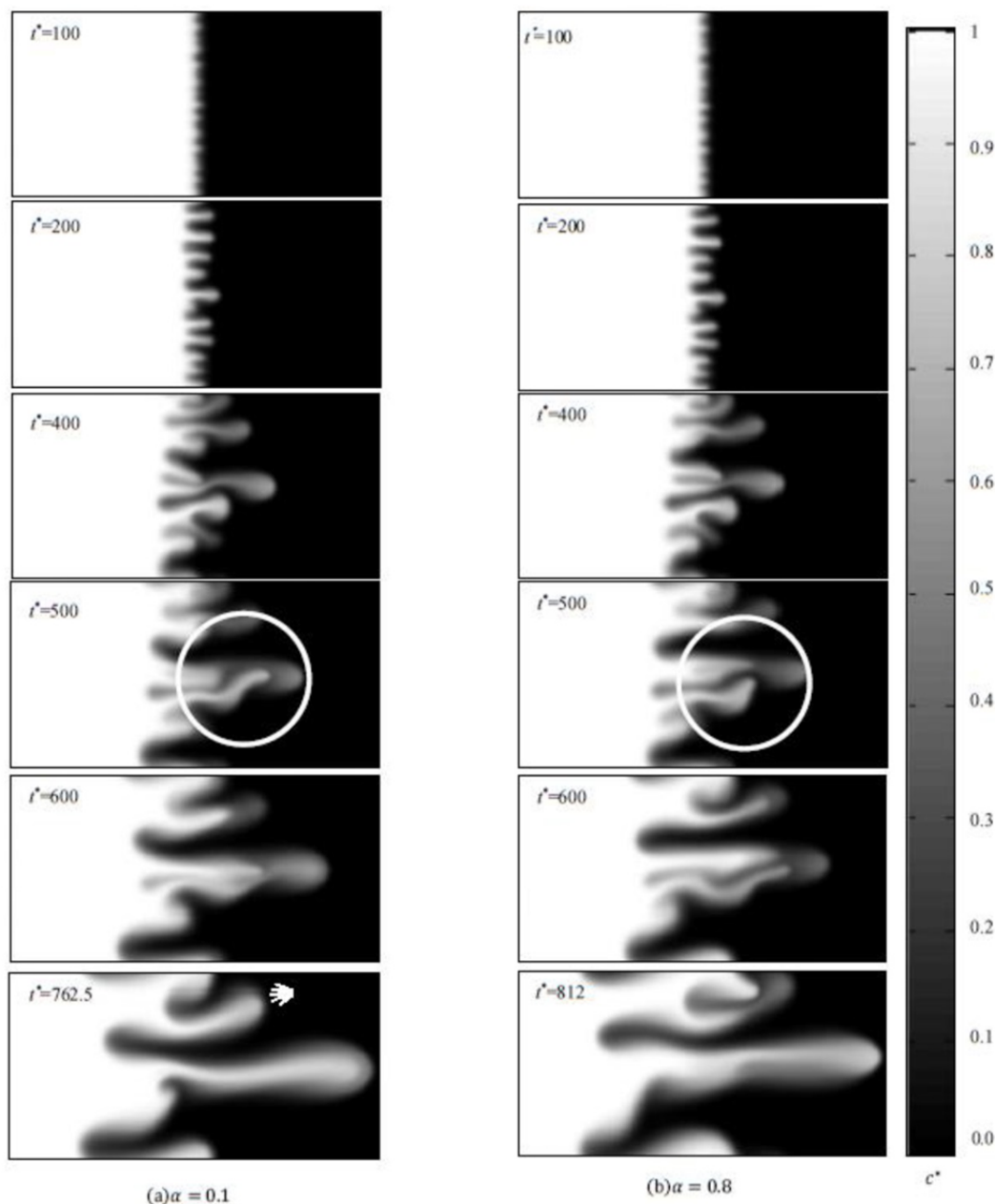


Fig. 4 Concentration contours in the medium with decreasing heterogeneity (a) $\alpha = 0.1$ and (b) $\alpha = 0.8$ ($n = 0.8$, $De = 0.5$ and $R = 2.5$)
 شکل 4 کانتورهای غلظت در محیط با ناهمگنی کاهشی (a) $\alpha = 0.1$ و (b) $\alpha = 0.8$ ($n = 0.8$, $De = 0.5$ و $R = 2.5$)

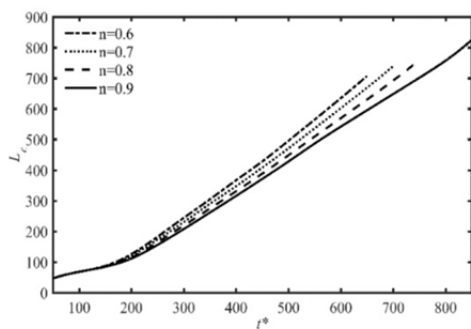


Fig. 6 The mixing length profiles in the medium with decreasing heterogeneity for different values of n ($\alpha = 0.5$, $De = 0.5$ and $R = 2.5$)

شکل 6 منحنی‌های طول اختلاط در محیط با ناهمگنی کاهشی در مقادیر مختلف n ($R = 2.5$ و $De = 0.5$, $\alpha = 0.5$)

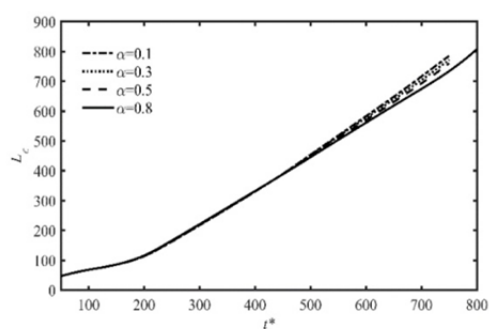


Fig. 5 The mixing length profiles in the medium with decreasing heterogeneity for different values of α ($n = 0.8$, $De = 0.5$ and $R = 2.5$)

شکل 5 منحنی‌های طول اختلاط در محیط با ناهمگنی کاهشی در مقادیر مختلف α ($n = 0.8$ و $De = 0.5$ و $R = 2.5$)

جارویی در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال وایت متزنر با شاخص توانی $n = 0.8$ و $De = 0.5$ برای مقادیر مختلف α در شکل 9 نمایش داده شده است. این پارامتر در ابتدا نزدیک 1 است. زیرا هنوز انگشتی‌ها شکل نگرفته و سطح تماس دو سیال تقریباً صاف می‌باشد. با شکل‌گیری انگشتی‌ها از مقدار بازده جارویی کاسته خواهد شد. مشاهده می‌شود که در مقادیر بالاتر درجه

پارامتریست که به کمک آن می‌توان میزان توانایی سیال جابجاکننده در جابجایی سیال جابجاشونده را سنجید. در این مطالعه از روش ارائه شده توسط قسمت و عزیز [22] برای محاسبه بازده جارویی استفاده شده است. به این صورت که تعداد گره‌هایی که غلظت آن‌ها مساوی یا بزرگتر از 0.5 است بر تعداد کل گره‌های موجود در این محیط محاسباتی تقسیم می‌شوند. بازده

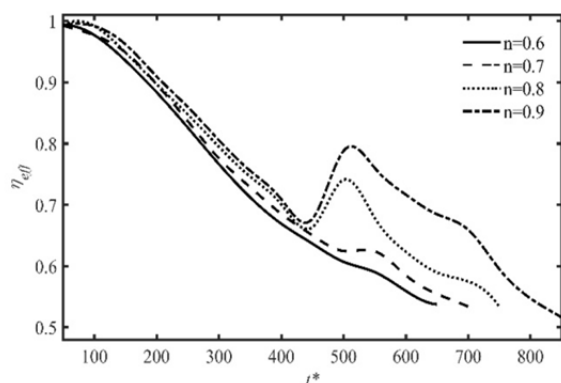


Fig. 10 The sweep efficiency profiles in the medium with decreasing heterogeneity for different values of n ($\alpha = 0.5$, $De = 0.5$ and $R = 2.5$)

شکل 10 منحنی‌های بازده جارویی در محیط با ناهمگنی کاهشی در مقادیر مختلف n ($R = 2.5$ و $De = 0.5$, $\alpha = 0.5$)

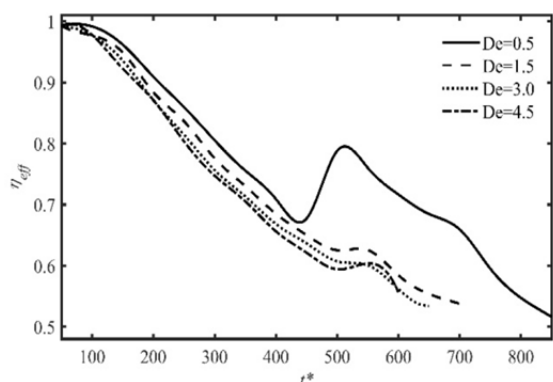


Fig. 11 The sweep efficiency profiles in the medium with decreasing heterogeneity for different values of De ($\alpha = 0.5$, $n = 0.9$ and $R = 2.5$)

شکل 11 منحنی‌های بازده جارویی در محیط با ناهمگنی کاهشی در مقادیر مختلف De ($R = 2.5$ و $n = 0.9$, $\alpha = 0.5$)

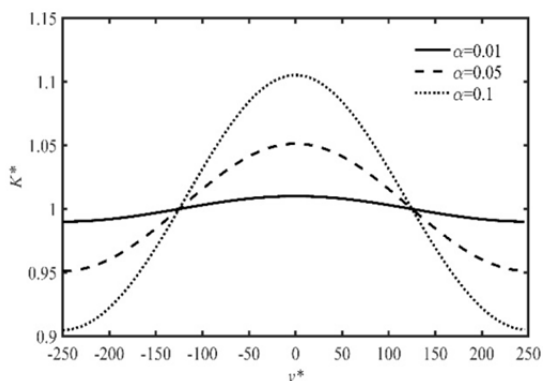


Fig. 12 The permeability variation in the medium with parabolic heterogeneity

شکل 12 تغییرات نفوذپذیری در محیط با ناهمگنی سهموی

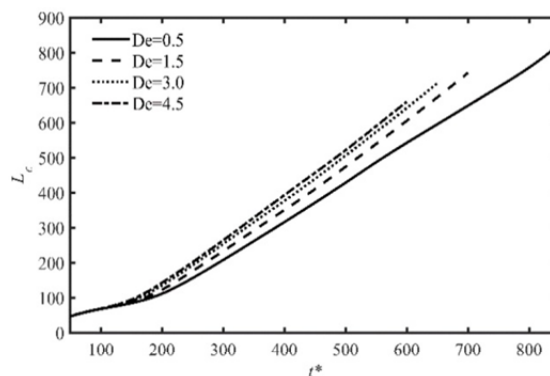


Fig. 7 The mixing length profiles in the medium with decreasing heterogeneity for different values of De ($\alpha = 0.5$, $n = 0.9$ and $R = 2.5$)

شکل 7 منحنی‌های طول اختلاط در محیط با ناهمگنی کاهشی در مقادیر مختلف De ($R = 2.5$ و $n = 0.9$, $\alpha = 0.5$)

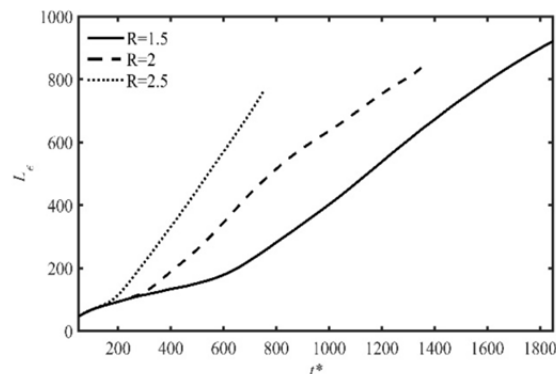


Fig. 8 The mixing length profiles in the medium with decreasing heterogeneity for different values of R ($\alpha = 0.5$, $n = 0.8$ and $De = 0.5$)

شکل 8 منحنی‌های طول اختلاط در محیط با ناهمگنی کاهشی در مقادیر مختلف R ($De = 0.5$ و $n = 0.8$, $\alpha = 0.5$)

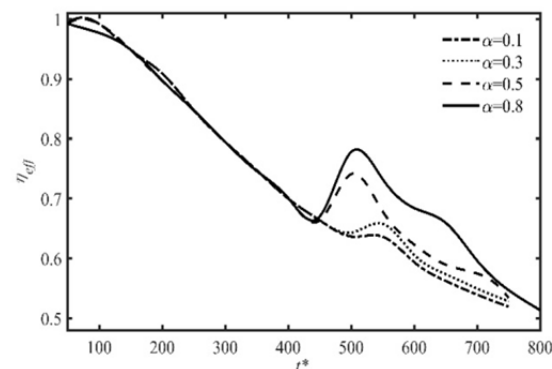


Fig. 9 The sweep efficiency profiles in the medium with decreasing heterogeneity for different values of α ($n = 0.8$, $De = 0.5$ and $R = 2.5$)

شکل 9 منحنی‌های بازده جارویی در محیط با ناهمگنی کاهشی در مقادیر مختلف α ($R = 2.5$ و $De = 0.5$, $n = 0.8$)

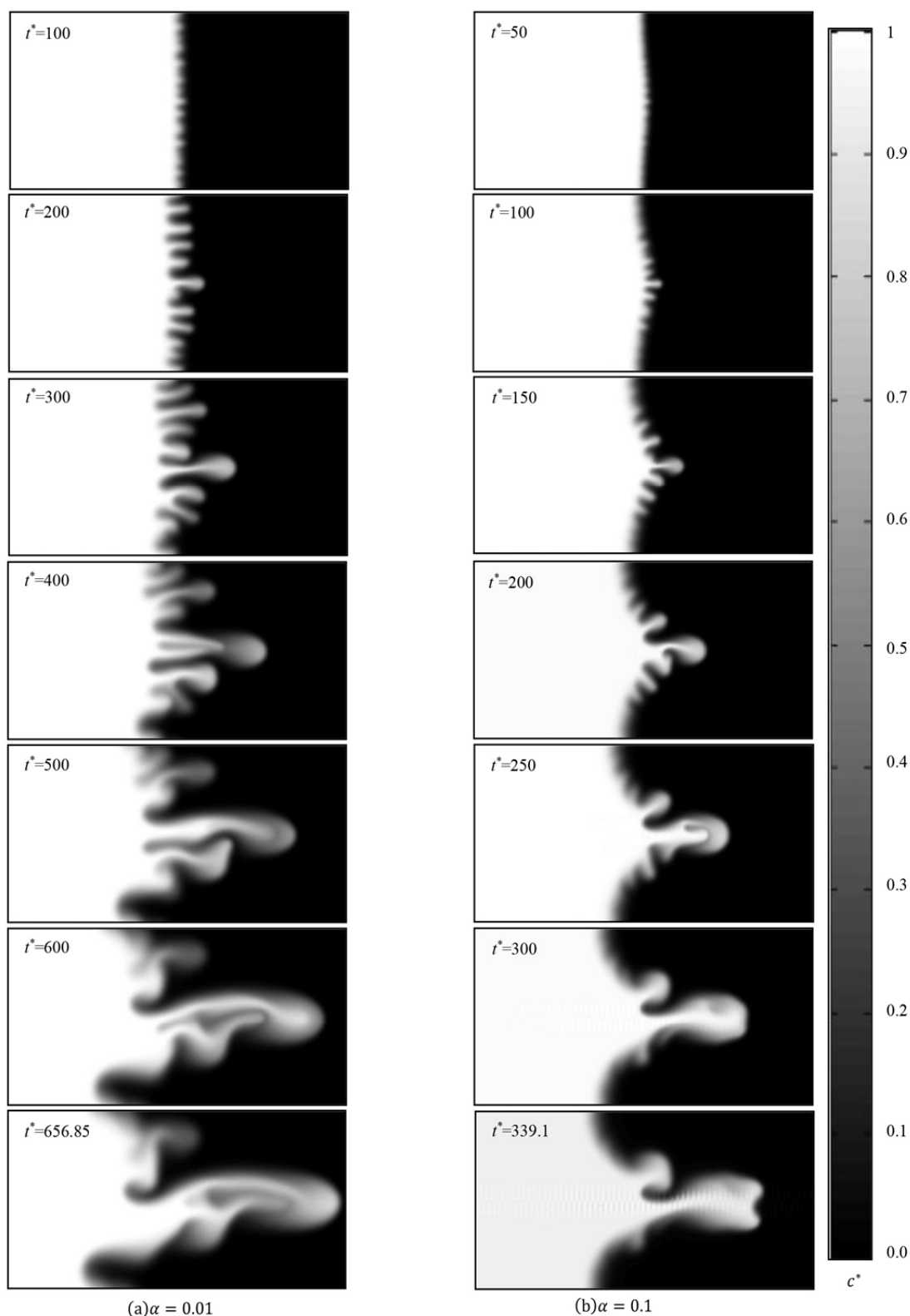


Fig. 13 Concentration contours in the medium with parabolic heterogeneity (a) $\alpha = 0.01$ and (b) $\alpha = 0.1$ ($n = 0.8$, $De = 0.5$ and $R = 2.5$)

شکل 13 کانتورهای غلظت در محیط با ناهمگنی سهموی (a) $\alpha = 0.01$ و (b) $\alpha = 0.1$ ($n = 0.8$, $De = 0.5$ و $R = 2.5$)

به ترتیب در شکل‌های 10 و 11 نمایش داده شده است. همانگونه که انتظار می‌رود با افزایش n و کاهش De ، بازده جابجایی افزایش خواهد یافت. در واقع همانگونه که اشاره شد با افزایش n و کاهش De ، خاصیت

ناهمگنی این نوع محیط، بازده جابجایی افزایش خواهد یافت. تغییرات بازده جابجایی در محیطی با ناهمگنی کاهش $\alpha = 0.5$ برای مقادیر مختلف شاخص توانی (n) و عدد دورای سیال جابجاکننده (De)

باریک‌شوندگی سیال ویسکوالاستیک کاهش یافته و از شدت ناپایداری کاسته خواهد شد.

5-2- حالت دوم: محیط با ناهمگنی سهموی

تغییرات نفوذپذیری در یک مقطع عرضی از یک محیط با ناهمگنی سهموی در شکل 12 نمایش داده شده است. مشاهده می‌شود که نفوذپذیری در یک مقطع عرضی از این نوع محیط ابتدا روندی افزایشی داشته و در میانه مقطع به حدکثر مقدار خود می‌رسد و سپس کاهش می‌یابد. کانتورهای غلظت در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال وایت-متزنر با $n = 0.8$ و $De = 0.5$ و $R = 2.5$ در دو شدت ناهمگنی متفاوت $\alpha = 0.01$ و $\alpha = 0.1$ در شکل 13 نمایش داده شده است. همانگونه که مشاهده می‌شود در α کوچک ($\alpha = 0.01$) کانتورهای غلظت رفتاری مشابه حالت اول خواهد داشت اما با افزایش α به مقدار 0.1 رشد انگشتی‌ها در میانه مقطع بالاتر خواهد بود. تمایل انگشتی‌ها برای حرکت در منطقه با نفوذپذیری بالاتر موجب می‌شود جبهه غلظت به صورت سهمی شکل پیشروی نماید. در این حالت نرخ رشد انگشتی‌ها بیشتر از حالت قبل خواهد بود و جبهه غلظت با $c^* = 0.01$ در زمان کمتری به پایان ناحیه محاسباتی می‌رسد.

طول اختلاط در مقادیر مختلف درجه ناهمگنی برای جریان با $n = 0.8$ و $De = 0.5$ و $R = 2.5$ در شکل 14 نمایش داده شده است. مشاهده می‌شود که با افزایش درجه ناهمگنی طول انگشتی‌ها افزایش می‌یابد و زمان دستیابی کاهش خواهد یافت. در واقع با افزایش درجه ناهمگنی تمایل انگشتی‌ها به حرکت در میانه مسیر بیشتر شده و در نتیجه به نوعی انگشتی‌های میانی توسط انگشتی‌های اطراف پوشش داده خواهند شد. بنابراین سریع‌تر رشد نموده و به پایان مسیر می‌رسند. با مقایسه منحنی‌های اختلاط در دو حالت می‌توان مشاهده نمود که در ناهمگنی سهموی تأثیر درجه ناهمگنی بیشتر از حالت اول یعنی محیط با ناهمگنی کاهشی خواهد بود.

منحنی طول اختلاط برای مقادیر مختلف شاخص توانی سیال جابجاکننده در محیط با درجه ناهمگنی سهموی $\alpha = 0.05$ در شکل 15 نمایش داده شده است. می‌توان ملاحظه نمود که با افزایش شاخص توانی و کم شدن خاصیت باریک‌شوندگی سیال جابجا کننده طول اختلاط کاهش خواهد یافت. مشاهده می‌شود در این حالت تأثیر شاخص توانی کمتر از حالت قبل است.

تغییرات بازده جاروبی در مقادیر مختلف درجه ناهمگنی α و شاخص توانی n به ترتیب در شکل‌های 16 و 17 نمایش داده شده است. نتایج بازده جاروبی تأیید کننده نتایج پیشین است و با کاهش درجه ناهمگنی و افزایش شاخص توانی جریان پایدارتر شده و بازده جاروبی افزایش می‌یابد.

6- نتیجه گیری

در این پژوهش به شبیه‌سازی ناپایداری انگشتی در جابجایی سیال نیوتنی توسط سیال ویسکوالاستیک وایت-متزنر در محیط ناهمگن پرداخته شده است. در معادله ساختاری وایت-متزنر خواص سیال ویسکوالاستیک همچون ویسکوزیته و زمان رهایی از تنش تابع نرخ برش می‌باشد. به منظور نشان دادن این وابستگی از مدل کاریو استفاده شده است. در این مطالعه دو نوع ناهمگنی متفاوت مورد بررسی قرار گرفته است: ناهمگنی کاهشی و ناهمگنی سهموی. در ناهمگنی کاهشی، نفوذپذیری در جهت عرضی به صورت نمایی کاهش می‌یابد و در ناهمگنی سهموی، در هر مقطع عرضی ابتدا افزایش

نفوذپذیری مشاهده می‌شود. سپس در میانه مقطع نفوذپذیری به حداکثر مقدار خود رسیده و در ادامه روندی کاهشی خواهد داشت. نتایج با کمک روش طیفی و تبدیلات هارتلی به صورت کانتورهای غلظت، منحنی‌های طول اختلاط و بازده جاروبی ارائه شده است. نتایج نشان می‌دهد در حالت اول یعنی محیط با ناهمگنی کاهشی ساختار انگشتی‌ها آنچنان تحت تأثیر درجه ناهمگنی محیط قرار ندارد. با افزایش درجه ناهمگنی طول اختلاط در زمان‌های بالا اندکی کاهش می‌یابد. تأثیر درجه ناهمگنی در این نوع محیط بر روی بازده جاروبی محسوس‌تر بوده و می‌توان افزایش بازده در نتیجه افزایش درجه ناهمگنی را مشاهده نمود. در حالت دوم یعنی محیط با درجه ناهمگنی سهموی ساختار انگشتی‌ها با شدت بیشتری تحت تأثیر درجه ناهمگنی قرار دارد. با افزایش درجه ناهمگنی تمایل انگشتی‌ها برای حرکت در میانه مقطع یعنی منطقه با نفوذپذیری بالاتر افزایش می‌یابد و انگشتی‌های میانی نرخ رشد بیشتری داشته و سطح تماس دو سیال حالت سهموی به خود می‌گیرد. مشاهده می‌شود که با افزایش درجه ناهمگنی طول اختلاط افزایش و بازده جاروبی کاهش خواهد یافت. همچنین مشاهده می‌شود در هر دو حالت با افزایش خاصیت باریک‌شوندگی سیال ویسکوالاستیک جابجاکننده یعنی کاهش شاخص توانی n و افزایش عدد دبورا De ، ناپایداری شدت گرفته و افزایش طول اختلاط و کاهش بازده جاروبی در فرایند جابجایی مشاهده

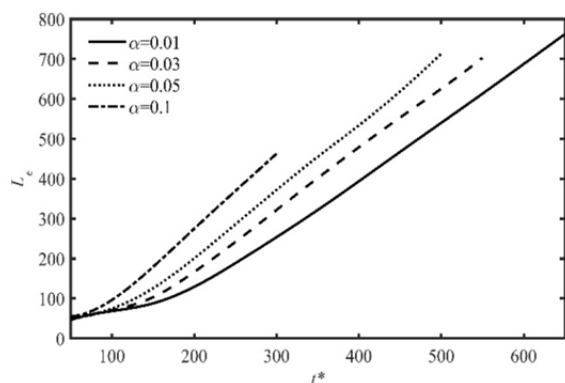


Fig. 14 The mixing length profiles in the medium with parabolic heterogeneity for different values of α ($n = 0.8$, $De = 0.5$ and $R = 2.5$)

شکل 14 منحنی‌های طول اختلاط در محیط با ناهمگنی سهموی در مقادیر مختلف α ($n = 0.8$ و $De = 0.5$ و $R = 2.5$)

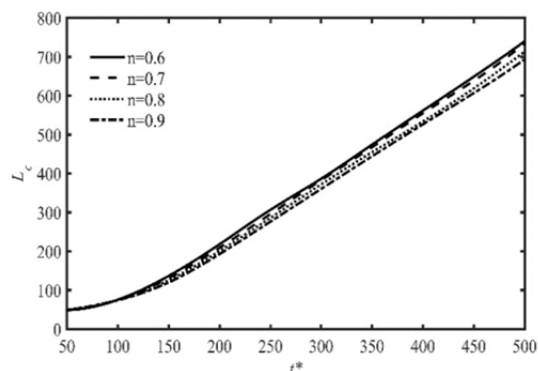


Fig. 15 The mixing length profiles in the medium with parabolic heterogeneity for different values of n ($\alpha = 0.05$, $De = 0.5$ and $R = 2.5$)

شکل 15 منحنی‌های طول اختلاط در محیط با ناهمگنی سهموی در مقادیر مختلف n ($\alpha = 0.05$ و $De = 0.5$ و $R = 2.5$)

عدد پکلت	Pe
لگاریتم نسبت ویسکوزیته‌ها	R
زمان (s)	t
سرعت در جهت محور x (ms^{-1})	u
سرعت در جهت محور y (ms^{-1})	va
عرض سلول هل-شاو (m)	W
عدد وایزنبرگ	Wi

علائم یونانی

درجه ناهمگنی محیط	α
نرخ برش تعمیم یافته (s^{-1})	$\dot{\gamma}$
ثابت زمانی مدل کاریو (s)	ζ
لزجت دینامیکی ($\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$)	η
بازده جاروبی	η_{eff}
ثابت زمانی تأخیر (s)	θ
ثابت زمانی رهایی از تنش یا آرامش (s)	λ
چگالی (kgm^{-3})	ρ
تابع جریان (m^2s^{-1})	ψ
ورتیسیته (s^{-1})	ω

زیرنویس‌ها

سیال جابجاکننده	1
سیال جابجاشونده	2
پارامتر در نرخ برش صفر	0

8- مراجع

- [1] S. Hill, Channeling in packed columns, *Chemical Engineering Science*, Vol. 1, No. 6, pp. 247-253, 1952.
- [2] C. Tan, G. Homsy, Simulation of nonlinear viscous fingering in miscible displacement, *Physics of Fluids*, Vol. 31, No. 6, pp. 1330-1338, 1988.
- [3] W. Zimmerman, G. Homsy, Nonlinear viscous fingering in miscible displacement with anisotropic dispersion, *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*, Vol. 3, No. 8, pp. 1859-1872, 1991.
- [4] C. T. Tan, G. Homsy, Viscous fingering with permeability heterogeneity, *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*, Vol. 4, No. 6, pp. 1099-1101, 1992.
- [5] A. De Wit, G. Homsy, Viscous fingering in periodically heterogeneous porous media. I. Formulation and linear instability, *The Journal of Chemical Physics*, Vol. 107, No. 22, pp. 9609-9618, 1997.
- [6] A. De Wit, G. Homsy, Viscous fingering in periodically heterogeneous porous media. II. Numerical simulations, *The Journal of Chemical Physics*, Vol. 107, No. 22, pp. 9619-9628, 1997.
- [7] M. Sajjadi, J. Azaiez, Scaling and unified characterization of flow instabilities in layered heterogeneous porous media, *Physical Review E*, Vol. 88, No. 3, pp. 033017, 2013.
- [8] H. Pascal, Stability of a moving interface in porous medium for non-Newtonian displacing fluids and its applications in oil displacement mechanism, *Acta Mechanica*, Vol. 58, No. 1-2, pp. 81-91, 1986.
- [9] H. Li, B. Maini, J. Azaiez, Experimental and numerical analysis of the viscous fingering instability of shear-thinning fluids, *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, Vol. 84, No. 1, pp. 52-62, 2006.
- [10] M. C. Kim, C. K. Choi, Linear analysis on the stability of miscible dispersion of shear-thinning fluids in porous media, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 166, No. 21-22, pp. 1211-1220, 2011.
- [11] M. Nourozi, M. Shoghi, Nonlinear simulation of non-Newtonian viscous fingering instability in anisotropic porous media, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 7, pp. 415-425, 2015. (in Persian)
- [12] M. R. Shoghi, M. Norouzi, Linear stability analysis and nonlinear simulation of non-Newtonian viscous fingering instability in heterogeneous porous media, *Rheologica Acta*, Vol. 54, No. 11-12, pp. 973-991, 2015.
- [13] D. J. Pye, Improved secondary recovery by control of water mobility, *Journal of Petroleum Technology*, Vol. 16, No. 08, pp. 911-916, 1964.
- [14] S. Mora, M. Manna, From viscous fingering to elastic instabilities, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 173, No. 1, pp. 30-39, 2012.
- [15] M. Kayhani, H. Shokri, M. Norouzi, Nonlinear simulation a of viscoelastic fingering instability, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 8, pp. 47-54, 2016. (in Persian)

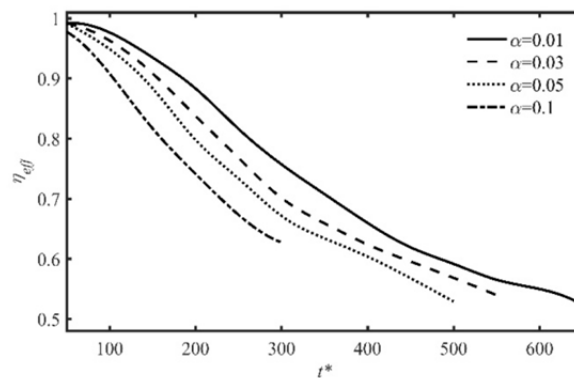


Fig. 16 The sweep efficiency profiles in the medium with parabolic heterogeneity for different values of α ($n = 0.8$, $De = 0.5$ and $R = 2.5$)

شکل 16 منحنی‌های بازده در محیط با ناهمگنی سهموی در مقادیر مختلف α ($R = 2.5$ و $De = 0.5$, $n = 0.8$)

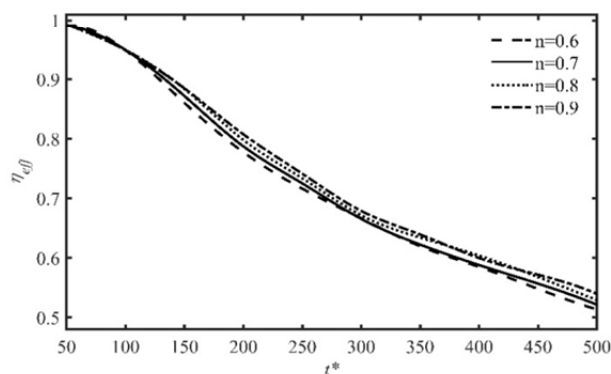


Fig. 17 The sweep efficiency profiles in the medium with parabolic heterogeneity for different values of n ($\alpha = 0.05$, $De = 0.5$ and $R = 2.5$)

شکل 17 منحنی‌ها بازده جاروبی در محیط با ناهمگنی سهموی در مقادیر مختلف n ($R = 2.5$ و $De = 0.5$, $\alpha = 0.05$)

می‌شود.

در مطالعات پیشین نقش سیال ویسکوالاستیک بر روی ناپایداری انگشتی مورد بررسی قرار گرفته است. بخش عظیمی از مطالعات بر روی خاصیت باریک‌شوندگی این سیال تمرکز دارند و تعداد محدودی نیز خاصیت الاستیک سیال را مورد مطالعه قرار داده‌اند. این مطالعه نخستین تلاش به منظور در نظر گرفتن این دو خاصیت بارز سیال ویسکوالاستیک به طور توأمان می‌باشد.

7- فهرست علائم

غلظت	c
میانگین غلظت عرضی	C_{ave}
پراکندگی (m^2s^{-1})	D
عدد دבורا	De
نفوذپذیری (m^2)	K
طول سلول هل-شاو (m)	L
طول اختلاط	L_E
شاخص توانی در مدل کاریو	n
فشار ($\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-2}$)	P

- type, *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, Vol. 185, No. 3, pp. 675-705, 1994.
- [20] C. Canuto, M. Y. Hussaini, A. Quarteroni, A. Thomas Jr, *Spectral methods in fluid dynamics*, pp. 31-93, Springer, 2012.
- [21] O. Manickam, G. Homsy, Stability of miscible displacements in porous media with nonmonotonic viscosity profiles, *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*, Vol. 5, No. 6, pp. 1356-1367, 1993.
- [22] K. Ghosmat, J. Azaiez, Viscous fingering instability in porous media: effect of anisotropic velocity-dependent dispersion tensor, *Transport in Porous Media*, Vol. 73, No. 3, pp. 297-318, 2008.
- [16] H. Shokri, M. Kayhani, M. Norouzi, Nonlinear simulation and linear stability analysis of viscous fingering instability of viscoelastic liquids, *Physics of Fluids*, Vol. 29, No. 3, pp. 033101, 2017.
- [17] H. Shokri, M. Kayhani, M. Norouzi, Saffman-Taylor instability of viscoelastic fluids in anisotropic porous media, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 135, No. 1, pp. 1-13, 2018.
- [18] Z. Zhang, C. Fu, W. Tan, Linear and nonlinear stability analyses of thermal convection for Oldroyd-B fluids in porous media heated from below, *Physics of Fluids*, Vol. 20, No. 8, pp. 084103, 2008.
- [19] A. Hakim, Mathematical analysis of viscoelastic fluids of White-Metzner