



تشابه محدود در رفتار دینامیکی نرخ بالای سازه‌ها تحت اثر بارهای ضربه‌ای

حامد صادقی¹، مجید علی طاوولی²، ابوالفضل درویشه^{3*}

1- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت

3- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد بندر انزلی، بندر انزلی

* رشت، صندوق پستی 3756، adarvizeh@guilan.ac.ir

اطلاعات مقاله	چکیده
مقاله پژوهشی کامل دریافت: 20 بهمن 1396 پذیرش: 25 فروردین 1397 ارائه در سایت: 21 اردیبهشت 1397 کلید واژگان: اسکیلینگ تشابه محدود نرخ کرنش ضربه ورق	در تحقیق حاضر، مدلی معادل با ابعاد متفاوت و همچنین با ابعاد و ماده متفاوت در مقایسه با جسم اصلی برای سازه‌های حساس به نرخ کرنش تحت ضربه نرخ بالا با استفاده از روش بدیع تشابه محدود ارائه شده است. روش تشابه محدود این امکان را فراهم می‌سازد که آزمایش روی مدل انجام گیرد. در این روش با استفاده از اصول موضوعی (قانون بقای جرم، قانون بقای مومنتم، قانون بقای انرژی و قانون بقای انرژی) که همواره برای هر سیستمی صادق است، مشخصات مدل تعیین می‌شود و تمییم نتایج مدل به جسم اصلی امکان‌پذیر می‌گردد. روابط برای هر دو مورد اسکیلینگ ابعادی و اسکیلینگ همزمان ابعادی/ماده‌ای سازه‌های حساس به نرخ کرنش ارائه گردیده است. به منظور بررسی کارایی روابط ارائه شده، نتایج عددی برای ورق‌های دایروی تحت ضربه تعیین شده‌اند. لازم به ذکر است که نتایج عددی با استفاده از نرم‌افزار المان محدود ال‌اس‌داینا به دست آورده شده‌اند که در طی آن، اثرات نرخ کرنش با استفاده از روابط ساختاری کوپر-سیموندز و جانسون-کوک در نظر گرفته شده است. نتایج حاکی از آن است که ورق اسکیل شده با ابعاد ده برابر کوچکتر و همچنین ساخته شده از ماده متفاوت نسبت به ورق اصلی، پاسخ‌های ورق اصلی را با دقت بسیار مطلوبی پیش‌بینی می‌نماید.

Finite similitude in high rate dynamic behavior of structures under impact loads

Hamed Sadeghi¹, Majid Alitavoli¹, Abolfazl Darvizeh^{2*}

1- Department of Mechanical Engineering, University of Guilan, Rasht, Iran.

2- Department of Mechanical Engineering, Islamic Azad University, Bandar Anzali Branch, Bandar Anzali, Iran.

* P.O.B. 3756, Rasht, Iran, adarvizeh@guilan.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 09 February 2018
Accepted 14 April 2018
Available Online 11 May 2018

Keywords:
Scaling
Finite Similitude
Strain Rate
Impact
Plate

ABSTRACT

At present paper, an equivalent model with different dimensions and also with different dimensions and material in comparison with main body for strain rate sensitive structures subjected to high rate loading is presented by using the novel finite similitude method. The finite similitude method provides performing a test on the model instead of the original sample. This method is used to obtain the properties of model and to reverse the obtained results for model to main body by using the principles of nature (the law of conservation of mass, the law of conservation of momentum, the law of conservation of energy and the law of conservation of entropy) which is always true for any system. The relationships for both pure dimensional and simultaneously dimensional/material scaling of strain rate sensitive structures are presented. To evaluate the efficiency of the proposed relationships, the numerical results are obtained for impacted circular plates. It should be mentioned that the numerical results are obtained by using the finite element software LS-Dyna in which the strain rate effects are considered into account by using the Cowper-Symonds and Johnson-Cook constitutive equations. The results indicate that the scaled plate to one tenth of its original dimensions and also made of different material in comparison with original plate predicts the response characteristics of the original plate with a very good accuracy.

مطالعه تحلیلی، عددی و تجربی بر روی جسم اصلی میسر نیست، اجتناب ناپذیر است¹.

تعیین پاسخ جسم اصلی با انجام آزمایش بر روی مدل با هندسه مشابه که از نظر ابعاد نسبت به جسم اصلی کوچک شده است به عنوان اسکیلینگ¹، اسکیلینگ رپلیکا²، مدل‌سازی یا تشابه³ شناخته می‌شود [1]. اسکیلینگ سازه‌های تحت بار دینامیکی در گستره وسیعی توسط محققان مختلف مورد

1- مقدمه

بررسی تجربی سازه‌های بزرگ به دلایلی همچون هزینه بالا و محدودیت امکانات تجربی همیشه مقدور نیست. در چنین مواردی، بررسی عددی با استفاده از برنامه‌های کامپیوتری پیشرفته می‌تواند به عنوان جایگزین مناسبی مورد استفاده قرار گیرد. به هر حال، مطالعه عددی همه پدیده‌ها میسر نیست و مهمتر از آن، نتایج عددی باید با نتایج تجربی صحت‌سنجی گردد. بنابراین، همچنان که جونز [1] بیان نموده است "بررسی تجربی مدل‌های معادلی که ابعادشان نسبت به جسم اصلی کوچک شده است در مواردی که امکان

¹ Scaling

² Replica scaling

³ Modeling or similitude

بررسی قرار گرفته است که یک مرور کلی بر آنها در کتاب ضربه جونز [1] صورت گرفته است. قابل ذکر است که همه تلاش‌های صورت گرفته برای اسکیل نمودن سازه‌های حساس به نرخ کرنش تحت بار دینامیکی شکست خورده است؛ جنبه‌های مختلف آن در کتاب ضربه جونز [1] بررسی شده است. به عنوان مثال، 13 تست درایی (نرخ کرنش متوسط) بر سازه حساس به نرخ کرنش (فولاد ملایم و فولاد ضد زنگ) با ابعاد چهار برابر کوچکتر نسبت به جسم اصلی توسط پوس و همکارانش [2] صورت گرفت. لازم به ذکر است که مدل اسکیل شده و جسم اصلی از نظر هندسی مشابه بوده و تحت ضربه با سرعت یکسان قرار گرفتند که شرایط لازم برای اسکیلینگ ابعادی است. اختلاف بزرگی بین شکل‌های کماتش مدل اسکیل شده و جسم اصلی مشاهده گردید. به عنوان مثالی دیگر، با بررسی تجربی اسکیلینگ ابعادی پوسته‌های مخروطی جدار نازک گیردار ساخته شده از فولاد ملایم تحت ضربه محوری توسط جیانگ و همکارانش [3] مشخص گردید که انحرافی بین نتایج جسم اصلی و مدل‌های اسکیل شده به وجود می‌آید که انحرافات بزرگتر مرتبط با سرعت‌های ضربه بزرگتر (نرخ‌های کرنش بزرگتر) و ضرایب اسکیلینگ بزرگتر می‌باشد. تأثیرات نرخ کرنش به عنوان عامل اصلی انحرافات ذکر شده بین نتایج تشخیص داده شد.

همچنان که قبلاً ذکر شد، در اسکیلینگ ابعادی سازه‌های تحت ضربه، تشابه غیر کاملی¹ بین مدل‌های اصلی و اسکیل شده به دلیل اسکیل‌ناپذیری اثرات نرخ کرنش ایجاد می‌شود. برای حل مشکل ذکر شده، تشابه غیر مستقیم² مورد استفاده قرار گرفت [4-8]. این روش با استفاده از مجموعه جدیدی از اعداد بی‌بعد بر پایه جرم ضربه‌زننده، سرعت اولیه ضربه و تنش تسلیم دینامیکی ایجاد شد؛ در روش قبلی از پایه جرم، طول و زمان استفاده می‌شد. آشپرو و آلوز [4] از ضریب تصحیحی برای سرعت ضربه به منظور اسکیل نمودن اثرات نرخ کرنش استفاده کرد. همچنین، آلوز و آشپرو [5] تلاش نمودند تا با در نظر گرفتن ضریب تصحیحی برای جرم ضربه‌زننده اثرات نرخ کرنش را اسکیل نمایند. در هر دو نگرش، خطاهای کوچکی برای مثال‌های ساده‌ای که رفتار ماده پلاستیک کامل³ در نظر گرفته شد، ایجاد گردید. اسکیلینگ پوسته‌های استوانه‌ای ساخته شده از ماده پلاستیک کامل تحت ضربه محوری توسط آشپرو و آلوز [6] صورت پذیرفت. مشخص گردید که با تصحیح سرعت ضربه، انطباق خوبی بین نتایج مدل‌های اصلی و اسکیل شده ایجاد می‌شود. لازم به ذکر است که برای تعیین ضرایب اسکیلینگ براساس روش‌های ارائه شده در [5,4] به اطلاعاتی از نرخ کرنش نیاز است. به عنوان مثال، مقدار میانگین نرخ کرنش برای لوله‌ها توسط آشپرو و آلوز در [6] مورد استفاده قرار گرفت، درحالی‌که، تعیین مقدار میانگین نرخ کرنش در سازه‌های پیچیده میسر نیست و همچنین، نرخ کرنش مقدار ثابتی نیست بلکه کمیتی وابسته به زمان است. آشپرو و آلوز [7] مشکل ذکر شده را با استفاده از معادله نرْتَن-هَف⁴ تصحیح نمودند که ضریب تصحیح سرعت تابعی از ضریب اسکیلینگ ابعادی و توان معادله نرْتَن-هَف تعیین گردید. با استفاده از این روش، انطباق کاملی بین نتایج مدل‌های اصلی و اسکیل شده که از ماده صلب پلاستیک کامل⁵ ساخته شده‌اند، حاصل شد.

در اسکیلینگ ابعادی [4-8] ماده مدل‌های اصلی و اسکیل شده باید یکسان باشد، اما ارضای این شرط در موارد بسیاری با مشکل مواجه می‌شود.

به عنوان مثال، اگر مدل اصلی از ورق فولادی با ضخامت 10 میلی‌متر و مدل اسکیل شده‌اش از ورق با ضخامت 0.5 میلی‌متر ساخته شده باشند، احتمال دارد که مواد آنها به دلیل استفاده از فرایندهای ساخت مختلف متفاوت باشد [9]. همچنین، در برخی موارد به دلایلی همچون مشکلات ساخت، هزینه و محدودیت‌های آزمایشگاهی، ضروری است که مدل‌های اصلی و اسکیل شده از مواد متفاوتی ساخته شوند [10]. تعیین پاسخ مدل اصلی با استفاده از مدل اسکیل شده‌ای که از ماده متفاوتی ساخته شده باشد مسئله‌ای حل نشده⁶ است [10]. به هر حال، مطالعات بسیار کمی بر روی مدل‌های اسکیل شده‌ای که نسبت به جسم اصلی از ماده متفاوتی ساخته شده باشند صورت گرفته است [9-12]. روشی براساس تصحیح عواملی که منجر به اختلاف بین نتایج مدل‌های اصلی و اسکیل شده ساخته شده از مواد مختلف می‌گردد برای سازه‌های ساده‌ای که دارای رفتار الاستیک-پلاستیک کامل است توسط آلوز و آشپرو [9] ارائه شده است. بررسی تجربی بر روی لوله‌های دایروی تحت ضربه توسط مازاریول و آلوز [12] صورت پذیرفت. مشخص گردید که علاوه بر تصحیحات صورت گرفته بر روی عواملی که منجر به اختلاف بین نتایج مدل‌های اصلی و اسکیل شده می‌گردد، نتایج مدل‌های اصلی و اسکیل شده ساخته شده از مواد متفاوت تطابق مناسبی ندارند. روشی که امکان استفاده از چگالی‌ها و دیگر مشخصات ماده مختلف را برای مدل‌های اصلی و اسکیل شده فراهم می‌سازد توسط مازاریول و همکارانش [10] ارائه گردید. لازم به ذکر است که در روش‌های قبلی امکان استفاده از چگالی‌های مختلف برای مدل‌های اصلی و اسکیل شده وجود نداشت. رابطه ساختاری جانسون-کوک برای در نظر گرفتن اثرات نرخ کرنش و سخت‌شوندگی مورد استفاده قرار گرفت و مدول الاستیک 100 برابر مقدار واقعی در نظر گرفته شد.

اغلب روش‌های پیشنهاد شده در کارهای گذشته برای اسکیلینگ مواد حساس به نرخ کرنش فقط در شرایط خاصی قابل استفاده‌اند و حل سیستماتیک کاملی را مهیا نمی‌کنند. در کار حاضر، روشی برای اسکیلینگ سازه‌های ساخته شده از مواد حساس به نرخ کرنش تحت ضربه نرخ بالا با استفاده از روش بدیع تشابه محدود [13] ارائه شده است. تشابه محدود رویکرد کلی‌تری نسبت به اسکیلینگ دارد، بطوریکه فضا و همه اشیا موجود در فضا را اسکیل می‌نماید. مزیت این رویکرد این است که راه حل‌های به دست آمده عمومی هستند، به این معنی که آنها وابسته به شکل جسم مورد تجزیه و تحلیل نیستند.

نتایج روش ارائه شده در این مقاله با نتایج روش ارائه شده توسط مازاریول و همکارانش [10] برای یک ورق دایروی با لبه خارجی گیردار که در مرکزش توسط کره‌ای صلب تحت ضربه قرار می‌گیرد در شکل 1 مقایسه شده است. همچنان که از این شکل مشخص است، روش استفاده شده در این مقاله پاسخ مدل اصلی را برای برخی مواد با دقت بهتر (1) و برای برخی مواد دیگر بادقت برابر یا بدتر (2) پیش‌بینی می‌نماید.

روابط برای هر دو مورد اسکیلینگ ابعادی و اسکیلینگ همزمان ابعادی/ماده‌ای سازه‌های حساس به نرخ کرنش ارائه گردیده است و به منظور بررسی کارایی روابط ارائه شده، نتایج عددی برای ورق‌های دایروی با لبه خارجی گیردار که در مرکزش توسط کره‌ای صلب تحت ضربه قرار می‌گیرد تعیین شده‌اند.

2- مروری مختصر بر تئوری تشابه محدود

¹ Non-perfect similarity

² Non-direct similitude

³ Perfectly plastic material

⁴ Norton-Hoff

⁵ Rigid perfectly plastic

⁶ Open problem

جاری Ω_{ps} را مرتبط می‌نماید [15,14]. همچنین، معادله انتقال⁹ برای فضای مدل مطابق رابطه (2) می‌باشد.

$$\begin{aligned} \frac{D^*}{D^*\tau} \int_{\Omega_{ts}} \rho_{ts} \Psi_{ts} dV_{ts} + \int_{\Gamma_{ts}} \rho_{ts} \Psi_{ts} (\underline{v}_{ts} - \underline{v}_{ts}^*) \underline{n}_{ts} d\Gamma_{ts} = \\ - \int_{\Gamma_{ts}} \underline{J}_{ts}^{\Psi} \cdot \underline{n}_{ts} d\Gamma_{ts} + \int_{\Omega_{ts}} \rho_{ts} b_{ts}^{\Psi} dV_{ts} \end{aligned} \quad (2)$$

زیرنویس ts بیانگر متغیر مرتبط با فضای آزمایش (مدل اسکیل شده)¹⁰ است. برای فضای آزمایش نیز، $D^*/D^*\tau = \partial/\partial\tau|_s$ ، نقشی مشابه با مشتق مادی ایفا می‌نماید و منجر به تعریف سرعت حجم کنترل به صورت $\underline{v}_{ts}^* = D^*s^*/D^*\tau$ می‌گردد که در آن $\Omega_{ts}^*: \Omega_{ts}^*(s^*, \tau) \rightarrow \Omega_{ts}$ دیفومورفیسمی است که حجم کنترل مرجع Ω_{ts}^* و حجم کنترل جاری Ω_{ts} را مرتبط می‌نماید. برای مرتبط نمودن فضاهای فیزیکی و آزمایشی، باید نگاشتی بین Ω_{ps} و Ω_{ts} در نظر گرفته شود [13]. شکل شماتیک نگاشت استفاده شده بین Ω_{ps} و Ω_{ts} در شکل 2 نمایش داده شده است. همچنان که از این شکل مشخص است، فضاهای فیزیکی و آزمایشی می‌توانند با فرض وجود نگاشتی مانند $x^*(s^*, \tau)$ که به صورت رابطه (3) تعریف می‌شود، مرتبط گردند. همچنین، متغیرهای زمان در فضاهای فیزیکی و آزمایشی بواسطه رابطه (4) مرتبط می‌شوند.

$$dx_i^* = \frac{\partial x_i^*}{\partial s_j^*} ds_j^* + \frac{\partial x_i^*}{\partial \tau} d\tau \quad (3)$$

$$dt = h(\tau) d\tau \quad (4)$$

که h نگاشت بایجکشن¹¹ است. برای راحتی کار، فرض شده است که x^* فقط تابعی از s^* است، بنابراین، رابطه (3) به $dx^* = F_s \cdot ds^*$ کاهش می‌یابد که در آن $F_s = \partial x_i^* / \partial s_j^*$. این تانسور تغییر شکل منجر به روابط $dV_{ps} = |F_s| dV_{ts}$ و $d\Gamma_{ps} = |F_s| d\Gamma_{ts}$ می‌گردد که $d\Gamma_{ps} = |F_s| d\Gamma_{ts} \cdot F_s^{-1}$ و $|F_s| dV_{ts} = |F_s| dV_{ps}$ با جایگذاری این روابط در رابطه (1)، رابطه مذکور به صورت رابطه (5) بازنویسی می‌شود.

$$\begin{aligned} \frac{1}{h(\tau)} \frac{D^*}{D^*\tau} \int_{\Omega_{ts}^*} \rho_{ps} \Psi_{ps} |F_s| dV_{ts} + \\ \int_{\Gamma_{ts}^*} \rho_{ps} \Psi_{ps} |F_s| F_s^{-1} (\underline{v}_{ps} - \underline{v}_{ps}^*) \underline{n}_{ts} d\Gamma_{ts} = \\ - \int_{\Gamma_{ts}^*} |F_s| F_s^{-1} \cdot \underline{J}_{ps}^{\Psi} \cdot \underline{n}_{ts} d\Gamma_{ts} + \int_{\Omega_{ts}^*} \rho_{ps} b_{ps}^{\Psi} |F_s| dV_{ts} \end{aligned} \quad (5)$$

با برابر قرار دادن ترم‌های معادل روابط (2) و (5)، روابط (6) حاصل می‌شوند.

$$\begin{aligned} \rho_{ts} \Psi_{ts} &= \alpha^{\Psi} \rho_{ps} \Psi_{ps} |F_s| \\ \underline{v}_{ts} - \underline{v}_{ts}^* &= h F_s^{-1} (\underline{v}_{ps} - \underline{v}_{ps}^*) \\ \underline{J}_{ts}^{\Psi} &= \alpha^{\Psi} h |F_s| F_s^{-1} \cdot \underline{J}_{ps}^{\Psi} \\ \rho_{ts} b_{ts}^{\Psi} &= \alpha^{\Psi} h \rho_{ps} b_{ps}^{\Psi} |F_s| \end{aligned} \quad (6)$$

لازم به ذکر است که α^{Ψ} برای تعمیم فراگیرتر مورد استفاده قرار گرفته است. برای جدا کردن سرعت‌های حجم کنترل و ماده، رابطه (6b) به صورت $\underline{v}_{ts} = h F_s^{-1} \cdot \underline{v}_{ps}^*$ و $\underline{v}_{ts}^* = h F_s^{-1} \cdot \underline{v}_{ps}$ نوشته می‌شود.

⁹ Transport equation

¹⁰ Trial space (scaled model)

¹¹ Bijection map

تئوری اسکیلینگ حاضر براساس فرم انتگرالی عمومی معادلات بقا است [14] که معادله ریاضی آن برای فضای فیزیکی¹ مطابق رابطه (1) می‌باشد.

$$\begin{aligned} \frac{D^*}{D^*t} \int_{\Omega_{ps}} \rho_{ps} \Psi_{ps} dV_{ps} + \int_{\Gamma_{ps}} \rho_{ps} \Psi_{ps} (\underline{v}_{ps} - \underline{v}_{ps}^*) \underline{n}_{ps} d\Gamma_{ps} = \\ - \int_{\Gamma_{ps}} \underline{J}_{ps}^{\Psi} \underline{n}_{ps} d\Gamma_{ps} + \int_{\Omega_{ps}} \rho_{ps} b_{ps}^{\Psi} dV_{ps} \end{aligned} \quad (1)$$

که $\rho, \Psi, \underline{v}, \underline{J}, b$ و $\underline{n}$ به ترتیب عبارتند از چگالی، میدان فیزیکی²، حجم، میدان سرعت، فلاکس³، منبع و نرمال واحد مرز Γ از حجم کنترل⁴. لازم به ذکر است که زیرنویس ps بیانگر متغیر مرتبط با فضای فیزیکی (مدل اصلی یا اسکیل نشده)⁵ است. مشتق ستاره-زمان⁶ $D^*/D^*t = \partial/\partial t|_{x^*}$ نقشی مشابه مشتق مادی⁷ ایفا می‌نماید و منجر به تعریف سرعت حجم کنترل به صورت $\underline{v}_{ps}^* = D^*x^*/D^*t$ می‌گردد که در آن $\Omega_{ps}^*: \Omega_{ps}^*(x^*, t) \rightarrow \Omega_{ps}$ دیفومورفیسمی⁸ است که حجم کنترل مرجع Ω_{ps}^* و حجم کنترل

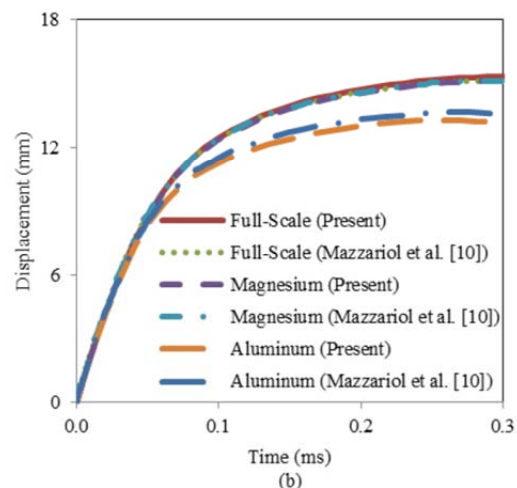
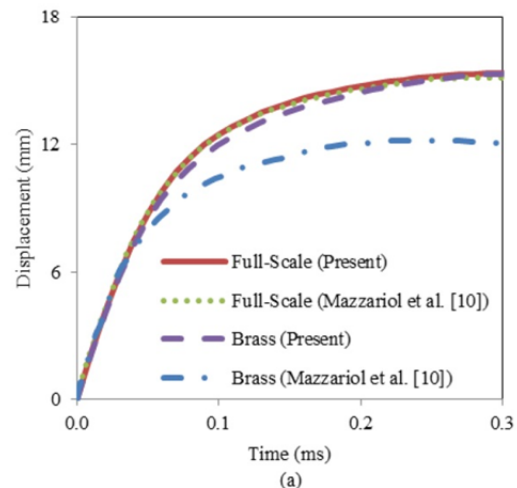


Fig. 1 Central impact of a sphere on a circular plate (Fig. 6(b) [10])

شکل 1 ضربه مرکزی ورق دایروی توسط کره (شکل 6(b) [10])

¹ Physical space

² Physical field

³ Flux

⁴ Control volume (CV)

⁵ Full-scale or un-scaled model

⁶ Star-time derivative

⁷ Material derivative

⁸ Diffeomorphism

0 جایگذاری این ترم‌ها در روابط (7) منجر به رابطه‌های $\rho_{ts} = \alpha^p \beta^3 \rho_{ps}$ ، $\rho_{ts} b_{ts} = 0$ و $\underline{I}_{ts} = 0$ ، $\underline{v}_{ts} = h\beta^{-1} \underline{v}_{ps}$ ، $\underline{v}_{ts}^* = h\beta^{-1} \underline{v}_{ps}^*$ ، لذا، مهمترین رابطه این قسمت که ضریب اسکالینگ چگالی است به صورت رابطه (10) بیان می‌شود.

$$\rho_{ts} = \alpha^p \beta^3 \rho_{ps} \quad (10)$$

2-1-2- اسکالینگ مومنتم

همچنان که در رابطه (9) بیان شد، ترم‌های مربوط به میدان فیزیکی، فلاکس و حجمی بقا مومنتم به ترتیب عبارتند از $\underline{\Psi} = \underline{v}$ ، $\underline{b} = 0$ و $\underline{I} = \underline{\sigma}$ ، جایگذاری این ترم‌ها در روابط (7) منجر به رابطه‌های $\rho_{ts} \underline{v}_{ts} = \alpha^v \beta^3 \rho_{ps} \underline{v}_{ps}$ و $\rho_{ts} b_{ts} = \alpha^v \beta^3 \rho_{ps} b_{ps}$ و $\underline{\sigma}_{ts} = \alpha^v h \beta^2 \underline{\sigma}_{ps}$ ، $\underline{v}_{ts} = h\beta^{-1} \underline{v}_{ps}$ ، $h\beta^{-1} \underline{v}_{ps}^*$ می‌گردد. روابط (7c) و (10) همراه با رابطه $\rho_{ts} \underline{v}_{ts} = \alpha^v \beta^3 \rho_{ps} \underline{v}_{ps}$ منجر به رابطه (11) می‌شود.

$$\alpha^v = h\beta^{-1} \alpha^p \quad (11)$$

رابطه $\underline{\sigma}_{ts} = \alpha^v h \beta^2 \underline{\sigma}_{ps}$ می‌تواند در هر مدل پیوسته‌ای از جمله مدل پلاستیسیته ون-میسر⁵ مورد استفاده قرار گیرد. با جایگذاری رابطه (11) در رابطه $\underline{\sigma}_{ts} = \alpha^v h \beta^2 \underline{\sigma}_{ps}$ حاصل می‌شود.

$$\underline{\sigma}_{ts} = \alpha^p h^2 \beta^2 \underline{\sigma}_{ps} \quad (12)$$

با استفاده از مدل پلاستیسیته ون-میسر، روابط $\underline{\sigma}_{ps}^* : \underline{\sigma}_{ps}^* = 3Y_{ps}^2$ و $\underline{\sigma}_{ps}^* : \underline{\sigma}_{ps}^* = 3Y_{ps}^2$ حاصل می‌شوند که $\underline{\sigma}_{ts}^* : \underline{\sigma}_{ts}^* = 3Y_{ts}^2$ و $\underline{\sigma}_{ts}^* : \underline{\sigma}_{ts}^* = 3Y_{ts}^2$ بیانگر تنش‌های انحرافی و Y_{ts} بیانگر تنش‌های تسلیم هستند. با استفاده از رابطه (12) و روابط $\underline{\sigma}_{ts}^* : \underline{\sigma}_{ts}^* = 3Y_{ts}^2$ و $\underline{\sigma}_{ps}^* : \underline{\sigma}_{ps}^* = 3Y_{ps}^2$ به صورت رابطه (13) حاصل می‌شود.

$$h = \sqrt{\frac{1}{\alpha^p \beta} \frac{Y_{ts}}{Y_{ps}}} \quad (13)$$

2-2- اسکالینگ روابط ساختاری

جزئیاتی که در بخش‌های قبلی تشریح شد، فقط برای قوانین بقا است. اما در عمل، اسکال کردن روابط ساختاری نیز مورد نیاز است. برای مثال، رابطه ساختاری جانسون-کوک⁶ بدون در نظر گرفتن اثرات حرارتی به صورت رابطه (14) بیان می‌شود [13].

$$\sigma_{ps} = (A_{ps} + B_{ps} \epsilon_{ps}^n) \left(1 + C \ln \left(\frac{\dot{\epsilon}_{ps}}{\dot{\epsilon}_{ps}^0} \right) \right) \quad (14)$$

که A_{ps} ، ϵ_{ps}^p و $\dot{\epsilon}_{ps}^0$ به ترتیب بیانگر تنش تسلیم اولیه، کرنش پلاستیک، نرخ کرنش و نرخ کرنش مرجع⁷ هستند و n ، B_{ps} و C ضرایب ثابتی می‌باشند که به صورت تجربی تعیین می‌شوند.

برطبق رابطه (12)، رابطه ساختاری جانسون-کوک در فضای آزمایشی به صورت رابطه (15) تعیین می‌شود.

$$\sigma_{ts} = (A_{ts} + B_{ts} \epsilon_{ts}^n) \left(1 + C \ln \left(\frac{\dot{\epsilon}_{ts}}{\dot{\epsilon}_{ts}^0} \right) \right) \quad (15)$$

که $A_{ts} = \alpha^p h^2 \beta A_{ps}$ ، $B_{ts} = \alpha^p h^2 \beta B_{ps}$ ، $\epsilon_{ts}^p = \epsilon_{ps}^p$ ، $\dot{\epsilon}_{ts}^0 = \dot{\epsilon}_{ps}^0$ و $\dot{\epsilon}_{ts} = h \dot{\epsilon}_{ps}$

2-3- نحوه استفاده از روش تشابه محدود

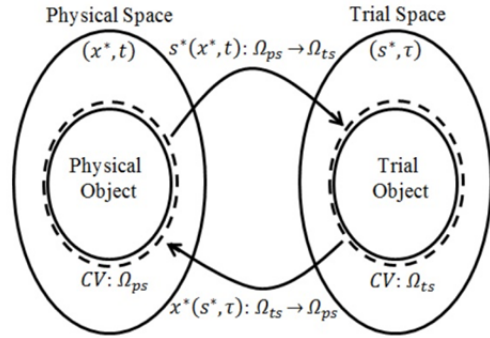


Fig. 2 A schematic diagram of scaling maps between physical and trial spaces

شکل 2 شماتیک از نگاشت‌های اسکالینگ بین فضاهای فیزیکی و آزمایشی

در اسکالینگ ایزوتروپیک¹، پارامترهای فیزیکی با نسبت‌های یکسان در تمامی جهات اسکال می‌شوند. این شرط تانسور مرتبه دوم F_s را به βI ساده می‌کند که β ضریب اسکالینگ اسکالر و I تانسور واحد می‌باشد. بنابراین برای اسکالینگ ایزوتروپیک، روابط (6) به روابط (7) کاهش می‌یابند.

$$\begin{aligned} \rho_{ts} \Psi_{ts} &= \alpha^\Psi \beta^3 \rho_{ps} \Psi_{ps} \\ \underline{v}_{ts}^* &= h\beta^{-1} \underline{v}_{ps}^* \\ \underline{v}_{ts} &= h\beta^{-1} \underline{v}_{ps} \\ \underline{I}_{ts}^\Psi &= \alpha^\Psi h \beta^2 \underline{I}_{ps}^\Psi \\ \rho_{ts} b_{ts}^\Psi &= \alpha^\Psi h \beta^3 \rho_{ps} b_{ps}^\Psi \end{aligned} \quad (7)$$

مشخص است که مجموعه‌ای از متغیرهای فیزیکی ρ_{ts} ، $\underline{v}_{ts}$ ، $\underline{v}_{ts}^*$ ، Ψ_{ts} و b_{ts}^Ψ همراه با پارامترهای اسکالینگ h و α^Ψ وجود دارند که روابط (1) و (2) را قادر می‌سازد که با یکدیگر منطبق گردند. اما چالش پیش‌روی این است که چگونه معادلات انتقال فضاهای فیزیکی و آزمایشی در فرایندهای نرخ بالا با یکدیگر منطبق می‌شوند.

2-1-1- شیوه کاربردی

چهار معادله بقا برای فرایندهای ترمومکانیکال² عبارتند از بقای جرم، بقای مومنتم، بقای انرژی و بقای آنتروپی [13] که برای فرایندهای مکانیکی³ تعداد معادلات بقا به دو معادله کاهش می‌یابد که عبارتند از بقای جرم و بقای مومنتم و فرم ریاضی آنها به صورت روابط (8) و (9) می‌باشد.

$$\frac{D^*}{D^* t} \int_{\Omega_{ps}} \rho_{ps} dV_{ps} + \int_{\Gamma_{ps}} \rho_{ps} (\underline{v}_{ps} - \underline{v}_{ps}^*) n_{ps} d\Gamma_{ps} = 0 \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \frac{D^*}{D^* t} \int_{\Omega_{ps}} \rho_{ps} \underline{v}_{ps} dV_{ps} + \int_{\Gamma_{ps}} \rho_{ps} \underline{v}_{ps} (\underline{v}_{ps} - \underline{v}_{ps}^*) n_{ps} d\Gamma_{ps} = \\ \int_{\Gamma_{ps}} \underline{\sigma}_{ps} n_{ps} d\Gamma_{ps} + \int_{\Omega_{ps}} \rho_{ps} b_{ps} dV_{ps} \end{aligned} \quad (9)$$

که $\underline{\sigma}$ تانسور تنش کوشی⁴ و $\underline{b}$ نیرو حجمی می‌باشد.

2-1-1-1- اسکالینگ جرم

برای بقا جرم همچنان که از رابطه (8) مشخص است ترم‌های مربوط به میدان فیزیکی، فلاکس و حجمی به ترتیب عبارتند از $\Psi = 1$ ، $\underline{b} = 0$ و $\underline{I} = 0$.

⁵ Von-Mises

⁶ Johnson-Cook constitutive equation

⁷ Reference strain rate

¹ Isotropic scaling

² Thermo-mechanical processes

³ Pure mechanical processes

⁴ Cauchy tensor stress

4-1- اسکیلینگ سازه‌های حساس به نرخ کرنش (رابطه کوپر-سیموندز)

در بخش اول این قسمت، اسکیلینگ ابعادی ورق‌های دایروی تحت ضربه نرخ بالا صورت پذیرفته است و نشان داده شده است که انحرافی بین نتایج مدل‌های اصلی و اسکیل شده به دلیل اسکیل‌ناپذیری اثرات نرخ کرنش در اسکیلینگ ابعادی ایجاد می‌شود. در بخش دوم این قسمت، با استفاده از روابط جدید توسعه یافته بر پایه روش بدیع تشابه محدود برای اسکیلینگ همزمان ابعادی/ماده‌ای سازه‌های حساس به نرخ کرنش، تلاش شده است که مشکل مربوط به اسکیل‌ناپذیری اثرات نرخ کرنش در اسکیلینگ ابعادی رفع شود. روابط جدید توسعه یافته برای اسکیلینگ همزمان ابعادی/ماده‌ای سازه‌های حساس به نرخ کرنش، بر ورق‌های تحت ضربه اعمال شده است.

4-1-1- اسکیلینگ ابعادی

در اسکیلینگ ابعادی، فقط ابعاد جسم اسکیل می‌شود و ماده مدل‌های اصلی و اسکیل شده یکسان است. همچنان که قبلاً ذکر گردید، سه درجه آزادی برای فرایند مکانیکی وجود دارد [13]. برای اسکیلینگ ابعادی، درجه آزادی اول برای تعیین ضریب اسکیلینگ ابعادی (β) مورد استفاده قرار می‌گیرد. از درجه آزادی دوم، ضریب اسکیلینگ چگالی (β^p) برابر با $1/\beta^3$ با استفاده از رابطه (10) تعیین می‌شود و از درجه آزادی سوم، ضریب اسکیلینگ زمان (h) برابر با β با استفاده از رابطه (13) به دست آورده می‌شود. براساس نکات ذکر شده، ضریب پواسون، چگالی، مدول الاستیک، سخت‌شوندگی، تنش تسلیم و ضریب ثابت q مربوط به رابطه کوپر-سیموندز (رابطه (16)) [11] مدل‌های اصلی و اسکیل شده در تطابق کامل با یکدیگر قرار دارند، درحالی‌که، برای انطباق کامل رابطه ساختاری کوپر-سیموندز در فضاهای فیزیکی و آزمایشی D_{ts} باید β برابر D_{ps} باشد ($D_{ts} = \beta D_{ps}$). بنابراین، اثرات نرخ کرنش در اسکیلینگ ابعادی اسکیل نمی‌شود. در ادامه، نکته ذکر شده به صورت عددی بر ورق‌های تحت ضربه بررسی خواهد شد.

$$\sigma_d = \sigma_s \left(1 + \left(\frac{\dot{\epsilon}}{D}\right)^q\right) \quad (16)$$

ورق دایروی فولادی با لبه خارجی گیردار دارای ضخامت 1 و شعاع 50 میلی‌متر که در مرکز توسط کره صلب 0.01 کیلوگرمی (شعاع 5 میلی‌متر) دارای سرعت 200 میلی‌متر بر میلی‌ثانیه مطابق شکل 3 تحت ضربه قرار می‌گیرد، به عنوان مدل اصلی در نظر گرفته شده است. لازم به ذکر است که فولاد [16] با مشخصات ضریب پواسون، چگالی، مدول الاستیک، تنش تسلیم و ضرایب رابطه ساختاری کوپر-سیموندز D و q به ترتیب 0.3، 7.85×10^{-6} کیلوگرم بر میلی‌متر مکعب، 210 گیگاپاسکال، 0.285 گیگاپاسکال، 16.64 بر میلی‌ثانیه و 3.53 استفاده شده است، همچنین منحنی تنش-کرنش ماده فولاد استفاده شده مطابق با اطلاعات ارائه شده در جدول 1 می‌باشد.

جدول 1 تنش-کرنش ماده فولاد در محدوده پلاستیک [16]

کرنش پلاستیک	تنش (گیگاپاسکال)
0	0.285
0.0237	0.339
0.0477	0.378
0.0711	0.405
0.0941	0.428
0.138	0.461
0.190	0.491

براساس اطلاعات ارائه شده در بخش‌های قبلی، چهار ضریب اسکیلینگ برای فرایندهای مکانیکی وجود دارد که عبارتند از β (ضریب اسکیلینگ ابعادی)، h (ضریب اسکیلینگ زمان)، α^p (ضریب اسکیلینگ چگالی) و α^e (ضریب اسکیلینگ مومنتم). مطابق با رابطه (11)، α^e مستقل نیست، بنابراین، سه تا از ضرایب اسکیلینگ معرفی شده مستقل اند (α^p ، h و β). این بدان معناست که سه مورد از مشخصات مدل اسکیل شده می‌تواند منطبق بر مشخصات مورد نظر ثابت شود. در مواردی که تعداد مشخصات ماده و پارامترهای معادله ساختاری کمتر یا مساوی سه باشد، انطباق کاملی بین ماده اسکیل شده و ماده واقعی ایجاد می‌شود. اما در اغلب موارد به دلیل پیچیدگی فرایند، بیش از سه مجهول وجود دارد. به عبارت دیگر، ماده اسکیل شده در واقعیت وجود ندارد. اما مشخصات ماده مدل اصلی را می‌توان با انتخاب از بین مواد موجود به جای ماده اسکیل شده تقریب زد. لازم به ذکر است که معکوس ماده اسکیل شده دقیقاً منطبق بر مدل ماده جسم اصلی می‌باشد، درحالی‌که، معکوس ماده واقعی تقریبی از مدل ماده جسم اصلی می‌باشد. جزئیات بیشتر در [13] ارائه شده است.

3- شبیه‌سازی عددی

برای شبیه‌سازی عددی ورق دایروی با لبه خارجی گیردار که در مرکز توسط کره صلب تحت ضربه قرار می‌گیرد از نرم افزار المان محدود IAS داینا استفاده شده است. کره به صورت صلب و ورق دایروی به صورت جسم شکل پذیر و جامد¹ شبیه‌سازی شده است. برای تقریب سخت‌شوندگی به صورت خطی و چندخطی و در نظر گرفتن اثرات نرخ کرنش با استفاده از رابطه کوپر-سیموندز² از مدل ماده 024³ و برای در نظر گرفتن اثرات سخت‌شوندگی و نرخ کرنش با استفاده از رابطه جانسون-کوک⁴ از مدل ماده 098⁴ استفاده شده است. تماس بین کره صلب و ورق دایروی با استفاده از مدل تماس سطح به سطح⁵ تعریف شده است. در تمامی شبیه‌سازی‌ها، از ضرایب اصطکاک استاتیکی و دینامیکی به ترتیب 0.3 و 0.25 در تماس‌ها استفاده شده است. لازم به ذکر است که نتایج عددی کار حاضر با نتایج عددی گزارش شده توسط مازاریول و همکارانش [10] برای ورق دایروی با لبه خارجی گیردار که در مرکز توسط کره صلب تحت ضربه قرار می‌گیرد در شکل 1 مقایسه و صحت‌سنجی شده است.

4- بحث و بررسی نتایج

در این قسمت، روابط مربوط به هر دو مورد اسکیلینگ ابعادی و اسکیلینگ همزمان ابعادی/ماده‌ای سازه‌های حساس به نرخ کرنش ارائه گردیده است و به منظور بررسی کارایی روابط ارائه شده، نتایج عددی برای ورق‌های دایروی با لبه خارجی گیردار که در مرکز توسط کره صلب تحت ضربه قرار می‌گیرد تعیین شده است. در بخش اول این قسمت، روابط اسکیلینگ و نتایج عددی برای حالتی که اثرات نرخ کرنش با استفاده از رابطه ساختاری کوپر-سیموندز در نظر گرفته شده است و در بخش دوم روابط اسکیلینگ و نتایج عددی برای حالتی که اثرات نرخ کرنش و سخت‌شوندگی با استفاده از رابطه ساختاری جانسون-کوک⁴ در نظر گرفته شده است ارائه گردیده است. لازم به ذکر است که در تمام موارد به مانند مرجع [10]، مدول الاستیک 100 برابر مقدار واقعی در نظر گرفته شده است.

¹ Solid

² Cowper-Symonds

³ 024-PIECEWISE LINEAR PLASTICITY

⁴ 098-SIMPLIFIED JOHNSON-COOK

⁵ AUTOMATIC_SURFACE_TO_SURFACE

معکوس جذب انرژی بر حسب جابه‌جایی (جابه‌جایی مرکز ورق دایروی که در اثر برخورد کره صلب ایجاد می‌شود) و نیرو محوری بر حسب جابه‌جایی مدل ماده اسکیل شده و مدل‌های آزمایشی 1 و 2 به ترتیب در شکل‌های 4 و 5 با نتایج مربوط به مدل اصلی مقایسه شده‌اند. لازم به ذکر است که خطای مربوط به منحنی‌های جذب انرژی بر حسب جابه‌جایی و نیرو محوری بر حسب جابه‌جایی براساس مساحت زیر نمودار این منحنی‌ها محاسبه شده است. نتایجی به مانند جابه‌جایی بیشینه که در مرکز ورق دایروی اتفاق می‌افتد، جذب انرژی و نیرو بیشینه از شکل‌های 4 و 5 بسیار مهم هستند. معکوس نتایج جابه‌جایی بیشینه، جذب انرژی و نیرو بیشینه مدل ماده اسکیل شده و مدل‌های آزمایشی 1 و 2 در جدول 3 با نتایج مدل اصلی مقایسه شده‌اند. با توجه به نتایج ارائه شده در شکل‌های 4 و 5 و جدول 4، انحرافی بین نتایج معکوس شده مدل‌های آزمایشی 1 و 2 با نتایج مدل اصلی به دلیل اسکیل‌ناپذیری اثرات نرخ کرنش ایجاد می‌شود که این انحراف با افزایش ضریب اسکیلینگ ابعادی افزایش می‌یابد.

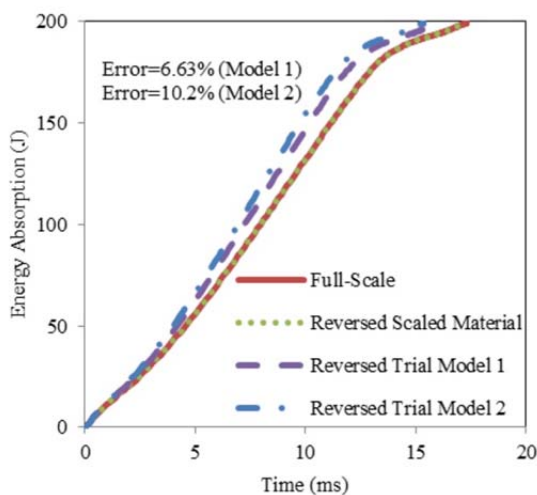


Fig. 4 Energy absorption versus displacement for full-scale model and reversed scaled models

شکل 4 جذب انرژی بر حسب جابه‌جایی مدل اصلی و معکوس مدل‌های اسکیل شده

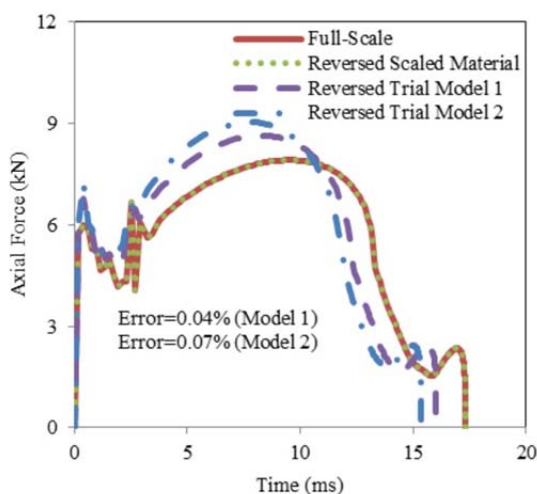


Fig. 5 Axial force versus displacement for full-scale model and reversed scaled models

شکل 5 نیرو محوری بر حسب جابه‌جایی مدل اصلی و معکوس مدل‌های اسکیل شده

نتایج عددی چهار مدل تحت عنوان‌های مدل اصلی (ساخته شده از فولاد)، مدل ماده اسکیل شده (ساخته شده از ماده اسکیل شده)، مدل آزمایشی 1 (ساخته شده از فولاد) و مدل آزمایشی 2 (ساخته شده از فولاد) تعیین شده است. مشخصات مدل ماده اسکیل شده و مدل آزمایشی 1 با توجه به ضرایب اسکیلینگ ابعاد، چگالی و زمان به ترتیب 5، 0.008 و 5 و مشخصات مدل آزمایشی 2 با توجه به ضرایب اسکیلینگ ابعاد، چگالی و زمان به ترتیب 10، 0.001 و 10 تعیین شده است. قابل ذکر است که کره صلب به مانند ورق دایروی دارای سه درجه آزادی است که با استفاده از این درجات آزادی، همه ضرایب اسکیلینگ کره صلب مساوی با ضرایب اسکیلینگ ورق دایروی در نظر گرفته می‌شود (در تمام بخش‌ها به همین صورت عمل شده است). لذا، ورق دایروی با لبه خارجی گیردار دارای ضخامت 0.2 و شعاع 10 میلی‌متر که در مرکزش توسط کره صلب 8×10^{-5} کیلوگرمی (شعاع 1 میلی‌متر) دارای سرعت 200 میلی‌متر بر میلی‌ثانیه تحت ضربه قرار می‌گیرد، به عنوان مدل ماده اسکیل شده و مدل آزمایشی 1 در نظر گرفته شده است. همچنین، ورق دایروی با لبه خارجی گیردار دارای ضخامت 0.1 و شعاع 5 میلی‌متر که در مرکزش توسط کره صلب 1×10^{-5} کیلوگرمی (شعاع 0.5 میلی‌متر) تحت ضربه قرار می‌گیرد، به عنوان مدل آزمایشی 2 در نظر گرفته شده است. مدل اصلی و مدل آزمایشی 1 در شکل 3 نمایش داده شده است. لازم به ذکر است که ابعاد مدل آزمایشی 1 ($\beta=5$) و مدل آزمایشی 2 ($\beta=10$) به ترتیب به اندازه یک پنجم و یک دهم ابعاد مدل اصلی کوچک شده‌اند. نتایج تعیین شده برای مدل‌های اسکیل شده (مدل ماده اسکیل شده و مدل‌های آزمایشی 1 و 2) با استفاده از روابط ارائه شده در جدول 2 از فضای آزمایشی به فضای فیزیکی معکوس می‌شود.

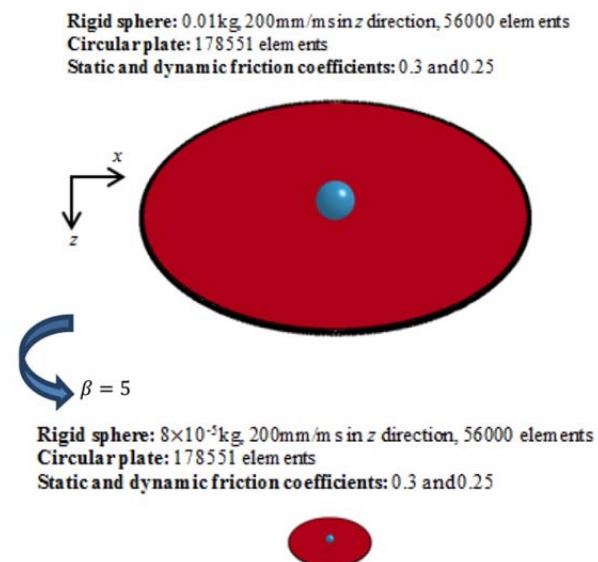


Fig. 3 The full-scale and trial model 1

شکل 3 مدل‌های اصلی و آزمایشی 1

جدول 2 روابط مربوط به معکوس نمودن جابه‌جایی، جذب انرژی و نیرو

نوع اسکیلینگ	معکوس نمودن	جابه‌جایی	جذب انرژی	نیرو
ابعادی	$\beta \times$	$\beta \times$	$\beta^3 \times$	$\beta^2 \times$
ابعادی/ماده‌ای	$\beta \times$	$\beta \times$	$\frac{\beta^2}{\alpha \rho h^2} \times$	$\frac{\beta}{\alpha \rho h^2} \times$

در جدول 1 محاسبه شده است. ضریب پواسون، چگالی، مدول الاستیک، تنش تسلیم و ضرایب رابطه ساختاری کوپر-سیموندز D و q ماده اسکیل شده با توجه به اطلاعات ارائه شده در جدول 4 به ترتیب 0.3 ، 1.7×10^{-6} کیلوگرم بر میلی‌مترمکعب، 152.7843 گیگاپاسکال، 0.2074 گیگاپاسکال، 304.9945 بر میلی‌ثانیه و 3.53 تعیین می‌شود، همچنین منحنی تنش- کرنش ماده اسکیل شده مطابق با اطلاعات ارائه شده در جدول 5 می‌باشد.

نتایج عددی چهار مدل تحت عنوان‌های مدل اصلی (ساخته شده از فولاد)، مدل ماده اسکیل شده (ساخته شده از ماده اسکیل شده)، مدل آزمایشی 1 (ساخته شده از منیزیم) و مدل آزمایشی 2 (ساخته شده از آلومینیوم) تعیین شده است. ورق تحت ضربه مرکزی توسط کره صلب با مشخصات ذکر شده در قسمت 4-1-1 به عنوان مدل اصلی در نظر گرفته شده است. مشخصات مدل ماده اسکیل شده و مدل آزمایشی 1 با توجه به ضرایب اسکیلینگ ابعاد، چگالی و زمان به ترتیب $10^{-4} \times 2.1656$ و 18.329 و مشخصات مدل آزمایشی 2 با توجه به ضرایب اسکیلینگ ابعاد، چگالی و زمان به ترتیب $10^{-4} \times 3.4204$ و 14.5061 تعیین شده است. ورق دایروی با لبه خارجی گیردار دارای ضخامت 0.1 و شعاع 5 میلی‌متر که در مرکزش توسط کره صلب 2.1656×10^{-6} کیلوگرمی (شعاع 0.5 میلی‌متر) دارای سرعت 366.5811 میلی‌متر بر میلی‌ثانیه تحت ضربه قرار می‌گیرد، به عنوان مدل ماده اسکیل شده و مدل آزمایشی 1 در نظر گرفته شده است. همچنین، ورق دایروی با لبه خارجی گیردار دارای ضخامت 0.1 و شعاع 5 میلی‌متر که در مرکزش توسط کره صلب 3.4204×10^{-6} کیلوگرمی (شعاع 0.5 میلی‌متر) دارای سرعت 290.1206 میلی‌متر بر میلی‌ثانیه تحت ضربه قرار می‌گیرد، به عنوان مدل آزمایشی 2 در نظر گرفته شده است. ماده آلومینیوم [18] با مشخصات ضریب پواسون، چگالی، مدول الاستیک، سخت شونده‌گی خطی، تنش تسلیم و ضرایب رابطه ساختاری کوپر-سیموندز D و q به ترتیب 0.33 ، 2.685×10^{-6} کیلوگرم بر میلی‌مترمکعب، 72.4 گیگاپاسکال، 0.5426 گیگاپاسکال، 0.295 گیگاپاسکال، 1288 بر میلی‌ثانیه و 4 برای مدل آزمایشی 2 استفاده شده است. لازم به ذکر است که ابعاد مدل‌های آزمایشی 1 و 2 (به اندازه یک دهم ابعاد جسم اصلی کوچک شده‌اند، نتایج تعیین شده برای مدل‌های اسکیل شده (مدل ماده اسکیل شده و مدل‌های آزمایشی 1 و 2) با استفاده از روابط ارائه شده در جدول 2 از فضای آزمایشی

جدول 4 ضرایب اسکیلینگ برای مقادیر مختلف $\dot{\epsilon}_{ts}/\dot{\epsilon}_{ps}$

شماره	$\dot{\epsilon}_{ts}/\dot{\epsilon}_{ps}$	β	h	α^p	h/β	$\alpha^p h^2 \beta$
1	1	0.5	0.92	1.7	1.83	0.73
2	5	3.55	6.51	4.8×10^{-3}	1.83	0.73
3	11.5233	10	18.33	2.17×10^{-4}	1.83	0.73

جدول 5 تنش-کرنش ماده فولاد در محدوده پلاستیک

کرنش پلاستیک	تنش (گیگاپاسکال)
0	0.2074
0.0237	0.2466
0.0477	0.275
0.0711	0.2947
0.0941	0.3114
0.138	0.3354
0.190	0.3572

جدول 3 مقایسه معکوس جابه‌جایی بیشینه (میلی‌متر)، جذب انرژی (ژول) و نیرو بیشینه (کیلو نیوتون) مدل‌های اسکیل شده با نتایج مدل اصلی

Table 3 Comparing the reversed maximum displacement, energy absorption and peak load of scaled models with full-scale model ones

مدل	جابه‌جایی بیشینه		جذب انرژی		نیرو بیشینه	
	مقدار	خطا %	مقدار	خطا %	مقدار	خطا %
اصلی	17.29	-	199.35	-	7.92	-
اسکیل شده	17.29	0	199.35	0	7.92	0
آزمایشی 1	16	7.46	199.35	0	8.65	9.22
آزمایشی 2	15.34	11.28	199.35	0	9.04	14.14

در قسمت بعدی، روابطی بر پایه روش بدیع تشابه محدود برای غلبه بر مشکل اسکیل‌ناپذیری اثرات نرخ کرنش ارائه خواهد شد که در طی آن از مواد مختلفی برای مدل‌های اصلی و آزمایشی استفاده خواهد شد.

4-1-2- اسکیلینگ همزمان ابعادی/ماده‌ای

در اسکیلینگ ابعادی/ماده‌ای، هر دو ابعاد و جنس جسم اسکیل می‌شود؛ لذا، ماده‌های متفاوتی برای مدل‌های اصلی و اسکیل شده استفاده می‌گردد. براساس تشابه محدود ایزوتروپیک برای فرایند مکانیکی سه درجه آزادی وجود دارد که عبارتند از ضریب اسکیلینگ ابعادی (β) ، ضریب اسکیلینگ چگالی (α^p) و ضریب اسکیلینگ زمان (h) [13]. برای تعیین این درجات آزادی (ضرایب اسکیلینگ) برای یک فرایند دینامیکی حساس به نرخ کرنش، چگالی (ρ) به منظور اسکیل نمودن اثر اینرسی، $\int \sigma(\dot{\epsilon}) d\dot{\epsilon}$ و $\sigma_s \times E_t$ برای کنترل نمودن ضریب اسکیلینگ ابعادی، تنش تسلیم دینامیکی و سخت‌شوندگی ثابت می‌شوند. لازم به ذکر است به دلیل مهم بودن هر دو تنش تسلیم استاتیکی و سخت‌شوندگی، حاصل ضرب این دو ثابت شده است. σ_s ، E_t و σ_s به ترتیب معرف تنش، نرخ کرنش، تنش تسلیم استاتیکی و سخت‌شوندگی خطی می‌باشند. در نهایت، ضرایب اسکیلینگ مستقل از هندسه مطابق با روابط (10)، (17) و (18) تعیین می‌شوند.

$$\alpha^p = \frac{1}{\beta^3} \frac{\rho_{ts}}{\rho_{ps}} \quad (17)$$

$$h = \frac{\int_0^{\dot{\epsilon}} \sigma_{ts}(\dot{\epsilon}) d\dot{\epsilon} / \int_0^{\dot{\epsilon}} \sigma_{ps}(\dot{\epsilon}) d\dot{\epsilon}}{\sqrt{(\sigma_s E_t)_{ts} / (\sigma_s E_t)_{ps}}} \quad (18)$$

که از رابطه کوپر-سیموندز برای محاسبه $\sigma(\dot{\epsilon})$ استفاده می‌شود و کران بالای انتگرال از تقسیم سرعت اولیه کره صلب بر ضخامت ورق تقریب زده می‌شود. با تنظیم نسبت نرخ کرنش فضای آزمایشی بر نرخ کرنش فضای فیزیکی $(\dot{\epsilon}_{ts}/\dot{\epsilon}_{ps})$ ، ضریب اسکیلینگ ابعادی می‌تواند کنترل شود.

ضرایب اسکیلینگ برای مقادیر مختلف $\dot{\epsilon}_{ts}/\dot{\epsilon}_{ps}$ در جدول 4 ارائه شده است که در طی آن از ماده فولاد با مشخصات ارائه شده در قسمت 4-1-1 و جدول 1 برای مدل اصلی و از ماده منیزیم [17] با مشخصات ضریب پواسون، چگالی، مدول الاستیک، سخت‌شوندگی خطی، تنش تسلیم و ضرایب رابطه ساختاری کوپر-سیموندز D و q به ترتیب 0.29 ، 1.7×10^{-6} کیلوگرم بر میلی‌مترمکعب، 45 گیگاپاسکال، 0.8286 گیگاپاسکال، 0.1974 گیگاپاسکال، 24.1249 بر میلی‌ثانیه و 3.09 برای مدل اسکیل شده استفاده شده است. لازم به ذکر است که سخت‌شوندگی خطی ماده فولاد 1.0842 گیگاپاسکال که در روابط (17-18) مورد استفاده قرار می‌گیرد بر طبق اطلاعات ارائه شده

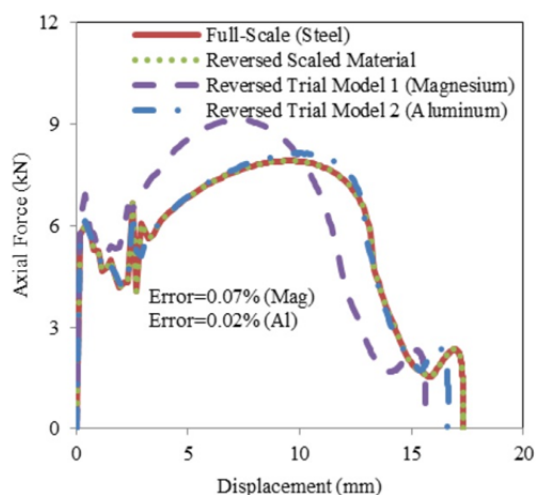


Fig. 7 Axial force versus displacement for full-scale model and reversed scaled models

شکل 7 نیرو محوری برحسب جابه‌جایی مدل اصلی و معکوس مدل‌های اسکیل شده

جدول 6 مقایسه معکوس جابه‌جایی بیشینه (میلی‌متر)، جذب انرژی (ژول) و نیرو

بیشینه (کیلو نیوتون) مدل‌های اسکیل شده با نتایج مدل اصلی

Table 6 Comparing the reversed maximum displacement, energy absorption and peak load of scaled models with full-scale model ones

مدل	جابه‌جایی بیشینه		جذب انرژی		نیرو بیشینه	
	مقدار	خطا %	مقدار	خطا %	مقدار	خطا %
اصلی	17.29	-	199.35	-	7.92	-
اسکیل شده	17.29	0	199.35	0	7.92	0
آزمایشی 1	15.59	9.83	199.34	0	9.14	15.4
آزمایشی 2	16.61	3.93	199.35	0	8.15	2.9

4-2- اسکالینگ سازه‌های حساس به نرخ کرنش (رابطه جانسون-کوک)

در بخش اول این قسمت، اسکالینگ ابعادی ورق‌های دایروی تحت ضربه نرخ بالا صورت پذیرفته است و در بخش دوم، روابطی برای اسکالینگ همزمان ابعادی/ماده‌ای سازه‌های حساس به نرخ کرنش با استفاده از روش بدیع تشابه محدود توسعه داده شده است که در ادامه نتایج ورق‌های تحت ضربه با توجه به روابط جدید توسعه یافته تعیین شده است.

4-2-1- اسکالینگ ابعادی

در اسکالینگ ابعادی، فقط ابعاد جسم اسکیل می‌شود و ماده مدل‌های اصلی و اسکیل شده یکسان است. از سه درجه آزادی موجود برای فرایند مکانیکی [13] درجه آزادی اول برای تعیین ضریب اسکالینگ ابعادی (β) مورد استفاده قرار می‌گیرد؛ از درجه آزادی دوم، ضریب اسکالینگ چگالی (α^n) برابر با $1/\beta^3$ با استفاده از رابطه (10) تعیین می‌شود و از درجه آزادی سوم، ضریب اسکالینگ زمان (h) برابر با β با استفاده از رابطه (13) تعیین می‌شود. براساس نکات ذکر شده، ضریب پواسون، چگالی، مدول الاستیک و ضرایب رابطه جانسون-کوک A ، B ، C از رابطه (14) مدل‌های اصلی و اسکیل شده در تطابق کامل با یکدیگر قرار دارند، درحالی‌که، برای انطباق کامل رابطه ساختاری جانسون-کوک در فضاهای فیزیکی و آزمایشی $\dot{\epsilon}_{ps}^0$ باید β برابر $\dot{\epsilon}_{ps}^0$ باشد ($\dot{\epsilon}_{ps}^0 = \beta \dot{\epsilon}_{ps}^0$). لذا، نرخ کرنش مرجع در اسکالینگ ابعادی

به فضای فیزیکی معکوس می‌شود. معکوس جذب انرژی بر حسب جابه‌جایی (جابه‌جایی مرکز ورق دایروی که در اثر برخورد کره صلب ایجاد می‌شود) و نیرو محوری بر حسب جابه‌جایی مدل ماده اسکیل شده و مدل‌های آزمایشی 1 و 2 به ترتیب در شکل‌های 6 و 7 با نتایج مربوط به مدل اصلی مقایسه شده‌اند که تطابق مناسبی بین آنها مشاهده می‌شود که در این بین مدل آزمایشی 2 ساخته شده از ماده آلومینیوم در مقایسه با مدل آزمایشی 1 ساخته شده از ماده منیزیم با دقت بسیار بهتری نتایج مربوط به مدل اصلی را پیش‌بینی می‌نماید. با مقایسه منحنی جذب انرژی بر حسب جابه‌جایی این بخش (اسکیلینگ ابعادی/ماده‌ای، شکل 6) با منحنی جذب انرژی بر حسب جابه‌جایی بخش قبلی (اسکیلینگ ابعادی، شکل 4) مشخص می‌گردد که خطا 10.2% به ترتیب به 6.92% و 6.07% زمانیکه از مواد منیزیم و آلومینیوم به عنوان مواد مدل‌های آزمایشی 1 و 2 استفاده می‌شود کاهش می‌یابد.

معکوس جابه‌جایی بیشینه، جذب انرژی و نیرو بیشینه مدل ماده اسکیل شده و مدل‌های آزمایشی 1 و 2 در جدول 6 با نتایج مدل اصلی مقایسه شده است که تطابق خوبی بین آنها مشاهده می‌شود که در این بین مدل آزمایشی 2 ساخته شده از ماده آلومینیوم در مقایسه با مدل آزمایشی 1 ساخته شده از ماده منیزیم با دقت بسیار بهتری نتایج مربوط به مدل اصلی را پیش‌بینی می‌نماید. با مقایسه نتایج جدول 6 این بخش (اسکیلینگ ابعادی/ماده‌ای) با نتایج جدول 3 بخش قبلی (اسکیلینگ ابعادی) مشخص می‌شود که خطای پیش‌بینی پاسخ جسم اصلی کاهش می‌یابد. بدین صورت که با استفاده از مواد منیزیم و آلومینیوم به عنوان مواد مدل‌های آزمایشی 1 و 2، خطای 11.28% در پیش‌بینی جابه‌جایی بیشینه به ترتیب به 9.83% و 3.93% کاهش می‌یابد. همچنین با استفاده از ماده آلومینیوم به عنوان ماده مدل آزمایشی 2، خطای 14.14% در پیش‌بینی نیرو بیشینه به 2.9% کاهش می‌یابد.

لذا، در این قسمت دو دستاورد بسیار مهم حاصل شد، اول اینکه خطای ناشی از اسکالینگ‌ناپذیری اثرات نرخ کرنش در پیش‌بینی پاسخ‌های جسم اصلی تصحیح شد و دوم اینکه از مواد متفاوتی در مدل‌های اصلی و اسکیل شده استفاده گردید.

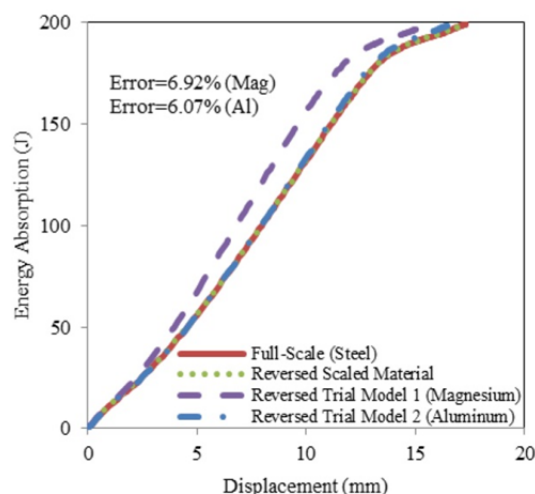


Fig. 6 Energy absorption versus displacement for full-scale model and reversed scaled models

شکل 6 جذب انرژی برحسب جابه‌جایی مدل اصلی و معکوس مدل‌های اسکیل شده

براساس تشابه محدود ایزوتروپیک برای فرایند مکانیکی سه درجه آزادی وجود دارد که عبارتند از ضریب اسکیلینگ ابعادی (β)، ضریب اسکیلینگ چگالی (ρ) و ضریب اسکیلینگ زمان (h) [13]. برای تعیین این درجات آزادی (ضرایب اسکیلینگ) برای یک فرایند دینامیکی حساس به نرخ کرنش، چگالی (ρ) به منظور اسکیل نمودن اثر اینرسی، $\iint \sigma(\epsilon^p, \dot{\epsilon}) d\epsilon^p d\dot{\epsilon}$ و

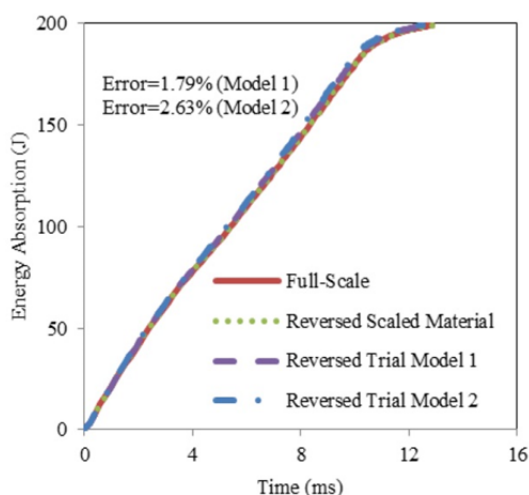


Fig. 8 Energy absorption versus displacement for full-scale model and reversed scaled models

شکل 8 جذب انرژی برحسب جابه‌جایی مدل اصلی و معکوس مدل‌های اسکیل شده

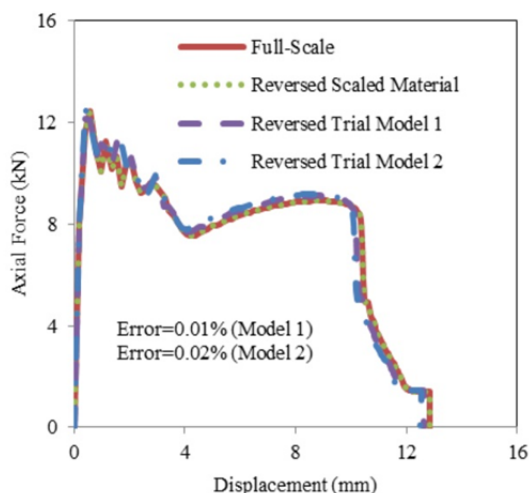


Fig. 9 Axial force versus displacement for full-scale model and reversed scaled models

شکل 9 نیرو محوری برحسب جابه‌جایی مدل اصلی و معکوس مدل‌های اسکیل شده

جدول 7 مقایسه معکوس جابه‌جایی بیشینه (میلی‌متر)، جذب انرژی (ژول) و نیرو بیشینه (کیلو نیوتون) مدل‌های اسکیل شده با نتایج مدل اصلی

Table 7 Comparing the reversed maximum displacement, energy absorption and peak load of scaled models with full-scale model ones

مدل	جابه‌جایی بیشینه		جذب انرژی		نیرو بیشینه	
	مقدار	خطا/%	مقدار	خطا/%	مقدار	خطا/%
اصلی	12.84	-	199.34	-	12.43	-
اسکیل شده	12.84	0	199.34	0	12.43	0
آزمایشی 1	12.61	1.79	199.34	0	12.14	2.33
آزمایشی 2	12.5	2.65	199.34	0	12.57	1.13

اسکیل نمی‌شود. در ادامه، نکته ذکر شده به صورت عددی بر ورق‌های تحت ضربه بررسی خواهد شد.

ورق دایروی فولادی با لبه خارجی گیردار دارای ضخامت 2 و شعاع 50 میلی‌متر که در مرکزش توسط کره صلب 0.01 کیلوگرمی (شعاع 5 میلی‌متر) دارای سرعت 200 میلی‌متر بر میلی‌ثانیه تحت ضربه قرار می‌گیرد، به عنوان مدل اصلی در نظر گرفته شده است. لازم به ذکر است که فولاد 1006 [19] با مشخصات ضریب پواسون، چگالی، مدول الاستیک، C ، n ، B ، A کرنش پلاستیک (ϵ^p) و نرخ کرنش مرجع به ترتیب 0.3، 7.89×10^{-6} کیلوگرم بر میلی‌مترمکعب، 210 گیگاپاسکال، 0.35 گیگاپاسکال، 0.275 گیگاپاسکال، 0.022، 0.2 و 10^{-3} بر میلی‌ثانیه مورد استفاده قرار گرفته است.

نتایج عددی چهار مدل تحت عنوان‌های مدل اصلی (ساخته شده از فولاد 1006)، مدل ماده اسکیل شده (ساخته شده از ماده اسکیل شده)، مدل آزمایشی 1 (ساخته شده از فولاد 1006) و مدل آزمایشی 2 (ساخته شده از فولاد 1006) تعیین شده است. مشخصات مدل ماده اسکیل شده و مدل آزمایشی 1 با توجه به ضرایب اسکیلینگ ابعاد، چگالی و زمان 5 و 0.008 و مشخصات مدل آزمایشی 2 با توجه به ضرایب اسکیلینگ ابعاد، چگالی و زمان 10، 0.001 و 10 تعیین شده است. لذا، ورق دایروی با لبه خارجی گیردار دارای ضخامت 0.4 و شعاع 10 میلی‌متر که در مرکزش توسط کره صلب 8×10^{-5} کیلوگرمی (شعاع 1 میلی‌متر) دارای سرعت 200 میلی‌متر بر میلی‌ثانیه تحت ضربه قرار می‌گیرد، به عنوان مدل ماده اسکیل شده و مدل آزمایشی 1 در نظر گرفته شده است. همچنین، ورق دایروی با لبه خارجی گیردار دارای ضخامت 0.2 و شعاع 5 میلی‌متر که در مرکزش توسط کره صلب 1×10^{-5} کیلوگرمی (شعاع 0.5 میلی‌متر) دارای سرعت 200 میلی‌متر بر میلی‌ثانیه تحت ضربه قرار می‌گیرد، به عنوان مدل آزمایشی 2 در نظر گرفته شده است. لازم به ذکر است که ابعاد مدل آزمایشی 1 ($\beta=5$) و مدل آزمایشی 2 ($\beta=10$) به ترتیب به اندازه یک پنجم و یک دهم ابعاد مدل اصلی کوچک شده‌اند. نتایج تعیین شده برای مدل‌های اسکیل شده (مدل ماده اسکیل شده و مدل‌های آزمایشی 1 و 2) با استفاده از روابط ارائه شده در جدول 2 از فضای آزمایشی به فضای فیزیکی معکوس می‌شود. معکوس جذب انرژی بر حسب جابه‌جایی (جابه‌جایی مرکز ورق دایروی که در اثر برخورد کره صلب ایجاد می‌شود) و نیرو محوری بر حسب جابه‌جایی مدل ماده اسکیل شده و مدل‌های آزمایشی 1 و 2 به ترتیب در شکل 8 و شکل 9 با نتایج مربوط به مدل اصلی مقایسه شده‌اند. همچنان که از این شکل‌ها مشخص می‌گردد، اسکیل‌ناپذیری نرخ کرنش مرجع نتایج را به طور بسیار نامحسوسی تحت تأثیر قرار می‌دهد و انطباق بسیار خوبی بین نتایج برقرار است بطوریکه مدل‌های آزمایشی 1 و 2 با خطای کمتر از 3% منحنی‌های جذب انرژی بر حسب جابه‌جایی و نیرو محوری بر حسب جابه‌جایی مدل اصلی را پیش‌بینی می‌نمایند. معکوس جابه‌جایی بیشینه، جذب انرژی و نیرو بیشینه مدل ماده اسکیل شده و مدل‌های آزمایشی 1 و 2 در جدول 7 با نتایج مدل اصلی مقایسه شده است. با مقایسه معکوس نتایج مدل‌های آزمایشی 1 و 2 با نتایج مدل اصلی از جدول 7 مشخص می‌گردد که انطباق خوبی بین آنها برقرار است و در تمام موارد نتایج مدل اصلی با خطای کمتر از 3% پیش‌بینی می‌شود.

4-2-2- اسکیلینگ ابعادی/ماده‌ای

در اسکیلینگ ابعادی/ماده‌ای، هر دو ابعاد و جنس جسم اسکیل می‌شود؛ لذا، ماده‌های متفاوتی برای مدل‌های اصلی و اسکیل شده استفاده می‌شود.

دارای ضخامت 0.2 و شعاع 5 میلی‌متر که در مرکزش توسط کره صلب 1.128×10^{-5} کیلوگرمی (شعاع 0.5 میلی‌متر) دارای سرعت 192.7365 میلی‌متر بر میلی‌ثانیه تحت ضربه قرار می‌گیرد، به عنوان مدل آزمایشی 1 در نظر گرفته شده است. همچنین، ورق دایروی با لبه خارجی گیردار دارای ضخامت 0.2 و شعاع 5 میلی‌متر که در مرکزش توسط کره صلب 1.1356×10^{-5} کیلوگرمی (شعاع 0.5 میلی‌متر) دارای سرعت 135.6659 میلی‌متر بر میلی‌ثانیه تحت ضربه قرار می‌گیرد، به عنوان مدل آزمایشی 2 در نظر گرفته شده است. ماده نیکل [19] با مشخصات ضریب پواسون، چگالی، مدول الاستیک، C, n, B, A ، کرنش پلاستیک و نرخ کرنش مرجع به ترتیب 0.315، 8.9×10^{-6} کیلوگرم بر میلی‌مترمکعب، 220 گیگاپاسکال، 0.163 گیگاپاسکال، 0.648 گیگاپاسکال، 0.33، 0.006، 0.45 و 10^{-3} بر میلی‌ثانیه به عنوان ماده مدل آزمایشی 1 و ماده مس [19] با مشخصات ضریب پواسون، چگالی، مدول الاستیک، C, n, B, A ، کرنش پلاستیک و نرخ کرنش مرجع به ترتیب 0.34، 8.96×10^{-6} کیلوگرم بر میلی‌مترمکعب، 120 گیگاپاسکال، 0.09 گیگاپاسکال، 0.292 گیگاپاسکال، 0.31، 0.025، 0.6 و 10^{-3} بر میلی‌ثانیه به عنوان ماده مدل آزمایشی 2 مورد استفاده قرار گرفته است.

لازم به ذکر است که ابعاد مدل‌های آزمایشی 1، 2 و 3 ($\beta = 10$) به اندازه یک دهم ابعاد مدل اصلی کوچک شده است. نتایج تعیین شده برای مدل‌های اسکیل شده (مدل ماده اسکیل شده و مدل‌های آزمایشی 1، 2 و 3) با استفاده از روابط ارائه شده در جدول 2 از فضای آزمایشی به فضای فیزیکی معکوس می‌شود. معکوس جذب انرژی بر حسب جابه‌جایی (جابه‌جایی مرکز ورق دایروی که در اثر برخورد کره صلب ایجاد می‌شود) و نیرو محوری بر حسب جابه‌جایی مدل ماده اسکیل شده و مدل‌های آزمایشی 1، 2 و 3 به ترتیب در شکل‌های 10 و 11 با نتایج مربوط به مدل اصلی مقایسه شده‌اند که تطابق مناسبی بین آنها مشاهده می‌شود که در این بین مدل آزمایشی 2 ساخته شده از ماده مس و مدل آزمایشی 3 ساخته شده از فولاد 4340 با دقت بسیار بهتری نسبت به مدل آزمایشی 1 ساخته شده از ماده نیکل نتایج مربوط به مدل اصلی را پیش‌بینی می‌نمایند. معکوس جابه‌جایی بیشینه، جذب انرژی و نیرو بیشینه مدل ماده اسکیل شده و مدل‌های آزمایشی 1، 2 و 3 در جدول 9 با نتایج مدل اصلی مقایسه شده‌اند که تطابق خوبی بین آنها مشاهده می‌شود که در این بین مدل آزمایشی 2 ساخته شده از ماده مس و مدل آزمایشی 3 ساخته شده از فولاد 4340 با دقت بسیار بهتری نسبت به مدل آزمایشی 1 ساخته شده از ماده نیکل نتایج مربوط به مدل اصلی را پیش‌بینی می‌نمایند.

5- نتیجه‌گیری

در مقاله حاضر، مدلی معادل با ابعاد متفاوت و همچنین با ابعاد و ماده متفاوت در مقایسه با جسم اصلی برای سازه‌های حساس به نرخ کرنش تحت ضربه نرخ بالا با استفاده از روش بدیع تشابه محدود ارائه شده است. به منظور بررسی کارایی روابط ارائه شده، نتایج عددی ورق‌های دایروی با لبه خارجی گیردار که در مرکزش توسط کره صلب تحت ضربه قرار می‌گیرد تعیین شده است. در نهایت نتیجه‌گیری‌های زیر حاصل شد

جدول 8 ضرایب اسکیلینگ برای مقادیر مختلف $\dot{\epsilon}_{ts}/\dot{\epsilon}_{ps}$

شماره	$\dot{\epsilon}_{ts}/\dot{\epsilon}_{ps}$	β	h	α^p	h/β	$\alpha^p h^2 \beta$
1	1	0.8	1.15	1.94	1.44	2.05
2	5	4.08	5.86	1.46×10^{-2}	1.44	2.05
3	12.1231	10	14.37	9.92×10^{-4}	1.44	2.05

$A \times B$ برای کنترل نمودن ضریب اسکیلینگ ابعادی، تنش تسلیم دینامیکی و سخت‌شوندگی ثابت می‌شوند. لازم به ذکر است به دلیل مهم بودن هر دو تنش تسلیم استاتیکی (A) و سخت‌شوندگی (B)، حاصل ضرب این دو ثابت شده است. در نهایت، ضرایب اسکیلینگ مستقل از هندسه مطابق با روابط (10)، (19) و (20) تعیین می‌شوند.

$$\alpha^p = \frac{1}{\beta^3} \frac{\rho_{ts}}{\rho_{ps}} \quad (19)$$

$$h = \frac{\int_0^{\epsilon^p} \int_0^{\dot{\epsilon}} \sigma_{ts}(\epsilon^p, \dot{\epsilon}) d\epsilon^p d\dot{\epsilon} / \int_0^{\epsilon^p} \int_0^{\dot{\epsilon}} \sigma_{ps}(\epsilon^p, \dot{\epsilon}) d\epsilon^p d\dot{\epsilon}}{\sqrt{A_{ts} B_{ts} / A_{ps} B_{ps}}}$$

$$\beta = h \sqrt{\frac{\rho_{ts}}{\rho_{ps}}} \sqrt{\frac{A_{ps} B_{ps}}{A_{ts} B_{ts}}} \quad (20)$$

که از رابطه جانسون-کوک برای محاسبه $\sigma(\epsilon^p, \dot{\epsilon})$ استفاده می‌شود و کران بالای انتگرال اول (ϵ^p) در ادامه برای مواد مورد استفاده ارائه گردیده است و کران بالای انتگرال دوم از تقسیم سرعت اولیه کره صلب بر ضخامت ورق تقریب زده می‌شود. با تنظیم نسبت نرخ کرنش فضای آزمایشی بر نرخ کرنش فضای فیزیکی $\dot{\epsilon}_{ts}/\dot{\epsilon}_{ps}$ ، ضریب اسکیلینگ ابعادی می‌تواند کنترل شود.

ضرایب اسکیلینگ برای مقادیر مختلف $\dot{\epsilon}_{ts}/\dot{\epsilon}_{ps}$ در جدول 8 ارائه شده است که در طی آن از ماده فولاد 1006 با مشخصات ذکر شده در قسمت 4-1-2 به عنوان ماده مدل اصلی و از ماده فولاد 4340 [19] با مشخصات ضریب پواسون، چگالی، مدول الاستیک، C, n, B, A ، کرنش پلاستیک و نرخ کرنش مرجع به ترتیب 0.3، 7.83×10^{-6} کیلوگرم بر میلی‌مترمکعب، 200 گیگاپاسکال، 0.792 گیگاپاسکال، 0.51 گیگاپاسکال، 0.26، 0.014، 0.22 و 10^{-3} بر میلی‌ثانیه به عنوان ماده مدل اسکیل شده استفاده شده است. ضریب پواسون، چگالی، مدول الاستیک، C, n, B, A ، کرنش پلاستیک و نرخ کرنش مرجع برای ماده اسکیل شده با توجه به اطلاعات ارائه شده در جدول 8 به ترتیب 0.3، 7.83×10^{-6} کیلوگرم بر میلی‌مترمکعب، 430.1962 گیگاپاسکال، 0.717 گیگاپاسکال، 0.5634 گیگاپاسکال، 0.36، 0.022، 0.2 و 0.0144 بر میلی‌ثانیه تعیین می‌شود.

ورق تحت ضربه مرکزی توسط کره صلب با مشخصات ذکر شده در قسمت 4-1-2 به عنوان مدل اصلی در نظر گرفته شده است. نتایج عددی پنج مدل تحت عنوان‌های مدل اصلی (ساخته شده از فولاد 1006)، مدل ماده اسکیل شده (ساخته شده از ماده اسکیل شده)، مدل آزمایشی 1 (ساخته شده از نیکل¹)، مدل آزمایشی 2 (ساخته شده از مس²) و مدل آزمایشی 3 (ساخته شده از فولاد 4340) تعیین شده است. مشخصات مدل ماده اسکیل شده و مدل آزمایشی 3 با توجه به ضرایب اسکیلینگ ابعاد، چگالی و زمان به ترتیب 10، 9.924×10^{-4} و 14.3675، مشخصات مدل آزمایشی 1 با توجه به ضرایب اسکیلینگ ابعاد، چگالی و زمان 10، 0.0011 و 9.6368 و مشخصات مدل آزمایشی 2 با توجه به ضرایب اسکیلینگ ابعاد، چگالی و زمان 10، 0.0011 و 6.7833 تعیین شده است. ورق دایروی با لبه خارجی گیردار دارای ضخامت 0.2 و شعاع 5 میلی‌متر که در مرکزش توسط کره صلب 9.924×10^{-6} کیلوگرمی (شعاع 0.5 میلی‌متر) دارای سرعت 287.35 میلی‌متر بر میلی‌ثانیه تحت ضربه قرار می‌گیرد، به عنوان مدل ماده اسکیل شده و مدل آزمایشی 3 در نظر گرفته شده است. ورق دایروی با لبه خارجی گیردار

¹ Nickel 200

² OFHC copper

ایجاد می‌شود. مدل کوچک شده به اندازه یک دهم مدل اصلی، پارامترهای بسیار مهم جابه‌جایی بیشینه و نیروی بیشینه مدل اصلی را با خطاهای به ترتیب 11.28% و 14.14% پیش‌بینی می‌نماید.

- در اسکالینگ همزمان ابعادی/ماده‌ای که اثرات نرخ کرنش با استفاده از رابطه کوپر-سیموندز در نظر گرفته می‌شود، انطباق خوبی بین نتایج معکوس شده مدل‌های اسکال شده و نتایج مدل اصلی ایجاد می‌شود. با انتخاب آلومینیوم به عنوان ماده مدلی که ابعادش به اندازه یک دهم ابعاد مدل اصلی کوچک شده است، خطاهای 11.28% و 14.14% در پیش‌بینی جابه‌جایی بیشینه و نیرو بیشینه مدل اصلی به ترتیب به 3.93% و 2.9% کاهش می‌یابند.

- در اسکالینگ ابعادی که اثرات نرخ کرنش و سخت‌شوندگی با استفاده از رابطه جانسون-کوک در نظر گرفته می‌شود، انحراف بین نتایج معکوس شده مدل‌های اسکال شده در مقایسه با نتایج مدل اصلی در اثر اسکال‌ناپذیری نرخ کرنش مرجع بسیار ناچیز است، بطوریکه مدل کوچک شده به اندازه یک دهم مدل اصلی، نتایج مربوط به جسم اصلی را با خطای کمتر از 3% پیش‌بینی می‌نماید.

- در اسکالینگ همزمان ابعادی/ماده‌ای که اثرات نرخ کرنش و سخت‌شوندگی با استفاده از رابطه جانسون-کوک در نظر گرفته می‌شود، مدل‌های اسکال شده با دقت مطلوبی نتایج مربوط به مدل اصلی را پیش‌بینی می‌نمایند.

6- مراجع

- [1] N. Jones, *Structural Impact*, Second Edition, pp. 479-510, Cambridge: Cambridge University Press, 2012.
- [2] E. Booth, D. Collier, J. Miles, *Structural Crashworthiness*, pp. 136-174, London: Butterworths, 1983.
- [3] P. Jiang, C. J. Tian, R. Z. Xie, D. S. Meng, Experimental investigation into scaling laws for conical shells struck by projectiles, *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 32, No. 8, pp. 1284-1298, 2006.
- [4] R. E. Oshiro, M. Alves, Scaling impacted structures, *Archive of Applied Mechanics*, Vol. 74, No. 1-2, pp. 130-145, 2004.
- [5] M. Alves, R. E. Oshiro, Scaling the impact of a mass on a structure, *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 32, No. 7, pp. 1158-1173, 2006.
- [6] R. E. Oshiro, M. Alves, Scaling of cylindrical shells under axial impact, *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 34, No. 1, pp. 89-103, 2007.
- [7] R. E. Oshiro, M. Alves, Scaling of structures subject to impact loads when using a power law constitutive equation, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 46, No. 18-19, pp. 3412-3421, 2009.
- [8] L. F. Trimíño, D. S. Cronin, Non-direct similitude technique applied to the dynamic axial impact of bonded crush tubes, *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 64, No. 2, pp. 39-52, 2014.
- [9] M. Alves, R. E. Oshiro, Scaling impacted structures when the prototype and the model are made of different materials, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 43, No. 9, pp. 2744-2760, 2006.
- [10] L. M. Mazzariol, R. E. Oshiro, M. Alves, A method to represent impacted structures using scaled models made of different materials, *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 90, No. 4, pp. 81-94, 2016.
- [11] M. Ramu, V. P. Raja, P. R. Thyla, Establishment of structural similitude for elastic models and validation of scaling laws, *KSCCE Journal of Civil Engineering*, Vol. 17, No. 1, pp. 139-144, 2013.
- [12] L. M. Mazzariol, M. Alves, Experimental study on scaling of circular tubes subjected to dynamic axial crushing using models of different materials, *22nd International Congress of Mechanical Engineering*, Ribeirão Preto, Brazil, November 3-7, 2013.
- [13] K. Davey, R. Darvizeh, A. Al-Tamimi, Scaled metal forming experiments: a transport equation approach, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 125, No. 10, pp. 184-205, 2017.
- [14] R. Darvizeh, K. Davey, A transport approach for analysis of shock waves in cellular materials, *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 82, No. 8, pp. 59-73, 2015.
- [15] R. Darvizeh, K. Davey, Non-physical finite element method: multiple material discontinuities, *Computers and Structures*, Vol. 164, No. 2, pp. 145-160, 2016.
- [16] D. Karagiozova, N. Jones, Dynamic effects on buckling and energy absorption of cylindrical shells under axial impact, *Thin-Walled Structures*, Vol. 39, No. 7, pp. 583-610, 2001.

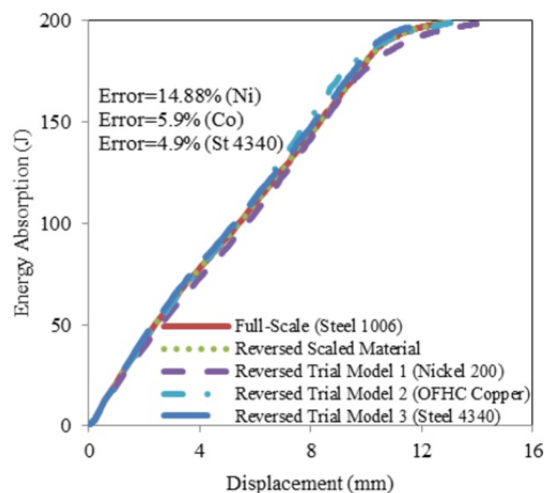


Fig. 10 Energy absorption versus displacement for full-scale model and reversed scaled models

شکل 10 جذب انرژی برحسب جابه‌جایی مدل اصلی و معکوس مدل‌های اسکال شده

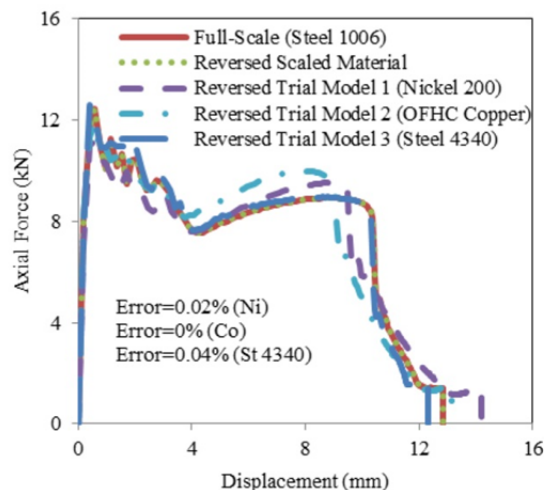


Fig. 11 Axial force versus displacement for full-scale model and reversed scaled models

شکل 11 نیرو محوری برحسب جابه‌جایی مدل اصلی و معکوس مدل‌های اسکال شده

جدول 9 مقایسه معکوس جابه‌جایی بیشینه (میلی‌متر)، جذب انرژی (ژول) و نیرو بیشینه (کیلو نیوتون) مدل‌های اسکال شده با نتایج مدل اصلی

Table 9 Comparing the reversed maximum displacement, energy absorption and peak load of scaled models with full-scale model ones

مدل	جابه‌جایی بیشینه		جذب انرژی		نیروی بیشینه	
	مقدار	خطا/%	مقدار	خطا/%	مقدار	خطا/%
اصلی	12.84	-	199.34	-	12.43	-
اسکیل شده	12.84	0	199.34	0	12.43	0
آزمایشی 1	14.2	10.59	199.3	0	11.16	10.22
آزمایشی 2	13.14	2.34	199.35	0	11.92	4.1
آزمایشی 3	12.31	4.13	199.27	0	12.6	1.37

- در اسکالینگ ابعادی که اثرات نرخ کرنش با استفاده از رابطه کوپر-سیموندز در نظر گرفته می‌شود، انحرافی بین نتایج معکوس شده مدل‌های اسکال شده با نتایج مدل اصلی به دلیل اسکال‌ناپذیری اثرات نرخ کرنش

- deformed cylindrical shells under axial impact, *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 24, No. 10, pp. 1083-1115, 2000.
- [19] M. A. Meyers, *Dynamic Behavior of Materials*, pp. 323-381, New York: Wiley-Interscience Publication, 1994.
- [17] N. Peixinho, C. Doellinger, Characterization of dynamic material properties of light alloys for crashworthiness applications, *Materials Research*, Vol. 13, No. 4, pp. 471-474, 2010.
- [18] D. Karagiozova, M. Alves, N. Jones, Inertia effects in axisymmetrically