



تحلیل دینامیکی و کنترل ارتعاشات پانل استوانه‌ای چندلایه با استفاده از وصله پیزوالکتریک بهینه شده

محمدرضا ساویز^{1*}، وحید رومی²

1- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید مدنی آذر بایجان، تبریز

2- استادیار، ریاضی، دانشگاه شهید مدنی آذر بایجان، تبریز

*تبریز، صندوق پستی 53751-71379، saviz@azaruniv.ac.ir

چکیده

در این تحقیق، کنترل ارتعاشات پانل استوانه‌ای مرکب چندلایه تحت بار دینامیکی بوسیله وصله عملگر پیزوالکتریک بهینه برای اولین بار بررسی شده است. به منظور حل معادلات دینامیک سازه با وصله پیزوالکتریک، از روش المان محدود استفاده شده، که براساس فرضیات تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول و مدل لایه معادل با تغییر شکل‌های زاویه‌ای متفاوت برای پوسته و وصله پیزو توسعه یافته است. معادلات حاکم بر پانل با وصله پیزو از طریق اصل همپتون به دست می‌آیند و با استفاده از المان هشت گرهی روی لایه میانی پوسته تجزیه می‌شوند تا دستگاه معادلات ماتریسی حاصل شود. برای یافتن محل و اندازه بهینه برای عملگر پیزوالکتریک از معیار حداکثر کنترل پذیری استفاده شده است. طبق قانون کنترلی مورد استفاده، ولتاژ اعمال شده به وصله پیزوالکتریک متناسب با برآیند مولفه‌های سرعت در نقطه محل نصب حسگر می‌باشد. جهت صحت‌گذاری عملکرد فرمولبندی و مدل المان محدود، نتایج به دست آمده برای فرکانس طبیعی پانل استوانه‌ای چند لایه بدون وصله با مراجع موجود مقایسه شده‌اند. سپس با داشتن دینامیک سیستم بهینه شده، پاسخ فرکانسی برای حالات کنترلی حلقه باز و بسته به دست آمده است و در انتها تاثیر مقادیر بهره کنترلی و ابعاد هندسی پانل و وصله روی پاسخ زمانی و سرعت میرا شدن ارتعاشات به نمایش گذاشته شده است.

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 14 بهمن 1396
پذیرش: 04 اردیبهشت 1397
ارائه در سایت: 10 خرداد 1397
کلید واژگان:
پانل استوانه‌ای مرکب چندلایه
وصله عملگر پیزوالکتریک
المان محدود
کنترل ارتعاشات

Dynamic analysis and vibration control of laminated cylindrical panel with optimal piezoelectric patch

Mohammad Reza Saviz^{1*}, Vahid Roomi²

Mechanical Engineering Department, Azarbaijan shahid madani University, Tabriz, Iran

Department of Mathematics, Azarbaijan shahid madani University, Tabriz, Iran

*P.O.B. 53751-71379, Tabriz, Iran, saviz@azaruniv.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 03 February 2018
Accepted 24 April 2018
Available Online 31 May 2018

Keywords:

Laminated composite cylindrical panel
Piezoelectric actuator patch
Finite Element
Vibration control

ABSTRACT

In this research, control of vibration in multilayered cylindrical panel with piezoelectric patch, under dynamic load is investigated. The finite element method is used to solve the dynamic equations of the structure, which is based on first-order shear deformation theory, and equivalent single layer models with different rotations for the substrate and the piezoelectric patch is developed. The governing equations are obtained by using the Hamilton's principle of virtual work, are discretized over the mid-plane, by using eight node shell element, leading into the matrix system of equations. The maximum controllability criterion is used for finding the optimal size and location of piezo-patch. According to the used control law, the applied voltage on the piezo-patch is proportional to the radial velocity component at the point, where the sensor is installed. In order to evaluate the performance of the formulation and finite element model, the natural frequencies obtained for the substrate laminated panel are compared with those in the literature. Then, having the dynamics of the optimal system, the frequency response for open and closed loop controls are studied. Finally, the effect of controller gain values and dimensions of panel and patch on the time response and damping rate of vibrations are illustrated.

1- مقدمه

شبکه‌های پردازشگر با دقت بسیار بالا می‌باشد. با مرور کارهای انجام شده می‌توان دریافت در صورتی که هدف از کنترل سازه مشاهده و کنترل جابجایی تمام نقاط آن باشد، حسگر و عملگر باید در سرتاسر سازه گسترده یعنی به صورت لایه‌هایی از یک سازه چند لایه باشند. عملگرها و حسگرها در سیستم‌های فوق باید رفتار ممتد داشته باشند زیرا اندازه‌گیری و اعمال تغییر مکان به صورت موضعی یا نقطه‌ای مانند موتور الکتریکی مقاصد کنترلی

در سال‌های اخیر با پیشرفت‌هایی که در زمینه سازه‌های هوشمند و مهندسی کنترل پدید آمده است، کنترل تغییر شکل و ارتعاشات اجسام الاستیک مانند سازه‌های فضایی بخصوص بال هواپیما تبدیل به چالش بسیار مهمی شده است. یکی از روش‌هایی که برای دستیابی به امر فوق مورد استفاده قرار می‌گیرد، استفاده از سازه‌های هوشمند یعنی سازه‌هایی با حسگرها، عملگرها و

سونار و راتو [11] برای عملگر با ابعاد معین، محل بهینه را با استفاده از روش المان محدود برای کنترل ارتعاشات ورق به‌دست آمده است و نتایج به تیر یکسر گیردار منتهی شده است. در کار دیگری یوسفی کما و همکارانش [12] سه روش بهینه‌سازی را به‌کار برده‌اند. در این کار پارامترهای بهینه‌سازی برای ورق عبارتند از طول، عرض و محل قرار گرفتن عملگر. در این مرجع معیاری مستقل از کنترل مدار بسته پیشنهاد شده که بر مبنای انرژی کرنشی می‌باشد. بر این اساس محل بهینه برای قرار دادن عملگر در مد اول و دوم محلی بوده که سازه حداکثر انرژی کرنشی را دارد. اگر در یک پوسته، هدف کنترل همزمان رفتار دینامیکی تمام نقاط سازه و یا تعداد نامعلومی از مدهای ارتعاشی باشد، باید از لایه‌های سرتاسری پیزوالکتریک بعنوان عملگر استفاده شود [13 و 14]، البته این روش مشکلات خاص خود مانند تاثیر ناخواسته¹ مدهای ارتعاشی روی یکدیگر را دارد. اغلب مقالات کنترل ارتعاشات پوسته استوانه‌ای مجهز به عملگر پیزوالکتریک، براساس تئوری کلاسیک پوسته‌ها بررسی شده‌اند [15]. همان‌طوری‌که اشاره شد، به‌منظور کاهش وزن سازه و کنترل تعداد مشخصی از مدهای ارتعاشی بهتر است از عملگرهای وصله‌ای به‌جای لایه کامل استفاده شود. کاربرد وصله‌های پیزوالکتریک در کنترل ارتعاشات موضعی استوانه بسته مرکب با استفاده از تئوری کلاسیک توسط ری و همکارانش [16] مطالعه شده است. آن‌ها در کار دیگری اثر وصله‌های مرکب دارای الیاف پیزوالکتریک را روی میرایی ارتعاشات آزاد و پاسخ فرکانسی پوسته بسته استوانه‌ای چندلایه با استفاده از روش المان محدود مورد بررسی قرار دادند [17].

در کار حاضر، مسئله کنترل فعال جهت میرایی ارتعاشات پانل استوانه‌ای مرکب چندلایه تحت بار دینامیکی بوسیله یک وصله عملگر پیزوالکتریک بهینه بررسی شده است. به‌منظور حل معادلات دینامیک سازه با وصله پیزوالکتریک، از روش المان محدود استفاده شده است که مدل آن بر اساس فرضیات تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول² و تقریب لایه‌های معادل با تغییر شکل‌های زاویه‌ای متفاوت برای پوسته و وصله پیزوالکتریک توسعه یافته است. معادلات حاکم بر پانل مجهز به وصله پیزوالکتریک با استفاده از روش حداقل انرژی به‌دست می‌آید که با استفاده از المان‌های هشت گره‌ای روی سطوح لایه میانی پوسته و وصله تجزیه می‌شوند تا دستگاه معادلات ماتریسی به‌صورت فضای حالت³ حاصل شود. برای یافتن محل و اندازه بهینه برای عملگر پیزوالکتریک از روش کنترل بهینه برای رگولاتور خطی مرتبه دوم با معیار حداکثر کنترل‌پذیری استفاده شده است. طبق قانون کنترلی مورد استفاده، ولتاژ اعمال شده به وصله پیزوالکتریک متناسب با برآیند مولفه‌های سرعت در نقطه محل نصب حسگر می‌باشد. جهت صحت‌گذاری عملکرد معادلات و مدل المان محدود، نتایج به‌دست آمده برای فرکانس طبیعی پانل استوانه‌ای چندلایه بدون وصله با مراجع موجود مقایسه می‌شوند. سپس با داشتن دینامیک سیستم بهینه شده، پاسخ فرکانسی برای حالات کنترلی حلقه باز و بسته به‌دست می‌آید و در انتها تاثیر مقادیر بهره کنترلی و ابعاد هندسی پانل و وصله روی پاسخ زمانی و نحوه میرا شدن ارتعاشات پانل به نمایش گذاشته می‌شود.

2- معادلات حاکم

در "شکل 1" پانل استوانه‌ای چندلایه با یک وصله پیزوالکتریک نشان داده

را به نحو مطلوب برآورده نمی‌کند [1]. از طرفی دیگر جهت کاهش هزینه و وزن سازه، در مواردی که پایش و کنترل جابجایی و ارتعاشات سازه فقط در قسمت‌هایی محدود موردنظر است، می‌توان از حسگرها و عملگرهای موضعی استفاده کرد [2]. مواد پیزوالکتریک به‌دلیل قابلیت تبدیل کار مکانیکی به میدان الکتریکی (خاصیت مستقیم پیزوالکتریک) و میدان الکتریکی به تغییر شکل مکانیکی (خاصیت معکوس پیزوالکتریک) بعنوان حسگر و عملگر با خواص گسترده، مورد توجه محققین قرار گرفته است. بنابراین با به‌کار بردن یک یا چند وصله پیزو الکتریک در پوسته‌های چندلایه می‌توان به رفتار ارتعاشی و شکل مورد نظر دست یافت. تیزو و زانگ [3] معادلات اساسی مواد پیزوالکتریک را با استفاده از اصل همیلتون و پیزوالکتریسته خطی برای ارتعاشات پوسته‌های پیزوالکتریک به‌دست آوردند. تیر اوایلر-برنولی به عنوان مدل پایه بسیار ساده برای برخی از سازه‌های صنعتی مانند بال هواپیما، پره بالگرد و بازوی ربات در بررسی‌های محققان به‌کار گرفته شده است. در بسیاری از تحقیقات انجام شده در زمینه کنترل ارتعاشات سازه‌های هوشمند، به‌دلیل حساسیت مواد پیزوالکتریک، الگوریتم‌های کنترل بهینه مورد توجه قرار گرفته است. بعنوان مثال در مرجع [4]، ارتعاشات آزاد تیر اوایلر بوسیله عملگر پیزوالکتریک بهینه میرا شده است. این نوع مطالعات عمده‌تاً دارای رویکرد کنترل محور با نوآوری در زمینه به‌کارگیری روش‌های کنترلی جدید می‌باشند [5]. البته در سال‌های اخیر تیر با جنس ایزوتروپیک جای خود را به مواد مرکب و یا هدفمند و نو داده است [6]. دسته بعدی از سازه‌ها که به دلیل راحتی به‌دست آوردن و حل معادلاتشان، بعد از شکل هندسی تیر در مطالعات کنترل ارتعاشات مورد توجه قرار گرفته‌اند ورق‌های کامپوزیتی می‌باشند [7]. کاربرد استوانه در مخازن، لوله‌های حاوی سیال و کاربرد پانل استوانه‌ای در سازه‌های سبک فضایی بسیار حائز اهمیت است. پانل استوانه‌ای به‌دلیل داشتن انحنای عرضی، صلابت بیشتری از تیر و ورق دارد. البته با توجه به این‌که حل المان محدود پوسته مرکب مجهز به عملگر پیزوالکتریک از حل ورق مشکل‌تر می‌باشد، تعداد کل مقالات موجود راجع به کنترل ارتعاشات پوسته‌های استوانه‌ای از 10 مورد تجاوز نمی‌کند که در طول مقاله به تعدادی از آن‌ها اشاره خواهد شد. به‌خصوص این‌که طبق جستجوی انجام شده، در زمینه تحلیل دینامیکی و کنترل ارتعاشات پوسته استوانه‌ای مرکب با استفاده از وصله پیزوالکتریک مقالات انگشت شماری موجود می‌باشد. جهت به‌دست آوردن معادلات دینامیک سازه‌های مرکب محققان عمده‌تاً از دو روش تحلیلی و المان محدود استفاده کرده‌اند. به‌طور کلی این دو رویکرد برای مدل‌سازی دینامیک سازه‌های هوشمند نیز به‌کار گرفته می‌شوند. با توجه به سختی، پیچیده‌گی و محدودیت‌های حل تحلیلی ازجمله شرایط مرزی و سرتاسری بودن لایه پیزوالکتریک، از اواخر دهه 70 روش‌های المان محدود برای سازه‌های با هندسه پیچیده، جنس غیرهمگن و یا تکیه‌گاه‌های مختلف مورد توجه محققان بوده است. باندپادی و همکارش [8] مروری بر مقالات متعدد چاپ شده در این زمینه چاپ کرده‌اند. ازجمله اولین کارهای انجام شده در زمینه کنترل فعال سازه‌ها با استفاده از روش المان محدود توسط بالاس انجام شده است [9]. باز و پوه [10] با استفاده از معیار کنترل‌پذیری بعنوان تابع عملکرد برای کنترل بهینه سیستم مسئله قراردادن بهینه عملگرهای با اندازه معین را حل کردند. آن‌ها با استفاده از روش اجزاء محدود، المان‌های جرم و سفتی عملگرها را برای یک تیر با عملگرهای پیزوالکتریک به‌دست آوردند سپس با استفاده از سه روش مختلف شرایط کنترل بهینه را ارضاء کردند ولی ابعاد عملگر نسبتاً بزرگ به‌دست آمد. در کار مشابهی توسط

¹ spillover

² spillover

³ state space

$$\{d_t\} = [u_0 \quad v_0 \quad w]^T$$

$$\{d_r\} = [\theta_x \quad \theta_y \quad \phi_x \quad \phi_y]^T \quad (2)$$

با توجه به استفاده از قانون انتگرال گیری انتخابی² به منظور جلوگیری از قفل شدن برشی، حالت کرنش در هر نقطه دلخواه از پوسته به دو دسته کرنش واقع در صفحه $\{\epsilon_b\}$ و کرنش برشی عرضی $\{\epsilon_s\}$ تقسیم می شود

$$\{\epsilon_b\} = [\epsilon_x \quad \epsilon_y \quad \epsilon_{xy}]^T, \quad \{\epsilon_s\} = [\epsilon_{xz} \quad \epsilon_{yz}]^T \quad (3)$$

که در آن ϵ_x و ϵ_y کرنش های نرمال و ϵ_{xz} ، ϵ_{xy} و ϵ_{yz} کرنش های برشی هستند. از طرفی در الاستیسیته خطی، روابط کرنش-جابجایی در مختصات استوانه ای (r, θ, z) به صورت ذیل است

$$\epsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r}, \quad \epsilon_\theta = \frac{1}{r} \left(w + \frac{\partial v}{\partial \theta} \right), \quad \epsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}$$

$$\epsilon_{rz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r}, \quad \epsilon_{\theta z} = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial w}{\partial \theta} - v + r \frac{\partial v}{\partial r} \right),$$

$$\epsilon_{r\theta} = \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} \quad (4)$$

این روابط برای فرضیات لایه معادل (پوسته های نسبتاً نازک) و در مختصات استفاده شده در این مقاله ("شکل 2") به فرم زیر در می آیند

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \epsilon_y = \frac{w}{R} + \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \epsilon_z = 0$$

$$\epsilon_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x}, \quad \epsilon_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{v}{R}, \quad \epsilon_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y},$$

$$y = R\theta \quad (5)$$

$$y = R\theta \quad (6)$$

با ترکیب معادلات (1) تا (5)، برای هر کدام از بردارهای کرنش واقع در صفحه و برشی عرضی، سه مولفه بر حسب کرنش های انتقالی و دورانی برای تئوری مرتبه اول برشی می توان نوشت

$$\begin{bmatrix} \{\epsilon_s\}_c \\ \{\epsilon_s\}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [I_{2 \times 2}] & [Z_3] \\ [I_{2 \times 2}] & [Z_4] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\epsilon_{st}\} \\ \{\epsilon_{sr}\} \end{bmatrix} \quad (7)$$

که I ماتریس همانی (واحد) می باشد و اندیس های C و P به ترتیب نشان دهنده کرنش های متعلق به پوسته کامپوزیتی و وصله های پیزوالکتریک می باشند. سایر ماتریس ها و بردارهای کرنش تعمیم یافته نیز به صورت ذیل تعریف می شوند.

$$\{\epsilon_{bt}\} = \left[\frac{\partial u_0}{\partial x} \quad \frac{w}{R} + \frac{\partial v_0}{\partial y} \quad \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \right]^T$$

$$\{\epsilon_{br}\} = \left[\frac{\partial \theta_x}{\partial x} \quad \frac{\partial \theta_y}{\partial y} \quad \frac{\partial \theta_x}{\partial y} + \frac{\partial \theta_y}{\partial x} \quad \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \quad \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \quad \frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \right]^T$$

$$\{\epsilon_{st}\} = \left[\frac{\partial w}{\partial x} \quad \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{v_0}{R} \right]^T, \quad \{\epsilon_{sr}\} = \{d_r\} \quad (8)$$

$$[Z_1] = z \begin{bmatrix} [I_{3 \times 3}] & [O_{3 \times 3}] \end{bmatrix},$$

$$[Z_2] = \begin{bmatrix} \frac{h}{2} [I_{3 \times 3}] & \left(z - \frac{h}{2} \right) [I_{3 \times 3}] \end{bmatrix},$$

$$[Z_3] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{z}{R} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{h}{2R} & 0 & \frac{z-h/2}{R} \end{bmatrix}$$

$$[Z_4] = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{h}{2R} & 0 & \frac{z-h/2}{R} \end{bmatrix} \quad (9)$$

در ماتریس های رابطه (9)، O ماتریس صفر 3×3 می باشد. بردارهای تنش واقع در صفحه σ_x ، σ_y ، σ_{xy} و تنش برشی عرضی σ_{xz} و σ_{yz} متناظر با کرنش های تعریف شده در رابطه (7) به صورت ذیل نوشته می شوند

$$\{\sigma_b\} = [\sigma_x \quad \sigma_y \quad \sigma_{xy}]^T, \quad \{\sigma_s\} = [\sigma_{xz} \quad \sigma_{yz}]^T \quad (10)$$

روابط اساسی تنش-کرنش برای هر لایه $k=1..N$ ساخته شده از ماده اورتوتروپیک به صورت زیر نوشته می شود:

$$\{\sigma_b^k\} = [\bar{C}_b^k] \{\epsilon_b^k\} \quad \text{و} \quad \{\sigma_s^k\} = [\bar{C}_s^k] \{\epsilon_s^k\} \quad (11)$$

شده است. L طول، R شعاع میانگین پوسته، h ضخامت و N تعداد لایه های پانل کامپوزیتی می باشند. R_p و h_p به ترتیب طول، شعاع میانگین و ضخامت وصله پیزوالکتریک می باشند. زاویه الیاف در لایه های پانل استوانه ای نسبت به به محور x می باشند. همان طوری که در این شکل مشاهده می شود، روی سطح خارجی پوسته وصله پیزوالکتریک بعنوان حسگر و عملگر چسبانده شده است. بدین ترتیب برای عمل حسگر و عملگر هم مکانی¹ بوجود می آید یعنی خروجی حسگر در هر نقطه دلخواه از وصله بعنوان مبنایی برای تعیین ولتاژ عملگری ورودی به وصله استفاده می شود. با وجود این که در مدل المان محدود تغییر مکان و سرعت هر نقطه قابل محاسبه می باشد، در برخی از مقالات از المان حسگر مجزا روی پوسته استفاده می شود.

"شکل 2" محورهای مختصات و سینماتیک تغییر شکل براساس تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول را نشان می دهد. مبداء مختصات روی لایه میانی پوسته استوانه ای قرار گرفته است به طوری که $x=0, L$ دو انتهای پوسته را نشان می دهند. مختصات مرزهای بالا و پایین هر لایه k ام به ترتیب h_{k+1} و h_k می باشند. u_0, v_0 مولفه های جابجایی انتقالی لایه میانی، θ_x, θ_y زوایای دوران نرمال بر لایه های میانی پانل و وصله حول محور y و بالاخره ϕ_x, ϕ_y زوایای دوران نرمال بر لایه میانی پانل و وصله حول محور x می باشند.

بنابراین مولفه های تغییر شکل در هر نقطه دلخواه از سازه به صورت ذیل نوشته می شوند.

$$u(x, y, z, t) = u_0(x, y, t) + (z - h/2) \phi_x(x, y, t) + (z - (z - h/2)) \theta_x(x, y, t) \quad (1-الف)$$

$$v(x, y, z, t) = v_0(x, y, t) + (z - h/2) \phi_y(x, y, t) + (z - (z - h/2)) \theta_y(x, y, t) \quad (1-ب)$$

در روابط فوق، میدان تغییر شکل برشی مرتبه اول حاکم بر پوسته و وصله با استفاده از علامت براکت $\langle \rangle$ که نشان دهنده تابع تکینگی است، نوشته شده است. فرض می شود جابجایی شعاعی $w(x, y, t)$ در کل سازه مستقل از ضخامت و در لایه های مختلف ثابت می باشد. مولفه های تغییر مکان و تغییر زاویه روی لایه میانی ($z=0$) را در قالب بردارهای تعمیم یافته جابجایی انتقالی $\{d_t\}$ و دورانی $\{d_r\}$ می توان نوشت

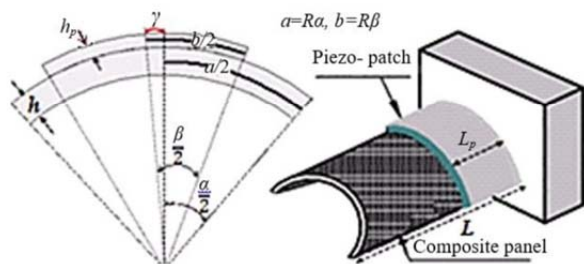


Fig. 1 Geometry of laminated cylindrical panel with piezo-patch

شکل 1 هندسه پانل استوانه ای چندلایه با یک وصله پیزوالکتریک

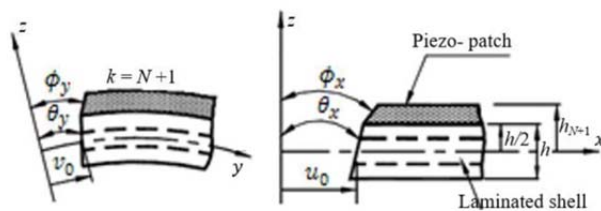


Fig. 2 Shell coordinates system and kinematic of deformation

شکل 2 محورهای مختصات و سینماتیک تغییر شکل پوسته

² selective integration rule

¹ collocation phenomenon

المان دلخواه e به صورت معادله (18) تقریب زده می‌شوند.

$$\{d_t\} = [N_t]\{d_t^e\} \text{ و } \{d_r\} = [N_r]\{d_r^e\} \quad (18)$$

با توجه به میدان جابجایی که در رابطه (18) بیان شده است، باید سه جابجایی و شش چرخش تقریب زده شود. این یعنی هر گره نه درجه آزادی دارد. بردارهای درجات آزادی هر المان برحسب مولفه‌های جابجایی روی هر کدام از 8 گره و ماتریس‌های توابع شکل در ذیل داده شده‌اند.

$$\begin{aligned} \{d_t^e\} &= [\{d_{t1}\}^T \ \{d_{t2}\}^T \ \dots \ \{d_{t8}\}^T]^T, \\ \{d_r^e\} &= [\{d_{r1}\}^T \ \{d_{r2}\}^T \ \dots \ \{d_{r8}\}^T]^T, \\ [N_t] &= [[N_{t1}] \ [N_{t2}] \ \dots \ [N_{t8}]], \\ [N_r] &= [[N_{r1}] \ [N_{r2}] \ \dots \ [N_{r8}]], \\ [N_{ti}] &= n_i[I_t], \quad [N_{ri}] = n_i[I_r] \end{aligned} \quad (19)$$

که $[I_t]$ و $[I_r]$ ماتریس‌های واحد انتقالی و دورانی و n_i تابع تقریب مربوط به گره نام در مختصات محلی المان می‌باشند. بردارهای جابجایی روی هر کدام از گره‌های المان‌ها ($i = 1 \dots 8$) عبارتند از:

$$\begin{aligned} \{d_{ti}\} &= [u_{0i} \ v_{0i} \ w_i]^T \\ \{d_{ri}\} &= [\theta_{xi} \ \theta_{yi} \ \phi_{xi} \ \phi_{yi}]^T \end{aligned} \quad (20)$$

با استفاده از معادلات (4) تا (7)، بردارهای متناظر کرنش روی هر کدام از گره‌های المان‌ها را خواهیم داشت.

$$\begin{aligned} \{\epsilon_b\}_c &= \begin{bmatrix} [B_{tb}] & [Z_1][B_{rb}] \\ [B_{tb}] & [Z_2][B_{rb}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{d_t^e\} \\ \{d_r^e\} \end{bmatrix} \\ \{\epsilon_s\}_c &= \begin{bmatrix} [B_{ts}] & [Z_3][B_{rs}] \\ [B_{ts}] & [Z_4][B_{rs}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{d_t^e\} \\ \{d_r^e\} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (21)$$

در این روابط، ماتریس‌های کرنش- تغییر مکان تعمیم یافته روی گره‌های المان‌ها به صورت زیر به دست آمده‌اند

$$\begin{aligned} [B_{tb}] &= [B_{tb1} \ B_{tb2} \ \dots \ B_{tb8}] \\ [B_{rb}] &= [B_{rb1} \ B_{rb2} \ \dots \ B_{rb8}] \\ [B_{ts}] &= [B_{ts1} \ B_{ts2} \ \dots \ B_{ts8}] \\ [B_{rs}] &= [B_{rs1} \ B_{rs2} \ \dots \ B_{rs8}] \end{aligned} \quad (22)$$

که در آن‌ها

$$\begin{aligned} B_{tbi} &= [B_i \ B_{ti}], \quad B_i = \begin{bmatrix} n_{i,x} & 0 \\ 0 & n_{i,y} \\ n_{i,y} & n_{i,x} \end{bmatrix} \\ n_{i,x} &= \frac{\partial n_i}{\partial x}, \quad n_{i,y} = \frac{\partial n_i}{\partial y} \\ B_{ti} &= \begin{bmatrix} 0 \\ n_i/R \\ 0 \end{bmatrix}, \quad B_{rbi} = \begin{bmatrix} \bar{B}_{rbi} & \bar{O} & \bar{O} \\ \bar{O} & \bar{B}_{rbi} & \bar{O} \\ \bar{O} & \bar{O} & \bar{B}_{rbi} \end{bmatrix} \\ B_{tsi} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & n_{i,x} \\ 0 & -n_i/R & n_{i,y} \end{bmatrix} \text{ و } B_{rsi} = n_i[I_r] \end{aligned} \quad (23)$$

که $\bar{O}$ یک ماتریس صفر 3×2 می‌باشد. با فرض این که میدان الکتریکی فقط در راستای ضخامت لایه پیزوالکتریک اعمال می‌شود، در معادله (12) بردار میدان الکتریکی را به صورت ذیل می‌توان نوشت.

$$\{E^{N+1}\} = [0 \ 0 \ -(1/h_p)]^T V \quad (24)$$

V اختلاف پتانسیل بین سطوح بالا و پایین وصله‌های پیزوالکتریک بوده و روی سطح وصله‌ها ثابت است. با جایگذاری معادلات (11) و (12) در (16) و استفاده از معادلات (21) و (24)، می‌توان انرژی پتانسیل برای یک المان دلخواه دارای خاصیت پیزوالکتریک را به صورت معادله (25) به دست آورد.

$$\begin{aligned} T_p^e &= \frac{1}{2} [\{d_t^e\}^T [K_t^e] \{d_t^e\} + \{d_t^e\}^T [K_{tr}^e] \{d_r^e\} + \{d_r^e\}^T [K_{tr}^e] \{d_t^e\} \\ &\quad + \{d_r^e\}^T [K_{rr}^e] \{d_r^e\} - 2\{d_t^e\}^T [K_{tp}^e] V \\ &\quad - 2[K_{rp}^e] V - 2\{d_t^e\}^T \{F^e\} \\ &\quad - \{E\}^T [\bar{\eta}^{N+1}] \{E\} V^2] \end{aligned} \quad (25)$$

که در آن $[K_{tr}^e]$ ، $[K_{rr}^e]$ و $[K_{tt}^e]$ ماتریس‌های سفتی مکانیکی المان، $[K_{rp}^e]$ و

که در آن $[C_b^k]$ و $[C_s^k]$ ماتریس‌های ثابت‌های انتقال یافته الاستیک در دستگاه مختصات کلی x, y, z برای هر لایه ماده مرکب می‌باشند. روابط اساسی تنش-کرنش-میدان الکتریکی و جابجایی الکتریکی-کرنش-میدان الکتریکی حاکم بر ماده پیزوالکتریک به صورت ماتریسی به شکل زیر در خواهد آمد:

$$\begin{aligned} \{\sigma_b^k\} &= [\bar{C}_b^k] \{\epsilon_b^k\} - [\bar{e}_b^k] \{E^k\} \\ \{\sigma_s^k\} &= [\bar{C}_s^k] \{\epsilon_s^k\} - [\bar{e}_s^k] \{E^k\}, \quad k = N+1, \\ \{D^k\} &= [\bar{e}_b^k] \{\epsilon_b^k\} + [\bar{e}_s^k] \{\epsilon_s^k\} + [\bar{\eta}^k] \{E^k\} \end{aligned} \quad (12)$$

به همین ترتیب $[\bar{e}_b^k]$ و $[\bar{e}_s^k]$ ماتریس‌های انتقال یافته ثابت‌های (ضرایب) پیزوالکتریک و $[\bar{\eta}^k]$ ماتریس انتقال یافته ثابت‌های ضریب گذردهی الکتریکی (دی الکتریک) ماده پیزوالکتریک هستند. عناصر این ماتریس‌های ضرایب به صورت ذیل می‌باشند

$$\begin{aligned} [\bar{C}_b^k] &= \begin{bmatrix} \bar{C}_{11}^k & \bar{C}_{12}^k & \bar{C}_{16}^k \\ \bar{C}_{12}^k & \bar{C}_{22}^k & \bar{C}_{26}^k \\ \bar{C}_{16}^k & \bar{C}_{26}^k & \bar{C}_{66}^k \end{bmatrix}, \quad [\bar{C}_s^k] = \begin{bmatrix} \bar{C}_{55}^k & \bar{C}_{45}^k \\ \bar{C}_{45}^k & \bar{C}_{44}^k \end{bmatrix} \\ [\bar{e}_b^k] &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & \bar{e}_{31}^k \\ 0 & 0 & \bar{e}_{32}^k \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad [\bar{e}_s^k] = \begin{bmatrix} \bar{e}_{15}^k & 0 & 0 \\ 0 & \bar{e}_{24}^k & 0 \end{bmatrix} \\ [\bar{\eta}^k] &= \begin{bmatrix} \bar{\eta}_{11}^k & 0 & 0 \\ 0 & \bar{\eta}_{22}^k & 0 \\ 0 & 0 & \bar{\eta}_{33}^k \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (13)$$

$\{E^k\}$ و $\{D^k\}$ بردارهای جابجایی الکتریکی و میدان الکتریکی می‌باشند که مولفه‌های آن‌ها عبارتند از:

$$\begin{aligned} \{E^k\} &= [E_x^k \ E_y^k \ E_z^k]^T \\ \{D^k\} &= [D_x^k \ D_y^k \ D_z^k]^T \end{aligned} \quad (14)$$

2-1- معادلات انرژی حاکم بر سازه

انرژی جنبشی کل پوسته چندلایه را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$T_k = \frac{1}{2} \left[\sum_{k=1}^{N+1} \int_{\Omega} \rho^k (\dot{u}^2 + \dot{v}^2 + \dot{w}^2) d\Omega \right] \quad (15)$$

انرژی پتانسیل کل سازه شامل انرژی کرنشی، انرژی الکتریکی و کار نیروهای خارجی در نظر گرفته شده است [17,16].

$$\begin{aligned} T_p &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{N+1} \left[\int_{\Omega} (\{\epsilon_b^k\}^T \{\sigma_b^k\} + \{\epsilon_s^k\}^T \{\sigma_s^k\}) d\Omega \right. \\ &\quad \left. - \int_{\Omega} \{E^{N+2}\} \{D^{N+2}\} d\Omega \right. \\ &\quad \left. - \int_A \{d\}^T \{f\} dA \right] \end{aligned} \quad (16)$$

که در آن $\{f\}$ بردار نیروی خارجی مکانیکی و الکتریکی اعمال شده بر سطح Ω ، حجم k امین لایه و ρ^k چگالی آن لایه می‌باشند. با استفاده از میدان جابجایی (1-الف و ب) و به کارگیری اصل هامیلتون (تغییرات مجموع انرژی جنبشی، انرژی کرنشی و انرژی پتانسیل صفر می‌باشد). می‌توان معادلات حرکت را برای پوسته چندلایه استخراج کرد. به شکل تغییراتی معادله حرکت که به صورت زیر می‌باشد، اصل هامیلتون گفته می‌شود.

$$\int_0^t \delta(T_k - T_p - W_{ext}) dt = 0 \quad (17)$$

2-2- فرمول بندی المان محدود

به منظور حل معادلات حاکم، حجم کل پوسته کامپوزیتی با وصله پیزوالکتریک توسط المان‌های ایزو پارامتریک هشت گره‌ای تجزیه می‌شود. با استفاده از توابع درون یاب، مقادیر متغیرها روی سطح المان دلخواه e برحسب مقادیر متناظر در محل گره‌های المان تعیین می‌گردند. بردارهای تعمیم یافته جابجایی (معادله (3)) با استفاده از توابع شکل مناسب برای هر نقطه داخل

حال با جایگذاری عبارات انرژی در اصل هامیلتون (17)، دستگاه معادلات حاکم بر المان به صورت زیر به دست می‌آید.

$$[M^e]\{\ddot{d}_t^e\} + [K_t^e]\{d_t^e\} + [K_{tr}^e]\{d_r^e\} = \{K_{tp}^e\}V + \{F^e\} \quad (29)$$

$$[K_{tr}^e]\{d_t^e\} + [K_{rr}^e]\{d_r^e\} = \{K_{rp}^e\}V \quad (30)$$

لازم به ذکر است، در المان‌های غیرپیزوالکتریک پانل عناصر ماتریس‌های جفت شده‌گی الکترومکانیکی مساوی صفر می‌شوند. در انتها نوبت به مونتاژ معادلات ماتریسی به دست آمده برای المان‌ها جهت تشکیل معادلات حاکم بر کل سازه در مختصات سازه‌ای (جهانی) می‌رسد به طوری که امکان بررسی اثرات هر وصله پیزوالکتریک به طور جداگانه نیز وجود خواهد داشت

$$[M]\{\ddot{X}\} + [K_{tt}]\{X\} + [K_{tr}]\{X_r\} = \sum_{j=1}^m \{K_{tp}^j\}V^j + \{F\} \quad (31)$$

$$[K_{tr}]^T\{X\} + [K_{rr}]\{X_r\} = \sum_{j=1}^m \{K_{rp}^j\}V^j \quad (32)$$

در این معادلات $\{X_r\}$ و بردارهای درجات آزادی کلی انتقالی و دورانی در مختصات سازه‌ای، $[M]$ ماتریس جرم کل، $[K_{tt}]$ ، $[K_{tr}]$ و $[K_{rr}]$ ماتریس‌های سفتی مکانیکی کلی، $\{F\}$ بردار بارگذاری کلی در مختصات سازه‌ای، m تعداد وصله‌های پیزوالکتریک، $\{V\}$ ولتاژ اعمال شده به وصله پیزوالکتریک j ام و $\{K_{tp}^j\}$ و $\{K_{rp}^j\}$ بردارهای سختی الکترو- مکانیکی کلی برای این وصله می‌باشند که به صورت روابط (33) تعریف می‌شوند.

$$\{K_{tp}^j\} = \sum_{i=1}^{n_p} \{K_{tp}^i\}, \quad \{K_{rp}^j\} = \sum_{i=1}^{n_p} \{K_{rp}^i\} \quad (33)$$

که n_p تعداد المان‌های واقع در محدوده وصله پیزوالکتریک موردنظر می‌باشد. در کار حاضر، جهت اعمال شرایط مرزباز روش‌های استاندارد در کتب مرجع المان محدود استفاده شده است، یعنی سطرها یا ستون‌های متناظر با درجات آزادی معلوم در شرایط مرزی از ماتریس‌های سفتی، جرم و بردار نیرو حذف می‌شوند و برای شرایط مرزی غیرهمگن جملات ستون مربوط به آن درجه آزادی به بردار نیرو منتقل شده سپس سطر مربوطه حذف می‌شود. پس از اعمال شرایط مرزی هندسی به درجات آزادی سیستم معادلات حاکم، درجات آزادی دورانی کلی را می‌توان از معادلات حذف نمود (که به فشرده سازی معروف است) و دستگاه معادلات نهایی مدار باز سیستم را بر حسب درجات آزادی انتقالی کلی به صورت زیر نوشت

$$[M]\{\ddot{X}\} + [K^*]\{X\} = \sum_{j=1}^m \{F_p^j\}V^j + \{F\} \quad (34)$$

$$[K^*] = [K_{tt}] - [K_{tr}][K_{rr}]^{-1}[K_{tr}]^T$$

$$\{F_p^j\} = \{K_{tp}^j\} - [K_{tr}][K_{rr}]^{-1}\{K_{rp}^j\}$$

که در آن:

2-3- محل و اندازه بهینه عملگر پیزوالکتریک

برای رسیدن به بهترین عملکرد این وصله از لحاظ کنترل ارتعاشات، باید محل و اندازه مناسب نصب آن‌ها را یافت. بدین منظور با توجه به این که معادلات به دست آمده در بخش قبل خطی می‌باشند می‌توان از روش‌های کنترل بهینه استفاده جست، بنابراین مسئله‌ای طرح می‌شود که در آن هدف یافتن بهترین مکان (فاصله از انتها L_0) و اندازه وصله (زاویه γ) به طور همزمان می‌باشد. به منظور استفاده از روش کنترل بهینه سیستم با روش رگولاتور خطی مرتبه دوم¹، اولین قدم نوشتن معادلات سیستم حلقه باز (34)

$\{K_{tp}^e\}$ ماتریس‌های سفتی جفت شده‌گی الکترو- مکانیکی المان و $\{F^e\}$ بردار بارگذاری المان بوده و به صورت ذیل به دست می‌آیند.

$$[K_t^e] = \int_0^{b_e} \int_0^{a_e} ([B_{tb}]^T [D_{tb}] [B_{tb}] + [B_{ts}]^T [D_{ts}] [B_{ts}]) dx dy$$

$$[K_{tr}^e] = \int_0^{b_e} \int_0^{a_e} \{ [B_{tb}]^T ([D_{trb}] + [D_{trb}]_p) [B_{rb}] + [B_{ts}]^T ([D_{trs}] + [D_{trs}]_p) [B_{rs}] \} dx dy,$$

$$[K_{rr}^e] = \int_0^{b_e} \int_0^{a_e} \{ [B_{rb}]^T ([D_{rrb}] + [D_{rrb}]_p) [B_{rb}] + [B_{rs}]^T ([D_{rrs}] + [D_{rrs}]_p) [B_{rs}] \} dx dy,$$

$$[K_{tp}^e] = \int_0^{b_e} \int_0^{a_e} ([B_{tb}]^T \{F_{tb}\}_p + [B_{ts}]^T \{F_{ts}\}_p) dx dy$$

$$[K_{rp}^e] = \int_0^{b_e} \int_0^{a_e} ([B_{rb}]^T \{F_{rb}\}_p + [B_{rs}]^T \{F_{rs}\}_p) dx dy$$

$$\{F^e\} = \int_0^{b_e} \int_0^{a_e} [N_t]^T \{f\} dx dy \quad (26)$$

که a_e و b_e به ترتیب ابعاد طولی و عرضی (محیطی) المان دو بعدی بوده و ماتریس‌های سفتی خمشی و برشی عرضی (معادله (26)) بر حسب ماتریس‌های ضرایب الاستیک و ثابت‌های پیزوالکتریک به صورت زیر می‌باشند:

$$[D_{tb}] = \sum_{k=1}^{N+1} \int_{h_k}^{h_{k+1}} [\bar{C}_b^k] dz$$

$$[D_{trb}] = \sum_{k=1}^N \int_{h_k}^{h_{k+1}} [\bar{C}_b^k] [Z_1] dz$$

$$[D_{trb}]_p = \int_{h_{N+1}}^{h_{N+2}} [\bar{C}_b^{N+1}] [Z_2] dz$$

$$[D_{rrb}] = \sum_{k=1}^N \int_{h_k}^{h_{k+1}} [Z_1]^T [\bar{C}_b^k] [Z_1] dz,$$

$$[D_{rrb}]_p = \int_{h_{N+1}}^{h_{N+2}} [Z_2]^T [\bar{C}_b^{N+1}] [Z_2] dz,$$

$$[D_{trs}] = \sum_{k=1}^N \int_{h_k}^{h_{k+1}} [\bar{C}_s^k] [Z_3] dz,$$

$$[D_{trs}]_p = \int_{h_{N+1}}^{h_{N+2}} [\bar{C}_s^{N+1}] [Z_4] dz,$$

$$[D_{trs}]_p = \int_{h_{N+1}}^{h_{N+2}} [\bar{C}_s^{N+1}] [Z_4] dz,$$

$$[D_{rrs}] = \sum_{k=1}^N \int_{h_k}^{h_{k+1}} [Z_3]^T [\bar{C}_s^k] [Z_3] dz,$$

$$[D_{rrs}]_p = \int_{h_{N+1}}^{h_{N+2}} [Z_4]^T [\bar{C}_s^{N+1}] [Z_4] dz,$$

$$\{F_{tb}\}_p = \int_{h_{N+1}}^{h_{N+2}} [\bar{e}_b^{N+1}] \{\bar{E}\} dz,$$

$$\{F_{ts}\}_p = \int_{h_{N+1}}^{h_{N+2}} [\bar{e}_s^{N+1}] \{\bar{E}\} dz$$

$$\{F_{rb}\}_p = \int_{h_{N+1}}^{h_{N+2}} [Z_2]^T [\bar{e}_b^{N+1}] \{\bar{E}\} dz$$

$$\{F_{rs}\}_p = \int_{h_{N+1}}^{h_{N+2}} [Z_4]^T [\bar{e}_s^{N+1}] \{\bar{E}\} dz \quad (27)$$

از طرفی دیگر با جایگذاری معادلات (18) در (15) می‌توان انرژی جنبشی برای یک المان دلخواه را به صورت ذیل به دست آورد.

$$T_k^e = \frac{1}{2} \{\dot{d}_t^e\}^T [M^e] \{\dot{d}_t^e\} \quad (28)$$

$$[M^e] = \int_0^{b_e} \int_0^{a_e} \bar{m} [N_t]^T [N_t] dx dy$$

که در آن:

$$\bar{m} = \sum_{k=1}^N \rho^k (h_{k+1} - h_k) + \rho^{N+1} h_v + \rho^{N+1} h_v + \rho^{N+2} h_p$$

¹ linear quadratic regulator

$$[C_d] = \sum_{j=1}^m K_d^j \{F_p^j\} [e^j] \quad (41)$$

در اين تحقيق از حداقل تعداد وصله پيزوالكترىك استفاده خواهد شد.

3- نتايج محاسباتى و بررسى

در اين مقاله، پوسته‌هاى كامپوزيتى ميزبان، از لحاظ لايه‌گذارى به‌صورت ذيل مورد دست‌بندى قرار گرفته‌اند:

- (A) پوسته چهار لايه با لايه‌گذارى متقارن $[0^\circ/90^\circ]_s$ با لايه‌هاى يکسان
(B) پوسته چهار لايه با لايه‌گذارى متقارن $[90^\circ/0^\circ]_s$ با لايه‌هاى يکسان
(C) پوسته سه لايه با لايه‌گذارى $[0^\circ/90^\circ/0^\circ]$ با لايه‌هاى يکسان
شرائط مرزى مورد استفاده براى هر يک از چهار لايه پائل‌مى‌تواند به‌صورت ذيل در نظر گرفته شود.

تكيه‌گاه ساده (S)

$$x = 0, L \quad \text{در} \quad u_o = w_o = \theta_y = \phi_y = 0 \quad (42)$$

$$y = 0, a \quad \text{در} \quad u_o = w_o = \theta_x = \phi_x = 0$$

تكيه‌گاه گيردار (C)

$$x = 0, L \quad \text{در} \quad u_o = v_o = w_o = \theta_y = \phi_y = 0 \quad (43)$$

$$y = 0, a \quad \text{در} \quad u_o = v_o = w_o = \theta_x = \phi_x = 0$$

در تكيه‌گاه آزاد (F) تمام درجات آزادى مجهول مى‌باشند. خواص مكانيكى لايه اورتوتروپىك T300/976 به‌صورت ذيل در نظر گرفته شده است.

$$E_{yy} = E_{zz} = E_{xx}/40, G_{xy} = G_{xz} = 0.6 E_{yy}, \quad (44)$$

$$G_{yz} = 0.5 E_{yy}, \nu_{xy} = \nu_{xz} = 0.25, \rho = 1550 \text{ kg/m}^3$$

خواص مكانيكى لايه اورتوتروپىك گرافيت اپوكسى به‌صورت ذيل مى‌باشد.

$$E_{xx} = 172.9 \text{ GPa}, E_{yy} = E_{zz} = E_{xx}/25, \quad (45)$$

$$G_{xy} = G_{xz} = 0.5 E_{yy}, \nu_{xz} = 0.01,$$

$$G_{yz} = 0.2 E_{yy}, \nu_{xy} = \nu_{zy} = 0.25, \rho = 1590 \text{ kg/m}^3$$

لازم به ذكر است مقادير خواص مكانيكى مذكور، جهت محاسبه ثابت‌هاى الاستيك (روابط (13)) بايد در شرط ذيل (مخرج $C_{11} \dots C_{66}$) صدق كنند

$$\Delta = 1 - \nu_{zy}^2 \frac{E_y}{E_z} - \nu_{yx}^2 \frac{E_x}{E_y} - \nu_{xz}^2 \frac{E_x}{E_z} - 2\nu_{zy}\nu_{yx}\nu_{xz} \frac{E_x}{E_z} > 0 \quad (46)$$

در غير اين صورت مقادير داده شده غير قابل استفاده مى‌باشند. در اين بخش ابتدا به اعتبارسنجى مدل المان محدود ارائه شده پرداخته مى‌شود كه شامل مقايسه نتايج فرکانس طبيعى بدون بعد براى پائل‌هاى كامپوزيتى A و B با لايه‌هاى از جنس اورتوتروپىك T300/976 و شرايط مرزى چهار طرف تكيه-گاه ساده (SSSS) نسبت به نتايج داده شده در مرجع [18] مى‌باشد. بنابر اين فرکانس طبيعى بدون بعد به‌صورت ذيل تعريف شده است

$$\omega_A = \omega h \sqrt{\frac{\rho}{\pi^2 C_{66}}} \quad (47)$$

C_{66} ضريب سفتى (مدول) برشى واقع در صفحه براى لايه اورتوتروپىك صفر درجه و ρ چگالى مى‌باشد. پس از بررسى همگرابى نتايج، تعداد 15 المان محيطى و 60 المان طولى استفاده شده‌اند. نتايج اين مقايسه در جدول 1 براى دو چيدمان و ابعاد هندسى مختلف يعنى نسبت ضخامت به طول معادل $L_a = 2R_m \sin \alpha / 2$ ارائه شده است. همان‌طورى كه مشاهده مى‌شود با افزايش نسبت ضخامت، اختلاف مقادير به‌دست آمده با حل سه‌بعدى نيمه تحليلى [19] افزايش مى‌يابد. در پائل B، با افزايش زاويه كمان α خطاى روش حاضر نسبت به حل نيمه‌تحليلى بيشتر مى‌شود. در حالى كه در پائل A با افزايش زاويه پائل تا قائمه، خطا كاهش مى‌يابد. در پوسته استوانه‌اى بسته ($\alpha = 360^\circ$) خطا بيشتر است بخصوص پائل B كه بيشترين خطاى 2.9 درصدى را دارد. لازم به ذكر است، نتايج حاصل از معادلات ارائه شده (31) و

به فرم فضاى حالت مى‌باشد.

$$\{\dot{X}\} = [A]\{X\} + [B]\{U\} \quad (35)$$

كه در آن بردار حالت $\{X\}$ ، ماتريس‌هاى $[A]$ و $[B]$ و بردار $\{U\}$ ورودى عبارتند از:

$$\begin{aligned} \{X\} &= [\{X_t\} \quad \{\dot{X}_t\}]^T \\ [A] &= \begin{bmatrix} [O] & [I] \\ -[M]^{-1}[K^*] & [O] \end{bmatrix} \\ [B] &= \begin{bmatrix} \{\bar{O}\} & \dots & \{\bar{O}\} \\ [M]^{-1}[K_p^1] & \dots & [M]^{-1}[K_p^m] \end{bmatrix} \\ \{U\} &= [v^1 \quad v^2 \quad \dots \quad v^m]^T \end{aligned} \quad (36)$$

مجدداً $[O]$ ماتريس صفر، $\{O\}$ بردار صفر و $[I]$ ماتريس همانى مى‌باشند. در اين تحقيق جهت يافتن پارامترهاى بهينه از معيار كنترل‌پذيرى پيشنهادهى همدان و نايفه [18]، استفاده شده است. براساس اين معيار، اندازه خالص كنترل‌پذيرى مود ارتعاشى λ_m در حضور تمام ورودى‌هاى موجود به‌صورت رابطه (37) تعريف مى‌شود.

$$\mu = \frac{\{q_i\}^T [B]}{\|q_i\|} \quad (37)$$

كه $\{q_i\}^T$ بردار ويژه نرماليزه ماتريس $[A]$ بوده و عبارت است از $[A]\{q_i\} = \lambda_i \{q_i\}$ كه λ_i مقدار ويژه متناظر مى‌باشد. در ضمن بردار ويژه راست ماتريس $[A]$ ، يعنى $\{p_i\}$ خاصيت زير را دارد

$$\{q_i\}^T \{p_i\} = \delta_{ij} \quad (38)$$

δ_{ij} تابع دلتاى كرونكېر است. هدف از بيشينه كردن تابع كنترل‌پذيرى (37)، كاهش دامنه ارتعاشات و افزايش ميرابى سازهاست، مشروط بر اين كه سيستم معادلات (35) پايدارپذير و مشاهده‌پذير باشد. براى هر تعداد لايه و چيدمان لايه‌گذارى در پوسته اصلى و تعداد مشخصى وصله پيزوالكترىك، با بيشينه كردن μ مى‌توان بهترين مكان نصب وصله را يافت. سپس با در دست داشتن اين نقطه، براى پيدا كردن اندازه بهينه وصله براساس تغييرات در رفتار ديناميكى سازه مانند فرکانس طبيعى قضاوت خواهد شد.

2-4- كنترل كننده حلقه بسته

پس از تعيين عملگر بهينه براساس رفتار ارتعاشى حلقه باز، از فعال نمودن اين وصله‌ها جهت ميرآ نمودن هر چه بيشتر ارتعاشات پائل چندلايه استفاده مى‌شود. در اين مقاله، ورودى كنترل حلقه بسته، مشتق متغير حالت مى‌باشد كه به استراتژى پسخوراند سرعت¹ مشهور است. طبق اين قانون كنترلى، ولتاژ اعمال شده به لايه (سطح) خارجى وصله پيزوالكترىك متناسب مى‌باشد با برآيند مولفه‌هاى سرعت (شعاعى، محيطى و طولى) در نقطه‌اى (گره‌اى) مشخص از پوسته كه در واقع محل نصب حسگر مى‌باشد [15]. در اين كار، اين نقطه محل حسگر در گره روى سطح داخلى پائل در محل وسط وصله پيزوالكترىك مى‌باشد. بنابر اين رابطه ولتاژ عملگرى وصله $\dot{z}$ ام به‌صورت ذيل مى‌باشد

$$V^j = -K_d^j [e^j] \{\dot{X}_t\} \quad (39)$$

K_d^j بهره كنترلى عملگر و $[e^j]$ بردارى واحد و تعيين كننده مولفه‌ها و موقعيت حسگر سرعت مى‌باشند. با جاىگذارى رابطه (39) در (34) معادله حاكم بر ديناميك سيستم حلقه بسته به‌صورت زير در مى‌آيد

$$[M]\{\ddot{X}_t\} + [C_d]\{\dot{X}_t\} + [K^*]\{X_t\} = \{F\} \quad (40)$$

ماتريس ميرابى معادل ناشى از عملگرها به‌صورت ذيل تعريف مى‌شود

¹ velocity feedback scheme

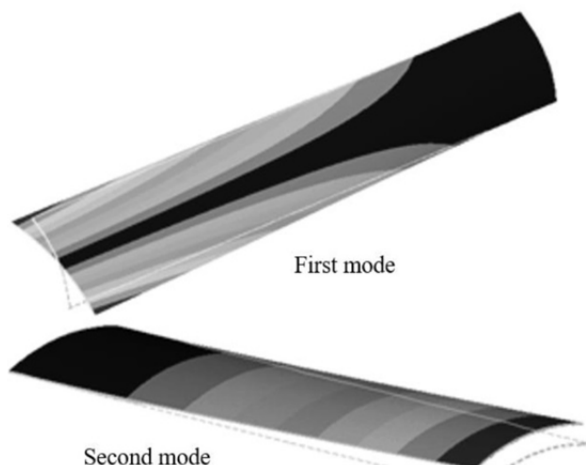


Fig. 3 First and second mode shapes of host panel C, CFFF

شکل 3 شکل مودهای اول و دوم پانل C و CFFF

حداکثر جابجایی مد دوم می‌باشد. البته در صورت چسباندن وصله پیزوالکتریک به پانل، فرم کلی شکل مودها تغییری نمی‌کند.

با توجه به این شکل مودها، اولی حالت پیچشی و دومی حالت خمشی دارد. در این شرایط مرزی، منشاء اصلی حرکات شبه جسم صلب‌گونه در انتهای آزاد پانل، به‌وسیله وصله چسبیده به انتهای گیردار مهار می‌شوند. در حالت کلی مکان بهینه عملگر وابسته به تعداد، ضخامت و جنس وصله، شرایط مرزی و مشخصات پانل می‌باشد. برای شروع فرآیند بهینه‌سازی، مشخصات ابعادی پانل را به‌صورت $R_m/h = 50$, $L/R_m = 6.67$ در نظر گرفته و وصله‌هایی به ابعاد مختلف در فاصله‌های متفاوت از تکیه‌گاه قرار داده شده و مقادیر معیار کنترل پذیری μ (قابلیت میراکنده‌گی در سازه) به ازای هر فاصله وصله از تکیه‌گاه به‌دست آمده و ملاحظه شد که در صورت چسباندن وصله‌ها به تکیه‌گاه، حداکثر مقدار μ به‌دست می‌آید. سپس وصله‌ای به عرض یک دهم طول محیط خارجی پانل ($\alpha/\beta = 10$) را در زاویه‌های مختلف $0 < \gamma < (\alpha - \beta)/2$ از وسط پانل قرار داده و مقادیر معیار کنترل-پذیری برای مودهای اول و دوم به‌دست آمدند که نتیجه آن در "شکل 4" ارائه شده است. نتایج مشابهی برای پانل با نسبت اندازه‌های $\alpha/\beta = 5$ ، 1 به‌دست آمده‌اند که به ترتیب در "شکل‌های 5 و 6" نشان داده شده‌اند. از "شکل‌های 4 تا 6" ملاحظه می‌شود که اندازه μ برای هر سه اندازه محیطی وصله به ازای $\gamma = 0$ حداکثری می‌شود، یعنی وصله با پانل هم‌مرکز، هم‌محور و همچنین عرضش برابر با عرض پانل باشد. برای تعیین طول بهینه وصله، ملاحظه شده است که با افزایش طول وصله ($0 < Lp < L$)، معیار μ همچنان نرخ صعودی خواهد داشت، ولی از طرفی دیگر معیار تغییر فرکانس طبیعی پانل در اثر افزودن طول وصله (نرخ میرا شدن پاسخ) مورد توجه قرار گرفته است. از آنجائی که سفتی الاستیک ماده پیزوالکتریک نسبت به سازه اصلی خیلی کمتر است و چگالی بالاتر آن از کامپوزیت (بیش از دو برابر)، با وجود این که ضخامت لایه پیزوالکتریک خیلی کمتر از سازه اصلی می‌باشد ($hp = h/12$) هنوز وصله می‌تواند همانند جرم افزوده در حالت مدار باز باعث کاهش فرکانس اصلی سازه شود. تغییرات درصد این کاهش (نسبت به اولین فرکانس طبیعی پانل بدون وصله) برحسب نسبت طول وصله به پانل در "شکل 7" نشان داده شده است.

(32) برای پوسته استوانه‌ای بسته با نتایج به‌دست آمده در حالت متقارن محوری ($v = \partial/\partial\theta = \partial/\partial y = 0$) که در آن مودهای نامتقارن محوری وجود ندارد می‌تواند بسیار متفاوت باشد. در جدول 2 نتایج فرکانس طبیعی اول بدون بعد برای پوسته استوانه‌ای بسته C از دو جنس مختلف و با شرایط تکیه‌گاهی یکسر گیردار (C-F) و دوسر ساده (S-S) ارزیابی شده‌اند. فرکانس بی‌بعد مورد استفاده به‌صورت ذیل می‌باشد

$$\omega_c = \frac{\omega L^2}{100h} \sqrt{\frac{\rho}{E_{yy}}} \quad (48)$$

نتایج به‌دست آمده با مراجع [20] و [21] مقایسه شده‌اند. همانطوریکه ملاحظه می‌شود با کاهش ضخامت و افزایش طول پوسته، فرکانس بی‌بعد کمی زیاد می‌شود و تاثیر جنس در افزایش فرکانس طبیعی بسیار چشم‌گیر است. فرکانس به‌دست آمده با تکیه‌گاه ساده حداقل 1.8 برابر بزرگتر از نتایج یکسرگیردار می‌باشد. پس از اعتبارسنجی مدل، نوبت یافتن وصله پیزوالکتریک بهینه برای پانل C با شرایط مرزی طره‌ای CFFF، یعنی گیردار در $x = 0$ می‌شود. جنس وصله پیزوالکتریک از ماده PZT-5H با خواص الکترومکانیکی در جدول 3 انتخاب شده است. در این تحقیق، هدف کنترل مودهای اول و دوم پانل می‌باشد. فرم کلی شکل مودهای اول و دوم پانل C با لایه‌های از جنس گرافیت اپوکسی و شرایط مرزی CFFF در "شکل 3" نشان داده شده است. ملاحظه می‌شود که حداکثر جابجایی مد اول تقریباً 1.7 برابر

جدول 1 مقایسه فرکانس طبیعی اول بی بعد برای ابعاد و چیدمان مختلف
Table 1 Non-dimensional fundamental frequencies for shell A, B

A[0°/90°/90°/0°]		B[90°/0°/0°/90°]		لایه گذاری	
حاضر	[19]	حاضر	[19]	α	h / L_a
0.0630	0.0625	0.0615	0.0609	30°	0.1
0.0648	0.0646	0.0599	0.0591	60°	
0.0681	0.0678	0.0597	0.0589	90°	
0.1770	0.1740	0.1744	0.1706	30°	0.2
0.1728	0.1708	0.1637	0.1588	60°	
0.1692	0.1686	0.1525	0.1472	90°	
0.2985	0.2933	0.2985	0.2890	30°	0.3
0.2862	0.2837	0.2793	0.2682	60°	
0.2706	0.2741	0.2576	0.2455	90°	
h / R_m					
0.0806	0.0792	0.0718	0.0707	360°	0.1
0.1779	0.1751	0.1564	0.1506		0.2
0.2665	0.2727	0.2487	0.2363		0.3

جدول 2 مقایسه فرکانس طبیعی بی بعد برای ابعاد و شرایط مرزی مختلف
Table 2 Non-dimensional natural frequencies for closed shell C

[0°/90°/0°]	C-F	S-S	جنس	L/R_m	R_m/l
[20]	0.0988	0.1779	$\begin{matrix} \text{C} \\ \text{F} \end{matrix}$	2	5
حاضر	0.0952	0.1746			
[21]	0.4899	0.9257	$\begin{matrix} \text{S} \\ \text{S} \end{matrix}$	5	20
حاضر	0.4835	0.9084			

جدول 3 خواص ماده پیزو الکتریک مورد استفاده [7]
Table 3 Electro-mechanical properties of piezoelectric material [7]

ثابت‌های الاستیک، GPa								
C_{11}	C_{12}	C_{13}	C_{22}	C_{23}	C_{33}	C_{44}	C_{55}	C_{66}
32.6	4.3	4.3	7.2	7.8	7.2	1.05	1.29	1.29
چگالی، ثابت دی الکتریک $10^{-6} \text{C}^2/\text{Nm}^2$ ، ثابت‌های پیزوالکتریک C/m^2								
e_{11}	e_{31}	e_{32}	e_{15}	e_{24}	η_{11}	η_{22}	η_{33}	kg/m^3
15.8	-6.76	-6.76	12.3	12.3	7.3	8.1	8.1	3640

همان‌طوری که ملاحظه می‌شود، در نسبت طول $Lp/L = 0.5$ ، مقدار درصد کاهش فرکانس طبیعی بسیار کم (حدود 2٪) می‌باشد یعنی اثر وصله روی سازه قابل چشم پوشی است. بنابراین ابعاد و محل عملگر بهینه حاصل گردید. در این مرحله، عملکرد دینامیکی این وصله بهینه با استفاده از پاسخ فرکانسی (تبدیل فوریه) حاصل از معادله (40)، به نیروی گسترده شعاعی (فشار یکنواخت واحد) هارمونیک بررسی شده است. دامنه پاسخ جابجایی شعاعی پانل C در وسط لبه آزاد $(L, \alpha/2, h/2)$ (برحسب میکرومتر) نسبت به فرکانس بی بعد $(100 \times \omega)$ برای حالات بدون وصله، با وصله بهینه حلقه باز و بسته با دو بهره کنترلی، در "شکل 8" به نمایش درآمده است. همانطور که انتظار می‌رود در این نوع بارگذاری، مد شکل دوم ("شکل 3") که خمشی می‌باشد، بیشتر تحریک شده و دامنه تشدید بزرگتری دارد. به همین منوال، در "شکل 9" پاسخ فرکانسی سازه به نیروی عمودی واحد متمرکز و هارمونیک وارده در گوشه لبه آزاد $(L, 0, h/2)$ در نقطه $(L, \alpha/2, h/2)$ ارائه شده است. با عنایت به شرایط این بارگذاری، مد شکل اول ("شکل 3") بیشتر تحریک شده است، بنابراین پاسخ دامنه تشدید بزرگتری دارد. در هر دو "شکل 8 و 9" اثر وصله بهینه روی پاسخ حلقه باز سازه و همچنین پاسخ دامنه میرا شده برای حالت حلقه باز و دو مقدار بهره کنترلی حلقه بسته $(K_d = 500, 1000)$ نشان داده شده است. محاسبات و بررسی‌های فوق‌الذکر برای پانل A با لایه-های T300/976 نیز تکرار شده است، که در نتیجه آن عملیات، وصله پیزوالکتریک بهینه با مشخصات ذیل انتخاب شده است:

$$Lp = 0.6L, \quad \alpha/\beta = 1, \quad hp = h/12$$

اثر اندازه وصله روی تغییر شکل شعاعی لایه میانی پانل A وقتی که تحت فشار استاتیکی یکنواخت واحد $(P = 1 \text{ N/m}^2)$ روی سطح داخلی قرار دارد، در "شکل 10" ارائه شده است. منحنی‌های خیز (برحسب میکرومتر) با افزایش طول وصله (بخصوص $Lp > 0.6L$) به یکدیگر نزدیک‌تر شده‌اند. به‌منظور مشاهده اثر عملکرد وصله پیزوالکتریک، توزیع جابجایی شعاعی لایه میانی پوسته A برای مقادیر مختلف بار الکتریکی استاتیکی اعمال شده به سطح خارجی عملگر با ابعاد بهینه در "شکل 11" مقایسه شده‌اند. با افزایش ولتاژ، الگوی تغییر شکل که حاکی از ایجاد نوعی خمش در محل وصله می‌باشد، عوض نشده است. تمام منحنی‌ها تقریباً از یک نقطه (تغییر علامت خیز) گذشته‌اند. برای خنثی کردن خیز ناشی از فشار توسط ولتاژ عملگری کافی است منحنی‌های "شکل‌های 10 و 11" را با یکدیگر جمع کرد. همان‌طوری که در "شکل 12" مشاهده می‌شود با اعمال بار الکتریکی 7.5 ولت خیز انتهای پانل کاملاً خنثی شده، در صورتی که بار الکتریکی منفی موجب افزایش خیز شده است. لازم به ذکر است با توجه به اشباع عملگر پیزوالکتریک، حداکثر ولتاژ عملگری مورد استفاده و متعاقباً حداکثر مقدار بهره کنترلی، مقدار محدودی می‌تواند باشد [10,2].

3-1- بررسی پاسخ دینامیکی

به‌منظور ارزیابی روش عددی استفاده شده برای حل حوزه زمان، پاسخ پانل C بدون وصله از جنس T300/976 با چهار طرف تکیه‌گاه ساده (SSSS) و تحت بار گسترده دینامیکی ذیل، بررسی شده است

$$P(t) = P_0(1 - e^{-13100t}) \text{ Pa} \quad (49)$$

جابجایی شعاعی بی بعد به‌صورت رابطه (50) تعریف شده است.

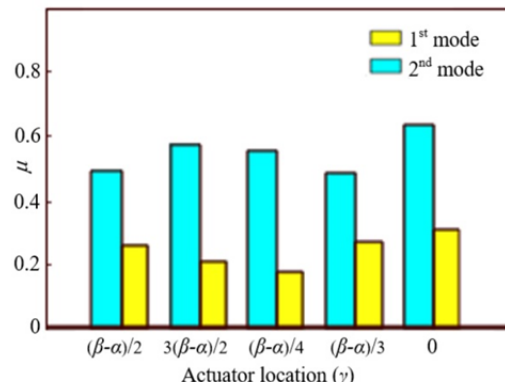


Fig. 4 Controllability criterion values, 1st and 2nd modes, $\alpha/\beta=10$
شکل 4 مقادیر معیار کنترل‌پذیری برای مودهای 1 و 2، $\alpha/\beta=10$

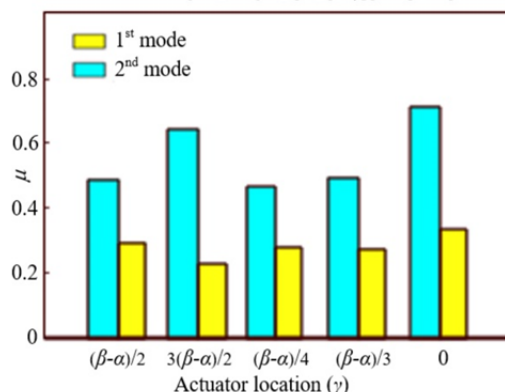


Fig. 5 Controllability criterion values, 1st and 2nd modes, $\alpha/\beta=5$
شکل 5 مقادیر معیار کنترل‌پذیری برای مودهای 1 و 2، $\alpha/\beta=5$

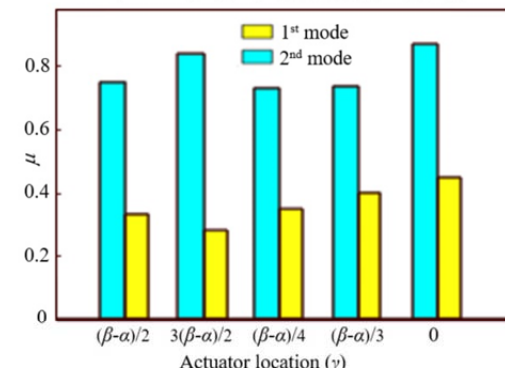


Fig. 6 Controllability criterion values, 1st and 2nd modes, $\alpha/\beta=1$
شکل 6 مقادیر معیار کنترل‌پذیری برای مودهای 1 و 2، $\alpha/\beta=1$

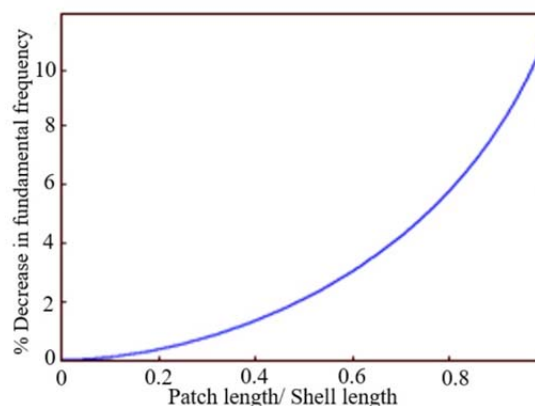


Fig. 7 reducing percent of fundamental frequency with patch length
شکل 7 درصد کاهش فرکانس طبیعی اول برحسب نسبت طول وصله به پانل

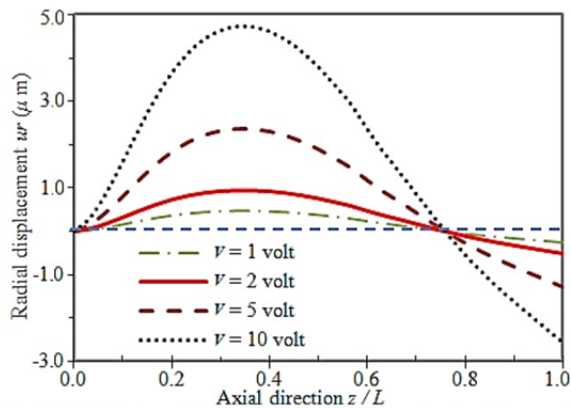


Fig. 11 Effect of applied static electric load to optimal patch on radial displacement distribution along x

شکل 11 توزیع جابجایی شعاعی پانل A در اثر بار الکتریکی استاتیکی روی عملگر بهینه، حالت حلقه بسته

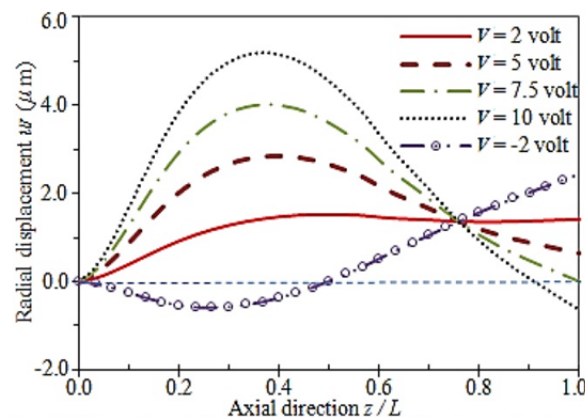


Fig. 12 Effect of applied static electro-mechanical load to optimal patch on radial displacement distribution along x

شکل 12 منحنی خیز پانل A با وصله بهینه تحت فشار واحد و بار الکتریکی استاتیکی روی عملگر بهینه، حالت حلقه بسته

(که کاملاً سینوسی است) به خوبی نزدیک می‌باشند. در ادامه، فشار یکنواخت دینامیکی به صورت تابع زمانی دندان‌اره‌ای، تعریف شده با رابطه (51) روی سطح داخلی پانل C با شرایط مرزی CFFF اعمال می‌شود.

$$P(t) = \begin{cases} \frac{P_0}{T_1} t & 0 \leq t \leq T_1 \\ 0 & T_1 \leq t \end{cases} \quad (51)$$

که تغییرات آن در "شکل 14" نشان داده شده است. جابجایی شعاعی بی‌بعد در نقطه وسط پانل، به ازای $T_1 = 1$ msec (یعنی همان زمانی که بار معادله (49) به مقدار پایدار خود می‌رسد) در "شکل 15" مشاهده می‌شود. همان طوری که انتظار می‌رود، به دلیل حذف بار خارجی پس از T_1 ، در پاسخ این بارگذاری مدهای بالاتر اجازه ظهور بیشتری پیدا کرده‌اند. سپس پاسخ نقطه در وسط پانل C با لایه‌های گرافیت اپوکسی و شرایط مرزی CFFF تحت بار (51) به ازای $T_1 = 1$ msec بررسی شده است. لازم به ذکر است به دلیل شرایط مرزی متفاوت، نتایج (فرکانس و دامنه) "شکل 16" با "شکل‌های 14 و 15" قابل مقایسه نیست. با وجود این که فرکانس اول این سازه 22.9 HZ و فرکانس دوم آن 57.4 HZ می‌باشد، لیکن همان طوری که ذیل "شکل 3" توضیح داده شد، بارگذاری موجود، مد دوم را بیشتر تحریک کرده و در پاسخ زمانی، این مد فرکانس نوسانات اصلی را تعیین نموده است. در این مرحله، عملگر بهینه به دست آمده در بخش قبل، به صورت حلقه باز (gain = 0) روی پانل C چسبانده شده است. جابجایی شعاعی بی‌بعد در نقطه وسط پانل، به

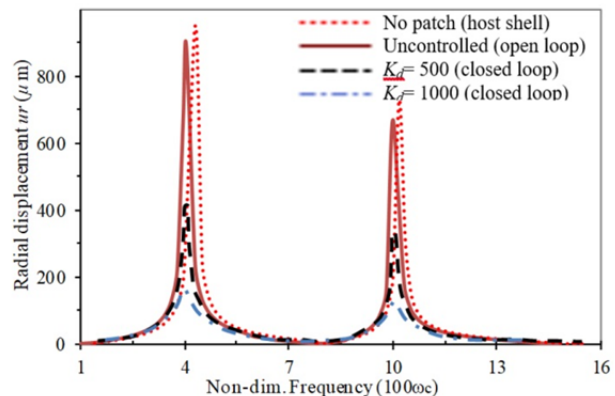


Fig. 8 Frequency response for open and closed loop optimal patch to harmonic unit pressure, at $(L, a/2, h/2)$, panel C

شکل 8 پاسخ فرکانسی به فشار هارمونیک، حلقه باز و بسته، وسط لبه آزاد پانل C

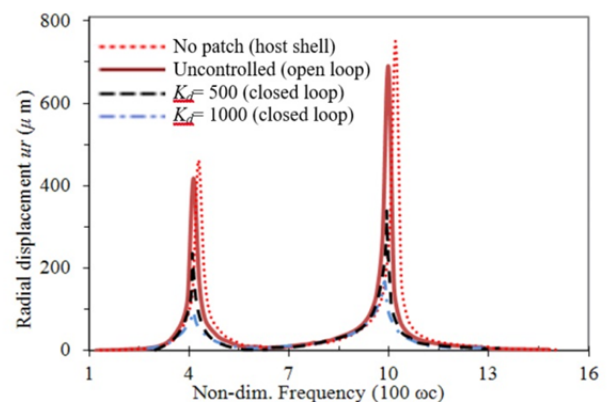


Fig. 9 Frequency response for open and closed loop optimal patch to harmonic vertical edge force, at $(L, a/2, h/2)$, panel C

شکل 9 پاسخ فرکانسی به نیروی عمودی متمرکز وارده در گوشه لبه آزاد پانل C

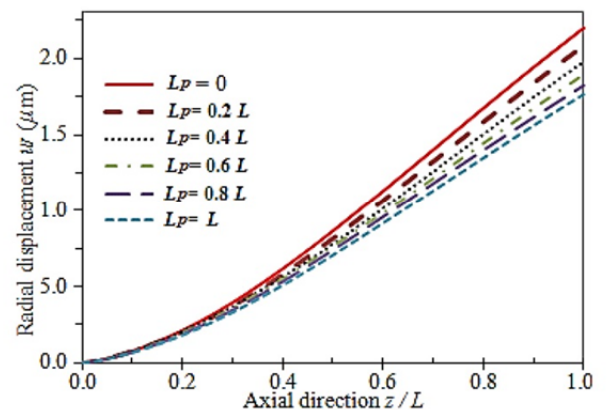


Fig. 10 Effect of patch on radial displacement distribution along x, unit static pressure, open loop

شکل 10 اثر اندازه وصله روی توزیع جابجایی شعاعی پانل A تحت فشار استاتیکی واحد، حالت حلقه باز

تاریخچه زمانی به دست آمده در نقطه وسط پانل C با ابعاد $\alpha = S = 50$ و $L/R_m = 8, 90^\circ$ در "شکل 13" با نتیجه [22] مقایسه شده است.

$$\bar{u} = \frac{100 E_{yy}}{h P_0 S^4} \times u, \quad S = \frac{R}{h} \quad (50)$$

محور زمان برحسب میلی ثانیه می‌باشد. همان طوری که رویت می‌شود نتیجه به دست آمده با منحنی حاصل از روش نیمه تحلیلی حل الاستیسیته [22]

کوچکتر است و فرکانس طبیعی غالب آن به‌طور قابل توجهی از پانل وصله‌دار بیشتر است. معیناً به ازای بهره مساوی، قابلیت آن در مستهلک نمودن ارتعاشات کمتر است. در این شکل، تأثیر ولتاژ عملگری روی کم رنگ شدن نقش مدهای بالاتر در منحنی پاسخ زمانی مجدداً قابل ذکر می‌باشد.

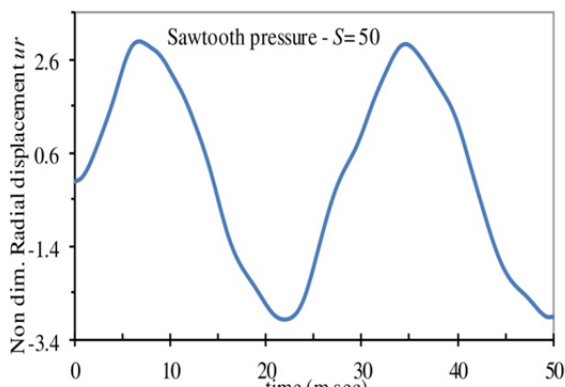


Fig. 15 Time response of non-dimensional radial displacement at the middle of host panel C, T300/976, CFFF

شکل 15 پاسخ زمانی جابجایی شعاعی بی بعد در نقطه وسط پانل C یکسرگیردار با لایه‌های از جنس T300/976

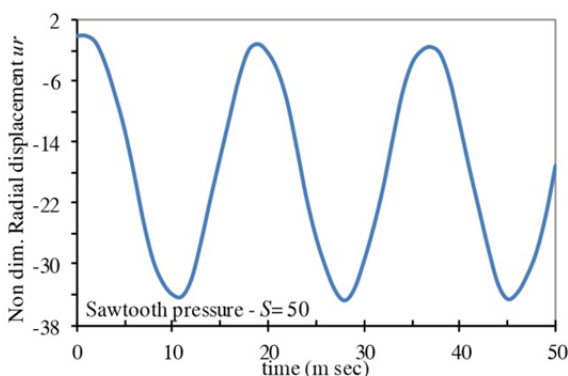


Fig. 16 Time response of non-dimensional radial displacement at the middle of host panel C, CFFF, graphite-epoxy

شکل 16 پاسخ زمانی جابجایی شعاعی بی بعد در نقطه وسط پانل C یکسرگیردار با لایه‌های گرافیت اپوکسی

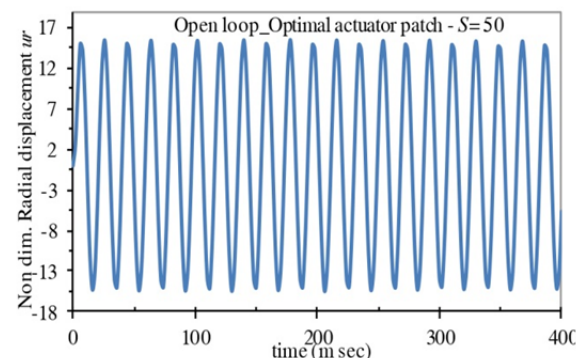


Fig. 17 Time response of non-dimensional radial displacement at the middle of panel C, CFFF, graphite-epoxy, optimal patch, open loop

شکل 17 پاسخ زمانی جابجایی شعاعی بی بعد در نقطه وسط پانل C یکسرگیردار با لایه‌های گرافیت اپوکسی با عملگر بهینه غیر فعال

ازای $T_1 = 1 \text{ msec}$ در "شکل 17" نشان داده شده است. تأثیر اعمال کنترل حلقه بسته روی رفتار دینامیکی پوسته برای پنج بهره کنترل دلخواه ($K_d = 50 - 1300$) در "شکل 18" نشان داده شده است. طبق رابطه (39) ولتاژ اعمالی به عملگر، متناسب با منفی سرعت در نقطه وسط کف وصله $(Lp/2, \beta/2, h)$ می‌باشد. در "شکل 18" مشاهده می‌شود که با استفاده از عملگر کنترل فعال، میرایی سازه نسبت به حالت حلقه باز بسیار بهتر شده است. با افزایش بهره کنترل، سرعت (نرخ) کاهش دامنه ارتعاشات و زمان نشست پاسخ را می‌توان شدت بخشید. به ازای بهره $K_d = 1300$ دامنه ارتعاشات تا 3 برابر نسبت به $K_d = 900$ کاهش یافته است.

بهره $K_d = 50$ میرایی محسوسی به سازه نداده ولی در مقایسه با "شکل 17"، مدهای بالاتر که فرم نامنظمی به منحنی می‌دادند (حتی مد اول) را تضعیف کرده است. افزایش دوره تناوب پاسخ زمانی با افزایش بهره را می‌توان با رفتار ارتعاشات میرای جرم و فنر یعنی رابطه $\tau = 2\pi/\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}$ (نسبت میرایی است) همخوانی داد. در "شکل 19" تغییرات ولتاژ کنترلی مورد استفاده در عملگر پیزوالکتریک برای بهره‌های مختلف نمایش داده شده است. چون این سیگنال با سرعت نقطه وسط وصله متناسب است، رفتار آن با پاسخ جابجایی ("شکل 18") منطبق نمی‌باشد و حتی بالعکس با افزایش بهره کنترلی، می‌توان دید که ولتاژ افزایش یافته است و به عبارتی دیگر جابجایی در این نقطه از پوسته با سرعت بیشتری میرا می‌شود. البته با میرا شدن هرچه بیشتر، ولتاژهای کنترلی به یکدیگر نزدیک می‌شوند.

در انتها، جهت حصول اطمینان بیشتر از عملکرد وصله بهینه شده، پاسخ زمانی وصله سرتاسری یعنی به‌صورت لایه کامل، در "شکل 20" برای حالت نزدیک حلقه باز $K_d = 100$ و حداکثر بهره مورد استفاده روی عملگر بهینه یعنی $K_d = 1300$ نمایش داده شده‌اند. همان‌طوری که قبلاً نیز اشاره شد، دامنه ارتعاشات پانل با لایه پیزوالکتریک سرتاسری از حالت وصله بهینه ذاتاً

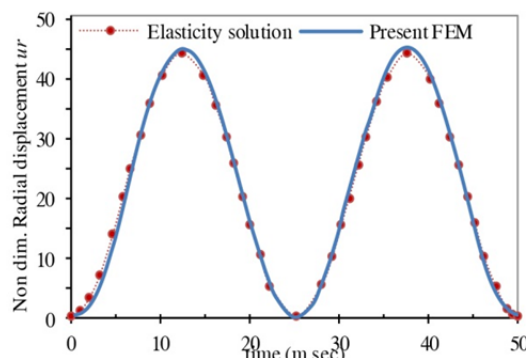


Fig. 13 Comparison of time response of non-dimensional radial displacement at the middle of host panel C, SSSS, [22]

شکل 13 مقایسه پاسخ زمانی جابجایی شعاعی بی بعد در نقطه وسط پانل C با چهار طرف تکیه‌گاه ساده، [22]

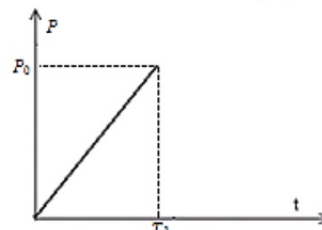


Fig. 14 Dynamic load variations over time

شکل 14 تغییرات فشار دینامیکی دندان‌اره‌ای

در انتها لازم به ذکر است با توجه به خطی بودن تمام روابط حاکم، رفتار پاسخ زمانی سایر نقاط سازه از لحاظ فرکانس و فرم کلی (به جز دامنه) مشابه نتایج به‌دست آمده می‌باشند.

4- جمع بندی و نتیجه گیری

پانل استوانه‌ای چندلایه به‌دلیل انحنای عرضی، استحکام و سفتی بیشتری از تیر و ورق از همان جنس دارد و کنترل ارتعاشات آن توسط وصله عملگر بهینه به‌منظور بهبود رفتار دینامیکی، قبلاً مورد بررسی قرار نگرفته است. معادلات دینامیک سازه، توسط روش المان محدود براساس فرضیات تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول به‌دست آمد و برای یافتن عملگر بهینه از معیار حداکثر کنترل‌پذیری استفاده شد. سپس طبق قانون کنترلی، به‌منظور میرا کردن ارتعاشات، ولتاژ عملگری به وصله پیزو اعمال شد. با مقایسه نتایج به‌دست آمده برای فرکانس طبیعی و همچنین پاسخ دینامیکی پانل استوانه‌ای چند لایه بدون وصله با مراجع موجود، صحت عملکرد فرمول‌بندی و نتایج احراز شد. سپس با داشتن دینامیک سیستم بهینه شده، پاسخ فرکانسی برای حالات حلقه باز و بسته به‌دست آمد و در انتها تاثیر مقادیر بهره کنترلی و ابعاد هندسی پانل و وصله روی پاسخ زمانی و سرعت میرا شدن ارتعاشات به نمایش گذاشته شد. به‌طور کلی مشاهدات ذیل در نتایج قابل ارائه می‌باشند:

- نتایج به‌دست آمده به نمونه جواب‌های موجود از روش نیمه تحلیلی (حل الاستیسیته) بسیار نزدیک می‌باشند.
- در ارتعاشات آزاد، مد غالب برحسب تحریک وارده برانگیخته می‌شود و با دانستن مد غالب می‌توان رفتار پاسخ ارتعاشی سازه را تا حدی پیش بینی کرد.
- در صورت انتخاب درست محل و اندازه وصله پیزوالکتریک می‌توان اهداف کنترل ارتعاشات موضعی برای تعداد محدود مد را برآورده کرد.
- با افزایش طول وصله پیزوالکتریک، اختلاف بین منحنی‌های توزیع جابجایی شعاعی کمتر می‌شود.
- با افزایش بهره کنترلی، برخلاف جابجایی، ولتاژ افزایش می‌یابد و سازه با سرعت بیشتری میرا می‌شود و با میرا شدن ارتعاشات، ولتاژ کنترلی به صفر میل می‌کند.
- افزایش بهره کنترلی، تاثیر قابل توجهی روی دوره تناوب پاسخ زمانی و فرکانس تشدید مدهای اول و دوم می‌گذارد.
- به ازای بهره‌های مساوی، قابلیت لایه پیزوالکتریک سرتاسری در مستهلک نمودن ارتعاشات پانل از وصله بهینه کمتر است.

5- فهرست علائم

ماتریس دینامیک فضای حالت	$[A]$
ماتریس ضریب ورودی فضای حالت	$[B]$
اوپراتور کرنش- تغییر مکان	B_{ij}
ماتریس ثابت‌های انتقال یافته الاستیک	$[\bar{C}]$
جابجایی الکتریکی	$D_i (i = x, y, z)$
ماتریس سفتی	$[D]$
میدان الکتریکی	$E_i (i = x, y, z)$
بردارهای تعمیم یافته جابجایی	$\{d\}$
ثابت‌های (ضرایب) پیزوالکتریک	e_{ij}
بردار سختی	$\{k\}$

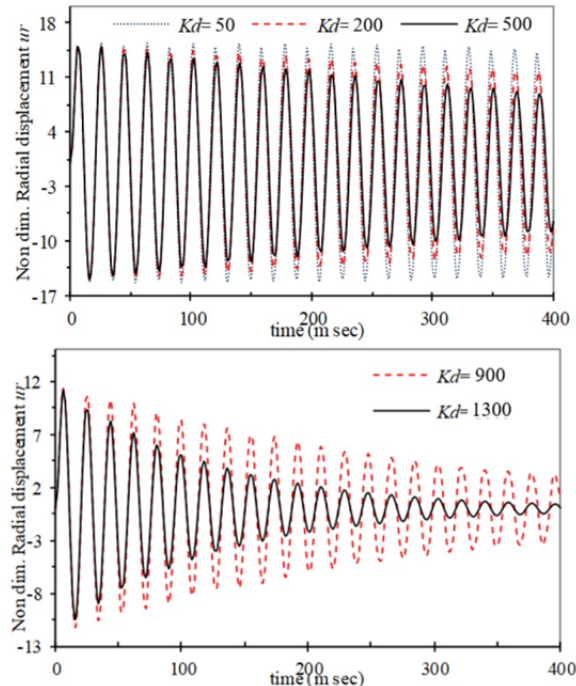


Fig. 18 Time response of non-dimensional radial displacement at the middle of panel C, CFFF, graphite-epoxy, optimal patch, five gains

شکل 18 پاسخ زمانی جابجایی شعاعی بی بعد در نقطه وسط پانل C یکسرگیردار با لایه‌های گرافیت اپوکسی با عملگر بهینه فعال و پنج بهره کنترلی مختلف

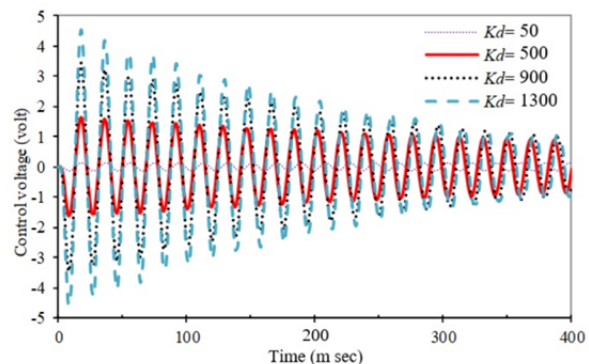


Fig. 19 Time response of control voltage on the optimal patch of panel C, CFFF, graphite-epoxy, four gains

شکل 19 تغییرات زمانی ولتاژ کنترلی پانل C یکسرگیردار با لایه‌های گرافیت اپوکسی با عملگر بهینه فعال و چهار بهره کنترلی مختلف

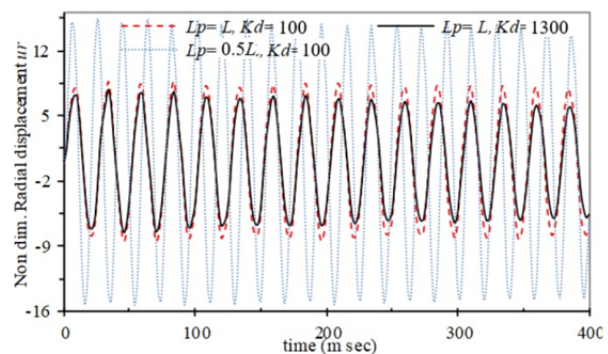


Fig. 20 Time response of non-dimensional radial displacement at the middle of panel C, CFFF, graphite-epoxy, actuator layer, maximum gain

شکل 20 پاسخ زمانی جابجایی شعاعی بی بعد در نقطه وسط پانل C یکسرگیردار با لایه‌های گرافیت اپوکسی با عملگر سرتاسریو ماکزیمم بهره کنترلی

- [5] S. Kumar, R. Srivastava, R. Srivastava, Active vibration control of smart piezo cantilever beam using pid controller, *International Journal of Research in Engineering and Technology*, Vol. 3, pp. 392-399, 2014.
- [6] A. Gharib, M. Salehi, S. Fazeli, Deflection control of functionally graded material beams with bonded piezoelectric sensors and actuators, *Materials Science and Engineering A*, Vol. 498, pp. 110-114, 2008.
- [7] M. R. Saviz, An optimal approach to active damping of nonlinear vibrations in composite plates using piezoelectric patches, *Smart Materials and Structures*, Vol. 24, No. 3, pp. 1-19, 2015.
- [8] B. Bandyopadhyay, T. C. Manjunath, M. Umapathy, *Modeling, Control and Implementation of Smart Structures*, Springer, pp. 653-688, 2007.
- [9] M. J. Balas, Active control of flexible systems, *Journal of Optimization Theory and Application*, Vol. 25, No. 3, pp. 415-436, 1978.
- [10] A. Baz, S. Poh, Performance of an active control system with piezoelectric actuators, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 139, No. 1, pp. 133-149, 1990.
- [11] M. Sunar, S. S. Rao, Distributed modeling and actuator location of piezoelectric control systems, *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, Vol. 34, No. 10, pp. 2209-2211, 1996.
- [12] A. Yousefi-Koma, A. Vukovich, Shape and location optimization of piezoelectric actuators in active control system, *Proceeding of the American Society of Mechanical Engineers, Aerospace Division, AD- Vol. 52*, ASME, NJ, pp. 559-566, 1996.
- [13] C. Saravanam, N. Ganesan, V. Ramamurti, Semianalytical finite element analysis of active constrained layer damping in cylindrical shells of revolution, *Computers and Structures*, Vol. 79, pp. 1133-1145, 2001.
- [14] V. Balamurugan, S. Narayanan, Active vibration control of smart shells using distributed piezoelectric sensors and actuators, *Smart Materials and Structures*, Vol. 10, No. 5, pp. 173-180, 2001.
- [15] S. Zhou, C. Liang, C. A. Rogers, Impedance modeling of two-dimensional piezoelectric actuators bonded on a cylinder, *Adaptive Structures and Material Systems ASME*, Vol. 35, pp. 247-255, 1993.
- [16] M. C. Ray, J. Oh, A. Baz, Active constrained layer damping of thin cylindrical shells, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 240, No. 5, pp. 921-935, 2001.
- [17] M. C. Ray, J. N. Reddy, Active control of laminated cylindrical shells using piezoelectric fiber reinforced composites, *Composites Science and Technology*, Vol. 65, pp. 1226-1236, 2005.
- [18] A. M. A. Hamden, A. H. Nayfeh, Measures of modal controllability and observability for first and second order linear systems, *Journal of Guidance and Control Dynamics*, Vol. 12, pp. 421-428, 1989.
- [19] Y. E. Jianqiao, K. P. Soldatos, Three-dimensional vibration of laminated cylindrical panels with symmetric or antisymmetric cross-ply lay-up, *Journal of Composite Engineering*, Vol. 4, No. 4, pp. 429-444, 1994.
- [20] A. A. Khdeir, J. N. Reddy, D. Frederick, A study on bending, vibration and buckling of cross-ply circular cylindrical shells with various shell theories, *International Journal of Solid Struct.*, Vol. 27, pp. 1337-1351, 1989.
- [21] A. Messina, K. P. Soldatos, Ritz-type dynamic analysis of cross-ply laminated circular cylinders subjected to different boundary conditions, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 227, No. 4, pp. 749-768, 1999.
- [22] M. Shakeri, A. Alibeigloo, Dynamic Analysis of Orthotropic Laminated Cylindrical Panels, *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, Vol. 12, pp. 67-75, 2005.

[K] ماتریس سختی عمومی

[N] ماتریس متشکل از بردارهای توابع شکل

 u, v, w تغییر مکان در راستاهای شعاعی، محیطی و محوری $\{X\}$ بردارهای درجات آزادی کلی

علائم یونانی

 $\{\sigma\}$ بردار تنش $\{\varepsilon\}$ بردار کرنش μ معیار کنترل پذیری $\{\psi\}$ بردار پتانسیل الکتریکی θ, ϕ زاویه دوران نرمال بر لایه‌های میانی

بالانویس‌ها

 k شماره لایه مرکب j شماره وصله پیزو

زیرنویس‌ها

 x, y, z محورهای طولی، محیطی و شعاعی b خمشی یا واقع در صفحه s برشی عرضی t انتقالی r دورانی i شماره گره‌های المان p پیزوالکتریکی

6-مراجع

- [1] C. Shakeri, M. N. Noori, Z. Hou, Smart materials and structures: A review, materials for the new millennium, *Proceedings of ASCE Eng. Materials Conference*, pp. 863-876, Washington, DC, Nov. 10-14, 1996.
- [2] N. Jalili, *Piezoelectric-Based Vibration-Control Systems Applications to Micro/Nano Sensors and Actuators*, New York: Springer, pp. 114-172, 2010. (in English)
- [3] H. S. Tzou, J. P. Zhong, Electromechanics and vibrations of piezoelectric shell distributed systems, *Journal of Dynamic Systems Measurement and Control*, Vol. 115, No. 3, pp. 506-517, 1993.
- [4] S. Aligholizadeh, M. A. Hamed, R. Hassannejad Qadim, Active vibration control of the clamped beam with length and location optimized piezoelectric patches, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 9, pp. 11-22, 2015. (in Persian)