



شناسایی مودال سیستم‌های سازه‌ای با استفاده از یک روش مؤثر مبتنی بر ترکیب انتقال پذیری و تبدیل موجک

مجید دامادی پور¹، رضا تارین‌جادی^{2*}، محمد حسین امین‌فر²

1- دانشجوی دکتری، مهندسی عمران، دانشگاه تبریز، تبریز

2- دانشیار، مهندسی عمران، دانشگاه تبریز، تبریز

* r_tarinejad@tabrizu.ac.ir 5166616471 صندوق پستی

چکیده

اخیراً به منظور شناسایی مشخصات دینامیکی سیستم‌های سازه‌ای، رویکرد جدیدی تحت عنوان تحلیل مودال عملیاتی مبتنی بر انتقال پذیری (TOMA) ارائه شده است که پارامترهای مودال سازه‌ها را با استفاده از مفهوم انتقال پذیری تعیین می‌کند. در رویکرد TOMA، بر خلاف روش‌های OMA که از فرض ورودی نویز سفید بهره می‌برند، هیچ فرض محدودکننده‌ای برای تحریکات ورودی در نظر گرفته نمی‌شود و پارامترهای مودال سیستم‌های سازه‌ای مبتنی بر ویژگی‌های ماتریس انتقال پذیری استخراج می‌گردند. روش‌های انتقال پذیری نیز همانند سایر روش‌های حوزه فرکانس، در شناسایی مقادیر میرایی سیستم نتایج چندان قابل قبولی ارائه نمی‌دهند. از این رو در مقاله حاضر یک روش ترکیبی مؤثر تحت عنوان انتقال پذیری طیف فوری-تبدیل موجک (FST-WT) پیشنهاد شده است که علاوه بر تعیین فرکانس‌های طبیعی و اشکال مودی سیستم، به شناسایی دقیق مقادیر میرایی مبتنی بر ویژگی‌های تبدیل موجک نیز می‌پردازد. در این تحقیق، قابلیت روش FST-WT برای شناسایی و استخراج پارامترهای مودال یک سیستم 5 درجه آزادی تحت ارتعاش آزاد با سطوح مختلف نویز صورتی مورد بررسی قرار گرفته است. برای این منظور فرکانس‌ها و اشکال مودی به ترتیب از حاصل ضرب عکس مقادیر تکی و اولین بردار تکی چپ ماتریس انتقال پذیری استخراج شده و مقادیر میرایی نیز با استفاده از سیگنال‌های تک فرکانسی (ضرایب موجک یا اسکلت) بدست آمده از تبدیل موجک، مبتنی بر معیار آنتروپی حداقل شانون تعیین گردیده‌اند. مقایسه نتایج شناسایی تطابق خوبی را با مقادیر دقیق نشان می‌دهد.

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 25 شهریور 1396

پذیرش: 10 دی 1396

ارائه در سایت: 10 خرداد 1397

کلید واژگان:

تحلیل مودال عملیاتی مبتنی بر انتقال پذیری

روش انتقال پذیری طیف فوری-تبدیل موجک

حاصل ضرب عکس مقادیر تکی

سیگنال‌های تک فرکانسی

معیار آنتروپی حداقل شانون

Modal identification of structural systems using an effective method based on combining the transmissibility and wavelet transform

Majid Damadipour, Reza Tarinejad*, Mohammad Hossein Aminfar

Faculty of Civil Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran

* P.O.B. 5166616471, Tabriz, Iran, r_tarinejad@tabrizu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 16 September 2017

Accepted 31 December 2017

Available Online 31 May 2018

Keywords:

Transmissibility based Operational Modal Analysis (TOMA)

Fourier Spectral Transmissibility-Wavelet Transform (FST-WT) method

Product of the inverse of the singular values

Single frequency signals

Minimal Shannon entropy criterion

ABSTRACT

Recently, a new approach called Transmissibility based Operational Modal Analysis (TOMA) has been presented in order to identify the dynamic characteristics of structural systems that determines the modal parameters of structures using the concept of transmissibility. In the TOMA approach, unlike OMA methods that use the assumption of white noise input, no limiting assumption is considered for the input excitations, and the modal parameters of structural systems are extracted based on the features of transmissibility matrix. The transmissibility methods, like other frequency domain methods, do not present very satisfactory results in identifying the damping values. Therefore, in the present paper, a new combined method called Fourier Spectral Transmissibility-Wavelet Transform (FST-WT) is proposed which, in addition to determining the natural frequencies and mode shapes of the system, also addresses the exact detection of damping values based on the features of wavelet transform. In this research, the capability of the FST-WT method is investigated for identifying and extracting the modal parameters of a 5-DOF system under free vibration with the different pink noise levels. For this purpose, the frequencies and mode shapes are respectively extracted from the product of the inverse of the singular values and the first left singular vector of transmissibility matrix, and the damping values are also determined using the single frequency signals (wavelet coefficients or skeleton) obtained from wavelet transform based on the minimal Shannon entropy criterion. The comparison of the identification results shows a good agreement with the exact values.

1- مقدمه

در آزمایش‌های ارتعاش محیطی¹، اندازه‌گیری مقادیر تحریکات ورودی اعم از بارهای محیطی و بهره‌برداری، به‌دلیل برخورداری از پیچیدگی بالا

شناسایی پارامترهای مودال سیستم‌های دینامیکی می‌تواند براساس داده‌های اندازه‌گیری شده ورودی-خروجی یا خروجی تنها انجام گیرد. با توجه به این‌که

¹ Ambient vibration test

آزمایش ارتعاش محیطی، آزمایش ارتعاش اجباری و آزمایش ارتعاش آزاد به کار برده شود.

به‌طور کلی، قطب‌هایی که از طریق توابع انتقال‌پذیری شناسایی می‌شوند، متناظر با قطب‌های سیستم نیستند [19]. از این‌رو، به‌منظور استخراج و شناسایی پارامترهای مودال، از یک روش غیرمستقیم مبتنی بر ویژگی‌های ماتریس انتقال‌پذیری بهره برده می‌شود. با توجه به این‌که ماتریس انتقال‌پذیری در قطب‌های سیستم، یک ماتریس رتبه یک می‌باشد، صرفاً اولین مقدار تکین آن غیر صفر بوده و سایر مقادیر تکین به سمت صفر میل خواهند نمود [20]. در چنین شرایطی، به منظور انتخاب صحیح قطب‌های سیستم، می‌توان از عکس مقادیر تکین دوم و بالاتر که پیک‌های آن‌ها متناظر با مودهای سیستم می‌باشند، بهره جست.

در سال‌های اخیر نمونه‌های جدیدی از انتقال‌پذیری تحت عنوان توابع انتقال‌پذیری چگالی طیف توان ارائه شده است [21] که مبتنی بر تجزیه مقدار تکین ماتریس‌های انتقال‌پذیری طیف توان [22] و یا با بهره‌گیری از عکس تفاضل توابع انتقال‌پذیری [23, 21] به شناسایی و استخراج پارامترهای مودال سازه‌ها می‌پردازند. به‌طور کلی، روش‌های انتقال‌پذیری نیز همانند سایر روش‌های تحلیل مودال حوزه فرکانس، در شناسایی و استخراج مقادیر دقیق میرایی نتایج چندان جالبی را ارائه نمی‌دهند. از این‌رو در تحقیق حاضر، با بهره‌گیری از قابلیت‌های تبدیل موجک، یک روش ترکیبی مؤثر تحت عنوان انتقال‌پذیری طیف فوریه-تبدیل موجک^{۱۲} (FST-WT) به‌منظور شناسایی دقیق پارامترهای مودال سازه‌ها اعم از فرکانس‌های طبیعی، اشکال مودی و ضرایب میرایی پیشنهاد شده است. روش مذکور به عنوان یکی از روش‌های تجزیه حوزه زمان-فرکانس^{۱۳} قادر است که مبتنی بر سیگنال‌های تک فرکانسی (ضرایب موجک) به‌دست آمده از تبدیل موجک پاسخ‌ها به شناسایی دقیق مقادیر میرایی سیستم بپردازد. در روش FST-WT به‌منظور دستیابی همزمان به بهترین رزولوشن‌های زمانی و فرکانسی در تبدیل موجک پاسخ‌ها، از معیار آنتروپی حداقل شانون^{۱۴} [24] برای بهینه سازی موجک مادر استفاده شده است [14, 13].

در این تحقیق، به‌منظور بررسی عملکرد روش پیشنهادی در شناسایی پارامترهای مودال سازه‌ها، از پاسخ‌های کوتاه مدل عددی یک سیستم 5 درجه آزادی تحت ارتعاش آزاد بهره برده شده است. این مدل عددی در محیط سیمولینک متلب مدل‌سازی و مبتنی بر 5 حالت مختلف بارگذاری تحلیل شده است. همچنین در مقاله حاضر، به بررسی تأثیر نویز صورتی در شناسایی و استخراج پارامترهای مودال سیستم‌های سازه‌ای پرداخته شده است.

2- روش پیشنهادی FST-WT

در تحقیق حاضر، با استفاده از روش ترکیبی FST-WT به شناسایی پارامترهای مودال یک مدل عددی 5 درجه آزادی تحت ارتعاش آزاد پرداخته شده است، به نحوی که از تجزیه مقدار تکین^{۱۵} ماتریس توابع انتقال‌پذیری طیف فوریه به‌منظور استخراج فرکانس‌های طبیعی و اشکال مودی، و از تبدیل موجک پاسخ‌ها نیز برای محاسبه مقادیر میرایی سیستم بهره برده شده است.

دشوار یا غیرممکن است، از این‌رو فقط پاسخ‌های سیستم اندازه‌گیری می‌شوند و ورودی‌ها ناشناخته باقی می‌مانند. بنابراین شناسایی پارامترهای مودال صرفاً براساس خروجی‌ها و مبتنی بر روش‌های تحلیل مودال عملیاتی^۱ انجام می‌گیرد [1]. تحلیل مودال عملیاتی یکی از شاخه‌های پرکاربرد و جذاب شناسایی سیستم^۲ می‌باشد که در زیر مجموعه کنترل و مهندسی سیستم‌ها^۳ قرار می‌گیرد. محققان در سراسر جهان با بهره‌گیری از اصول و مبانی پردازش سیگنال‌های ارتعاشی، گام‌های بزرگی در جهت پیشرفت و ارتقای عملکرد روش‌های OMA در هر سه حوزه زمانی [4-2]، فرکانسی [5-10] و زمان-فرکانسی [11-16] برداشته‌اند. از مهم‌ترین روش‌های حوزه فرکانس می‌توان به روش‌های جستار قله^۴ [5]، تجزیه حوزه فرکانس^۵ (FDD) [6]، تجزیه حوزه فرکانس ارتقا یافته^۶ (EFDD) [7] و ... اشاره کرد. روابط حاکم بر این روش‌ها، مبتنی بر یک ابزار قدرتمند ریاضی به نام تبدیل فوریه^۷ می‌باشند که سیگنال‌های پاسخ را از حوزه زمان به حوزه فرکانس انتقال می‌دهد. این روش‌ها با توجه به این‌که از فرض ورودی نویز سفید^۸ بهره می‌برند، صرفاً مبتنی بر پاسخ‌های دینامیکی (خروجی تنها) به شناسایی سیستم می‌پردازند. به عبارت دیگر، در روش‌های OMA از نتایج آزمایش ارتعاش محیطی (پاسخ‌های سیستم) با تأکید بر ورودی نویز سفید استفاده می‌شود. نویز سفید یک فرایند تصادفی مانا^۹ با میانگین صفر می‌باشد که دارای چگالی طیف توان ثابت است. آزمایش ارتعاش محیطی بر خلاف سایر آزمایش‌های دینامیکی، مبتنی بر تحریکات محیطی و بارهای بهره‌برداري همچون باد، ترافیک، فعالیت‌های لرزه‌ای (میکروتورمورها) انجام می‌گیرد، از این‌رو نیاز به توقف بهره‌برداری در حین آزمایش نیست و از طرف دیگر کاربرد ابزارهای لرزاننده مصنوعی نیز منتفی می‌شود. در این آزمایش، پاسخ‌های سیستم سازه‌ای کاملاً مطابق با رفتار واقعی ارتعاش سیستم در طول عمر بهره‌برداری خواهد بود [17]. تئوری حاکم بر تحلیل مودال عملیاتی مبتنی بر تجزیه مودال چگالی‌های طیف توانی می‌باشد که با فرض ورودی نویز سفید، تجزیه مودالی مشابه با توابع پاسخ فرکانسی خواهند داشت. اما توجه به این نکته ضروری است که تحلیل مودال عملیاتی مبتنی بر آزمایش ارتعاش محیطی، علی‌رغم این‌که می‌تواند گزینه مناسبی به منظور ارزیابی رفتار دینامیکی و کنترل سلامت^{۱۰} سازه‌ها باشد، به دلیل اعمال یک فرض محدود کننده (ورودی نویز سفید) بر تئوری حاکم بر آن، در برخی شرایط قادر به تعیین دقیق مشخصات دینامیکی سیستم نخواهد بود؛ زیرا ورودی نویز سفید خالص یک فرض ایده‌آل است که در برخی موارد با شرایط محیطی واقعی حاکم بر سیستم مغایرت دارد.

در سال‌های 2007 و 2008، رویکرد مؤثری از تحلیل مودال عملیاتی به منظور شناسایی پارامترهای مودال سازه‌ها با استفاده از خروجی سیستم ارائه گردید که به آن تحلیل مودال عملیاتی مبتنی بر انتقال‌پذیری^{۱۱} (TOMA) [19, 18] گفته می‌شود. منظور از تابع انتقال‌پذیری عبارتست از نسبت طیف‌های پاسخ دو نقطه از یک سیستم سازه‌ای که تحت ارتعاشات دینامیکی قرار گرفته است. در TOMA، برخلاف روش‌های OMA که در آن‌ها ورودی سیستم نویز سفید فرض می‌شود، هیچ فرض محدود کننده‌ای برای تحریکات ورودی در نظر گرفته نشده است. با توجه به این موضوع، روش TOMA قادر خواهد بود برای پاسخ‌های به‌دست آمده از انواع آزمایش‌های دینامیکی از قبیل

⁹ Stationary stochastic process

¹⁰ Health monitoring

¹¹ Transmissibility based operational modal analysis (TOMA)

¹² Fourier Spectral Transmissibility-Wavelet Transform (FST-WT)

¹³ Time-frequency domain decomposition

¹⁴ Minimal Shannon entropy criterion

¹⁵ Singular value decomposition (SVD)

¹ Operational Modal Analysis (OMA)

² System identification

³ Control and systems engineering

⁴ Peak picking

⁵ Frequency domain decomposition

⁶ Enhanced frequency domain decomposition

⁷ Fourier transform

⁸ White noise

وارد بر آن بوده و صرفاً به اشکال مودی درجات آزادی خروجی i و j بستگی دارد.

همان‌طور که قبلاً نیز اشاره شد، ماتریس توابع انتقال‌پذیری بایستی به گونه‌ای ایجاد شود که در قطب‌های سیستم به صورت یک ماتریس رتبه یک درآید. برای این منظور، هر یک از ستون‌های این ماتریس باید متناظر با یک بارگذاری خاص باشد. بنابراین ماتریس توابع انتقال‌پذیری $[T_j(s)]$ به صورت رابطه (6) خواهد بود:

$$[T_j(s)] = \begin{bmatrix} T_{1j}^1(s) & \cdots & T_{1j}^l(s) & T_{1j}^{l+1}(s) & \cdots & T_{1j}^{N_l}(s) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ T_{ij}^1(s) & \cdots & T_{ij}^l(s) & T_{ij}^{l+1}(s) & \cdots & T_{ij}^{N_l}(s) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ T_{N_{oj}}^1(s) & \cdots & T_{N_{oj}}^l(s) & T_{N_{oj}}^{l+1}(s) & \cdots & T_{N_{oj}}^{N_l}(s) \end{bmatrix} \quad (6)$$

که در آن، j درجه آزادی خروجی مرجع ثابت و $i = 1, 2, \dots, N_o$ تعداد کل درجات آزادی خروجی اندازه‌گیری شده است. $l = 1, 2, \dots, N_l$ نیز نشان دهنده شماره یا تعداد حالات بارگذاری است. براساس رابطه (6)، ماتریس انتقال‌پذیری $[T_j(s)]$ می‌تواند به تعداد درجات آزادی خروجی مرجع $j = 1, 2, \dots, N_o$ تشکیل شود.

با توجه به رابطه (5) و با عنایت به ماتریس ارائه شده در رابطه (6) می‌توان دریافت که در قطب‌های سیستم، تمامی درایه‌های واقع در یک سطر دلخواه با هم برابرند، به عبارت دیگر تمامی ستون‌ها تکراری هستند. زیرا توابع انتقال‌پذیری در قطب‌های سیستم، مستقل از کمیت و کیفیت بارگذاری می‌باشند. بنابراین ماتریس فوق‌الذکر، یک ماتریس رتبه یک خواهد بود.

2-2- تبدیل موجک پیوسته با رزولوشن زمانی-فرکانسی بهینه

تبدیل موجک پیوسته به صورت کانولوشن¹ سیگنال $x(t)$ و نمونه‌های مختلف موجک‌های اتساع و انتقال یافته موجک مادر، به صورت رابطه (7) تعریف می‌شود [25]:

$$CWT_x^\psi(a, b) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi^* \left(\frac{t-b}{a} \right) dt \quad (7)$$

که در آن a و b به ترتیب پارامترهای انتقال² و مقیاس³ می‌باشند و CWT ضریب تبدیل موجک نامیده می‌شود. تابع پنجره ψ نیز اصطلاحاً موجک مادر نامیده می‌شود. در این مقاله، از موجک مورلت اصلاح شده⁴ به عنوان موجک مادر استفاده شده است. این موجک به صورت رابطه (8) تعریف می‌شود:

$$\psi(t) = \frac{1}{\sqrt{\pi f_b}} e^{i2\pi f_c t} e^{-t^2/f_b} \quad (8)$$

که در آن f_b پارامتر پهنای باند و f_c پارامتر فرکانس مرکزی موجک است. پارامتر پهنای باند f_b شکل موجک اصلی را کنترل می‌کند؛ این قابلیت در موجک مورلت مرسوم وجود ندارد [27, 26].

به منظور انتخاب هدفمند پارامترهای f_b و f_c بایستی معیار مناسبی ارائه گردد که برای این منظور با بررسی جداسازی مودال در حوزه فرکانس و اثر انتهای⁵ در حوزه زمان [28]، رابطه (9) به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$(2\alpha) \frac{f_{i,i+1}}{2\pi \Delta f_{i,i+1}} \leq \sqrt{f_b} f_c \leq \left(\frac{2\gamma}{\beta} \right) T f_i \quad (9)$$

طبق رابطه فوق، مقدار عددی عبارت $\sqrt{f_b} f_c$ باید به گونه‌ای انتخاب

در این بخش ابتدا به تعریف انتقال‌پذیری و تبدیل موجک پرداخته، سپس نحوه استخراج پارامترهای مودال مبتنی بر الگوریتم پیشنهادی شرح داده خواهد شد.

2-1- تابع و ماتریس انتقال‌پذیری

تابع انتقال‌پذیری در حوزه لاپلاس، می‌تواند به صورت نسبت تبدیلات لاپلاس پاسخ دو نقطه از یک سیستم سازه‌ای تعریف شود [19]:

$$T_{ij}(s) = \frac{Y_i(s)}{Y_j(s)} \quad (1)$$

که در آن، $T_{ij}(s)$ تابع انتقال‌پذیری و $Y_i(s)$ و $Y_j(s)$ نیز تبدیل لاپلاس پاسخ‌های ثبت شده در درجات آزادی i و j می‌باشند.

رابطه تابع انتقال بین درجات آزادی ورودی k و خروجی i به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$H_{ik}(s) = \frac{Y_i(s)}{F_k(s)} \quad (2)$$

که در آن، $H_{ik}(s)$ تابع انتقال و $F_k(s)$ نیز تبدیل لاپلاس نیروی وارد بر درجه آزادی ورودی k می‌باشد.

با ترکیب روابط (1) و (2)، معادله زیر حاصل می‌شود [19, 18]:

$$T_{ij}(s) = \frac{H_{ik}(s) F_k(s)}{H_{jk}(s) F_k(s)} = \frac{H_{ik}(s)}{H_{jk}(s)} \quad (3)$$

همانطور که مشاهده می‌شود، قطب‌های تابع انتقال‌پذیری $T_{ij}(s)$ در رابطه (3) برابر با صفرها یا ریشه‌های تابع انتقال $H_{jk}(s)$ می‌باشد، از این رو قطب‌های سیستم با قطب‌های تابع انتقال‌پذیری متفاوت خواهد بود و نمی‌توان به صورت مستقیم برای استخراج قطب‌های سیستم و پارامترهای مودال آن اقدام نمود.

فرم مودال (کسرهای جزئی) تابع انتقال بین درجات آزادی ورودی k و خروجی i به صورت رابطه (4) می‌باشد [19]:

$$H_{ik}(s) = \sum_{m=1}^{N_m} \frac{\phi_{im} L_{km}}{s - \lambda_m} + \frac{\phi_{im}^* L_{km}^*}{s - \lambda_m^*} \quad (4)$$

که در آن، پارامترهای λ_m ، ϕ_{im} و L_{km} به ترتیب قطب، شکل مودی و ضریب مشارکت مودی مربوط به مود m می‌باشند. N_m تعداد مدها یا درجات آزادی سیستم را نشان می‌دهد و علامت $*$ نیز برای نمایش مزدوج مختلط به کار رفته است.

مقدار حد تابع انتقال‌پذیری ارائه شده در رابطه (3)، وقتی که s به سمت r امین قطب سیستم (λ_r) میل کند، به صورت رابطه زیر خواهد بود [19]:

$$\begin{aligned} \lim_{s \rightarrow \lambda_r} T_{ij}(s) &= \lim_{s \rightarrow \lambda_r} \frac{H_{ik}(s) F_k(s)}{H_{jk}(s) F_k(s)} = \lim_{s \rightarrow \lambda_r} \frac{H_{ik}(s)}{H_{jk}(s)} \\ &= \lim_{s \rightarrow \lambda_r} \frac{(s - \lambda_r) H_{ik}(s)}{(s - \lambda_r) H_{jk}(s)} \\ &= \lim_{s \rightarrow \lambda_r} \frac{\sum_{m=1}^{N_m} \frac{(s - \lambda_r) \phi_{im} L_{km}}{s - \lambda_m} + \frac{(s - \lambda_r) \phi_{im}^* L_{km}^*}{s - \lambda_m^*}}{\sum_{m=1}^{N_m} \frac{(s - \lambda_r) \phi_{jm} L_{km}}{s - \lambda_m} + \frac{(s - \lambda_r) \phi_{jm}^* L_{km}^*}{s - \lambda_m^*}} \\ &= \lim_{s \rightarrow \lambda_r} \frac{\frac{(s - \lambda_r) \phi_{ir} L_{kr}}{s - \lambda_r} + 0}{\frac{(s - \lambda_r) \phi_{jr} L_{kr}}{s - \lambda_r} + 0} = \frac{\phi_{ir} L_{kr}}{\phi_{jr} L_{kr}} = \frac{\phi_{ir}}{\phi_{jr}} \end{aligned} \quad (5)$$

با توجه به رابطه (5) می‌توان به این نتیجه رسید که در قطب‌های سیستم، توابع انتقال‌پذیری $T_{ij}(s)$ ، مستقل از موقعیت درجه آزادی ورودی k و نیروی

⁴ Modified Morlet wavelet

⁵ End effect

¹ convolution

² Location parameter

³ Scaling parameter

که در آن $U_f = [u_{f1}, u_{f2}, \dots, u_{fN_o}]$ و $V_f = [v_{f1}, v_{f2}, \dots, v_{fN_l}]$ ماتریس‌های متعامد یک‌ه‌ای هستند که به ترتیب حاوی بردارهای تکین چپ و راست u_{fi} و v_{fi} می‌باشند. ماتریس S_f نیز یک ماتریس قطری است که حاوی مقادیر تکین اسکالر s_{fi} ($n = \min(l, i)$) می‌باشد. علامت H برای نمایش ترانزاده هریمیتی^۲ (ترانزاده مزدوج مختلط) به کار رفته است [22].

در ماتریس‌های رتبه یک، به غیر از اولین مقدار تکین، سایر مقادیر به سمت صفر میل می‌کنند. از این ویژگی می‌توان به‌منظور دستیابی هر چه بهتر به پیک‌های مودی استفاده کرد. صفر حدی بودن مقادیر تکین دوم و بالاتر در قطب‌های سیستم، باعث می‌شود که عکس این مقادیر در فرکانس‌های مودی، اندازه بزرگی داشته باشند. توجه به این نکته ضروری است که در ماتریس‌های رتبه یک، دومین مقدار تکین همواره به‌صورت صفر حدی است، در حالی که در ماتریس‌های رتبه بالاتر، فقط مقادیر تکین بالاتر می‌توانند صفر حدی باشند و مقدار تکین دوم غیرصفر خواهد بود، از این رو بهتر است که از حاصل ضرب عکس مقادیر تکین دوم^۲ به منظور استخراج مودهای سیستم بهره برده شود (رابطه (15)).

$$PIS(\omega) = \prod_{j=1}^{N_o} \left(\frac{1}{S_2(\omega)} \right)_j \quad (15)$$

که در آن، j درجه آزادی خروجی مرجع ثابت و $S_2(\omega)$ طیف دومین مقدار تکین ماتریس انتقال‌پذیری می‌باشد. البته لازم به ذکر است که اگر طیف بدست آمده از $PIS(\omega)$ ، پراکندگی بالایی داشته باشد به نحوی که شناسایی مودهای سیستم را با مشکل مواجه کند، بهتر است که از حاصلضرب عکس مقادیر تکین دوم و بالاتر بهره برده شود. بنابراین با ترسیم طیف بدست آمده از عکس مقادیر تکین دوم و بالاتر، در فرکانس‌های مودی سیستم پیک‌های شاخصی ظاهر خواهد شد که این پیک‌ها، نشان‌دهنده مودهای سیستم می‌باشند [22, 19, 18]. اما به غیر از پیک‌های متناظر با فرکانس‌های سیستم، برخی پیک‌های محاسباتی و جعلی نیز ممکن است در طیف مذکور ظاهر گردند که ربطی به مودهای سیستم ندارند. این پیک‌ها معمولاً در اثر عملیات ریاضی پردازش رکوردها ایجاد می‌شوند.

در مقاله حاضر، حاصلضرب عکس مقادیر تکین ماتریس انتقال‌پذیری به منظور استخراج فرکانس‌های طبیعی و اولین بردار تکین چپ ماتریس انتقال‌پذیری u_{r1} (متناظر با r امین مود ارتعاشی) نیز به منظور استخراج اشکال مودی سیستم به کار گرفته شده است (رابطه (16)).

$$\phi_r = u_{r1} \quad (16)$$

با توجه به روابط (5) و (6)، هر یک از ستون‌های ماتریس انتقال‌پذیری $[T_j(s)]$ می‌تواند به‌طور مستقیم برای برآورد اشکال مودی سیستم بکار برده شود. از آنجایی که ستون‌های ماتریس در قطب‌های سیستم یکسان می‌باشند (ماتریس رتبه یک)، تمامی ستون‌ها برآورد یکسانی از شکل مودی سیستم در یک قطب دلخواه خواهند داشت. توجه شود که ستون‌های ماتریس انتقال‌پذیری نسبت به یک درجه آزادی معین (مرجع) نرمال شده‌اند، بنابراین درایه‌های یکی از ردیف‌های ماتریس، واحد خواهد بود [23-21].

در نهایت، با در اختیار داشتن فرکانس‌های طبیعی بدست آمده از انتقال‌پذیری طیف فوریه، جفت فرکانس همجواری که دارای کمترین فاصله نسبت به هم می‌باشند، انتخاب شده و سپس مبتنی بر روابط (7) الی (13) ارائه شده در بخش 2-2، تبدیل موجک پاسخ‌های سیستم با رزولوشن زمانی-فرکانسی بهینه محاسبه می‌گردد. پس از محاسبه تبدیل موجک پاسخ‌ها،

گردید که یک مصالحه تنظیم‌پذیری بین رزولوشن‌های زمانی و فرکانسی برقرار باشد. براساس مطالب ارائه شده در مرجع [28]، زمانی که $\alpha = 2$ ، $\beta = 4$ و $\gamma = 0.4$ انتخاب گردد، مودهای نزدیک به هم به‌طور کامل تفکیک شده و نواحی اثر انتهایی نیز به‌طور مؤثر و به قدر کفایت حذف می‌شوند. طول ناحیه اثر انتهایی می‌تواند به صورت رابطه (10) تعیین گردد:

$$\Delta T_i = \beta \Delta t_i = \beta \frac{f_c \sqrt{f_b}}{f_i} \quad (10)$$

به‌طور کلی زمانی که $\beta \geq 4$ باشد، نواحی اثر انتهایی می‌توانند به قدر کفایت حذف شوند. بنابراین با محاسبه طول ناحیه اثرات انتهایی مبتنی بر رابطه (10) و حذف آن از ابتدا و انتهای سیگنال موردنظر، بخش تحلیلی سیگنال به‌دست می‌آید [15-13].

در تحقیق حاضر، به‌منظور انتخاب بهینه و هدفمند جفت پارامترهای f_b و f_c به کار رفته در رابطه (9)، از معیار آنتروپی حداقل شانون استفاده شده است. با فرض این‌که $W(a_k, t)$ ، $k = 1, 2, \dots, M$ مجموعه‌ای از ضرایب تبدیل موجک باشد، آنتروپی موجک شانون به‌وسیله رابطه (11) محاسبه می‌شود [24, 14, 13]:

$$E = - \sum_{k=1}^M d_k \log(d_k) \quad (11)$$

که در آن

$$d_k = \frac{|W(a_k, t)|}{\sum_{l=1}^M |W(a_l, t)|} \quad (12)$$

طبق رابطه (11)، آنتروپی $E(f_b, f_c)$ برای محدوده‌ای از مقادیر متنوع f_b و f_c محاسبه می‌شود، سپس جفت پارامترهای f_b و f_c که منجر به مینیمم شدن آنتروپی موجک شده است، انتخاب می‌گردد. به این ترتیب پارامترهای بهینه موجک مادر، به‌منظور دستیابی به بهترین رزولوشن زمانی-فرکانسی به‌دست می‌آیند [13].

در این تحقیق، به‌منظور کاهش حجم محاسبات و نیز به حداقل رساندن نواحی اثرات انتهایی، از کران پایین رابطه (9) به صورت رابطه (13) استفاده شده است [16-13].

$$\sqrt{f_b} f_c = (2\alpha) \frac{f_{i,i+1}}{2\pi \Delta f_{i,i+1}} \quad (13)$$

در رابطه (13)، پارامترهای $f_{i,i+1}$ و $\Delta f_{i,i+1}$ مبتنی بر فرکانس‌های طبیعی به‌دست آمده از انتقال‌پذیری طیف فوریه که در آن‌ها شرایط تداخل مودی یا همجواری دو مود با کمترین فاصله برقرار است، تعیین شده و مقدار α نیز برابر با 2 در نظر گرفته شده است. به این ترتیب به ازای هر جفت فرکانس معین، مقداری برای $\sqrt{f_b} f_c$ تعیین می‌گردد. سپس با در نظر گرفتن یک محدوده دلخواه برای f_c ، مقادیر متناظر آن برای f_b نیز محاسبه می‌شود. در نهایت با در اختیار داشتن جفت f_b و f_c های متعدد، آنتروپی موجک شانون متناظر با هر کدام محاسبه شده و حداقل مقدار آن بدست می‌آید [14, 13].

2-3- شناسایی پارامترهای مودال با استفاده از روش پیشنهادی-FST-WT

با در نظر گرفتن $s = i\omega$ در رابطه (6)، ماتریس انتقال‌پذیری طیف فوریه^۱ $[T_j(i\omega)]$ می‌تواند مبتنی بر رابطه (14) با استفاده از ابزار قدرتمند تجزیه مقدار تکین SVD در فرکانس‌های گسسته $\omega = \omega_f$ تجزیه گردد.

$$[T(i\omega_f)] = U_f S_f V_f^H \quad (14)$$

³ Product of inverse of second singular values (PIS)

¹ Fourier spectral transmissibility (FST)

² Hermitian transpose

$$K = 9260 \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \quad (18)$$

فرکانس‌های طبیعی و نسبت‌های میرایی سیستم که از حل دقیق بدست آمده‌اند، برای مدهای اول تا پنجم در جدول 1 ارائه شده است. به‌منظور محاسبه ماتریس میرایی، از روش رایی مبتنی بر مدهای اول و دوم استفاده شده است. توجه شود که نسبت میرایی برای دو مود اول سیستم به ترتیب برابر با 0.02 و 0.03 انتخاب شده است.

به منظور محاسبه پاسخ‌های ارتعاش آزاد سیستم 5 درجه آزادی، از روش تحلیل مودی استفاده شده است، به‌طوری‌که معادله حرکت مودی ارائه شده در رابطه (19)، به‌صورت جداگانه برای هر مود i ام، مبتنی بر تکنیک رانگ کوتای مرتبه 4 محاسبه و پاسخ‌های مودی سیستم به‌دست آورده شده است. معادله حرکت مودی برای مود i ام به‌صورت رابطه زیر می‌باشد:

$$\ddot{y}_i(t) + 2\xi_i\omega_i\dot{y}_i(t) + \omega_i^2 y_i(t) = \frac{P_i}{M_i} \quad (19)$$

که در آن P_i ، نیروی خارجی در مود i ام و M_i ، جرم مود i ام می‌باشد. در تحقیق حاضر، مدل‌سازی و تحلیل سیستم 5 درجه آزادی، در محیط سیمولینک متلب و با استفاده از روش تحلیل مودی انجام گرفته است.

برای این منظور، مدل عددی مذکور به مدت 40 ثانیه تحت تحریک 5 حالت مختلف بارگذاری I تا V به ترتیب متناظر با رکوردهای شتاب زلزله‌های السنترو، ایمپریال ولی، کوبه، لوما پریتا و نورتریج قرار گرفته و پاسخ‌های سیستم به مدت 80 ثانیه با فرکانس نمونه‌گیری 100 Hz ثبت گردیده است که 40 ثانیه اول آن مربوط به تحریکات لرزه‌ای و 40 ثانیه دوم آن نیز مربوط به حرکات ارتعاش آزاد سیستم می‌باشد. در "شکل 3" رکوردهای پاسخ جابجایی مربوط به آزمایش ارتعاش آزاد حالت I نشان داده شده است.

پاسخ‌های جابجایی ارائه شده در "شکل 3"، بلافاصله بعد از تحریک مدل عددی مبتنی بر رکوردهای شتاب زلزله السنترو (بارگذاری حالت I)، در وضعیت ارتعاش آزاد بدست آمده‌اند. در جدول 2 جابجایی اولیه درجات آزادی مدل عددی برای 5 حالت مختلف آزمایش ارتعاش آزاد (بلافاصله بعد از تحریک لرزه‌ای) ارائه شده است. همانطور که قبلاً نیز ذکر شد، حالات بارگذاری I تا V به ترتیب متناظر با زلزله‌های السنترو، ایمپریال ولی، کوبه، لوما پریتا و نورتریج هستند، به طوری‌که جابجایی‌های ارائه شده در جدول 2، مربوط به تغییر مکان نهایی درجات آزادی سیستم در انتهای هر کدام از زلزله‌های فوق می‌باشد. هدف از تحریک مدل مبتنی بر رکوردهای لرزه‌ای، رسیدن سیستم به یک سطح مطلوبی از حرکات ارتعاشی و تحریک مناسب مدهای آن می‌باشد.

این نوع تحریک سازه و ثبت پاسخ‌های ارتعاش آزاد آن، معادل با حالتی است که لرزاننده‌های مصنوعی در طبقات مختلف یک سازه واقعی نصب شده و در محدوده‌های فرکانسی متنوعی به تحریک آن بپردازند. در حقیقت، به

متناظر با فرکانس‌های طبیعی شناسایی شده از طیف $PIS(\omega)$ (رابطه 15)، سیگنال‌های تک فرکانسی (ضرایب موجک) مربوطه استخراج شده و سپس با اعمال تکنیک کاهش لگاریتمی¹، مقادیر میرایی محاسبه و تعیین می‌گردند. الگوریتم روش پیشنهادی FST-WT مبتنی بر تجزیه حوزه زمان - فرکانس پاسخ‌های سیستم به‌صورت "شکل 1" می‌باشد. این الگوریتم برای پردازش رکوردهای ارتعاش آزاد سیستم ارائه شده است.

3- شبیه‌سازی عددی

در تحقیق حاضر، به‌منظور بررسی عملکرد روش پیشنهادی FST-WT در برآورد پارامترهای مودال سیستم‌های سازه‌ای، مدل تحلیلی یک ساختمان پنج طبقه با مشخصات مکانیکی ارائه شده در روابط (17) و (18)، به صورت یک سیستم 5 درجه آزادی (شکل 2) در نظر گرفته شده است.

در مدل مذکور با فرض صلب بودن کف طبقات، برای هر طبقه، یک درجه آزادی در جهت جانبی در نظر گرفته شده است (شکل 2). در این مدل، جرم هر طبقه $m = 30 \text{ ton}$ مقطع ستون‌ها برای تمامی طبقات $a = 50 \text{ cm}$ و مدول الاستیسیته مصالح تشکیل‌دهنده سازه نیز $E = 2 \times 10^6 \text{ kN/m}^2$ در نظر گرفته شده است. بنابراین ماتریس‌های جرم و سختی سیستم به صورت ارائه شده در روابط (17) و (18) تشکیل می‌شوند.

$$M = 30 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

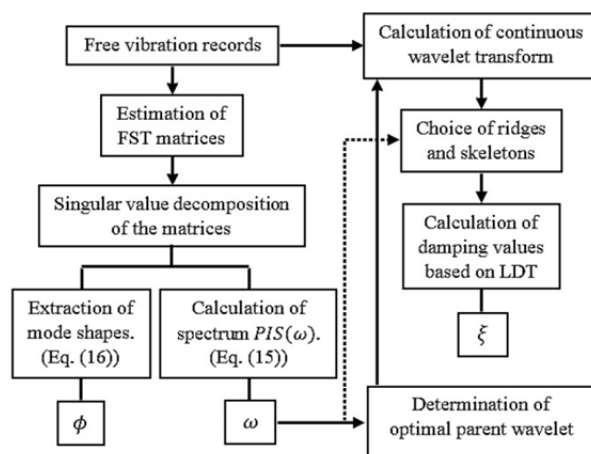


Fig. 1 FST-WT algorithm

شکل 1 الگوریتم FST-WT

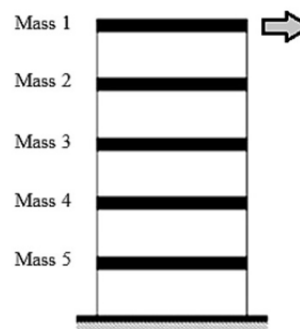


Fig. 2 Numerical 5DOF model

شکل 2 مدل عددی 5 درجه آزادی

جدول 1 فرکانس‌های طبیعی و نسبت‌های میرایی به‌دست آمده از حل دقیق
Table 1 The natural frequencies and damping ratios obtained from the exact solution

شماره مود	فرکانس طبیعی (Hz)	نسبت میرایی
1	0.796	0.020
2	2.323	0.030
3	3.662	0.044
4	4.705	0.055
5	5.366	0.062

¹ Logarithmic decrement technique (LDT)

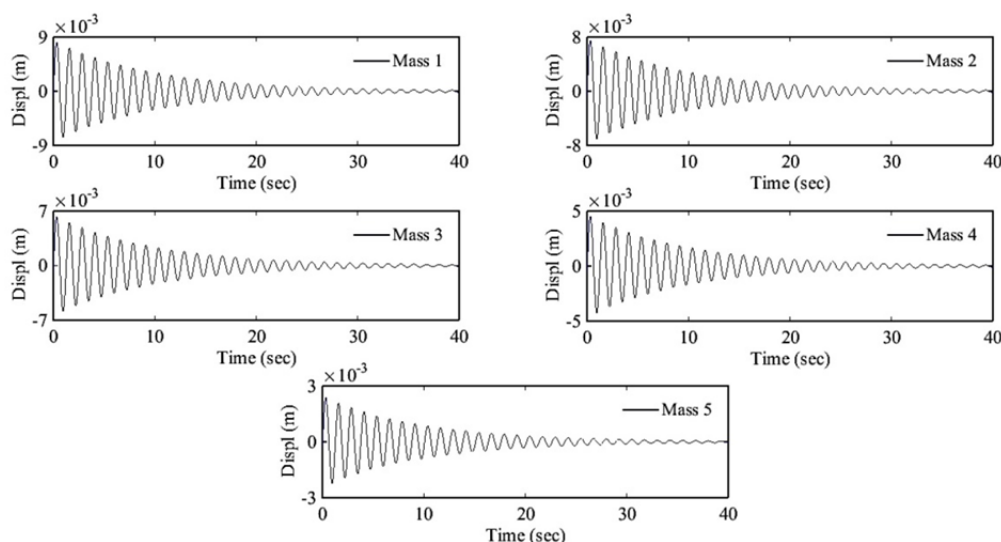


Fig. 3 Displacement responses of 5DOF system during the free vibration test (case I)

شکل 3 پاسخ‌های جابجایی سیستم 5 درجه آزادی در طی آزمایش ارتعاش آزاد (حالت I)

4-1- استخراج فرکانس‌های طبیعی

همان‌طور که قبلاً نیز اشاره شد، ماتریس‌های انتقال‌پذیری در قطب‌های سیستم، رتبه یک خواهند بود. بنابراین به غیر از اولین مقدار تکین، سایر مقادیر به سمت صفر میل خواهند نمود. از این ویژگی می‌توان به منظور استخراج مودهای ارتعاشی سیستم استفاده نمود. طیف حاصل ضرب عکس دومین مقادیر تکین ($PIS(\omega)$) به‌دست آمده از ماتریس‌های انتقال‌پذیری سیستم 5 درجه آزادی، مبتنی بر پاسخ‌های ارتعاش آزاد مربوط به حالات مختلف بارگذاری I الی V (جدول 2)، در "شکل 4" نشان داده شده است.

طیف $PIS(\omega)$ ارائه شده در "شکل 4" با استفاده از حاصل ضرب عکس دومین مقدار تکین ماتریس‌های انتقال‌پذیری با درجات آزادی مرجع مختلف به‌دست آمده است. به منظور محاسبه توابع انتقال‌پذیری طیف فوری، از تبدیل فوری حاصل ضرب تابع پنجره هنینگ در کل طول پاسخ‌های ارتعاش آزاد سیستم استفاده شده است. به‌عبارت دیگر، طول تابع پنجره هنینگ 4000 نمونه در نظر گرفته شده است. لازم به ذکر است که به‌منظور محاسبه طیف ACS نیز که به‌طور مستقیم از طیف توان پاسخ‌ها مبتنی بر روش ولج (متوسط‌گیری طیفی) محاسبه می‌شود، از تابع پنجره هنینگ به طول 2000 و با همپوشانی 50% استفاده شده است. در جدول 3 فرکانس‌های طبیعی به‌دست آمده از شناسایی مودال همراه با نتایج حل دقیق مدل عددی آورده شده است. مقایسه مقادیر ارائه شده در آن، تطابق خوبی را نشان می‌دهد.

طبق مطالب ارائه شده در بخش 2، قطب‌های سیستم با قطب‌های تابع انتقال‌پذیری متفاوت می‌باشد و نمی‌توان به‌طور مستقیم با استفاده از

جدول 3 مقایسه فرکانس‌های طبیعی سیستم 5 درجه آزادی

Table 3 The comparison of the natural frequencies of 5DOF system

فرکانس طبیعی (Hz)		
شماره مود	شناسایی مودال	حل دقیق
1	0.800	0.796
2	2.325	2.323
3	3.700	3.662
4	4.700	4.705
5	5.400	5.366

جدول 2 جابجایی اولیه گرہ‌ها در مدل تحلیلی

Table 2 The initial displacement of the nodes in the analytical model

جابجایی اولیه در حالات مختلف ارتعاش آزاد ($\times 10^{-4}$ m)					
شماره گرہ	I	II	III	IV	V
1	-10.8	287.3	-214.8	-105.5	-153.5
2	-10.0	264.1	-197.8	-97.9	-140.8
3	-8.3	219.5	-164.9	-82.7	-116.5
4	-6.1	157.0	-118.2	-60.3	-82.9
5	-3.3	81.8	-61.7	-31.9	-43.1

هنگام وقوع زلزله، شتاب پایه منجر به ایجاد نیروهای اینرسی در درجات آزادی مختلف سازه شده و مودهای ارتعاشی سیستم را تحریک می‌کند. در عمل می‌توان با نصب لرزاننده‌های مصنوعی در طبقات مختلف سازه و ارتعاش آن با مؤلفه‌های فرکانسی مختلف، شرایط لرزه‌ای مصنوعی ایجاد نمود. این ارتعاش که به صورت کنترل شده انجام می‌گیرد تا جایی ادامه پیدا می‌کند که حرکات سازه به یک سطح مطلوبی برسد، سپس به طور ناگهانی لرزاننده‌های مکانیکی متوقف شده و سازه تحت اثرات میرایی به صورت آزاد شروع به ارتعاش می‌کند. به عنوان مثال می‌توان به ساختمان اداری دانشکده فنی مهندسی در دانشگاه اوکلند اشاره کرد که از یک سازه بتن آرمه 11 طبقه تشکیل شده است. در بالاترین تراز این ساختمان، یک محرک جرمی خارج از مرکز¹ به منظور انجام آزمایشات ارتعاش اجباری و آزاد نصب شده است [29].

4-2 نتایج و بحث

در این بخش نتایج به‌دست آمده از پردازش رکوردهای کوتاه ارتعاش آزاد مدل عددی با استفاده از روش پیشنهادی FST-WT مبتنی بر تجزیه زمان-فرکانس پاسخ‌های سیستم ارائه شده است. علاوه بر آن، نتایج شناسایی مودال با مقادیر به‌دست آمده از حل دقیق سیستم نیز مقایسه و ارزیابی شده است. با توجه به این که مدل عددی 5 درجه آزادی تحت ارتعاش آزاد میرا بوده است، به نحوی که مقادیر میرایی در مودهای بالاتر افزایش پیدا می‌کند و از سوی دیگر، میزان سهم مشارکت مودی برای مودهای بالاتر پایین می‌باشد، انتظار می‌رود که پیک‌های طیفی متناظر با مودهای بالاتر به صورت ضعیف ظاهر گردند.

¹ Eccentric mass exciter

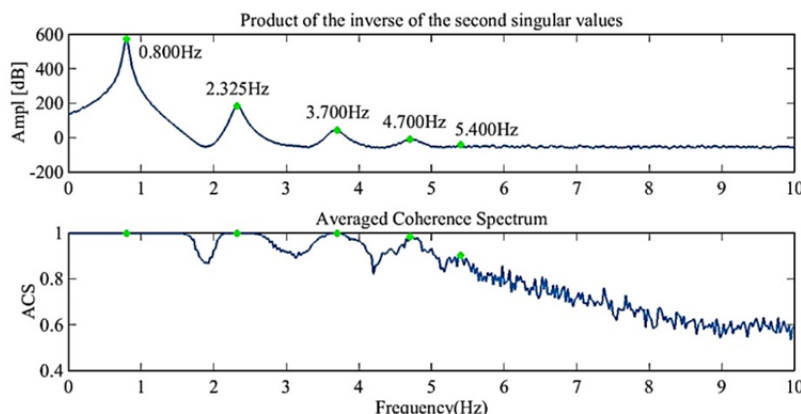


Fig. 4 The spectra obtained from the free vibration responses of 5DOF system: (up) product of the inverse of the second singular values; (down) averaged coherence spectrum

شکل 4 طیف‌های بدست آمده از پاسخ‌های ارتعاش آزاد سیستم 5 درجه آزادی: (بالا) حاصلضرب عکس مقادیر تکین دوم $(PIS(\omega))$; (پایین) طیف ارتباط متوسط

به ترتیب از ستون‌ها و اولین بردار تکین چپ ماتریس انتقال‌پذیری استخراج شده و با اشکال مودی دقیق سیستم مقایسه شده‌اند.

نتایج "شکل 6" نشان می‌دهد که اشکال مود پنجم به‌دست آمده از ستون‌های چهارم و پنجم ماتریس انتقال‌پذیری (متناظر با شرایط بارگذاری IV و V)، تقریب نادرستی از شکل مود دقیق سیستم ارائه می‌دهند. از طرفی همان‌طور که مشاهده می‌شود، خطای برآورد شکل مودی سیستم نیز با افزایش شماره مودها، افزایش پیدا می‌کند که علت اصلی آن، ضعیف بودن پاسخ مودی سیستم در مودهای بالاتر می‌باشد.

توجه شود که درایه‌های تمامی ستون‌های ماتریس انتقال‌پذیری نسبت به یک درجه آزادی مرجع یکسان محاسبه شده‌اند، از این‌رو تمامی درایه‌های واقع در یکی از ردیف‌های ماتریس مذکور که متناظر با درجه آزادی مرجع نیز می‌باشد، واحد خواهد بود. در این مقاله به منظور محاسبه اشکال مودی سیستم، جرم 1 نشان داده شده در "شکل 2" به عنوان درجه آزادی مرجع انتخاب شده است. نتایج ارائه شده در "شکل 7" نیز نشان می‌دهد که اشکال مودی (بردارهای تکین) به‌دست آمده از تجزیه مقدار تکین ماتریس انتقال‌پذیری از دقت مطلوبی برخوردار می‌باشد.

4-3- استخراج ضرایب میرایی

در این تحقیق، مطابق با الگوریتم ارائه شده در "شکل 1"، سیگنال‌های تک فرکانس غالب (ضرایب موجک یا اسکلت) به‌دست آمده از تبدیل موجک پاسخ‌ها به‌منظور استخراج مقادیر میرایی مبتنی بر تکنیک کاهش لگاریتمی به‌کار گرفته شده‌اند. اولین گام در برآورد ضرایب میرایی سیستم‌های سازه‌ای، مبتنی بر الگوریتم پیشنهادی FST-WT، انتخاب یک موجک مادر بهینه می‌باشد که با استفاده از معیار آنتروپی حداقل شانون ارزیابی و تعیین می‌گردد. سپس پاسخ‌های سیستم محاسبه و سیگنال‌های تک فرکانس غالب متناظر با هر مود ارتعاشی به‌منظور تخمین مقادیر میرایی استخراج می‌گردند. در "شکل 8" نمودار آنتروپی حداقل شانون به‌دست آمده از پاسخ شتاب جرم 1 ارائه شده است.

لازم به ذکر است که نمودار فوق از پاسخ‌های ارتعاش آزاد حالت I مبتنی بر جفت فرکانس‌های مودی 4.7 و 5.4 هرتز به‌دست آمده است. همان‌طور که قبلاً نیز اشاره شد، به‌منظور دستیابی به بهترین رزولوشن زمانی-فرکانسی، بهتر است جفت فرکانس‌هایی انتخاب گردند که نزدیک‌ترین فاصله را با یکدیگر داشته باشند. به همین ترتیب، با انتخاب نزدیک‌ترین فرکانس‌های

طیف‌های مقدار تکین به‌دست آمده از ماتریس انتقال‌پذیری به شناسایی و استخراج قطب‌های سیستم و پارامترهای مودال آن اقدام نمود. برای نشان دادن این مسئله، طیف اولین مقدار تکین ماتریس انتقال‌پذیری به‌دست آمده از پاسخ‌های ارتعاش آزاد سیستم، در "شکل 5" آورده شده است. همان‌طور که در "شکل 5" مشاهده می‌شود، پیک‌های ظاهر شده در طیف اولین مقدار تکین، هیچ ارتباطی با مودهای سیستم ندارند. بنابراین، نمی‌توان به‌طور مستقیم از توابع انتقال‌پذیری به‌منظور شناسایی مودهای سیستم استفاده نمود، بلکه بایستی از عکس مقدار تکین دوم یا بالاتر بهره جست.

4-2- استخراج اشکال مودی

استخراج و تعیین اشکال مودی سیستم مبتنی بر مفهوم انتقال‌پذیری به دو روش انجام می‌گیرد. یک روش اینست که به‌طور مستقیم با استفاده از ستون‌های ماتریس انتقال‌پذیری به شناسایی اشکال مودی پرداخته شود. در این حالت، تمامی ستون‌ها بایستی نتایج یکسانی ارائه دهند، چرا که در قطب‌های سیستم، ماتریس انتقال‌پذیری یک ماتریس رتبه یک می‌باشد که تمامی ستون‌های آن با یکدیگر برابر یا مشابه هستند. توجه شود که هر کدام از این ستون‌ها متناظر با یک حالت بارگذاری خاص می‌باشند. روش دیگر اینست که به‌طور غیرمستقیم، از طریق تجزیه مقدار تکین ماتریس انتقال‌پذیری به استخراج اشکال مودی پرداخته شود. در این حالت نیز طبق رابطه (16)، اولین بردار تکین چپ ماتریس انتقال‌پذیری معادل با شکل مودی سیستم در قطب مربوطه خواهد بود.

اشکال مودی به‌دست آمده از شناسایی سیستم 5 درجه آزادی مبتنی بر روش FST-WT در "شکل‌های 6 و 7" نمایش داده شده است. این اشکال

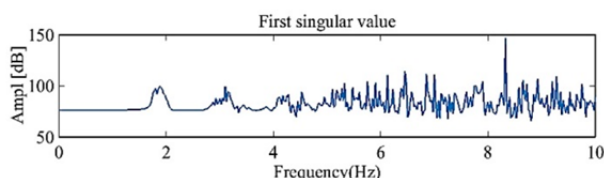


Fig. 5 The first singular value spectrum of the transmissibility matrix obtained from the free vibration responses related to 5 different loading cases

شکل 5 طیف اولین مقدار تکین ماتریس انتقال‌پذیری به‌دست آمده از پاسخ‌های ارتعاش آزاد مربوط به 5 حالت مختلف بارگذاری

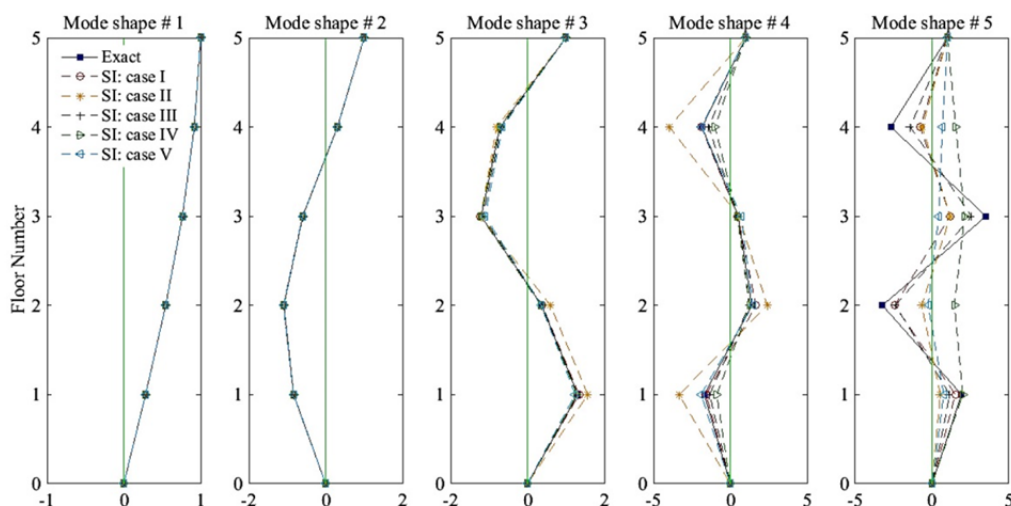


Fig. 6 The mode shapes obtained from the columns of FST matrix for 5DOF system

شکل 6 اشکال مودی بدست آمده از ستون‌های ماتریس انتقال‌پذیری طیف فوری برای سیستم 5 درجه آزادی

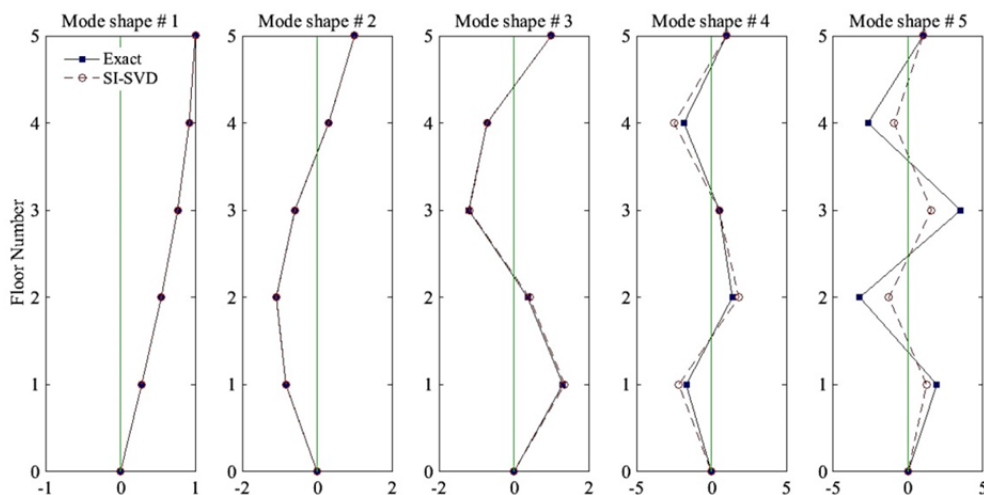


Fig. 7 The mode shapes obtained from singular value decomposition of FST matrix for 5DOF system

شکل 7 اشکال مودی بدست آمده از تجزیه مقدار تکیه ماتریس انتقال‌پذیری طیف فوری برای سیستم 5 درجه آزادی

مورد استفاده قرار داد. توزیع زمان-فرکانس پاسخ شتاب جرم 1 سیستم 5DOF که از آزمایش دینامیکی حالت I بدست آمده است، در "شکل 9" نشان داده شده است.

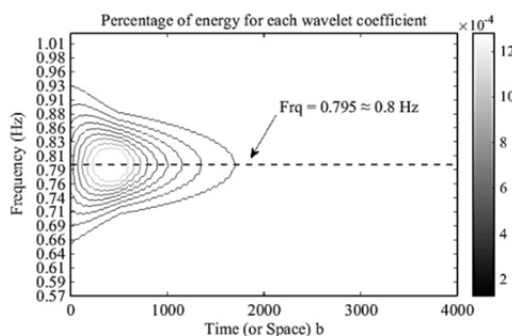


Fig. 9 The time-frequency distribution of the acceleration response obtained from mass 1 under the free vibration test (case I), around the first mode

شکل 9 توزیع زمان-فرکانس پاسخ شتاب بدست آمده از جرم 1 تحت آزمایش ارتعاش آزاد (حالت I)، در محدوده مود اول

مودی مجاور و با استفاده از معیار آنتروپی حداقل شانون، پارامترهای بهینه f_b و f_c مربوط به سایر رکوردهای شتاب نیز می‌توانند محاسبه گردند. سپس با در اختیار داشتن موجک مادر بهینه متناظر با هر رکورد، می‌توان توزیع زمان-فرکانس آن رکورد را به منظور استخراج سیگنال‌های تک فرکانس غالب

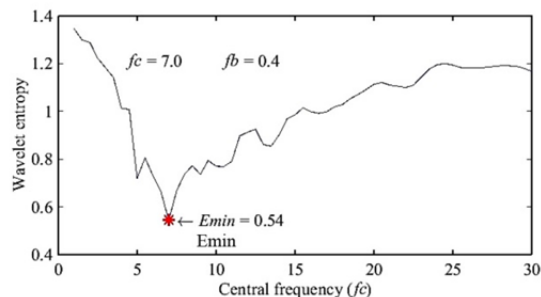


Fig. 8 The Shannon entropy diagram obtained from the acceleration response of mass 1 under the free vibration test (case I)

شکل 8 نمودار آنتروپی شانون بدست آمده از پاسخ شتاب جرم 1 تحت آزمایش ارتعاش آزاد (حالت I)

جدول 4 ضرایب میرایی شناسایی شده از روش پیشنهادی (سیستم 5DOF)

Table 4 The damping coefficients identified from proposed method (5DOF system)

ضرایب میرایی (%)	روش FST-WT	مقادیر دقیق
شماره مود		
1	2.00	2.00
2	2.99	3.00
3	4.45	4.37
4	5.44	5.50
5	-	6.22

توان سیگنال تفاوت‌هایی دارد. توان نویز سفید در تمام خطوط فرکانسی یکسان و ثابت می‌باشد، در حالی که توان نویز صورتی به ازای هر هرتز با افزایش فرکانس، کاهش پیدا می‌کند. بنابراین نویز صورتی در فرکانس‌های پایین‌تر قدرت بیشتری دارد و از آنجایی که مودهای سیستم‌های سازه‌ای نیز عمدتاً در محدوده فرکانس‌های پایین‌تر (به‌عنوان مثال، زیر 10 هرتز) قرار دارند، وجود چنین نویزی در پاسخ‌های سیستم می‌تواند منجر به عدم شناسایی دقیق مودهای ارتعاشی گردد.

طیف‌های $PIS(\omega)$ به‌دست آمده از ماتریس‌های انتقال‌پذیری سیستم 5DOF برای سطوح مختلف نویز صورتی با نسبت سیگنال به نویزهای 5، 20، 40 و ∞ در "شکل 12" نشان داده شده است. لازم به ذکر است که در طیف‌های "شکل 12"، درایه‌های ماتریس انتقال‌پذیری از پاسخ‌های ارتعاش آزاد مربوط به حالات مختلف بارگذاری I الی V (متناظر با زلزله‌های السنترو، ایمپریال ولی، کوبه، لوما پرییتا و نورتریج) که توسط نویز صورتی با نسبت‌های مختلف سیگنال به نویز آلوده شده‌اند، به‌دست آمده است. توجه شود که این میزان نویز صورتی (SNR=5, 20 & 40) غیرمعارف بوده و صرفاً به منظور ارزیابی روش پیشنهادی در نظر گرفته شده است. چرا که طبق توصیه ارائه شده در مرجع [30] کاربرد داده‌هایی که نسبت سیگنال به نویز آن‌ها کمتر از 40dB می‌باشد، برای تحلیل مودال عملیاتی مناسب نبوده و پیشنهاد نمی‌شود. منشأ اصلی پیدایش نویز صورتی در پاسخ‌های سیستم به‌دلیل ویژگی مصالح سنسورهای ثابت می‌باشد. تقریباً تمامی سنسورها تحت تأثیر اثری به نام $1/f$ (نویز صورتی) قرار دارند که بیان‌کننده نویز نامطلوب در محدوده فرکانسی پایین‌تر می‌باشد. علت نامگذاری نویز صورتی به نویز $1/f$ اینست که چگالی طیف توان چنین نویزی تقریباً متناسب با $1/f$ می‌باشد. به‌طور کلی، سنسورها یک محدوده فرکانسی دارند که نویز حاکم بر آن، دارای مشخصات نویز سفید (طیف هموار و ثابت) می‌باشد و یک ناحیه فرکانسی پایین نیز دارند که در آن، نویز دارای مشخصات نویز صورتی یا همان نویز $1/f$ می‌باشد. لازم به ذکر است که این نوع نویز در اغلب دستگاه‌های الکتریکی وجود دارد که منبع اصلی ایجاد آن، نوسانات تدریجی مشخصات مصالح و مواد تشکیل‌دهنده دستگاه‌ها به دلیل عواملی همچون تغییرات دمایی می‌باشد [30]. همان‌طور که در "شکل 12" مشاهده می‌شود، برای SNRهای کمتر از 40dB صرفاً اولین مود سیستم قادر به شناسایی است. البته مجدداً یادآوری می‌شود که این میزان نویز صورتی دست بالا بوده و نامعارف می‌باشد. از این‌رو عملیات شناسایی یک بار دیگر مبتنی بر SNRهای بالای 40dB انجام می‌گیرد (شکل 13).

همان‌طور که در "شکل 13" مشاهده می‌شود، روش پیشنهادی FST-WT برای SNR بالای 40dB نتایج مطلوبی به‌دست می‌دهد، به‌طوری‌که با افزایش نسبت سیگنال به نویز وضعیت شناسایی مودهای سیستم بهبود پیدا می‌کند. در ادامه، اشکال مودی و ضرایب میرایی مربوط به دو مود شناسایی شده از پاسخ‌های نویزی سیستم 5DOF با SNR=40dB

در "شکل 10" سیگنال تک فرکانسی متناظر با فرکانس مود اول (0.795 Hz) ارائه شده است که در آن، قسمت تحلیلی سیگنال مطابق با مطالب عنوان شده در بخش 2-2 تعیین گردیده است. در "شکل 11" نیز نحوه استخراج ضریب میرایی مود اول سیستم مبتنی بر تکنیک کاهش لگاریتمی، با استفاده از رگرسیون خطی لگاریتم دامنه بخش تحلیلی سیگنال نشان داده شده است. همان‌طور که در "شکل 11" مشاهده می‌شود، ضریب میرایی مود اول سیستم مطابق با مقدار ارائه شده در جدول 1 به‌طور دقیق استخراج گردیده است. به همین ترتیب می‌توان برای سایر مودهای ارتعاشی سیستم نیز مقادیر میرایی مربوطه را محاسبه و استخراج نمود. در جدول 4 ضرایب میرایی به‌دست آمده از روش پیشنهادی FST-WT همراه با مقادیر دقیق متناظر آورده شده است، به‌طوری‌که مقایسه مقادیر ارائه شده در آن، تطابق بسیار خوبی را نشان می‌دهد.

به‌دلیل تحریک بسیار ضعیف مود پنجم سیستم، امکان شناسایی مقدار میرایی مربوطه مقدور نمی‌باشد. از این‌رو فقط ضرایب میرایی 4 مود اول سیستم محاسبه و استخراج گردیده‌اند.

5- بررسی اثرات نویز صورتی بر روی نتایج شناسایی سیستم

نویز صورتی¹ یک نویز رنگی است که با نویز سفید² به لحاظ توزیع قدرت یا

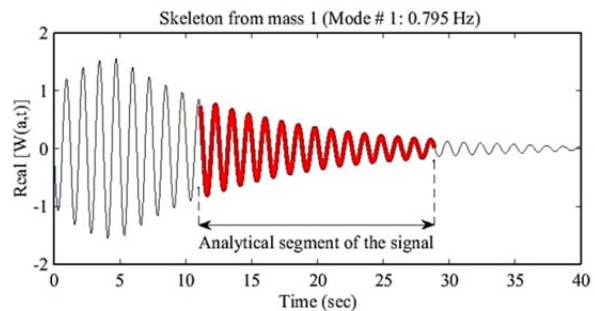


Fig. 10 The single frequency signal (wavelet coefficients) obtained from the acceleration response of mass 1 under the free vibration test (case I)

شکل 10 سیگنال تک فرکانسی (ضرایب موجک) به‌دست آمده از پاسخ شتاب جرم 1 تحت آزمایش ارتعاش آزاد (حالت I)

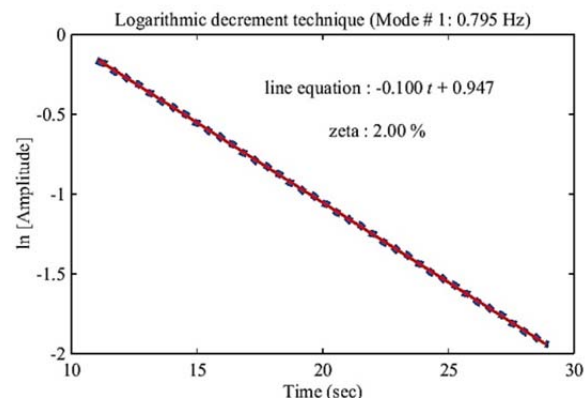


Fig. 11 Linear regression for logarithm of the amplitude of wavelet coefficients vs. time (5DOF system)

شکل 11 رگرسیون خطی برای لگاریتم دامنه ضرایب موجک در مقابل زمان (سیستم 5DOF)

² White noise

¹ Pink noise

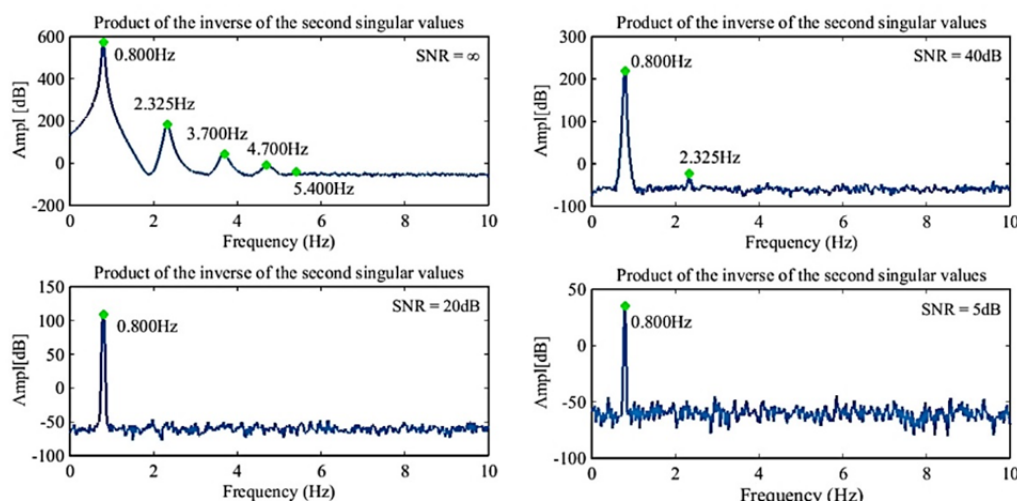


Fig. 12 The spectra $PIS(\omega)$ obtained from the free vibration responses of 5DOF system with different signal to noise ratios 5, 20, 40 and ∞
 شکل 12 طیف‌های $PIS(\omega)$ بدست آمده از پاسخ‌های ارتعاش آزاد سیستم 5 درجه آزادی با نسبت‌های مختلف سیگنال به نویز 5، 20، 40 و ∞

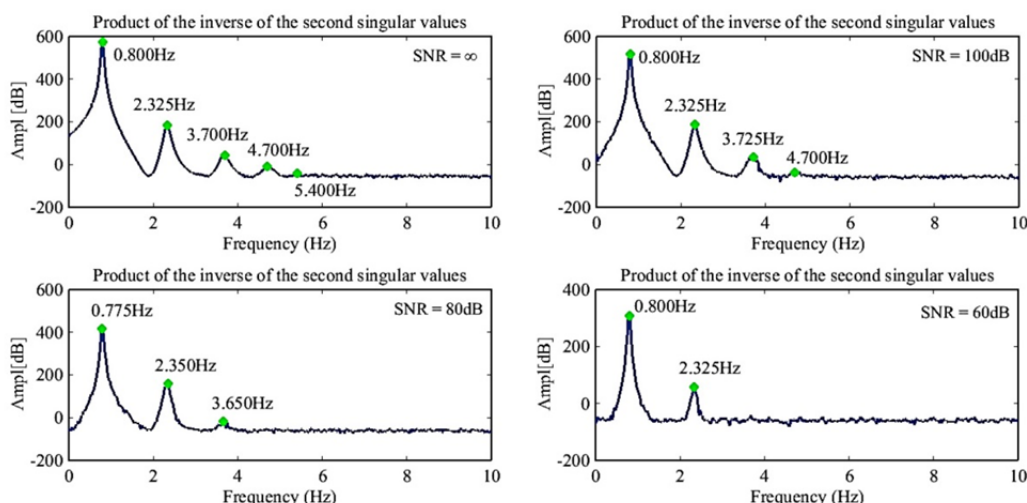


Fig. 13 The spectra $PIS(\omega)$ obtained from the free vibration responses of 5DOF system with different signal to noise ratios 60, 80, 100 and ∞
 شکل 13 طیف‌های $PIS(\omega)$ بدست آمده از پاسخ‌های ارتعاش آزاد سیستم 5 درجه آزادی با نسبت‌های مختلف سیگنال به نویز 60، 80، 100 و ∞

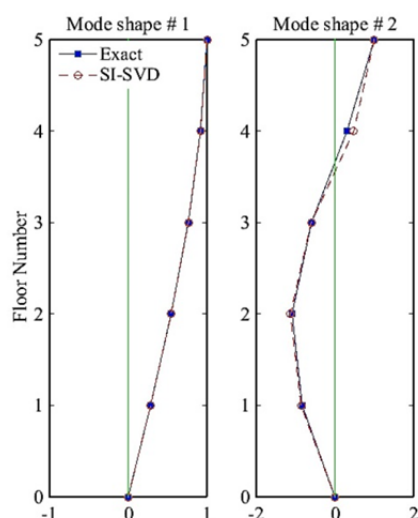


Fig. 14 The mode shapes of 5DOF system for noisy responses with $SNR=40dB$

شکل 14 اشکال مودی سیستم 5DOF برای پاسخ‌های نویزی با $SNR=40dB$

که در "شکل 12" نمایش داده شده است، محاسبه می‌شود. همان‌طور که قبلاً نیز اشاره شد، طبق توصیه مرجع [30] بالاترین میزان نویز در داده‌های ارتعاشی به‌منظور کاربرد آن‌ها در تحلیل مودال عملیاتی، باید به گونه‌ای باشد که نسبت سیگنال به نویز از 40dB پایین‌تر نرود. از این‌رو، در تحقیق حاضر سعی بر این است که با اتکا به این شاخص، به ارزیابی روش پیشنهادی در مواجهه با پاسخ‌های نویزی سیستم پرداخته شود. در "شکل 14"، اشکال مودی مربوط به دو مود اول شناسایی شده در "شکل 12" ($SNR=40dB$) ارائه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، بین نتایج به‌دست آمده از شناسایی مودال و حل دقیق سیستم، تطابق خوب و قابل قبولی برقرار است. نحوه استخراج ضریب میرایی مود اول سیستم مبتنی بر پاسخ‌های نویزی با $SNR=40dB$ نیز در "اشکال 15 و 16" نمایش داده شده است. در "شکل 15"، توزیع زمان-فرکانس پاسخ نویزی جرم 1 مبتنی بر موجک مادر بهینه ارائه شده است. لازم به ذکر است که براساس معیار آنتروپی حداقل شانون، پارامترهای بهینه موجک برای پاسخ نویزی شتاب جرم 1 مدل عددی تحت آزمایش

انتقال‌پذیری و تبدیل موجک، به شناسایی دقیق پارامترهای مودال سازه‌ها می‌پردازد. مطابق با الگوریتم ارائه شده در "شکل 1"، فرکانس‌های طبیعی و اشکال مودی سیستم با استفاده از تجزیه مقدار تکین ماتریس انتقال‌پذیری فوریه و ضرایب میرایی نیز مبتنی بر تبدیل موجک پاسخ‌ها محاسبه و استخراج می‌گردد. در روش پیشنهادی، به‌منظور دستیابی به بهترین رزولوشن زمانی-فرکانسی، از موجک مادر بهینه مبتنی بر معیار آنتروپی حداقل شانون استفاده شده است که همین امر منجر به استخراج دقیق مقادیر میرایی می‌گردد. به‌منظور بررسی عملکرد روش پیشنهادی در شناسایی و استخراج پارامترهای مودال سیستم‌های سازه‌ای با استفاده از رکوردهای کوتاه ارتعاش آزاد، یک مدل عددی 5 درجه آزادی با 5 حالت مختلف بارگذاری در محیط سیمولینک متلب مورد بررسی و تحلیل قرار گرفت. ارزیابی و مقایسه نتایج بدست آمده از شناسایی مودال این مدل عددی با مقادیر حاصل از حل دقیق سیستم، نشان دهنده صحت عملکرد و توانمندی بالای روش FST-WT در شناسایی و استخراج پارامترهای مودال می‌باشد.

همچنین، به‌منظور بررسی قابلیت روش پیشنهادی در محیط‌های نویزی، پاسخ‌های سیستم 5 درجه آزادی با سطوح مختلفی از نویز صوتی آلوده شده و سپس با استفاده از روش FST-WT مورد پردازش قرار گرفتند. لازم به ذکر است که نویز صورتی برخلاف نویز سفید، نامطلوب بوده و منجر به کاهش کارایی روش‌های شناسایی مودال می‌گردد. از این‌رو در تحقیق حاضر سعی بر این شد که با بررسی حضور نویز صورتی در پاسخ‌ها، قابلیت روش پیشنهادی به‌طور دقیق‌تر مورد ارزیابی قرار گیرد. بررسی "اشکال 12 و 13" نشان می‌دهد که روش مذکور در شناسایی مدهای سیستم مبتنی بر پاسخ‌های نویزی با SNR بالای 40dB نتایج خوب و مناسبی را ارائه می‌دهد. همچنین مطابق با "اشکال 14 الی 16"، روش FST-WT قادر به شناسایی و استخراج دقیق اشکال مودی و ضرایب میرایی سیستم در حضور نویز نیز می‌باشد. بنابراین، نتایج بدست آمده از این تحقیق نشان می‌دهد که روش پیشنهادی مبتنی بر تجزیه حوزه زمان-فرکانس پاسخ‌های سیستم، از قابلیت بالایی در استخراج پارامترهای مودال یک سیستم سازه‌ای تحت ارتعاش آزاد برخوردار می‌باشد.

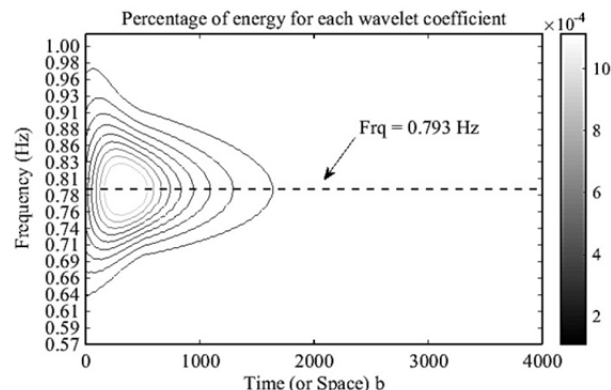


Fig. 15 The time-frequency distribution of the noisy acceleration response of mass 1 under the free vibration test (case I) with SNR=40dB, around the first mode

شکل 15 توزیع زمان-فرکانس پاسخ نویزی شتاب جرم 1 تحت آزمایش ارتعاش آزاد (حالت I) با SNR=40dB، در محدوده مود اول

ارتعاش آزاد حالت I با SNR=40dB، به‌صورت $f_c = 5.0$ و $f_b = 0.3$ به‌دست آمده است. در "شکل 16" نیز رگرسیون خطی لگاریتم دامنه بخش تحلیلی سیگنال تک فرکانسی متناظر با مود اول، به‌منظور استخراج ضریب میرایی مبتنی بر تکنیک کاهش لگاریتمی ارائه شده است.

همان‌طور که در "شکل 16" مشاهده می‌شود، ضریب میرایی مود اول سیستم تطابق بسیار خوبی با مقدار ارائه شده در جدول 1 نشان می‌دهد. به همین ترتیب می‌توان برای مود دوم ارتعاشی نیز مقدار میرایی مربوطه را محاسبه و استخراج نمود. با به‌کارگیری روند فوق برای مود دوم شناسایی شده در "شکل 12" (SNR=40dB)، مقدار میرایی مربوطه 2.96% به‌دست آمد که از تطابق بسیار خوبی با مقدار دقیق ارائه شده در جدول 1 برخوردار است. بنابراین وجود نویز، آن هم در بالاترین سطح خود در تحلیل مودال عملیاتی یعنی SNR=40dB، تأثیر چندانی بر میزان دقت مقادیر میرایی استخراج شده از روش پیشنهادی نمی‌گذارد.

6- نتیجه‌گیری

در تحقیق حاضر یک روش ترکیبی مؤثر تحت عنوان FST-WT به‌منظور شناسایی مودال سیستم‌های سازه‌ای ارائه شده است. این روش به عنوان یکی از روش‌های تجزیه حوزه زمان-فرکانس، مبتنی بر قابلیت‌های توابع

7- مراجع

- [1] J. Yadegari, O. Bahar, Modal parameter identification using ambient vibration testing with introducing a new software, *Civil Engineering Infrastructures Journal*, Vol. 44, No. 1, pp. 121-130, 2010. (In Persian)
- [2] B. Peeters, G. De Roeck, Reference based stochastic subspace identification in civil engineering, *Inverse Problems in Engineering*, Vol. 8, No. 1, pp. 47-74, 2000.
- [3] J. N. Juang, R. S. Pappa, An eigensystem realization algorithm for modal parameter identification and model reduction, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 8, No. 5, pp. 620-627, 1985.
- [4] M. D. Hill, An experimental verification of the eigensystem realization algorithm for vibration parameter identification. *Student Research Accomplishments: Multidisciplinary Center for Earthquake Engineering Research University at Buffalo*, pp. 29-37, 2004.
- [5] A. J. Felber, *Development of Hybrid Bridge Evaluation System*, PhD thesis, University of British Columbia, Vancouver, Canada, 1993.
- [6] R. Brincker, L. Zhang, P. Andersen, Modal identification from ambient responses using frequency domain decomposition, *Proceedings of the 18th International Modal Analysis Conference (IMAC)*, San Antonio, Texas, February 7-10, 2000.
- [7] R. Brincker, C. E. Ventura, P. Andersen, Damping estimation by frequency domain decomposition, *Proceedings of the 19th International Modal Analysis Conference (IMAC)*, Kissimmee, Florida, February 5-8, 2001.
- [8] L. Zhang, R. Brincker, P. Andersen, An overview of operational modal analysis: Major development and issues, *Proceedings of the 1st International Operational Modal Analysis Conference (IOMAC)*, Copenhagen, Denmark, April 26-27, 2005.
- [9] C. E. Ventura, B. Laverick, R. Brincker, P. Andersen, Comparison of dynamic characteristics of two instrumented tall buildings, *Proceedings of the 21st International Modal Analysis Conference (IMAC)*, Kissimmee, Florida, February 3-6, 2003.

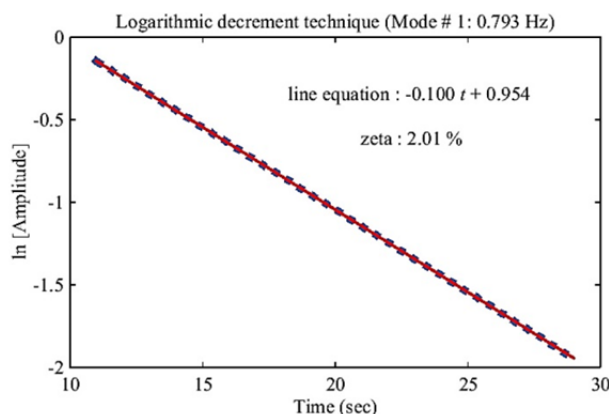


Fig. 16 Linear regression for logarithm of the amplitude of wavelet coefficients vs. time for 5DOF system (SNR=40dB)

شکل 16 رگرسیون خطی برای لگاریتم دامنه ضرایب موجک در مقابل زمان برای سیستم 5DOF (SNR=40dB)

- No. 1, pp. 343-356, 2008.
- [20] G. H. Golub, C. F. VanLoan, *Matrix Computations*, Fourth Edition, pp. 76-80, Baltimore: Johns Hopkins University Press, 2013.
- [21] W. J. Yan, W. X. Ren, Operational modal parameter identification from power spectrum density transmissibility, *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, Vol. 27, No. 3, pp. 202-217, 2012.
- [22] I. G. Araújo, J. E. Laier, Operational modal analysis using SVD of power spectral density transmissibility matrices, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 46, No. 1, pp. 129-145, 2014.
- [23] W. J. Yan, W. X. Ren, An Enhanced Power Spectral Density Transmissibility (EPSDT) approach for operational modal analysis: theoretical and experimental investigation, *Engineering Structures*, Vol. 102, No. 1, pp. 108-119, 2015.
- [24] J. Lin, L. S. Qu, Feature extraction based on Morlet wavelet and its application for mechanical fault diagnosis, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 234, No. 1, pp. 135-148, 2000.
- [25] R. Polikar, The story of wavelets, *Physics and Modern Topics in Mechanical and Electrical Engineering*, pp. 192-197, Wisconsin: World Scientific and Engineering Society Press, 1999.
- [26] G. Jinghui, L. Youming, C. Wenchao, On the instantaneous attributes analysis of seismic data via wavelet transform, *68th Annual International Meeting of the Society of Exploration Geophysicists*, New Orleans, USA, September 13-18, 1998.
- [27] J. Lardies, S. Gouttebroze, Identification of modal parameters using the wavelet transform, *International Journal of Mechanical Science*, Vol. 44, No. 11, pp. 2263-2283, 2002.
- [28] B. Yan, A. Miyamoto, A comparative study of modal parameter identification based on wavelet and Hilbert-Huang transforms, *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, Vol. 21, No. 1, pp. 9-23, 2006.
- [29] J. Butterworth, J. H. Lee, B. Davidson, Experimental determination of modal damping from full scale testing, *13th World Conference on Earthquake Engineering*, Vancouver, Canada, August 1-6, 2004.
- [30] R. Brincker, C. Ventura, *Introduction to Operational Modal Analysis*, First Edition, pp. 151-185, Chichester: John Wiley & Sons, 2015.
- [10] R. Brincker, L. Zhang, P. Andersen, Modal identification of output only systems using frequency domain decomposition, *Journal of Smart Materials and Structures*, Vol. 10, No. 3, pp. 441-445, 2001.
- [11] J. Lardies, M. N. Ta, M. Berthillier, Modal parameter estimation based on the wavelet transform of output data, *Archive of Applied Mechanics*, Vol. 73, No. 9, pp. 718-733, 2004.
- [12] T. Kijewski, A. Kareem, Wavelet transforms for system identification in civil engineering, *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, Vol. 18, No. 5, pp. 339-355, 2003.
- [13] M. Damadipour, *System Identification of a Concrete Arch Dam and Calibration of its Finite Element Model with Emphasis on Nonuniform Ground Motion*, Master of Science Thesis, Faculty of Civil Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran, 2012. (In Persian فارسی)
- [14] R. Tarinejad, M. Damadipour, Modal identification of structures by a novel approach based on FDD-wavelet method, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 333, No. 3, pp. 1024-1045, 2014.
- [15] R. Tarinejad, M. Damadipour, Operational modal analysis of structures using a new time-frequency domain approach, *Proceedings of the 6th International Operational Modal Analysis Conference (IOMAC)*, Gijón, Spain, May 12-14, 2015.
- [16] R. Tarinejad, M. Damadipour, Extended FDD-WT method based on correcting the errors due to non-synchronous sensing of sensors, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 72, No. 1, pp. 547-566, 2016.
- [17] W. X. Ren, Z. H. Zong, Output-only modal parameter identification of civil engineering structures, *Structural Engineering and Mechanics*, Vol. 17, No. 3-4, pp. 429-444, 2004.
- [18] C. Devriendt, P. Guillaume, The use of transmissibility measurements in output-only modal analysis, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 21, No. 7, pp. 2689-2696, 2007.
- [19] C. Devriendt, P. Guillaume, Identification of modal parameters from transmissibility measurements, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 314,