



## Nonlinear Model of Thermoelectric Coupling and Experimental and Numerical Analysis of Thermoelectric Generator Setup

### ARTICLE INFO

#### Article Type

Original Research

#### Authors

Abouali Shamshiri M.<sup>1</sup> MSc,  
Asgari M.\*<sup>1</sup> PhD

#### How to cite this article

Abouali Shamshiri M, Asgari M. Nonlinear Model of Thermoelectric Coupling and Experimental and Numerical Analysis of Thermoelectric Generator Setup. Modares Mechanical Engineering. 2019;19(3):527-538.

<sup>1</sup>Vehicle Engineering Department, Mechanical Engineering Faculty, K.N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran

#### \*Correspondence

Address: Pardis Street, Molla-Sadra Street, Vanak Square, Tehran, Iran.  
Phone: +98 (21) 84066209  
Fax: +98 (21) 88674748  
asgari@kntu.ac.ir

#### Article History

Received: May 26, 2018

Accepted: October 29, 2018

ePublished: March 01, 2019

### ABSTRACT

In this paper, a nonlinear theoretical solution is proposed to simulate thermoelectric generators. A thermoelectric generator (TEG) setup was designed and constructed to measure the thermoelectric properties of a specified TEG, and, then, to validate the simulation results. The setup is composed of four bismuth telluride based TEGs, which are placed between an electrical heater and water cooled heatsinks to generate power as the result of the temperature difference. In the first section, the thermoelectricity phenomenon is introduced and governing equations are presented in order to develop the finite element solution by weighted residual Galerkin method. The FEM code is written in MATLAB software. In the second section, the designed and fabricated setup is explained and it is investigated how to perform the experiments. The TEG properties including the Seebeck coefficient and internal electrical resistance were measured, which are, then, used for setup simulation. First, the thermal-fluidic parameters including temperature and velocity distribution are obtained by simulation in Ansys-Fluent software. Then, the thermoelectricity simulation is performed by means of both the proposed finite element solution, and Ansys-Thermal electric software; so, the output voltage, power, and efficiency are calculated. The results indicate the accuracy of the modeling. Also, using the proposed finite element solution, the impact of the geometrical dimensions and temperature conditions on the TEG performance is investigated.

**Keywords** Thermoelectric Generator (TEG); Nonlinear Analysis; Experimental Study

### CITATION LINKS

[1] New trends, strategies and opportunities in thermoelectric materials: A perspective [2] A review on thermoelectric renewable energy: Principle parameters that affect their performance [3] Performance modeling of thermoelectric devices by perturbation method [4] Thermodynamics of thermoelectric phenomena and applications [5] 6 supermaterials that could change our world [6] Spectrum splitting for efficient utilization of solar radiation: A novel photovoltaic-thermoelectric power generation system [7] Effective design, theoretical and experimental assessment of a solar thermoelectric cooling-heating system [8] Performance analyzes of an integrated phosphoric acid fuel cell and thermoelectric device system for power and cooling cogeneration [9] Finite element analysis of nonlinear fully coupled thermoelectric materials [10] Non-linear finite element formulation applied to thermoelectric materials under hyperbolic heat conduction model [11] Finite element analysis and material sensitivity of Peltier thermoelectric cells coolers [12] Modeling thermoelectric generators using the ANSYS software platform: Methodology, practical applications, and prospects [13] Thermoelectricity from wasted heat of integrated circuits [14] Modeling and analysis of the effect of thermal losses on thermoelectric generator performance using effective properties [15] Thermodynamic modelling and performance optimization of trapezoidal thermoelectric cooler using genetic algorithm [16] Simulation-driven design of a passive liquid cooling system for a thermoelectric generator [17] Research on simulation and experimental of thermal performance of LED array heat sink [18] Investigation and design optimization of exhaust-based thermoelectric generator system for internal combustion engine [19] Characteristics analysis and parametric study of a thermoelectric generator by considering variable material properties and heat losses [20] Numerical investigation on the performances of automotive thermoelectric generator employing metal foam

## مدل سازی غیرخطی کوپلینگ ترموالکتریک و مطالعه تجربی و عددی عملکرد سامانه ژنراتورهای ترموالکتریک

مریم ابوعلی شمشیری MSc

گروه مهندسی خودرو، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران

مسعود عسگری PhD

گروه مهندسی خودرو، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران

### چکیده

در این مقاله یک حل تئوری غیرخطی بر مبنای روش المان محدود برای شبیه سازی ژنراتورهای ترموالکتریک ارائه شده است. به منظور استخراج خواص در آزمون تجربی و صحت سنجی حل تئوری ارائه شده، یک سامانه آزمایشگاهی طراحی و ساخته شد. سامانه شامل تعداد چهار ژنراتور ترموالکتریک پایه بیسموت تلوراید بوده که بین یک هیتر برقی و بلوک های خنک کننده آبی قرار گرفته و در اثر اختلاف دمای ایجاد شده برق تولید می کنند. ابتدا معادلات حاکم با در نظر گرفتن کوپلینگ غیرخطی ترموالکتریک ارائه شده و سپس حل آن با استفاده از روش باقی مانده های وزنی با کد نویسی در نرم افزار متلب به منظور تحلیل غیرخطی ارائه شده است. در بخش بعدی طراحی و ساخت سامانه ترموالکتریک بررسی و روند انجام آزمایش های مربوطه شرح داده شده است. خواص ژنراتور شامل ضریب سیبک و مقاومت الکتریکی داخلی به دست آمده که برای شبیه سازی در بخش بعدی استفاده می شود. سامانه ابتدا در نرم افزار انسیس-فلوئنت شبیه سازی شده و پارامترهای حرارتی-سیالاتی شامل توزیع دما و سرعت به دست آمده است. سپس شبیه سازی ترموالکتریک با استفاده از کد المان محدود ارائه شده و نیز نرم افزار انسیس-ترمال الکتریک، انجام شد و مقادیر ولتاژ، توان تولیدی و بازده به دست آمده و با نتایج تجربی مقایسه و صحت سنجی شده است. نتایج حاصل بیانگر دقت مناسب مدل سازی ارائه شده است. همچنین تاثیر پارامترهای هندسی و شرایط مرزی دمایی بر عملکرد ژنراتورهای ترموالکتریک، با استفاده از حل تئوریک ارائه شده، بررسی شده است.

**کلیدواژه ها:** ژنراتور ترموالکتریک، حل غیرخطی، مطالعه تجربی

تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۳/۵

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۸/۷

\* نویسنده مسئول: asgari@kntu.ac.ir

### ۱- مقدمه

ترموالکتریسیته از منابع انرژی تجدیدپذیر با قابلیت تبدیل اختلاف دما به انرژی الکتریکی و بالعکس، اولین بار در اوایل قرن نوزدهم توسط دانشمند آلمانی توماس-سیبک کشف شد. تقریباً تمامی مواد قابلیت تبدیل این دو انرژی به هم را دارند، اما شدت آن در برخی مواد بارزتر است. این مواد به مواد ترموالکتریک (TEM) معروف هستند. فاکتوری موسوم به مشخصه عملکرد ( $ZT$ ) که بیانگر شدت خاصیت ترموالکتریک مواد است، در سال ۱۹۱۱ توسط آلتنکریچ ارائه شد. مشخصه عملکرد به صورت زیر تعریف می شود [1]:

$\alpha$  ضریب سیبک،  $k$  ضریب انتقال حرارت هدایتی،  $\gamma$  ضریب رسانش الکتریکی و  $T$  دمای مطلق است. همان طور که از رابطه مشخص است،  $ZT$  دارای رابطه مستقیم با  $\alpha$ ،  $\gamma$  و  $T$  و رابطه عکس با  $k$  است. در گذر از مواد نارسا به رسانا، ضریب رسانش الکتریکی و ضریب انتقال حرارت هدایتی، افزایش و ضریب سیبک کاهش می یابد. در طیفی از مواد موسوم به نیمه رساناها که در میانه رسانا و نارساها قرار دارند، مقدار مشخصه عملکرد بیشینه است. از جمله مواد ترموالکتریک نیمه رسانای مشهور می توان به ترکیبات

شیمیایی بیسموت تلوراید، آنتیمون تلوراید و تلوراید سرب اشاره کرد [2]. این مواد می توانند در هر یک از سه حالت ژنراتور، تبرید یا گرمکن کار کنند. ژنراتور ترموالکتریک (TEG) را می توان به یک نیروگاه حرارتی تشبیه کرد، بدین گونه که با گرفتن حرارت از منبع گرم و دفع آن به منبع سرد، توان تولید می کند. همچنین کولر ترموالکتریک (TEC) و گرم کننده ترموالکتریک (TEH) مانند پمپ حرارتی با گرفتن یک توان خارجی، حرارت را از منبع سرد می گیرند و به منبع گرم منتقل می کنند [3]. موضوع مقاله حاضر استحصال انرژی الکتریکی از اختلاف دما یعنی مود کاری ژنراتوری این مواد است. اساس کار مواد ترموالکتریک، حرکت حامل های انرژی است. به طور کلی یک المان ترموالکتریک شامل حداقل یک جفت پایه نوع  $p$  و  $n$  است که به وسیله ورقه های مسی به صورت سری به هم متصل شده اند. در نیم رسانای نوع  $n$ ، الکترون ها و در نوع  $p$ ، حفره ها حامل های انرژی هستند که می توانند آزادانه در ماده حرکت کنند. در حضور گرادیان دما این حامل ها از ناحیه گرم به سرد انتشار می یابند و این انتشار تا زمانی ادامه می یابد که با دافعه الکتریکی به تعادل برسد [4]. بنا به گزارش های موجود، مواد ترموالکتریک یکی از شش سوپر موادی هستند که جهان آینده را دستخوش تغییر خواهند کرد [5]. قابلیت اطمینان، عملکرد آسان و عدم نیاز به تعمیرات و نگهداری به دلیل عدم وجود قطعات دوار یا واکنش شیمیایی، این امکان را فراهم می کند تا کاربردهای فراوانی برای این مواد حتی در مواقعی که مکانیزم های مرسوم و سنتی بازده بیشتری دارند، در نظر گرفته شود. کاربرد این مواد در تولید برق از حرارت اتلافی در صنایع مختلف اعم از خودرو، کوره ها و صنایع فضایی، در تبرید و سرماسازی و نیز گرمایش، از ابعاد میکرو تا ابعاد بزرگ روز به روز در حال افزایش است [2]. این مواد همچنین کاربردهای ترکیبی فراوانی دارند. یکی از این کاربردها که در سال های اخیر مورد توجه زیادی قرار گرفته، ترکیب سلول های خورشیدی با ژنراتورهای ترموالکتریک برای افزایش راندمان آنها است. سلول های خورشیدی تنها از طیف مرئی ماورای بنفش نور خورشید، برق تولید می کنند، حال آن که طیف مادون قرمز نور تنها باعث گرم شدن سلول ها و پایین آمدن راندمان شان می شود. با ترکیب ژنراتور ترموالکتریک از گرمایش ایجاد شده نیز برق تولید می شود و راندمان بالا می رود [6].

دقیق و خالیدیان در سال ۲۰۱۸، یک سیستم هیبرید گرمایش-سرمایشی خورشیدی ترموالکتریک (STEG) ساختند که در آن از یک کولر ترموالکتریک برای کاهش مصرف سیستم تبرید تراکمی استفاده شد [7]. مورد دیگر، ترکیب پیل های سوختی و مواد ترموالکتریک است. پیل های سوختی علاوه بر تولید برق، مقدار زیادی حرارت اتلافی دارند که پتانسیل مناسبی برای استفاده از مواد ترموالکتریک است. منگ منگ و همکاران در سال ۲۰۱۸، مطالعه ای عددی روی یک سیستم هیبرید متشکل از پیل سوختی اسیدفسفریک (PAFC)، یک ژنراتور ترموالکتریک و یک کولر ترموالکتریک انجام دادند. نتایج نشان دهنده افزایش راندمان ۲/۸ درصدی نسبت به پیل سوختی به تنهایی است [8]. با توجه به علاقه و سرمایه گذاری های صنعتی قابل توجه در این زمینه، تحقیقات دانشگاهی گسترده ای در کشورهای پیشرفته و صاحب تکنولوژی آغاز شده است که به مدل سازی تئوری و تجربی عملکرد این مواد در شرایط کاری مختلف می پردازند.

از نظر تئوری، بررسی و تحلیل پدیده ترموالکتریسیته با روش های شبیه سازی در نرم افزارهای تجاری موجود و ارائه روش های عددی برای حل آن، مورد مطالعه قرار گرفته است. استفاده از روش های

## ۲- معادلات حاکم

در این بخش مروری بر معادلات حاکم بر پدیده ترموالکتریسیته انجام شده که نقطه شروع برای حل ارایه شده در بخش بعدی است. قبل از ارایه معادلات، لازم است مکانیزم های انتقال انرژی در مواد ترموالکتریک معرفی شود.

### ۲-۱- مکانیزم های انتقال انرژی در مواد ترموالکتریک

#### ۲-۱-۱- پدیده سیبک

سیبک، فیزیکدان آلمانی اثر ترموالکتریک را کشف و مشاهده کرد، چنان چه دو نیمه هادی غیرمشابه به هم متصل شوند و دماهای متفاوتی به دو سر آنها اعمال شود، ولتاژی در سیستم القا می شود. ولتاژ القا شده که تابعی از خواص ماده و اختلاف دمای دو انتها بوده، به ولتاژ سیبک مشهور است و برای تک پایه و یک جفت پایه به ترتیب از روابط زیر به دست می آید [14]:

$$V_s = \int_{T_C}^{T_H} \alpha(T) dT \quad (2)$$

$$V_s = \int_{T_C}^{T_H} (\alpha_p(T) - \alpha_n(T)) dT$$

$\alpha$  معروف به ضریب سیبک و واحد آن  $V/K$  بوده، بنابراین بیانگر مقدار ولتاژ تولیدی به ازای یک درجه اختلاف دما است. اساساً

ضریب سیبک تابعی از دما  $\alpha(T)$  است.  $\alpha_{pn} = \alpha_p - \alpha_n$  ضریب سیبک نسبی دوپایه است. ضریب سیبک نیمه هادی نوع  $n$  مقداری مثبت و برای نوع  $p$  منفی است، بنابراین ضریب سیبک نسبی مؤید آن است که ولتاژ یک جفت پایه که به صورت سری به هم متصل شده اند، نسبت به تک پایه تشدید می شود [14].

#### ۲-۱-۲- پدیده پلتیر

پلتیر، فیزیکدان فرانسوی به پدیده معکوس سیبک پی برد. او مشاهده کرد هنگامی که جریان الکتریکی در ترموالمنت ها برقرار شود، حرارت در یک نقطه اتصال، جذب و از نقطه اتصال دیگر دفع می شود. جهت شار حرارتی تبادل شده به جهت جریان بستگی دارد. نکته جالب توجه در اینجا این است که چه جریان از خارج اعمال شود و چه از اثر سیبک القا شده باشد، پدیده پلتیر اتفاق می افتد. حرارت جذب یا دفع شده در اثر پدیده پلتیر برای تک پایه و یک جفت پایه به ترتیب از روابط زیر به دست می آید [14]:

$$Q_\pi = \alpha T j . n A \quad (3)$$

$$Q_\pi = (\alpha_p - \alpha_n) T j . n A$$

مقدار  $\Pi = \alpha T$  که واحد آن ولتاژ بوده، معروف به ضریب پلتیر و بیان کننده مقدار حرارت جذب یا دفع شده به ازای عبور جریان واحد است.

#### ۲-۳- پدیده تامسون

تامسون پی برد چنان چه در یک رسانا، جریان الکتریکی از نقطه ای با دمای معین به نقطه دیگر با دمایی متفاوت برقرار شود، جذب یا دفع حرارت در مرزهای ماده و در راستای عمود بر جریان الکتریسیته و حرارتی صورت می گیرد. همان طور که در شکل ۱ نشان داده شده است، چنان چه جریان الکتریکی و شار حرارتی هم جهت باشند، حرارت، دفع و اگر در خلاف جهت باشند، حرارت جذب می شود. مقدار این حرارت در واحد طول رسانا مطابق زیر به

عددی برای ارایه حل، کمتر در ادبیات پژوهشی مورد مطالعه بوده است و شاید بتوان پرز-آپاریشیو و همکاران را از معدود پژوهشگران این حوزه دانست. پرز-آپاریشیو و همکاران در سال ۲۰۰۷، یک الگوریتم المان محدود برای حل معادلات کوپل غیرخطی برای مواد ترموالکتریک در حالت دو بُعدی ارایه دادند [9]. پالما و همکاران در سال ۲۰۱۲، یک حل المان محدود سه بُعدی و گذرا برای شبیه سازی مواد ترموالکتریک را با استفاده از مدل انتقال حرارت هدایتی بیضوی ارایه کردند [10]. همچنین در همان سال، یک حل المان محدود برای حالت سه بُعدی گذرا و خواص ماده وابسته به دما با مرتبه دوم برای شبیه سازی یک کولر ترموالکتریک ارایه دادند و عملکرد کولر را با آن چه توسط کارخانه سازنده اعلام شده است و نیز با حل تحلیلی ساده سازی شده مقایسه کردند که با دقت خوبی با هم مطابق بودند. با ترکیب مدل المان محدود و روش مونت کارلو، یک آنالیز حساسیت روی وابستگی عملکرد به خواص ماده و پارامترهای هندسی انجام شد که به دلیل عدم پیوستگی شار، مجبور شدند از المان های ترکیبی استفاده کنند. نتایج این تحلیل که می تواند به عنوان اولین مرحله در بهینه سازی ماژول ها باشد، نشان داد که وابستگی دمایی خواص مواد تاثیر زیادی بر عملکرد آنها دارد [11]. همچنین، شبیه سازی مواد ترموالکتریک با استفاده از نرم افزارهای تجاری موجود مانند انسیس و کامسول مورد مطالعه پژوهشگران بوده است. کورتکوو و همکاران در سال ۲۰۱۷، روش های مختلف مدل سازی ژنراتورهای ترموالکتریک در انسیس را مطالعه و مدل ها را با هم و نیز با نتایج تجربی مقایسه کردند. آنها نشان دادند که گام مهم در مرحله طراحی، محاسبه پارامترهای هندسی المان های ماژول با استفاده از روش های عددی برای حل مساله بهینه سازی با هدف بیشینه کردن توان خروجی است [12]. فهد و همکاران در سال ۲۰۱۳، با استفاده از نرم افزار کامسول یک شبیه سازی برای مطالعه امکان بازیافت حرارت اتلافی از میکروپروسسورهای کامپیوتر انجام دادند و نتایج را با انجام آزمایشات صحت سنجی کردند [13]. در تحقیقات پیشین، در روش های به کاررفته عموماً قابلیت ترکیب معادلات به منظور استخراج خواص ترموالکتریک وجود نداشته است. از این رو در مقاله حاضر، ابتدا به منظور استخراج خواص ژنراتور ترموالکتریک یک سامانه آزمایشگاهی، طراحی و ساخته شد. سپس سامانه در نرم افزار انسیس-فلوئنت شبیه سازی و توزیع دمای به دست آمده به عنوان شرایط مرزی برای تحلیل ترموالکتریک استفاده شد. از طرف دیگر به منظور تحلیل ترموالکتریک سامانه از یک حل تئوریک غیرخطی با در نظر گرفتن کوپلینگ معادلات و پیاده سازی با کدنویسی در نرم افزار MATLAB و نیز شبیه سازی سامانه در نرم افزار انسیس ترمال-الکتریک استفاده شده است. لازم به ذکر است که در شبیه سازی های انجام شده تاکنون، خنک کن ها مدل نشدند و تنها از یک ضریب انتقال حرارت جابه جایی معادل برای مدل سازی آنها استفاده شده است. در این مقاله، با مدل سازی کامل بخش خنک کن، نتایج شبیه سازی با دقت بالاتری به دست می آید. بدین ترتیب در این پژوهش یک حل کوپل و غیرخطی پدیده ترموالکتریسیته همزمان با شبیه سازی بخش خنک کن با جزئیات هندسی کامل ارایه شده و نتایج مجموعه با آزمون تجربی صحت گذاری شده و برای مطالعه اثر پارامترهای مختلف در عملکرد مجموعه مورد استفاده قرار گرفته است.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( kA \frac{\partial T}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial x} (jVA) - \frac{\partial}{\partial x} (jaTA) = 0$$

### ۳-۲- معادلات ساختاری

معادلات ساختاری پدیده ترموالکتریسیته براساس مکانیزم‌های انتقال انرژی استوارند که در بخش قبل شرح داده شد. همان طور که گفته شد در حضور گرادیان دما، ولتاژ سیبک در ماده ترموالکتریک القا می‌شود. در عدم حضور جریان الکتریسیته یعنی در حالت مدار باز، اختلاف پتانسیل ایجادشده همان ولتاژ سیبک است، ولی چنان چه جریان برقرار شود، در اثر پدیده ژول مقداری افت ولتاژ به وجود می‌آید. نیروی محرکه الکتریکی در حالت مدارباز یا همان ولتاژ سیبک برابر با رابطه زیر است [9]:

$$\epsilon = -\alpha \nabla T|_{j=0} \quad (9)$$

با جمع آثار این دو پدیده یعنی سیبک و ژول، اولین معادله ساختاری مواد ترموالکتریک به صورت رابطه ۱۰ به دست می‌آید [9]:

$$j = \gamma(\epsilon - \nabla V) = -\gamma \nabla V - \alpha \gamma \nabla T \quad (10)$$

$\gamma$  ضریب رسانش الکتریکی ماده یعنی عکس مقاومت ویژه الکتریکی است.

به طور مشابه، قانون فوریه مادامی معتبر است که جریان الکتریکی وجود نداشته باشد. در حضور جریان الکتریسیته همان طور که قبلاً شرح داده شد، شار حرارتی موسوم به پلتیر ایجاد می‌شود. شار حرارتی پلتیر در شرایط دما ثابت برابر با رابطه زیر است [9]:

$$q = \alpha T j|_{T=const} \quad (11)$$

معادله ساختاری دوم با جمع آثار پدیده‌های فوریه و پلتیر و جای‌گذاری مقدار  $j$  از رابطه ۱۰ به صورت زیر به دست می‌آید [9]:

$$q = -k \nabla T + \alpha T j = -\alpha \gamma T \nabla V - (k + \alpha^2 \gamma T) \nabla T \quad (12)$$

### ۴-۲- اعمال روش باقیمانده وزنی

با داشتن معادلات تعادل به حل آنها برای یافتن توزیع دما و ولتاژ و به دنبال آن به دست آوردن توان و بازده ژنراتور ترموالکتریک با روش باقیمانده وزنی و استفاده از روش مانده‌های وزن داده‌شده پرداخته می‌شود. روش مانده‌های وزن داده‌شده یک شیوه تقریبی برای حل معادلات دیفرانسیل مقدار مرزی است که در این پژوهش برای فرمولاسیون آن از روش گلرکین استفاده می‌شود. براساس روش مانده‌های وزن داده‌شده باید انتگرال خطای مانده‌ها روی حجم مورد بررسی صفر شود. بدین ترتیب با استفاده از معادلات تعادل رابطه زیر را خواهیم داشت [9]:

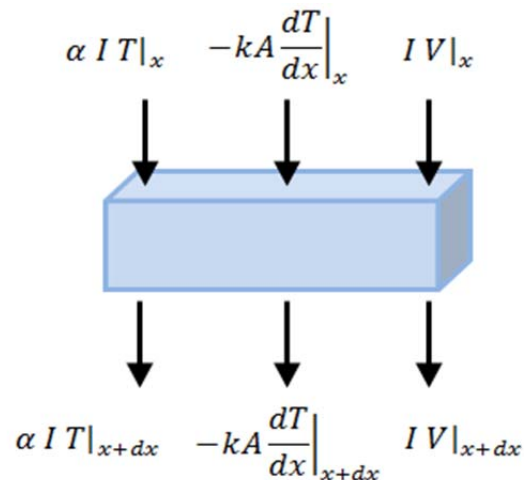
$$-\int_{\Omega} \nabla w_V \cdot j \, d\Omega + \int_{\Gamma} w_V j_c \, \Gamma = 0 \quad (13)$$

$$-\int_{\Omega} \nabla w_T \cdot q \, d\Omega + \int_{\Omega} w_T j \cdot \nabla V \, d\Omega + \int_{\Gamma} w_T q_c \, d\Gamma = 0$$

که ضرایب وزنی، مربوط به میدان‌های پتانسیل و دما هستند. به منظور حل این معادلات لازم است تا شرایط مرزی مساله را اعمال کنیم. شرایط مرزی می‌تواند به صورت ولتاژ و دما باشد که از نوع دیریکله بوده یا به صورت شار جریان الکتریکی و شار حرارتی باشد که از نوع نیومن است.

$$Q_{th} = \tau j \cdot n A \nabla T \quad (4)$$

در این رابطه،  $\tau$  ضریب تامسون است.



شکل ۱) تبادلات انرژی در مرزهای یک المان دیفرانسیلی از ماده ترموالکتریک

### ۴-۱-۲- پدیده ژول

اثر ژول یک پدیده ترموالکتریک برگشت‌ناپذیر بوده که بیانگر تولید حرارت داخلی در حضور جریان الکتریکی در رسانا است. بر خلاف پدیده تامسون مستقل از جهت جریان الکتریکی و حتی در عدم حضور گرادیان دما، حرارت ناشی از اثر ژول همواره جذب می‌شود. مقدار حرارت جذب‌شده ژول بستگی به مقدار جریان و مقاومت الکتریکی ماده دارد [14].

$$Q_j = I^2 R \quad (5)$$

$R$  مقاومت الکتریکی از روی مقاومت الکتریکی ویژه ( $\rho_e$ ) که یک خاصیت ذاتی ماده است، محاسبه می‌شود.

$$R = \int_0^l \frac{\rho_e(T(x))}{A(x)} \, dx \quad (6)$$

### ۲-۲- معادلات تعادل

قوانین ترموالکتریسیته نیز همانند پدیده‌های دیگر بر پایه اصول بقای ماده و انرژی بنا شده‌اند. در عدم حضور اثرات گذرای الکتریکی و مغناطیسی، اولین معادله تعادل بیانگر بقای شار الکتریکی درون ماده است. بدین معنا که در حالت پایا، مجموع شار الکتریکی ورودی به ماده برابر با شار الکتریکی خروجی از مرزهای آن است. بدین ترتیب رابطه زیر را خواهیم داشت [9]:

$$\sum I_{in} - \sum I_{out} = 0 \quad (7)$$

$$\nabla \cdot j = 0$$

دومین معادله، تعادل نتیجه بقای انرژی‌های حرارتی و الکتریکی است. همان طور که قبلاً گفته شد، انرژی از طریق سه مکانیزم درون ماده ترموالکتریک جریان پیدا می‌کند [9]. در شکل ۱، انرژی‌های تبدیلی در یک المان دیفرانسیلی از ماده ترموالکتریک نمایش داده شده است.

$$\sum Q_{in} - \sum Q_{out} = 0 \quad (8)$$

$$R = \begin{Bmatrix} R_V \\ R_T \end{Bmatrix} = [K] \begin{Bmatrix} \{V\}^e \\ \{T\}^e \end{Bmatrix} \quad (۱۸)$$

روش نیوتن-رافسون روشی بر پایه تکرار است. در هر مرحله (مرحله  $k$ ) بردار پاسخ به صورت زیر است:

$$U^k = \begin{Bmatrix} V^k \\ T^k \end{Bmatrix} \quad (۱۹)$$

چنان چه بسط تیلور بردار مانده‌ها تا مرتبه اول استفاده شود، رابطه زیر به دست می‌آید:

$$R^{k+1} \approx R^k + \left. \frac{\partial R}{\partial U} \right| \Delta U^k = 0 \quad (۲۰)$$

با تعریف ماتریس تانژانت به صورت زیر:

$$T = - \frac{\partial R}{\partial U} \quad (۲۱)$$

معادلات از حالت غیرخطی خارج می‌شوند و در هر مرحله (مرحله  $k$ ) تنها لازم است دسته معادلات خطی جبری زیر حل شود:

$$T^k \Delta U^k = R^k \quad (۲۲)$$

$\Delta U^k$  به دست می‌آید و در مرحله بعد پاسخ به صورت رابطه زیر اصلاح می‌شود.

$$U^{k+1} = U^k + \Delta U^k \quad (۲۳)$$

تکرار تا جایی ادامه می‌یابد که همگرایی با دقت مورد نظر به دست آید.

براساس معادلات ۱۸ و ۲۱، مولفه‌های ماتریس تانژانت برای حالت یک‌بُعدی به صورت زیر به دست می‌آید:

(۲۴)

$$T(i, j) = - \int_0^l \gamma \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} dx \quad \text{for } \begin{cases} i = 1, 2 \\ j = 1, 2 \end{cases}$$

$$T(i, j) = - \int_0^l \alpha \gamma \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_{(j-2)}}{\partial x} dx \quad \text{for } \begin{cases} i = 1, 2 \\ j = 3, 4 \end{cases}$$

$$T(i, j) = - \int_0^l \left( 2\gamma N_{(i-2)} \frac{\partial N_j}{\partial x} \frac{\partial [N]}{\partial x} \{V\}^e + \dots \right)$$

$$\left( \alpha \gamma \frac{\partial N_j}{\partial x} \left( \frac{\partial N_{(i-2)}}{\partial x} [N] + N_i \frac{\partial [N]}{\partial x} \right) \{T\}^e \right) dx \quad \text{for } \begin{cases} i = 3, 4 \\ j = 1, 2 \end{cases}$$

$$T(i, j) = - \int_0^l \left( \alpha \gamma \frac{\partial [N]}{\partial x} \{V\}^e \left( N_{(i-2)} \frac{\partial N_{(j-2)}}{\partial x} + \dots \right. \right.$$

$$\left. N_{(j-2)} \frac{\partial N_{(i-2)}}{\partial x} \right) + \alpha^2 \gamma N_{(j-2)} \frac{\partial N_{(i-2)}}{\partial x} \frac{\partial [N]}{\partial x} \{T\}^e + \dots$$

$$\left. (k + \alpha^2 \gamma [N] \{T\}^e) \frac{\partial N_{(i-2)}}{\partial x} \frac{\partial N_{(j-2)}}{\partial x} \right) dx \quad \text{for } \begin{cases} i = 3, 4 \\ j = 3, 4 \end{cases}$$

شکل ۲، الگوریتم روند اعمال حل معادلات براساس روش نیوتن-رافسون را نشان می‌دهد.

$$\begin{cases} V = \bar{V} \text{ on } \Gamma_V \\ j \cdot n = \bar{j} \text{ on } \Gamma_j \end{cases} \quad \begin{cases} T = \bar{T} \text{ on } \Gamma_T \\ q \cdot n = \bar{q} \text{ on } \Gamma_q \end{cases} \quad (۱۴)$$

حال می‌توان مقادیر ولتاژ، دما و گرادیان آنها را درون هر المان با استفاده از توابع شکل و مقادیر کمیت در نقاط گره به صورت زیر تقریب زد:

$$\bar{V} = [N] \{V\}^e, \bar{T} = [N] \{T\}^e \quad (۱۵)$$

$$\bar{\nabla V} = \nabla N \{V\}^e, \bar{\nabla T} = \nabla N \{T\}^e$$

که برای المان یک‌بُعدی توابع شکل  $[N] = [N_1 \ N_2] = [1 - x/l \ x/l]$  است. در اینجا به منظور حل المان محدود مساله از روش گلرکین استفاده کردیم. از آنجایی که در روش گلرکین از توابع شکل به عنوان توابع وزنی استفاده می‌شود، معادلات ۱۳ به شکل زیر در می‌آیند:

$$\int_{\Omega} \nabla N \cdot (\gamma \nabla V + \alpha \gamma \nabla T) d\Omega + \int_{\Gamma} N j_c d\Gamma = 0$$

$$\int_{\Omega} \nabla N \cdot (\alpha \gamma T \nabla V + (k + \alpha^2 \gamma T) \nabla T) d\Omega - \dots \quad (۱۶)$$

$$\int_{\Omega} N (\gamma \nabla V + \alpha \gamma \nabla T) d\Omega + \int_{\Gamma} N q_c d\Gamma = 0$$

معادلات ۱۶ به دلیل کوپل شارهای الکتریکی و حرارتی و همچنین ترم حاصلضرب دما در شار الکتریکی، غیرخطی هستند.

## ۵-۲- تشکیل معادلات المان محدود کوپل غیرخطی

حال با داشتن دسته معادلات ۱۶، ماتریس‌های سختی و نیروی المان به دست می‌آید. برای حالت یک‌بُعدی درایه‌های ماتریس سختی المان مطابق زیر به دست می‌آید:

(۱۷)

$$K(i, j) = \int_0^l \gamma \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} dx \quad \text{for } \begin{cases} i = 1, 2 \\ j = 1, 2 \end{cases}$$

$$K(i, j) = \int_0^l \alpha \gamma \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_{(j-2)}}{\partial x} dx \quad \text{for } \begin{cases} i = 1, 2 \\ j = 3, 4 \end{cases}$$

$$K(i, j) = \int_0^l \left( \gamma N_{(i-2)} \frac{\partial N_j}{\partial x} \frac{\partial [N]}{\partial x} \{V\}^e + \dots \right.$$

$$\left. \alpha \gamma N_{(i-2)} \frac{\partial N_j}{\partial x} \frac{\partial [N]}{\partial x} \{T\}^e \right) dx \quad \text{for } \begin{cases} i = 3, 4 \\ j = 1, 2 \end{cases}$$

$$K(i, j) = \int_0^l \left( \alpha \gamma N_{(j-2)} \frac{\partial N_{(i-2)}}{\partial x} \frac{\partial [N]}{\partial x} \{V\}^e + \dots \right.$$

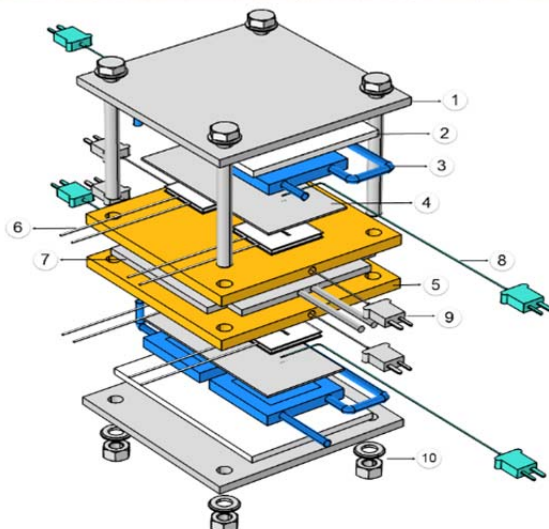
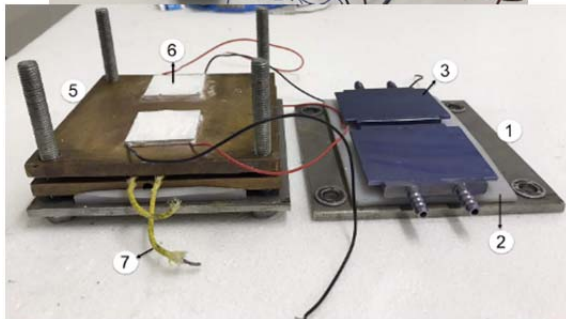
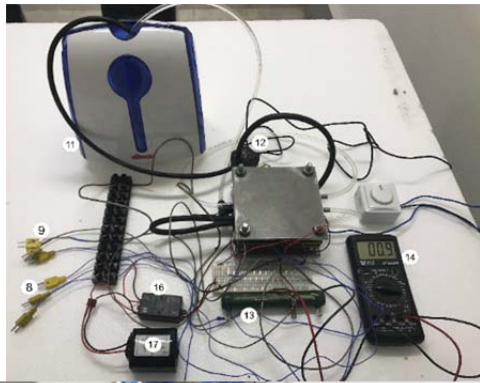
$$\left. (k + \alpha^2 \gamma [N] \{T\}^e) \frac{\partial N_{(i-2)}}{\partial x} \frac{\partial N_{(j-2)}}{\partial x} \right) dx \quad \text{for } \begin{cases} i = 3, 4 \\ j = 3, 4 \end{cases}$$

## ۶-۲- حل معادلات غیرخطی به روش نیوتن-رافسون

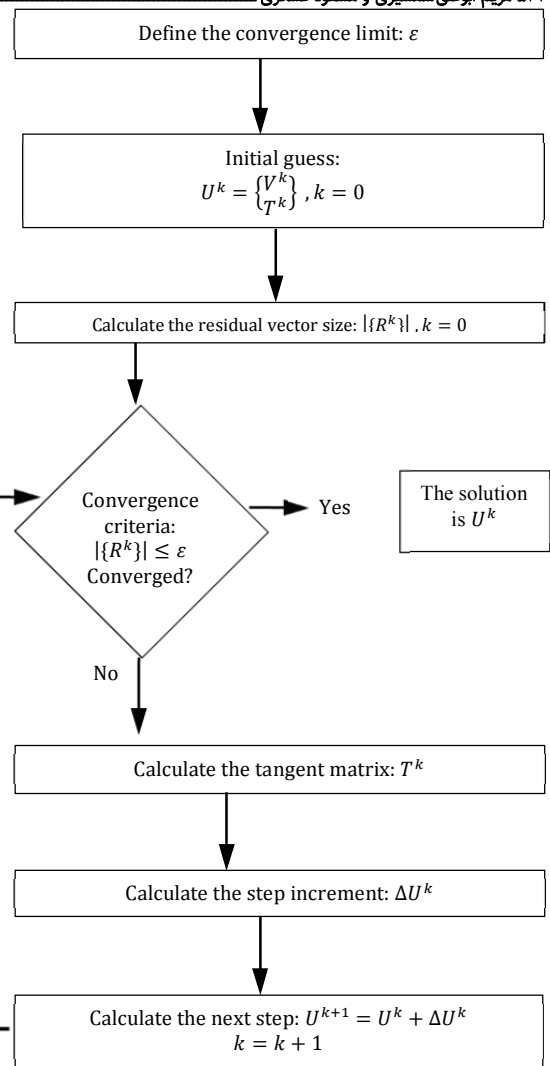
دستگاه معادلات غیرخطی به دست آمده از روش معمولی قادر به حل نیست و باید از شیوه‌های دیگری برای حل آن استفاده کرد. روش نیوتن-رافسون یکی از شیوه‌های حل معادلات غیرخطی است که برای این مساله به کار گرفته شده است. بدین منظور لازم است معادلات را به شکل مانده ای بازنویسی نمود:

جدول (۱) فهرست قطعات و تجهیزات اندازه‌گیری سامانه ترموالکتریک

| شماره | نام قطعه                  | مشخصات                      | تعداد |
|-------|---------------------------|-----------------------------|-------|
| ۱     | ورق فولادی (mm)           | ضخامت ۶                     | ۲     |
| ۲     | عایق تفلون (mm)           | ضخامت ۵                     | ۲     |
| ۳     | بلوک آبی خنک‌کن (mm)      | آلومینیومی به ابعاد ۷۶×۶۸×۸ | ۴     |
| ۴     | ورق آلومینیومی (mm)       | ضخامت ۱/۵                   | ۲     |
| ۵     | ورق مسی (mm)              | ضخامت ۸                     | ۲     |
| ۶     | ماژول ترموالکتریک         | ۱۹۹-۱۷۴-۰/۵-۱               | ۴     |
| ۷     | هیتر برقی (W)             | ۵۰۰                         | ۱     |
| ۸     | ترموکوپل بخش سرد          | K type                      | ۴     |
| ۹     | ترموکوپل بخش گرم          | K type                      | ۴     |
| ۱۰    | پیچ، مهره و واشر          | M10                         | ۸     |
| ۱۱    | مخزن آب (lit)             | ۳                           | ۱     |
| ۱۲    | پمپ آب (V)                | براشلس ۱۲                   | ۱     |
| ۱۳    | مقاومت خارجی ( $\Omega$ ) | رئوستا محدوده ۰-۲۵          | ۱     |
| ۱۴    | مولتی‌متر                 | -                           | ۱     |
| ۱۵    | ترمومتر                   | -                           | ۱     |
| ۱۶    | شارژ کنترلر MPPT          | ۱۲V-۱۰Ah                    | ۱     |
| ۱۷    | باتری لیتیوم یون          | ۱۲V-۸Ah                     | ۱     |



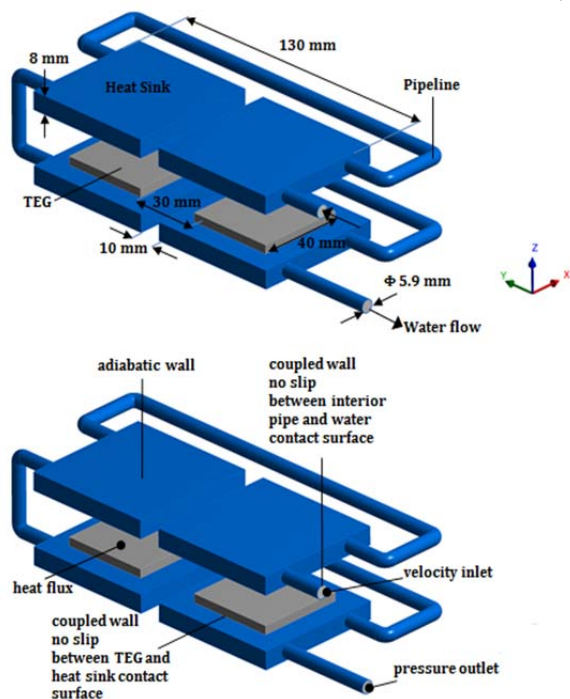
شکل (۳) سامانه ترموالکتریک و اجزای آن



شکل (۲) فلوچارت الگوریتم نیوتن-رافسون

### ۳- سامانه آزمایشگاهی

به منظور استخراج خواص ماژول‌های ترموالکتریک و نیز صحت‌سنجی شبیه‌سازی، یک سامانه آزمایشگاهی طراحی و ساخته شد. سامانه و اجزای آن در جدول ۱ و شکل ۳ نمایش داده شده است. حرارت از یک هیتر ۵۰۰W به یک سطح ماژول‌های ترموالکتریک منتقل می‌شود و از سطح دیگر آب حرارت را دفع می‌کند. ماژول‌ها با استفاده از صفحات نگهدارنده فولادی با نیروی مناسب بین هیتر و بلوک‌های آبی بسته شده‌اند. در اثر اختلاف دمای ایجاد شده بین دو سطح ماژول‌ها، جریان الکتریسیته تولید می‌شود که در باتری ذخیره می‌شود. برای اندازه‌گیری کمیت‌های الکتریکی و حرارتی از تجهیزات اندازه‌گیری شامل مولتی‌متر، ترموکوپل و ترمومتر استفاده شده است. هدف اندازه‌گیری خواص ماژول‌ها شامل ضریب سبک و مقاومت داخلی است. براساس رابطه ۲، ضریب سبک برابر با نسبت ولتاژ مدار باز تولیدی به اختلاف دمای دو سطح است، بنابراین با داشتن نمودار ولتاژ مدار باز به ازای اختلاف دما، ضریب سبک به دست می‌آید. دمای سطح گرم با ترموکوپل‌هایی که درون سوراخ تعبیه شده در ورق مسی ۵ قرار گرفته است، اندازه‌گیری و دمای سطح سرد با ترموکوپل‌هایی که بین ورق آلومینیومی ۴ و بلوک‌های خنک‌کن محکم شده‌اند، اندازه‌گیری می‌شود (شکل ۳). برای اندازه‌گیری ولتاژ مدار باز، ولت‌متر با ماژول به صورت موازی قرار گرفته است.



شکل ۵) ابعاد هندسی و شرایط مرزی سامانه ترموالکتریک

خواص ترمودینامیک مواد در جدول ۳ آورده شده است [16, 17]. همان طور که گفته شد، برای شبیه‌سازی در فلوئنت، ماژول ترموالکتریک به صورت حجم یکپارچه مدل می‌شود که باید ضریب انتقال حرارت هدایتی معادل آن اختصاص داده شود. مدار حرارتی معادل یک ماژول ترموالکتریک در شکل ۶ نمایش داده شده است. هر ماژول شامل ۱۲۷ جفت پایه نیمه‌هادی است که با ورقه‌های مسی به هم متصل شده و بین صفحات سرامیکی قرار گرفته‌اند. مقاومت حرارتی معادل صفحات سرامیکی ( $R_{Ce.eq}$ )، ورقه‌های مسی ( $R_{Cu.eq}$ ) و پایه‌ها ( $R_{n.p.eq}$ ) است که به صورت سری با هم قرار گرفته‌اند (جدول ۴) [18, 19]. بنابراین مقاومت حرارتی معادل با کل برابر مجموع این مقاومت‌هاست. مقاومت حرارتی کل و ضریب انتقال حرارت هدایتی معادل به صورت زیر خواهد بود:

$$R_{th.eq} = R_{Ce.eq} + R_{Cu.eq} + R_{n.p.eq}$$

$$= n_{Ce} \left( \frac{t}{kA} \right)_{Ce} + n_{Cu} \left( \frac{t}{kA} \right)_{Cu} + n_{n.p} \left( \frac{t}{kA} \right)_{n.p}$$

$$= 0.698 + 0.002 + 0.009 = 0.709 \text{ K/W}$$

$$k_{eq} = \frac{t_{tot}}{R_{th.eq} A_{tot}} = 3.5 \text{ W/mK}$$

معادلات پایستگی جرم، مومنوم و انرژی برای جریان پایایی سیال غیرقابل تراکم به صورت زیر است که در نرم‌افزار انسیس-فلوئنت حل می‌شود [18]:

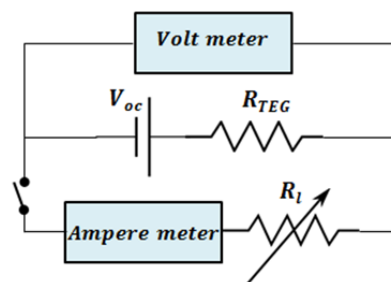
$$\nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad (27)$$

$$\nabla \cdot (\vec{v} \vec{v}) = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nabla \cdot (\vec{v} \nabla \vec{v}) \quad (28)$$

$$\nabla \cdot (\vec{v} T) = \nabla \cdot (k \nabla T) \quad (29)$$

هر ماژول ترموالکتریک را می‌توان معادل یک باتری با مقاومت داخلی دانست. برای اندازه‌گیری مقاومت داخلی ماژول، مداری مطابق با شکل ۴ طراحی شده است، بدین صورت که یک مقاومت مصرفی به دو سر ماژول وصل می‌شود و برای اندازه‌گیری جریان آمپرتر را به صورت سری در مدار قرار می‌دهند و برای قطع و وصل جریان یک کلید سر راه قرار می‌گیرد. برای اندازه‌گیری ولتاژ مدارباز نیز، ولت‌متر به صورت موازی به ماژول وصل می‌شود. بدین ترتیب با قطع کلید ولتاژ مدارباز و اتصال کلید جریان و ولتاژ مداربسته اندازه‌گیری می‌شود. بنابراین با استفاده از قانون پایستگی پتانسیل کیرشهف می‌توان مقاومت داخلی ماژول را به صورت رابطه زیر به دست آورد:

$$V_{oc} - (R_{TEG} + R_L)I = 0 \quad (25)$$



شکل ۶) مدار طراحی‌شده برای اندازه‌گیری مقاومت داخلی ماژول ترموالکتریک

#### ۴- شبیه‌سازی عددی

در این بخش هدف، شبیه‌سازی عددی سامانه ترموالکتریک و صحت‌گذاری آن با نتایج آزمایش‌های تجربی بخش قبل است. سامانه با جزئیات کامل شامل ماژول‌های ترموالکتریک، بلوک‌های آبی خنک‌کن و آب درون آن به صورت سه‌بعدی، مدل‌سازی و ابتدا در نرم‌افزار انسیس-فلوئنت شبیه‌سازی شد. هدف شبیه‌سازی در فلوئنت، یافتن توزیع دماست که بعداً به عنوان شرایط مرزی اعمال شود. لازم به ذکر است که در نرم‌افزار فلوئنت، در صورت مدل‌سازی ماژول‌های ترموالکتریک با جزئیات کامل شامل تمامی پایه‌ها و ورقه‌های مسی، حجم مش‌ها بسیار بالا می‌رود و امکان محاسبه وجود نخواهد داشت. از این رو هر ماژول به صورت یک مکعب مستطیل و با اختصاص ضریب انتقال حرارت هدایتی معادل که در ادامه توضیح داده می‌شود، مدل شده است. سپس توزیع دمای سطوح ماژول‌ها که از حل فلوئنت به دست آمده است، وارد نرم‌افزار ترمال-الکتریک می‌شود که در آن ماژول‌ها با جزئیات کامل شامل پایه‌ها، ورقه‌های مسی و صفحات سرامیکی مدل شده است و پارامترهای ترموالکتریک شامل توزیع ولتاژ، شار حرارتی، شار جریان الکتریکی، توان تولیدی و بازده به دست می‌آیند.

هندس‌مدل‌سازی‌شده و شرایط مرزی در شکل ۵ نمایش داده شده است. چهار ماژول ترموالکتریک هر یک به یک بلوک خنک‌کن متصل و بلوک‌ها به هم لوله‌کشی شده‌اند. هر یک از اجزا به صورت جداگانه با المان‌های سی‌اف‌دی نوع کاتسل مش‌بندی شدند و پس از فراخوانی در نرم‌افزار فلوئنت با تعریف سطح اشتراک در محل اتصال یکپارچه و شرط عدم لغزش اعمال شد. شرایط مرزی اعمال‌شده در جدول ۲ آورده شده است. حرارت هیتر ۵۰۰W بین چهار ماژول که سطح هر یک ۴۰×۴۰mm<sup>2</sup> است، تقسیم می‌شود، بنابراین شار حرارت ورودی ۷۸۱۲۵W/m<sup>2</sup> است. دبی و دمای ورودی آب خنک‌کن نیز به ترتیب ۱/۸lit/min و ۱۸°C است.

در این پژوهش با توجه به آن که عدد رینولدز بیش از ۲۳۰۰ بوده، جریان آب با مدل توربولانسی کی-اِپسیلون (k-ε) مدل سازی شده که معادلات انتقال کی و اپسیلون مطابق زیر است [20]:

$$\frac{\partial(\rho k_t u_i)}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k_t}{\partial x_i} \right] + P_k - \rho \varepsilon = 0 \quad (30)$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon u_i)}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right] + \frac{\varepsilon}{k} (C_{\varepsilon 1} P_k + C_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon) = 0 \quad (31)$$

که در آن  $\varepsilon, k_t, P_k, x_i, \mu_t, \mu, u_i, \rho$  به ترتیب برابر با چگالی، مولفه های بردار سرعت، ویسکوزیته دینامیک، ویسکوزیته آشفته، مختصات دکارتی، تولید برشی انرژی جنبشی جریان آشفته، انرژی جنبشی جریان آشفته و نرخ اضمحلال ویسکوز انرژی جنبشی آشفته است. ضرایب تجربی مدل کی-اِپسیلون برابر با  $\sigma_\varepsilon=1/3$ ،  $C_{\varepsilon 1}=1/44$  و  $C_{\varepsilon 2}=1/92$  است.

جدول (۲) شرایط مرزی شبیه سازی

| پارامتر                                 | مقدار |
|-----------------------------------------|-------|
| شار حرارت ورودی به ماژول ها ( $W/m^2$ ) | ۷۸۱۲۵ |
| دمای ورودی آب خنک کن ( $^{\circ}C$ )    | ۱۸    |
| سرعت ورودی آب خنک کن (lit/min)          | ۱/۸   |

جدول (۳) خواص ترمودینامیک مواد

| ماده           | $\rho$ ( $kg/m^3$ ) | $k$ (W/mK) | $C_p$ (J/kgK) | $\mu$ ( $kg/ms$ )    |
|----------------|---------------------|------------|---------------|----------------------|
| آب [16]        | ۹۷۸/۱۹              | ۰/۶        | ۴۱۸۲          | $6/1 \times 10^{-4}$ |
| آلومینیوم [17] | ۲۸۰۰                | ۲۰۵        | ۹۰۰           | -                    |

جدول (۴) ابعاد هندسی و ضریب انتقال حرارت هدایتی اجزای ماژول ترموالکتریک

| پارامتر                         | پایه های نیمه هادی | ورقه های مسی | صفحات سرامیکی |
|---------------------------------|--------------------|--------------|---------------|
| ضخامت (mm)                      | ۱/۶                | ۰/۲۵         | ۰/۹۵          |
| مقطع (mm × mm)                  | ۱/۴ × ۱/۴          | ۱/۴ × ۳/۸    | ۴۰ × ۴۰       |
| تعداد                           | ۲ × ۱۲۷            | ۲ × ۱۲۷      | ۲             |
| ضریب انتقال حرارت هدایتی (W/mK) | ۴/۶                | [18] ۳۵۰     | [19] ۱۳۰      |
| مقاومت حرارتی (K/W)             | ۱۷۷/۴۶             | ۰/۱۳۴        | ۰/۰۰۴۵        |
| مقاومت حرارتی معادل (K/W)       | ۰/۶۹۸              | ۰/۰۰۲        | ۰/۰۰۹         |

## ۵- نتایج

### ۵-۱- خواص ژنراتور ترموالکتریک

در این بخش خواص برای یک ماژول ترموالکتریک استخراج شده است. نتایج آزمایشات در نمودارهای ۱-۳ نشان داده شده است. محدوده دمای سطح سرد از  $30-60^{\circ}C$  و سطح گرم از  $70-150^{\circ}C$  بارگذاری شد. بیشینه اختلاف دمای قابل دستیابی  $120^{\circ}C$  است. ولتاژ مدار باز تولیدی به ازای دماهای مختلف سطح گرم و سرد در نمودار ۱ نمایش داده شده است. همچنین ولتاژ مدار باز بر حسب اختلاف دمای دو سطح ماژول مطابق با نمودار ۲ است. شیب این نمودار بیانگر مقدار ضریب سیبک برابر با  $0.54V/K$  است. این مقدار ضریب سیبک معادل ماژول است. با توجه به آن که در حالت مدار باز شار حرارتی ماژول برابر با شار حرارتی گذرنده از اجزای آن بوده، ضریب سیبک هر پایه به صورت زیر است:

$$Q = \frac{\Delta T}{R_{th}} = cte$$

$$\frac{T_H - T_C}{R_{th,eq}} = \frac{T_3 - T_2}{R_{n,p,eq}}$$

$$T_3 - T_2 = \frac{R_{n,p,eq}}{R_{th,eq}} (T_H - T_C) = 0.98(T_H - T_C) \quad (32)$$

$$\alpha_{n,p} = \frac{1}{n_{n,p}} \frac{\alpha_{tot}}{0.98} = \frac{1}{2} \times 127 \frac{0.054}{0.98}$$

$$= 2.1 \times 10^{-4} V/K$$

ولتاژ مدار بسته به ازای جریان در نمودار ۳ نمایش داده شده است. مقاومت داخلی ماژول براساس این نمودار به صورت رابطه زیر به دست می آید:

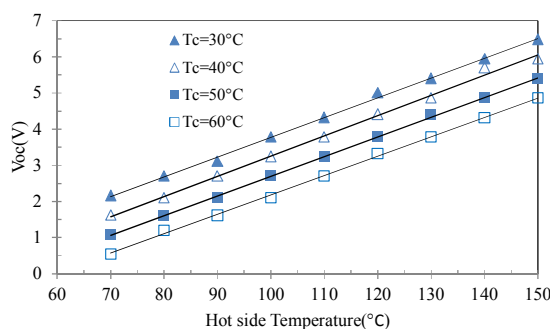
$$V_{cc} = V_{oc} - R_{TEG} I \quad (33)$$

$$R_{TEG} = -\frac{dV_{cc}}{dI} + \frac{V_{oc}}{I} = 3.05 \Omega$$

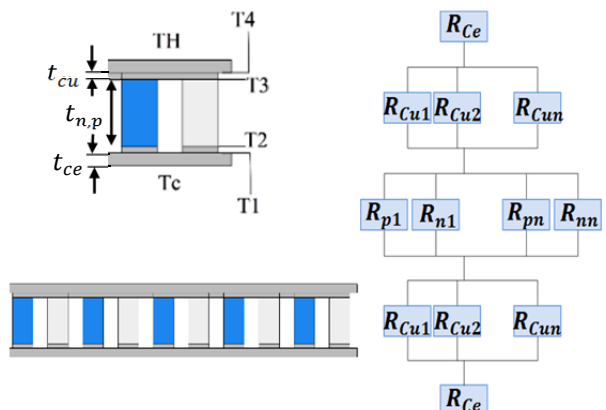
مقاومت الکتریکی ویژه ورقه های مسی  $1/7 \times 10^{-8}$  بوده [18]، بنابراین مقاومت الکتریکی ویژه پایه ها برابر با رابطه زیر است:

$$R_{TEG} = n_{n,p} \rho_{n,p} \frac{l_{n,p}}{A_{n,p}} + n_{cu} \rho_{cu} \frac{l_{cu}}{A_{cu}} \quad (34)$$

$$\rho_{n,p} = 1.47 \times 10^{-5} Vm/A$$

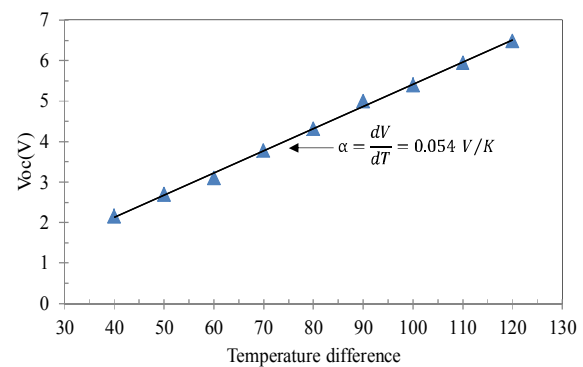


نمودار (۱) ولتاژ مدار باز بر حسب دمای سطح گرم به ازای دماهای مختلف سطح سرد

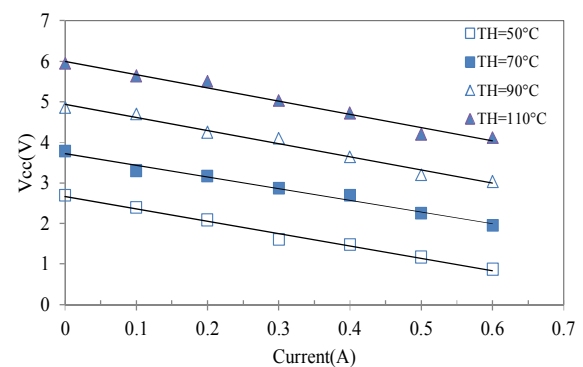


شکل (۶) مدار حرارتی معادل یک ماژول ترموالکتریک

هستیم. ابعاد هندسی پایه‌های نیمه‌هادی و دمای سطوح گرم و سرد، پارامترهای اساسی هستند که چگونگی وابستگی توان و بازده ماژول به آنها در نمودارهای ۵ و ۶ نمایش داده شده است. همان طور که در نمودار ۵ مشاهده می‌شود، برای یک جفت پایه و به‌ازای شرایط دمایی یکسان، توان تولیدی با طول پایه  $t_n, p$ ، نسبت عکس و با عرض مقطع پایه  $W$  نسبت مستقیم دارد، اما بازده ماژول مستقل از ابعاد هندسی بوده و مقداری ثابت است. همین طور نمودار ۶ بیانگر آن است که برای یک جفت پایه و یک طول پایه مشخص و به‌ازای دمای ثابت سطح سرد، توان و بازده رابطه‌ای مستقیم با اختلاف دما دارند.



نمودار ۲) ولتاژ مدارباز بر حسب اختلاف دما



نمودار ۳) ولتاژ مداربسته بر حسب جریان

## ۲-۵ نتایج مطالعه تجربی و تئوری سامانه ترموالکتریک

توزیع دمای سطوح گرم و سرد ماژول‌های ترموالکتریک به‌دست‌آمده از شبیه‌سازی در نرم‌افزار فلوئنت و دمای مراکز سطح در حالت تجربی و شبیه‌سازی شده در شکل ۷ نمایش داده شده است. با مقایسه دمای اندازه‌گیری شده و شبیه‌سازی شده برای نقاط مرکزی مشاهده می‌شود که نتایج شبیه‌سازی با دقت بسیار خوبی صحت دارند.

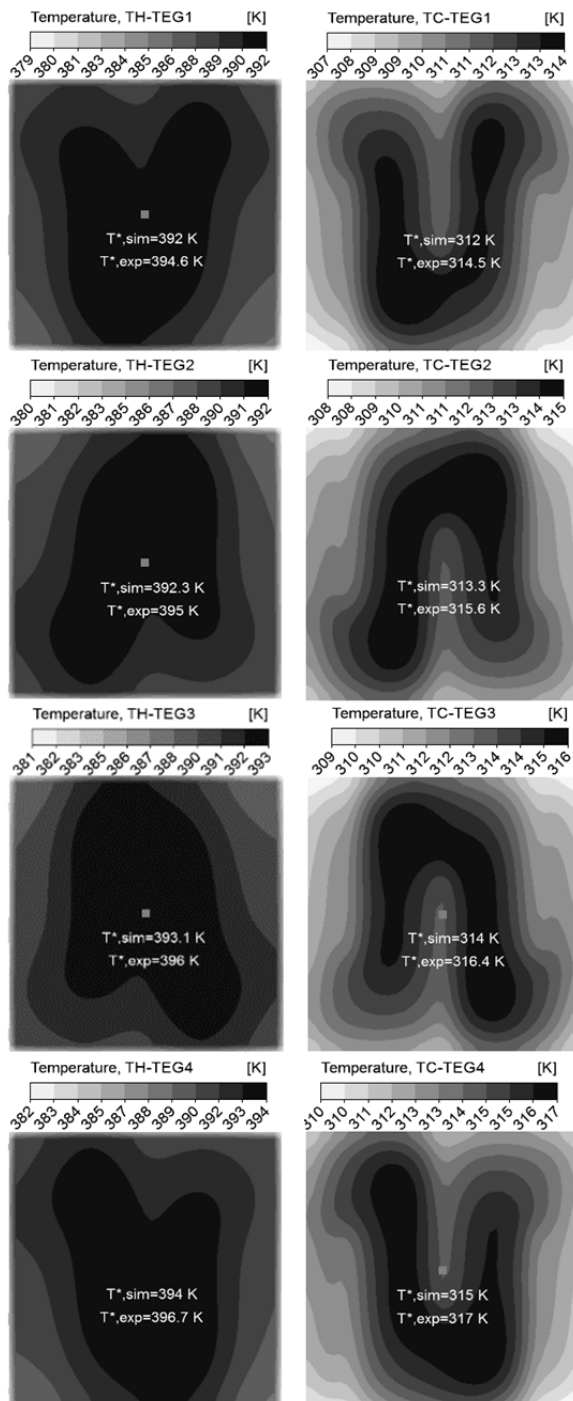
توزیع دما و خطوط جریان آب‌خنک‌کن در شکل ۸ نمایش داده شده است. دمای خروجی آب پیش‌بینی شده از شبیه‌سازی برابر با  $294.06\text{ K}$  بوده که بسیار نزدیک به دمای اندازه‌گیری شده  $294.8\text{ K}$  است.

## ۳-۵ توان تولیدی و بازده

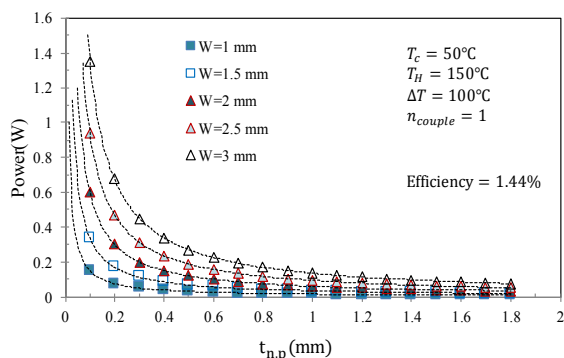
با استفاده از یک مقاومت مصرفی متغیر، توان تولیدی ماژول‌ها بر حسب جریان در شرایط دمایی یکسان اندازه‌گیری شد. نتایج اندازه‌گیری‌ها و نیز نتایج به‌دست‌آمده از شبیه‌سازی و حل المان محدود ارایه‌شده در نمودار ۴ آورده شده است. نتایج پیش‌بینی شده توسط حل به‌دست‌آمده براساس مدل‌سازی غیرخطی و شبیه‌سازی با نرم‌افزار انسیس کاملاً مطابق هستند. بیشینه توان تولیدی در حالت تجربی و پیش‌بینی شده توسط حل ارایه‌شده به‌ترتیب برابر با  $6/1$  و  $5/6\text{ W}$  است. بازده سامانه که برابر نسبت توان تولیدی به شار حرارت ورودی  $5.0\text{ W}$  است نیز در نمودار آورده شده است.

## ۴-۵ تاثیر پارامترهای هندسی و شرایط مرزی دمایی بر عملکرد ژنراتور ترموالکتریک

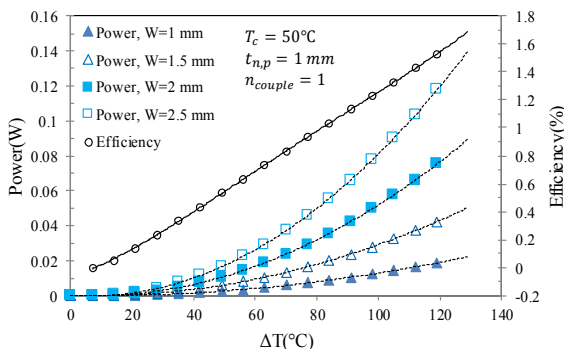
نتایج به‌دست‌آمده از حل المان محدود ارایه‌شده با نتایج آزمایشات تجربی، مقایسه و صحت‌گذاری شد. با توجه به تطابق بسیار بالای این نتایج، به‌دنبال بررسی تاثیر پارامترهای مختلف بر عملکرد ژنراتورهای ترموالکتریک با استفاده از حل المان محدود ارایه‌شده



شکل ۷) توزیع دمای سطوح گرم و سرد ماژول‌های ترموالکتریک - مقایسه دمای مرکز سطح ( $T^*$ )، در حالت تجربی و شبیه‌سازی شده



نمودار ۵) توان تولیدی ژنراتور ترموالکتریک بر حسب طول پایه‌های نیمه‌هادی



نمودار ۶) توان تولیدی و بازده ژنراتور ترموالکتریک بر حسب اختلاف دما

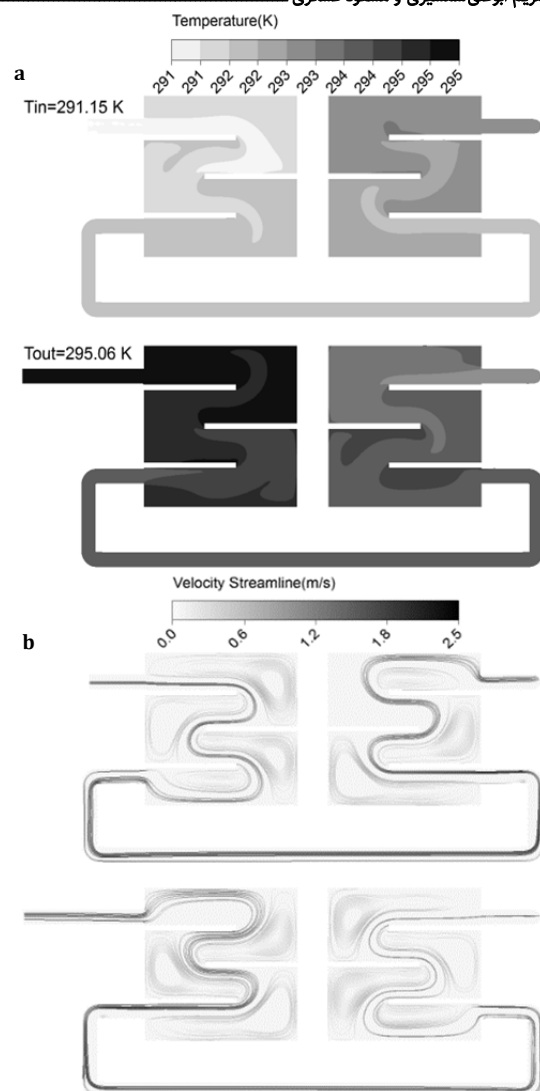
## ۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله یک سامانه آزمایشگاهی برای استخراج خواص ژنراتور ترموالکتریک TEG1-199-1.4-0.5 طراحی و ساخته شد. سامانه شامل چهار ژنراتور ترموالکتریک است که حرارت را از یک هیتر برقی ۵۰۰W دریافت و در سمت دیگر با دفع حرارت به آب در حال گردش برق تولید می‌کند. ابتدا برای تحلیل حرارتی سیالاتی، این سامانه به صورت سه‌بعدی در نرم‌افزار انسیس-فلوئنت شبیه‌سازی شد. توزیع دمای به‌دست‌آمده از این تحلیل به‌عنوان شرایط مرزی تحلیل ترموالکتریک اعمال شد. برای تحلیل ترموالکتریک از دو روش، یکی آرایه کد المان محدود در نرم‌افزار MATLAB و دیگری شبیه‌سازی در نرم‌افزار انسیس ترمال-الکتریک استفاده شد. نتایج با نتایج تجربی مقایسه و صحت‌گذاری شدند. در پایان، تاثیر ابعاد هندسی و شرایط مرزی دمایی بر عملکرد ژنراتورهای ترموالکتریک، به‌کمک کد المان محدود آرایه‌شده بررسی شد. در ادامه به نتایج به‌دست‌آمده اشاره شده است:

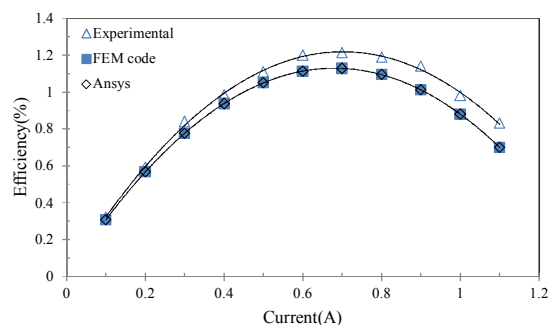
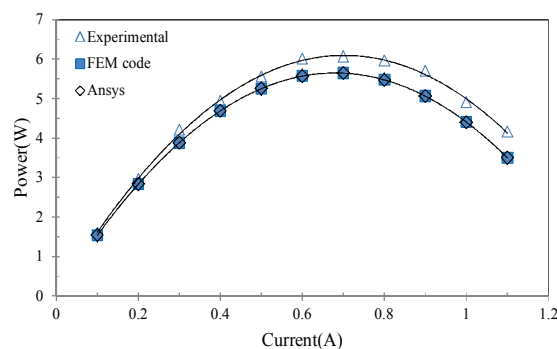
الف- نتایج آزمایش‌های انجام‌شده برای اندازه‌گیری ضریب سیبک و مقاومت داخلی مازول ترموالکتریک به‌ترتیب مقادیر  $47/5 \mu\text{V/K}$  و  $3/5 \Omega$  را نشان می‌دهد. برای اندازه‌گیری ضریب سیبک، مقادیر ولتاژ مدار باز تولیدی یک مازول به‌ازای اختلاف دمای دو سطح آن در چندین نقطه ثبت شد. با قراردادن یک مقاومت مصرفی متغیر و اندازه‌گیری مقادیر ولتاژ مدار بسته به‌ازای جریان در چندین نقطه، مقاومت داخلی مازول محاسبه شد.

ب- نتایج نشان‌دهنده تطابق خوب دمای مرکز سطح مازول‌ها  $(T^*)$ ، در حالت تجربی و شبیه‌سازی شده است. همچنین دمای آب در عبور از سامانه  $3/65^\circ\text{C}$  افزایش می‌یابد که شبیه‌سازی این مقدار را  $3/91^\circ\text{C}$  پیش‌بینی کرده است.

ج- بیشینه توان تولیدی اندازه‌گیری‌شده و پیش‌بینی‌شده از شبیه‌سازی و نیز کد المان محدود به‌ترتیب برابر با  $6/1 \text{ W}$  و  $5/6 \text{ W}$



شکل ۸) توزیع دما و خطوط جریان آب‌خنک‌کن؛ (a) توزیع دمای آب‌خنک‌کن، (b) خطوط جریان آب‌خنک‌کن



نمودار ۹) توان (بالا) و بازده (پایین) سامانه ترموالکتریک بر حسب جریان

د) تاثیر ابعاد هندسی پایه‌ها شامل طول و سطح مقطع و نیز دمای سطوح گرم و سرد ژنراتور ترموالکتریک بر توان و بازده خروجی بررسی شد. نتایج نشان داد که برای یک جفت پایه، توان تولیدی دارای رابطه‌ای مستقیم با سطح مقطع پایه و اختلاف دما و رابطه‌ای عکس با طول پایه است.

**تشکر و قدردانی:** موردی از سوی نویسندگان بیان نشده است.

**تأییدیه اخلاقی:** موردی از سوی نویسندگان بیان نشده است.

**تعارض منافع:** موردی از سوی نویسندگان بیان نشده است.

**سهم نویسندگان:** مریم ابوعلی‌شمشیری (نویسنده اول)، نگارنده مقدمه/پژوهشگر اصلی/تحلیلگر آماری (۵۰٪)؛ مسعود عسگری (نویسنده دوم)، روش‌شناس/پژوهشگر کمکی/نگارنده بحث (۵۰٪) **منابع مالی:** موردی از سوی نویسندگان بیان نشده است.

## ۷- پی‌نوشت علام

|                    |                                                                       |
|--------------------|-----------------------------------------------------------------------|
| $P$                | فشار ( $\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-2}$ )                               |
| $T$                | دما (K)                                                               |
| $v$                | بردار سرعت ( $\text{ms}^{-1}$ )                                       |
| $u_i$              | مولفه‌های بردار سرعت ( $\text{ms}^{-1}$ )                             |
| $R$                | مقاومت الکتریکی ( $\Omega$ )                                          |
| $R_{th}$           | مقاومت حرارتی ( $\text{KW}^{-1}$ )                                    |
| $k$                | ضریب انتقال حرارت هدایتی ( $\text{Wm}^{-1}\text{K}$ )                 |
| $ZT$               | مشخصه عملکرد ماده ترموالکتریک                                         |
| $L$                | طول پایه نیمه‌هادی (m)                                                |
| $W$                | عرض پایه نیمه‌هادی (m)                                                |
| $j$                | بردار شار جریان الکتریکی ( $\text{Am}^{-2}\text{e}$ )                 |
| $I$                | جریان الکتریکی (A)                                                    |
| $q$                | بردار شار حرارتی ( $\text{Wm}^{-2}$ )                                 |
| $Q$                | انتقال حرارت (W)                                                      |
| $w$                | ضرایب وزنی                                                            |
| [N]                | ماتریس توابع شکست                                                     |
| [K]                | ماتریس سختی                                                           |
| [T]                | ماتریس تانژانت                                                        |
| $U$                | بردار حاوی مقادیر ولتاژ و دمای نقاط گره                               |
| $k_t$              | انرژی جنبشی جریان آشفته ( $\text{Jkg}^{-1}$ )                         |
| <b>علام یونانی</b> |                                                                       |
| $\mu$              | ویسکوزیته دینامیک ( $\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$ )                  |
| $\mu_t$            | ویسکوزیته آشفته ( $\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$ )                    |
| $\rho$             | چگالی ( $\text{kgm}^{-3}$ )                                           |
| $\alpha$           | ضریب سیبک ( $\text{VK}^{-1}$ )                                        |
| $\Pi$              | ضریب پلتیر ( $V$ )                                                    |
| $\gamma$           | ضریب رسانش الکتریکی ( $\text{AV}^{-1}\text{m}^{-1}$ )                 |
| $\rho_e$           | مقاومت الکتریکی ویژه ( $\Omega\text{m}$ )                             |
| $\tau$             | ضریب تامسون ( $\text{VK}^{-2}$ )                                      |
| $\varepsilon$      | نرخ اضمحلال ویسکوز انرژی جنبشی آشفته ( $\text{m}^{-2}\text{s}^{-3}$ ) |
| <b>بالانویس‌ها</b> |                                                                       |
| SGS                | مقیاس زیرشبکه                                                         |
| <b>زیرنویس‌ها</b>  |                                                                       |
| $s$                | سیبک                                                                  |
| $C$                | سطح سرد                                                               |
| $H$                | سطح گرم                                                               |
| $p$                | نیمه‌هادی نوع مثبت                                                    |
| $n$                | نیمه‌هادی نوع منفی                                                    |
| $in$               | ورودی                                                                 |
| $out$              | خروجی                                                                 |
| $oc$               | مدار باز                                                              |
| $ecc$              | مدار بسته                                                             |
| $ave$              | مقدار متوسط                                                           |
| $eeq$              | معادل                                                                 |
| $tot$              | کل                                                                    |

## منابع

- 1- Liu W, Hu J, Zhang Sh, Deng M, Han CG, Liu Y. New trends, strategies and opportunities in thermoelectric materials: A perspective. *Materials Today Physics*. 2017;1:50-60.
- 2- Elsheikh MH, Shnawah DA, Sabri MFM, Said SBM, Hassan MH, Bashir MBA, et al. A review on thermoelectric renewable energy: Principle parameters that affect their performance. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. 2014;30:337-355.
- 3- Marchenko OV. Performance modeling of thermoelectric devices by perturbation method. *International Journal of Thermal Sciences*. 2018;129:334-342.
- 4- Goupil Ch, Seifert W, Zabrocki K, Müller E, Snyder GJ. Thermodynamics of thermoelectric phenomena and applications. *Entropy*. 2011;13(8):1481-1517.
- 5- Zhang S. 6 supermaterials that could change our world [Internet]. United States: Gizmodo; 2015 [cited 2017 March 01]. Available from: <https://gizmodo.com/beyond-graphene-6-supermaterials-that-could-change-our-1681845262>
- 6- Elsarrag E, Pernau H, Heuer J, Roshan N, Alhorr Y, Bartholomé K. Spectrum splitting for efficient utilization of solar radiation: A novel photovoltaic-thermoelectric power generation system. *Renewables Wind Water and Solar*. 2015;2(1):16-26.
- 7- Daghigh R, Khaledian Y. Effective design, theoretical and experimental assessment of a solar thermoelectric cooling-heating system. *Solar Energy*. 2018;162:561-572.
- 8- Mengmeng W, Houcheng Z, Jiapeli Z, Fu W, Jinliang Y. Performance analyzes of an integrated phosphoric acid fuel cell and thermoelectric device system for power and cooling cogeneration. *International Journal of Refrigeration*. 2018;89:61-69.
- 9- Pérez-Aparicio JL, Taylor RL, Gavela D. Finite element analysis of nonlinear fully coupled thermoelectric materials. *Computational Mechanics*. 2007;40(1):35-45.
- 10- Palma R, Pérez-Aparicio JL, Taylor RL. Non-linear finite element formulation applied to thermoelectric materials under hyperbolic heat conduction model. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2012;213-216:93-103.
- 11- Pérez-Aparicio JL, Palma R, Taylor RL. Finite element analysis and material sensitivity of Peltier thermoelectric cells coolers. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2012;55(4):1363-1374.
- 12- Korotkov AS, Loboda VV, Makarov SB, Feldhoff A. Modeling thermoelectric generators using the ANSYS software platform: Methodology, practical applications, and prospects. *Russian Microelectronics*. 2017;46(2):131-138.
- 13- Fahad H, Hasan MD, Li G, Hussain M. Thermoelectricity from wasted heat of integrated circuits. *Applied Nanoscience*. 2013;3(3):175-178.
- 14- Lee H, Sharp J, Stokes D, Pearson M, Priya Sh. Modeling and analysis of the effect of thermal losses on thermoelectric generator performance using effective properties. *Applied Energy*. 2018;211:987-996.
- 15- Lamba R, Manikandan S, Kaushik SC, Tyagi SK. Thermodynamic modelling and performance

and design optimization of exhaust-based thermoelectric generator system for internal combustion engine. *Energy Conversion and Management*. 2014;85:85-101.

19- Meng JH, Zhang XX, Wang XD. Characteristics analysis and parametric study of a thermoelectric generator by considering variable material properties and heat losses. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2015;80:227-235.

20- Bai W, Yuan X, Liu X. Numerical investigation on the performances of automotive thermoelectric generator employing metal foam. *Applied Thermal Engineering*. 2017;124:178-184.

optimization of trapezoidal thermoelectric cooler using genetic algorithm. *Thermal Science and Engineering Progress*. 2018;6:236-250.

16- Deasy MJ, Baudin N, O'Shaughnessy SM, Robinson AJ. Simulation-driven design of a passive liquid cooling system for a thermoelectric generator. *Applied Energy*. 2017;205:499-510.

17- Wengang H, Lulu W, Zongmin Z, Yanhua L, Mingxin L. Research on simulation and experimental of thermal performance of LED array heat sink. *Procedia Engineering*. 2017;205:2084-2091.

18- Niu Z, Diao H, Yu Sh, Jiao K, Du Q, Shu G. Investigation