



Numerical Investigation of Convection around Heated Circular Cylinder Wrapped with Bi-Disperse Porous Medium in Channel

ARTICLE INFO

Article Type

Original Research

Authors

Dabirpour V.¹ MSc,
Mohammadipour O.R.*¹ PhD

How to cite this article

Dabirpour V, Mohammadipour O.R. Numerical Investigation of Convection around Heated Circular Cylinder Wrapped with Bi-Disperse Porous Medium in Channel. Modares Mechanical Engineering. 2019;19(3): 539-548.

ABSTRACT

In this study, convective heat transfer around a heated circular cylinder covered with an annular porous medium in a flat channel was numerically investigated. To enhance the heat transfer, the porous medium is chosen to have a high thermal conductivity, whereas it is equipped with two different dispersions to reduce the pressure drop through the channel. To create two different dispersions (bi-disperse porous medium), the cylinder is covered uniformly by multiple porous fins with a porosity of 0.9. In this regard, the fin porosity will be the first levels of porosity (microscopic porosity) and the arrangement of fins will be referred to as the second levels (macroscopic porosity) of the porous medium. The main goal of this research is to investigate and optimize flow conditions to achieve the highest outlet temperature and the highest heat transfer rate, where the pressure drop is reduced to a minimum value. This optimization is carried out for flow Reynolds number of 60 to 120, the Darcy number of 10⁻³ to 10⁻⁵, macroscopic porosity of 0.25 to 0.75, and outer to inner fin ratios of 1.5 to 2. Numerical simulations are conducted, using the lattice Boltzmann method and the validity of simulations is assessed by the use of numerical and experimental data available in the literature. To optimize, the response surface methodology (RSM) with a central composite design is used and numerical results indicate that predictions obtained by RSM are in good agreement with actual flow condition in the optimum configuration. This research can provide new insight into the optimization process in heat exchanger designs.

Keywords Convection; Bi-disperse Porous Medium; Lattice Boltzmann Method

CITATION LINKS

[1] Fluid flow and heat transfer around circular cylinders ... [2] Fluid motion around and through a porous ... [3] Augmentation of heat transfer from a solid cylinder wrapped ... [4] Numerical simulation of the flow around a porous covering square ... [5] Metal foam heat exchangers for heat transfer augmentation ... [6] Fluid flow and forced convection heat transfer around a solid ... [7] Convection in porous ... [8] Handbook of porous ... [9] Convective heat transfer: Mathematical and computational ... [10] Principles of heat transfer in porous ... [11] A theoretical and experimental study on stagnant thermal ... [12] Lattice Boltzmann pore scale simulation of natural convection ... [13] A two-velocity two-temperature model for a bi-dispersed porous ... [14] Thermally developing forced convection in a bidisperse ... [15] Forced convection in a bi-disperse porous medium ... [16] Forced convection in a channel partly occupied by a bidisperse ... [17] The onset of convection in a bidisperse porous ... [18] Natural convection about a vertical plate embedded ... [19] Free convection in a square cavity filled with a bidisperse ... [20] Free convection in a square cavity filled with ... [21] Blockage effects in natural convection in differentially ... [22] Natural convection in an enclosure with disconnected ... [23] Natural convection in nonhomogeneous ... [24] Heat transfer in enclosures having a fixed amount of solid material ... [25] Laminar natural convection in cavities filled with circular ... [26] Theoretical analysis of natural convection in an enclosure ... [27] Natural convection inside a bidisperse porous ... [28] Lattice Boltzmann simulation of natural convection with ... [29] A lattice Boltzmann model for convection heat transfer ... [30] A critical evaluation of force term in lattice Boltzmann ... [31] General velocity, pressure, and initial condition for ... [32] A numerical study of natural convection in a square enclosure ... [33] Natural convection in the annulus between concentric horizontal ... [34] Lattice Boltzmann model for incompressible flows through ... [35] Response surface methodology (RSM) as a tool ...

¹Mechanical Engineering Department, Payame Noor University (PNU), Tehran, Iran

*Correspondence

Address: Mechanical Engineering Department, Payame Noor University (PNU), Tehran, Iran.
Phone: +98 (21) 23320000
Fax: -
o.mohammadipour@pnu.ac.ir

Article History

Received: April 16, 2018
Accepted: October 23, 2018
ePublished: March 01, 2019

بررسی عددی انتقال حرارت همرفت حول استوانه گرم پوشیده‌شده از محیط متخلخل با دو پراکندگی تخلخل در کانال

وحید دبیرپور MSc

گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه پیام نور، تهران، ایران

امیدرضا محمدی‌پور * PhD

گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه پیام نور، تهران، ایران

چکیده

در پژوهش حاضر انتقال حرارت همرفت حول یک استوانه گرم پوشیده‌شده با محیط متخلخل حلقوی در یک کانال تخت مورد بررسی قرار گرفته‌است. برای بهبود انتقال حرارت از محیط متخلخل با رسانندگی حرارتی بالا استفاده شده و در عین حال برای کاهش افت فشار جریان دو پراکندگی تخلخل برای این محیط در نظر گرفته شده است. برای ایجاد دو پراکندگی تخلخل، از پره‌های متخلخل با تخلخل ۰/۹ استفاده شده است که به طور یکنواخت به استوانه متصل شده‌اند. در این حالت پره‌ها درجه اول تخلخل (تخلخل میکروسکوپی) و چیدمان پره‌ها در فضای پیرامون استوانه درجه دوم تخلخل (تخلخل ماکروسکوپی) را تشکیل می‌دهند. هدف از این پژوهش بررسی و بهینه‌سازی شرایط جریان برای دستیابی به بیشترین دمای خروجی و نرخ انتقال حرارت به ازای کمترین اتلافات فشاری است. این بهینه‌سازی در بازه اعداد رینولدز ۶۰ تا ۱۲۰ اعداد دارسی ۳- تا ۱۰-۵، تخلخل ماکروسکوپی ۰/۲۵ تا ۰/۷۵ و نسبت شعاع خارجی به داخلی پره‌های متخلخل ۱/۵ تا ۲ صورت گرفته است. مدل‌سازی مساله به کمک روش عددی شبکه بولتزمن صورت گرفته و صحت شبیه‌سازی توسط مطالعات عددی و آزمایشگاهی موجود مورد ارزیابی قرار گرفته است. بهینه‌سازی نتایج به کمک روش سطح پاسخ مرکب مرکزی سه‌سطحی انجام شده و نتایج عددی حاکی از صحت پیش‌بینی‌ها در شرایط بهینه است. به این ترتیب نتایج حاصل از این تحقیق می‌تواند راهنمایی مفید در زمینه بهینه‌سازی مبدل‌های حرارتی قلمداد شود.

کلیدواژه‌ها: انتقال حرارت همرفت، محیط متخلخل با دو پراکندگی تخلخل، روش شبکه بولتزمن

تاریخ دریافت: ۹۷/۰۱/۲۷

تاریخ پذیرش: ۹۷/۰۸/۰۱

* نویسنده مسئول: o.mohammadipour@pnu.ac.ir

۱- مقدمه

یکی از متداول‌ترین مبدل‌های حرارتی که به‌طور گسترده در صنایع مورد استفاده قرار می‌گیرد، مبدل‌های مبتنی بر آرایه پوسته و لوله است. به دلیل کاربردهای فراوان این نوع از مبدل حرارتی، راهکارهای زیادی برای بهبود عملکرد آن توسط پژوهشگران معرفی و مورد استفاده قرار گرفته است. یکی از این راهکارها استفاده از لوله‌های پوشیده‌شده با مواد متخلخل با رسانش حرارتی بالا بوده که در سال‌های اخیر بسیار مورد توجه قرار گرفته است. لایقی و نوری‌بروجردی^[۱] با مطالعه روی انتقال حرارت همرفت در آرایه‌هایی از استوانه‌های دایره‌ای در ارتباط مستقیم با جریان گذرنده یا احاطه‌شده با محیط متخلخل توانستند میزان انتقال حرارت را به میزان ۸۰٪ افزایش دهند. این در حالی است که لایه اضافه‌شده از محیط متخلخل سبب افزایش افت فشار در سیستم می‌شود. باهاتاچاریا و همکاران^[۲] در یک پژوهش عددی به چگونگی تغییر نیروی پسا در جریان سیال حول استوانه متخلخل پرداختند. باهاتاچاریا و سینگ^[۳] تاثیر خواص لایه متخلخل را بر تقویت انتقال حرارت روی لوله دایره‌ای با دمای ثابت بررسی کردند. در این پژوهش تاثیر پارامترهایی مثل گذردهی، رسانش حرارتی لایه متخلخل، عدد رینولدز جریان و عدد گراش و همچنین

ضخامت لایه متخلخل در انتقال حرارت ترکیبی (همرفت اجباری و طبیعی) مورد مطالعه قرار گرفته است. رونگ و همکاران^[۴] جریان حول منشور با مقطع مربعی پوشیده‌شده با یک لایه متخلخل را شبیه‌سازی نمودند. وودابی و همکاران^[۵] در پژوهشی عددی، انتقال حرارت روی استوانه جامد پوشیده‌شده از فوم فلزی در مجاورت جریان آزاد را مورد بررسی قرار دادند. آنها در این پژوهش پارامترهایی شامل سرعت جریان و خواص فوم فلزی مثل تخلخل، گذردهی و ضریب درگ روی انتقال حرارت و جریان سیال را مورد مطالعه قرار دادند. رشیدی و همکاران^[۶] مطالعه عددی را بر جریان سیال روی استوانه پوشیده‌شده با محیط متخلخل انجام دادند. در این پژوهش نشان داده شد که با بهینه‌کردن فرآیند هدایت یا به بیان دیگر بهینه‌کردن اندازه ضخامت لایه متخلخل و تخلخل می‌توان کمترین انتقال حرارت از استوانه را داشت.

روابط و معادلات مربوط به انتقال حرارت در محیط متخلخل توسط نیل و بیژن^[۷]، وفایی^[۸]، پاپ و اینگام^[۹] و کایانی^[۱۰] ارایه شده‌اند. چن و همکاران^[۱۱] در سال ۲۰۰۰ برای اولین بار مطالعه‌ای عددی و تجربی را در نوعی از محیط متخلخل انجام دادند که شامل دو فاز تخلخل یعنی تخلخل ماکروسکوپی و میکروسکوپی بود. این نوع جدید از محیط متخلخل و کاربردهای متنوع آن خیلی سریع مورد توجه پژوهشگران قرار گرفت^[۱۲]. بعد از پژوهش چن و همکاران^[۱۲]، اولین پژوهش تئوری روی مواد متخلخل با دو پراکندگی تخلخل توسط نیل و کوزنتسوس^[۱۳] در سال ۲۰۰۵ صورت گرفت که در این پژوهش برای مدل‌کردن محیط متخلخل با دو پراکندگی تخلخل یک روش تئوری پیشنهاد شد. این روش بعدها در بررسی انتقال حرارت اجباری^[۱۴-۱۶] و انتقال حرارت طبیعی^[۱۷] در محیط‌هایی با تخلخل چندگانه مورد استفاده قرار گرفت. رونیک و همکاران^[۱۹] به بررسی انتقال حرارت طبیعی در حفره با دو پراکندگی تخلخل و قلم‌باز و همکاران^[۲۰] به بررسی انتقال حرارت طبیعی در حفره با سه پراکندگی تخلخل با استفاده از روش معرفی‌شده پرداختند.

پژوهش‌های متعددی در مورد محیط متخلخل با مقیاس ماکروسکوپی انجام شده، به این صورت که به‌جای استفاده از مدل دارسی (برای یک پراکندگی تخلخل) از موانع جامد برای ایجاد محیط متخلخل استفاده شده است. استفاده از چنین دیدگاهی باعث افزایش دقت در مدل‌سازی محیط متخلخل می‌شود، اما مشکل عمده‌ای که در این روش وجود دارد این است که در همه مسایل کاربردی نیست. از مهم‌ترین پژوهش‌ها در این نوع از شبیه‌سازی محیط متخلخل می‌توان به پژوهش مریخ^[۲۱]، مریخ و لگ^[۲۲، ۲۳]، براگا و دی‌موس^[۲۴، ۲۵] و هومن و مریخ^[۲۶] اشاره کرد. ناراسیمهان و ردی^[۲۷] با استفاده از این ایده و جانشین‌کردن موانع جامد با موانع متخلخل به بررسی محیط‌هایی با دو پراکندگی تخلخل پرداختند. در این مطالعه که مبتنی بر روش المان محدود بوده، برای تخلخل میکروسکوپی (موانع متخلخل) از مدل دارسی-فورشیمر استفاده شده است. ایمانی و هومن^[۱۲] در مطالعه‌ای که با استفاده از روش شبکه بولتزمن انجام شد، حلی عددی برای حفره پُر شده از محیط متخلخل با دو پراکندگی تخلخل ارایه دادند. هندسه مورد مطالعه در این پژوهش همانند پژوهش ناراسیمهان و ردی^[۲۷] است، با این تفاوت که به‌جای استفاده از مدل دارسی-فورشیمر برای موانع متخلخل، از موانع کوچک جامد مربعی برای ایجاد تخلخل میکروسکوپی استفاده کردند. موانع جامد ایجادکننده تخلخل، برای دو حالت جدا و چسبیده به دیوار حفره مورد مطالعه قرار گرفتند. نتایج این مطالعه با گزارش‌های ناراسیمهان و ردی^[۲۷]

$$x^* = \frac{x}{L_0} \quad t^* = \frac{t}{t_0} \quad V = \frac{v}{v_0}$$

$$P = \frac{p}{\rho_0 v_0^2} \quad \theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c} \quad Re = \frac{v_0 L_0}{\nu} \quad (۱)$$

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad Ra = \frac{g\beta\Delta T L^3}{\nu\alpha} \quad Da = \frac{K}{L^2}$$

$$\nabla \cdot V = 0 \quad (۲)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \cdot \nabla(V) = -\nabla(P) + \frac{1}{Re} \nabla^2 V + \left[-\varepsilon \frac{Ra}{Re^2 Pr} \theta \right] \quad (۳)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + V \cdot \nabla \theta = \frac{1}{Re Pr} \nabla^2 \theta \quad (۴)$$

در فضاهایی که تخلخل میکروسکوپی وجود دارد (پره‌ها)، به معادله مومنوم در دو جهت عمودی و افقی، ترم‌های داری و فورشیمر به صورت نیروی حجمی اضافه می‌شود.

$$\nabla \cdot V = 0 \quad (۵)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \cdot \nabla \left(\frac{V}{\varepsilon} \right) = -\nabla(\varepsilon P) + \frac{1}{Re} \nabla^2 V + \left[-\frac{\varepsilon}{Da Re} V - \varepsilon \frac{C_f}{\sqrt{Da}} |V| V - \varepsilon \frac{Ra}{Re^2 Pr} \theta \right] \quad (۶)$$

$$A \frac{\partial \theta}{\partial t} + V \cdot \nabla \theta = B \frac{1}{Re Pr} \nabla^2 \theta \quad (۷)$$

در معادله ۷، ضرایب A و B استفاده شده برای اضافه کردن تاثیر اختلاف رسانش حرارتی و ظرفیت گرمایی بین ماده متخلخل و سیال عامل در محیط متخلخل به معادله انرژی، به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$A = \sigma + \varepsilon(1 - \sigma) \quad (۸)$$

$$B = k_r + \varepsilon(1 - k_r)$$

در معادلات ۸، k_r نسبت رسانش حرارتی فاز جامد به سیال در محیط متخلخل بوده که در پژوهش حاضر با فرض آلیاژ آلومینیوم برای فاز جامد و آب برای فاز سیال به صورت $k_r = ۲۹۶/۴۸$ در نظر گرفته شده است. σ نسبت ظرفیت گرمایی فاز جامد نسبت به ظرفیت حرارتی فاز سیال بوده که در این پژوهش برابر با یک در نظر گرفته شده است [28]. شرایط مرزی مساله مورد مطالعه شامل شرط عدم لغزش در دیوارهای بالایی و پایینی و همچنین روی سطح خارجی استوانه است. شرایط مرزی مربوط به معادله انرژی شامل عایق بودن دیوارهای مجرا و شروط دمایی ثابت برابر با صفر برای سیال ورودی و دمایی ثابت یک برای دیوار استوانه با مقطع دایره‌ای شکل است.

$$at X = 0 \rightarrow \theta = 0, V_x = -4(y^{*2} - y^*) \quad (۹-الف)$$

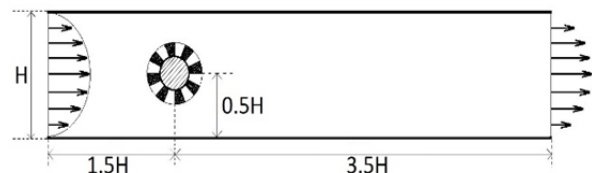
$$at Y = 0, H \rightarrow \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0, V_x = 0, V_y = 0 \quad (۹-ب)$$

همخوانی خوبی دارد که تخلخل میکروسکوپی را با معادلات داری مدل کرده بودند.

موضوعی که در اغلب پژوهش‌های مورد اشاره نادیده گرفته شده، اثرات محیط متخلخل بر اتلافات جریان است. اگر چه حضور مانع متخلخل موجب بهبود قابل ملاحظه انتقال حرارت در مبدل‌ها خواهد شد، اما با این وجود افت فشار به وجود آمده در مسیر می‌تواند عملکرد مبدل را تحت شعاع قرار دهد. در مطالعه حاضر با توجه ویژه به اتلافات فشاری، جریان سیال عبوری از یک استوانه مورد بررسی قرار گرفته و استوانه در این پژوهش با یک محیط متخلخل با پراکندگی دوگانه پوشانده شده است. روش عددی مورد استفاده در این پژوهش شبکه بولتزمن بوده و در نهایت نتایج به دست آمده برای رسیدن به یک توازن بهینه میان اتلافات فشاری و نرخ انتقال حرارت مورد ارزیابی قرار گرفته است.

۱-۱- هندسه مورد مطالعه

هندسه مورد بررسی در این پژوهش همان طور که در شکل ۱ نشان داده شده، مجرای دوبعدی و عایق به طول $5H$ و عرض H بوده که دربرگیرنده مانعی دایره‌ای شکل به قطر $H/3$ است. مانع در میانه عرض مجرا و به فاصله $1/5H$ از ابتدای مجرا ثابت شده است. در طول بررسی فرض شده که دمای مانع در عدد $T=1$ ثابت است و در معرض جریان سرد ($T=0$) و کاملاً توسعه یافته‌ای قرار دارد که از ابتدای مجرا وارد می‌شود. در انتهای مجرا با توجه به فاصله مناسب از مانع، تغییرات سرعت و دما در امتداد جریان چشم‌پوشی شده است. هدف از این پژوهش، بهبود هدفمند انتقال حرارت در هندسه مورد اشاره است. در این راستا مانع دایره‌ای با لایه‌ای از پره‌های متخلخل پوشانده شده است. در این لایه ۲ درجه از تخلخل قابل تعریف است. در درجه میکروسکوپی، پره‌ها دارای ضریب تخلخل (ε_{mic}) هستند و در مقیاس ماکروسکوپی تعداد و چیدمان پره‌ها نشان‌دهنده درجه دوم تخلخل (ε_{mac}) خواهند بود.



شکل ۱) هندسه مورد مطالعه

پره‌های متصل به مانع از جنس آلومینیوم با ضریب تخلخل میکروسکوپی بالا ($0/۹$) انتخاب شده و در مجموع ۳۶ جایگاه برای پره‌هایی با اختلاف زاویه ۱۰ درجه در نظر گرفته شده است. این ۳۶ جایگاه در شرایط شبیه‌سازی متناسب با ضریب تخلخل ماکروسکوپی و به صورت متقارن تکمیل خواهند شد. به طور مثال در تخلخل ماکروسکوپی $\varepsilon_{mac}=0/۵$ ، جایگاه‌ها با ۱۸ پره به صورت یک در میان تکمیل خواهد شد.

۲- معادلات حاکم

با استفاده از تعریف کمیات بدون بعد زیر (معادله ۱) و با صرف نظر از بالانویس‌ها برای اختصار، معادلات حاکم بی‌بعد شده در فضای مورد بررسی به صورت معادلات ۲-۴ بیان خواهد شد که در آن اثرات جابه‌جایی با تقریب بوزینسک اعمال شده است.

عدد ناسلت روی دیوار استوانه گرم با مقطع دایره‌ای شکل به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$Nu = -R_c \left(\frac{\partial \theta}{\partial r} \right)_{r_{in}} \quad (۱۰)$$

کمیت R_c در این رابطه نشان‌دهنده نسبت رسانندگی محیط مجاور مرز به رسانندگی سیال است. در صورت وجود پره این مقدار برابر با $R_c = 1$ و در غیر این صورت برابر با $R_c = \varepsilon + (1 - \varepsilon) k_s / k_f$ خواهد بود. لازم به ذکر بوده که برای محاسبه گرادیان دما در راستای عمود بر مرز از درون‌یابی دوخطی استفاده شده است. بر همین اساس طبق معادله ۱۰، ناسلت متوسط روی دیوار استوانه به صورت زیر محاسبه خواهد شد:

$$Nu_{ave} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} Nu \, d\theta \quad (۱۱)$$

۳- روش شبکه بولتزمن

روش عددی مورد استفاده در این تحقیق روش شبکه بولتزمن بوده که توسط گوآ و ژائو^[29] برای شبیه‌سازی محیط متخلخل گسترش یافته است. در این مدل دو تابع توزیع موزوسکویی f برای چگالی سیال و g برای توزیع دمایی مورد استفاده قرار می‌گیرد که در ادامه روابط و معادلات مربوط به هر کدام از آنها به اختصار ذکر می‌شود. معادله حاکم بر f ، معادله معروف انتقال بولتزمن است.

$$f_i(r_i + e_i \delta t, t + \delta t) - f(r_i, t) = -\frac{1}{\tau_f} [f_i(r_i, t) - f_i^{eq}(r_i, t)] + \delta t F_i \quad (۱۲)$$

که در آن F_i نیروی حجمی اعمال شده بر سیال و f_i^{eq} تابع توزیع تعادلی است که براساس بسط برش‌خورده معادله ماکسول-بولتزمن به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$f_i^{eq} = \omega_i \rho \left[1 + \frac{e_i \cdot u}{C_s^2} + \frac{(e_i \cdot u)^2}{2\varepsilon_{mic} C_s^4} - \frac{u \cdot u}{2\varepsilon_{mic} C_s^2} \right] \quad (۱۳)$$

ضرایب ω_i در این تعریف، ضرایب وزنی و متناسب با شبکه سرعت e_i است. در فضای فازی دوبعدی و ۹سرته D2Q9 این شبکه سرعت به صورت زیر تعریف خواهد شد:

$$e_i = (0, 0) \quad \text{for } i = 0 \quad (۱۴-الف)$$

$$e_i = c \left(\cos \left[(i-1) \frac{\pi}{2} \right], \sin \left[(i-1) \frac{\pi}{2} \right] \right) \quad \text{for } i = 1, 2, 3, 4 \quad (۱۴-ب)$$

$$e_i = \sqrt{2}c \left(\cos \left[(2i-9) \frac{\pi}{4} \right], \sin \left[(2i-9) \frac{\pi}{4} \right] \right) \quad \text{for } i = 5, 6, 7, 8 \quad (۱۴-ج)$$

در معادلات ۱۴، سرعت شبکه، $c = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ و سرعت صوت در شبکه، $C_s = c / \sqrt{3}$ است. ضرایب وزنی متناظر با شبکه سرعتی فوق به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\omega_i = \begin{cases} \frac{4}{9} & i = 0 \\ \frac{1}{9} & i = 1, 2, 3, 4 \\ \frac{1}{36} & i = 5, 6, 7, 8 \end{cases} \quad (۱۵)$$

در روش شبکه بولتزمن نیروی حجمی (F_i) بر حسب نیروی حجمی ماکروسکوپیک F به صورت زیر تعریف می‌شود^[30]:

$$F_i = w_i \left(1 - \frac{1}{2\tau} \right) \left[\frac{e_i \cdot u}{C_s^2} + \frac{e_i (e_i \cdot u)}{\varepsilon_{mic} C_s^4} \right] \cdot F \quad (۱۶)$$

در معادلات ۱۳ و ۱۶، ε_{mic} برای فضای خالی از محیط متخلخل میکروسکوپ، یک فرض می‌شود. چگالی و سرعت سیال در هر نقطه از شبکه بر حسب توابع توزیع f در همان نقطه و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\rho = \sum_i f_i \quad (۱۷)$$

$$\rho V = \sum_i e_i f_i + \frac{F \delta t}{2\rho} \quad (۱۸)$$

در تقریب دارسی-فورشیمر، اثرات تخلخل به صورت نیروی حجمی متناسب با سرعت جریان مدل می‌شود (دو ترم اول در معادله ۱۹). علاوه بر این اثرات جابه‌جایی نیز در نیروی حجمی لحاظ شده است (ترم آخر).

$$F = -\frac{\varepsilon}{DaRe} V - \varepsilon \frac{C_f}{\sqrt{Da}} |V| V - \varepsilon \frac{Ra}{Re^2 Pr} \theta \quad (۱۹)$$

در فضای خالی از محیط متخلخل، سرعت با استفاده از معادله ۱۸ محاسبه می‌شود که در این معادله نیروی حجمی برابر نیروی شناوری است. برای مدل‌سازی محیط متخلخل، از روش معرفی شده توسط گوآ و ژائو^[29] در این پژوهش استفاده شده است. در روش مذکور با اعمال نیروی حجمی مربوط به مدل‌سازی محیط متخلخل بیان شده (معادله ۱۹) در قسمت برخورد معادله بولتزمن، برای سرعت ماکروسکوپ از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$V = \frac{V'}{c_0 + \sqrt{c_0^2 + c_1 |V'|}} \quad (۲۰)$$

در رابطه ۲۰، V' سرعت میانی است که با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\rho V' = \sum_i e_i f_i + \frac{\delta_t}{2} \varepsilon \rho G \quad (۲۱)$$

که در اینجا G نیروی شناوری است و ثابت‌های c_0 و c_1 با استفاده از روابط زیر تعیین خواهد شد:

$$c_0 = \frac{1}{2} \left(1 + \varepsilon \frac{\delta_t}{2K} \right) \quad (۲۲)$$

$$c_1 = \varepsilon \frac{\delta_t}{2} \frac{C_f}{\sqrt{K}}$$

براساس بی‌بعدسازی‌های انجام شده در معادلات حاکم، معادلات ۲۲ به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$c_0 = \frac{1}{2} \left(1 + \varepsilon \frac{\delta_t}{2ReDa} \right) \quad (۲۳)$$

$$c_1 = \varepsilon \frac{\delta_t}{2} \frac{C_f}{\sqrt{Da}} \frac{L_0}{Rev}$$

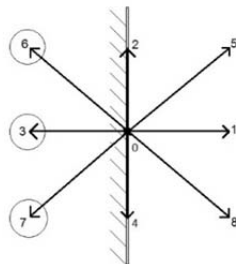
که در آن C_f به شکل زیر بیان می‌شود.

$$g_1 = \frac{4}{6} \left(T_{Boundary} - \sum_{known} g_i \right)$$

$$g_5 = \frac{1}{6} \left(T_{Boundary} - \sum_{known} g_i \right) \quad (33)$$

$$g_8 = \frac{1}{6} \left(T_{Boundary} - \sum_{known} g_i \right)$$

برای دیگر مرزها، شرط مرزی به صورت مشابه اعمال می شود.



شکل ۲) مقادیر معلوم و مجهول تابع توزیع دما در گره مرزی واقع در دیوار سمت چپ

۳-۲- اعتبارسنجی و استقلال شبکه

برای اعتبارسنجی، دو مساله مورد بررسی قرار گرفته است. مساله اول شامل جابه جایی آزاد پیرامون یک استوانه گرم است. از آنجایی که در شبیه سازی حاضر، مرزهای منحنی به صورت شکسته (متناسب با شبکه دکارتی بولتزمن) مدل سازی شده است، این موضوع می تواند ابعاد شبکه مورد نیاز برای جبران خطای حاصل از شکسته بودن مرز را مشخص سازد. در این مساله هدف شبیه سازی جریان جابه جایی آزاد پیرامون یک استوانه محصور در یک حفره مربعی است. جدول ۱ نتایج عددی حاصل از پژوهش حاضر را با نتایج عددی [32] و تجربی [33] موجود مقایسه کرده است. براساس این جدول، شبکه گرهی ۸۰×۸۰ برای مدل سازی استوانه مناسب خواهد بود، بنابراین بر همین مبنا شبکه ای متشکل از ۱۲۰۰×۲۴۰ گره برای هندسه مساله حاضر انتخاب شده است.

جدول ۱) ناسلت متوسط برای شبکه های مختلف

شبکه گرهی تشکیل دهنده استوانه	Ra	Nu _{ave}	حل عددی [32]	حل تجربی [33]
۶۰×۶۰	۱۰ ^۰	۳/۵۱	۳/۴۱	۳/۳۳
	۱۰ ^۱	۵/۲۸	۵/۱۳	۵/۰۸
	۱۰ ^۲	۹/۶۹	۹/۳۹	۹/۳۷
۸۰×۸۰	۱۰ ^۰	۳/۳۱	۳/۴۱	۳/۳۳
	۱۰ ^۱	۴/۹۷	۵/۱۳	۵/۰۸
	۱۰ ^۲	۹/۰۵	۹/۳۹	۹/۳۷

برای اطمینان از صحت مدل سازی جریان در محیط متخلخل، پروفیل سرعت درون مجرای متخلخل استخراج شده توسط حل عددی با پروفیل سرعت تحلیلی ارایه شده در پژوهش گوآ و ژائو [34] مورد مقایسه قرار گرفته است. براساس این تحقیق میدان سرعت در یک مجرای متخلخل تحت تاثیر نیروی حجمی (Q) از رابطه زیر پیروی می کند:

$$C_f = \frac{1.75}{\sqrt{150\varepsilon^3}} \quad (24)$$

با استفاده از آنالیز چاپمن- انسکوگ زمان آرامش و لزجت شبکه بولتزمن در مطالعه حاضر با فرض عدم برابری گام مکانی و زمانی به شکل زیر محاسبه می شود:

$$\tau_f = \frac{v}{C_s^2 \delta t} + 0.5 \quad (25)$$

برای محاسبه دما به روش مشابه برای تابع توزیع چگالی که منجر به محاسبه سرعت در فضای خالی و پُر شده از محیط متخلخل شد، تابع توزیع دما به صورت زیر نوشته می شود.

$$g_i(r_i + e_i \delta t, t + \delta t) - g_i(r_i, t) = -\frac{1}{\tau_g} [g_i(r_i, t) - g_i^{eq}(r_i, t)] \quad (26)$$

τ_g آرامش بدون بعد دما و g_i^{eq} تابع توزیع تعادلی دما است که به صورت زیر محاسبه می شوند:

$$g_i^{eq} = \omega_i T \left[\sigma + \frac{e_i \cdot u}{C_s^2} \right] \quad (27)$$

$$\tau_g = \frac{\alpha}{C_s^2 \delta t} + 0.5 \quad (28)$$

براساس بی بعدسازی های انجام شده برای معادله انرژی، دو ضریب A و B به معادله انرژی اضافه شد. با اضافه شدن ضرایب فوق، زمان آرامش برای معادله توزیع دما به صورت زیر نوشته و محاسبه می شود:

$$\tau_g = \frac{B}{A Re Pr C_s^2 \delta t} + 0.5 \quad (29)$$

و دمای ماکروسکوپی در محیط بدون تخلخل ماکروسکوپی با استفاده از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$T = \sum_i g_i \quad (30)$$

دمای سیال درون فضایی که محیط متخلخل حضور دارد با استفاده از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$\sigma T = \sum_i g_i \quad (31)$$

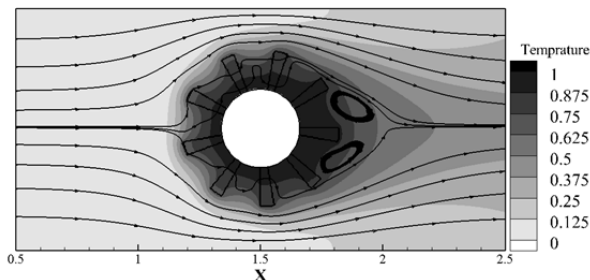
۳-۱- شرایط مرزی در روش شبکه بولتزمن

شرایط مرزی مورد استفاده در مطالعه حاضر، به دو بخش شرایط مرزی مربوط به معادله توزیع چگالی و توزیع دما ارتباط دارد. برای پیاده سازی شرط مرزی عدم لغزش برای دیوارهای بالایی، پایینی و همچنین دیوار استوانه از مدل شرط مرزی عدم لغزش محمدی پور و همکاران [31] استفاده شده است. برای اعمال شرط مرزی حرارتی با استفاده از تعریف دمای ماکروسکوپی (معادله ۳۰)، دمای مورد نظر در گره های مرزی اعمال شده است. برای اعمال شرط مرزی حرارتی به عنوان مثال برای دیوار سمت چپ (شکل ۲) به صورت زیر محاسبه می شود. براساس معادله ۳۰، دما در مرز برابر با جمع جبری توابع توزیع دما است که به شکل زیر نوشته می شود:

$$T_{wall} = g_0 + g_1 + g_2 + g_3 + g_4 + g_5 + g_6 + g_7 + g_8 \quad (32)$$

براساس معادله ۳۲، توزیع دما برای جهت های مجهول در مرز

۹ خواهند بود و به‌صورت یکنواخت دور استوانه قرار می‌گیرند. حضور پره‌ها در پیرامون استوانه به‌علت ماهیت متخلخل خود موجب کاهش سرعت سیال در مجاور مرز گرم خواهند شد. به‌دنبال آن با افزایش ماندگاری سیال در مجاورت ناحیه گرم انتظار می‌رود که دمای سیال خروجی افزایش یابد (سیال زمان بیشتری برای جذب حرارت دارد). از سوی دیگر با افزایش زمان ماندگاری، میزان انتقال حرارت از مانع به سیال (عدد ناسلت) کاهش خواهد یافت. علت این امر به کاهش اختلاف دمای محلی بین مرز جامد و سیال پیرامون آن باز می‌گردد. همان‌طور که در شکل ۳ نشان داده شده است، وجود پره‌ها موجب شکل‌گیری گردابه‌هایی در پایین‌دست مانع خواهند شد که به نوبه خود ماندگاری (زمان متوسط حضور سیال در مجاورت مرز گرم) را تقویت می‌سازد. لازم به ذکر است که عدم تقارن در گردابه‌ها و خطوط جریان (شکل ۳) ناشی از اعمال اثرات جابه‌جایی است. اهمیت پارامترهای خروجی، بستگی به هدف مورد نظر از مکانیزم انتقال حرارت دارد. به‌طور کلی اگر افت فشار حداقلی به‌عنوان طراحی ایده‌آل فرض شود، می‌توان هر یک از دو پارامتر خروجی دیگر یعنی ناسلت متوسط روی دیوار استوانه و متوسط دمای خروجی را متناسب با هدف انتقال حرارت مورد بررسی قرار داد. به‌طور کلی دو سناریو را می‌توان برای طراحی مبدل در نظر گرفت. در سناریوی اول هدف به حداکثر رساندن دمای سیال خروجی از مبدل است. در این حالت سیال خروجی گرم‌تر در اولویت طراحی قرار دارد. در سناریوی دوم هدف افزایش میزان انتقال حرارت از استوانه به سیال است (افزایش دفع حرارت از استوانه مد نظر است). در این حالت عدد ناسلت روی استوانه از اهمیت بیشتری در طراحی برخوردار خواهد بود. در هر دو حالت لازم است تا اتلافات جریان به حداقل برسد که برای این منظور از افت فشار به‌عنوان معیار اتلافات استفاده شده، به این صورت که افت فشار کمتر معادل با اتلافات کمتر تلقی شده است.



شکل ۳ خطوط جریان برای $Ra=10^5$, $Re=60$, $\epsilon_{mac}=0.175$ و $R=2$

روش سطح پاسخ (RSM) یکی از روش‌های متداول در طراحی آزمایش و بهینه‌سازی نتایج حاصل از آن بوده که در این پژوهش مورد استفاده قرار گرفته است. در این روش با انجام درون‌یابی غیرخطی روی یک سری از نتایج (آزمون‌ها)، رابطه‌ای کلی برای یک هدف در حوزه مورد مطالعه ارائه می‌شود. در ادامه، این رابطه برای پیش‌بینی و بهینه‌سازی هدف مورد استفاده قرار می‌گیرد. در حقیقت این روش برای مطالعات آزمایشگاهی و تجربی به وجود آمده، اما در سال‌های اخیر حوزه کاربرد این روش تحقیقات عددی را نیز در بر گرفته است.

در پژوهش حاضر از روش سطح پاسخ مرکب مرکزی سه‌سطحی برای طراحی آزمایش (آزمون‌ها) استفاده شده است. پارامترهای مستقل همان‌طور که در جدول ۲ مشاهده می‌شود، عدد رینولدز، تخلخل ماکروسکوپی، نسبت شعاع خارجی به شعاع داخلی پره‌ها و

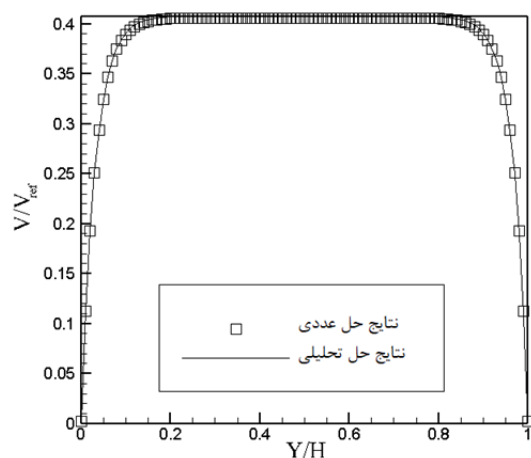
$$V = \frac{QK}{v} \left(1 - \frac{\cosh[r(y - H/2)]}{\cosh(rH/2)} \right) \quad (34)$$

نمودار ۱، پروفیل بی‌بعد شده سرعت حاصل از شبیه‌سازی را با حل تحلیلی فوق (رابطه ۳۴) برای رینولدز ۹۰، تخلخل ۰.۱ و داری ۱۰^{-۴} مقایسه می‌کند. لازم به ذکر است در این بی‌بعدسازی از سرعت مشخصه (V_{ref}) استفاده شده است که به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$V_{ref} = \frac{QK}{v} \left[1 - \cosh^{-1} \left(\frac{rH}{2} \right) \right] \quad (35)$$

که در معادلات فوق $r = v\epsilon/Kv_e$ است.

تطابق کامل نتایج عددی با حل تحلیلی در نمودار ۱ موید صحت شبیه‌سازی صورت‌گرفته است.

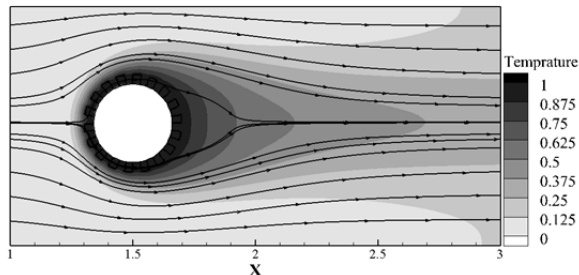


نمودار ۱ پروفیل سرعت سیال در مجرای متخلخل

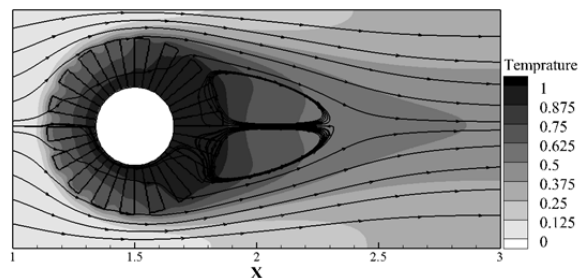
۴- نتایج عددی

استفاده از محیط متخلخل با دو پراکندگی تخلخل به‌عنوان پوشش خارجی استوانه و بررسی جریان سیال و انتقال حرارت حول آن ایده اصلی پژوهش حاضر است. براساس همین ایده، روی استوانه با پره‌هایی از محیط متخلخل پوشانده می‌شود. پره‌ها دارای اختلاف زاویه ۱۰ درجه خواهند بود که چیدمان آنها متناسب با تخلخل ماکروسکوپی مورد نظر انتخاب می‌شود. علاوه بر این، نسبت شعاع خارجی به شعاع داخلی پره‌ها نیز به‌عنوان یک پارامتر طراحی در نظر گرفته شده است، به‌طوری که این نسبت می‌تواند در بازه $1/25 \leq R \leq 2/25$ متغیر باشد. این بازه به‌گونه‌ای انتخاب شده است که حتی در بیشترین مقدار نیز موجب انسداد مجرا نشود. در پژوهش حاضر سه پارامتر از نتایج جریان به‌عنوان توابع هدف انتخاب شده‌اند که عبارت از متوسط دمای خروجی جریان، عدد ناسلت متوسط روی دیوار استوانه و افت فشار در طول مجرا هستند. به‌عنوان ورودی مساله عدد رینولدز، تخلخل ماکروسکوپی (چیدمان و تعداد پره‌ها)، نسبت شعاع خارجی به شعاع داخلی پره و عدد داری در پره‌ها مورد مطالعه و بررسی قرار گرفته است. البته عدد رایلی و پرانتل را نیز می‌توان به‌عنوان ورودی در نظر گرفت، اما با توجه به این که در پژوهش پیش رو تمرکز اصلی بر اثرات پراکندگی دوگانه محیط متخلخل است، رایلی و پرانتل در تمام شبیه‌سازی‌ها به‌صورت ثابت و برابر با $Ra=1000$ و $Pr=1$ انتخاب شده‌اند. ضرایب تخلخل ماکروسکوپی مورد بررسی ۰/۲۵، ۰/۵ و ۰/۷۵ هستند که به‌ترتیب متناظر با تعداد پره‌هایی برابر با ۲۷، ۱۸ و

شد. از سوی دیگر افزایش شعاع پره‌ها با تقویت ماندگاری سیال در پیرامون منبع حرارتی، افزایش دمای سیال خروجی را در پی خواهد داشت. این تاثیر در شکل‌های ۴ و ۵ کاملاً مشهود است. در مجموع می‌توان با استفاده از نتایج به‌دست‌آمده برای تاثیر پارامترهای مختلف، دیدگاه کلی در زمینه اثرات عوامل موثر در توابع هدف را به دست آورد که می‌تواند زمینه‌ساز یک طراحی موثر باشد. در بخش بعدی عوامل موثر بر شرایط جریان به‌صورت سیستماتیک بررسی خواهد شد.



شکل (۴) خطوط جریان برای $Re=1/25$ و $Da=10^{-5}$, $\epsilon_{mac}=0/50$, $\epsilon_{mic}=90$



شکل (۵) خطوط جریان برای $Re=2/25$ و $Da=10^{-5}$, $\epsilon_{mac}=0/50$, $\epsilon_{mic}=90$

۴-۱- بهینه‌سازی به روش سطح پاسخ

در روش سطح پاسخ به‌منظور به‌دست‌آوردن رابطه اثر پاسخ مورد نظر، یک مدل ریاضی براساس نتایج آزمون‌های پیشنهاد شده ارائه می‌شود. برای این منظور از چندجمله‌ای مرتبه دوم به‌صورت رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$(36)$$

$$y = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i x_i + \sum_{i=1}^n a_{ii} x_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} x_i x_j, i < j$$

در معادله ۳۶، a_0 یک مقدار ثابت و a_i ، a_{ii} و a_{ij} به‌ترتیب ضرایب رگرسیونی خطی، مرتبه دوم و ترکیبی و n خطای مدل است. روش سطح پاسخ مورد استفاده در پژوهش حاضر طرح مرکب مرکزی است که برای بهینه‌سازی پارامترها با استفاده از یک پارامتر به نام مطلوبیت انجام می‌شود. مطلوبیت یک تابع بوده که مقدار آن، عدد حقیقی بین صفر و یک است. در این روش بهینه‌سازی مقدار یک نشان‌دهنده سیستم ایده‌آل است. برای مسایلی که هدف بهینه‌سازی، بهینه‌کردن چند پاسخ به‌طور همزمان است، تمام مقادیر مطلوبیت با استفاده از رابطه ۳۷ به یک مقدار عددی تبدیل و سپس بهینه‌سازی براساس این مقدار انجام می‌شود [35].

$$D = \left(\prod_{i=1}^m d_i \right)^{\frac{1}{m}} \quad (37)$$

در رابطه ۳۷، m تعداد پاسخ‌هایی است که در فرآیند بهینه‌سازی

عدد داری پره‌ها در نظر گرفته شده است. برای این چهار پارامتر مستقل ورودی، سه تابع هدف افت فشار، عدد ناسلت متوسط روی استوانه و متوسط دمای خروجی مجرا انتخاب شده است. براساس طراحی روش سطح پاسخ، ۲۵ آزمایش (۲۵ حالت مختلف) باید مورد آزمون قرار بگیرند که در جدول ۳ این آزمون‌ها به‌همراه نتایج حاصل از شبیه‌سازی هر یک ذکر شده است.

جدول (۲) پارامترهای مستقل ورودی

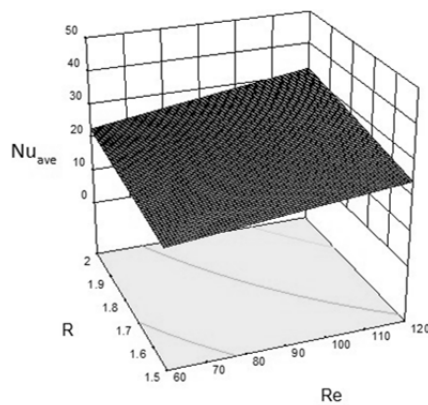
پارامتر مستقل	سطوح		
	(-۱)	(۰)	(+۱)
Re	۶۰	۹۰	۱۲۰
ϵ_{mac}	۰/۲۵	۰/۵	۰/۷۵
Da	10^{-5}	10^{-4}	10^{-3}
R	۱/۵	۱/۷۵	۲

جدول (۳) مقادیر و پاسخ‌های آزمون‌های طراحی شده

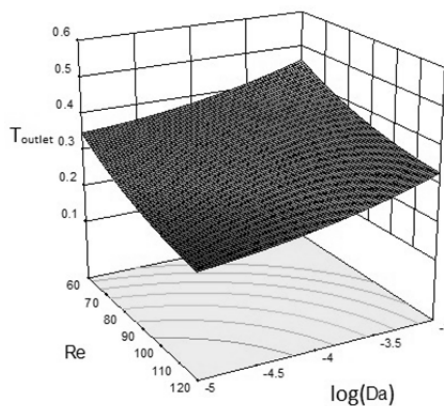
شماره آزمون	مقادیر واقعی متغیرهای مستقل						پاسخ‌ها	
	Nu_{ave}	P_{drop}	T_{outlet}	R	Da	ϵ_{mac}	Re	
۱	۱۴/۳۹۷	۲/۷۵۶	۰/۳۲۴	۱/۵	10^{-5}	۰/۲۵	۶۰	
۲	۱۸/۵۴۳	۱/۶۶۵	۰/۲۰۱	۱/۵	10^{-5}	۰/۲۵	۱۲۰	
۳	۱۴/۰۹۵	۲/۶۱۴	۰/۲۸۷	۱/۵	10^{-5}	۰/۷۵	۶۰	
۴	۱۷/۶۷۳	۱/۶۱۳	۰/۱۷۴	۱/۵	10^{-5}	۰/۷۵	۱۲۰	
۵	۱۷/۹۷۵	۲/۱۶۰	۰/۴۰۴	۱/۵	10^{-5}	۰/۲۵	۶۰	
۶	۲۶/۸۴۶	۱/۳۵۴	۰/۲۹۲	۱/۵	10^{-5}	۰/۲۵	۱۲۰	
۷	۱۸/۰۹۵	۱/۹۳۹	۰/۳۷۰	۱/۵	10^{-5}	۰/۷۵	۶۰	
۸	۲۶/۶۲۲	۱/۱۸۶	۰/۲۶۳	۱/۵	10^{-5}	۰/۷۵	۱۲۰	
۹	۱۸/۱۲۴	۶/۲۴۵	۰/۴۰۹	۲	10^{-5}	۰/۲۵	۶۰	
۱۰	۲۳/۲۸۶	۳/۹۳۱	۰/۲۵۵	۲	10^{-5}	۰/۲۵	۱۲۰	
۱۱	۱۶/۳۷۷	۵/۵۶۸	۰/۳۳۱	۲	10^{-5}	۰/۷۵	۶۰	
۱۲	۲۰/۳۸۷	۳/۹۸۹	۰/۲۰۰	۲	10^{-5}	۰/۷۵	۱۲۰	
۱۳	۲۵/۴۹۶	۳/۷۱۳	۰/۵۷۰	۲	10^{-5}	۰/۲۵	۶۰	
۱۴	۴۰/۹۴۸	۲/۳۹۳	۰/۴۴۷	۲	10^{-5}	۰/۲۵	۱۲۰	
۱۵	۲۴/۶۹۶	۲/۷۲۰	۰/۵۰۳	۲	10^{-5}	۰/۷۵	۶۰	
۱۶	۳۷/۱۶۵	۱/۶۹۰	۰/۳۶۷	۱	10^{-5}	۰/۷۵	۱۲۰	
۱۷	۱۵/۴۴۸	۶/۳۹۶	۰/۵۶۲	۱/۷۵	10^{-4}	۰/۵	۳۰	
۱۸	۳۲/۳۰۲	۲/۰۸۹	۰/۲۲۵	۱/۷۵	10^{-4}	۰/۵	۱۵۰	
۱۹	۱۸/۱۲۸	۲/۷۶۹	۰/۳۰۹	۱/۷۵	10^{-4}	۰	۹۰	
۲۰	۷/۶۸۶	۱/۲۵۸	۰/۱۸۹	۱/۷۵	10^{-4}	۱	۹۰	
۲۱	۲۱/۱۳۹	۲/۹۵۲	۰/۲۵۳	۱/۷۵	10^{-4}	۰/۵	۹۰	
۲۲	۳۸/۹۸۰	۱/۴۳۳	۰/۴۶۶	۱/۷۵	10^{-4}	۰/۵	۹۰	
۲۳	۲۰/۴۱۱	۱/۴۱۹	۰/۲۳۲	۱/۲۵	10^{-4}	۰/۵	۹۰	
۲۴	۳۲/۴۴۲	۶/۶۶۵	۰/۳۹۳	۲/۲۵	10^{-4}	۰/۵	۹۰	
۲۵	۲۴/۵۹۶	۲/۶۵۶	۰/۲۹۵	۱/۷۵	10^{-4}	۰/۵	۹۰	

با توجه به نتایج شبیه‌سازی‌ها می‌توان تا حدودی به چگونگی روند انتقال حرارت برای پارامترهای ورودی مختلف پی برد. کاملاً واضح است که با افزایش عدد رینولدز، عدد ناسلت متوسط روی دیوار استوانه گرم افزایش پیدا می‌کند و متوسط دمای خروجی کاهش می‌یابد. علت این است که با افزایش سرعت (افزایش رینولدز)، زمان ماندگاری سیال در پیرامون استوانه کاهش می‌یابد، لذا بازه زمانی که سیال در معرض انتقال حرارت مستقیم استوانه قرار دارد و به‌دنبال آن دمای متوسط سیال خروجی کاهش خواهد یافت. در نقطه مقابل، استوانه به‌طور پیاپی در معرض سیال سرد ورودی قرار می‌گیرد و در معرض چنین گردان دمایی به‌راحتی می‌تواند حرارت خود را دفع نماید، لذا عدد ناسلت متوسط روی استوانه با افزایش رینولدز افزایش خواهد داشت. افت فشار ایجاد شده در مجرا رابطه مستقیمی با نسبت شعاع پره و تعداد پره‌ها دارد، به‌گونه‌ای که افزایش هر یک از این دو عامل موجب افزایش افت فشار خواهد

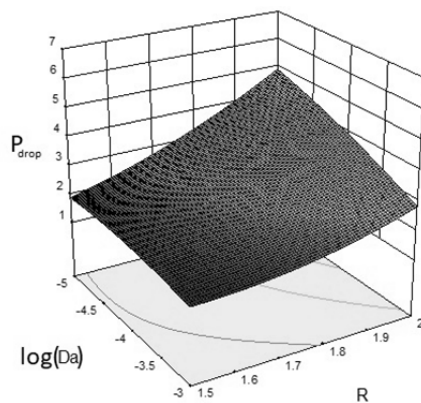
در حوزه مورد بررسی در این پژوهش، اثر دوم (اثر افزایشی) بر اثر اول غالب است، لذا شاهد افزایش عدد ناسلت به‌ازای افزایش شعاع پره خواهیم بود. همان‌طور که پیش از این اشاره شده است، عواملی که موجب افزایش زمان ماندگاری سیال می‌شوند (کاهش رینولدز و افزایش داری)، افزایش دمای خروجی را در پی خواهند داشت. این تأثیرپذیری به‌وضوح در شکل ۷ نشان داده شده است. از طرفی با توجه به اثرات متقابل نسبت شعاع پره‌ها و عدد داری در افت فشار مجرا (شکل ۸)، افزایش شعاع پره‌ها و کاهش عدد داری موجب افزایش افت فشار مجرا می‌شود که در مقابل تأثیر مثبت افزایش نسبت شعاع پره‌ها در افزایش میزان انتقال حرارت، نتیجه نامطلوبی با توجه به اهداف بیان‌شده در طراحی محسوب می‌شود.



شکل ۶) تأثیر متقابل Re و D در ناسلت متوسط روی دیوار استوانه گرم



شکل ۷) تأثیر متقابل Re و Da در دمای متوسط خروجی از مجرا



شکل ۸) تأثیر متقابل Re و Da در افت فشار

مورد مطالعه قرار گرفته است. بنابراین به‌واسطه رابطه ۳۷، بهینه‌سازی چندهدفه به بهینه‌سازی تک‌هدفه بر مبنای D تبدیل خواهد شد. در این راستا اگر یک پاسخ (یکی از اهداف) از بازه مجاز خارج شود، مطلوبیت متناظر با آن (d_i مربوطه) صفر خواهد بود. در پژوهش حاضر حداقل کردن افت فشار و حداکثر کردن دو پارامتر ناسلت متوسط و متوسط دمای خروجی به‌عنوان اهداف پاسخ‌ها استفاده می‌شود. مطلوبیت هر پاسخ براساس این اهداف به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{cases} d_i = 0 & y_i \leq low_i \\ d_i = \left[\frac{y_i - Low_i}{High_i - Low_i} \right]^{wt_i} & Low_i \leq y_i \leq High_i \\ d_i = 1 & y_i \geq High_i \end{cases} \quad (38)$$

با استفاده از روش سطح پاسخ و تحلیل واریانس (ANOVA)، معادلاتی برای محاسبه خروجی‌های مورد استفاده یعنی متوسط دمای خروجی مجرا، عدد ناسلت متوسط روی دیوار استوانه گرم و افت فشار بر حسب مقادیر واقعی پارامترهای ورودی زیر آرایه شده است (۳۹-۴۱). مدل‌های معرفی‌شده که در ابتدا به دست آمده است، از نظر آماری مدل‌های مناسبی نبود. بنابراین با استفاده نمودار باکس-کاکس و توابع انتقالی توانی اصلاح شده‌اند.

$$\begin{aligned} T_{outlet}^{0.36} = & 0.74073 - 0.0036 \times Re + \\ & 0.21144 \varepsilon_{mac} + 0.02816 \times Da + 0.16558 \times \\ & R + 0.00026 \times Re Da - 0.086 \times \varepsilon_{mac} R + \\ & 0.047 \times Da R + 1.6E - 05 \times Re^2 - 0.144 \times \\ & \varepsilon_{mac}^2 + 0.01131 \times Da^2 + 0.05546 \times R^2 \end{aligned} \quad (39)$$

$$\begin{aligned} Nu_{ave}^{1.3} = & -127.66548 + 0.60261374 \times Re \\ & + 136.665622 \varepsilon_{mac} \\ & - 9.9391417 \times Da \\ & + 101.008297 \times R \\ & + 0.22456396 \times Re Da \\ & + 0.42713854 \times Re R \\ & + 23.9201398 \times Da R \\ & - 152.40549 \times \varepsilon_{mac}^2 \\ & + 4.5203601 \times Da^2 \end{aligned} \quad (40)$$

$$\begin{aligned} P_{drop} = & 22.7268 - 0.0958 \times Re + 2.3229 \\ & \times \varepsilon_{mac} + 1.26291 \times Da \\ & - 19.785 \times R - 1.8019 \\ & \times Da R + 0.00039 \times Re^2 \\ & - 3.3091 \times \varepsilon_{mac}^2 - 0.162 \\ & \times Da^2 + 4.8057 \times R^2 \end{aligned} \quad (41)$$

یکی از مزایای اصلی معادلات به‌دست‌آمده (معادلات ۳۹-۴۱)، بررسی اثر همزمان عوامل موثر بر تابع هدف است. به‌طور مثال شکل ۶ اثرات عدد رینولدز و نسبت شعاع پره‌ها را بر عدد ناسلت نشان می‌دهد. همان‌طور که پیش از این نیز اشاره شد، افزایش عدد رینولدز موجب افزایش عدد ناسلت می‌شود. از دیگر اثرات مورد مشاهده در شکل ۶، افزایش ناسلت به‌ازای افزایش شعاع پره است. بر خلاف عدد رینولدز، افزایش شعاع پره دو تأثیر کاملاً متفاوت بر میزان انتقال حرارت دارد. از یک سو با کند کردن حرکت سیال و افزایش زمان ماندگاری آن در مجاورت مرز گرم باعث کاهش دفع حرارت از مانع می‌شود و از سوی دیگر با گسترش سطح تماسی (سطوح گسترش‌یافته)، تأثیر افزایشی بر میزان انتقال حرارت دارد.

استوانه گرم، بیشترین اختلاف مربوط به عدد ناسلت متوسط بوده که در اینجا هم از مقدار پیش‌بینی شده بیشتر است و با توجه به هدف مورد نظر (بیشترین ناسلت متوسط روی سطح استوانه گرم) می‌توان گفت که از آنچه پیش‌بینی شده است، عملکرد بهتری دارد. تخلخل ماکروسکوپی پیشنهادی در روش مورد استفاده در بهینه‌سازی ۰/۷۴ و ۰/۵۲ هستند، اما در پژوهش فوق به علت محدودیت در هندسه مورد مطالعه، برابر با ۰/۷۵ و ۰/۵۰ در نظر گرفته شدند. با این وجود نتایج با توجه به اهداف مورد نظر، اختلاف بسیار ناچیزی دارند و قابل قبول هستند. به طور کلی اختلاف‌های بین پیش‌بینی در بهینه‌سازی و پاسخ‌های به دست آمده با استفاده از روش شبکه بولتزمن در راستای بهبود عملکرد انتقال حرارت در راستای نزدیک شدن به هدف مورد نظر هستند.

بر مبنای معادلات ذکر شده، در مورد بهینه‌سازی در روش سطح پاسخ می‌توان بهینه‌سازی را با استفاده از معادلات (۳۹-۴۱) برای اهداف مورد نظر انجام داد. طبق توابع هدف معرفی شده، دو حالت از طراحی شامل افزایش دمای متوسط با کمترین مقدار اتلافات و افزایش عدد ناسلت با کمترین میزان اتلافات در نظر گرفته شده است. نتایج حاصل از بهینه‌سازی به همراه اعتبارسنجی‌های مربوطه در جدول ۴ ذکر شده است. همان طور که در جدول ۴ مشاهده می‌شود، بیشترین اختلاف بین پاسخ‌های پیش‌بینی شده و نتایج مدل‌سازی، برای رسیدن به بیشترین دمای خروجی از مجرا مربوط به افت فشار در مجرا بوده که کمتر از مقدار پیش‌بینی شده به دست آمده و نسبت به پیش‌بینی ارایه شده توسط روش سطح پاسخ به هدف مورد نظر نزدیک‌تر است. در پاسخ‌های پیش‌بینی شده برای رسیدن به بیشترین انتقال حرارت روی سطح

جدول ۴) مقادیر بهینه‌سازی شده برای اهداف مشخص شده و پاسخ‌ها

هدف طراحی بهینه	پارامترهای ورودی پیشنهاد شده توسط روش سطح پاسخ	پاسخ‌های پیش‌بینی شده در روش سطح پاسخ	پاسخ‌های به دست آمده در مدل‌سازی	درصد اختلاف
بیشترین دمای متوسط خروجی از مجرا	$Re=60$	$T_{outlet}=0/462$	$T_{outlet}=0/469$	۱/۴۹
	$\epsilon_{mac}=0/748$	$P_{drop}=2/74$	$P_{drop}=2/474$	۱۰/۹۳
	$Da=10^{-2}$	$Nu_{ave}=22/44$	$Nu_{ave}=23/01$	۰/۰۲
	$R=1/88$	مطلوبیت $=0/724$		-
بیشترین انتقال حرارت در سطح استوانه	$Re=120$	$T_{outlet}=0/374$	$T_{outlet}=0/410$	۹/۷۵
	$\epsilon_{mac}=0/529$	$P_{drop}=2/02$	$P_{drop}=1/98$	۲/۰۲
	$Da=10^{-2}$	$Nu_{ave}=39/65$	$Nu_{ave}=46/39$	۱۴/۵۲
	$R=1/92$	مطلوبیت $=0/902$		-

۵- نتیجه‌گیری

در مطالعه حاضر، انتقال حرارت همرفت روی استوانه پوشیده شده از محیط متخلخل با دو پراکندگی تخلخل درون مجرا مورد بررسی قرار گرفته شده است. برای ساخت محیط متخلخل با دو پراکندگی تخلخل، از پره‌های متخلخل با فواصل مشخص برای تخلخل‌های ماکروسکوپی مورد نظر و برای بهینه‌سازی مساله و کاهش هزینه محاسباتی از روش سطح پاسخ استفاده شده است. بهینه‌سازی برای دو هدف مورد مطالعه قرار گرفت که این دو هدف عبارت از بیشترین دمای سیال خروجی و بیشترین نرخ انتقال حرارت از استوانه هر دو همراه با کمترین افت فشار هستند. براساس آنچه از این تحقیق به دست آمده است، استفاده هدفمند از محیط متخلخل با دو پراکندگی تخلخل می‌تواند ضمن نگه داشتن اتلافات در بازه‌ای معقول موجب بهبود در میزان انتقال حرارت شود.

تشکر و قدردانی: موردی از سوی نویسندگان بیان نشده است.

تأییدیه اخلاقی: موردی از سوی نویسندگان بیان نشده است.

تعارض منافع: موردی از سوی نویسندگان بیان نشده است.

سهم نویسندگان: وحید دبیرپور (نویسنده اول)، نگارنده مقدمه/پژوهشگر اصلی/نگارنده بحث (۶۰٪)؛ امیدرضا محمدی‌پور (نویسنده دوم)، روش‌شناس/پژوهشگر کمکی/تحلیلگر آماری (۴۰٪)

منابع مالی: موردی از سوی نویسندگان بیان نشده است.

۶- پی‌نوشت

علام
علام اختصاری

p	فشار ($\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-2}$)
P	عدد پرانتل
R	عدد رینولدز
Da	عدد دارسی
Ra	عدد رابی

Nu	عدد ناسلت
T	دما
t	زمان
g	شتاب گرانشی
v	سرعت (ms^{-1})
V	سرعت بدون بعد
r_{in}	شعاع داخلی پره متخلخل
r_{out}	شعاع خارجی پره متخلخل
R	نسبت شعاع خارجی به داخلی پره متخلخل (r_{out}/r_{in})
R_c	نسبت رسانش حرارتی (k_{eff}/k_f)
K	گذردهی (m^2)
k	رسانش حرارتی
k_f	نسبت رسانش حرارتی فاز جامد به فاز سیال
k_{eff}	رسانش حرارتی محیط متخلخل ($k_{eff} = \epsilon k_f + (1 - \epsilon)k_s$)
T_{outlet}	دمای بی‌بعد متوسط خروجی مجرا
P_{drop}	افت فشار در مجرا
علام یونانی	
μ	لزجت دینامیکی ($\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$)
α	ضریب پخش حرارتی ($k/\rho C_p$)
β	ضریب انبساط حرارتی
ν	لزجت سینماتیک ($m^2\text{s}^{-1}$)
ρ	چگالی (kgm^{-3})
ϵ	تخلخل
σ	نسبت ظرفیت گرمایی فاز جامد به فاز سیال
θ	دمای بدون بعد
زیرنویس‌ها	
mic	درجه اول تخلخل (تخلخل میکروسکوپی)
mac	درجه دوم تخلخل (تخلخل ماکروسکوپی)
ave	مقدار متوسط
f	سیال
s	جامد
x	جهت بردار افقی
y	جهت بردار عمودی

منابع

1- Layeghi M, Nouri-Borujerdi A. Fluid flow and heat transfer around circular cylinders in the presence and

- porous medium. *International Journal of Thermal Sciences*. 2009;48(10):1876-1883.
- 20- Ghalambaz M, Hendizadeh H, Zargartalebi H, Pop I. Free convection in a square cavity filled with a tridisperse porous medium. *Transport in Porous Media*. 2017;116(1):379-392.
- 21- Merrikh A, Mohamad A. Blockage effects in natural convection in differentially heated enclosures. *Journal of Enhanced Heat Transfer*. 2001;8(1):55-72.
- 22- Merrikh AA, Lage JL. Natural convection in an enclosure with disconnected and conducting solid blocks. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2005;48(7):1361-1372.
- 23- Merrikh AA, Lage J, Mohamad A. Natural convection in nonhomogeneous heat-generating media: Comparison of continuum and porous-continuum models. *Journal of Porous Media*. 2005;8(2):149-163.
- 24- Braga EJ, De Lemos MJ. Heat transfer in enclosures having a fixed amount of solid material simulated with heterogeneous and homogeneous models. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2005;48(23-24):4748-4765.
- 25- Braga EJ, De Lemos MJ. Laminar natural convection in cavities filled with circular and square rods. *International Communications in Heat and Mass Transfer*. 2005;32(10):1289-1297.
- 26- Hooman K, Merrikh AA. Theoretical analysis of natural convection in an enclosure filled with disconnected conducting square solid blocks. *Transport in Porous Media*. 2010;85(2):641-651.
- 27- Narasimhan A, Reddy BVK. Natural convection inside a bidisperse porous medium enclosure. *Journal of Heat Transfer*. 2010;132(1):012502.
- 28- Guo Z, Zhao TS. Lattice Boltzmann simulation of natural convection with temperature-dependent viscosity in a porous cavity. *Progress in Computational Fluid Dynamics, an International Journal*. 2004;5(1-2):110-117.
- 29- Guo Z, Zhao TS. A lattice Boltzmann model for convection heat transfer in porous media. *Numerical Heat Transfer Part B Fundamentals*. 2005;47(2):157-177.
- 30- Mohamad AA, Kuzmin A. A critical evaluation of force term in lattice Boltzmann method, natural convection problem. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2010;53(5-6):990-996.
- 31- Mohammadipour OR, Niazmand H, Succi S. General velocity, pressure, and initial condition for two-dimensional and three-dimensional lattice Boltzmann simulations. *Physical Review E*. 2017;95(3):033301.
- 32- Kim BS, Lee DS, Ha MY, Yoon HS. A numerical study of natural convection in a square enclosure with a circular cylinder at different vertical locations. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2008;51(7-8):1888-1906.
- 33- Moukalled F, Acharya S. Natural convection in the annulus between concentric horizontal circular and square cylinders. *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*. 1996;10(3):524-531.
- 34- Guo Z, Zhao TS. Lattice Boltzmann model for incompressible flows through porous media. *Physical Review E*. 2002;66(3):036304.
- 35- Bezerra MA, Santelli RE, Oliveira EP, Villar LS, Escalera LA. Response surface methodology (RSM) as a tool for optimization in analytical chemistry. *Talanta*. 2008;76(5):965-977.
- no-presence of porous media. *Journal of Porous Media*. 2004;7(3):239-247.
- 2- Bhattacharyya S, Dhinakaran S, Khalili A. Fluid motion around and through a porous cylinder. *Chemical Engineering Science*. 2006;61(13):4451-4461.
- 3- Bhattacharyya S, Singh AK. Augmentation of heat transfer from a solid cylinder wrapped with a porous layer. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2009;52(7-8):1991-2001.
- 4- Rong FM, Guo ZL, Lu JH, Shi BC. Numerical simulation of the flow around a porous covering square cylinder in a channel via lattice Boltzmann method. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*. 2011;65(10):1217-1230.
- 5- Odabae M, Hooman K, Gurgenci H. Metal foam heat exchangers for heat transfer augmentation from a cylinder in cross-flow. *Transport in Porous Media*. 2011;86(3):911-923.
- 6- Rashidi S, Tamayol A, Valipour MS, Shokri N. Fluid flow and forced convection heat transfer around a solid cylinder wrapped with a porous ring. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2013;63:91-100.
- 7- Nield DA, Bejan A. *Convection in porous media*. 3rd Edition. Berlin: Springer; 2006.
- 8- Vafai K, editor. *Handbook of porous media*. 3rd Edition. Boca Raton: CRC Press; 2015.
- 9- Pop I, Ingham DB, editors. *Convective heat transfer: Mathematical and computational modelling of viscous fluids and porous media*. 1st Edition. Amsterdam: Elsevier; 2001.
- 10- Kaviany M. *Principles of heat transfer in porous media*. 2nd Edition. Berlin: Springer; 2012.
- 11- Chen ZQ, Cheng P, Hsu CT. A theoretical and experimental study on stagnant thermal conductivity of bi-dispersed porous media. *International Communications in Heat and Mass Transfer*. 2000;27(5):601-610.
- 12- Imani G, Hooman K. Lattice Boltzmann pore scale simulation of natural convection in a differentially heated enclosure filled with a detached or attached bidisperse porous medium. *Transport in Porous Media*. 2017;116(1):91-113.
- 13- Nield DA, Kuznetsov AV. A two-velocity two-temperature model for a bi-dispersed porous medium: Forced convection in a channel. *Transport in Porous Media*. 2005;59(3):325-339.
- 14- Kuznetsov AV, Nield DA. Thermally developing forced convection in a bidisperse porous medium. *Journal of Porous Media*. 2006;9(5):393-402.
- 15- Nield DA, Kuznetsov AV. Forced convection in a bi-disperse porous medium channel: A conjugate problem. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2004;47(24):5375-5380.
- 16- Nield DA, Kuznetsov AV. Forced convection in a channel partly occupied by a bidisperse porous medium: Symmetric case. *Journal of Heat Transfer*. 2011;133(7):072601.
- 17- Nield DA, Kuznetsov AV. The onset of convection in a bidisperse porous medium. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2006;49(17-18):3068-3074.
- 18- Nield DA, Kuznetsov AV. Natural convection about a vertical plate embedded in a bidisperse porous medium. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2008;51(7-8):1658-1664.
- 19- Revnic C, Grosan T, Pop I, Ingham DB. Free convection in a square cavity filled with a bidisperse