

# Simultaneous Numerical Modelling of Heat Transfer and Magnetic Fields in a Vacuum Induction Furnace

## ARTICLE INFO

### Article Type

Original Research

### Authors

Ghorbanzadeh S.<sup>1</sup> MSc,  
Nazari M.\*<sup>1</sup> PhD,  
Shahmardan M.M.<sup>1</sup> PhD,  
Hasannia A.<sup>1</sup> PhD,  
Nazari M.<sup>1</sup> PhD

### How to cite this article

Ghorbanzadeh S, Nazari M, Shahmardan M.M, Hasannia A, Nazari M. Simultaneous Numerical Modelling of Heat Transfer and Magnetic Fields in a Vacuum Induction Furnace. Modares Mechanical Engineering, 2019;19(4):959-967.

## ABSTRACT

In this paper, heat transfer and magnetic fields in a vacuum induction melting furnace have been studied numerically. To solve the coupled equations of thermal and magnetic induction heating, the finite element method has been used. An induction furnace model is simulated using an industrial geometry. The studies indicate that the effect of the geometry of the crucible and the coil on the melting time has not been thoroughly investigated and requires more in-depth studies. It is attempted to improve the shape of the induction furnace, so that in less time aluminum is melted in a small scale furnace. The effect of the diameter-to-height ratio of the crucible on the duration of melting has been investigated. By decreasing the diameter-to-height ratio, the temperature reaches melting temperature in a shorter time. The results show that for the diameter-to-height ratio of less than 0.4, there will not be a significant change at the average temperature. 10% reduction in the distance between the coils leads to an increase in the average temperature of the working material inside the furnace. With considering the constant density of the coil current and the constant induced current in the heated material, the effects of the number of coil turns on the temperature distribution and magnetic flux are investigated. In this way, the accuracy of the model is also checked by induction heating concepts. The effect of frequency on temperature has been investigated in different coil lengths. The results show that an increase of 4 times in the frequency caused an increase of 1.7 times in the average temperature.

**Keywords** Induction Heating; Electromagnetics; Numerical Solution; Furnace

<sup>1</sup>Mechanical Engineering Faculty, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran

### \*Correspondence

Address: Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran  
Phone: +98 (23) 32392204  
Fax: +98 (23) 32392204  
mnazari@shahroodut.ac.ir

### Article History

Received: May 10, 2018  
Accepted: November 21, 2018  
ePublished: April 06, 2019

## CITATION LINKS

[1] Experimental and numerical investigation on mass transfer induced by electromagnetic field in cold crucible used for directional solidification [2] Experimental and numerical analysis of DC induction heating of aluminum billets [3] Economical production of titanium-aluminide automotive valves using cold wall induction melting and centrifugal casting in a permanent mold [4] Application of induction heating in food processing and cooking [5] Simulation model of induction heating in Comsol multiphysics [6] A heat transfer textbook [7] FPGA implementation of a switching frequency modulation circuit for EMI reduction in resonant inverters for induction heating appliances [8] Elements of induction heating: Design, control, and applications [9] Induction heat treatment: Basic principles, computation, coil construction, and design considerations [10] A mathematical simulation of high temperature induction heating of electroconductive solids [11] A numerical model for induction heating processes coupling electromagnetism and thermomechanics [12] 2D finite element program for magnetic induction heating [13] 3-D eddy current analysis of induction heating apparatus considering heat emission, heat conduction, and temperature dependence of magnetic characteristics [14] Effect of multi-layered induction coils on efficiency and uniformity of surface heating [15] Numerical and experimental investigation of heat transfer process in electromagnetically driven flow within a vacuum induction furnace [16] Calculation of eddy current losses in nonlinear ferromagnetic materials [17] Numerical analysis and thermographic investigation of induction heating [18] Induction heating handbook

## مدل سازی عددی همزمان انتقال حرارت و میدان مغناطیسی در کوره ذوب القایی تحت خلا

سارا قربانزاده MSc

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران

محسن نظری \* PhD

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران

محمد محسن شاه مردان PhD

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران

امیر حسن نیا PhD

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران

مصطفی نظری PhD

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران

### چکیده

در این مقاله به بررسی عددی انتقال حرارت و میدان مغناطیسی در یک کوره ذوب القایی خلا پرداخته شده است. برای حل معادلات گرمایش القایی از کوپله شدن انتقال حرارت و میدان مغناطیسی به روش المان محدود استفاده شده و با استفاده از یک هندسه صنعتی، مدل کوره القایی شبیه سازی شده است. مطالعات انجام شده نشان می دهد که تاثیر شکل هندسی بوته و سیم پیچ، بر مدت زمان رسیدن به دمای ذوب به طور کامل بررسی نشده و مطالعات عمیق تری نیاز است. سعی در این است با بهبود هندسه کوره القایی، در مدت زمان کمتری آلومینیوم در کوره ذوب شود. تاثیر نسبت قطر به ارتفاع بوته (در حجم ثابت نمونه) بر مدت زمان رسیدن به نقطه ذوب در کوره القایی مورد بررسی قرار گرفته است. با کاهش نسبت قطر به ارتفاع، دما در زمان کوتاه تری به نقطه ذوب می رسد. نتایج نشان می دهد که به ازای نسبت قطر به ارتفاع کمتر از ۰/۴ تغییر قابل ملاحظه ای در دمای میانگین حاصل نخواهد شد. با کاهش ۱۰ درصدی فاصله بین سیم پیچ ها، میانگین دمای ماده افزایش یافته است. با ثابت در نظر گرفتن چگالی جریان سیم پیچ و جریان القا شده در ماده گرم شونده، اثرات تعداد حلقه سیم پیچ القایی بر توزیع دما و شار مغناطیسی نیز مورد بررسی قرار گرفته است و به همین روش صحت مدل سازی با مباحث گرمایش القایی مقایسه شده است. تاثیر فرکانس بر دما در نسبت های مختلف طول سیم پیچ مورد تحقیق قرار گرفته و نتایج نشان می دهد افزایش ۴ برابری فرکانس موجب افزایش ۱/۷ برابری دمای میانگین در قطعه کاری می شود.

**کلیدواژه ها:** حرارت القایی، الکترومغناطیس، حل عددی، کوره

تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۰۲/۲۰

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۰۸/۳۰

\* نویسنده مسئول: mnazari@shahroodut.ac.ir

### ۱- مقدمه

حرارت القایی بدون هیچ گونه تماسی قادر است به وسیله سیم پیچ رسانا، جریان الکتریکی را به حرارت تبدیل نماید. جریان متناوب در سیم پیچ که تولید میدان مغناطیسی گذرا می کند، اساس کار کوره های القایی را تشکیل می دهد. در این کوره ها از حرارت ایجاد شده توسط تلفات فوکو و هیستریزیس برای ذوب فلزات استفاده می شود.

گرمایش القایی یکی از روش هایی است که به طور گسترده در عملیات حرارتی فولاد مورد استفاده قرار می گیرد که با گرمایشی سریع تر و دقیق تر به صورت موضعی با صرف انرژی کمتر، مطلوب مورد نظر را حاصل می کند و مورد پسند دستداران محیط زیست نیز است [1, 2]. یکی از مزیت های گرمایش القایی در خلا، عدم نیاز به وجود منبع خارجی گرم کننده است که می تواند منجر به تمیزی محیط کوره و اطراف بوته شود. در این روش نیازی به تماس فیزیکی بار و کوئل نیست و علاوه بر این، چگالی توان بالا در مدت زمان گرمایش کم به آسانی قابل دسترس است. از دیگر مزایای این روش می توان به هزینه کمتر نیروی کار، نگهداشت آسان از

تجهیزات، تضمین کیفیت، قابلیت اتوماسیون و قابلیت اطمینان بالا اشاره کرد. القای الکترومغناطیسی، یک روش حرارت دادن مواد رسانای الکتریکی مانند فلزات است. تعداد کالاهای صنعتی و مصرفی که در مرحله تولید تحت حرارت القا قرار می گیرند، بسیار زیاد است و به سرعت در حال گسترش هستند. گرمایش القایی یکی از فناوری های جدید در لوازم خانگی است [3, 4].

اوسلیکا و کووچ [5] به شبیه سازی مساله حرارت القایی پرداختند و از دو ماژول انتقال حرارت و الکترومغناطیس استفاده کرده اند. الکترومغناطیس و انتقال حرارت به خواص فیزیکی ماده گرم شده مرتبط است و خواص ماده می تواند توابع غیرخطی از شدت میدان مغناطیسی، دما و فاکتورهای دیگر باشد. در مدل اوسلیکا و کووچ [5] خواص ماده گرم شونده مورد ملاحظه قرار گرفته که شامل ضریب نفوذپذیری، مقاومت الکتریکی، ضریب هدایت حرارتی و ضریب گرمایی است. همچنین مدل شبیه سازی شده با در نظر گرفتن خواص غیرخطی با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده است. نتایج حاصل از مدل شبیه سازی شده با خطای نسبی قابل قبولی تایید شده است. مولفان به این نتیجه رسیدند که میزان حرارت تولید شده در قطعه کار به جریان الکتریسته عبوری از کوئل و عمق حرارت نیز به فرکانس آن وابسته است [6, 7].

در راستای مدل سازی کوره های القایی، سمیلتین [8] و همچنین رودنو و همکاران [9]، میدان مغناطیسی تولید شده توسط سیم پیچ را عامل ایجاد جریان در کوره دانسته و پدیده انتقال حرارت در حضور میدان الکترومغناطیس در کوره القایی را کاملاً مرتبط با ماهیت و خواص فیزیکی ماده یافتند. انتخاب شکل و موقعیت سیم پیچ القایی و تنظیم خواص جریان الکتریکی برای دستیابی به مشخصات درجه حرارت مورد نیاز در قطعه کار لازم و ضروری است. در طول فرآیند گرمایش القایی، دمای ماده گرم شونده به میزان زیادی تغییر می کند که معرفی ویژگی های غیرخطی وابسته به دما را مخصوصاً برای مواد فرومغناطیسی ضروری می کند. روش های عددی مانند روش المان محدود به طور گسترده برای حل مسائل گرمایش القایی مورد استفاده قرار گرفته است [10-12]. بررسی تجربی مدل های گرمایش القایی معمولاً با اندازه گیری دمای قطعه کار در گذر زمان به وسیله ترموکوپل ها [13] یا دوربین های ترموگرافی [14] انجام می شود.

شبیه سازی عددی، ابزاری مفید برای طراحی و بررسی سیستم های حرارت القایی است. سیستم اصلی حرارت القایی شامل منبع جریان متناوب AC و سیم پیچ القایی است. کوئل کردن قطعه کار و کوئل حاوی جریان، شکل هندسی قطعه کار و کوئل القاگر و انتقال حرارت در ماده مورد نظر از جمله موارد بسیار مهم در طراحی سیستم های القایی می باشند. [15].

در این مقاله به مدل سازی عددی کوره القایی پرداخته شده و با استفاده از یک هندسه صنعتی، مدل کوره القایی شبیه سازی شده است. سپس به بررسی پارامترهای مختلف هندسی، محل قرارگیری سیم پیچ القایی در اطراف بوته و تاثیر این عوامل بر زمان رسیدن به ذوب پرداخته شده است. سعی در این است که با بررسی پارامتری مساله، مدلی بهینه برای طراحی کوره در مقیاس کوچک ایجاد شود.

### ۲- فیزیک مساله

در این مقاله به مدل سازی کوره القایی به روش عددی می پردازیم. گرمایش القایی به جریان الکتریکی وابسته است و در ماده ای که باید حرارت داده شود، باید به صورت داخلی القا شود. اجزای اصلی یک سیستم گرمایش القایی شامل سیم پیچ القایی، منبع تغذیه

## ۲-۲- معادلات ریاضی

در این مقاله از روش اجزای محدود برای محاسبه میدان مغناطیسی و توزیع حرارت استفاده شده است. در این روش، کل فضای مساله شامل سیم پیچ، عایق ها، بوته، هوا و قطعه کار به المان های کوچک تقسیم می شوند و معادلات ماکسول در هر سلول حل خواهد شد. سپس حرارت ناشی از تغییرات میدان مغناطیسی تعیین می شود. معادلات ماکسول برای محاسبه میدان مغناطیسی شامل چهار معادله اساسی به صورت زیر است [15]:

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (2)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (4)$$

که در آن  $\vec{D}$  بردار جابه جایی الکتریکی بر حسب کولمب بر متر مربع،  $\rho$  چگالی بار الکتریکی بر حسب کولمب بر متر مکعب،  $\vec{B}$  بردار چگالی شار مغناطیسی بر حسب تسلا،  $\vec{E}$  بردار میدان الکتریکی بر حسب ولت بر متر،  $\vec{H}$  بردار شدت میدان مغناطیسی بر حسب آمپر بر متر و  $\vec{J}$  بردار چگالی جریان الکتریکی بر حسب آمپر بر متر مربع است. با تعریف میزان جریان کوئل در مدل سازی مساله، بردار چگالی جریان  $\vec{J}$  با توجه به سطح مقطع هر المان قابل محاسبه است.

$$i = \int \vec{J} \cdot d\vec{A} \quad (5)$$

که در آن  $i$  میزان جریان کوئل و  $d\vec{A}$  بردار المان سطح برای هر مش است. با مشخص شدن بردار چگالی جریان،  $\vec{H}$  بردار شدت میدان مغناطیسی با استفاده از رابطه ۴ محاسبه می شود ( $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = 0$ ) و مطابق رابطه ۱، بردار جابه جایی الکتریکی فقط به چگالی بار مغناطیسی وابسته است. همچنین با داشتن رابطه زیر در میدان مغناطیسی،  $\vec{B}$  بردار چگالی شار مغناطیسی قابل حاسبه خواهد بود.

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \quad (6)$$

$\mu_0$  نفوذپذیری خلأ و  $\mu_r$  نفوذپذیری نسبی است. حال با دانستن  $\vec{B}$  از طریق رابطه ۳، ماکسول مقدار  $\vec{E}$  بردار میدان الکتریکی محاسبه می شود. سپس مقدار جابه جایی الکتریکی ( $\vec{D}$ ) از طریق رابطه زیر و دانستن ضریب گذردهی الکتریکی خلأ ( $\epsilon_0$ ) و گذردهی الکتریکی نسبی ( $\epsilon_r$ ) قابل محاسبه است [16]:

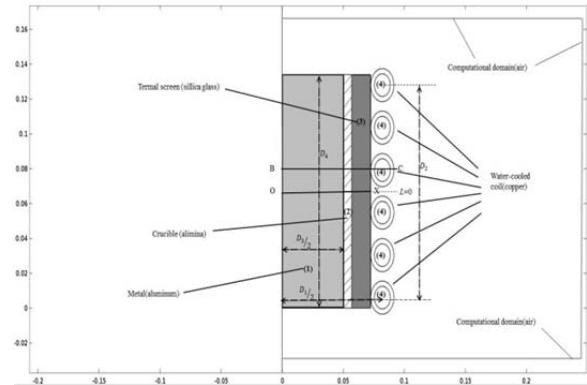
$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} \quad (7)$$

حرارت تولید شده توسط القا از طریق هدایت انتقال پیدا می کند و فرایندهای ذوب القایی در محیط خلأ انجام می شود. بنابراین شار انتقال حرارت هدایتی در المان های سیستم (عایق ها و ماده گرم شونده داخلی) با در نظر گرفتن مکانیزم هدایت و رابطه ۸ تعریف شده است:

$$q = -k \nabla T \quad (8)$$

$k$  ضریب هدایت حرارتی،  $T$  دما و  $q$  انتقال حرارت است. سپس برای حل معادله انرژی در گره ها با در نظر گرفتن کوئل هم زمان انتقال حرارت و الکترومغناطیس، باید ترم اتلاف الکترومغناطیسی

جریان متناوب و قطعه کار است. سیم پیچ بسته به الگوی حرارت مورد نیاز می تواند شکل های مختلفی داشته باشد. جریان الکتریکی AC که با عبور از طریق سیم پیچ موجب ایجاد میدان مغناطیسی متناوب می شود، جریان های گردابی در داخل قطعه ایجاد می کند و زمینه افزایش درجه حرارت را فراهم می کند [8]. با استفاده از یک هندسه صنعتی، مدل کوره القایی شبیه سازی شده است. اجزای کلاسیک یک کوره القایی همان طور که در شکل ۱ آمده، شامل شارژ (فلز) (۱) که داخل بوته (۲) بوده، سپر حرارتی که انتقال حرارت را کنترل می کند (۳) و سیم پیچ (۴) است که در آن انرژی الکتریکی اعمال می شود.



شکل ۱ هندسه کوره القایی

یکی از چالش ها در گرمایش القایی این است که جریان بالا در کوئل القاگر نیازمند به خنک کننده فعال است. برای حل این مشکل می توان از سیم پیچ رسانای توخالی و گردش آب سرد داخلی آن بهره برد. ابعاد و پارامترهای استفاده شده در الگوی مورد تحقیق در شکل ۱ نام گذاری شده است. همان طور که مشاهده می کنید با در نظر گرفتن تعدادی حلقه کوئل و قراردادن مرکز سیم پیچ روی مرکز بوته، انحراف مراکز ( $L$ ) نداریم. خط OX گذرنده از مرکز بوته و ماده گرم شونده است. حال با بررسی تغییر نسبت های هندسی (در بوته)، به مطالعه اثرات هندسی بر مدت زمان رسیدن به نقطه ذوب خواهیم پرداخت.

## ۲-۲- متغیرهای بی بعد پراهمیت در طراحی کوره القایی

پارامترهای هندسی شامل  $N$  تعداد حلقه،  $D_1$  قطر اصلی کوئل،  $D_2$  طول کوئل،  $D_3$  قطر بوته و  $D_4$  ارتفاع بوته است. در جدول ۱، مقادیر پارامترهای هندسی برای شبیه سازی مدل صنعتی مد نظر مقاله بیان شده است. برای مطالعه پارامتری مساله و با توجه به اهمیت ابعاد هندسی از پارامترهای بی بعد زیر استفاده خواهد شد:

$$\frac{D_2}{D_4}, \frac{L}{D_4}, \frac{D_1}{D_3}$$

حجم ماده گرم شونده را با  $V$  نشان می دهیم و برابر است با:

$$V = \frac{\pi D_3^2}{4} \times D_4$$

**جدول ۱** پارامترهای هندسی کوره القایی و مقادیر اولیه متناسب با اندازه های واقعی

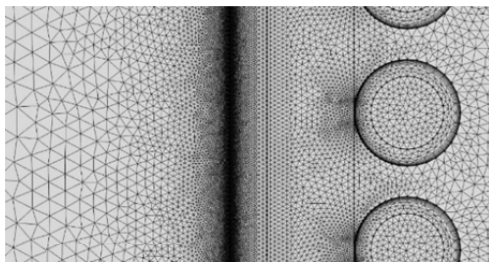
| نماد  | پارامتر       | مقدار (mm) |
|-------|---------------|------------|
| $D_1$ | قطر اصلی کوئل | ۱۶۴        |
| $D_2$ | طول کوئل      | ۱۲۲        |
| $D_3$ | قطر بوته      | ۱۰۱        |
| $D_4$ | ارتفاع بوته   | ۱۳۴        |

خلاً  $(\mu_0)$ ، نفوذپذیری نسبی ماده  $(\mu_r)$ ، هدایت الکتریکی  $(\sigma)$  و فرکانس  $(f)$  است، همان طور که در فرمول ۱۲ داریم [18]:

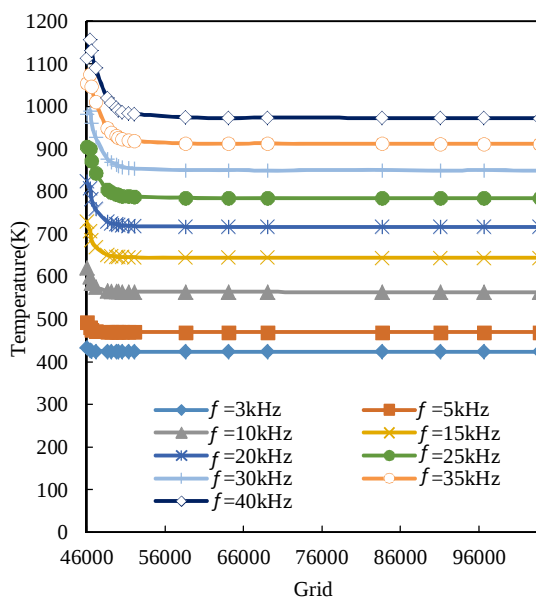
$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \sigma \mu k_T}} \quad (12)$$

$$\mu = \mu_0 \mu_r \quad (13)$$

هر چه فرکانس بالاتر باشد، عمق نفوذ نازکتر است. در نتیجه با تنظیم فرکانس می‌توان میزان عمق نفوذ مغناطیسی را کنترل کرد. از نظر عددی، تعداد شبکه در هر کوئل باید به قدر کافی ریز باشد تا دقت و صحت نتایج تضمین شود. همین طور در محل عمق نفوذ و محل تماس قطعه کار با بوته نیز اندازه شبکه محاسباتی باید ریز انتخاب شود (شکل ۲). پس در اطراف ماده گرم‌شونده و داخل کوئل‌ها تعداد شبکه بیشتری مورد نیاز بوده که این افزایش شبکه به دلیل حساسیت عمق نفوذ و نیاز کنترل دما در داخل سیم‌پیچ است [8].



شکل (۲) نمونه شبکه‌بندی انتخاب شده



نمودار (۱) میانگین دما در فرکانس‌های مختلف نسبت به تعداد شبکه، جریان ۱۳۰۰ آمپر و  $D_2/D_4 = 0.9104$  و  $L/D_4 = 0$ ،  $D_1/D_3 = 1.6237$

$(Q_e)$  به صورت منبع گرما در بخش انتقال حرارت، مدل شود. برای تحلیل انتقال حرارت در ناحیه محاسباتی از رابطه ۹ استفاده شده است:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot q = Q_e \quad (9)$$

اتلاف الکترومغناطیسی شامل تلفات مقاومتی  $(Q_{rh})$  و تلفات مغناطیسی  $(Q_{ml})$  است. در این مقاله چون آلومینیوم ماده‌ای غیرمغناطیسی است، تلفات مغناطیسی در آن صفر می‌شود.

$$Q_e = Q_{rh} + Q_{ml} \quad (10)$$

منبع حرارت  $Q_{rh}$  همان جریان‌های گردابی است که داخل آلومینیوم تولید می‌شود و مقدار آن توسط رابطه ۱۱ محاسبه می‌شود:

$$Q_{rh} = \frac{1}{2} Re(J \cdot E^*) \quad (11)$$

$\rho$  چگالی،  $C_p$  ظرفیت گرمایی ویژه در فشار ثابت و  $Q$  منبع حرارت است.  $E^*$  مزدوج میدان الکتریکی و  $H^*$  مزدوج شدت میدان مغناطیسی است. فرض شده است که ماده به طور کامل بوته را پر می‌کند. با توجه به خنک‌کاری سیم‌پیچ‌ها در کاربردهای صنعتی، عملاً سطح سیم‌پیچ دمای بالایی ندارد و تشعشعی بین این سطح و مرز بیرونی متصور نیست.

### ۳-۲- پارامترهای ورودی مساله

برای پیدا کردن تلفات حرارتی، توزیع دما در ماده مذاب و چگالی شار مغناطیسی نیاز به مدل‌سازی عددی داریم. مدل عددی با کوئل الکترومغناطیس، پدیده انتقال حرارت و استفاده از روش المان محدود حل شده است. به دلیل تقارن از هندسه دوبعدی متقارن محوری استفاده شده است. از پارامترهای ورودی ضروری می‌توان به خواص ذکر شده در جدول ۲ اشاره کرد. خواص مطابق با جدول تابع دما در نظر گرفته شده است.

جدول (۲) خواص الکترومغناطیسی و حرارتی

| دما (K)                           | آلومینیوم                  | مس (سیم‌پیچ)               |
|-----------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| ۱                                 | ۱                          | ۱                          |
| رسانایی الکتریکی $(S/m : \sigma)$ | $\rho(\alpha + (T - T_0))$ | $\rho(\alpha + (T - T_0))$ |
| نفوذپذیر مغناطیسی $(H/m : \mu)$   | ۱/۰۰۰۰۲۱                   | ۰/۹۹۹۹۹                    |
| چگالی $(kg/m^3 : \rho)$           | ۲۶۹۸/۹                     | ۸۷۰۰                       |
| ضریب هدایت گرمایی $(W/m.K : k)$   | ۲۵۵                        | ۴۰۰                        |

### ۴-۲- شرایط مرزی و اولیه

به منظور اعمال شرایط مرزی می‌توان فرض کرد که ناحیه عایق مغناطیسی کاملاً دور از کوره القایی وجود دارد و مولفه نرمال میدان مغناطیسی صفر است. مهم است اطمینان حاصل شود که این ناحیه عایق به قدر کافی دور از کوره است که بر راه حل تاثیر نگذارد. بنابراین ۱۰ برابر اندازه کوره به عنوان شرایط مرزی دوردست در نظر گرفته شده است [17]. همان گونه که ذکر شد، مساله به صورت متقارن محوری حل شده و در فصل مشترک مواد (مثل ماده گرم‌شونده، بوته، عایق و غیره) شرط برابری شار حرارتی برقرار شده است.

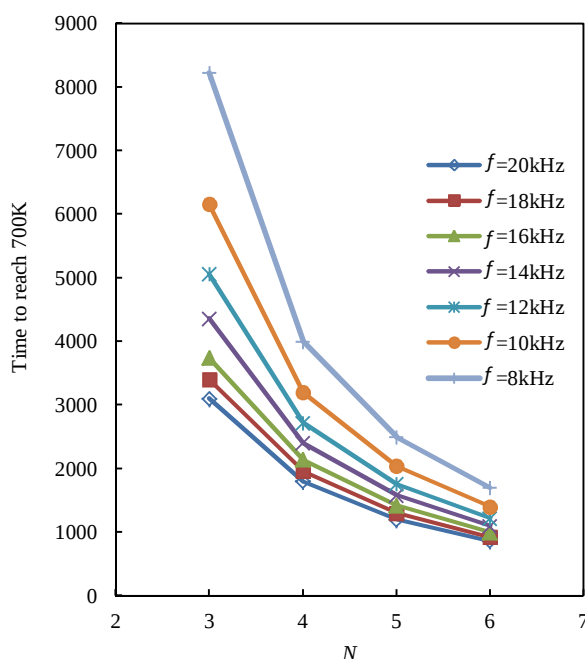
### ۳- تولید شبکه عددی

برای انجام هر محاسبه‌ای میزان عمق نفوذ باید تعیین شود که پارامتری مهم و تاثیرگذار است، زیرا بیشترین جریان الکتریکی از طریق عمق نفوذ جریان می‌یابند. این پارامتر وابسته به نفوذپذیری

همان طور که در نمودار ۳ مشاهده می‌شود، تغییرات دمای میانگین خط گذرنده OX در گذر زمان در چگالی شار ثابت و  $N \times i$  ثابت در فرکانس ۳۰ و ۱۰ کیلوهرتز برای تعداد حلقه‌های مختلف رسم شده است که این ۶ خط نمودار تقریباً بر هم منطبق هستند. این انطباق نمودارها بر یکدیگر، نشان‌دهنده مدل‌سازی درست میدان مغناطیسی در مساله است، چرا که از نتایج الکترومغناطیسی همین مفهوم استنباط می‌شود. در نتیجه با ثابت‌نگاه‌داشتن چگالی جریان و حاصلضرب  $N \times i$  می‌توان با چندین هندسه متفاوت، کوره دلخواه را مدل‌سازی کرد. هر چند استفاده از تعداد حلقه بیشتر بهتر است و نیاز به استفاده از جریان بالا ندارد.

شکل ۳، نمایش توزیع نرم چگالی جریان مغناطیسی ( $B$ ) در اشکال پیشنهادی مطابق با جدول ۳ است. همان طور که در نظر داشتیم، چون چگالی شار ( $j$ ) ثابت در نظر گرفته شده، مقدار چگالی جریان در ۶ شکل تقریباً بیشینه و کمینه یکسانی دارد که دلیل بر صحت مدل‌سازی است. مشاهده می‌شود که بیشینه چگالی جریان در دامنه کوئل‌هاست. توزیع چگالی جریان در داخل کوئل یکنواخت نیست و جریان بیشتر میل دارد تا در قسمت داخلی کوئل حرکت کند. بیشینه چگالی جریان در حالت ۲ حلقه به بیشترین مقدار ۰/۱ تسلا می‌رسد و بیشینه چگالی جریان در ۴، ۵، ۶ و ۷ حلقه به کمترین مقدار ۰/۰۸ تسلا رسیده است.

شکل ۴، نمایش توزیع دما در اشکال مختلف پیشنهادی برای کوره القایی در زمان ۱۴۰۰ ثانیه است. همان طور که انتظار می‌رود خنک‌کاری توسط آب در گردش با دبی  $1 \text{ kg/min}$  در کوئل‌ها، مانع افزایش دما نامطلوب در سیم‌پیچ مسی شده است. افزایش دما، مطلوب و در داخل ماده مذاب است. اتلاف حرارت در حالت ۲ حلقه بیشتر بوده، در صورتی که در تعداد حلقه‌های بالا، تمرکز حرارت بر بوته معطوف است. هر چقدر تعداد بیشتری حلقه انتخاب کنیم با جریان الکتریکی کمتر و منبع تغذیه مقرون به صرفه‌تر به دمای مد نظر خود خواهیم رسید.



نمودار ۲) تغییرات زمان رسیدن به دمای ۷۰۰ درجه نسبت به تغییر تعداد حلقه در فرکانس‌های مختلف، جریان ۱۳۰۰ آمپر و  $D_1/D_3=1.6237$  و  $L/D_4=0$  و  $D_2/D_4=0.9104$

برای پیدا کردن تعداد شبکه مناسب لازم است نسبت به یک پارامتر حساس، تعداد شبکه کنترل شود. دمای میانگین خط OX در زمان ۹۰۰ ثانیه (زمان انتهای فرآیند) برای فرکانس‌های مختلف اندازه‌گیری شده است. به عنوان نمونه، در فرکانس ۴۰ کیلوهرتز با افزایش تعداد شبکه، دمای میانگین ماده گرم‌شونده، محاسبه و همان طور که مشاهده می‌شود از ۴۹۰۹۵ شبکه به بعد تغییری در نتایج مشاهده نمی‌شود. این روند برای فرکانس‌های دیگر نیز بررسی شده است. همان طور که در نمودار ۱ مشاهده می‌شود، تعداد شبکه مورد نیاز در فرکانس‌های پایین‌تر نیز مناسب است.

#### ۴- نتایج

در این قسمت به بررسی پارامترهای هندسی موثر بر زمان ذوب ماده می‌پردازیم. در قسمت اول با تغییر تعداد حلقه، در قسمت دوم با بررسی اثرات فرکانس و در انتها با تغییر نسبت ارتفاع بوته به قطر آن در حجم ثابت، زمان رسیدن به دمای ذوب و اثرات دمایی و مغناطیسی بررسی خواهد شد.

##### ۴-۱- بررسی تاثیر تغییر تعداد حلقه

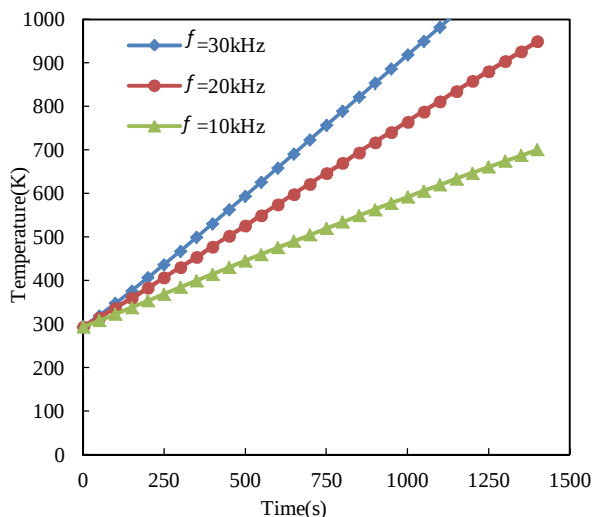
با افزایش تعداد حلقه‌ها و ثابت‌نگاه‌داشتن پارامترهایی چون جریان عبوری از کوئل، فرکانس و شکل کوئل همان طور که انتظار می‌رود، زمان رسیدن به ذوب کوتاه‌تر شده است.

نمودار ۲، نمایش تغییرات زمان رسیدن به دمای ۷۰۰ درجه نسبت به تغییر تعداد حلقه در فرکانس‌های مختلف، جریان ثابت ۱۳۰۰ آمپر و پارامترهای هندسی ثابت  $D_1/D_3=1.6237$ ،  $L/D_4=0$  و  $D_2/D_4=0.9104$  را نشان می‌دهد. طبق اصول گرمایش القایی، عبور جریان متناوب در سیم‌پیچ باعث ایجاد میدان مغناطیسی در داخل ماده گرم‌شونده می‌شود که این میدان مغناطیسی متناوب، جریان الکتریکی را در ماده گرم‌شونده القا می‌کند. میزان جریان القا شده در ماده گرم‌شونده، برابر با حاصلضرب تعداد حلقه سیم‌پیچ ( $N$ ) در جریان عبوری از سیم‌پیچ ( $i$ ) است ( $I = N \times i$ ). با ثابت‌نگاه‌داشتن چگالی جریان و جریان القا شده در قطعه کار می‌بایست با شکل‌های هندسی متفاوت سیم‌پیچ، تغییرات دمایی قطعه کار در گذر زمان ثابت بماند. مطابق با اصول الکترومغناطیسی، پارامترهای اساسی در گرمایش القایی، جریان القا شده در ماده گرم‌شونده و چگالی جریان است. به این دلیل برای درستی آزمایشی نتایج حل عددی صورت گرفته، اشکال متفاوت سیم‌پیچ که چگالی جریان و جریان القایی یکسانی در ماده گرم‌شونده ایجاد می‌کند، مورد بررسی قرار گرفته است. تغییر تعداد حلقه هنگامی که جریان القا شده در آلومینیوم و چگالی جریان سیم‌پیچ ثابت می‌ماند، نباید اثری در تغییرات دما در گذر زمان در ماده گرم‌شونده داشته باشد. یکی از راه‌های اصولی کنترل روش عددی، استفاده از همین مفهوم است. می‌دانیم که چگالی جریان تابعی از میزان سطح مقطع کوئل و جریان عبوری از کوئل است ( $j = i/A$ ). پس اگر بخواهیم تعداد حلقه را با ثابت‌نگاه‌داشتن چگالی جریان ( $j$ ) و میزان جریان القا شده در آلومینیوم ( $N \times i$ ) تغییر دهیم، ناچار به تغییر سطح مقطع عبور جریان در کوئل‌ها و جریان عبوری از سطح مقطع کوئل هستیم.

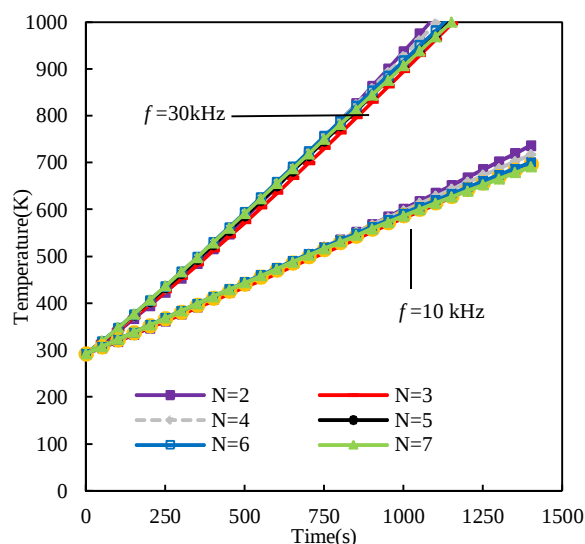
بنابراین طبق جدول ۳، سطح مقطع عبور جریان در کوئل‌ها با تغییر تعداد حلقه تغییر خواهد کرد تا چگالی جریان در همه حالات ثابت بماند و همین طور برای ثابت‌ماندن حاصلضرب  $N \times i$ ، جریان گذرنده از کوئل‌ها نیز مطابق جدول تغییر داده می‌شود. پارامترهای تنظیم شده شامل  $N \times i = 7800$  و  $j$  ثابت،  $D_1/D_3=1.6237$  و  $L/D_4=0$  است.

**جدول ۳)** تغییر تعداد حلقه، میزان جریان و سطح مقطع کویل با در نظر گرفتن  $L/D_4 = 0$  و  $D_1/D_3 = 1.6237$  و  $N \times i = 7800$

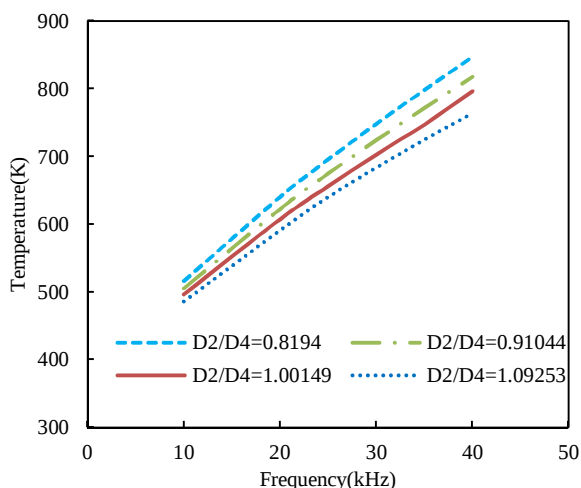
| تعداد حلقه $N$ | جریان $i$ (A) | سطح مقطع عبور جریان (mm <sup>2</sup> ) |
|----------------|---------------|----------------------------------------|
| ۲              | ۳۹۰۰          | ۰/۰۰۰۴۵                                |
| ۳              | ۲۶۰۰          | ۰/۰۰۰۳                                 |
| ۴              | ۱۹۵۰          | ۰/۰۰۰۲۲۵                               |
| ۵              | ۱۵۶۰          | ۰/۰۰۰۱۸                                |
| ۶              | ۱۳۰۰          | ۰/۰۰۰۱۵                                |
| ۷              | ۱۱۱۴/۲۸       | ۰/۰۰۰۱۲۸۵۷                             |



**نمودار ۴)** تاثیر تغییر فرکانس بر دما در گذر زمان در جریان ۱۳۰۰ آمپر  $D_2/D_4 = 0.9104$  و  $L/D_4 = 0$ ,  $D_1/D_3 = 1.6237$



**نمودار ۵)** تغییرات دمای میانگین خط OX در گذر زمان در تعداد حلقه‌های مختلف ( $N$ ) و در دو فرکانس ۱۰ و ۳۰ کیلوهرتز و جریان ثابت ۱۳۰۰ آمپر و  $N \times i$  ثابت و چگالی جریان ثابت



**نمودار ۶)** تاثیر فرکانس بر دمای میانگین خط OX در زمان ۱۴۰۰ ثانیه و در  $D_2/D_4$  مختلف و جریان ۱۳۰۰ آمپر شکل مدل اصلی  $D_1/D_3 = 1.6237$  و  $L/D_4 = 0$

### ۳-۴- تاثیر تغییر نسبت $D_3/D_4$ بوته در طراحی با در نظر گرفتن حجم ثابت بوته

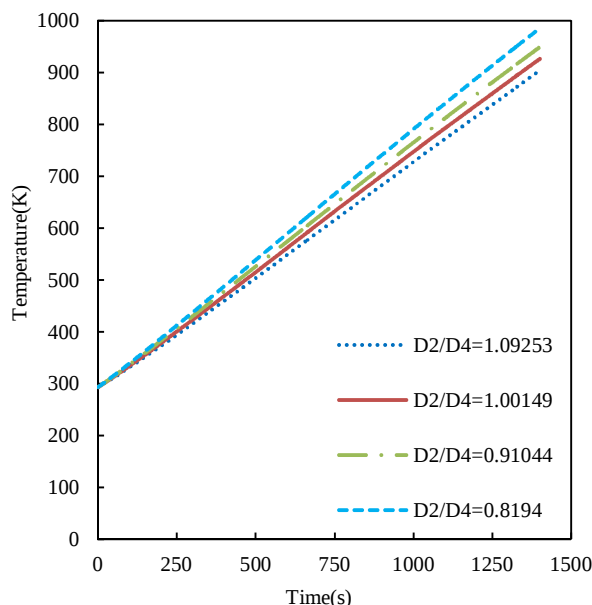
برای بررسی تاثیر شکل بوته در کوره القایی ذوب، نسبت قطر بر ارتفاع بوته را تغییر می‌دهیم تا در حجمی ثابت برای ماده به شکل بهینه برسیم. همان طور که از نمودار ۶ پیداست، با افزایش ارتفاع ( $D_4$ ) و کاهش قطر بوته ( $D_3$ )، دما در زمانی کوتاه‌تر به دمای ذوب می‌رسد. همان طور که در نمودار ۶ نشان داده شده، افزایش دما اثر کاهش نسبت  $D_3/D_4$  تا  $D_3/D_4 = 0.4$  ادامه یافته است، ولی تقریباً بعد از این نسبت، افزایش ارتفاع و کاهش قطر تاثیری در پاسخ ندارد. جریان القایی سیم‌پیچ درون کوره نفوذ می‌کند، همان طور که اشاره شد، عمق نفوذ نباید زیاد باشد، چون باعث تداخل این جریان با جریان القایی طرف دیگر سیم‌پیچ می‌شود.

### ۴-۲- تاثیر تغییر فرکانس

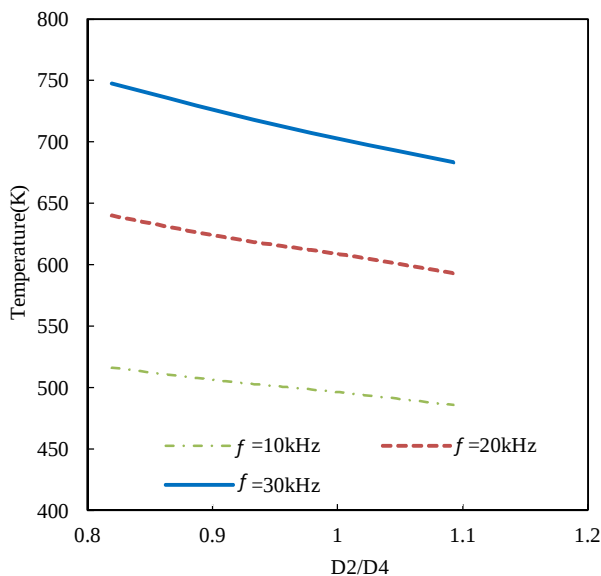
با توجه به هندسه در نظر گرفته شده برای ذوب آلومینیوم، نمودار تغییرات دمای میانگین خط OX در بازه زمانی صفر تا ۱۴۰۰ ثانیه برای فرکانس ۱۰، ۲۰ و ۳۰ کیلوهرتز در نمودار ۴ نشان داده شده است. همان طور که از نمودار می‌توان نتیجه گرفت، افزایش فرکانس نسبت به زمان خطی است. افزایش فرکانس، زمان رسیدن به دمای ذوب را کوتاه می‌دهد. مقایسه دمای حاصل از دو فرکانس ۱۰ و ۳۰ کیلوهرتز در لحظه ۹۰۰ ثانیه نشان می‌دهد با ۳ برابر کردن فرکانس دمای حاصله، ۱/۵ برابر خواهد شد. این نتیجه تطابق مدل‌سازی با اصول گرمایش القایی که حاکی از ارتباط تغییرات دما با توان یک‌دوم فرکانس است را نشان می‌دهد. به دلیل این که افزایش فرکانس باعث کاهش عمق نفوذ در ماده می‌شود، برای افزایش فرکانس در طراحی محدودیت داریم. پس باید تا حدی فرکانس را افزایش داد که عمق نفوذ مناسب باشد و بعد از ذوب آلومینیوم از اطراف، سطوح داخلی هم حرارت یابند و مذاب شوند. همچنین عمق نفوذ نباید زیاد باشد، چون باعث تداخل این جریان با جریان القایی طرف دیگر سیم‌پیچ می‌شود. فرکانس‌های استاندارد شده زیادی برای کوره‌های تجاری وجود دارند. مهم‌ترین عواملی که در امر انتخاب فرکانس موثرند، عبارت از عمق نفوذ، توان ورودی، نوع محصول و ظرفیت کوره هستند. هر چه گنجایش بوته کمتر باشد، فرکانس بالاتر احتیاج است [8].

تغییرات فرکانس را از بازه ۱۰ تا ۴۰ کیلوهرتز و با گام ۵ هرتز تکرار کردیم. تاثیر فرکانس در زمان ثابت ۷۰۰ ثانیه روی دمای میانگین خط OX در مقادیر مختلف  $D_2/D_4$  در نمودار ۵ نمایش داده شده است. همان طور که مشاهده می‌شود، تغییرات دما نسبت به

OX در زمان ۷۰۰ ثانیه (زمان کل فرآیند گرمادهی مغناطیسی) افزایش یافته است و با افزایش ۱۰ و ۲۰ درصدی فاصله کویل‌ها، دمای میانگین نمونه کاهش می‌یابد. هر چقدر که فاصله کویل‌ها کمتر باشد، چگالی جریان بین آنها بیشتر خواهد شد که همین افزایش چگالی جریان باعث افزایش جریان القاشده در قطعه کار می‌شود و به تبع آن با تلفات گردابی و انرژی حرارتی تولیدشده بیشتری مواجه خواهیم بود. بنابراین با در نظر گرفتن امکان خمش و نزدیکی کردن سیم‌پیچ‌ها به هم، کمترین میزان ممکن را انتخاب می‌کنیم.



نمودار ۸) تاثیر تغییرات نسبت  $D_2/D_4$  بر دما در گذر زمان، جریان ۱۳۰۰ آمپر فرکانس ۲۰ کیلوهرتز،  $L/D_4 = 0$  و  $D_1/D_3 = 1.6237$



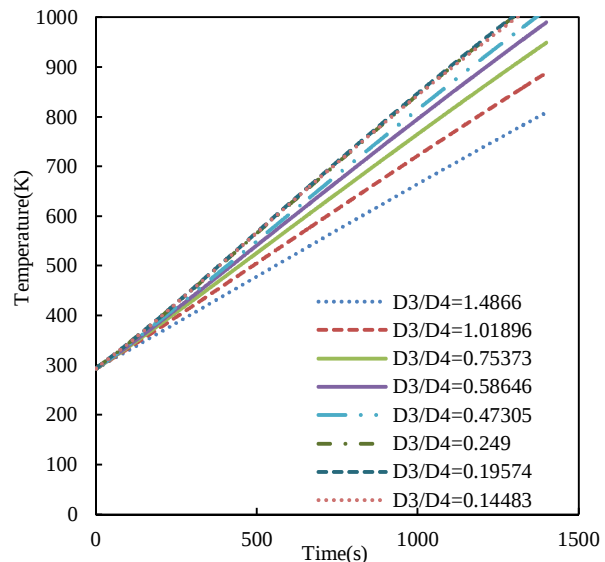
نمودار ۹) تاثیر تغییرات نسبت  $D_2/D_4$  بر دما در فرکانس‌های مختلف در زمان ۷۰۰ ثانیه، جریان ۱۳۰۰ آمپر،  $L/D_4 = 0$  و  $D_1/D_3 = 1.6237$

## ۵- نتیجه‌گیری

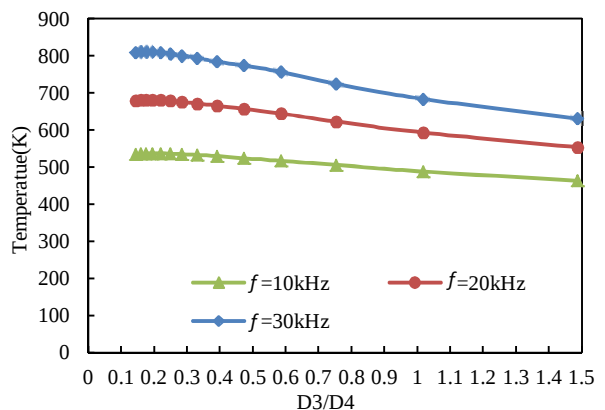
در این مقاله برای اولین بار به صورت جامع به بررسی پارامترهای هندسی کوره القایی تحت خلا و تاثیر آن بر زمان رسیدن به دمای

طبق استانداردهای مهندسی، قطر بوته باید حداقل برابر عمق نفوذ باشد [8].

حال این بررسی را برای دو فرکانس ۱۰ و ۳۰ کیلوهرتز نیز انجام می‌دهیم. در نمودار ۷، تغییرات دما در زمان ثابت ۷۰۰ ثانیه نسبت به  $D_3/D_4$  نمایش داده شده است. طبق نتایج، با کاهش نسبت قطر به ارتفاع (در مقادیر کمتر از ۰/۴) تغییر محسوسی در نتیجه دما حاصل نشده و این روند تا نسبت  $D_3/D_4 = 0.14$  ادامه یافته است.



نمودار ۶) تغییرات دما نسبت به زمان در  $D_3/D_4$  مختلف  $i=1300A$ ،  $D_2/D_4 = 0.9104$  و  $L/D_4 = 0$ ،  $D_1/D_3 = 1.6237$ ،  $f=20kHz$



نمودار ۷) تغییرات دما نسبت به  $D_3/D_4$  مختلف در زمان ۷۰۰ ثانیه در سه فرکانس مختلف ۱۰، ۲۰ و ۳۰ کیلوهرتز و جریان ثابت ۱۳۰۰ آمپر و حجم ثابت بوته نسبت‌های  $D_2/D_4 = 0.9104$  و  $L/D_4 = 0$ ،  $D_1/D_3 = 1.6237$

## ۴-۴- تغییر فاصله دوره‌های کویل

با تغییر فاصله مراکز، طول سیم‌پیچ تغییر می‌کند. با بررسی تاثیر تغییر نسبت طول سیم‌پیچ ( $D_2$ ) به ارتفاع بوته ( $D_4$ ) به این نتیجه رسیدیم که زمان رسیدن به دمای ذوب با کم شدن فاصله، کوتاه‌تر می‌شود. همان طور که در نمودار ۸ نشان داده شده، هر چقدر فاصله کویل‌ها کمتر باشد، دمای نمونه در یک بازه زمانی ثابت، بیشتر افزایش یافته است.

همان طور که در نمودار ۹ در سه فرکانس متفاوت، تغییر نسبت ارتفاع سیم‌پیچ به ارتفاع بوته بررسی شده، نتیجه گرفته می‌شود که با کاهش ۱۰ درصدی فاصله بین سیم‌پیچ‌ها، میانگین دمای خط

|          |                     |
|----------|---------------------|
| $\mu_0$  | نفوذپذیری خلأ       |
| $\mu_r$  | نفوذپذیری نسبی ماده |
| $\rho$   | چگالی بار الکتریکی  |
| $q$      | چگالی               |
| $\sigma$ | هدایت الکتریکی      |
| $\omega$ | بسامد زاویه‌ای      |

## منابع

- 1- Yaohua Y, Chen R, Guo J, Ding H, Su Y. Experimental and numerical investigation on mass transfer induced by electromagnetic field in cold crucible used for directional solidification. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2017;114:297-306.
- 2- Fabbri M, Forzan M, Lupi S, Morandi A, Ribani PL. Experimental and numerical analysis of DC induction heating of aluminum billets. *IEEE Transactions on Magnetics*. 2009;45(1):192-200.
- 3- Choudhury A, Blum M. Economical production of titanium-aluminide automotive valves using cold wall induction melting and centrifugal casting in a permanent mold. *Vacuum*. 1996;47(6-8):829-831.
- 4- El-Mashad HM, Zhongli Pan. Application of induction heating in food processing and cooking. *Food Engineering Reviews*. 2017;9(2):82-90.
- 5- Ocilka M, KOVÁČ D. Simulation model of induction heating in Comsol multiphysics. *Acta Electrotechnica et Informatica*. 2015;15(1):29-33.
- 6- Leinhard IV JH. A heat transfer textbook. 4<sup>th</sup> Edition. Cambridge: Phlogiston Press; 2013.
- 7- Barragán LA, Navarro D, Acero J, Urriza I, Burdío JM. FPGA implementation of a switching frequency modulation circuit for EMI reduction in resonant inverters for induction heating appliances. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2008;55(1):11-20.
- 8- Semiatin SL. Elements of induction heating: Design, control, and applications. 2<sup>nd</sup> Edition. Zinn S, editor. Metals Park: ASM International; 1988.
- 9- Rudnev VI, Cook RL, Loveless DL, Black MR. Induction heat treatment: Basic principles, computation, coil construction, and design considerations. In: Totten GE, editor. *Steel heat treatment: Equipment and process design*. 2<sup>nd</sup> Edition. Boca Raton: CRC Press; 2006. p. 277.
- 10- Drobenko B, Hachkevych O, Kournyts'kyi T. A mathematical simulation of high temperature induction heating of electroconductive solids. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2007;50(3-4):616-624.
- 11- Bay F, Labbé V, Favennec Y, Chenot JL. A numerical model for induction heating processes coupling electromagnetism and thermomechanics. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 2003;58(6):839-867.
- 12- Marchand Ch, Foggia A. 2D finite element program for magnetic induction heating. *IEEE Transactions on Magnetics*. 1983;19(6):2647-2649.
- 13- Kurose H, Miyagi D, Takahashi N, Uchida N, Kawanaka K. 3-D eddy current analysis of induction heating apparatus considering heat emission, heat conduction, and temperature dependence of magnetic characteristics. *IEEE Transactions on Magnetics*. 2009;45(3):1847-1850.
- 14- Huang MS, Huang YL. Effect of multi-layered induction coils on efficiency and uniformity of surface heating. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2010;53(11-12):2414-2423.

ذوب پرداخته شده است. با در نظر گرفتن چگالی جریان ثابت و جریان القاشده ثابت، به بررسی اثرات تعداد حلقه سیم‌پیچ، پرداخته و نتایج حاصل با مفاهیم الکترومغناطیس مقایسه شد. در تعداد حلقه‌های بالا، تمرکز حرارت بر بوته معطوف است و هر چقدر تعداد بیشتری از حلقه (در طراحی سیم‌پیچ) انتخاب شود، با جریان الکتریکی کمتر و منبع تغذیه مقرون به صرفه‌تر به دمای مد نظر خواهیم رسید. سپس به بررسی تاثیر فرکانس بر دمای میانگین پرداخته شده است. با افزایش فرکانس، دمای ماده در زمانی ثابت افزایش می‌یابد، ولی به علت تاثیر فرکانس بر عمق نفوذ مغناطیسی، در طراحی کوره برای انتخاب فرکانس محدودیت داریم. با تغییر نسبت قطر بر ارتفاع بوته در حجم ثابت، به بررسی تاثیر شکل بوته در طراحی پرداخته شده است. نتیجه گرفته شد که با کاهش نسبت قطر به ارتفاع، ماده در زمانی کوتاه‌تر به دمای ذوب می‌رسد. در نسبت‌های کمتر از  $D_3/D_4 = 0.4$  دیگر تغییر محسوسی در میانگین دما حاصل نشده که این روند تا نسبت هندسی  $D_3/D_4 = 0.14$  مورد بررسی قرار گرفته است. با بررسی تاثیر تغییر نسبت طول سیم‌پیچ ( $D_2$ ) به ارتفاع بوته ( $D_4$ ) به این نتیجه رسیدیم که زمان رسیدن به دمای ذوب با کم شدن فاصله کوتاه‌تر می‌شود.

**تشکر و قدردانی:** از دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی شاهرود که امکانات را برای انجام این پژوهش فراهم نمودند، تشکر می‌شود.

**تأییدیه اخلاقی:** محتویات علمی مقاله حاصل فعالیت علمی نویسندگان بوده و صحت و اعتبار نتایج بر عهده نویسندگان است.

**تعارض منافع:** مولفین مقاله، هیچ گونه تعارض منافعی با فرد یا گروه دیگر ندارند.

**سهم نویسندگان:** سارا قربانزاده (نویسنده اول)، نگارنده مقدمه/پژوهشگر اصلی (۲۰٪)؛ محسن نظری (نویسنده دوم)، پژوهشگر اصلی/نگارنده بحث (۲۰٪)؛ محمدحسن شاه‌مردان (نویسنده سوم)، پژوهشگر اصلی (۲۰٪)؛ امیر حسن‌نیا (نویسنده چهارم)، پژوهشگر کمکی (۲۰٪)؛ مصطفی نظری (نویسنده پنجم)، پژوهشگر کمکی (۲۰٪)

**منابع مالی:** منابع مالی خاصی برای انجام این تحقیق استفاده نشده است.

## ۶- پی‌نوشت

|       |                                 |
|-------|---------------------------------|
| A     | بردار پتانسیل مغناطیسی          |
| B     | بردار چگالی شار مغناطیسی        |
| $C_p$ | ظرفیت گرمایی ویژه               |
| D     | بردار جابه‌جایی الکتریکی        |
| E     | بردار میدان الکتریکی            |
| f     | فرکانس                          |
| H     | شدت میدان مغناطیسی              |
| i     | جریان عبوری از سیم‌پیچ          |
| I     | جریان القاشده در ماده گرم‌شونده |
| J     | بردار چگالی جریان مغناطیسی      |
| $J_e$ | چگالی جریان خارجی               |
| k     | ضریب هدایت حرارتی               |
| Q     | منبع گرما                       |
| T     | دما                             |

## علائم یونانی

|              |                     |
|--------------|---------------------|
| $\delta$     | عمق نفوذ            |
| $\epsilon_0$ | گذردی الکتریکی خلأ  |
| $\epsilon_r$ | گذردی الکتریکی نسبی |

Transactions on Magnetics. 1989;25(3):2665-2669.

17- Kranjc M, Zupanic A, Miklavcic D, Jarm T. Numerical analysis and thermographic investigation of induction heating. International Journal of Heat and Mass Transfer. 2010;53(17-18):3585-3591.

18- Davies J, Simpson P. Induction heating handbook. New York: McGraw-Hill; 1979.

15- Piotr B, Smolka J, Golak S, Przyłucki R, Palacz M, Siwiec G, et al. Numerical and experimental investigation of heat transfer process in electromagnetically driven flow within a vacuum induction furnace. Applied Thermal Engineering. 2017;124:1003-1013.

16- Labridis D, Dokopoulos P. Calculation of eddy current losses in nonlinear ferromagnetic materials. IEEE