ISSN: 2476-6909; Modares Mechanical Engineering. 2019;19(7):1697-1709

Comparison of Instantaneous Properties Extraction Methods and Execution of Optimal Empirical Mode Decomposition on Faulty Ball Bearing Experimental Data

ARTICLE INFO

Article Type
Original Research

Authors
Momeni Massouleh S.H.[1] *PhD*,
Vesaghati Javan M.[1] BSc,
Hosseini Kordkheili S.A.*[1] *PhD*

How to cite this article
Momeni Massouleh S.H, Vesaghati Javan M, Kordkheili S.A. Comparison of Instantaneous Properties Extraction Methods and Execution of Optimal Empirical Mode Decomposition on Faulty Ball Bearing Experimental Data Modares Mechanical Engineering.2019;19(7):1697-1709.

ABSTRACT

Empirical mode decomposition (EMD) is one of the new methods for decomposing a signal into its constituent components. The existence of multiple error sources has led to activities to eliminate or mitigate their effects. In this research, one of the major problems of EMD for the separation of noise-polluted signals, namely, mode mixing problem has been studied. To solve this problem, bandwidth EMD has been used, which enhances the EMD method and processes speed and greatly prevents mode mixing problem. Also, among the available methods to extract the instantaneous properties, the proper pair of instantaneous properties identification and signal normalization method is presented by an example. To investigate the efficiency of the bandwidth EMD method, using the optimal method of extracting the instantaneous properties, the experimental data of a faulty bearing have been studied and the instantaneous properties of both EMD method and the bandwidth EMD method have been extracted. Using the coefficient of variation criterion, it is shown that the bandwidth EMD method has a higher resolution and better results than EMD method. Finally, using information of decomposed white noise by EMD, the noise isolation quality of the original data is examined, which indicates a better decomposition of the results of the bandwidth EMD method.

Keywords Empirical Mode Decomposition; Instantaneous Frequency; Intrinsic Mode Function Ball Bearing

[1]Department of Aerospace Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran

Correspondence
Address: Department of Aerospace Engineering, Sharif University of Technology, Azadi Street, Tehran, Iran
Phone: +98 (21) 66164609
Fax: +98 (21) 66022731
ali.hosseini@sharif.edu

Article History
Received: April 07, 2018
Accepted: January 10, 2019
ePublished: July 01, 2019

CITATION LINKS

[1] Estimating and interpreting the instantaneous frequency ... [2] Fault diagnosis in gears operating under non-stationary rotational ... [3] Multidimensional condition monitoring of machines ... [4] A new feature for monitoring the condition of gearboxes ... [5] Application of averaged instantaneous power spectrum ... [6] The empirical mode decomposition and the ... [7] A review on empirical mode decomposition in fault diagnosis ... [8] Life cycle vibration analysis based on EMD of rolling element bearing ... [9] The application of energy operator demodulation approach based ... [10] Machine fault feature extraction based on intrinsic mode ... [11] Hilbert-Huang transform-based vibration signal analysis for ... [12] Hilbert-Huang transform and marginal spectrum for detection ... [13] Bearing fault detection based on instantaneous energy ... [14] Sifting process of EMD and its application in rolling element ... [15] Rotary machine health diagnosis based on empirical ... [16] A fast online bandwidth empirical mode decomposition ... [17] Ensemble empirical mode decomposition: A noise ... [18] Complementary ensemble empirical mode decomposition ... [19] A complete ensemble empirical mode decomposition ... [20] Output-only modal analysis based on improved empirical ... [21] A study of the characteristics of white noise using ... [22] Time-frequency distributions-a ... [23] Signals, oscillations, and waves: A modern ... [24] Hardy classes and operator ... [25] Hilbert-Huang transform and its ... [26] Computing frequency by using generalized zero-crossin ...

Copyright© 2019, TMU Press. This open-access article is published under the terms of the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License which permits Share (copy and redistribute the material in any medium or format) and Adapt (remix, transform, and build upon the material) under the Attribution-NonCommercial terms.

مقایسه روش‌های استخراج خواص لحظه‌ای و اجرای روش بهینه برای توابع مود ذاتی داده تجربی یاتاقان غلتشی

سیدحسن مومنی‌ماسوله PhD
دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران
محسن وثاقتی‌جوان BSc
دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران
سیدعلی حسینی‌کردخیلی* PhD
دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران

چکیده
تجزیه مود تجربی یکی از روش‌های نوین برای تجزیه سیگنال به مولفه‌های تشکیل‌دهنده خود است. وجود منابع خطای متعدد باعث شده تا فعالیت‌هایی برای رفع یا کاهش اثرات آنها انجام گیرد. در این پژوهش، به یکی از مشکلات عمده روش تجزیه مود تجربی برای تفکیک سیگنال‌های آلوده به نویز یعنی مشکل آمیختگی مودها و حذف نویز پرداخته شده است. برای حل این مشکل، از روش تجزیه مود تجربی با باند محدود استفاده شده است که ضمن افزایش قابلیت‌های تجزیه مود تجربی با باند محدود از سرعت پردازش بسیار بالایی برخوردار است و به‌خوبی از آمیختگی مودها جلوگیری می‌کند. همچنین از بین روش‌های موجود، ترکیب مناسبی از روش خواص استخراج خواص لحظه‌ای و نرمال‌سازی سیگنال با ذکر یک مثال ارایه شده است. برای بررسی کارآیی روش تجزیه مود تجربی با باند محدود با استفاده از روش بهینه استخراج خواص لحظه‌ای، داده‌های تجربی یک یاتاقان معیوب مورد بررسی قرار گرفته و خواص لحظه‌ای نتایج روش تجزیه مود تجربی و روش تجزیه مود تجربی با باند محدود استخراج شده است. با استفاده از معیار ضریب تغییرات، مشخصاً نشان داده شده است که روش تجزیه مود تجربی با باند محدود قدرت تفکیک بالاتر و نتایج بهتری را نسبت به روش تجزیه مود تجربی به‌همراه دارد. همچنین با استفاده از اطلاعات مربوط به تفکیک نویز سفید به روش تجزیه مود تجربی، کیفیت جداسازی نویز از داده‌های اصلی بررسی شده است که نشان از تفکیک بهتر نتایج روش تجزیه مود تجربی با باند محدود دارد.

کلیدواژه‌ها: تجزیه مود تجربی، فرکانس لحظه‌ای، توابع مود ذاتی، یاتاقان غلتشی

تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۰۱/۱۸
تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۱۰/۲۰
*نویسنده مسئول: ali.hosseini@sharif.edu

۱- مقدمه

با توجه به آن که در بسیاری از کاربردها پردازش سیگنال‌هایی مد نظر هستند که مشخصات طیفی آنها متغیر با زمان است، مفهوم فرکانس لحظه‌ای اهمیت بالایی دارد. یک مثال ساده از این سیگنال‌ها که عموماً به‌عنوان "سیگنال‌های ناایستا" شناخته می‌شوند، موج سینوسی است که فرکانس و تناوب آن در طول زمان تغییر می‌کند. در لرزه‌نگاری از این سیگنال‌ها به‌عنوان جایگزین سیگنال‌های انفجاری استفاده می‌شود و مزیت آن این است که قابلیت کنترل دقیق مشخصات سیگنال از هر نظر، شامل مدت‌زمان استمرار، پهنای باند و میزان انرژی را دارد[1]. برای سیگنال‌های ناایستا، فرکانس لحظه‌ای یکی از مهم‌ترین مشخصات است. این پارامتر متغیر با زمان، موقعیت نقاط اوج سیگنال را که طی زمان تغییر می‌کند، مشخص می‌سازد. به‌طور مفهومی، از فرکانس لحظه‌ای به‌عنوان فرکانس یک موج سینوسی که به‌صورت موضعی به سیگنال برازش می‌شود، تفسیر می‌کنند. از نظر فیزیکی فرکانس لحظه‌ای تنها برای سیگنال‌های تک‌عضوی قابل تعریف است که تنها دارای یک فرکانس یا یک بازه محدود از فرکانس هستند که به‌صورت تابعی از زمان تغییر می‌کند. برای سیگنال‌های چندعضوی، مفهوم فرکانس لحظه‌ای که دارای یک مقدار مشخص است، بی‌معنا می‌شود و تجزیه آن به اعضای تشکیل‌دهنده ضروری خواهد بود[1]. روش‌های قدیمی تحلیل سیگنال، شامل تحلیل حوزه زمانی و حوزه فرکانسی، با فرض سیگنال‌های پایا و خطی ارایه شده‌اند. این روش‌ها در صورت اعمال روی سیگنال‌های مکانیکی اجزای معیوب با خطا مواجه هستند زیرا عیوب مکانیکی ناایستا است و باعث ایجاد پدیده‌های گذرا می‌شود[2, 3]. برای کار با سیگنال‌های ناایستا و تشخیص عیب دستگاه‌های دوار، روش‌های پیشرفته متعددی در حوزه تحلیل زمان- فرکانس معرفی و توسعه داده شده‌اند[4, 5]. روش تجزیه مود تجربی[6] به‌عنوان یکی از قدرتمندترین روش‌های تحلیل حوزه زمان-فرکانس، باتوجه به مشخصات موضعی سیگنال، آن را به اجزای کامل و تقریباً متعامدی به نام تابع مود ذاتی تجزیه می‌کند. توابع ذاتی، تناوب‌های طبیعی موجود در سیگنال را نشان داده و درمجموع مانند تابع اصلی رفتار می‌کند. بنابراین روش تجزیه مود تجربی، یک روش تحلیل خودتطبیق است که می‌توان از آن برای پردازش سیگنال‌های ناایستا و غیرخطی استفاده کرد[7]. از آنجایی که روش تجزیه مود تجربی برای تحلیل سیگنال‌های ناایستا و غیرخطی مناسب است، توجه محققان را در زمینه تشخیص عیب دستگاه‌های دوار نیز جلب کرده است. میزان مطالعات روی این روش در کاربرد تشخیص عیب دستگاه‌های چرخشی، در چند سال گذشته با نرخ بالایی افزایش یافته است. هر ساله تعداد زیادی مقاله در این زمینه شامل مبانی و کاربردها، در قالب مجلات علمی، کنفرانس‌ها و گزارشات فنی تولید می‌شود[7]. در مطالعه‌ای[8]، از روش تجزیه مود تجربی برای تحلیل سیگنال‌های ارتعاشی ناشی از آزمون یاتاقان استفاده کردند و روند سیکل عمر یاتاقان را توسعه دادند. همچنین برای تشخیص عیوب یاتاقان، دیدگاه تفکیک عملگر انرژی، براساس روش تجزیه مود تجربی پیشنهاد شده است[9]. از دامنه شتاب انرژی توابع مود ذاتی برای شناسایی عیوب موجود در یاتاقان و چرخ‌ها نیز استفاده شده است[10]. مطالعه‌ای دیگر[11] براساس فرکانس لحظه‌ای محاسبه‌شده از روش تجزیه مود تجربی و با استفاده از تبدیل *هیلبرت- هوآنگ*، تحلیل سیگنال ارتعاشات را به‌منظور شناسایی عیوب یاتاقان انجام داده است. همچنین در تحقیقی[12] از طیف مرزی بر پایه روش تجزیه مود تجربی برای شناسایی الگوهای مختلف خرابی در یاتاقان‌های غلتشی استفاده شده است. در نمونه‌ای دیگر، انرژی لحظه‌ای توابع مود ذاتی به‌منظور شناسایی آسیب روی جدار داخلی و خارجی یاتاقان محاسبه شد[13]. چند روش توسعه‌یافته تجزیه مود تجربی با هدف افزایش دقت روش اصلی در تشخیص عیوب یاتاقان معرفی شده‌اند. در ادامه با استفاده از انرژی لحظه‌ای توابع مود ذاتی، آسیب جدار داخلی و خارجی یاتاقان شناسایی شده است[14]. به‌منظور شناسایی مود ذاتی غالب در محدوده عیوب موجود در یاتاقان دو معیار محاسبه انرژی و اندازه‌گیری همبستگی پیشنهاد شده است[15].

در این پژوهش ضمن معرفی مفهوم و کاربرد فرکانس لحظه‌ای، انواع روش‌های محاسبات آن ارایه شده و سپس با انجام تحلیل روی یک نمونه سیگنال ورودی، مقایسه بین روش‌های مختلف انجام می‌شود.

در ادامه، ضمن معرفی یکی از مشکلات عمده روش تجزیه مود تجربی برای تفکیک سیگنال‌های آلوده به نویز یعنی مشکل آمیختگی مودها و حذف نویز، روش تجزیه مود تجربی با باند محدود برای کاهش اثرات نویز و تفکیک بهتر مودها، معرفی می‌شود[16]. همچنین پس از معرفی روش‌های استخراج خواص

لحظه‌ای و نرمال‌سازی، با ذکر مثالی، ترکیب بهینه روش‌های استخراج خواص لحظه‌ای و نرمال‌سازی سیگنال مورد بررسی قرار می‌گیرد. درنهایت، برای سیگنال تجربی یک یاتاقان معیوب، خواص لحظه‌ای نتایج روش تجزیه مود تجربی و روش تجزیه مود تجربی با باند محدود مورد بررسی قرار گرفته و با استفاده از اطلاعات مربوط به تفکیک نویز سفید به روش تجزیه مود تجربی، مودهای دارای اهمیت از مودهای آلوده به نویز برای هر دو روش تفکیک تجزیه مود تجربی و روش تجزیه مود تجربی با باند محدود، شناسایی و مقایسه می‌شوند.

۲- روش تجزیه مود تجربی

در این قسمت به‌صورت خلاصه روند تحلیل به روش تجزیه مود تجربی با استفاده از الگوریتم غربالگری بیان شده است. الگوریتم غربالگری برای استخراج توابع مود ذاتی از یک سیگنال دلخواه به‌صورت زیر است:

۱) تعیین زمان و دامنه تمامی اکسترمم‌های محلی

۲) اتصال بیشینه‌ها و کمینه‌ها با استفاده از تابع اسپلاین برای تشکیل تابع پوش بالایی و پایینی

۳) محاسبه میانگین توابع پوش بالایی و پایینی برای هر لحظه

۴) تعیین تابع $h_{1k}(t)$ به‌عنوان کاندیدای تابع مود ذاتی kاُم برابر با حاصل تفریق میانگین به‌دست‌آمده در مرحله قبل از سیگنال اصلی

۵) بررسی تابع مود ذاتی‌بودن تابع $h_{1k}(t)$ با استفاده از معیار توقف

۶) تکرار مراحل اول تا پنجم برای تابع $h_{1k}(t)$ به‌عنوان سیگنال اصلی در صورت عدم ارضای معیار توقف در مرحله پنجم

به‌دست‌آوردن مقدار باقی‌مانده با استفاده از تفریق تابع مود ذاتی به‌دست‌آمده از سیگنال اصلی در صورت ارضای معیار توقف در مرحله پنجم

۷) تکرار مراحل قبل برای مقدار باقی‌مانده تا حذف اکسترمم‌ها از تابع باقیمانده

۳- روش تجزیه مود تجربی با پهنای باند محدود[16]

با توجه به اینکه برای جلوگیری از مشکل آمیختگی مودها، روش‌های ارایه‌شده بر مبنای استفاده از نویز هستند[17-19]، مشکل زمان‌بربودن این روش‌ها همچنان پابرجا است. به علاوه مشکل آمیختگی مودها و جداسازی نویز از سیگنال هم با این روش‌ها به‌طور کامل برطرف نمی‌شود. برای این منظور روشی در دستور کار قرار گرفت که در وهله اول، سرعت مناسب پردازش برخط را داشته باشد و ثانیاً بتواند تا حد خوبی مشکل آمیختگی مودها و جداسازی نویز از سیگنال اصلی را برطرف کند. برای این منظور، روش تجزیه مود تجربی با پهنای باند محدود[16] انتخاب شد.

روش اولیه تجزیه مود تجربی با پهنای باند محدود، برای جلوگیری از مشکل آمیختگی مودها ارایه شد[20]. ابتدا، مراحل اجرای این الگوریتم به‌طور خلاصه بیان شده است:

۱) اجرای روش تجزیه مود تجربی برای به‌دست‌آوردن اولین تابع مود ذاتی و مقدار باقی‌مانده متناظر آن به‌صورت $x(t) = IMF_1(t) + r_1(t)$

۲) به‌دست‌آوردن دامنه‌ها ($a_1(i)$) و فرکانس‌های لحظه‌ای $f_1(i)$ تابع مود ذاتی اول با تبدیل هیلبرت و محاسبه فرکانس تابع کمکی باند محدود به‌صورت زیر:

$$f = A_0 \times \frac{\sum_{i=1}^{k} a_1(i) f_1^2(i)}{\sum_{i=1}^{k} a_1(i) f_1(i)} \quad (۱)$$

پارامتر A_0 ضریب باند محدود نام دارد (مشخص نشده است که این ضریب چگونه به دست می‌آید یا چند در نظر گرفته می‌شود).

۱) ساخت تابع کمکی سینوسی با فرکانس به‌دست‌آمده و دامنه دلخواه B (در حدود دامنه سیگنال) در مدت زمان سیگنال $s(t) = B\sin(2\pi f t)$

۲) اجرای روش تجزیه مود تجربی روی مجموع سیگنال اصلی و تابع کمکی و استخراج اولین مود ذاتی و مقدار باقی‌مانده متناظر به‌صورت $x(t) + s(t) = IMF_{1,1}(t) + r_{1,1}(t)$

۳) بررسی وجود مشکل آمیختگی مودها برای مقدار $h_1(t) = IMF_{1,1}(t) - s(t)$ ، اگر مشکل آمیختگی مودها وجود نداشته باشد مقدار $h_1(t)$ به‌عنوان اولین تابع مود ذاتی شناخته می‌شود در غیر این صورت، مراحل ۱ تا ۴ این‌بار برای مقدار $h_1(t)$، n‌بار تکرار می‌شود تا مشکل آمیختگی مودها برای $h_{1,n}(t)$ برطرف شده باشد. برای بررسی آمیختگی مودها هم از تبدیل هیلبرت استفاده می‌شود.

۱) تکرار مراحل ۱ تا ۵ روی مقدار باقی‌مانده برای استخراج توابع مود ذاتی دیگر (مقدار باقی‌مانده متناظر مود اول $r_1(t) = x(t) - h_1(t)$)

در روش مذکور، برای به‌دست‌آوردن فرکانس تابع کمکی، از فرکانس‌ها و دامنه‌های لحظه‌ای اولین تابع مود ذاتی استفاده شده است. بدین‌ترتیب حجم محاسبات را با محاسبه فرکانس‌ها و دامنه‌های لحظه‌ای و میانگین‌گیری افزایش می‌دهد. در ابتدا باید اشاره کرد که روش تجزیه مود تجربی باند محدود اولیه سعی می‌کند به‌نوعی مولفه‌های مورد نظر در یک محدوده فرکانسی را تقویت کند تا بهتر در روند استخراج فرآیند غربالگری قرار گیرند. اما وقتی که سیگنال آلوده به نویز است یعنی در هر لحظه نمونه‌برداری مقداری غیر از مولفه‌های دارای فرکانس غالب به سیگنال اضافه شده است که با اضافه‌کردن تابعی سینوسی قابل استخراج نیستند. برای همین در روش جدید تجزیه مود تجربی با باند محدود[16] مولفه‌های سیگنال به دو قسمت نویز فرکانس بالا و مولفه‌های دارای فرکانس غالب با فرکانس پایین‌تر تقسیم می‌شوند. برای قسمت اول (نویز فرکانس بالا) تابع کمکی تابعی است که تمامی بیشینه‌ها و کمینه‌های محلی را به یکدیگر مرتبط می‌کند. دامنه تمامی بیشینه‌ها و کمینه‌ها ثابت و قرینه یکدیگر در نظر گرفته می‌شود (به‌عنوان مثال برای بیشینه‌ها و کمینه‌ها به‌ترتیب ۱ و ۱-). برای ارتباط بین نقاط یادشده از میانیابی چندجمله‌ای درجه سوم هرمیتی تکه‌ای استفاده می‌شود. برای قسمت دارای فرکانس غالب هم برای هر پنجره، فرکانس تابع کمکی از میانگین تعداد بیشینه‌ها و کمینه‌های موجود در آن پنجره بر طول زمانی پنجره به دست می‌آید. اگر تعداد بیشینه‌ها، کمینه‌ها و طول زمان پنجره به‌ترتیب n_{max}، n_{min} و t_w باشد، فرکانس تابع کمکی $(n_{max} + n_{min})/2t_w$ است.

سئوالی که به ذهن متبادر می‌شود، چگونگی تعیین مرز بین قسمت اول و قسمت دوم است. برای این منظور از مجموع تعداد بیشینه‌ها و کمینه‌ها استفاده می‌شود. اگر تعداد این مجموع از مقداری به عنوان حد آستانه بیشتر بود، با استفاده از تکنیک قسمت اول اقدام به ایجاد تابع کمکی خواهد شد. به همین ترتیب اگر مجموع تعداد بیشینه‌ها و کمینه‌ها از حد آستانه کمتر بود، تابع کمکی از رابطه سینوسی با فرکانس به‌دست‌آمده از میانگین همین تعداد بیشینه‌ها و کمینه‌های موجود بر زمان به دست خواهد آمد. برای مشخص‌شدن حد آستانه باید به بازه فرکانسی مورد نظر برای استخراج فرکانس‌ها توجه کرد. برای داده‌ای با فرکانس داده‌برداری

f، مجموع تعداد بیشینه‌ها و کمینه‌های کوچکتر یا مساوی حاصلضرب فرکانس داده‌برداری در زمان داده‌برداری $(f.t)$ است که این مجموع برای داده‌های نویزی که در طول زمان در هر لحظه به‌صورت متناوب دارای بیشینه و کمینه محلی هستند، تقریباً با مقدار حاصلضرب مساوی است. برای توضیح چگونگی تعیین حد آستانه، با فرض فرکانس داده‌برداری f، طبق معیار نایکوئیست، بیشترین مولفه فرکانسی قابل استخراج نمی‌تواند بیش از $\frac{f}{2}$ باشد، ولی به‌طور معمول بیشترین فرکانس داده‌های مفید قابل استخراج بین $\frac{f}{5}$ تا $\frac{f}{10}$ در نظر گرفته می‌شود. متعاقباً مجموع تعداد بیشینه‌ها و کمینه‌های این بازه مولفه‌های فرکانسی شامل $\frac{2ft}{5}$ تا $\frac{ft}{5}$ است. با توجه به این روابط می‌توان حد آستانه را برای شاخص معیار مقایسه مقدار $\frac{2}{5}$ تا $\frac{1}{5}$ تعداد مجموع کل بیشینه‌ها و کمینه‌های داده اصلی در نظر گرفت (به‌طور کلی و طی آزمایش‌های متعددی که با این روش انجام شد، تعیین حد آستانه بین یک‌سوم تا یک‌هفتم نتایج مطلوبی را به‌همراه دارد).

با این روش دیگر نیازی نیست برای هر تابع مود ذاتی یک‌بار روش تجزیه مود تجربی و تبدیل هیلبرت تنها برای به‌دست‌آوردن فرکانس‌ها و دامنه‌های لحظه‌ای مورد استفاده برای میانگین‌گیری در تابع کمکی اجرا شوند و از همان ابتدا تابع کمکی (برای هر پنجره) به‌سادگی قابل دستیابی است. به بیان دیگر، سرعت اجرای الگوریتم و سادگی آن بسیار بیشتر از الگوریتم قبلی است. هرچند در الگوریتم تجزیه مود تجربی باند محدود اشاره شده که پس از بررسی در مرحله ۵ و در صورت نیاز عملیات قبل از آن تکرار شود، ولی با تمهیدات پیشنهادی برای تابع کمکی در روش تجزیه مود تجربی با باند محدود، نیازی به تکرار ملاحظه نمی‌شود و تمامی نتایج ارایه‌شده در ادامه بدون عملیات تکرار است. با این کار، دیگر لازم نیست برای بررسی آمیختگی مودها، هر بار تبدیل هیلبرت اعمال شود. بنابراین باز هم سرعت الگوریتم افزایش قابل توجهی داشته و مشکلات روش اشاره‌شده برای روش مرجع[20] را ندارد. در ادامه الگوریتم روش ارایه‌شده در مرجع[16] به‌صورت مرحله به مرحله بیان شده است:

۱- به‌دست‌آوردن مجموع تعداد بیشینه‌ها و کمینه‌ها و مقایسه با حد آستانه برای ایجاد تابع کمکی

۱-۱- تابع کمکی برای حالتی که تعداد بیشینه‌ها و کمینه‌ها بیشتر از حد آستانه باشد عبارت است از ارتباط تمامی بیشینه‌ها و کمینه‌های محلی به یکدیگر با میان‌یابی چندجمله‌ای درجه سوم هرمیتی تکه‌ای به‌صورتی که دامنه تمامی بیشینه‌ها و کمینه‌ها ثابت و قرینه یکدیگر در نظر گرفته شود (به‌عنوان مثال ۱ و ۱-) و هر بیشینه و کمینه محلی در موقعیت زمانی خود باقی خواهد ماند.

۱-۲- تابع کمکی برای حالتی که تعداد بیشینه‌ها و کمینه‌ها کمتر از حد آستانه باشد، تابعی سینوسی است که فرکانس آن شامل $(n_{\max}+n_{\min})/2t_w$. تعداد بیشینه‌ها، کمینه‌ها و طول زمان پنجره هستند که به‌ترتیب با $\mathrm{n}_{\max}$، $\mathrm{n}_{\min}$ و t_w نشان داده شده‌اند.

۲- اضافه‌کردن تابع کمکی $(s(t))$ به سیگنال اصلی و اجرای روش تجزیه مود تجربی برای به‌دست‌آوردن اولین تابع مود ذاتی و مقدار باقی‌مانده متناظر آن به‌صورت

$$x(t)+s(t)=IMF_1(t)+R_1(t)$$

۳- به‌دست‌آوردن تابع مود ذاتی اصلی با استفاده از کم‌کردن تابع کمکی از نتایج به‌دست‌آمده برای تابع مود ذاتی

$$h_1(t)=IMF_1(t)-s(t)$$

۴- تکرار مراحل ۱ تا ۳ روی مقدار باقی‌مانده برای استخراج توابع مود ذاتی دیگر (مقدار باقی‌مانده متناظر مود اول

$$(r_1(t)=x(t)-h_1(t)$$

۴- جداسازی نویز از توابع مود ذاتی اصلی

هر داده‌ای به‌صورت کلی، ترکیبی از سیگنال و نویز است.

$$x(t)=s(t)+n(t) \qquad (۲)$$

که در آن، $x(t)$ داده به فرم عمومی، $s(t)$ سیگنال حقیقی و $n(t)$ نشان‌دهنده قسمت نویز است. هر گاه داده‌ای آلوده به نویز باشد، در حالتی که فرآیندها ثابت و خطی باشند، فیلترهای فوریه می‌توانند نویز را از سیگنال حقیقی جدا کند. اما روش‌های فیلتر در حالت‌های غیرخطی یا ناایستا قابل استفاده نیستند. بنابراین حتی اگر سیگنال حقیقی و نویز دارای فرکانس‌های پایه مجزا باشد، هارمونیک‌های این فرکانس‌های پایه همچنان می‌تواند با نویز همراه باشد. اختلاط هارمونیک‌ها با نویز، روش فیلتر فوریه را در جداسازی نویز غیرموثر می‌کند. در چنین شرایطی می‌توان از روش تجزیه مود تجربی می‌تواند کمک گرفت. در این روش به‌دلیل ویژگی انطباقی، نیازی به وجود هارمونیک‌ها نیست. به همین دلیل، برای تحلیل داده‌های به‌دست‌آمده از فرآیندهای ناایستا و غیرخطی بسیار مناسب است.

مساله جداسازی نویز از داده‌ها هنگامی که سطح نویز موجود در آن مشخص نباشد، دشوارتر است. دانستن خصوصیات نویز اولین گام اساسی در تحلیل و جداسازی نویز از داده‌ها است.

روش تجزیه مود تجربی یک فیلتر دو دویی است که می‌تواند نویزها را در توابع مود ذاتی جداسازی کند به‌طوری که دوره تناوب میانگین آن، دوبرابر توابع پیشین است. عناصر توابع مود ذاتی، همگی به‌صورت نرمال پراکنده شده‌اند. طیف فوریه توابع مود ذاتی شکل یکسانی دارند و سطح یکسانی را در نمودار نیمه‌لگاریتمی مقیاس تناوب پوشش می‌دهند. براساس این واقعیات می‌توان نتیجه گرفت که چگالی انرژی توابع مود ذاتی و میانگین تناوب متناظر آن بایستی ثابت باشد. همچنین از آنجایی که توابع مود ذاتی به‌صورت نرمال پراکنده شده است، تابع تغییرات چگالی انرژی باید از توزیع کی‌دو پیروی کند. رابطه ساده‌ای میان چگالی انرژی با نماد E_n و میانگین دوره تناوب $\bar{T}_n$ برقرار است[21]:

$$E_n\bar{T}_n=\text{const.} \qquad (۳)$$

$$\ln E_n+\ln\bar{T}_n=\text{const.} \qquad (۴)$$

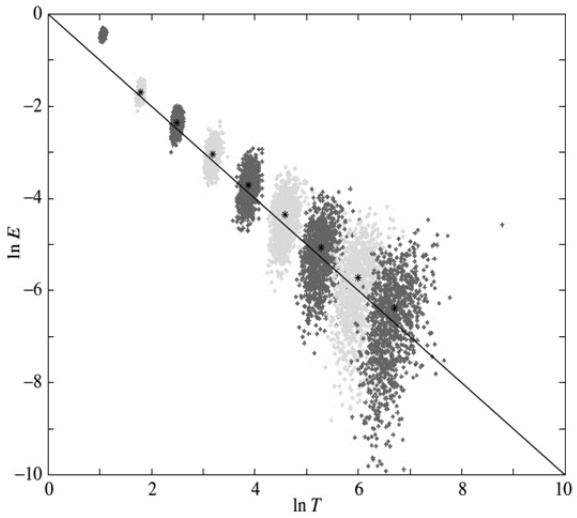
برای یک نویزسفید نرمال، بدون ازدست‌دادن کلیت می‌توان مقدار ثابت را در رابطه (۳) واحد در نظر گرفت. در این صورت:

$$\ln\bar{E}_n+\ln\bar{T}_n=0 \qquad (۵)$$

که در آن $\bar{E}_n$ میانگین E_n است وقتی که تعداد عناصر به سمت بی‌نهایت میل می‌کند.

تایید *مونت کارلو* رابطه اخیر برای ۱۰۰۰ نمونه با طول مساوی ۱۰۰۰ داده که به مودهای ذاتی تشکیل‌دهنده خود تفکیک شده‌اند، در نمودار ۱ نمایش داده شده است. انرژی هر نمونه داده به‌ازای دوره تناوب میانگین آن در مقیاس لگاریتمی ترسیم شد. هر گروه داده که با رنگ مشخص و یکسان به‌صورت مجموعه‌ای در یک محل پراکنده شده‌اند، متناظر با یک مود ذاتی مشخص از این هزار نمونه هستند. هر چند که رابطه (۵) به‌صورت خوبی روی این داده‌ها

برازش شده است ولی تابع دقیق‌تری برای بیان رابطه بین چگالی انرژی و دوره تناوب آن ارایه شده است که البته انحراف کمی از رابطه (۵) دارد[21].



نمودار ۱) تایید *مونت کارلو* برای رابطه بین چگالی انرژی و دوره تناوب میانگین[21]

اکنون رابطه‌ای تصحیح‌شده، برای نمونه‌های با اندازه مشخص N با استفاده از متغیر جدید y تعریف می‌شود:

$$y = \ln E \qquad (۶)$$

رابطه حاکم بر خطوط گستره انرژی به‌صورت زیر خواهد بود:

$$y = -x \pm k\sqrt{\frac{2}{N}}\mathrm{e}^{x/2} \qquad (۷)$$

که در آن $x = ln\,\overline{T}_n$ و k عدد ثابتی است که با استفاده از درصد توزیع نرمال به دست می‌آید. به‌عنوان مثال، برای ۲۵، ۵۰، ۷۵ و ۹۹% اول توزیع، مقادیر k به‌ترتیب شامل ۲/۳۲۶-، ۰/۶۷۵-، ۰/۰ و ۰/۶۷۵ است.

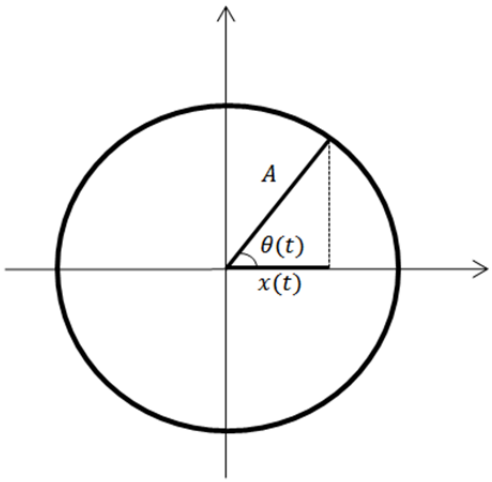
با انتخاب سطح اطمینان (مانند ۹۹%) می‌توان خطوط گستره پراکندگی بالا و پایین را محاسبه و رسم کرد. با مقایسه انرژی توابع مود ذاتی از داده‌ها و خطوط گستره پراکندگی، تابعی که بالای خط گستره پراکندگی بالا یا پایین خط گستره پراکندگی پایین قرار گرفته باشد، تابعی با اهمیت برای آن سطح اطمینان انتخاب شده است. البته دقت این روش با یک مرحله مقیاس‌کردن بیشتر خواهد شد. در این فرآیند، می‌توان سطح نویز سری‌های زمانی را محاسبه کرد، با این فرض که سری‌های زمانی مطلوب، دارای دو بخش سیگنال و نویز است. اگر بتوان توابع مود ذاتی که دارای اطلاعات مفید اندک هستند را شناسایی نمود، می‌توان فرض کرد که انرژی آن مود به‌تنهایی از نویز تشکیل شده است و روی خط برازش‌شده (به‌عنوان مثال) ۹۹% قرار می‌گیرد. سپس با استفاده از انرژی آن تابع مود، بقیه توابع مود ذاتی مقیاس می‌شوند. حال اگر سطح انرژی یک تابع مود بالاتر از خط مرجع نویز سفید قرار گیرد، با اطمینان می‌توان فرض کرد که این مود دارای عمده اطلاعات مفید سیگنال با کمترین نویز است. همچنین اگر سطح انرژی مقیاس‌شده برای یک مود، پایین‌تر از خط نویز قرار گیرد، این مود دارای اطلاعات مفید ناچیزی است.

۵- فرکانس و فرکانس لحظه‌ای

در علم مکانیک، فرکانس یک حرکت ارتعاشی متناوب به‌صورت تعداد نوسانات کامل در واحد زمان تعریف می‌شود. در یک نوسان کامل، ابتدا جسم متحرک از حالت تعادلی به سمت یک انتها از مسیر حرکت کرده و سپس به انتهای دیگر از مسیر در سمت مخالف آن جابه‌جا می‌شود. جسم نهایتاً در این حرکت رفت و برگشتی، به موقعیت تعادل اولیه باز می‌گردد و یک نوسان کامل انجام می‌شود. رابطه (۸) بیانگر یک حرکت نوسانی ساده است:

$$x(t) = \mathrm{A}\cos\big(\theta(t)\big) = \mathrm{A}\cos(\omega t) \qquad (۸)$$

در شکل ۱، نمودار حرکت نوسانی به همراه دامنه و فاز لحظه‌ای آن نشان داده شده است.



شکل ۱) نمونه حرکت تناوبی با سرعت زاویه‌ای و فرکانس ثابت

با فرض فاز اولیه صفر، رابطه فاز لحظه‌ای و زمان شامل رابطه زیر است:

$$\theta(t) = \omega t \qquad (۹)$$

با توجه به سرعت زاویه‌ای افزایش فاز نسبت به زمان، فرکانس حرکت از رابطه (۹) قابل تعریف است:

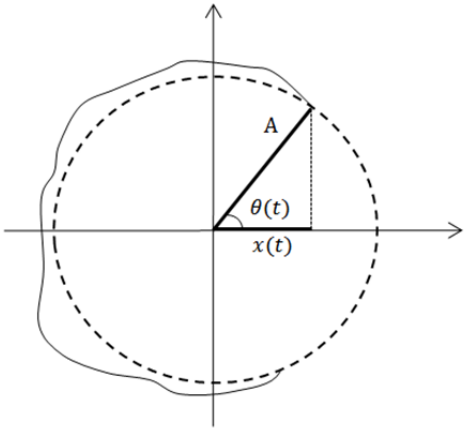
$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}\ ; f = \frac{1}{2\pi}\omega \qquad (۱۰)$$

برای چنین سیگنال‌هایی سرعت زاویه‌ای لحظه‌ای و متناظر با آن، فرکانس لحظه‌ای طبق رابطه زیر قابل تعریف است:

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}\ ; f = \frac{1}{2\pi}\omega = \frac{1}{2\pi}\frac{d\theta}{dt} \qquad (۱۱)$$

مفهوم فرکانس لحظه‌ای در بسیاری از کاربردها که خصوصیات سیگنال (مانند دامنه و سرعت زاویه‌ای) متغیر با زمان است (سیگنال ناپایدار)، اهمیت زیادی دارد. روش‌های مختلفی برای محاسبه فرکانس لحظه‌ای وجود دارد که در ادامه به چند نمونه از آنها اشاره شده است.

با توجه به شکل ۱ از حرکت تناوبی ساده، سرعت زاویه‌ای و در نتیجه فرکانس حرکت ثابت است. اما در عمل سیگنال‌هایی با سرعت زاویه‌ای متغیر با زمان وجود دارند. در شکل ۲ نمونه شماتیکی از یک حرکت تناوبی با سرعت زاویه‌ای متغیر با زمان قابل مشاهده است.

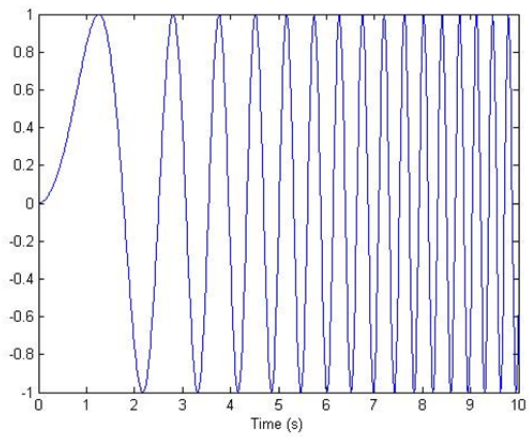


شکل ۲) نمونه حرکت تناوبی با سرعت زاویه‌ای و فرکانس متغیر با زمان

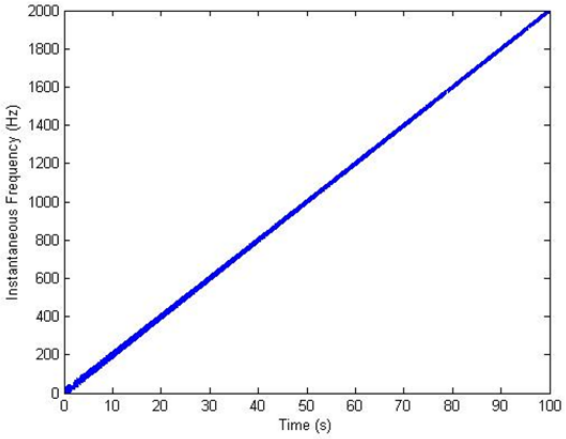
البته تعاریف دیگری نیز برای فرکانس لحظه‌ای ارایه شده است. به‌عنوان مثال، *کوهن* فرکانس لحظه‌ای را میانگین تمامی فرکانس‌های موجود در یک زمان مشخص، در صفحه فرکانس زمان معرفی می‌کند[22]. تعاریف دیگری برای فرکانس لحظه‌ای وجود دارد که *باوشاش* بررسی جامعی روی آنها انجام داده است[1]. سختی پذیرش ایده فرکانس لحظه‌ای از تعریف کلی فرکانس در تحلیل فوریه ناشی می‌شود. درواقع فرکانس برای تابعی سینوسی (کسینوسی) تعریف می‌شود که در تمام طول داده دامنه ثابتی دارد. بر مبنای این تعریف، فرکانس‌های لحظه‌ای نیز باید به یک تابع سینوسی (کسینوسی) مربوط شوند. بنابراین، حداقل به یک نوسان سینوسی کامل برای تعریف مقدار فرکانس موضعی نیاز است. طبق این منطق، چیزی کمتر از یک نوسان کامل نباید وجود داشته باشد که این تعریف، با داده‌های غیرایستا که فرکانس لحظه به لحظه در آن تغییر می‌کند، سازگار نیست. به همین جهت جمع بین واژه‌های "فرکانس" و "لحظه‌ای" جمع اضداد خواهد بود! با این حال فرکانس لحظه‌ای معرفی‌شده در رابطه (۱۱)، بیان می‌دارد که در هر لحظه تنها یک فرکانس وجود دارد. این نکته، یک امتیاز محسوب می‌شود که بدون داشتن اطلاعاتی از دیگر زمان‌ها، می‌توان فرکانس یک لحظه را محاسبه کرد.

برای نمایش مفهوم فرکانس لحظه‌ای، می‌توان از یک سیگنال سینوسی با فرکانس متغیر با زمان (تغییرات خطی) استفاده نمود که به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$x(t) = \sin\big((t)t\big) \qquad (۱۲)$$



نمودار ۲) نمایش نمودار سینوسی با فرکانس متغیر با زمان



نمودار ۳) نمایش تغییرات فرکانس لحظه‌ای برای تابع سینوسی در نظر گرفته‌شده

برای تابع رابطه (۱۲)، همان‌طور که در نمودارهای ۲ و ۳ دیده می‌شود، تعریف فرکانس لحظه‌ای تغییرات فرکانس برحسب زمان را به‌طور مناسبی نمایش می‌دهد. در صورتی که اگر از تبدیل فوریه استفاده شود، تعداد زیادی مولفه با فرکانس‌های مختلف به دست می‌آید و شکل ساده تابع اصلی در دسترس نخواهد بود.

۵-۱- تبدیل هیلبرت

هنگامی که در تابعی مختلط قسمت موهومی تابع، تبدیل‌یافته قسمت حقیقی آن تحت تبدیل هیلبرت باشد، تابع تحلیلی نامیده می‌شود[23]. بنابراین تابع تحلیلی مانند z شامل رابطه زیر است:

$$z(t) = x(t) + \mathrm{i}y(t) \qquad (۱۳)$$

که $y(t)$ تبدیل هیلبرت از تابع $x(t)$ است. تبدیل هیلبرت یکی از مهم‌ترین تبدیلات ریاضی در زمینه پردازش سیگنال است. تبدیل هیلبرت تابع $x(t)$ که با $H(x(t))$ نشان داده می‌شود از رابطه زیر قابل محاسبه است[24]:

$$H\big(x(t)\big) = y(t) = \lim_{\epsilon\to 0} -\frac{1}{\pi}\int_{|s-t|>\epsilon} \frac{x(s)}{s-t}\,ds \qquad (۱۴)$$

اهمیت تبدیل هیلبرت در گسترش توابع واقعی به توابعی تحلیلی است که علاوه بر ریاضیات، در سایر زمینه‌ها و خصوصاً در تحلیل سیگنال کاربرد دارد. برای دوری از خطاهای محاسباتی در تحلیل سیگنال به کمک تبدیل هیلبرت، فرآیند نرمال‌کردن سیگنال به‌عنوان پیش‌پردازش پیشنهاد شده است[25].

امتیاز نمایش تابع به‌صورت رابطه (۱۳)، امکان استخراج متغیرهای زمانی واقعی منحصربه‌فردی است که با استفاده از نمایش قطبی معرفی می‌شوند. این متغیرهای زمانی شامل دامنه لحظه‌ای:

$$a(t) = \sqrt{x(t)^2 + y(t)^2} \qquad (۱۵)$$

و فاز لحظه‌ای:

$$\theta(t) = \arctan\left(\frac{y(t)}{x(t)}\right) \qquad (۱۶)$$

که مولفه‌های نمایش قطبی را به‌صورت ذیل تشکیل می‌دهند:

$$z(t) = a(t)\mathrm{e}^{i\theta(t)} \qquad (۱۷)$$

مفهوم فرکانس لحظه‌ای، یکی از مفاهیمی است که حتی با استفاده از تبدیل هیلبرت نیز جای بحث دارد. برای یک سیگنال، اگر تعداد

نقاط صفرگذر با نقاط اکسترمم برابر بوده و نیز نسبت به صفر محلی متقارن باشد، این سیگنال دارای تبدیل هیلبرت خوش‌رفتار است و فرکانس لحظه‌ای معنی‌دار برای آن قابل محاسبه است. برای جلوگیری از پیچیدگی‌هایی که در اثر اختلاف فازهای ۲π بین مقادیر فاز رخ می‌دهد و سبب سردرگمی در تفسیر نتایج می‌شود، می‌توان به‌جای رابطه (۱۱) از رابطه ذیل استفاده کرد که با استفاده از تعریف فاز برحسب مقادیر حقیقی و موهومی (رابطه ۱۶) و مشتق زمانی آن (رابطه ۱۱) به دست می‌آید:

$$\omega = \frac{x(t)\dot{y}(t) - \dot{x}(t)y(t)}{x(t)^2 + y(t)^2} \qquad (۱۸)$$

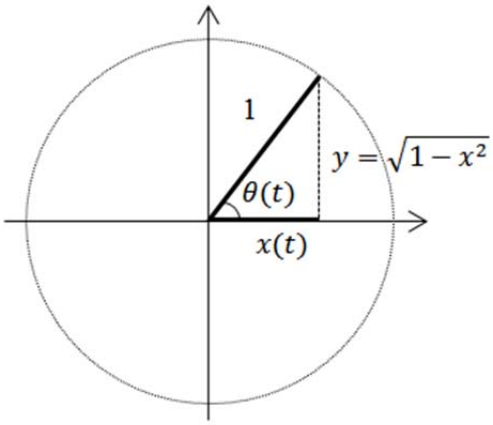
علامت (˙) نشانه مشتق زمانی است.

۵-۲- تبدیل هیلبرت توسعه‌یافته

روش هیلبرت بهبودیافته مشابه تبدیل هیلبرت است، با این تفاوت که به لبه‌های ابتدایی و انتهایی سیگنال، موجی کسینوسی با همان فرکانس لبه‌ها اضافه می‌شود، به‌طوری‌که موج کسینوسی به نقطه‌ای با مقدار صفر، شیب صفر و انحنای صفر ختم شود.

۵-۳- روش مربعی

برای استفاده از این روش، به نرمال‌کردن سیگنال ورودی نیاز است. با درنظرگرفتن سیگنال نرمال‌شده $u(t)$ مشخصات سیگنال در یک لحظه خاص، مطابق شکل ۳ خواهد بود.



شکل ۳) نمایش مشخصات سیگنال نرمال‌شده در یک لحظه

با استفاده از شکل ۳، فاز لحظه‌ای مطابق رابطه زیر خواهد بود:

$$\theta(t) = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) = \arctan\left(\frac{\sqrt{1-x^2}}{x}\right) \qquad (۱۹)$$

با داشتن مقدار فاز سیگنال در هر لحظه خاص، فرکانس لحظه‌ای از رابطه (۱۱) قابل محاسبه است.

۵-۴- روش کسینوسی

در این روش نیز، نرمال‌کردن سیگنال ورودی ضروری است. برای محاسبه اختلاف فاز در یک نقطه، از نقاط بعد و قبل از آن نقطه کمک گرفته می‌شود (شکل ۴ و رابطه ۲۰).

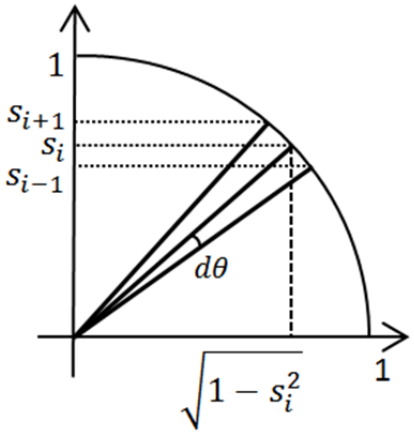
$$d\theta(t) = \theta_{i+1} - \theta_{i-1} \qquad (۲۰)$$

با درنظرگرفتن تقریب برابری هر زاویه با تانژانت خودش می‌توان نوشت:

$$\theta \cong \tan\theta = \frac{s_i}{\sqrt{1-s_i^2}} \qquad (۲۱)$$

با ترکیب روابط (۱۱)، (۲۰) و (۲۱) فرکانس لحظه‌ای به‌صورت زیر قابل محاسبه است:

$$f = \frac{1}{4\pi}\frac{1}{dt}\frac{s_{i+1} - s_{i-1}}{\sqrt{1-s_i^2}} \qquad (۲۲)$$



شکل ٤) محاسبه اختلاف فاز در یک نقطه با استفاده از نقاط بعد و قبل از آن

۵-۵- روش کسینوس وارون

برای به‌کارگیری این روش نیز، به نرمال‌کردن سیگنال ورودی نیاز است. سیگنال به‌صورت تابعی سینوسی (کسینوسی) در نظر گرفته می‌شود که در هر لحظه، فاز آن تعیین‌کننده مقدار سیگنال است. سپس با استفاده از کسینوس وارون، مقدار فاز و سپس فرکانس لحظه‌ای محاسبه می‌شوند. اگر سیگنال نوسانی به‌صورت رابطه زیر نوشته شود:

$$u = A\cos\theta \qquad (۲۳)$$

نتیجه نرمال‌سازی سیگنال به‌صورت زیر خواهد بود:

$$u_{\mathrm{n}} = 1\cos\theta \qquad (۲۴)$$

بنابراین فرکانس لحظه‌ای سیگنال به صورت زیر قابل محاسبه است.

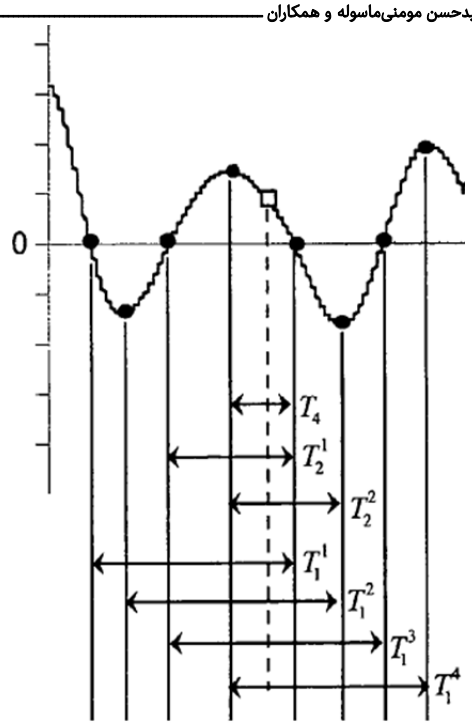
$$\theta(t) = \arccos(u_{\mathrm{n}})\ ;\ f = \frac{1}{2\pi}\frac{d\theta}{dt} \qquad (۲۵)$$

۵-۶- روش نقاط متقاطع با خط صفر

در این روش، که نرمال‌سازی سیگنال ورودی پیشنهاد نشده هر نقطه به کمک اطلاعاتی از نقاط قبل و بعد آن محاسبه می‌شود. مطابق با نمودار ۴، نقاط اکسترمم قبل، بعد و همچنین نقاط قبل و بعدی که در آنها سیگنال با خط صفر تقاطع دارد انتخاب و مختصات آنها مشخص می‌شود[26].

طبق نمودار ۴ و با معلوم‌بودن دوره تناوب‌ها، فرکانس نقطه مرجع به کمک رابطه (۲۵) قابل محاسبه است:

$$f = \frac{1}{2\pi}\left\{\frac{1}{12}\left[\frac{1}{T_4} + \left(\frac{1}{T_2^1} + \frac{1}{T_2^2}\right) + \left(\frac{1}{T_1^1} + \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_1^3} + \frac{1}{T_1^4}\right)\right]\right\} \qquad (۲۶)$$



نمودار ٤) محاسبه فرکانس به روش تقاطع با خط صفر[26]

۵-۷- نرمال‌سازی سیگنال

همان‌طور که در توضیحات روش‌های محاسبات فرکانس لحظه‌ای مطرح شد، برای تحلیل سیگنال در برخی از روش‌ها به نرمال‌کردن سیگنال ورودی نیاز است. بیشینه اندازه دامنه برای یک سیگنال نرمال‌شده، یک واحد خواهد بود. طبق رابطه (۱۷)، هر سیگنال به‌صورت کلی از دو قسمت تابع دامنه و فاز تشکیل شده است. برای یافتن فرکانس لحظه‌ای، بایستی مشتق زمانی فاز محاسبه شود. برای محاسبه درست و جلوگیری از خطای وجود تابع متغیر $a(t)$ مانند منفی‌شدن فرکانس لحظه‌ای، سیگنال ورودی در ابتدا نرمال‌سازی می‌شود. روند نرمال‌سازی سیگنال به این ترتیب است که با درنظرگرفتن مقادیر مطلق (قدر مطلق) سیگنال، نقاط اکسترمم سیگنال استخراج‌شده و پس از میانیابی از این نقاط، منحنی مقادیر مطلق بیشینه سیگنال به دست می‌آید. با تقسیم سیگنال اصلی بر این منحنی، دامنه تقریباً ثابت خواهد شد که با تکرار این فرآیند برای تابع سیگنال جدید نیز خطای نرمال‌سازی کاهش یافته و نهایتاً یک سیگنال با دامنه ثابت و واحد حاصل می‌شود. در ادامه به چند روش نرمال‌سازی سیگنال اشاره شده است.

نرمال‌سازی بلوکی: هر بلوک فاصله بین هر دو نقطه از سیگنال است که مقدار دامنه در آنها برابر صفر باشد. در هر یک از این بلوک‌ها، نرمال‌سازی نسبت به نقاط اکسترمم سیگنال انجام می‌شود. با تقسیم تابع سیگنال بر نقاط اکسترمم در هر بلوک، بیشینه مقدار سیگنال در تمام دامنه برابر با یک واحد خواهد شد.

نرمال‌سازی خطی: در این روش، برای محاسبه منحنی برازش‌شده از نقاط اکسترمم سیگنال، تابع میان‌یابی خطی مورد استفاده قرار می‌گیرد و سیگنال نسبت به این منحنی نرمال خواهد شد.

نرمال‌سازی اسپلاین: در این روش، برای محاسبه منحنی برازش‌شده از نقاط اکسترمم سیگنال، تابع اسپلاین درجه سه مورد استفاده قرار می‌گیرد و سیگنال نسبت به این منحنی نرمال خواهد شد. در این برازش منحنی، علاوه بر پیوستگی نقاط، پیوستگی مشتقات اول و دوم نیز مد نظر هستند.

نرمال‌سازی هرمیت: سیگنال مورد نظر نسبت به تابع میانیابی هرمیتی درجه سوم تکه‌ای نرمال می‌شود. در این برازش، تابع میانیابی درجه سوم هرمیت و مشتق اول آن، توابعی پیوسته هستند.

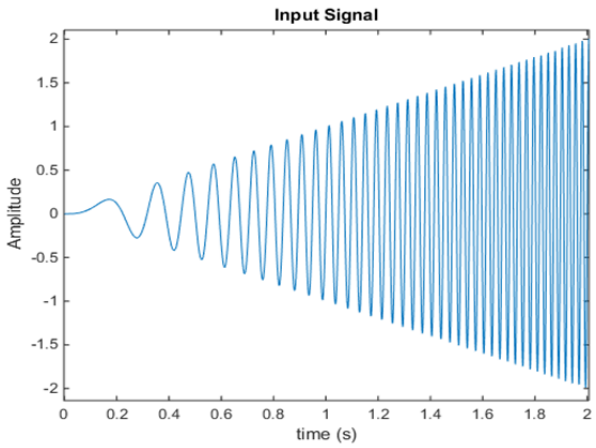
نرمال‌سازی هیلبرت: در این روش قبل از نرمال‌سازی سیگنال، تبدیل هیلبرت بهبودیافته به سیگنال اعمال می‌شود. سپس سیگنال نسبت به دامنه به‌دست‌آمده از تبدیل، نرمال می‌شود.

۶- تحلیل و مقایسه روش‌های استخراج خواص لحظه‌ای

برای مقایسه کارآیی روش‌های مختلف در محاسبه فرکانس لحظه‌ای و دامنه لحظه‌ای، سیگنالی با فرکانس و دامنه متغیر با زمان به‌صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$u = t\sin\left(2\pi(10t^2)\right) \qquad (۲۷)$$

نمودار تغییرات تابع سیگنال در ۱۰ثانیه نخست، در نمودار ۵ نمایش داده شده است.



نمودار ۵) نمایش نمودار تغییرات زمانی سیگنال با دامنه و فرکانس متغیر

به‌منظور بررسی بهترین عملکرد موجود از روش‌های نرمال‌سازی، هر روش محاسبه خواص لحظه‌ای با استفاده از تمامی روش‌های نرمال‌سازی ارایه‌شده در فوق روی سیگنال مورد نظر اجرا شده و نتایج آن مقایسه شده‌اند.

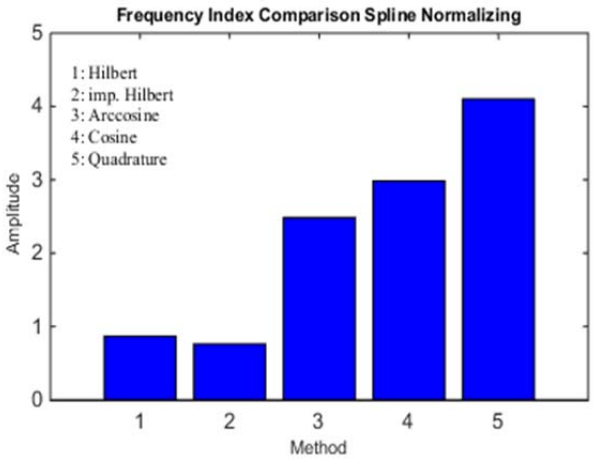
برای مقایسه عددی خطای روش‌های مختلف، میزان انحراف داده‌های به‌دست‌آمده از روش‌های مختلف، نسبت به مقدار تعریف شده در رابطه (۲۸) با استفاده از روش ریشه میانگین مربعات به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$RMS_{\text{Error}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{\text{n}}(y_i - \hat{y})^2}{\text{n}}} \qquad (۲۸)$$

که $\hat{y}$، مقدار داده تعریف‌شده، y_i، مقدار داده به‌دست‌آمده از محاسبات و n تعداد داده‌های مورد بررسی است.

به‌عنوان نمونه مقایسه میانگین خطای ایجادشده در محاسبه فرکانس لحظه‌ای از روش‌های مختلف برای حالت‌های نرمال‌سازی اسپلاین، در نمودار ۶ نشان داده شده است.

با توجه به نتایج به‌دست‌آمده برای مثال مورد نظر (تغییرات همزمان فرکانس و دامنه)، به نظر می‌رسد که استفاده توامان از روش هیلبرت بهبودیافته برای محاسبه خواص لحظه‌ای به همراه نرمال‌سازی اسپلاین نتایج بهتری را نسبت به سایر روش‌ها به همراه داشته باشد (هرچند که برای تایید این موضوع باید مثال‌های متعدد در شرایط مختلف بررسی شوند).



نمودار ٦) نمودار خطای محاسبه فرکانس از روش‌های مختلف با نرمال‌سازی اسپلاین

۷- نمونه آزمایشگاهی

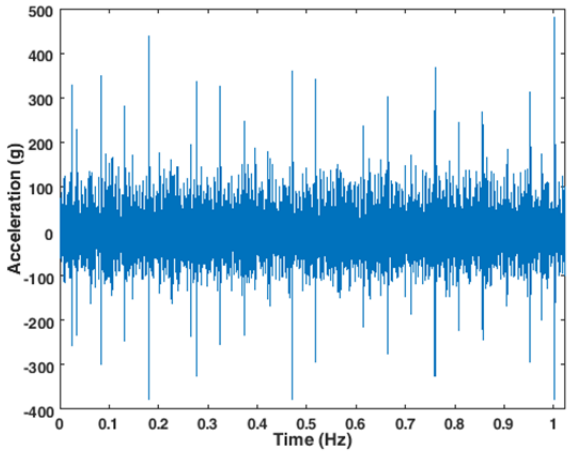
برای نمونه آزمایشگاهی، یک یاتاقان غلتشی معیوب مورد آزمایش قرار گرفته است. یاتاقان از نوع ساچمه‌ای و مدل ۱۲۰٦ شرکت اِس‌کاِف بوده که داده‌برداری آن تحت دور ۱۵۰۰دور در دقیقه و با نرخ ۲۰کیلوهرتز انجام شده است. تاریخچه زمانی شتاب ضبط‌شده در مدت‌زمان نزدیک به یک‌ثانیه در نمودار ۷ نمایش داده شده است.

اطلاعات آماری برای سیگنال اندازه‌گیری‌شده که شامل نسبت قله و درجه اوج به‌ترتیب مقادیر ۹/۸۵ و ۷/۸۸ به دست می‌آیند که مقدار بالای نسبت قله و انحراف درجه اوج از مقدار ۳ نشان از آلودگی زیاد سیگنال به نویز دارد. فرکانس‌های گذر ساچمه یاتاقان یادشده در دور ۱۵۰۰دور در دقیقه در جدول ۱ نمایش داده شده‌اند.

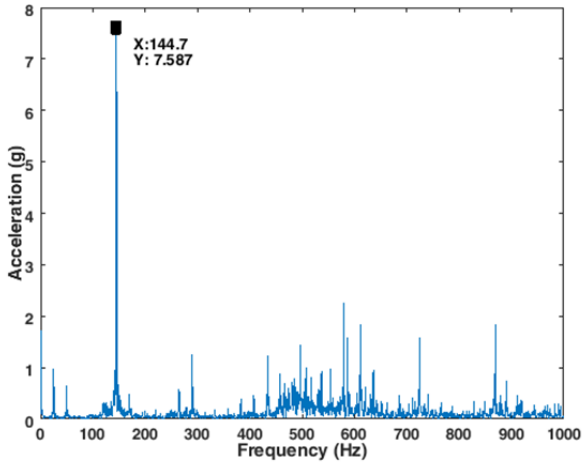
برای بررسی بهتر و واضح‌تر مولفه فرکانسی غالب، نمودار طیف فرکانسی در بازه صفر تا ۱۰۰۰ هرتز با استفاده از تبدیل فوریه سریع رسم می‌شود (نمودار ۸).

جدول ۱) فرکانس‌های گذر ساچمه یاتاقان ۱۲۰۶ در سرعت ۱۵۰۰دور بر دقیقه

کمیت	مقدار فرکانس (هرتز)
f_{BPFI}	۲۰۵/۲
f_{BPFO}	۱۴۴/۸
f_{BSF}	۶۹/۴



نمودار ۷) تاریخچه زمانی شتاب در مدت یک‌ثانیه



نمودار ۸) نمودار طیف فرکانسی شتاب در بازه صفر تا ۱۰۰۰هرتز

همان‌طور که در نمودار ۸ مشخص است، مولفه فرکانسی غالب مربوط به فرکانس گذر ساچمه از رینگ خارجی است. البته مولفه‌های با دامنه کمتری نیز مشاهده می‌شوند که مربوط به سرعت دوران، هارمونیک‌های بالای فرکانس گذر ساچمه از رینگ خارجی و دیگر فرکانس‌های گذر ساچمه است. اکنون برای بررسی کارآیی روش تجزیه مود تجربی با باند محدود در حذف نویز و جلوگیری از آمیختگی مودها، نتایج این روش برای سیگنال نمودار ۷ با نتایج حاصل از روش تجزیه مود تجربی مورد مقایسه قرار می‌گیرد. هشت تابع مود ذاتی اول به‌دست‌آمده از روش تجزیه مود تجربی اعمال‌شده بر سیگنال ضبط‌شده و تبدیل فوریه سریع این مودهای ذاتی به‌ترتیب در نمودارهای ۹ و ۱۰ نمایش داده شده است. مشخص است که در مودهای ذاتی اولیه اثرات نویز غالب است. فرکانس گذر ساچمه از رینگ خارجی نیز به‌خوبی تفکیک نشده و مطابق نمودار ۱۰ در توابع مود ذاتی ٦ و ۷ مشاهده می‌شود. به همین ترتیب، ۸ تابع مود ذاتی اول به‌دست‌آمده از روش تجزیه مود تجربی با باند محدود و تبدیل فوریه سریع این مودهای ذاتی به‌ترتیب در نمودارهای ۱۱ و ۱۲ نمایش داده شده است. مانند قبل، اثرات غالب نویز در مودهای ذاتی اولیه مشاهده می‌شود. نکته قابل توجه، تفکیک کامل فرکانس گذر ساچمه از رینگ خارجی تابع مود ذاتی ٦ است که دامنه آن هم تقریباً با دامنه مولفه فرکانسی نمایش داده‌شده در نمودار ۸ برابر است.

همچنین، نمودار انرژی بر حسب دوره تناوب میانگین در مقیاس لگاریتمی به همراه منحنی‌های سطح اطمینان ۹۹% برای ۱۲ مود ذاتی اول روش تجزیه مود تجربی در نمودار ۱۳ ترسیم شده است.

به همین ترتیب، نمودار انرژی بر حسب دوره تناوب میانگین در مقیاس لگاریتمی به همراه منحنی‌های سطح اطمینان ۹۹% برای ۹ مود ذاتی اول روش تجزیه مود تجربی با باند محدود در نمودار ١٤ نشان داده شده است.

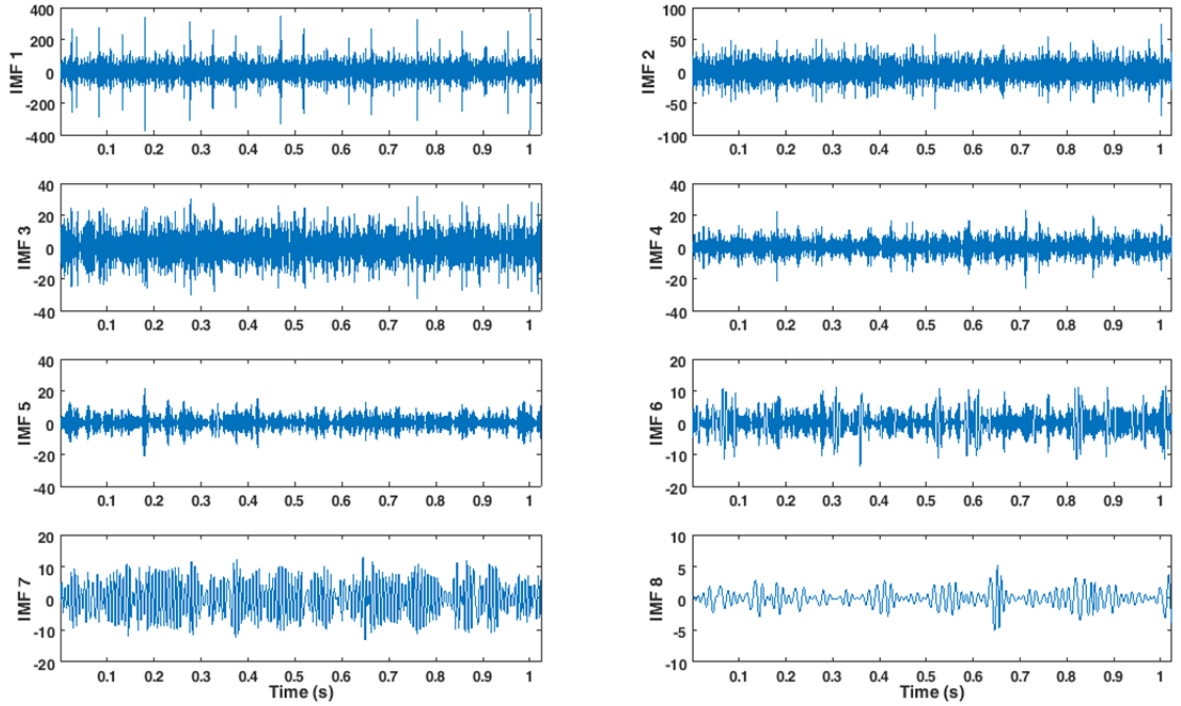
ضریب تغییرات که معیاری برای اندازه‌گیری پراکندگی داده‌های آماری است، از تقسیم انحراف‌معیار به میانگین داده‌ها به دست می‌آید:

$$CV = \sigma/\mu \qquad (۲۹)$$

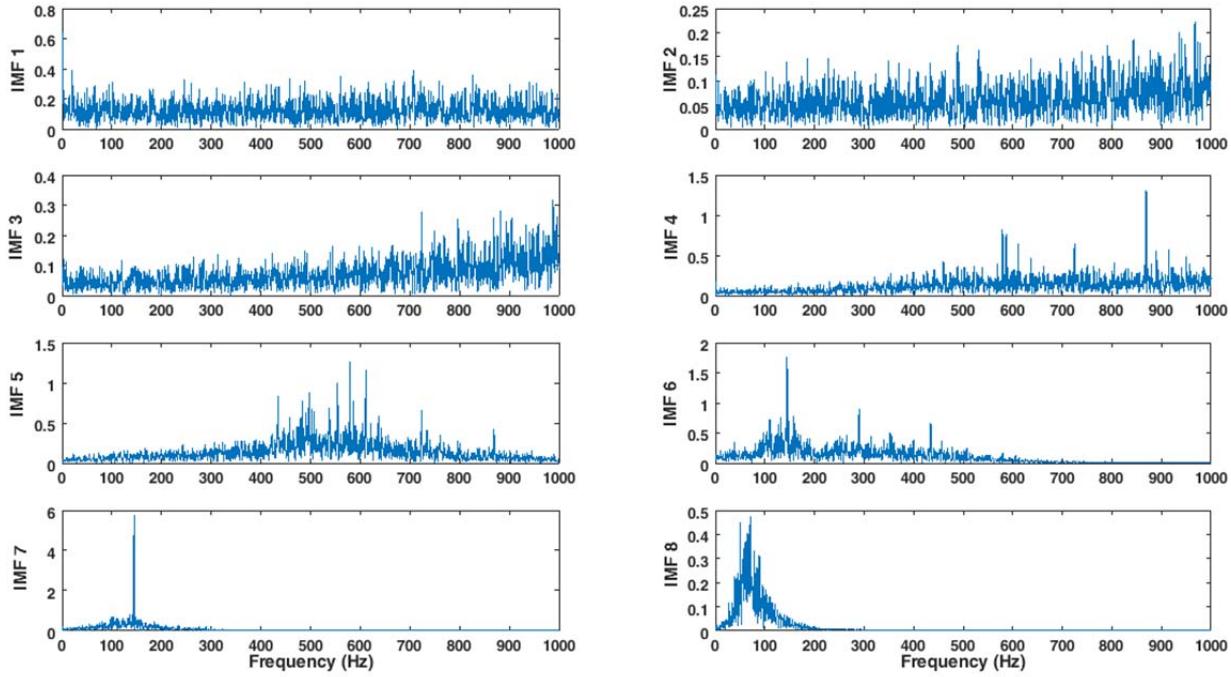
که در آن σ نشان‌دهنده انحراف‌معیار داده‌ها و μ میانگین آنهاست. به عبارت دیگر ضریب تغییرات، میزان پراکندگی به‌ازای یک واحد از میانگین را بیان می‌کند. برای مقایسه پراکندگی مقادیر

فرکانس‌های لحظه‌ای توابع مود ذاتی حول میانگین آنها، ضریب تغییرات هر دو روش تجزیه مود تجربی و روش تجزیه مود تجربی با باند محدود محاسبه و به‌ترتیب در نمودارهای ۱۵ و ۱۶ رسم شده است.

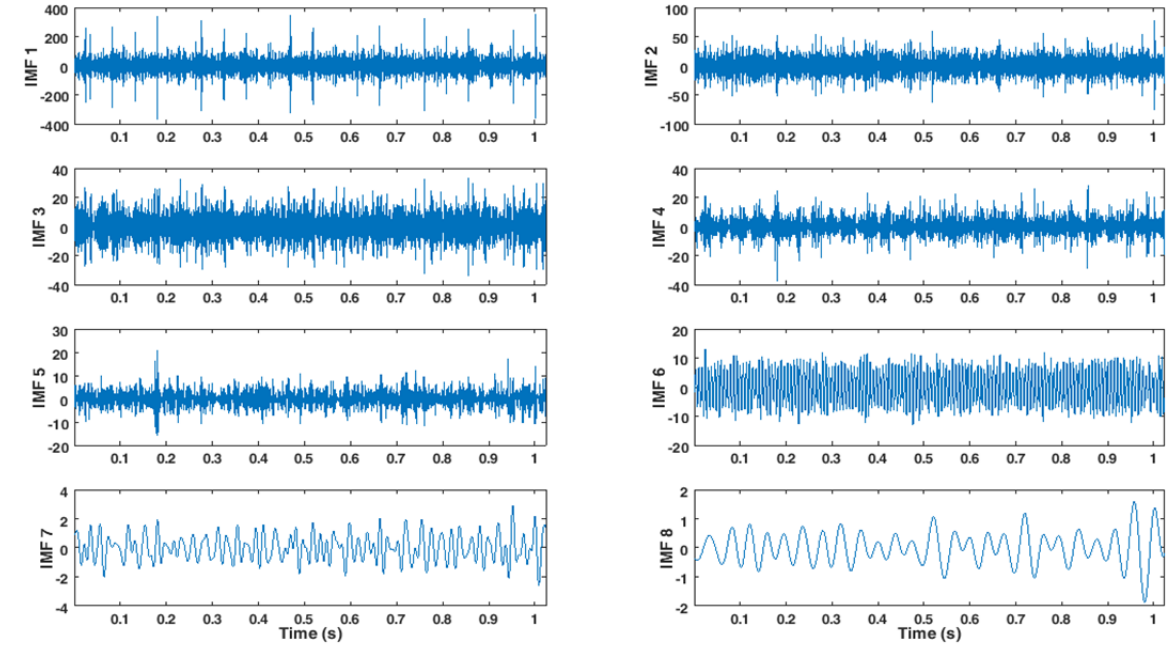
هرچه ضریب تغییرات برای داده‌ای کمتر باشد، در واقع پراکندگی داده‌ها حول مقدار میانگین کمتر خواهد بود که با توجه به نمودار رسم‌شده، برای تابع مود ذاتی ٦ این اتفاق رخ داده است. به عبارت دیگر، برای روش تجزیه مود تجربی با باند محدود تفکیک بهتری برای مود ذاتی ٦ صورت گرفته و همان‌طور که در نمودار ١٦ نشان داده شده مودهای قبل و بعد از آن کاملاً آلوده به نویز هستند. در صورتی که چنین چیزی برای نتایج حاصل از روش تجزیه مود تجربی دیده نمی‌شود. یعنی هرچند با توجه به نمودار ۱۵، ضریب تغییرات برای مود ذاتی ۷ کمتر است ولی این اختلاف قابل توجه نیست. از طرفی با توجه به نمودار ۱۳، مودهای قبل و بعد از مود ذاتی ۷ حاکی از وجود مولفه‌های فرکانسی آلوده به نویز است که نشان از عدم تفکیک مناسب مودهای ذاتی دارد.



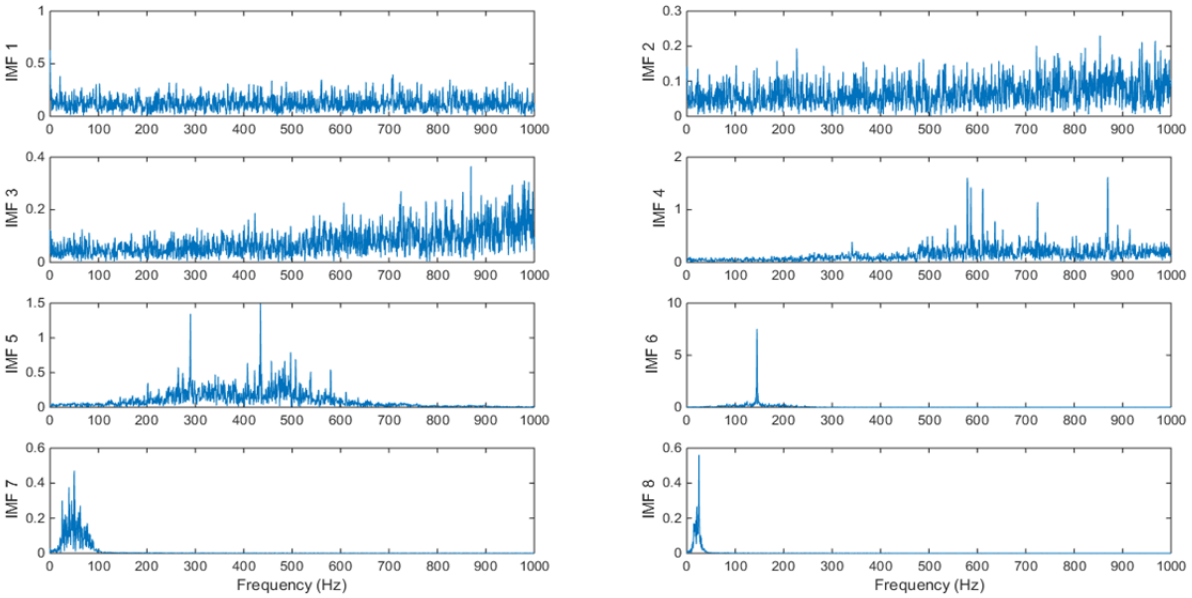
نمودار ۹) نمودار ۸ تابع مود ذاتی نخست حاصل از تجزیه مود تجربی روی سیگنال ضبط‌شده یاتاقان معیوب



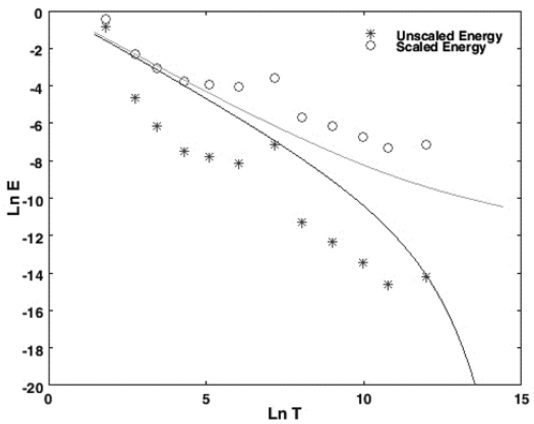
نمودار ۱۰) تبدیل فوریه سریع ۸ تابع مود ذاتی نخست حاصل از تجزیه مود تجربی روی سیگنال ضبط‌شده یاتاقان معیوب



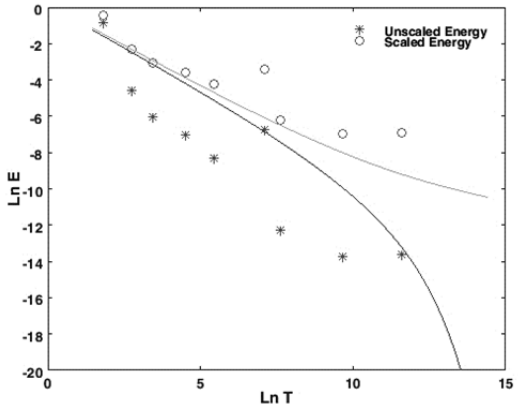
نمودار ۱۱) ۸ تابع مود ذاتی نخست حاصل از روش تجزیه مود تجربی با باند محدود روی سیگنال ضبط‌شده یاتاقان معیوب



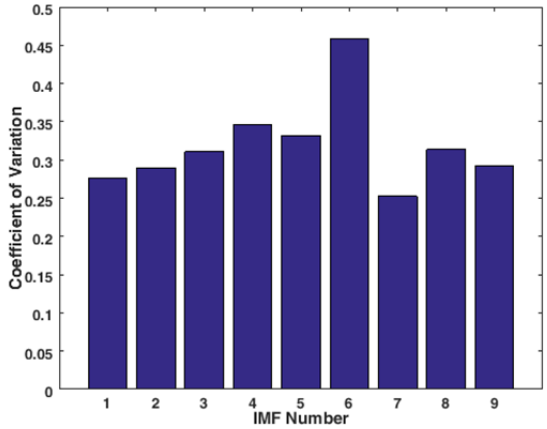
نمودار ۱۲) تبدیل فوریه سریع ۸ تابع مود ذاتی نخست حاصل از روش تجزیه مود تجربی با باند محدود روی سیگنال ضبط‌شده یاتاقان معیوب



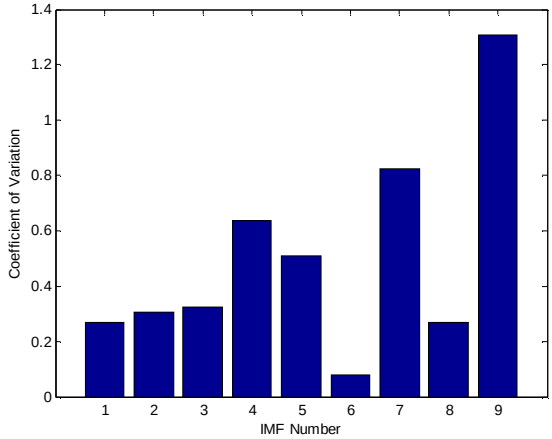
نمودار ۱۳) نمودار انرژی بر حسب دوره تناوب میانگین در مقیاس لگاریتمی به همراه منحنی‌های سطح اطمینان ۹۹% برای روش تجزیه مود تجربی



نمودار ۱۴) نمودار انرژی بر حسب دوره تناوب میانگین در مقیاس لگاریتمی به همراه منحنی‌های سطح اطمینان ۹۹% برای روش تجزیه مود تجربی با باند محدود



نمودار ۱۵) ضریب تغییرات محاسبه شده برای ۹ تابع مود ذاتی نخست حاصل از تجزیه مود تجربی بر روی سیگنال ضبط‌شده یاتاقان معیوب



نمودار ۱۶) ضریب تغییرات محاسبه‌شده برای ۹ تابع مود ذاتی نخست حاصل از روش تجزیه مود تجربی با باند محدود روی سیگنال ضبط‌شده یاتاقان معیوب

۸- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، به یکی از مشکلات عمده روش تجزیه مود تجربی برای تفکیک سیگنال‌های آلوده به نویز یعنی مشکل آمیختگی مودها و حذف نویز پرداخته شد. برای حل این مشکل، روش از تجزیه مود تجربی با باند محدود، استفاده شد که ضمن افزایش قابلیت‌های تجزیه مود تجربی با باند محدود از سرعت پردازش بسیار بالایی برخوردار است و به‌خوبی از آمیختگی مودها جلوگیری می‌کند. برای این منظور، تابعی کمکی در محدوده فرکانس بالای سیگنال مورد بررسی به سیگنال اضافه می‌شود تا ضمن تقویت دامنه‌های فرکانس‌بالا، تفکیک تابع مود ذاتی مربوط به آن محدوده فرکانسی با کیفیت و دقت بهتری انجام گیرد. پس از استخراج تابع مود ذاتی مورد نظر، مجدداً تابع کمکی از نتایج کم خواهد شد و برای مقادیر باقی‌مانده در تکرار فرآیند غربالگری، تابع کمکی متناظر با محدوده فرکانسی سیگنال جدید مجدداً به سیگنال اضافه و پس از اعمال روش تجزیه مود تجربی از نتایج آن کم خواهد شد. استخراج تابع کمکی نیز بر مبنای تعداد بیشینه‌ها و کمینه‌های سیگنال صورت می‌گیرد که برخلاف روش تجزیه مود تجربی با باند محدود، از سرعت بسیار بالاتری برخوردار بوده و نیازی به اعمال تبدیل هیلبرت ندارد. نکته مهم و قابل توجه این که با وجود عدم استفاده از نویز برای حذف نویز در این روش، قابلیت شناسایی و حذف نویز آن نسبت به روش تجزیه مود تجربی بالاتر است. همچنین با استفاده از اطلاعات مربوط به تفکیک نویز سفید به روش تجزیه مود تجربی، مودهای دارای اهمیت از مودهای آلوده به نویز قابل تفکیک و شناسایی هستند. همچنین با ذکر مثالی (برای سیگنال با فرکانس و دامنه متغیر)، زوج ترکیب روش شناسایی خواص لحظه‌ای و نرمال‌سازی سیگنال مورد بررسی قرار گرفت که استفاده توامان از روش هیلبرت بهبودیافته برای محاسبه خواص لحظه‌ای به همراه نرمال‌سازی اسپلاین نتایج بهتری را نسبت به سایر روش‌ها به همراه داشت. درنهایت برای داده‌های تجربی یک سیگنال معیوب، خواص لحظه‌ای نتایج روش تجزیه مود تجربی و روش روش تجزیه مود تجربی با باند محدود مورد بررسی قرار گرفت که با استفاده از معیار ضریب تغییرات، مشخصاً نشان داده شده که روش تجزیه مود تجربی با باند محدود قدرت تفکیک بالاتر و نتایج بهتری را نسبت به روش تجزیه مود تجربی به همراه دارد. همچنین با استفاده از اطلاعات مربوط به تفکیک نویز سفید به روش تجزیه مود تجربی، کیفیت جداسازی نویز از داده‌های با اهمیت اصلی در هر دو روش تجزیه مود تجربی و روش تجزیه مود تجربی با باند محدود نشان داده شده که تفکیک بهتر نتایج روش تجزیه مود تجربی با باند محدود را نشان می‌دهد.

تشکر و قدردانی: موردی از سوی نویسندگان بیان نشد.
تاییدیه‌اخلاقی: موردی از سوی نویسندگان بیان نشد.
تعارض منافع: موردی از سوی نویسندگان بیان نشد.
سهم نویسندگان: سیدحسن مومنی‌ماسوله (نویسنده اول)، پژوهشگر اصلی/نگارنده بحث (۶۰%)؛ محسن وثاقتی‌جوان (نویسنده دوم)، پژوهشگر کمکی/نگارنده بحث (۲۰%)؛ سیدعلی حسینی‌کردخیلی (نویسنده سوم)، پژوهشگر کمکی (۲۰%)
منابع مالی: موردی از سوی نویسندگان بیان نشد.

منابع

1- Boashash B. Estimating and interpreting the instantaneous frequency of a signal. I. Fundamentals. Proceedings of the IEEE. 1992;80(4):520-538.
2- Meltzer G, Dien NP. Fault diagnosis in gears operating under non-stationary rotational speed using polar wavelet amplitude maps. Mechanical Systems and Signal Processing. 2004;18(5):985-992.
3- Cempel C, Tabaszewski M. Multidimensional condition monitoring of machines in non-stationary operation. Mechanical Systems and Signal Processing. 2007;21(3):1233-1241.
4- Bartelmus W, Zimroz R. A new feature for monitoring the condition of gearboxes in non-stationary operating conditions. Mechanical Systems and Signal Processing. 2009;23(5):1528-1534.
5- Urbanek J, Barszcz T, Zimroz R, Antoni J. Application of averaged instantaneous power spectrum for diagnostics of machinery operating under non-stationary operational conditions. Measurement. 2012;45(7):1782-1791.
6- Huang NE, Shen Z, Long SR, Wu MC, Shih HH, Zheng Q, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis. Proceedings of the Royal Society A Mathematical Physical and Engineering Sciences. 1998;454(1971):903-995.
7- Lei Y, Lin J, He Z, Zuo MJ. A review on empirical mode

decomposition in fault diagnosis of rotating machinery. Mechanical Systems and Signal Processing. 2013;35(1-2):108-126.
8- Xu D, Xu Y, Chen X, Zha W, Li X. Life cycle vibration analysis based on EMD of rolling element bearing under ALT by constant stress. 8th International Conference on Reliability, Maintainability and Safety, 20-24 July 2009, Chengdu, China. Piscataway: IEEE; 2009.
9- Junsheng C, Dejie Y, Yu Y. The application of energy operator demodulation approach based on EMD in machinery fault diagnosis. Mechanical Systems and Signal Processing. 2007;21(2):668-677.
10- Fan X, Zuo MJ. Machine fault feature extraction based on intrinsic mode functions. Measurement Science and Technology. 2008;19(4):045105.
11- Yan R, Gao RX. Hilbert-Huang transform-based vibration signal analysis for machine health monitoring. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement. 2006;55(6):2320-2329.
12- Li H, Zhang Y, Zheng H. Hilbert-Huang transform and marginal spectrum for detection and diagnosis of localized defects in roller bearings. Journal of Mechanical Science and Technology. 2009;23(2):291-301.
13- Li H. Bearing fault detection based on instantaneous energy spectrum. Seventh International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery, 10-12 Aug. 2010, Yantai, China. Piscataway: IEEE; 2010.
14- Dong H, Qi K, Chen X, Zi Y, He Z, Li B. Sifting process of EMD and its application in rolling element bearing fault diagnosis. Journal of Mechanical Science and Technology. 2009;23(8):2000-2007.
15- Yan R, Gao RX. Rotary machine health diagnosis based on empirical mode decomposition. Journal of Vibration and Acoustics. 2008;130(2):021007.
16- Momeni Massouleh SH, Hosseini Kordkheili SA, Mohammad Navazi H. A fast online bandwidth empirical mode decomposition scheme for avoidance of the mode mixing problem. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part C Journal of Mechanical Engineering Science. 2018;232(20):3652-3674.
17- Wu Z, Huang NE. Ensemble empirical mode decomposition: A noise-assisted data analysis method. Advances in Adaptive Data Analysis. 2009;1(1):1-41.
18- Yeh JR, Shieh JS, Huang NE. Complementary ensemble empirical mode decomposition: A novel noise enhanced data analysis method. Advances in Adaptive Data Analysis. 2010;2(2):135-156.
19- Torres ME, Colominas MA, Schlotthauer G, Flandrin P. A complete ensemble empirical mode decomposition with adaptive noise. IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), 22-27 May 2011, Prague, Czech Republic. Piscataway: IEEE; 2011.
20- Qin Sh, Wang Q, Kang J. Output-only modal analysis based on improved empirical mode decomposition method. Advances in Materials Science and Engineering. 2015;2015:945862.
21- Wu Z, Huang NE. A study of the characteristics of white noise using the empirical mode decomposition method. Proceedings of the Royal Society A Mathematical Physical and Engineering Sciences. 2004;460(2046):1597-1611.
22- Cohen L. Time-frequency distributions-a review. Proceedings of the IEEE. 1989;77(7):941-981.
23- Vakman DE. Signals, oscillations, and waves: A modern approach. Boston: Artech House; 1998.
24- Rosenblum M, Rovnyak J. Hardy classes and operator theory. Chelmsford MA: Courier Corporation; 1997. p. 35.
25- Huang NE, Shen SS, editors. Hilbert-Huang transform and its applications. Singapore: World Scientific; 2014.
26- Huang NE. Computing frequency by using generalized zero-crossing applied to intrinsic mode functions [Internet]. Washington DC: NASA; 2006 [cited 2018 April 01]. Available from: https://ntrs.nasa.gov/search.jsp?R=20080008712