



Nonlinear Dynamic Inversion Controller Design for a Satellite, Considering the Dynamics of Magnetorquers

ARTICLE INFO

Article Type

Original Research

Authors

Arefkhani H.¹ MSc,
Sadati S.H.*¹ PhD,
Shahravi M.¹ PhD

How to cite this article

Arefkhani H, Sadati S.H, Shahravi M. Nonlinear Dynamic Inversion Controller Design for a Satellite, Considering the Dynamics of Magnetorquers. Modares Mechanical Engineering. 2019;19(8):1875-1887.

ABSTRACT

In this paper, a nonlinear inverse dynamic controller is designed for a magnetic actuated satellite. Since the stability of linear control laws in nonlinear dynamics is not guaranteed far from the equilibrium point, a global stabilizing nonlinear control law is necessary. In this method, by changing the system parameters, the nonlinear dynamics of the system is converted to linear dynamics and the input controller compensates the changes. The stability of the closed loop system was, then, investigated and proved by the Lyapunov method. Dynamic and kinematic equations of satellite are also developed in the presence of aerodynamic disturbance, gravity gradient, magnetic and radiation moments, and the linearization of the motion equations is done around the equilibrium point. In order to evaluate the performance of the dynamic inverse controller, the proportional-derivative linear control law and linear quadratic regulator optimal control law are designed and the results are compared. By modeling satellite orbit, the disturbance moments and the local magnetic field vector are calculated instantaneously according to the satellite's position in the orbit. Finally, the system response is presented by considering the saturation range of magnetic actuators. The results show a better performance of the nonlinear dynamic inversion controllers in both accuracy and convergence time.

Keywords Magnetic Attitude Control; Nonlinear Dynamic Inversion Controller; Lyapunov Stability; Classical Control; Optimal Control

¹Flight Dynamic & Control Department, Aerospace Engineering Faculty, Malek-Ashtar University, Tehran, Iran

*Correspondence

Address: Flight Dynamic & Control Department, Aerospace Engineering Faculty, Malek-Ashtar University, Tehran, Iran
Phone: +98 (21) 22799095
Fax: -
hsadati@mut.ac.ir

Article History

Received: April 22, 2018
Accepted: January 20, 2019
ePublished: August 12, 2019

CITATION LINKS

[1] Magnetic attitude control systems of the ... [2] Stable supervisory-adaptive controller for spinning ... [3] Satellite attitude control using only ... [4] Magnetic torquer attitude control via ... [5] Time-optimal magnetic attitude control for ... [6] Neural network based three axis satellite attitude ... [7] Explicit model predictive control of a satellite with ... [8] Magnetic spacecraft attitude control: A survey and some ... [9] Global magnetic attitude control of spacecraft in the ... [10] Model predictive control of low earth orbiting ... [11] Magnetorquer based attitude control for a nanosatellite ... [12] Magnetic attitude control design for small satellites ... [13] Attitude control of a CubeSat in a circular orbit ... [14] Global stabilization of periodic linear systems by ... [15] Genetic algorithm based LQR for attitude control ... [16] Application constraints of the three-axis stabilization ... [17] An efficient algorithm for periodic Riccati equation ... [18] An efficient LQR design for discrete-time linear ... [19] Variable sampling-time nonlinear model predictive ... [20] Robust and global attitude stabilization of magnetically ... [21] Robust magnetic attitude control ... [22] Improved nonlinear dynamic inversion ... [23] On the internal stability of non-linear dynamic ... [24] Adaptive neural network-based satellite attitude ... [25] Altitude control of a satellite using a feedback ... [26] Robust satellite formation flying using dynamic ... [27] Adaptive robust redesign of feedback linearization ... [28] Spacecraft attitude control using robust ... [29] Modeling and simulation of aerospace vehicle ... [30] Space vehicle dynamics and ... [31] Spacecraft dynamics and control ... [32] Applied nonlinear ... [33] Implementation of three axis attitude controllers for ... [34] A nonlinear magnetic controller for ... [35] A novel 3-axis attitude stabilization ... [36] Space mission analysis and ...

طراحی کنترل‌کننده وارون‌دینامیک برای یک ماهواره با در نظر گرفتن دینامیک عملگرهای مغناطیسی

حامد عارف‌خانی MSc

گروه دینامیک پرواز و کنترل، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران

سیدحسین ساداتی PhD

گروه دینامیک پرواز و کنترل، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران

مرتضی شهری PhD

گروه دینامیک پرواز و کنترل، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران

چکیده

در این مقاله برای کنترل یک ماهواره تحریک‌شده با عملگرهای مغناطیسی از کنترل‌کننده غیرخطی وارون‌دینامیک استفاده شده است. از آنجا که پایداری قوانین کنترل خطی در دینامیک‌های غیرخطی در شرایط دور از نقطه تعادل تضمین نشده، لذا لزوم طراحی یک قانون کنترل غیرخطی که پایداری آن کلی است، ضروری به نظر می‌رسد. در این روش طراحی، با تغییر در پارامترهای سیستم، دینامیک غیرخطی سیستم به دینامیک خطی تبدیل می‌شود و ورودی کنترل‌کننده، این تغییر را جبران می‌کند. پایداری سیستم حلقه بسته توسط روش لیاپانوف مورد بررسی و اثبات شد. معادلات دینامیک و سینماتیک ماهواره در حضور گشتاورهای اغتشاشی آیرودینامیک، گرادیان جاذبه، مغناطیسی و تابشی توسعه‌یافته و خطی‌سازی معادلات حرکت حول نقطه تعادل انجام شده است. برای ارزیابی عملکرد کنترل‌کننده وارون‌دینامیک، قوانین کنترل خطی کلاسیک تناسبی- مشتق‌گیر و کنترل بهینه رگولاتور مرتبه دوم خطی طراحی شده و نتایج با آن مقایسه شده است. با مدل‌سازی مدار ماهواره، گشتاورهای اغتشاشی و بردار میدان مغناطیسی زمین محلی، به‌صورت لحظه‌ای و با توجه به وضعیت ماهواره در مدار محاسبه می‌شوند. در انتها پاسخ سیستم با فرض در نظر گرفتن محدوده اشباع برای عملگرهای مغناطیسی نمایش داده شده است. نتایج نمایان‌گر عملکرد بهتر کنترل‌کننده غیرخطی وارون دینامیک در معیار دقت و زمان همگرایی است.

کلیدواژه‌ها: کنترل وضعیت مغناطیسی ماهواره، کنترل غیرخطی وارون‌دینامیک، پایداری لیاپانوف، کنترل کلاسیک، کنترل بهینه

تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۰۲/۰۲

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۱۰/۳۰

*نویسنده مسئول: hsadati@mut.ac.ir

۱- مقدمه

استفاده از عملگرهای مغناطیسی در ماهواره‌های کوچک که محدودیت در اندازه، جرم و میزان انرژی دارند، برای کنترل وضعیت و پایداری بسیار مرسوم است^[1]. عملگرهای مغناطیسی از لحاظ سخت‌افزاری و کاربری ساده‌اند، قابلیت اطمینان بالایی دارند و به راحتی کنترل‌پذیر هستند. پایین بودن ظرفیت تولیدی گشتاور، عدم قابلیت تولید گشتاور سه‌محوره مورد نیاز در هر لحظه، کندی مانور و لزوم استفاده در مدارهای پایین زمین، از جمله محدودیت‌های این عملگرها است^[2]. در ادامه تاریخچه‌ای از فعالیت‌های انجام‌شده در حوزه کنترل وضعیت مغناطیسی ارائه می‌شود.

پژوهشی^[3] با استفاده از ترکیب تئوری سیستم خطی و غیرخطی، قوانین کنترلی را برای پایداری سه‌محوره یک ماهواره گسترش داد و از تئوری خطی برای به‌دست‌آوردن بهره‌های کنترلی ثابت و متغیر با زمان برای یک ماهواره با بوم گرادیان جاذبه استفاده کرد. بررسی‌های وی با استفاده از این حقیقت صورت گرفت که تغییرات

میدان مغناطیسی در مدارهای با زاویه میل زیاد تقریباً دوره‌ای است. همچنین وی براساس تئوری کنترل مود لغزشی، یک کنترل‌کننده غیرخطی را برای یک ماهواره متقارن محوری طراحی کرد و نشان داد که کنترل سه‌محوره با استفاده از گشتاوردهنده‌های مغناطیسی به‌تنهایی قابل انجام است و این ایده را در ماهواره دانمارکی اورستد به کار برد. پژوهشی^[4] رویکرد جدیدی را در سیستم کنترل وضعیت سه‌محوره با عملگرهای مغناطیسی معرفی نمود. هدف از طراحی این سیستم، کنترل رسیدن به دقت نشانه‌روی دیردر حدود ۰/۱ تا یک‌درجه بدون نیاز به تراستر و چرخ معرفی شد. با توجه به متناوب‌بودن چنین سیستمی، یک کنترل‌کننده متناوب با استفاده از تکنیک رگولاتور مرتبه دوم خطی LQR مجانبی طراحی شد. این روش نسبت به قوانین کنترلی قبلی از چهار مزیت زیر برخوردار بود:

۱- ایجاد قانون کنترل متغیر با زمان LQR به‌صورت پس‌خور حالت کامل که مبتنی بر حل تقریب ثابت معادله ریکاتی متغیر با زمان است.

۲- کنترل‌کننده شامل انتگرال‌گیر است. بدین ترتیب تاثیر حالت دایمی اغتشاشات خنثی می‌شود.

۳- ارائه روشی برای تضمین پایداری در هنگام اشباع عملگرها

۴- ارزیابی مقاوم‌بودن کنترل‌کننده نسبت به عدم قطعیت پارامترها.

پژوهشی^[5] مشکل طراحی‌های پیشین را زمان همگرایی نسبتاً زیاد و عدم در نظر گرفتن حد بالایی برای اشباع عملگرها بیان نمود. فرضیات وی برای طراحی قانون کنترل با استفاده از تئوری کنترل بهینه شامل میدان مغناطیسی متغیر با زمان، مدل دینامیکی غیرخطی و اعمال محدودیت اشباع روی عملگرها است. وی همچنین یک کنترل‌کننده مدل پیش‌بین، مبتنی بر کنترل بهینه حلقه باز را برای بهبود مقاومت سیستم کنترل ارائه داد. پژوهشی^[6] قانون کنترل وضعیت سه‌محوره مبتنی بر شبکه‌های عصبی را تنها با استفاده از عملگرهای مغناطیسی معرفی نمود. هدف از این قانون، کنترل رساندن زوایای اوایل به صفر است. این کار با استفاده از یک کنترل‌کننده شبکه عصبی که توسط داده‌های کنترل‌کننده تناسبی- مشتق‌گیر PD آموزش دیده است، انجام شد. مطالعه‌ای^[7] یک کنترل‌کننده پیش‌بین خطی مقیدشده را برای یک ماهواره کوچک مغناطیسی طراحی کرد. این کنترل‌کننده با فرمول‌بندی کردن مساله پیش‌بین خطی مقیدشده به‌عنوان یک برنامه درجه دوم چندپارامتری استخراج می‌شود. تابع نسبت تکه‌ای برای به‌دست‌آوردن قانون کنترل بهینه در هر نمونه ارزیابی می‌شود. این رویکرد برای طراحی یک کنترل‌کننده پیش‌بین صریح و برای یک ماهواره دانشجویی نروژی به کار برده شده است. در پژوهشی^[8] کنترل‌کننده پیش‌بین برای این مساله پیاده‌سازی شده است. اما با توجه به اطلاعات نویسنده، تاکنون "کنترل‌کننده پیش‌بین صریح" اعمال نشده است. شبیه‌سازی‌ها برای دقت نشانه‌روی ۱۰± درجه روی رول و پیچ انجام شده است. از ویژگی‌های این روش، کاهش مصرف انرژی کل ماهواره در همان دقت نشانه‌روی است.

مطالعه‌ای^[9] قانون کنترل فراگیر را برای ماهواره مغناطیسی در حضور گرادیان جاذبه‌ای استنتاج نمود. در این قانون با استفاده از تئوری کنترل تطبیقی، کنترل‌کننده فیدبک حالت شبه PD تطبیقی طراحی شد. شبیه‌سازی‌ها نشان داد که نقطه تعادل مطلوب با نشانه‌روی به سمت زمین در حضور گشتاورهای گرادیان جاذبه‌ای،

ماهواره مکعبی از یک کنترل کننده LQR مبتنی بر الگوریتم ژنتیک استفاده کرد. آنها نشان دادند که عملکرد این کنترل کننده از کنترل کننده های شبه PD، QEF و LQR با بهره های ثابت، بهتر است. در مقایسه بین کنترل کننده ها، گشتاورهای اغتشاشی آیرودینامیک و گرادیان جاذبه در نظر گرفته شده است. بهترین دقت سه محوره حاصل شده مربوط به کنترل کننده LQR مبتنی بر الگوریتم ژنتیک بوده که برابر با ۱۰ درجه است. مهم ترین هدف در این تحقیق، توسعه یک کنترل کننده مغناطیسی بهینه با استفاده از الگوریتم ژنتیک برای بررسی مقاومت آن در برابر اغتشاشات خارجی معرفی شده است. مطالعه ای [16] کنترل وضعیت مغناطیسی یک ماهواره را توسط یک کنترل کننده LQR بررسی کرده است. مهم ترین فعالیت این مرجع، بررسی تاثیرات ناشی از ممان اینرسی های ضریبی، خروج از مرکزیت مداری، شیب مداری و گشتاورهای اغتشاشی آیرودینامیک و مغناطیسی بر کنترل وضعیت ماهواره بوده است. پژوهشی [17] الگوریتمی برای حل معادلات ریکاتی گسسته پیرویدیک را در سیستم های متغیر با زمان پیرویدیک خطی که ماتریس A ثابت و B پیرویدیک هستند، ارائه داده است. یک ماهواره تحریک شده با عملگرهای مغناطیسی از جمله سیستم های با این ویژگی است. نوآوری این مقاله در استفاده از خاصیت ثابت بودن ماتریس A بوده که باعث کاهش حجم محاسبات و افزایش سرعت پردازش شده است. این موضوع هم به صورت تحلیلی و هم به صورت شبیه سازی اثبات شده است. وی برای تایید ادعای خود الگوریتم پیشنهاد شده را با برخی الگوریتم های مشهور در این زمینه مقایسه کرده است. پژوهشی [18] روشی جدیدی را برای تبدیل سیستم های خطی پیرویدیک متغیر با زمان به سیستم های نامتغیر با زمان خطی افزونه با استفاده از روش لیفتینگ ارائه کرد. وی با استفاده از این روش، یک کنترل کننده LQR برای یک ماهواره تحریک شده با عملگرهای مغناطیسی طراحی نمود. مزیت این روش در این است که هیچ گونه اشتراکی بین دو گام متوالی در بردار حالت یا بردار کنترل وجود ندارد. این روش با دو الگوریتم مشهور مقایسه شده و نتایج بیانگر افزایش سرعت پردازش برای تعداد نمونه متعادل در هر پیروید

است. با بررسی های انجام شده، در اکثر پژوهش ها کنترل وضعیت سه محوره مغناطیسی با طراحی الگوریتم های کنترلی PD و LQR انجام شده است. به منظور بهبود عملکرد این کنترل کننده ها برای کاهش زمان همگرایی، افزایش مقاومت بودن سیستم در زوایای بزرگ، کاهش خطای ماندگار و کاهش مصرف انرژی از تکنیک هایی نیز استفاده شده است. این تکنیک ها شامل استفاده از کنترل هوشمند [15، 6] در کنار این کنترل کننده ها و اضافه کردن انتگرال گیر [4] بوده است. همچنین این مهم با روی آوردن به سمت سایر کنترل کننده ها از جمله کنترل پیش بین [5، 7، 8، 10، 19]، مود لغزشی [3، 20] و کنترل مقاوم [21] در حال توسعه است. آنچه تاکنون در حوزه کنترل وضعیت مغناطیسی بررسی نشده، پیاده سازی برخی کنترل کننده های غیرخطی از جمله وارون دینامیک (DI) و گام به عقب است. در این مقاله برای نخستین بار یک کنترل کننده غیرخطی DI برای بهبود نتایج کنترل وضعیت مغناطیسی توسعه داده شده است. در کنترل سیستم های غیرخطی، استفاده از کنترل کننده DI بسیار رایج است، زیرا که با تغییری در پارامترهای سیستم، دینامیک غیرخطی سیستم به دینامیک خطی تبدیل می شود و ورودی کنترل کننده، این تغییر را جبران می کند.

دارای پایداری تقریباً جهانی است. علاوه بر آن، توانایی کنترل کننده تطبیقی برای رسیدن به وضعیت مطلوب نشان روی به سمت زمین از هر حالت اولیه مطلوب در شبیه سازی ها مشخص است. مطالعه ای [10] یک کنترل کننده مدل پیش بین برای یک ماهواره با عملگرهای مغناطیسی را طراحی و پایداری آن را اثبات نمود. دو روش برای طراحی کنترل کننده بررسی شد. در روش اول، رویکرد کنترل پیش بین با فرض میدان مغناطیسی ثابت اعمال شد، در حالی که در روش دوم، میدان مغناطیسی متغیر با زمان در قانون کنترل در نظر گرفته شد. هر دو روش نسبت به روش کنترل PD مزیت های قابل توجهی دارد. استفاده از کنترل PD به تنهایی دسترسی به رفتار مناسب در سه محور را مشکل می سازد و نتایج نشان می دهد که رویکرد کنترل پیش بین بدین منظور نتایج بهتری ارائه می دهد. پژوهشی [11] یک کنترل کننده وضعیت برای یک نانو ماهواره با عملگرهای مغناطیسی طراحی کرد. هدف این سیستم کنترل، میراکردن انرژی جنبشی چرخشی اضافی و هدف گیری به سمت یک دستگاه چرخان با دقت ۵ درجه در هر محور است. آنها با بررسی گزینه های مختلف، بهترین راه حل برای مساله نشان روی محلی را کنترل کننده پایدار مجانبی محلی PD معرفی کردند. این کنترل کننده، به وسیله شبیه سازی با لحاظ کردن محدودیت عملگرها، اغتشاشات محیطی شامل آیرودینامیک، تشعشعات خورشیدی، دو قطبی مغناطیسی پسماند و گرادیان جاذبه و استفاده از اطلاعات یک ماهواره (Cubesat Delfi-n3Xt) ارزیابی شد. همچنین در این پژوهش، عملکرد کنترل کننده های وضعیت LQR و کاهش نرخ نوسانات (B-dot) برای یک ماهواره با استفاده از عملگرهای مغناطیسی ارزیابی شده است. زمان نشست پیشنهادی در این مقاله برای کنترل وضعیت مغناطیسی، مطابق عملکرد عملگرهای مغناطیسی نمونه های مشابه به کار گرفته شده، حدود یک الی ۲ دور مداری با شرایط اولیه ۳۰ درجه در هر محور است. پژوهشی [12] یک الگوریتم کنترل وضعیت سه محوره را برای ماهواره های کوچک با استفاده از عملگرهای مغناطیسی معرفی کرد. الگوریتم کنترل وضعیت سه محوره مغناطیسی با استفاده از تئوری سیستم های با تغییرات آهسته بسط داده شد. پایداری وضعیت سه محوره این نوع ماهواره ها با استفاده از قوانین کنترل پیوسته غیرمتغیر با زمان حاصل نمی شود. در این حالت قوانین کنترل متغیر با زمان با فیدبک غیرپیوسته برای رسیدن به کنترل وضعیت سه محوره پیشنهاد می شود. قوانین کنترل فیدبک غیرپیوسته براساس تئوری جامع برای سیستم های کنترل غیرهولونومیک بسط داده شده است.

پژوهشی [13] کنترل کننده PD مغناطیسی را در حضور گشتاورهای اغتشاشی آیرودینامیک و گرادیان جاذبه برای نقطه نهایی مطلوب غیرصفر طراحی کرده است. زمان همگرایی برای نقطه نهایی مطلوب صفر، ۴ دور مداری و نقطه نهایی مطلوب غیرصفر، ۶ دور مداری است. مطالعه ای [14] کنترل وضعیت مغناطیسی را با در نظر گرفتن اشباع عملگرها مورد بررسی قرار داده است. با توجه به اینکه دینامیک خطی شده یک سیستم پیرویدیک خطی، پایدار خنثی بوده، مساله پایداری فراگیر سیستم های خطی پیرویدیک با فیدبک محدود، فرموله شده و توسط دو روش فیدبک حالت و مشاهده گر مبتنی بر خروجی حالت حل شده است. پایداری حلقه بسته سیستم توسط یک تابع لیاپانوف اثبات شده است. نتایج شبیه سازی نمایان گر تاثیر این روش است. زمان همگرایی حدود ۵ دور مداری است. پژوهشی [15] برای کنترل وضعیت مغناطیسی یک

مطالعات مختلفی در حوزه هوایی [22, 23] و در حوزه فضایی [24-28] انجام شده است. همچنین در این مقاله ارزیابی عملکرد کنترل‌کننده DI با کنترل‌کننده‌های کاربردی- عملیاتی PD و LQR سنجیده می‌شود. ساختار کلی مقاله بدین صورت است که ابتدا معادلات حرکت ماهواره، مدل‌سازی می‌شود و خطی‌سازی معادلات نیز انجام می‌گیرد. سپس به طراحی قوانین کنترل و اثبات پایداری پرداخته می‌شود. در انتها نیز نتایج شبیه‌سازی برای شرایط یکسان مانور وضعیت برای سه کنترل‌کننده مطرح شده ارائه می‌شود و نتایج مورد مقایسه قرار می‌گیرند.

۲- مدل‌سازی معادلات حرکت ماهواره

مطالعه و بررسی تئوریک و تحلیل رفتار هر سیستم فیزیکی، همواره بر پایه شناسایی ویژگی‌ها و خصوصیات مدل ریاضی آن سیستم انجام می‌پذیرد. علاوه بر آن طرح یک برنامه عملیاتی و کاربردی مناسب و بهینه برای یک سیستم، مستلزم برخورداری از دانشی عمیق راجع به رفتار آن سیستم است. ماهواره نیز به‌عنوان یک سیستم فیزیکی از این بحث مستثنی نبوده و لذا اولین قدم برای بررسی پایداری و طراحی سیستم کنترل وضعیت، به‌دست‌آوردن مدل ریاضی ماهواره است. در این راستا از زوایا و قوانین اویلر استفاده و براساس قانون دوم نیوتن، رابطه بین گشتاورهای اعمالی بر ماهواره و سرعت‌های زاویه‌ای آن در راستاهای سیستم مختصات بدنه استخراج می‌شود.

۲-۱- معادلات دینامیکی ماهواره

دینامیک ماهواره بیانگر تغییرات وضعیت آن در اثر گشتاورهای اعمالی بر پیکره ماهواره است. برای توصیف دینامیک سیستم با استفاده از معادله اویلر رابطه زیر استخراج شده است [29].

$$[T]^B = [D^I H_B^I]^B = [D^B H_B^I + \omega_B^I \times H_B^I]^B \quad (1)$$

در این معادله، D^I تغییرات پارامتر مورد نظر، H_B^I اندازه حرکت زاویه‌ای ماهواره، ω_B^I سرعت زاویه‌ای ماهواره نسبت به دستگاه اینرسی و $[]^B$ مقدار پارامتر مورد نظر در دستگاه بدنی است. رابطه ۱ را می‌توان به‌صورت ساده شده زیر بیان کرد:

$$T = \dot{H}_I = I\dot{\omega} + \omega \times I\omega \quad (2)$$

طرف اول رابطه ۲ به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$T = T_c + T_d + T_{gg} \quad (3)$$

در این معادله، T_c گشتاور کنترلی، T_d گشتاور اغتشاشی و T_{gg} گشتاور گرادیان جاذبه است. طرف دوم رابطه ۲ پس از بسط‌دادن و صرف نظر کردن از ممان اینرسی‌های ضریبی به‌صورت رابطه ۴ بیان می‌شود:

$$\begin{aligned} T_x &= I_{xx}\dot{\omega}_x + (I_{zz} - I_{yy})\omega_y\omega_z \\ T_y &= I_{yy}\dot{\omega}_y + (I_{xx} - I_{zz})\omega_x\omega_z \\ T_z &= I_{zz}\dot{\omega}_z + (I_{yy} - I_{xx})\omega_x\omega_y \end{aligned} \quad (4)$$

با توجه به دستگاه‌های مختصات تعریف‌شده، تغییرات زوایای اویلر نسبت به دستگاه مداری سنجیده می‌شود تا ارسال فرمان‌های کنترلی ملموس‌تر باشد. در نتیجه می‌توان $[\omega_B^I]^B$ که از حل معادلات دینامیکی (رابطه ۴) حاصل شده است را به‌صورت رابطه ۵ بیان کرد:

$$[\omega_B^I]^B = [\omega_B^{OR}]^B + [\omega_{OR}^I]^B \quad (5)$$

با جایگزینی معادلات ۵ در معادلات ۴ خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} T_x &= I_{xx} \left[(\dot{\omega}_B^{OR})_x + (\dot{\omega}_{OR}^I)_x \right] \\ &\quad + (I_{zz} - I_{yy}) [(\omega_B^{OR})_y \\ &\quad + (\omega_{OR}^I)_y] [(\omega_B^{OR})_z + (\omega_{OR}^I)_z] \\ T_y &= I_{yy} \left[(\dot{\omega}_B^{OR})_y + (\dot{\omega}_{OR}^I)_y \right] \\ &\quad + (I_{xx} - I_{zz}) [(\omega_B^{OR})_x \\ &\quad + (\omega_{OR}^I)_x] [(\omega_B^{OR})_z + (\omega_{OR}^I)_z] \\ T_z &= I_{zz} \left[(\dot{\omega}_B^{OR})_z + (\dot{\omega}_{OR}^I)_z \right] \\ &\quad + (I_{yy} - I_{xx}) [(\omega_B^{OR})_x \\ &\quad + (\omega_{OR}^I)_x] [(\omega_B^{OR})_y + (\omega_{OR}^I)_y] \end{aligned} \quad (6)$$

سرعت زاویه‌ای دستگاه مختصات مداری نسبت به دستگاه مختصات اینرسی در دستگاه مختصات مداری، با توجه به تعریف محورهای دستگاه مختصات مرجع مداری به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$[\omega_{OR}^I]^{OR} = \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

در این معادله، ω_0 سرعت زاویه‌ای مداری بوده و برابر است با:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\mu}{r^3}} \quad (8)$$

μ پارامتر گرانش زمین و r فاصله از مرکز زمین است. ماتریس انتقال بین دستگاه مختصات مداری و دستگاه بدنی به‌صورت زیر است [30]:

$$[C]_{OR}^B = C(q, q_4) = \begin{bmatrix} 1 - 2(q_2^2 + q_3^2) & 2(q_1q_2 + q_3q_4) & 2(q_1q_3 - q_2q_4) \\ 2(q_1q_2 - q_3q_4) & 1 - 2(q_1^2 + q_3^2) & 2(q_2q_3 + q_1q_4) \\ 2(q_1q_3 + q_2q_4) & 2(q_2q_3 - q_1q_4) & 1 - 2(q_1^2 + q_2^2) \end{bmatrix}$$

با استفاده از ماتریس تبدیل فوق، $[\omega_{OR}^I]^{OR}$ به $[\omega_{OR}^I]^B$ منتقل می‌شود. سرعت زاویه‌ای ماهواره در دستگاه بدنی نسبت به دستگاه اینرسی به‌صورت زیر حاصل می‌شود:

$$[\omega_{OR}^I]^B = [C]_{OR}^B [\omega_{OR}^I]^{OR} = \omega_0 \begin{bmatrix} 1 - 2(q_2^2 + q_3^2) \\ 2(q_1q_2 - q_3q_4) \\ 2(q_1q_3 + q_2q_4) \end{bmatrix} \quad (10)$$

حال می‌توان رابطه ۱۰ را در رابطه ۶ جایگزین نمود.

۲-۲- معادلات سینماتیک و گشتاور گرادیان جاذبه برحسب کوآترینیون‌ها

با تعریف سیستم مختصات مداری و به‌کمک سرعت‌های زاویه‌ای حاصل از دینامیک ماهواره، اختلاف وضعیت بدنه نسبت به سیستم مختصات مداری و وضعیت مطلوب به‌کمک سینماتیک ماهواره محاسبه می‌شود. سینماتیک ماهواره بیانگر وضعیت آن در فضا است. یک روش برای به‌دست‌آوردن معادلات سینماتیک، استفاده از بردار کوآترینیون‌هاست. استفاده از این روش به‌دلیل نداشتن نقاط تکین، بیشتر از روش‌های دیگر است. در این روش با داشتن بردار سرعت زاویه‌ای در دستگاه بدنی نسبت به دستگاه مرجع، می‌توان یک معادله برداری دیفرانسیلی برای q که معادلات دیفرانسیلی کوآترینیون نامیده می‌شود، به دست آورد. ماتریس

$$\dot{q}_3 = \frac{1}{2}(\omega_y q_1 - \omega_x q_2 + \omega_z q_4) \quad (۱۴-ج)$$

$$(\dot{\omega}_B^{OR})_x = \frac{1}{I_{xx}} \left\{ \begin{aligned} & -I_{xx}(\dot{\omega}_{OR}^I)_x + T_{c_x} + T_{d_x} + \\ & -6\omega_0^2 \left(\begin{aligned} & q_2 q_3 + q_1 q_4 - \\ & -2q_1^2 q_2 q_3 - 2q_2^3 q_3 - \\ & -2q_1^3 q_4 - 2q_1 q_2^2 q_4 \end{aligned} \right) + \\ & + (\omega_B^{OR})_y (\omega_B^{OR})_z + \\ & + (\omega_B^{OR})_y (q_1 q_3 + q_2 q_4) 2\omega_0 + \\ & + (\omega_B^{OR})_z (q_1 q_2 - q_3 q_4) 2\omega_0 + \\ & + (q_1^2 q_2 q_3 + q_1 q_2^2 q_4 - \\ & - q_1 q_3^2 q_4 - q_2 q_3 q_4^2) 4\omega_0^2 \end{aligned} \right\} (I_{yy} - I_{zz}) \quad (۱۴-د)$$

$$(\dot{\omega}_B^{OR})_y = \frac{1}{I_{yy}} \left\{ \begin{aligned} & -I_{yy}(\dot{\omega}_{OR}^I)_y + T_{c_y} + T_{d_y} + \\ & -6\omega_0^2 \left(\begin{aligned} & q_1 q_3 - q_2 q_4 - \\ & -2q_1^3 q_3 - 2q_1 q_2^2 q_3 + \\ & + 2q_1^2 q_2 q_4 + 2q_2^3 q_4 \end{aligned} \right) + \\ & + (\omega_B^{OR})_x (\omega_B^{OR})_z + \\ & + (\omega_B^{OR})_x (q_1 q_3 + q_2 q_4) 2\omega_0 + \\ & + (\omega_B^{OR})_z (1 - 2q_2^2 - 2q_3^2) \omega_0 + \\ & + \left(\begin{aligned} & q_1 q_3 + q_2 q_4 - \\ & -2q_1 q_2^2 q_3 - 2q_2^3 q_4 - \\ & -2q_1 q_3^3 - 2q_2 q_3^2 q_4 \end{aligned} \right) 2\omega_0^2 \end{aligned} \right\} (I_{zz} - I_{xx}) \quad (۱۴-ه)$$

$$(\dot{\omega}_B^{OR})_z = \frac{1}{I_{zz}} \left\{ \begin{aligned} & -I_{zz}(\dot{\omega}_{OR}^I)_z + T_{c_z} + T_{d_z} + \\ & -12\omega_0^2 \left(\begin{aligned} & q_1 q_2 q_3^2 + q_1^2 q_3 q_4 - \\ & -q_2^2 q_3 q_4 - q_1 q_2 q_4^2 \end{aligned} \right) + \\ & + (\omega_B^{OR})_x (\omega_B^{OR})_y + \\ & + (\omega_B^{OR})_x (q_1 q_2 - q_3 q_4) 2\omega_0 + \\ & + (\omega_B^{OR})_y (1 - 2q_2^2 - 2q_3^2) \omega_0 + \\ & + \left(\begin{aligned} & q_1 q_2 - q_3 q_4 - \\ & -2q_1 q_2^3 + 2q_2^2 q_3 q_4 - \\ & -2q_1 q_2 q_3^2 + 2q_3^3 q_4 \end{aligned} \right) 2\omega_0^2 \end{aligned} \right\} (I_{xx} - I_{yy}) \quad (۱۴-و)$$

برای خطی سازی، ماتریس های جاکوبین با استفاده از معادلات ۱۴ حول نقاط تعادل $\tilde{\omega}_B^{OR} = [0 \ 0 \ 0]$, $\tilde{q} = [0 \ 0 \ 0 \ 1]$ و $\tilde{u} = [0 \ 0 \ 0]$ تشکیل می شود. شکل فضای حالت خطی معادلات حرکت به صورت رابطه ۱۵ است:

$$\begin{aligned} \dot{X} &= AX + Bu \\ X &= [q_1 \ q_2 \ q_3 \ \omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T \\ T_c &= M \times B, M = \frac{m_c \times B}{\|B\|} \\ u_c &= [m_{c_x} \ m_{c_y} \ m_{c_z}]^T \end{aligned} \quad (۱۵)$$

A و B ماتریس های ضرایب هستند و به صورت زیر است:

$$A = \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \Big|_{\substack{x=\tilde{x} \\ u=\tilde{u}}}, B = \frac{\partial f(x, u)}{\partial u} \Big|_{\substack{x=\tilde{x} \\ u=\tilde{u}}} \quad (۱۶)$$

تبدیل نرخ کواترانیون ها به مولفه های سرعت زاویه ای به صورت زیر است [30]:

$$[\omega_B^{OR}]^B = 2 \begin{bmatrix} q_4 & q_3 & -q_2 & -q_1 \\ -q_3 & q_4 & q_1 & -q_2 \\ q_2 & -q_1 & q_4 & -q_3 \\ q_1 & q_2 & q_3 & q_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \end{bmatrix} \quad (۱۱)$$

با حل رابطه ۱۱ برای نرخ کواترانیون ها، معادلات سینماتیک برحسب کواترانیون ها به صورت زیر نوشته می شوند:

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & \omega_z & -\omega_y & \omega_x \\ -\omega_z & 0 & \omega_x & \omega_y \\ \omega_y & -\omega_x & 0 & \omega_z \\ -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix} \quad (۱۲)$$

در برخی ماهواره ها، گشتاور گرادیان جاذبه، نقش اغتشاشی ندارد، بلکه به عنوان یک گشتاور کنترلی مطلوب شناخته می شود. در معادلات دینامیکی ماهواره، این گشتاور جدا از گشتاورهای اغتشاشی در نظر گرفته می شود (رابطه ۳)، لذا در این جا به بررسی مولفه های این گشتاور در راستای محورهای بدنی پرداخته می شود. برای به دست آوردن گشتاورهای ناشی از گرادیان جاذبه T_{gg} ، باید نیروهای ناشی از جاذبه روی هر المان جرمی بررسی شود. برای به دست آوردن مولفه های گرادیان جاذبه با استفاده از ماتریس کسینوس های هادی برحسب کواترانیون ها (رابطه ۹) خواهیم داشت [31]:

$$\begin{aligned} T_{ggx} &= \frac{3\mu}{r^3} (I_{zz} - I_{yy}) a_{23} a_{33} \\ &= \frac{6\mu}{r^3} (I_{zz} - I_{yy}) (q_2 q_3 \\ &\quad + q_1 q_4) [1 - 2(q_1^2 + q_2^2)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_{ggy} &= \frac{-3\mu}{r^3} (I_{zz} - I_{xx}) a_{33} a_{13} \\ &= \frac{-6\mu}{r^3} (I_{zz} - I_{xx}) (q_1 q_3 \\ &\quad - q_2 q_4) [1 - 2(q_1^2 + q_2^2)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_{ggz} &= \frac{-3\mu}{r^3} (I_{xx} - I_{yy}) a_{13} a_{23} \\ &= \frac{-12\mu}{r^3} (I_{xx} - I_{yy}) (q_1 q_3 \\ &\quad - q_2 q_4) (q_2 q_3 + q_1 q_4) \end{aligned} \quad (۱۳)$$

سه رابطه فوق، مولفه های گشتاورهای گرادیان جاذبه برحسب کواترانیون ها هستند که باید در رابطه ۴ لحاظ شوند.

۳-۲- خطی سازی معادلات دینامیکی و سینماتیک

برای طراحی کنترل کننده های وضعیت و همچنین بررسی پایداری سیستم، نیاز به خطی سازی معادلات حرکت است. با توجه به روابط ۶، ۱۰، ۱۲ و ۱۳ و در نظر گرفتن بردار حالت به صورت $X = [q_1 \ q_2 \ q_3 \ \omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T$ ، خطی سازی معادلات انجام می شود.

$$\dot{q}_1 = \frac{1}{2}(\omega_z q_2 - \omega_y q_3 + \omega_x q_4) \quad (۱۴-الف)$$

$$\dot{q}_2 = \frac{1}{2}(-\omega_z q_1 + \omega_x q_3 + \omega_y q_4) \quad (۱۴-ب)$$

شکل ماتریسی معادلات حرکت خطی به صورت رابطه ۱۷ است:

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{\omega}_x \\ \dot{\omega}_y \\ \dot{\omega}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & a_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{25} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{36} \\ a_{41} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{52} & 0 & 0 & 0 & a_{56} \\ 0 & 0 & a_{63} & 0 & a_{65} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ b_{41} & b_{42} & b_{43} \\ b_{51} & b_{52} & b_{53} \\ b_{61} & b_{62} & b_{63} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{cx} \\ u_{cy} \\ u_{cz} \end{bmatrix} \quad (17)$$

پارامترهای ماتریس‌های ضرایب a و b به صورت رابطه ۱۸ تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} a_{14} &= a_{25} = a_{36} = \frac{1}{2}, \\ a_{41} &= -6\omega_0^2 \left(\frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} \right), \\ a_{52} &= 8\omega_0^2 \left(\frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \right), \quad a_{56} = \omega_0 \left(\frac{I_{zz} - I_{xx} + I_{yy}}{I_{yy}} \right), \\ a_{63} &= -2\omega_0^2 \left(\frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} \right), \\ a_{65} &= \omega_0 \left(\frac{I_{xx} - I_{yy} - I_{zz}}{I_{zz}} \right), \\ b_{41} &= \frac{1 - (b_y^2 + b_z^2)}{I_{xx} \|b\|}, \quad b_{42} = \frac{1}{I_{xx}} \frac{b_x b_y}{\|b\|}, \\ b_{43} &= \frac{1}{I_{xx}} \frac{b_x b_z}{\|b\|}, \quad b_{51} = \frac{1}{I_{yy}} \frac{b_x b_y}{\|b\|}, \\ b_{52} &= \frac{1 - (b_x^2 + b_z^2)}{I_{yy} \|b\|}, \quad b_{53} = \frac{1}{I_{yy}} \frac{b_y b_z}{\|b\|}, \\ b_{61} &= \frac{1}{I_{zz}} \frac{b_x b_z}{\|b\|}, \quad b_{62} = \frac{1}{I_{zz}} \frac{b_y b_z}{\|b\|}, \\ b_{63} &= \frac{1 - (b_x^2 + b_y^2)}{I_{zz} \|b\|} \end{aligned} \quad (18)$$

۳- کنترل وضعیت مغناطیسی

وجود میدان مغناطیسی حول زمین موجب شده است تا بتوان با تولید یک میدان مغناطیسی در ماهواره در جهت عمود بر میدان مغناطیسی زمین، گشتاور تولید کرد و از آن به عنوان یک نیروی کنترلی استفاده نمود. بدین منظور می‌توان از برهم‌کنش دو قطبی مغناطیسی (M) تولیدشده توسط عملگرهای مغناطیسی و میدان جاذبه زمین (B) گشتاور کنترلی (T_c) تولید کرد.

$$T_c = M \times B \quad (19)$$

اگر میدان مغناطیسی زمین حول محورهای بدنی تصویر شود، آن

گاه با محاسبه گشتاورهای کنترلی توسط قوانین کنترل مغناطیسی، دوقطبی‌های مغناطیسی مورد نیاز از رابطه ۲۰ قابل محاسبه خواهد بود:

$$\begin{bmatrix} T_{cx} \\ T_{cy} \\ T_{cz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & B_z & -B_y \\ -B_z & 0 & B_x \\ B_y & -B_x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} \quad (20)$$

برای محاسبه M باید از ماتریس B معکوس گرفت، اما این ماتریس تکین است. مفهوم فیزیکی تکین بودن ماتریس این است که تولید تمام گشتاورهای کنترلی به علت هم‌راستاشدن دوقطبی‌های مغناطیسی با میدان مغناطیسی زمین امکان‌پذیر نیست و تنها بخشی از گشتاورهای کنترلی که در راستای میدان مغناطیسی زمین نباشد قابل تولید است. لذا در هر نقطه، مدار امکان کنترل در هر سه محور وجود ندارد. به طور مثال، برای یک ماهواره با ماموریت جهت‌گیری به سمت عمود محلی، در برخی نقاط مدار به علت هم‌راستاشدن یکی از محورهای ماهواره با جهت میدان مغناطیسی زمین، تنها دو محور قابل کنترل است. اما جابه‌جایی محورهای ماهواره به علت چرخش مداری، کنترل هر سه محور ماهواره را در کل مدار امکان‌پذیر می‌کند. لذا محاسبه دوقطبی مغناطیسی از رابطه ۲۰ امکان‌پذیر نیست و برای محاسبه دوقطبی‌های مغناطیسی از یک نگاشت استفاده می‌شود. نگاشت زیر توسط پژوهشی^[3] پیشنهاد شده است:

$$M = \frac{m_c \times B}{\|B\|} \quad (21)$$

m_c سیگنال کنترلی جدید است که توسط کنترل‌کننده‌های مختلف تولید می‌شوند. دوقطبی مغناطیسی حاصل شده از رابطه ۲۱ به طور حتم عمود بر میدان مغناطیسی زمین است، به طوری که بخشی از گشتاورهای کنترلی را که در راستای میدان مغناطیسی نیستند تولید می‌کند. لازم به ذکر است که خروجی واقعی عملگرهای مغناطیسی M (دوقطبی مغناطیسی) است که حد اشباع روی آنها، اعمال و به عنوان سیگنال کنترلی در نمودارها ارائه می‌شود. در ادامه، کنترل‌کننده‌های مغناطیسی DI، PD و LQR طراحی می‌شوند.

۳-۱- کنترل‌کننده DI

هدف از وارون دینامیک، بسط یک قانون کنترل پسخور است که پاسخ سیستم به دستورات را خطی کند. به طور کلی دینامیک غیرخطی می‌تواند به صورت زیر نوشته شود:

$$\dot{x} = f(x, u), \quad y = Cx \quad (22)$$

حال از خروجی به قدری مشتق می‌گیریم که ترم u در آن ظاهر شود^[32]. معادلات خروجی را می‌توان به شکل زیر نوشت^[22-24]:

$$y^{(d)} = h(x) + g(x)u \quad (23)$$

و به عبارت دیگر، معادله کنترل‌کننده به صورت رابطه ۲۴ حاصل می‌شود:

$$u = g^{-1}(x)[y^{(d)} - h(x)] \quad (24)$$

اگر دینامیک مطلوب سیستم حلقه بسته $y^{(d)}$ با v نمایش داده شود، نرخ تغییرات خروجی $y^{(d)}$ به دلخواه خودمان با انتخاب v تعیین می‌شود. v به صورت رابطه ۲۵ انتخاب شده و K نیز یک بهره ثابت است.

مطابق با رابطه ۲۵، سرعت زاویه‌ای مطلوب (ω_{com}) به صورت رابطه ۳۱ کنترل می‌شود:

$$\omega_c = 2G^T(q)K_q(q_{com} - q) \quad (31)$$

با مشخص شدن سیگنال کنترلی جدید m_c ، دوقطبی مغناطیسی مورد نیاز با استفاده از نگاشت رابطه ۲۱ به دست می‌آید و گشتاور اعمالی به سیستم طبق رابطه ۱۹ حاصل می‌شود.

۳-۱-۱-۳ اثبات پایداری به کمک تابع لیپانوف

تابع کاندید لیپانوف، یک تابع اسکالر مثبت معین تعریف می‌شود که به نوعی تابع انرژی تعمیم یافته سیستم است. توابع لیپانوف فرم‌های درجه دوم هستند که به طور معمول از بردارهای حالت سیستم منتج می‌شوند [22, 24-28]. تابع لیپانوف در یک پژوهش [22] فرم‌های درجه دوم بردار خطای زاویه پیچ و نرخ آن، در پژوهش دیگری [28] فرم‌های درجه دوم بردار خطای سرعت زاویه‌ای و کواترانیون‌ها و در مطالعه دیگری [25] فرم‌های درجه دوم بردار خطای کواترانیون‌ها و نرخ آنها در نظر گرفته شده است. لذا تابع مثبت معین لیپانوف در این مقاله مشابه منابع بررسی شده به صورت فرم‌های درجه دوم از بردارهای حالت سیستم مطابق با رابطه ۳۲ در نظر گرفته می‌شود:

$$V(x) = 2K_q K_\omega \tilde{q}^T \tilde{q} + \frac{1}{2} \omega^T \omega \quad (32)$$

$$\tilde{q} = q - q_{com}$$

K_q و K_ω در رابطه ۳۲ مثبت معین تعریف می‌شوند. مشتق تابع لیپانوف به صورت زیر است:

$$\dot{V}(x) = 4K_q K_\omega \dot{q}^T (q - q_{com}) + \omega^T \dot{\omega} \quad (33)$$

با جای گذاری $\dot{q}$ از رابطه ۲۹ و $\dot{\omega}$ از رابطه ۲ خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) &= 4K_q K_\omega \left(\frac{1}{2} \omega^T G^T(q) \right) (q - q_{com}) \\ &+ \omega^T I^{-1} (T - \omega \times I \omega) = \dot{V}_1 + \dot{V}_2 \end{aligned} \quad (34)$$

با توجه به اینکه رابطه ۳۵ در مورد کواترانیون‌ها برقرار است، بخش اول رابطه ۳۴ به صورت رابطه ۳۶ ساده می‌شود:

$$G^T(q)q = 0 \quad (35)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= 2K_q K_\omega \omega^T G^T(q)q \\ &\quad - 2K_q K_\omega \omega^T G^T(q)q_{com} \\ &= -2K_q K_\omega \omega^T G^T(q)q_{com} \end{aligned} \quad (36)$$

بخش دوم رابطه ۳۴ با جای گذاری روابط ۳، ۱۹ و ۲۱ به صورت رابطه ۳۷ ساده می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \omega^T \left(I^{-1} \frac{[B][B]}{\|B\|} m_c \right. \\ &\quad \left. + I^{-1} (T_d + T_{gg} - \omega \times I \omega) \right) \end{aligned} \quad (37)$$

با جای گذاری روابط ۲۸ و ۳۱ در رابطه ۳۷ و استفاده از رابطه ۳۵، $\dot{V}_2$ به صورت رابطه ۳۸ حاصل می‌شود:

$$\dot{v} = \dot{x} = K(x_{com} - x) \quad (25)$$

رابطه ۲۵ یک قانون کنترل پسخور با بهره ثابت است که در آن اختلاف متغیر اندازه‌گیری شده و متغیر فرمان، به صورت نمایی به صفر میل می‌کند. پایداری این کنترل کننده با وارد کردن دینامیک عملگرهای مغناطیسی در بخش ۱-۱-۳ اثبات شده است. بردار حالت سیستم، ماتریس C و خروجی به ترتیب به صورت رابطه ۲۶ در نظر گرفته می‌شود:

$$x = [q_1 \quad q_2 \quad q_3 \quad q_4 \quad \omega_x \quad \omega_y \quad \omega_z]^T \quad (26-الف)$$

$$C = \begin{bmatrix} \vdots & 1 & \emptyset \\ \emptyset_{4 \times 4} & \vdots & 1 \\ \vdots & \emptyset & 1 \end{bmatrix} \quad (26-ب)$$

$$y = [\omega_x \quad \omega_y \quad \omega_z]^T \quad (26-ج)$$

اگر از خروجی، یک مرتبه مشتق گرفته شود، ترم u در آن ظاهر خواهد شد. لذا با تغییراتی در رابطه ۲ و استفاده از روابط ۳، ۱۹، ۲۱ و ۲۵، رابطه ۲۳ به صورت روابط ۲۷ بازنویسی می‌شود:

$$\dot{y} = \dot{\omega} = h(x) + g(x)u \quad (27-الف)$$

$$h(x) = I^{-1} (T_d + T_{gg} - \omega \times I \omega) \quad (27-ب)$$

$$g(x) = I^{-1} \left(\frac{[B][B]}{\|B\|} \right) \quad (27-ج)$$

$$u = m_c \quad (27-د)$$

$$\dot{\omega} = K_\omega (\omega_{com} - \omega) \quad (27-ه)$$

سیگنال کنترلی جدید با بازنویسی روابط ۲۷، مطابق با رابطه ۲۴ به صورت رابطه ۲۸ حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned} m_c &= \left(I^{-1} \left(\frac{[B][B]}{\|B\|} \right) \right)^{-1} \left(K_\omega (\omega_{com} - \omega) \right. \\ &\quad \left. - I^{-1} (T_d + T_{gg} - \omega \times I \omega) \right) \end{aligned} \quad (28)$$

در رابطه ۲۸، سرعت زاویه‌ای مطلوب (ω_{com}) مجهول است که این فرمان‌ها از معادلات سینماتیک محاسبه می‌شود. معادلات سینماتیک رابطه ۱۲ را می‌توان به صورت رابطه ۲۹ بازنویسی کرد.

$$\dot{q} = \frac{1}{2} G(q) \omega \quad (29-الف)$$

$$G(q) = \begin{bmatrix} q_4 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & q_4 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & q_4 \\ -q_1 & -q_2 & -q_3 \end{bmatrix} \quad (29-ب)$$

با معکوس گرفتن از رابطه ۲۹ خواهیم داشت:

$$\omega = 2G^T(q)\dot{q} \quad (30)$$

با جایگزینی نرخ تغییرات مطلوب کواترانیون‌ها ($\dot{q}$) در رابطه ۳۰

پایداری کنترل‌کننده PD در یک مطالعه^[33] و پایداری این کنترل‌کننده برای عملگرهای مغناطیسی توسط تئوری فلکوت در پژوهش دیگری^[34] بررسی شده است.

۳-۳- کنترل‌کننده LQR

این کنترل‌کننده ضمن بهینه‌کردن رفتار سیستم دینامیکی برای حداقل کردن تابع هزینه، بهره‌های کنترلی را به صورت روشمند برای سیستم خطی تعیین می‌کند. رگولاتور پس‌خور حالت مرتبه دوم خطی، یک کنترل‌کننده بهینه برای سیستم‌هایی است که به شکل فضای حالت خطی به صورت زیر هستند:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (۴۴)$$

در این روش، قانون کنترل به صورت زیر بیان می‌شود^[34]:

$$u = m_c = -KX \quad (۴۵)$$

K بهره کنترلی است که از حل معادله جبری ریکانی با داشتن ماتریس‌های ضرایب A، B و ماتریس‌های وزنی Q (ماتریس حقیقی متقارن مثبت نیمه‌معین) و R (ماتریس حقیقی متقارن مثبت معین) قابل محاسبه است. X متغیرهای حالت بوده که به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$X^T = [q_1 \quad q_2 \quad q_3 \quad \omega_x \quad \omega_y \quad \omega_z] \quad (۴۶)$$

با به دست آمدن m_c و استفاده از نگاشت رابطه ۲۱، دوقطبی مغناطیسی مورد نیاز به دست می‌آید و گشتاور اعمالی به سیستم طبق رابطه ۱۹ حاصل می‌شود. پایداری کنترل‌کننده LQR در یک پژوهش^[33] و پایداری این کنترل‌کننده برای عملگرهای مغناطیسی توسط تئوری فلکوت در پژوهش دیگری^[34] بررسی شده است.

۴- شبیه‌سازی سه‌محوره قوانین کنترل

در این بخش با توجه به سه کنترل‌کننده ارائه شده در بخش‌های قبل، کنترل وضعیت یک ماهواره با مشخصات ذکر شده در جدول ۱ با استفاده از عملگرهای مغناطیسی مورد بررسی قرار می‌گیرد. مدار ماهواره شبیه‌سازی شده و اغتشاشات^[35] اعمال شده به ماهواره متغیر است و به صورت لحظه‌ای برای هر نقطه مداری و شرایط ماهواره محاسبه می‌شوند^[36]. در جدول ۱، سایر پارامترهای مورد نیاز برای شبیه‌سازی نیز ارائه شده است. نتایج کنترل وضعیت سه‌محوره مغناطیسی در ۵ دور مداری است. نتایج شبیه‌سازی با استفاده از قانون کنترل DI در نمودارهای ۴-۱ ارائه شده است. نمودار ۱ تغییرات زوایای اوایلر، نمودار ۲ نرخ تغییرات زوایای اوایلر، نمودار ۳ تغییرات دوقطبی مغناطیسی عملگرها و نمودار ۴ اغتشاشات محیطی وارد شده به ماهواره را در مدت مانور نمایش داده است. بهترین دقت حاصل شده با استفاده از این کنترل‌کننده، ۴درجه بوده و زمان همگرایی به این دقت ۱/۲ دور مداری است.

نتایج شبیه‌سازی با قانون کنترل PD در نمودارهای ۷-۵ ارائه شده است. نمودار ۵ تغییرات زوایای اوایلر، نمودار ۶ نرخ تغییرات زوایای اوایلر و نمودار ۷ تغییرات دوقطبی مغناطیسی عملگرها را نشان می‌دهد. همان‌طور که از این نمودارها مشخص است، بهترین دقت حاصل با استفاده از این قانون کنترلی، ۴درجه و زمان همگرایی به این دقت ۲/۲ دور مداری است. همچنین نتایج شبیه‌سازی با قانون کنترل LQR در نمودارهای ۱۰-۸ ارائه شده است. نمودار ۸ تغییرات زوایای اوایلر، نمودار ۹ نرخ تغییرات زوایای اوایلر و نمودار ۱۰ تغییرات دوقطبی مغناطیسی عملگرها را نشان می‌دهد. بهترین دقت حاصل با استفاده از این کنترل‌کننده، ۹

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \omega^T \left(K_\omega (2G^T(q)K_q(q_{com} - q) - \omega) \right. \\ &\quad \left. - I^{-1}(T_d + T_{gg} - \omega \times I\omega) \right. \\ &\quad \left. + I^{-1}(T_d + T_{gg} - \omega \times I\omega) \right) \\ &= 2K_qK_\omega\omega^TG^T(q)(q_{com} - q) - \omega^TK_\omega\omega \\ &= 2K_qK_\omega\omega^TG^T(q)q_{com} - \omega^TK_\omega\omega \end{aligned}$$

با توجه به روابط ۳۶ و ۳۸، مشتق تابع لیپانوف به صورت رابطه ۳۹ حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) &= -2K_qK_\omega\omega^TG^T(q)q_{com} \\ &\quad + 2K_qK_\omega\omega^TG^T(q)q_{com} - \omega^TK_\omega\omega \\ &= -\omega^TK_\omega\omega \end{aligned} \quad (۳۹)$$

برای آنکه مشتق تابع لیپانوف منفی معین باشد، باید در مبدأ، صفر و در $\omega \neq 0$ و $q \neq q_{com}$ منفی باشد. مشاهده می‌شود که در مشتق تابع لیپانوف، تمام متغیرهای حالت ظاهر نشده است و به ازای $\omega = 0$ و جميع مقادیر q ، صفر می‌شود. در این شرایط علامت مشتق تابع لیپانوف منفی نیمه‌معین است ($\dot{V}(x) \leq 0$). لذا برای اثبات پایداری مجانبی فراگیر از تئوری مجموعه ناورداي فراگیر (تئوری ۳-۵ پژوهشی^[32]) استفاده می‌شود. مطابق این قضیه اگر $V(x) \rightarrow \infty$ به ازای $\|x\| \rightarrow \infty$ و $\dot{V}(x) \leq 0$ باشد، آن گاه هنگامی که $t \rightarrow \infty$ سیستم به صورت مجانبی فراگیر به N همگرا می‌شود. N بزرگ‌ترین مجموعه ناورداي سیستم در مجموعه F بوده و F مجموعه‌ای از تمام نقاطی است که در آن $\dot{V}(x) = 0$ می‌شود. خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) &= -\omega^TK_\omega\omega = 0 \\ &\rightarrow F: \{(q, \omega) | \omega = 0, \forall q\} \end{aligned} \quad (۴۰)$$

برای به دست آوردن مجموعه ناورداي N در داخل مجموعه F کافی است تا نقاط تعادل سیستم ($\dot{x} = 0$) به ازای $\omega = 0$ تعیین شود. با قراردادن $\omega = 0$ در معادلات سینماتیک (رابطه ۱۲)، $\dot{q} = 0$ خواهد شد و در نتیجه $q = const$ است. همچنین با قراردادن $\omega = 0$ در روابط ۲۷، ۲۸ و ۳۱ معادلات دینامیکی به صورت زیر می‌شوند:

$$0 = 2K_qK_\omega G^T(q)(q_{com} - q) \quad (۴۱)$$

رابطه ۴۱ تنها در صورتی برقرار است که $q = q_{com}$ باشد. لذا مجموعه ناورداي N به صورت زیر است:

$$N: \{(q, \omega) | \omega = 0, q = q_{com}\} \quad (۴۲)$$

و سیستم به صورت مجانبی فراگیر به $q = q_{com}$ و $\omega = 0$ همگرا می‌شود.

۳-۲- کنترل‌کننده PD

مرسوم‌ترین و ساده‌ترین قانون کنترل مانور وضعیت، کنترل‌کننده خطی تناسبی-مشتق‌گیر است که به صورت زیر بیان می‌شود:

$$m_c = K_p e + K_d \dot{e} \quad (۴۳)$$

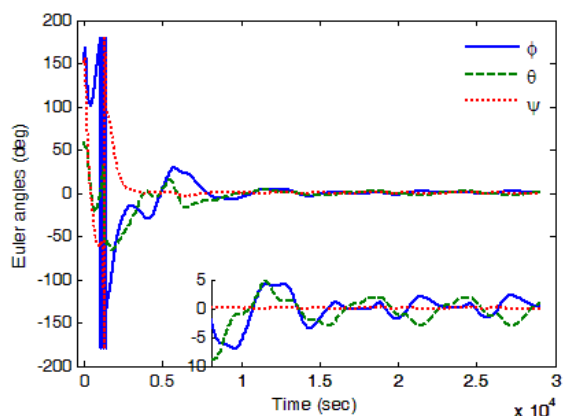
در رابطه فوق K_p و K_d ضریب بهره و e خطای وضعیت هستند. با قراردادن m_c حاصل از رابطه ۴۳ در نگاشت رابطه ۲۱ دوقطبی مغناطیسی مورد نیاز به دست می‌آید و از رابطه ۱۹، مقدار گشتاور کنترلی اعمالی به سیستم حاصل می‌شود.

PD و DI مشابه بوده، اما مدت زمان رسیدن به این دقت با کنترل کننده DI حدود ۴۰٪ سریع تر است. همچنین در جدول ۳ مقایسه ای بین سطح زیرنمودار تلاش های کنترلی که معیاری از میزان مصرف انرژی بوده، انجام شده است. مشاهده می شود که مصرف انرژی کنترل کننده بهینه LQR در مقایسه با دو کنترل کننده دیگر مطابق انتظار کمتر بوده، ولی دقت کنترل وضعیت آن بدتر است. اما کنترل کننده DI در کنار مزیت دقت ۴ درجه و بهتری بودن سرعت همگرایی، میزان مصرف انرژی کمتری نسبت به کنترل کننده PD نیز دارد، هر چند این مزیت ها را باید در کنار پیچیدگی پیاده سازی عملیاتی کنترل کننده DI نسبت به کنترل کننده های خطی در نظر گرفت.

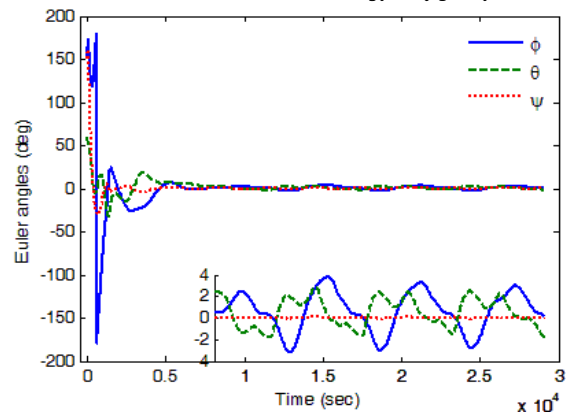
درجه بوده و زمان همگرایی به این دقت ۱/۵ دور مداری است. حد اشباع عملگرهای مغناطیسی که ۰/۰۶ آمپر متر مربع در نظر گرفته شده، در نمودارهای ۳، ۷ و ۱۰ در ابتدای مانور وضعیت قابل مشاهده است. در جدول ۲ مقایسه ای بین زمان همگرایی و دقت این سه کنترل کننده انجام شده است. مشاهده می شود که بهترین دقت قانون کنترل LQR حدود ۹ درجه بوده، در حالی که دقت دو کنترل کننده دیگر حدود ۴ درجه است. این موضوع می تواند مرتبط با تنظیم بهره های کنترلی باشد که در دو کنترل کننده PD و DI، طراح می تواند برای هر محور مستقیماً بهره کنترلی را تنظیم کند، در حالی که در کنترل کننده LQR، بهره های کنترلی بهینه توسط رابطه ریکاتی تولید می شود. اگرچه دقت حاصل توسط دو کنترل کننده

جدول (۱) پارامترهای شبیه سازی

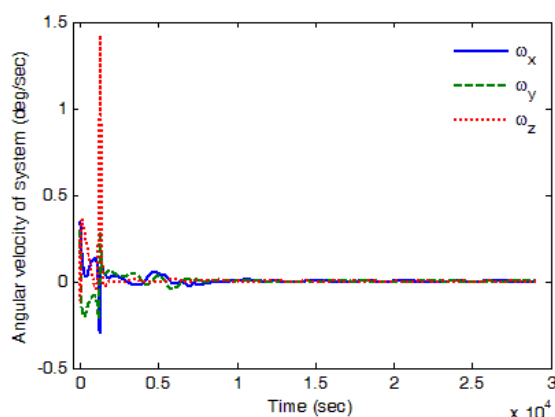
عناوین	واحد	مقادیر
ممان اینرسی	kgm^2	$\begin{bmatrix} 0.037 & 0 & 0 \\ 0 & 0.036 & 0 \\ 0 & 0 & 0.006 \end{bmatrix}$
ابعاد ماهواره	سانتی متر	$[10 \ 10 \ 34]$
دوقطبی پسماند	Am^2	$[0 \ 0 \ 0.001]$
ارتفاع مداری	کیلومتر	۶۱۷
شیب مداری	درجه	۹۷/۸
حد اشباع ممان دوقطبی عملگرها	Am^2	۰/۰۶
چگالی اتمسفر	$\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	$1/68 \times 10^{-14}$
شرایط اولیه زاویه ها	درجه	$[\phi \ \theta \ \psi]_0 = [150 \ 60 \ 150]$
شرایط اولیه سرعت زاویه ای	درجه بر ثانیه	$[\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]_0 = [0/3 \ 0/3 \ 0/3]$
بهره های کنترلی برای کنترل کننده PD	-	$\begin{bmatrix} K_{px} \\ K_{py} \\ K_{pz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.035 \\ 0.035 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} K_{dx}} \\ K_{dy} \\ K_{dz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 25 \\ 25 \\ 40 \end{bmatrix}$
ماتریس های وزنی برای کنترل کننده LQR	-	$Q = \begin{bmatrix} 0.8 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0.8 & 0 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 500 & 0 & 0 & 500 \\ 1/2 & 0 & 0 & 1/8 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1/8 & 0 \\ 0 & 0 & 500 & 0 & 0 & 500 \end{bmatrix} \times 10^{-3}$ $R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
بهره های کنترلی برای کنترل کننده غیرخطی	-	$\begin{bmatrix} K_{\omega x} \\ K_{\omega y} \\ K_{\omega z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.012 \\ 0.012 \\ 0/2 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} K_{q1} \\ K_{q2} \\ K_{q3} \\ K_{q4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0008 \\ 0.0008 \\ 0/1 \\ 0.0008 \end{bmatrix}$



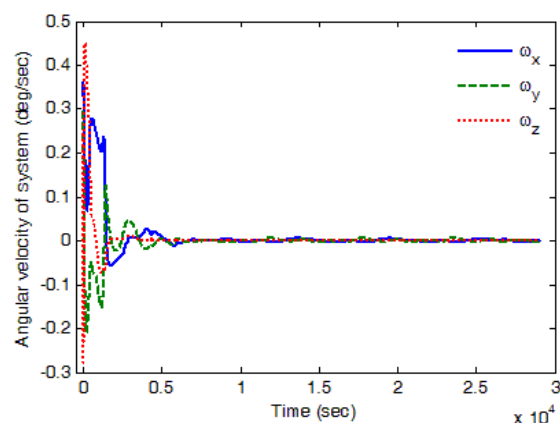
نمودار ۵) عملکرد کنترل‌کننده PD، تغییرات زوایای اوایل



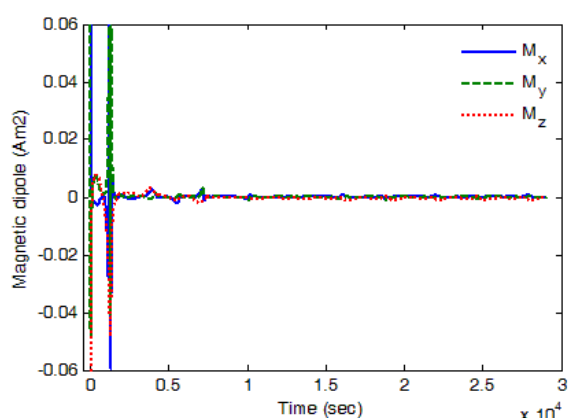
نمودار ۱) عملکرد کنترل‌کننده DI، تغییرات زوایای اوایل



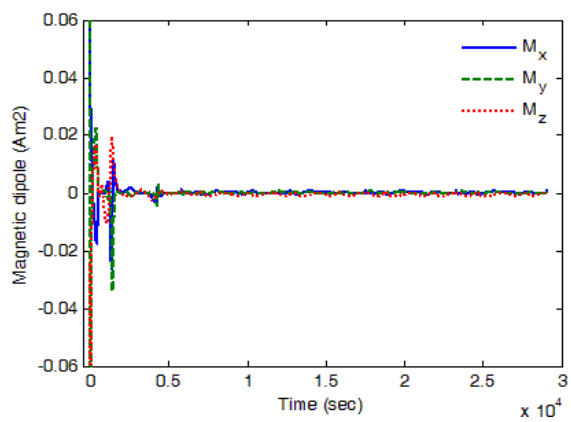
نمودار ۶) عملکرد کنترل‌کننده PD، تغییرات سرعت زوایای ماهواره



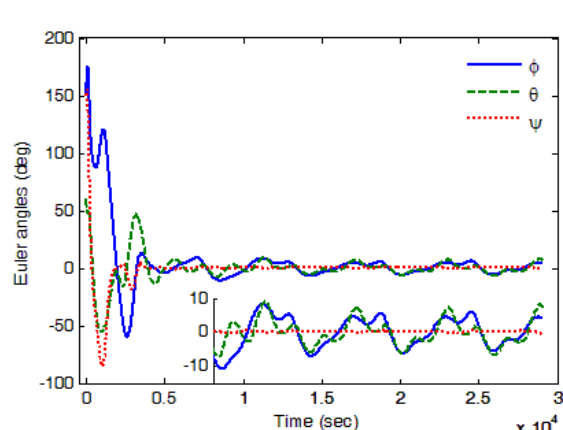
نمودار ۲) عملکرد کنترل‌کننده DI، تغییرات سرعت زوایای ماهواره



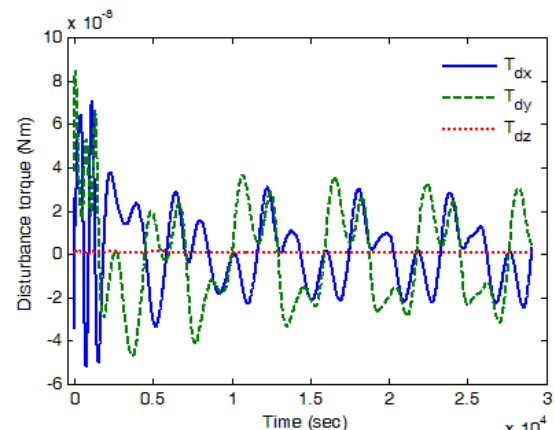
نمودار ۷) عملکرد کنترل‌کننده PD، تغییرات دوقطبی‌های مغناطیسی



نمودار ۳) عملکرد کنترل‌کننده DI، تغییرات دوقطبی‌های مغناطیسی



نمودار ۸) عملکرد کنترل‌کننده LQR، تغییرات زوایای اوایل



نمودار ۴) گشتاورهای اغتشاشی محیطی

با توجه به نتایج حاصل از شبیه سازی، دقت کنترل وضعیت توسط قانون کنترل وارون دینامیک غیرخطی نسبت به کنترل کننده LQR به طور چشمگیری بهتر است (حدود ۵۰٪ افزایش دقت). دقت کنترل وضعیت حاصل از کنترل کننده وارون دینامیک در مقایسه با کنترل کننده PD، تقریباً همانند هم بوده (۴ درجه)، اما زمان همگرایی حدود یک دور مداری از کنترل کننده PD سریع تر است (حدود ۴۵٪ کاهش زمان همگرایی). کاهش زمان همگرایی در حالی اتفاق افتاده که مصرف انرژی در روش DI نسبت به روش PD کمتر بوده است (حدود ۱۲٪). شایان ذکر است که سیستم کنترل طراحی شده در این تحقیق را می توان به راحتی به سایر ماهواره ها اعمال کرد. برای این منظور کافی است تا مشخصات ماهواره ها و پارامترهای تنظیم کنترل کننده ها اصلاح شوند.

تشکر و قدردانی: از کلیه دوستان و همکاران گرامی که به نحوی در این پژوهش نقش داشتند، صمیمانه قدردانی می شود.

تأییدیه اخلاقی: این مقاله تاکنون در نشریه دیگری (به طور کامل یا بخشی از آن) به چاپ نرسیده است. همچنین برای بررسی یا چاپ به نشریه دیگری ارسال نشده است. ضمناً محتویات علمی مقاله، حاصل فعالیت علمی نویسندگان بوده و صحت و اعتبار نتایج بر عهده نویسندگان است.

تعارض منافع: مقاله حاضر هیچ گونه تعارض منافی با سازمان ها و اشخاص ندارد و مجوز انتشار آن از مراجع ذیصلاح اخذ شده است.

سهم نویسندگان: حامد عارف خانی (نویسنده اول)، نگارنده مقدمه/پژوهشگر اصلی/تحلیلگر آماری/نگارنده بحث (۷۰٪)؛ سیدحسین ساداتی (نویسنده دوم) روش شناس/پژوهشگر کمکی/تحلیلگر آماری (۲۰٪)؛ مرتضی شهروی (نویسنده سوم)، پژوهشگر کمکی/تحلیلگر آماری (۱۰٪)

منابع مالی: این پژوهش توسط آموزش و پژوهش دانشگاه صنعتی مالک اشتر حمایت شده است.

۶- پی نوشت

H	اندازه حرکت زاویه ای ($\text{kgm}^2\text{s}^{-1}$)
I	ماتریس ممان اینرسی (kgm^2)
K	بهره های کنترلی
m_c	سیگنال کنترلی جدید (Am^2)
M	دوقطبی مغناطیسی (Am^2)
r	شعاع مداری (کیلومتر)
B	بردار میدان مغناطیسی زمین (تسلا)
[B]	ماتریس میدان مغناطیسی زمین (تسلا)
T	گشتاور (نیوتون متر)
q	کواترنبیون

علامه یونانی

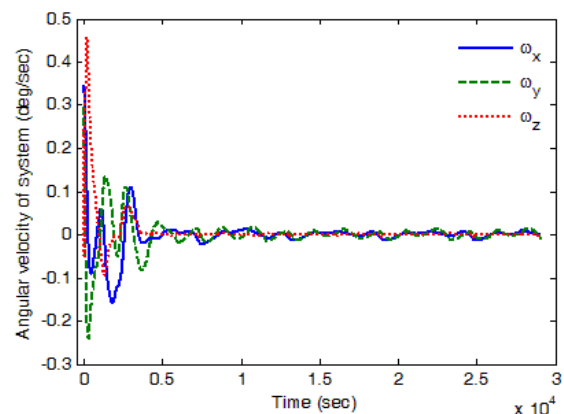
ϕ	زاویه رول (درجه)
θ	زاویه پیچ (درجه)
ψ	زاویه یاب (درجه)
ω	سرعت زاویه ای (rads^{-1})
ω_0	سرعت زاویه ای مداری (rads^{-1})
μ	ثابت گرانش (km^3s^{-2})

بالانویس ها

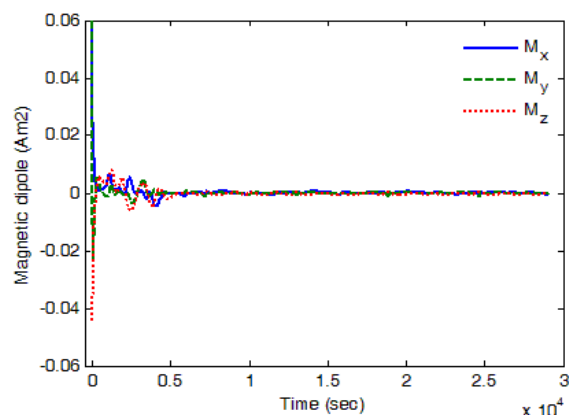
B	دستگاه بدنی
I	دستگاه اینرسی
OR	دستگاه مداری

زیرنویس ها

B	دستگاه بدنی
OR	دستگاه مداری



نمودار ۹) عملکرد کنترل کننده LQR، تغییرات سرعت زاویه ای ماهواره



نمودار ۱۰) عملکرد کنترل کننده LQR، تغییرات دوقطبی های مغناطیسی

جدول ۲) مقایسه کمی عملکرد کنترل کننده ها

مقایسه	کنترل کننده غیرخطی DI	کنترل کننده PD	کنترل کننده LQR
دقت کنترل وضعیت	بهرتر از ۴ درجه	بهرتر از ۴ درجه	بهرتر از ۹ درجه
رسیدن به دقت ۹ درجه	۴۳۰۰ ثانیه	۷۵۰۰ ثانیه	۸۹۰۰ ثانیه
رسیدن به دقت ۴ درجه	۶۹۰۰ ثانیه	۱۲۸۷۰ ثانیه	-

جدول ۳) سطح زر نمودار تلاش های کنترلی

محور	کنترل کننده غیرخطی DI	کنترل کننده PD	کنترل کننده LQR
محور X	۲۲	۲۴	۱۸
محور Y	۲۰	۲۵	۱۳
محور Z	۳۲	۳۵	۲۷

۵- جمع بندی و نتیجه گیری

با توجه به مطالعه آماری انجام شده، تاکنون کنترل غیرخطی DI برای ماهواره های تحریک شده با عملگرهای مغناطیسی طراحی نشده است. لذا در این مقاله، قانون کنترلی DI، طراحی و پایداری مجانبی فراگیر آن برای مساله مورد نظر اثبات شد و عملکرد این کنترل کننده توسط مقایسه نتایج آن با کنترل کننده های کلاسیک و بهینه مورد ارزیابی قرار گرفت. برای این منظور، معادلات دینامیک و سینماتیک یک ماهواره بسط داده شد و پس از خطی سازی، قوانین کنترل PD، LQR نیز طراحی شدند. شبیه سازی کنترل وضعیت ماهواره، با مدل سازی مدار ماهواره و در نظر گرفتن اغتشاشات محیطی به طور لحظه ای، با این قوانین کنترلی انجام گرفت.

14- Zhou B. Global stabilization of periodic linear systems by bounded controls with applications to spacecraft magnetic attitude control. *Automatica*. 2015;60:145-154.

15- Kukreti S, Walker A, Putman P, Cohen K. Genetic algorithm based LQR for attitude control of a magnetically actuated CubeSat. *AIAA Infotech @ Aerospace*, 5-9 January 2015, Kissimmee, Florida. Reston VA: AIAA; 2015.

16- Kou Y, Yuan Q, Li C, Ji Y, Zhang Y. Application constraints of the three-axis stabilization magnetic control method based on LQR. *Sixth International Conference on Instrumentation & Measurement, Computer, Communication and Control (IMCCC)*, 21-23 July 2016, Harbin, China. Piscataway: IEEE; 2016.

17- Yang Y. An efficient algorithm for periodic Riccati equation with periodically time-varying input matrix. *Automatica*. 2017;78:103-109.

18- Yang Y. An efficient LQR design for discrete-time linear periodic system based on a novel lifting method. *Automatica*. 2018;87:383-388.

19- Cao Y, Chen WH. Variable sampling-time nonlinear model predictive control of satellites using magnetotors. *Systems Science & Control Engineering an Open Access Journal*. 2014;2(1):593-601.

20- Sofyalı A, Jafarov EM, Wisniewski R. Robust and global attitude stabilization of magnetically actuated spacecraft through sliding mode. *Aerospace Science and Technology*. 2018;76:91-104.

21- Zanchettin AM, Calloni A, Lovera M. Robust magnetic attitude control of satellites. *IEEE ASME Transactions on Mechatronics*. 2013;18(4):1259-1268.

22- Wu G, Meng X, Wang F. Improved nonlinear dynamic inversion control for a flexible air-breathing hypersonic vehicle. *Aerospace Science and Technology*. 2018;78:734-743.

23- Alam M, Celikovskiy S. On the internal stability of non-linear dynamic inversion: Application to flight control. *IET Control Theory & Applications*. 2017;11(12):1849-1861.

24- Lungu M, Lungu R. Adaptive neural network-based satellite attitude control by using the dynamic inversion technique and a VSCMG pyramidal cluster. *Complexity*. 2019;2019:1645042.

25- Benenia M, Batatia H, Mora Camino F, Benslama M. Altitude control of a satellite using a feedback linearization. *IET Conference on Control and Automation 2013: Uniting Problems and Solutions*, 4-5 June 2013, Birmingham, UK. London: IET; 2013.

26- Joshi G, Padhi R. Robust satellite formation flying using dynamic inversion with modified state observer. *IEEE International Conference on Control Applications (CCA)*, 28-30 Aug 2013, Hyderabad, India. Piscataway: IEEE; 2013.

27- Mattei G, Carletti A, Di Giamberardino P, Monaco S, Normand-Cyrot D. Adaptive robust redesign of feedback linearization for a satellite with flexible appendage. *Proceedings of the 2nd IAA Conference on Dynamics and Control of Space Systems (DYCOSS 2014)*, 24-26 Mar 2014, Rome, Italy. Springfield VA: American Astronautical Society; 2015. p. 685-697.

28- Ansari UZ, Bajodah AH. Spacecraft attitude control using robust generalized dynamic inversion. *IEEE Conference on Control Technology and Applications (CCTA)*, 21-24 Aug 2018, Copenhagen, Denmark. Piscataway: IEEE; 2018.

منابع

1- Ovchinnikov MY, Penkov VI, Ilyin AA, Selivanov SA. Magnetic attitude control systems of the nanosatellite TNS-series. In: Röser HP, Sandau R, Valenzuela A, editors. *Small satellites for earth observation: Selected proceedings of the 5th international symposium of the International Academy of Astronautics*, Berlin, April 4-8 2005. Berlin: Walter de Gruyter; 2005. pp. 337-344.

2- Bolandi H, Ghorbani Vaghei B. Stable supervisory-adaptive controller for spinning satellite using only magnetorquers. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. 2009;45(1):192-208.

3- Wisniewski R. Satellite attitude control using only electromagnetic actuation [Dissertation]. Aalborg: Aalborg University; 1997.

4- Psiaki ML. Magnetic torquer attitude control via asymptotic periodic linear quadratic regulation. *Journal of Guidance Control and Dynamics*. 2001;24(2):386-394.

5- Liang J, Fullmer R, Chen YQ. Time-optimal magnetic attitude control for small spacecraft. *43rd IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, 14-17 Dec 2004, Nassau, Bahamas. Piscataway: IEEE; 2004.

6- Sivaprakash N, Shanmugam J. Neural network based three axis satellite attitude control using only magnetic torquers. *24th Digital Avionics Systems Conference*, 30 Oct - 3 Nov 2005, Washington, DC, USA. Piscataway: IEEE; 2005.

7- Krogstad T, Gravdahl JT, Tondel P. Explicit model predictive control of a satellite with magnetic torquers. *IEEE International Symposium on, Mediterrean Conference on Control and Automation Intelligent Control*, 27-29 June 2005, Limassol, Cyprus. Piscataway: IEEE; 2005.

8- Silani E, Lovera M. Magnetic spacecraft attitude control: A survey and some new results. *Control Engineering Practice*. 2005;13(3):357-371.

9- Lovera M, Astolfi A. Global magnetic attitude control of spacecraft in the presence of gravity gradient. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. 2006;42(3):796-805.

10- Wood M, Chen WH, Fertin D. Model predictive control of low earth orbiting spacecraft with magnetotors. *IEEE Conference on Computer Aided Control System Design, 2006 IEEE International Conference on Control Applications, 2006 IEEE International Symposium on Intelligent Control*, 4-6 Oct, 2006, Munich, Germany. Piscataway: IEEE; 2006.

11- Torczynski DM, Amini R, Massioni P. Magnetorquer based attitude control for a nanosatellite testplatform. *AIAA Infotech @ Aerospace 2010*, 20-22 April 2010, Atlanta, Georgia. Reston VA: AIAA; 2010.

12- Reyhanoglu M, Hervas JR. Magnetic attitude control design for small satellites via slowly-varying systems theory. *IECON 2012 - 38th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society*, 25-28 Oct 2012, Montreal, QC, Canada. Piscataway: IEEE; 2012.

13- Oluwatosin AM, Hamam Y, Djouani K. Attitude control of a CubeSat in a circular orbit using magnetic actuators. *2013 Africon*, 9-12 Sept 2013, Pointe-Aux-Piments, Mauritius. Piscataway: IEEE; 2013.

of Space Science & Technology. 2012;5(2):59-68. [Persian]

34- Makovec KL. A nonlinear magnetic controller for three-axis stability of nanosatellites [Dissertation]. Blacksburg VA: Virginia Polytechnic Institute and State University; 2001.

35- Fakoor M, Sattarzadeh AR, Bakhtiari M. A novel 3-axis attitude stabilization with redundant thruster for a cube-satellite supported by reaction wheels. Modares Mechanical Engineering. 2016;16(4):391-402. [Persian]

36- Larson WJ, Wertz JR. Space mission analysis and design. Larson WJ, Wertz JR, editors. Torrance CA: Microcosm; 1992.

29- Zipfel PH. Modeling and simulation of aerospace vehicle dynamics. Reston VA: AIAA Education; 2003. pp. 5-6.

30- Wie B. Space vehicle dynamics and control. Reston VA: AIAA; 1998.

31- Sidi MJ. Spacecraft dynamics and control: A practical engineering approach. Cambridge UK: Cambridge University Press; 1997.

32- Slotine JJE, Li W. Applied nonlinear control. Upper Saddle River: Prentice-Hall; 1991.

33- Tavakoli AH, Kalhor A, Dehghan SMM. Implementation of three axis attitude controllers for evaluation of a micro-gravity satellite simulator. Journal