



Design and Analysis of a Flexural Hinges Mechanism for Force and Moment Precision Measurement in Wind Tunnel Balance

ARTICLE INFO

Article Type

Original Research

Authors

Mokhtari A.¹ MSc,
Yousefi S.*¹ PhD,
Mosayebi M.¹ PhD

How to cite this article

Mokhtari A, Yousefi S, Mosayebi M. Design and Analysis of a Flexural Hinges Mechanism for Force and Moment Precision Measurement in Wind Tunnel Balance. Modares Mechanical Engineering. 2019;19(9): 2309-2320.

ABSTRACT

In the wind tunnels, the balance measurement instrument is used to measure six components of force and moment on an airplane model. The balance of measurement consists of two parts of the balance structure and electronic equipment. In this research, a mechanism with flexible hinges is designed to achieve the desired configuration of the balance structure. In the process of designing the geometric structure of this mechanism, an effective arrangement has been implemented for the six load cell - flexure columns. The advantages of flexible hinges in comparison to conventional hinges are the absence of friction, compactness and its linear behavior. The reaction effects of the components of force and moment on each six load cell - flexure columns created the coupling errors. One of the main sources of this kind of error is related to the structure of the balance mechanism. The reason for this type of error is the inadequacy of the axial flexibility to the lateral flexibility of the columns. The aim of this research is to optimize the design of the flexible mechanism in order to achieve the minimum coupling error of the structure. For this purpose, hinge design considerations and analytical equations of the flexible mechanism have been extracted. The design of the balance mechanism is optimized by creating a structure coupling error matrix. To validate the analytic equations and results, the problem is compared with the finite element analysis. The results indicated that the measurement errors decrease in the measurement of six components of force and moment of balance.

Keywords Flexible Hinge; Load Cell; Balance; Force; Moment

¹Dynamic, Control & Vibration Department, Mechanical Engineering Faculty, Malek Ashtar University of Technology, ShahinShahr, Iran

*Correspondence

Address: Dynamic, Control & Vibration Department, Mechanical Engineering Faculty, Malek Ashtar University of Technology, ShahinShahr, Iran
Phone: +98 (31) 45914485
Fax: +98 (31) 45227136
yousefi100@mut-es.ac.ir

Article History

Received: April 29, 2018
Accepted: February 12, 2019
ePublished: September 01, 2019

CITATION LINKS

[1] Wind tunnel measurement of small values of rolling moment using six component strain gauge balance [2] Comparison of circular flexure hinge design equations and the derivation of empirical stiffness formulations [3] Empirical compliance equations for constant rectangular cross section flexure hinges and their applications [4] Parabolic and hyperbolic flexure hinges: Flexibility, motion precision and stress characterization based on compliance closed-form equations [5] Three flexure hinges for compliant mechanism designs based on dimensionless graph analysis [6] Closed-form compliance equations of filleted V-shaped flexure hinges for compliant mechanism design [7] Optimized flexural hinge shapes for microsystems and high-precision applications [8] The effect of the accuracies of flexure hinge equations on the output compliances of planar micro-motion stages [9] Design calculations for flexure hinges [10] Numerical methods for engineers

طراحی و تحلیل مکانیزم با لولاهای انعطاف‌پذیر برای اندازه‌گیری دقیق نیرو و گشتاور بالانس تونل باد

علیرضا مختاری MSc

گروه دینامیک، کنترل و ارتعاشات، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، شاهین شهر، ایران

شهرام یوسفی* PhD

گروه دینامیک، کنترل و ارتعاشات، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، شاهین شهر، ایران

مسعود مسیبی PhD

گروه دینامیک، کنترل و ارتعاشات، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، شاهین شهر، ایران

چکیده

در تونل‌های باد، برای اندازه‌گیری ۶ مولفه نیرو و گشتاور وارد بر مدل هواپیما از وسیله‌ای به نام بالانس اندازه‌گیری استفاده می‌شود. مجموعه بالانس اندازه‌گیری، شامل ۲ بخش اصلی سازه بالانس و تجهیزات الکترونیکی است. در این تحقیق، برای دستیابی به پیکربندی مطلوب سازه بالانس، یک مکانیزم با لولاهای انعطاف‌پذیر طراحی شده است. در روند طراحی ساختار هندسی این مکانیزم، چیدمانی ۶ ستون لودسل - لولای انعطاف‌پذیر به صورت هدفمند انجام شده است. از مزایای این لولای انعطاف‌پذیر نسبت به لولاهای متداول، عدم وجود لقی و اصطکاک، کم‌حجم بودن، فشردگی و رفتار خطی آن است. در مکانیزم بالانس، اثر تقابلی مولفه‌های نیرو و گشتاور بر ۶ ستون لودسل - لولای خطای کوپلینگ ایجاد می‌کند. هر چقدر خطای کوپلینگ بزرگتر باشد، خطای اندازه‌گیری مقادیر نیرو و گشتاور نیز افزایش می‌یابد. یکی از منابع اصلی این نوع خطا مربوط به سازه مکانیزم بالانس بوده و علت آن ناکافی بودن نسبت انعطاف‌پذیری محوری به جانبی ستون‌های یاد شده است. هدف این تحقیق، طراحی بهینه مکانیزم انعطاف‌پذیر به منظور دستیابی به حداقل خطای کوپلینگ سازه‌ای است. به همین منظور ابتدا قیدهای طراحی لولای انعطاف‌پذیر و روابط تحلیلی حاکم بر مکانیزم انعطاف‌پذیر استخراج شده و سپس با تشکیل ماتریس خطای کوپلینگ سازه‌ای، طراحی بهینه مکانیزم بالانس انجام شده است. برای اعتبارسنجی روابط تحلیلی و بررسی صحت نتایج، مساله با تحلیل المان محدود نیز مقایسه شده است. با ساخت مکانیزم بالانس و اندازه‌گیری مقادیر نیرو و گشتاور، نتایج نشان می‌دهد که با کاهش سهم خطاهای کوپلینگ سازه‌ای لولاهای خطاهای اندازه‌گیری مقادیر ۶ مولفه نیرو و گشتاور بالانس کاهش یافته‌اند.

کلیدواژه‌ها: لولای انعطاف‌پذیر، لودسل، بالانس، نیرو، گشتاور

تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۲/۹

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۱۱/۲۳

*نویسنده مسئول: yousefi100@mut-es.ac.ir

۱- مقدمه

در مرحله تحقیق و توسعه روی یک هواپیما، آزمون‌های مربوط به عملکرد آیرودینامیکی آن، از اهمیت بالایی برخوردار است. علت این موضوع الزامات استانداردهای صنعت هوافضا و حساسیت‌های مربوط به ایمنی و هزینه‌های ساخت و تولید آن است. آزمون‌های عملکردی، در مراحل مختلف طراحی و توسعه محصول نقش عمده‌ای دارند. برای بررسی و ارزیابی عملکرد آیرودینامیکی هواپیما، آزمایشگاه‌های تونل باد دارای نقش ویژه‌ای هستند. یکی از آزمون‌های اساسی در آزمایشگاه‌های تونل باد، اندازه‌گیری نیروها و گشتاورهای آیرودینامیکی وارد بر مدل هواپیما است. در حالت کلی ۳ مولفه نیرو و ۳ مولفه گشتاور بر مدل هواپیما اعمال می‌شود. در شکل ۱ به طور شماتیک، نیروها و گشتاورهای اعمال شده به یک مدل هواپیما نشان داده شده است.

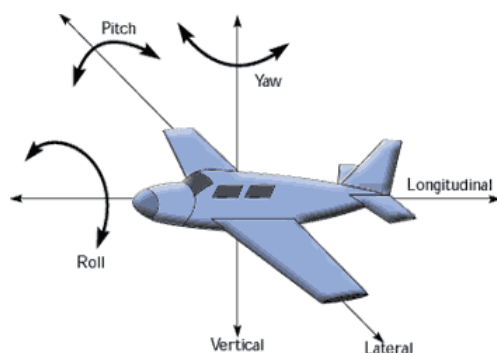
در طی سالیان گذشته روش‌های مختلفی برای اندازه‌گیری نیروها و گشتاورهای وارد بر مدل یک هواپیما در تونل‌های باد ارائه شده است که یکی از روش‌های مرسوم، استفاده از بالانس نوع داخلی و بالانس نوع بیرونی است. بالانس نوع داخلی به صورت یک سازه یکپارچه بوده و داخل مدل هواپیما قرار می‌گیرد. در برخی موارد نیز با توجه به ابعاد بزرگ مدل هواپیما، نیروها و گشتاورهای آیرودینامیکی وارد بر مدل قابل توجه بوده و بنابراین استفاده از بالانس نوع داخلی امکان‌پذیر نیست. در چنین مواقعی از بالانس نوع بیرونی استفاده شده و مدل هواپیما توسط یک پایه صلب به سازه بالانس متصل می‌شود[1].

در این مطالعه با توجه به دلایل یادشده، از بالانس نوع بیرونی استفاده می‌شود. مجموعه بالانس نوع بیرونی شامل ۲ بخش سازه بالانس و تجهیزات الکترونیکی است. تجهیزات الکترونیکی یک مجموعه بالانس شامل لودسل‌های اندازه‌گیری نیرو، مبدل تصحیح‌کننده سیگنال، کارت داده‌برداری و نرم‌افزار ثبت و پردازش داده‌ها است. سازه بالانس نیز باید به گونه‌ای طراحی شود که قابلیت جداسازی مولفه‌های نیرو و گشتاور را داشته باشد. همچنین باید قابلیت اندازه‌گیری دقیق نیروها و گشتاورها را دارا بوده و در عین حال موجب جابجایی محسوسی نیز در موقعیت مدل نشود. این موارد باعث پیچیده‌شدن روند طراحی بالانس خواهد شد.

در طی سال‌های اخیر در آزمایشگاه‌های تونل باد، برای طراحی سازه بالانس، از مکانیزم با لولاهای انعطاف‌پذیر استفاده می‌شود. از مزایای لولاهای انعطاف‌پذیر نسبت به لولاهای متداول می‌توان به عدم وجود لقی و اصطکاک، کم‌حجم بودن و فشردگی و همچنین سهولت ساخت آن اشاره نمود. به بیان دیگر این لولاهای نیازی به روانکاری ندارند. در سال‌های اخیر با توجه به کاربردهای گسترده این نوع لولاهای، معادلات انعطاف‌پذیری تحلیلی و تجربی مربوط به لولاهای با مقطع دایره‌ای شکل، بیضی شکل و یا قوس‌دار ارائه شده و با یکدیگر مقایسه شده‌اند[2,3].

امروزه محققان با توجه به کاربرد خاص هر مکانیزم انعطاف‌پذیر، ساختارهای هندسی مختلفی را برای لولاهای انعطاف‌پذیر پیشنهاد نموده‌اند. در یک تقسیم‌بندی کلی می‌توان به لولاهای با مقطع به شکل مستطیلی، دایره‌ای، بیضی و یا قوس‌دار اشاره نمود. در شکل ۲، ساختار هندسی لولاهای با سطح مقطع دایره‌ای و مستطیلی شکل نشان داده شده است که دارای انعطاف‌پذیری جانبی، حول تنها محور Z هستند.

در شکل ۳، ساختار هندسی لولای دایره‌ای شکل متقاطع نشان داده شده است که دارای انعطاف‌پذیری جانبی، حول ۲ محور جانبی خود است.



شکل (۱) نیروها و گشتاورهای آیرودینامیکی وارد بر مدل هواپیما

انعطاف‌پذیر (Load Cell-Flexure Columns) است. همچنین ترانس‌های ساخت و نامیزانی مونتاژ اجزای مکانیزم، از دیگر منابع خطای کوپلینگ هستند. از طرف دیگر کلیه این عوامل، خود باعث ایجاد نیروها و گشتاورهای جانبی بر روی لودسل‌ها شده و در نتیجه منجر به تغییر حساسیت و بزرگ‌شدن خطای غیرخطی لودسل‌ها می‌شود.

تاکنون مطالعه‌ای به بررسی عوامل سازه‌ای خطای کوپلینگ با عامل نسبت انعطاف‌پذیری محوری به جانبی ستون‌ها در یک بالانس بیرونی نپرداخته است. از این پس به این بخش از خطا، خطای کوپلینگ سازه‌ای گفته می‌شود. به عبارت دیگر هدف این تحقیق، طراحی یک مکانیزم با لولاهای انعطاف‌پذیر است که بتوان سهم خطای کوپلینگ با عامل ناکافی بودن نسبت انعطاف‌پذیری محوری به جانبی ستون‌ها را به حداقل رساند. هر چقدر نسبت انعطاف‌پذیری جانبی به محوری بزرگتر باشد این خطا کمتر خواهد شد. از طرف دیگر افزایش نسبت انعطاف‌پذیری جانبی به محوری، همواره با کاهش نیروی کمانش و کاهش فرکانس طبیعی عرضی ستون‌ها همراه است که این موارد در تضاد با یکدیگر هستند. بنابراین ساختار هندسی لولای انعطاف‌پذیر و چیدمانی ستون‌های مکانیزم به گونه‌ای طراحی می‌شود که مکانیزم پیشنهادی جوابگوی الزامات مطرح‌شده باشد.

برای بررسی خطاهای کوپلینگ سازه‌ای مکانیزم، ابتدا روابط تحلیلی مربوط به لولای انعطاف‌پذیر استخراج می‌شود. با تجزیه هر ستون به ۳ عضو انعطاف‌پذیر محوری خطی، مجموعه قاب شناور و ستون‌های مکانیزم به یک مسئله با ۱۸ تکیه‌گاه انعطاف‌پذیر مدل‌سازی می‌شود. پس از استخراج معادلات تعادل و روابط تحلیلی مکانیزم، ماتریس ضرایب تاثیر انعطاف‌پذیری ستون‌های لودسل-لولای انعطاف‌پذیر به دست می‌آید.

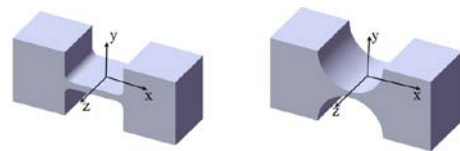
جهت طراحی بهینه مکانیزم بالانس، ماتریس خطای کوپلینگ سازه‌ای به صورت تحلیلی استخراج می‌شود. تابع هدف مسئله، حداقل نمودن مولفه‌های ماتریس خطای کوپلینگ سازه‌ای است. قیدهای طراحی مسئله نیز، محدودیت‌های مربوط به طراحی لولای انعطاف‌پذیر است. به کمک برنامه‌نویسی در محیط متلب، ابعاد هندسی لولای انعطاف‌پذیر و مکانیزم انعطاف‌پذیر به دست می‌آیند. در ادامه با مقایسه نتایج حاصل از روش تحلیلی و المان محدود، صحت نتایج حاصل مورد تایید قرار می‌گیرد. با بررسی مقادیر به دست آمده از ماتریس خطای کوپلینگ سازه‌ای می‌توان نتیجه گرفت که سهم خطاهای کوپلینگ سازه‌ای لولاهای در مکانیزم طراحی شده بسیار کاهش یافته است.

با ساخت مجموعه بالانس اندازه‌گیری و استخراج ماتریس خطای کوپلینگ تجربی، از این ماتریس برای اندازه‌گیری مقادیر ۶ مولفه نیرو و گشتاور بالانس استفاده می‌شود. نتایج تجربی نشان می‌دهد که خطاهای اندازه‌گیری مقادیر ۶ مولفه نیرو و گشتاور بالانس در حد کمتر از ۱/۶۱٪ هستند.

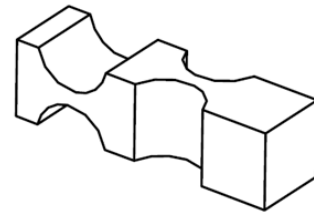
۲- طراحی مفهومی مکانیزم بالانس

در شکل ۴ تصویر مجموعه بالانس نوع بیرونی طراحی شده به همراه مجموعه تجهیزات داده‌برداری آن نشان داده شده است. همان طور که دیده می‌شود مدل هواپیما توسط یک پایه صلب، بر روی قاب شناور مجموعه بالانس نصب می‌شود.

در شکل ۵ شماتیک طراحی مفهومی مکانیزم انعطاف‌پذیر بالانس این تحقیق نشان داده شده است. در صفحه بالایی مکانیزم، قاب شناور (Floating Frame) قرار گرفته است. قاب شناور، توسط ۶



شکل ۲) لولاهای انعطاف‌پذیر دایره‌ای و مستطیل شکل



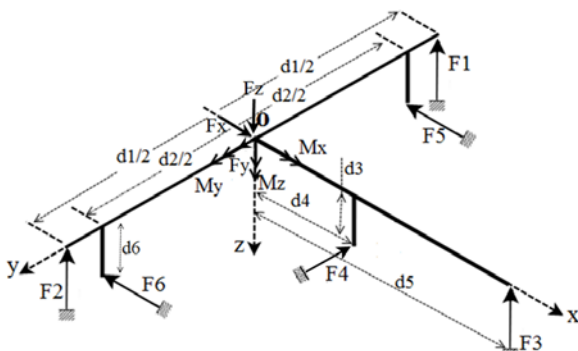
شکل ۳) لولای انعطاف‌پذیر دایره‌ای شکل متقاطع

لولاهای انعطاف‌پذیر استوانه‌ای شکل نیز به دلیل تقارن حول همه محور طولی، دارای انعطاف‌پذیری حول ۲ محور جانبی است [4, 5]. در یک مکانیزم با لولاهای انعطاف‌پذیر، از چند لولای انعطاف‌پذیر برای ایجاد حرکت‌های خیلی کوچکی در راستاهای مختلف استفاده می‌شود. از این مکانیزم‌ها در کاربردهای مختلفی مانند تجهیزات اندازه‌گیری با جابجایی در حد میکرون، ماشین‌کاری‌های خیلی دقیق، بازوهای روبات، تجهیزات اپتیکی، شتاب‌سنج‌ها، ژيروسکوپ‌ها، بالانس‌های تونل باد و به طور کلی در موارد نیاز به جابجایی‌های حرکتی خیلی دقیق و با قابلیت تفکیک‌پذیری بالا، استفاده می‌شوند. در برخی مطالعات نیز با توجه به نیاز مسئله، از مکانیزم انعطاف‌پذیر با طراحی لولاهای خاص مانند لولای با مقطع V شکل استفاده شده است [6, 7].

از مهم‌ترین ویژگی‌های یک مجموعه بالانس، دقت اندازه‌گیری مقادیر نیرو و گشتاور است. انتخاب مناسب تجهیزات الکترونیکی، تاثیر زیادی در دقت اندازه‌گیری مجموعه بالانس دارد. یکی دیگر از منابع اصلی خطای اندازه‌گیری نیرو و گشتاور در مجموعه بالانس، خطاهای کوپلینگ (Coupling Errors) است. در مکانیزم بالانس، اثر تقابلی مولفه‌های نیرو و گشتاور بر سازه مکانیزم، خطای کوپلینگ ایجاد می‌کند. هر چقدر خطاهای کوپلینگ افزایش یابد، خطای اندازه‌گیری مقادیر نیرو و گشتاور مجموعه بالانس نیز افزایش می‌یابد. لازم به ذکر است که خطاهای کوپلینگ، به طور مستقیم برابر خطاهای اندازه‌گیری ۶ مولفه نیرو و گشتاور مجموعه بالانس نیستند بلکه بر افزایش خطاهای اندازه‌گیری موثر هستند. با افزایش خطای کوپلینگ همچنین مقدار نیروی محوری و جانبی وارد بر لودسل‌ها افزایش یافته و باعث آسیب جدی بر لودسل‌ها می‌شود. در فرآیند طراحی و ساخت مکانیزم بالانس می‌توان سهم خطاهای کوپلینگ را به حداقل رساند ولی امکان حذف کامل آنها وجود ندارد. با بررسی‌های انجام شده در مقالات علمی، مقدار مشخصی برای محدوده خطاهای کوپلینگ مجاز بالانس‌های نوع بیرونی ارائه نشده است. مطالعات تجربی نشان می‌دهد که برای بالانس‌های نوع بیرونی، بزرگترین خطای اندازه‌گیری برای ۶ مولفه نیرو و گشتاور در حدود ۳٪ است.

در بالانس‌های تونل باد برای کاهش خطاهای اندازه‌گیری، می‌توان از ۲ روش پردازش سیگنال و طراحی مطلوب سازه بالانس استفاده نمود. در این تحقیق تنها به بررسی خطاهای کوپلینگ مکانیزم بالانس از نظر ملاحظات طراحی سازه آن پرداخته می‌شود. از دیدگاه سازه‌ای، یکی از اجزای اصلی این نوع خطا، ناکافی بودن نسبت انعطاف‌پذیری محوری به جانبی ستون‌های لودسل-لولای

مقادیر نیروی محوری وارد بر لودسل‌ها در وضعیت ایده‌آل، ترسیم دیاگرام نیرویی قاب شناور، در شکل ۶ نشان داده شده است. همان طور که دیده می‌شود نقطه ۰ به‌عنوان مرکز مختصات مکانیزم در نظر گرفته شده است.



شکل ۶) دیاگرام آزاد ایده‌آل نیروهای عکس‌العملی وارد بر صفحه شناور مکانیزم

در دیاگرام نیرویی صفحه شناور، عکس‌العمل ستون‌ها با ۶ نیروی $F_1, F_2, F_3, F_4, F_5, F_6$ نشان داده شده است. ۲ نیروی عکس‌العملی در راستای محور X، یک نیرو در راستای محور Y و ۳ نیرو در راستای محور Z است.

معادلات تعادل حاکم بر صفحه شناور مکانیزم در حالت ایده‌آل به‌صورت روابط اتا ۶ خواهند بود:

$$F_x = F_5 + F_6 \quad (۱)$$

$$F_y = F_4 \quad (۲)$$

$$F_z = F_1 + F_2 + F_3 \quad (۳)$$

$$M_x = (F_2 - F_1) \frac{d_1}{2} - F_4 d_3 \quad (۴)$$

$$M_y = (F_5 + F_6) d_6 - F_3 d_5 \quad (۵)$$

$$M_z = (F_5 - F_6) \frac{d_2}{2} + F_4 d_4 \quad (۶)$$

چیدمانی ۶ ستون به گونه‌ای طراحی شده است که همواره صفحه شناور در وضعیت تعادل استاتیکی قرار گیرد. معادلات فوق را در فضای ماتریسی می‌توان به‌صورت رابطه ۷ بیان نمود:

$$\tilde{C}_{ld} \cdot \bar{f}_{6 \times 1} = \bar{F}_{6 \times 1} \quad (۷)$$

$$\tilde{C}_{ld} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{d_1}{2} & \frac{d_1}{2} & 0 & -d_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -d_5 & 0 & d_6 & d_6 \\ 0 & 0 & 0 & d_4 & \frac{d_2}{2} & -\frac{d_2}{2} \end{bmatrix} \quad (۸)$$

$$\bar{f}_{6 \times 1} = [F_1 \ F_2 \ F_3 \ F_4 \ F_5 \ F_6]^T \quad (۹)$$

$$\bar{F}_{6 \times 1} = [F_x \ F_y \ F_z \ M_x \ M_y \ M_z]^T \quad (۱۰)$$

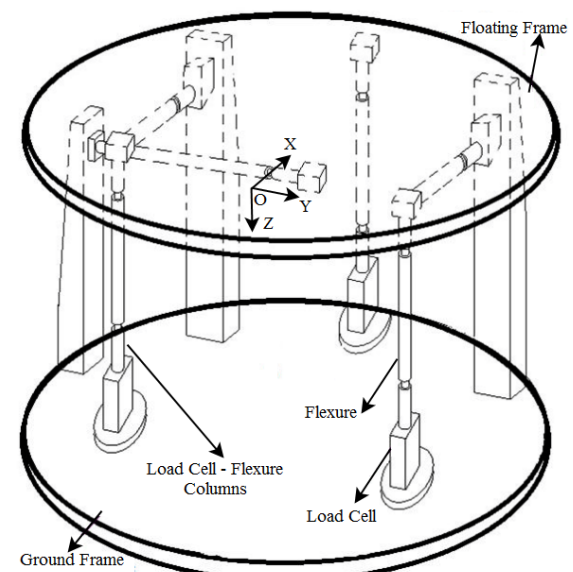
به‌منظور تعیین بیشینه مقادیر نیروی وارد بر لودسل‌ها و انجام اقدامات بعدی، لازم است که در این مرحله مقادیر پارامترهای هندسی مکانیزم بالانس را تعیین نمود. با ایده‌آل در نظر گرفتن لولاهای انعطاف‌پذیر و لحاظ نمودن سایر محدودیت‌ها، می‌توان با تخمین مناسبی مقادیر ابعاد هندسی مکانیزم را تعیین نمود. اما مقادیر دقیق این ابعاد، پس از تحلیل کامل مجموعه لولاهای مکانیزم به‌دست خواهند آمد. این مقادیر در جدول ۱ ارائه شده‌اند:

ستون لودسل - لولای انعطاف‌پذیر به قاب زمینی (Ground Frame) متصل می‌شود. هر ستون لودسل - لولای انعطاف‌پذیر شامل یک لولای انعطاف‌پذیر و یک لودسل بوده که در امتداد یکدیگر قرار می‌گیرند. به بیان دیگر در این طرح از ۶ عدد لودسل استفاده شده است.

نحوه اتصال آنها از یک طرف به لولای انعطاف‌پذیر و از طرف دیگر به قاب زمینی است. همان طور که دیده می‌شود در راستای محور X از ۲ ستون، در راستای محور Y یک ستون و در راستای محور Z از ۳ ستون استفاده شده است. برای کاهش دادن خطاهای کوپلینگ، از حداقل تعداد ستون‌ها در چیدمانی ستون‌های مکانیزم استفاده شده است.



شکل ۴) تصویر مجموعه بالانس تونل باد طراحی شده



شکل ۵) شماتیک مکانیزم بالانس بیرونی طراحی شده

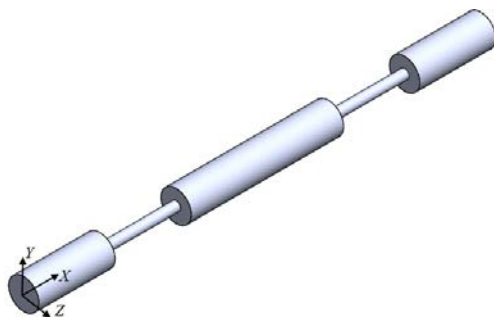
اگر فرض شود لولاهای مکانیزم انعطاف‌پذیر شکل ۵، به‌صورت کاملاً ایده‌آل باشند، این لولاهای هیچ گونه مقاومتی را در راستای جانبی از خود نشان نمی‌دهند. به عبارت دیگر این اعضا تنها در راستای محوری نقش داشته و در راستای جانبی هیچ گونه مقاومتی را از خود نشان نخواهند داد. در واقع می‌توان فرض نمود که این لولاهای هیچ گونه گشتاور و نیروی جانبی را تحمل ننموده و سپس لولاهای انعطاف‌پذیر را حذف نموده و تنها نیروهای عکس‌العمل محوری را جایگزین آنها نمود. برای تحلیل مسئله و به‌دست آوردن

مقدار ظرفیت (N)	راستای لودسل استفاده شده
۱۰۰۰	F_{1z}
۱۰۰۰	F_{2z}
۱۰۰۰	F_{3z}
۵۰۰	F_{4y}
۲۰۰۰	F_{5x}
۲۰۰۰	F_{6x}

پارامترها	مقدار (m)
d1	۰/۸۰
d2	۰/۷۰
d3	۰/۰۵
d4	۰/۱۰
d5	۰/۸۰
d6	۰/۱۰

۴- طراحی لولاهای انعطاف‌پذیر

ساختار هندسی پیشنهادی برای لولای انعطاف‌پذیر مکانیزم این تحقیق، به صورت ترکیب متوالی ۲ لولای استوانه‌ای شکل، مطابق شکل ۷ است. در انتهای طراحی دیده می‌شود که ساختار هندسی این لولا می‌تواند کلیه قیدهای طراحی ستون لولا و الزامات طراحی مکانیزم بالانس را برآورده سازد.



شکل (۷) ساختار هندسی لولای انعطاف‌پذیر طراحی شده

لازم به ذکر است که مطابق طراحی مفهومی، لودسل اندازه‌گیری نیرو به یک طرف این لولا محکم می‌شود. در شکل ۸، تصویر واقعی اتصال لولای انعطاف‌پذیر با لودسل نشان داده شده است. در این مطالعه به ترکیب یاد شده، ستون لودسل - لولای انعطاف‌پذیر گفته می‌شود.



شکل (۸) تصویر ستون لودسل - لولای انعطاف‌پذیر

همان طور که گفته شد یکی از ملاحظات اصلی در طراحی لولاهای انعطاف‌پذیر، بیشینه‌بودن نسبت انعطاف‌پذیری جانبی به انعطاف‌پذیری محوری آن است. هر چقدر این نسبت بزرگتر باشد، خطاهای کوپلینگ کوچکتر خواهند شد. یکی از روش‌های افزایش انعطاف‌پذیری جانبی، افزایش طول لولا است. افزایش طول لولا از طرف دیگر باعث کاهش بار بحرانی کماتش و کاهش فرکانس طبیعی جانبی لولا خواهد شد. همان طور که دیده می‌شود برآورده نمودن این موضوعات با هم، کاملاً در تقابل با یکدیگر هستند.

قیود طراحی لولای انعطاف‌پذیر، شامل قیدهای حداکثر نسبت انعطاف‌پذیری جانبی به محوری، تغییر شکل محوری مجاز، فرکانس طبیعی عرضی مجاز، بار بحرانی کماتش مجاز، محدودیت تنش محوری و حداکثر طول کل مجاز لولای انعطاف‌پذیر است. بنابراین برای طراحی لولای انعطاف‌پذیر، باید ابتدا روابط تحلیلی مربوط به هر یک از قیدهای یاد شده استخراج شود. سپس با تحلیل مکانیزم انعطاف‌پذیر و استخراج ماتریس خطای کوپلینگ تحلیلی مکانیزم، مسئله را به صورت بهینه‌سازی تحلیل نموده تا خطاهای کوپلینگ به حداقل مقدار برسند.

با جایگذاری مقادیر پارامترهای هندسی از جدول ۱، در ماتریس ضرایب $\tilde{C}_{Id}$ ، می‌توان مقادیر ماتریس تاثیر انعطاف‌پذیری ایده‌آل ستون‌ها را به صورت رابطه ۱۱ نوشت:

$$\tilde{C}_{Id} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -0.40 & 0.40 & 0 & -0.05 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.80 & 0 & 0.10 & 0.10 \\ 0 & 0 & 0 & 0.10 & 0.35 & -0.35 \end{bmatrix} \quad (11)$$

ماتریس $\tilde{C}_{Id}$ ، با عنوان ماتریس ضرایب تاثیر انعطاف‌پذیر ایده‌آل ستون‌ها نام‌گذاری می‌شود. همان طور که دیده می‌شود به دلیل فرض لولاهای ایده‌آل، انعطاف‌پذیری جانبی سایر ستون‌ها بر ستون‌های اندازه‌گیری محوری تاثیری ندارند. اما در عمل لولاهای انعطاف‌پذیر حتی با طراحی بسیار خوب دارای مقداری مقاومت جانبی هستند و لازم است که با استخراج روابط تحلیلی مکانیزم، اثرات مقادیر انعطاف‌پذیری تقابلی را بررسی نمود. به عبارت دیگر انحراف از مقادیر این ماتریس، بیانگر وجود خطای کوپلینگ خواهد بود. به طور مثال اگر تنها نیروی F_x بر مکانیزم بالانس وارد شود، از ماتریس ضرایب دیده می‌شود که تنها جمع مقادیر لودسل‌های F_5 و F_6 در اندازه‌گیری نیروی F_x نقش دارند. اگر ضرایب سطر اول هر مقداری غیر از این باشند بیانگر وجود خطای کوپلینگ سازه‌ای خواهند بود. در واقع طراحی لولاهای انعطاف‌پذیر باید به گونه‌ای باشد که این لولاها به طور همزمان دارای انعطاف‌پذیری جانبی حداکثری و انعطاف‌پذیری محوری حداقلی باشند تا ماتریس ضرایب واقعی به ماتریس ایده‌آل فوق نزدیک شود.

۳- تعیین ظرفیت لودسل‌های مکانیزم

با دانستن ظرفیت مولفه‌های نیرو و گشتاور مجموعه بالانس، می‌توان بیشینه نیروهای وارد بر لودسل‌ها را تعیین نمود. در این تحقیق مقادیر نیروها و گشتاورهای مورد نیاز برای بالانس تونل باد مطابق جدول ۲ است:

جدول (۲) ظرفیت نیروها و گشتاورهای اندازه‌گیری مورد نیاز توسط بالانس تونل باد

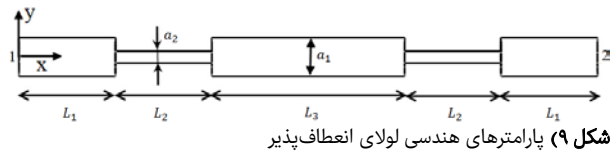
مولفه نیرو	حداقل مقدار	حداکثر مقدار
نیروی پسا (N)	-۷۰	۳۲۴
نیروی جانبی (N)	-۵۰۰	۵۰۰
نیروی برآ (N)	-۱۱۵۰	۸۲۵
گشتاور غلتشی (N.m)	-۸۰۷	۸۰۷
گشتاور پیچ (N.m)	-۷۶۵	۶۲۵
گشتاور یاو (N.m)	-۳۸۰	۳۸۰

به کمک روابط تعادل ۱ تا ۶ و با در نظر گرفتن بحرانی‌ترین ترکیب مولفه‌ها، می‌توان بیشینه مقدار نیروی وارد بر هر ستون را محاسبه نمود. در جدول ۳، مقادیر ظرفیت لودسل‌های انتخابی در همه راستاهای مکانیزم بالانس ارائه شده است. نمایه‌های x ، y ، z به ترتیب بیانگر لودسل‌های در راستای محور X ، Y و Z است.

۴-۱- استخراج رابطه تحلیلی انعطاف‌پذیری جانبی و محوری لولا

روش‌های مختلفی برای استخراج معادلات انعطاف‌پذیری لولا وجود دارد. این روش‌ها شامل انتگرال‌گیری از معادلات دیفرانسیل سازه، تئوری دوم کاستیگلیانو و روش‌های حل المان محدود است [8,9].

در شکل ۹، ابعاد هندسی لولای طراحی شده، به صورت پارامتری نشان داده شده‌اند:



شکل ۹) پارامترهای هندسی لولای انعطاف‌پذیر

برای استخراج رابطه تحلیلی انعطاف‌پذیری جانبی و محوری لولای انعطاف‌پذیر، فرض می‌شود شرط مرزی یک سر لولا که در شکل با عدد یک نشان داده شده، به صورت گیردار و انتهای دیگر آن که با عدد ۲ نشان داده شده، قابلیت جابجایی در راستاهای y و z را داشته باشد.

برای لولای انعطاف‌پذیری که روی آن بارهای به ترتیب خمشی، برشی، پیچشی و محوری قرار می‌گیرد، انرژی کرنشی کل به صورت روابط ۱۲ تا ۱۶ بیان می‌شود:

$$U = U_{\text{bending}} + U_{\text{shearing}} + U_{\text{torsion}} + U_{\text{axial}} \quad (12)$$

$$U_{\text{bending}} = \int_0^L \frac{M_y^2}{2EI_y} dx + \int_0^L \frac{M_z^2}{2EI_z} dx \quad (13)$$

$$U_{\text{shearing}} = \int_0^L \frac{\alpha V_y^2}{2GA} dx + \int_0^L \frac{\alpha V_z^2}{2GA} dx \quad (14)$$

$$U_{\text{torsion}} = \int_0^L \frac{M_x^2}{2GJ} dx \quad (15)$$

$$U_{\text{axial}} = \int_0^L \frac{N_x^2}{2EA} dx \quad (16)$$

مطابق تئوری دوم کاستیگلیانو، برای محاسبه تغییر مکان جابجایی و زاویه‌ای لولا در نقطه انتهایی لولا، می‌توان روابط ۱۷ و ۱۸ را نوشت:

$$u_2 = \frac{\partial U}{\partial F_2} \quad (17)$$

$$\theta_2 = \frac{\partial U}{\partial M_2} \quad (18)$$

بنابراین می‌توان رابطه نیرو بر حسب جابجایی را به صورت رابطه ۱۹ نوشت:

$$\{u_2\} = [C_2]\{f_2\} \quad (19)$$

در رابطه فوق u_2 بردار تغییر شکل در نقطه ۲ است که شامل بخش‌های جابجایی خطی و زاویه‌ای بوده و مطابق رابطه ۲۰ بیان می‌شود:

$$\{u_2\} = \{u_{2x} \ \theta_{2x} \ u_{2y} \ \theta_{2y} \ u_{2z} \ \theta_{2z}\}^T \quad (20)$$

بردار f_2 نیز شامل همه مولفه‌های نیرو و گشتاور در نقطه انتهایی لولای انعطاف‌پذیر و C_2 نیز ماتریس نرمی یا انعطاف‌پذیری لولا است.

با توجه به این که نسبت انعطاف‌پذیری جانبی به محوری لولاها برای انعطاف‌پذیر، معمولاً بزرگتر از ۱۰۰۰ است می‌توان در رابطه ۱۲، اثرات تغییر شکل برشی را ناچیز فرض نموده و در نتیجه تیر تیموشنکو را با فرض تیر اویلر-برنولی تحلیل نمود. بنابراین در استخراج روابط تحلیلی با در نظر گرفتن لولای انعطاف‌پذیر به عنوان یک تیر نازک و

بلند، از اثرات برشی و پیچشی صرف نظر می‌شود. در بخش تحلیل المان محدود تایید می‌شود که حذف نمودن این اثرات، تأثیری در مقدار انعطاف‌پذیری جانبی نخواهند گذاشت.

در نهایت با بسط دادن تئوری جابجایی کاستیگلیانو، روابط فرم بسته تغییر شکل مکانی و زاویه‌ای لولا به صورت روابط ۲۱ تا ۲۶ دست می‌آید.

$$u_{2x} = C_{x-Fx} \cdot F_x \quad (21)$$

$$u_{2y} = C_{y-Fy} \cdot F_y \quad (22)$$

$$u_{2z} = C_{z-Fz} \cdot F_z \quad (23)$$

$$u_{2\theta x} = 0 \quad (24)$$

$$u_{2\theta y} = C_{\theta y-Fz} \cdot F_z \quad (25)$$

$$u_{2\theta z} = C_{\theta z-Fy} \cdot F_y \quad (26)$$

از روابط فوق مقدار انعطاف‌پذیری لولاها در راستاهای مختلف به دست می‌آید.

۴-۲- استخراج رابطه تحلیلی فرکانس طبیعی عرضی لولا

یکی دیگر از پارامترهای مهم در طراحی لولای انعطاف‌پذیر، مقدار فرکانس طبیعی عرضی آن است. با توجه به انعطاف‌پذیری جانبی بالای لولای انعطاف‌پذیر، مقدار فرکانس طبیعی عرضی آن به مراتب کمتر از راستای محوری آن است.

با بسط معادله دیفرانسیل حاکم بر ارتعاشات اجباری عرضی تیر اویلر-برنولی با سطح مقطع غیریکنواخت با دامنه کم می‌توان روابط مربوطه را استخراج نمود. با توجه به اینکه مسئله حاضر، دارای ۵ مقطع پله‌ای شکل در طول لولای انعطاف‌پذیر است، برای هر بخش با سطح مقطع ثابت، یک معادله جداگانه نوشته می‌شود. بنابراین برای پنج مقطع، رابطه ۲۷ ارائه می‌شود:

$$W_i(x) = A_i \cos \beta_i x + B_i \sin \beta_i x + C_i \cosh \beta_2 x + D_i \sinh \beta_2 x \quad i = 1, 2, \dots, 5 \quad (27)$$

لازم به ذکر است ثابت‌های A_i تا D_i از شرایط مرزی تعیین می‌شوند. با به کارگیری معادلات فوق، در نهایت ۲۰ معادله و ۲۰ مجهول به دست خواهد آمد. با اعمال ۴ شرط مرزی دو سرگیردار و ۱۶ شرط میانی، ثابت‌های روابط ۲۷ استخراج می‌شوند.

معادله حل فرکانس طبیعی عرضی لولای انعطاف‌پذیر، به صورت رابطه ۲۸، نوشته می‌شود:

$$[M]_{20 \times 20} [A]_{20 \times 1} = [0]_{20 \times 1} \quad (28)$$

برای وجود جواب غیربدیهی، دترمینان ماتریس ضرایب، صفر قرار داده می‌شود. با محاسبه دترمینان ماتریس مذکور، معادله مشخصه فرکانس سیستم تعیین می‌شود که ریشه‌های آن همان فرکانس‌های طبیعی عرضی لولای انعطاف‌پذیر هستند.

۴-۳- استخراج رابطه تحلیلی بار بحرانی کماتش لولا

یکی دیگر از پارامترهای طراحی، محدودیت بار بحرانی کماتش لولای انعطاف‌پذیر است. برای یک بالانس تونل باد در بسیاری موارد، به ستون لولا نیروی محوری فشاری وارد می‌شود. حل عمومی معادله دیفرانسیل اساسی حاکم بر کماتش الاستیک لولای انعطاف‌پذیر، بدون نیروی عرضی با سطوح مقطع ثابت، به صورت رابطه ۲۹ ارائه می‌شود:

$$W(x)_i = A_i \sin k_i x + B_i \cos k_i x + C \cdot x + D \quad (29)$$

با اعمال چهار شرط مرزی دو سرگیردار و اعمال ۱۲ شرط میانی برای لولای انعطاف‌پذیر تعداد ۱۶ معادله به دست می‌آید. بنابراین معادله نهایی حل کماتش لولای انعطاف‌پذیر به صورت رابطه ۳۰ ارائه می‌شود:

$$[M(k)]_{16 \times 16} [A]_{16 \times 1} = [0]_{16 \times 1} \quad (30)$$

مشابه مسئله مقدار ویژه، حداقل مقدار k ، که به ازای آن دترمینان

انعطاف‌پذیر نباشد عضو تحت اثر نیروی $k_{yx} \cdot x$ در راستای y قرار می‌گیرد.

با در نظر گرفتن قاب شناور مکانیزم به عنوان یک جسم صلب، روابط تحلیلی مکانیزم انعطاف‌پذیر در حالت کلی به صورت رابطه‌های ۳۲ و ۳۳ ارائه می‌شوند:

$$F_x - \Sigma k_{xx} \cdot x - \Sigma k_{xy} \cdot y - \Sigma k_{xz} \cdot z - \Sigma (k_{xz} a_y - k_{xy} a_z) \cdot \alpha + \Sigma (k_{xx} a_z - k_{xz} a_x) \cdot \beta + \Sigma (k_{xy} a_x - k_{xx} a_y) \cdot \gamma = 0 \quad (32)$$

$$M_x - \Sigma (k_{xz} a_y - k_{xy} a_z) x - \Sigma (k_{yz} a_y - k_{yy} a_z) y - \Sigma (k_{zz} a_y - k_{yz} a_z) z - \Sigma (k_{yy} a_z^2 + k_{zz} a_y^2 - 2k_{yz} a_y a_z) \alpha - \Sigma (k_{xz} a_y a_z + k_{yz} a_x a_z - k_{zz} a_x a_y - k_{xy} a_z^2) \beta - \Sigma (k_{xy} a_y a_z + k_{yz} a_x a_y - k_{yy} a_x a_z - k_{xz} a_y^2) \gamma = 0 \quad (33)$$

با توجه به مشابه بودن معادلات تعادل نیرو و گشتاور در راستاهای x و y از ارائه آنها اجتناب می‌شود. در روابط فوق (a_x, a_y, a_z) مختصات نقاط اتصال قاب شناور به ۶ ستون لودسل-لولای انعطاف‌پذیر، (x, y, z) و (α, β, γ) به ترتیب تغییر مکان جابجایی و دورانی مرکز مختصات قاب شناور هستند. در حالت کلی سختی عضو انعطاف‌پذیر را می‌توان به ۲ صورت سختی‌های اصلی و سختی مابین محورهای اصلی الاستیک و محورهای مختصات جسم بیان نمود.

معادلات فوق در حالت کلی هستند. در طراحی مکانیزم انعطاف‌پذیر، چیدمانی ستون‌ها به گونه‌ای انجام شده است که محورهای اصلی ستون‌ها، هم‌راستا با مختصات مرجع انتخاب شده‌اند. با این انتخاب، سختی‌های ضریبی از معادلات فوق حذف شده و سختی‌های اصلی محوری و جانبی این اعضاء به صورت k_p و k_q وارد معادلات می‌شوند. پارامتر k_p برای راستای محوری هر عضو انعطاف‌پذیر معرفی شده است. به طور مثال به جای لولای انعطاف‌پذیر یک، از ۳ عضو الاستیک محوری در ۳ راستای عمود بر هم مطابق با رابطه‌های ۳۴ تا ۳۵ استفاده می‌شود:

$$k_{1pz} = k_{1xx} \quad (34)$$

$$k_{1qy} = k_{1yy} \quad (35)$$

$$k_{1qz} = k_{1zz} \quad (36)$$

$$k_{1xy} = k_{1yz} = k_{1xz} = 0 \quad (37)$$

اندیس یک در پارامتر k_{1pz} ، بیانگر موقعیت عضو الاستیک محوری است که با ستون نظیر جایگزین شده است. اندیس p بیانگر سختی عضو الاستیک محوری است که مقدار آن معادل با سختی ستون لودسل-لولای انعطاف‌پذیر است. اندیس z بیانگر راستای قرارگیری عضو الاستیک محوری مطابق محورهای مختصات است. اندیس q نیز بیانگر سختی عضو الاستیک محوری است که مقدار آن معادل با سختی جانبی ستون نظیر است.

با تعاریف انجام شده، معادلات ۳۲ و ۳۳ به معادلات ۳۸ و ۳۹ بسط داده می‌شوند:

$$F_x = \sum k_{ipx} \cdot \delta_x + k_{jqx} \cdot \delta_x + \sum k_{ipx} \cdot a_{iz} \cdot \beta + k_{jqx} \cdot a_{jz} \cdot \beta + \sum k_{ipx} \cdot a_{iy} \cdot \gamma + k_{jqx} \cdot a_{jy} \cdot \gamma \quad (38)$$

مانتریس $[M]$ برابر صفر می‌شود، در رابطه ۳۱ جایگذاری شده و به کمک آن نیروی بحرانی کمانش به دست می‌آید.

$$k^2 = \frac{P}{EI} \quad (31)$$

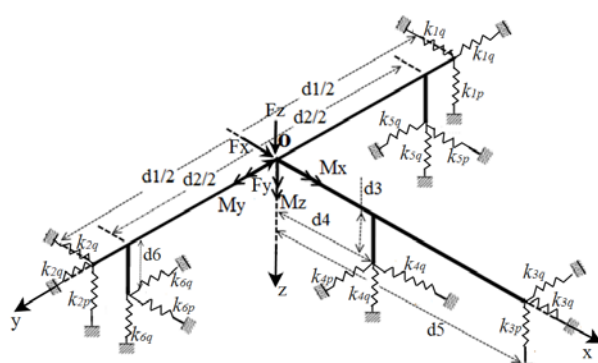
۴-۴- استخراج رابطه تحلیلی تغییر شکل محوری لولا

یکی دیگر از پارامترهای طراحی، محدودیت میزان تغییر شکل محوری لولای انعطاف‌پذیر است. در یک بالانس تونل باد، تغییر شکل‌های سازه‌ای نباید موجب جابجایی محسوسی در موقعیت مدل و تغییر زوایای اولیه نصب مدل شوند. همچنین این تغییر شکل‌ها، باعث ایجاد نیروها و گشتاورهای جانبی بر روی لودسل‌ها می‌شوند.

۵- استخراج معادلات تعادل حاکم بر مکانیزم

همان طور که در بخش ۲ ملاحظه شد، در دیاگرام آزاد قاب شناور مکانیزم، مطابق شکل ۶، با حذف نمودن لولاهای، تنها یک مولفه نیروی محوری جایگزین لولاهای شد. اما با فرض لولاهای انعطاف‌پذیر، باید ۶ مولفه نیرو و گشتاور عکس‌العملی در دیاگرام آزاد قاب شناور مکانیزم لحاظ نمود. بنابراین با حذف ۶ لولا و قراردادن مولفه‌های عکس‌العملی به جای آنها، تعداد ۳۶ مولفه نیرو و گشتاور مجهول بر صفحه شناور وارد می‌شود. برای حل مجموعه معادلات فوق باید ۶ معادله تعادل و ۳۲ معادله سازگاری استفاده نمود. لازم به ذکر است این معادلات باید با همدیگر و ترکیب با معادلات طراحی لولا تحلیل شوند که در این صورت روند حل مسئله طولانی خواهد شد.

به همین دلیل، طراحی چیدمانی ستون‌ها به گونه‌ای انجام شده است که با وارد شدن ۳ مولفه گشتاور خارجی بر قاب شناور مکانیزم، حداقل ۲ ستون در برابر چرخش ناشی از این گشتاور مقاومت می‌کنند. بنابراین مقادیر مولفه‌های گشتاور عکس‌العمل تکیه‌گاهی بسیار ناچیز بوده و می‌توان آنها را تقریباً صفر فرض نمود. با این فرض، مسئله تنها نیاز به ۱۲ معادله سازگاری دارد. برای حل این مسئله مدلی پیشنهاد می‌شود که مطابق شکل ۱۰، به جای هر کدام از لولاهای انعطاف‌پذیر از ۳ عضو الاستیک محوری استفاده شده و اثر گشتاورهای تکیه‌گاهی حذف می‌شود.



شکل ۱۰) دیاگرام آزاد واقعی نیروهای عکس‌العملی وارد بر صفحه شناور

در حالت کلی اگر به یک عضو انعطاف‌پذیر، نیرویی در راستای محور x وارد شود و این عضو در همین راستا تغییر شکل یابد مقدار سختی عضو نیرویی در همان راستا و در خلاف جهت تغییر شکل اعمال می‌کند که مقدار نیرو برابر $k_{xx} \cdot x$ است. اندیس اول k بیان‌کننده راستای اعمال نیرو و اندیس دوم بیان‌کننده راستای جابجایی است. اگر راستای x در راستای محور الاستیک عضو

$$\tilde{f}_{\text{Analysis}})_{6 \times 6} = \begin{bmatrix} f_{1F_x} & f_{1F_y} & f_{1F_z} & f_{1M_x} & f_{1M_y} & f_{1M_z} \\ f_{2F_x} & f_{2F_y} & . & . & . & f_{2M_z} \\ f_{3F_x} & f_{3F_y} & . & . & . & f_{3M_z} \\ f_{4F_x} & . & . & . & . & f_{4M_z} \\ f_{5F_x} & . & . & . & . & f_{5M_z} \\ f_{6F_x} & f_{6F_y} & f_{6F_z} & . & . & f_{6M_z} \end{bmatrix} \quad (44)$$

ستون اول ماتریس فوق، مقدار نیروی لودسل‌های متناظر با ۶ ستون لولای مکانیزم را به ازای نیروی وارد شده F_x نشان می‌دهد. به‌طور مثال برای درایه f_{1F_x} ، اندیس اول ۱ بیان‌کننده لودسل مربوط به ستون لولای شماره ۱ مکانیزم، مطابق شماره‌گذاری ستون‌ها در شکل ۱۰ و اندیس دوم بیان‌کننده راستای نیروی F_x وارد شده بر سکوی بالانس است. به ترتیب مشابه، به کمک ماتریس ضرایب تاثیر لولاهای ایده‌آل از رابطه ۸، می‌توان ماتریس نیروی ایده‌آل لودسل‌ها $\tilde{f}_{\text{Id}})_{6 \times 6}$ را به‌دست آورد.

وقتی نیروی مجزای F_x بر مرکز مکانیزم بالانس وارد شود میزان انحراف نیروی وارد بر ستون لولای شماره ۱ از روش تحلیلی نسبت به حالت ایده‌آل، بیانگر مقدار خطای کوپلینگ سازه‌ای بر این ستون است. برای محاسبه مقدار درصد خطای کوپلینگ سازه‌ای $\hat{e}_{\text{Analysis}}$ ، برای ستون لولای شماره ۱، به ازای نیروی F_x مطابق رابطه ۴۵ می‌توان نوشت:

$$\hat{e}_{\text{Analysis}} \% = \frac{f_{1F_x})_{\text{Analysis}} - f_{1F_x})_{\text{Id}}}{\tilde{F}_{\text{max}}} \% \quad (45)$$

لازم به ذکر است که $\tilde{F}_{\text{max}}$ ، بیشینه ظرفیت لودسل مربوط به همان ستون لولا است. به‌طور مثال برای محاسبه خطای کوپلینگ مولفه f_{1F_x} ، مطابق جدول ۳، بیشینه ظرفیت لودسل ستون لولای شماره ۱، ۱۰۰۰ نیوتن است. با محاسبه درصد خطای کوپلینگ سازه‌ای مربوط به همه درایه‌های ماتریس $\tilde{f}_{\text{Analysis}}$ ، ماتریس خطای کوپلینگ سازه‌ای به روش تحلیلی به‌صورت رابطه ۴۶ به‌دست می‌آید:

$$\tilde{E}_{\text{Exp}})_{6 \times 6} \% = \frac{(\tilde{f}_{\text{Analysis}} - \tilde{f}_{\text{Id}})}{\tilde{F}_{\text{max}}} \% \quad (46)$$

۶- تشریح روش حل مسئله

در این بخش، روند حل مسئله تشریح می‌شود. تابع هدف این مسئله مطابق رابطه ۴۷، حداقل‌نمودن مولفه‌های ماتریس خطای کوپلینگ سازه‌ای مکانیزم است.

$$g(x) = \min (\tilde{E}_{\text{Exp}}) \quad (47)$$

قیدهای این مسئله، مربوط به طراحی لولای انعطاف‌پذیر است. مطابق روابط ۴۸ تا ۵۳، این قیدها به ترتیب نسبت انعطاف‌پذیری جانبی به محوری، فرکانس طبیعی عرضی، بار بحرانی کمناشی، تغییر شکل محوری، محدوده مجاز تنش و طول کل لولای انعطاف‌پذیر است.

$$\frac{C_{\text{Lateral}}}{C_{\text{Axial}}} \gg 2000 \quad (48)$$

$$\omega_n \gg 100 \text{ [Hz]} \quad (49)$$

$$P_{\text{Buckling}} \gg 3000 \text{ [N]} \quad (50)$$

$$Def_{\text{Axial}} \ll 0.5 \text{ [mm]} \quad (51)$$

$$\sigma_{\text{stress}} \ll 100 \text{ [MPa]} \quad (52)$$

$$L_{\text{Total}} \ll 480 \text{ [mm]} \quad (53)$$

در ادامه با نوشتن یک برنامه در نرم‌افزار متلب و به کمک قاعده

$$M_x = \sum k_{ipy} \cdot \delta_y \cdot a_{iz} + k_{jqy} \cdot \delta_y \cdot a_{jz} + \sum k_{ipy} \cdot a_{ix} \cdot \gamma \cdot a_{iz} + k_{jqy} \cdot a_{jx} \cdot \gamma \cdot a_{jz} + \sum k_{ipy} \cdot a_{iz} \cdot \alpha \cdot a_{iz} + k_{jqy} \cdot a_{jz} \cdot \alpha \cdot a_{jz} + \sum k_{ipz} \cdot \delta_z \cdot a_{iz} + k_{jqz} \cdot \delta_z \cdot a_{jz} + \sum k_{ipy} \cdot a_{ix} \cdot \gamma \cdot a_{iz} + k_{jqy} \cdot a_{jx} \cdot \gamma \cdot a_{jz} + \sum k_{ipy} \cdot r_{iz} \cdot \alpha \cdot r_{iz} + k_{jqy} \cdot r_{jz} \cdot \alpha \cdot r_{jz} \quad (39)$$

در روابط فوق i و j بیانگر موقعیت نقطه اتصال عضو انعطاف‌پذیر خطی به قاب شناور، δ_x تغییر شکل انتقالی قاب شناور در راستای محور x ، a_{iz} فاصله مبدا مختصات تا نقطه اتصال عضو i ام در راستای محور z است. لازم به ذکر است که در هر بخش از روابط فوق همواره رابطه $i + j = 6$ برقرار است. با توجه به مشابه بودن معادلات تعادل نیرو و گشتاور در راستاهای y و z از ارائه آنها اجتناب می‌شود.

با بسط ۲ رابطه نیرو و گشتاور ۳۸ و ۳۹ و همچنین روابط مشابه در راستاهای دیگر، ۶ معادله برای تحلیل مکانیزم به‌دست می‌آید. در این روابط، مجموع ترم‌های شامل k_{ipx} برابر نیروی محوری در راستای ستون لودسل-لولای انعطاف‌پذیر i ام یا به عبارت دیگر بیانگر مقدار لودسل i ام خواهد بود:

$$f_{ipx} = k_{ipx} \cdot \delta_x + k_{ipx} \cdot a_{iz} \cdot \beta + k_{ipx} \cdot a_{iy} \cdot \gamma \quad (40)$$

مشابه رابطه ۴۰، معادلات مربوط به هر کدام از ستونها استخراج شده و این روابط در مجموعه روابط ۳۸ و ۳۹ و همچنین روابط مشابه سایر راستاها جایگذاری خواهند شد. در رابطه بالا k_{ipx} برابر سختی معادل لودسل و لولای انعطاف‌پذیر در راستای i ام است. در نهایت ۶ رابطه نیرو و گشتاور بالا را می‌توان به فرم ماتریسی ۴۱ ارائه نمود:

$$\bar{D}_{\text{Analysis}})_{6 \times 6} \cdot \bar{F}_{6 \times 1} = \bar{F}_{6 \times 1} \quad (41)$$

با جایگذاری هر یک از نیروها و گشتاورهای ماتریس $\bar{F}_{6 \times 1}$ به‌صورت مجزا در ۶ رابطه بالا، کلیه‌ی مقادیر ماتریس $\bar{D}_{\text{Analysis}}$ به‌صورت پارامتری به‌دست خواهند آمد. نحوه جایگذاری هر یک از نیروها و گشتاورهای ماتریس $\bar{F}_{6 \times 1}$ ، مطابق رابطه ۴۲، بدین صورت است که ابتدا نیروی F_x وارد شده و سایر نیروها در این ماتریس صفر در نظر گرفته می‌شوند:

$$\bar{F}_{6 \times 1} = [F_x \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T \quad (42)$$

در ادامه به ترتیب سایر نیروها و گشتاورها، طی ۶ مرحله وارد شده تا کلیه مقادیر ماتریس $\bar{D}_{\text{Analysis}}$ تعیین شوند. با معکوس نمودن ماتریس $\bar{D}_{\text{Analysis}}$ ، ماتریس ضرایب تاثیر انعطاف‌پذیری ستون‌های مکانیزم $\tilde{C}_{\text{Analysis}}$ ، به‌صورت تحلیلی از رابطه ۴۳ به‌دست می‌آید:

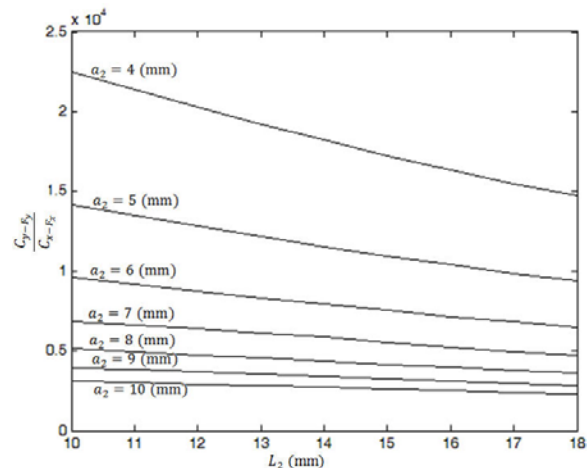
$$\tilde{C}_{\text{Analysis}})_{6 \times 6} = \frac{1}{\bar{D}_{\text{Analysis}})_{6 \times 6}} \quad (43)$$

در ادامه می‌توان از ماتریس ضرایب تاثیر لولاهای، ماتریس خطای کوپلینگ تحلیلی را به‌دست آورد. به همین منظور این بار با وارد نمودن مجزای مقادیر عددی نیرو و گشتاور $\bar{F}_{6 \times 1}$ طی ۶ مرحله و محاسبه ۶ مقدار نیروی متناظر با لودسل‌ها، ماتریس $\bar{F}_{6 \times 1}$ را در هر مرحله به‌دست آورده و در ستون‌های ماتریس اثر کوپلینگ لودسل‌ها $\tilde{f}_{\text{Analysis}}$ ، مطابق رابطه ۴۴ جایگذاری نمود:

مقدار سختی محوری معادل ستون لودسل- لولا را می‌توان به صورت رابطه ۶۳ نوشت:

$$k_p = k_{eq} = 5.86 \times 10^6 \left[\frac{N}{m} \right] \quad (63)$$

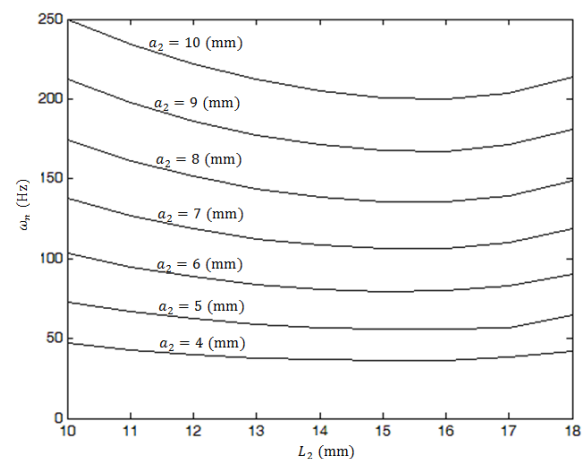
یکی از قیدهای طراحی، محدودیت نسبت انعطاف‌پذیری جانبی به محوری است. هر چقدر این نسبت بزرگتر باشد، خطاهای کوپلینگ کاهش می‌یابد. در بخش قیدهای مسئله، فرض شده است که این نسبت بزرگتر از ۲۰۰۰ باشد. در نمودار ۱ نحوه تاثیر پارامترهای L_2 و a_2 بر نسبت انعطاف‌پذیری جانبی به محوری ارائه شده است.



نمودار ۱) تاثیر پارامترهای L_2 و a_2 بر نسبت انعطاف‌پذیری جانبی به محوری

با توجه به محدوده تغییرات پارامتر L_2 دیده می‌شود که به ازای مقادیر $a_2 \leq 8 [mm]$ این شرط برقرار است. در همه موارد با افزایش پارامتر L_2 ، نسبت انعطاف‌پذیری جانبی به محوری کاهش می‌یابد.

در نمودار ۲ نحوه تاثیر پارامترهای L_2 و a_2 بر فرکانس طبیعی اول عرضی لولا ارائه شده است. در بخش قیدهای مسئله، فرض شده است که مقدار فرکانس طبیعی اول عرضی، بزرگتر از ۱۰۰ [Hz] باشد.



نمودار ۲) تاثیر پارامترهای L_2 و a_2 بر فرکانس طبیعی عرضی لولا

همان طور که دیده می‌شود به ازای مقادیر خاصی از محدوده پارامتر L_2 و $a_2 \geq 6 [mm]$ ، قید محدودیت فرکانس طبیعی اول عرضی لولا برقرار است.

در نمودار ۳ نحوه تاثیر پارامترهای L_2 و a_2 بر بار بحرانی کمناش لولای انعطاف‌پذیر ارائه شده است. در بخش قیدهای مسئله، فرض

محاسباتی بهینه‌سازی چندبعدی مقید، از روش مستقیم، ابعاد هندسی لولای انعطاف‌پذیر طرح به دست می‌آید [10].

خروجی این برنامه، مقادیر ابعاد هندسی لولای انعطاف‌پذیر را محاسبه نموده و نتایج در جدول ۴ ارائه شده است:

جدول ۴) ابعاد هندسی لولای انعطاف‌پذیر طراحی شده

پارامتر	مقدار (mm)
a_1	۲۴
a_2	۷
L_1	۴۰
L_2	۱۴۰
L_3	۱۲۰

۱-۶- بررسی صحت فرآیند طراحی لولا

به منظور بررسی صحت روند طراحی لولای انعطاف‌پذیر، ابتدا نسبت انعطاف‌پذیری جانبی به محوری لولا به روش تحلیلی و المان محدود با یکدیگر مقایسه می‌شوند. در ادامه تاثیر پارامترهای هندسی لولا بر قیدهای طراحی مورد بررسی قرار می‌گیرند. با مشخص شدن پارامترهای هندسی لولا، از روابط تحلیلی ۲۱ و ۲۲، مقادیر انعطاف‌پذیری لولا در راستاهای محوری و جانبی، مطابق ۵۴ و ۵۵ به دست می‌آیند:

$$C_{x-Fx} = 1.0719 \times 10^{-7} \left[\frac{m}{N} \right] \quad (54)$$

$$C_{y-Fy} = 6.1381 \times 10^{-4} \left[\frac{m}{N} \right] \quad (55)$$

نسبت انعطاف‌پذیری جانبی به محوری به روش تحلیلی برابر مقدار رابطه ۵۶ خواهد شد:

$$\frac{C_{y-Fy}}{C_{x-Fx}} = 5738 \quad (56)$$

با مدل‌سازی لولای انعطاف‌پذیر طراحی شده و اعمال شرایط مرزی در نرم‌افزار المان محدود Ansys، تحلیل مسئله انجام شد. المان انتخاب شده از نوع Beam188 بوده و قابلیت لحاظ نمودن اثرات تغییر شکل برشی را نیز دارد. مقدار انعطاف‌پذیری محوری و جانبی به ترتیب برابر ۵۷ و ۵۸ است:

$$C_{x-Fx} = 1.0727 \times 10^{-7} \left[\frac{m}{N} \right] \quad (57)$$

$$C_{y-Fy} = 6.1651 \times 10^{-4} \left[\frac{m}{N} \right] \quad (58)$$

مقدار نسبت انعطاف‌پذیری جانبی به محوری به روش المان محدود برابر مقدار رابطه ۵۹ است:

$$\frac{C_{y-Fy}}{C_{x-Fx}} = 5747 \quad (59)$$

مقایسه نسبت‌های فوق نشان می‌دهد که مقادیر حاصل از فرض تیر اویلر- برنولی در روش تحلیلی در مقایسه با روش المان محدود با فرض تیر تیموشنکو به یکدیگر نزدیک هستند.

از آنجا که لودسل‌های انتخابی از نوع S-Type، مدل DBBP، ساخت شرکت Bongsgin کشور کره است مقدار سختی محوری آنها به صورت رابطه ۶۰ است:

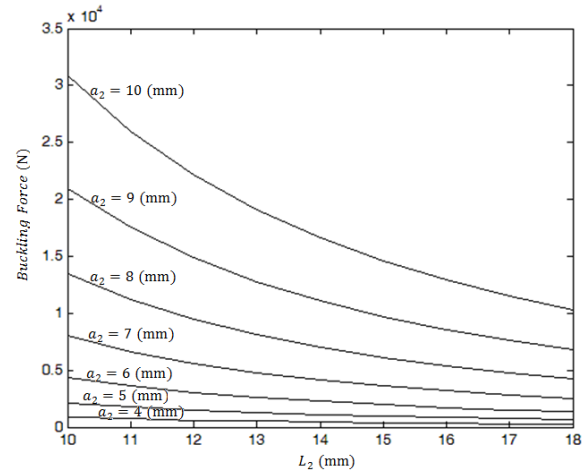
$$k_{Load,Cell} = 1.57 \times 10^7 \left[\frac{N}{m} \right] \quad (60)$$

با معکوس نمودن روابط ۵۷ و ۵۸، مقدار سختی محوری لولا و جانبی ستون لودسل- لولا به صورت روابط ۶۱ و ۶۲ خواهند شد:

$$k_{Axial,F} = 9.33 \times 10^6 \left[\frac{N}{m} \right] \quad (61)$$

$$k_q = 1.63 \times 10^2 \left[\frac{N}{m} \right] \quad (62)$$

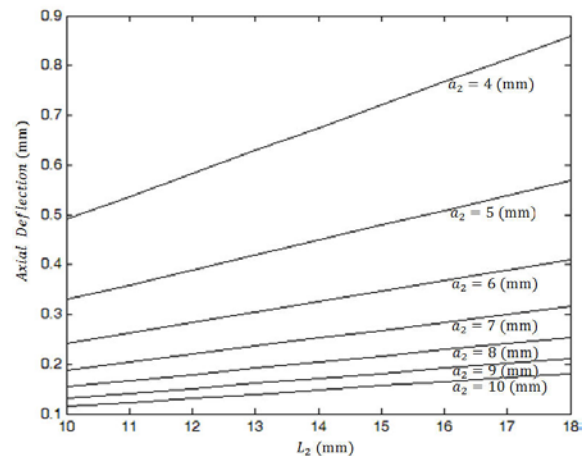
شده است که مقدار بار بحرانی کمانش بزرگتر از [N] ۳۰۰۰ باشد.



نمودار ۳) تاثیر پارامترهای L_2 و a_2 بر بار بحرانی کمانش لولای انعطاف‌پذیر

همان طور که دیده می‌شود به ازای مقادیر خاصی از محدوده پارامتر L_2 و $a_2 \geq 6$ [mm]، قید محدودیت بار بحرانی کمانش برقرار است.

در نمودار ۴ نحوه تاثیر پارامترهای L_2 و a_2 بر میزان تغییر شکل محوری لولای انعطاف‌پذیر ارائه شده است. در بخش قیده‌های مسئله، فرض شده است که مقدار تغییر شکل محوری لولا، کمتر از [mm] ۰/۵ باشد.



نمودار ۴) تاثیر پارامترهای L_2 و a_2 بر تغییر شکل محوری لولای انعطاف‌پذیر

همان طور که دیده می‌شود به ازای مقادیر خاصی از محدوده پارامتر L_2 و $a_2 \leq 6$ [mm]، قید محدودیت تغییر شکل محوری لولا برقرار است.

در ادامه به منظور بررسی صحت نتایج حاصل از روش تحلیلی و امان محدود، مقادیر در جدول ۵ ارائه شده است:

جدول ۵) مقایسه مقادیر پارامترهای لولای انعطاف‌پذیر به روش تحلیلی و امان محدود

پارامتر	روش تحلیلی	روش امان محدود
انعطاف پذیری جانبی به محوری	۵۷۳۸	۵۷۴۷
فرکانس طبیعی عرضی اول [Hz]	۱۰۸/۲۲	۱۰۷/۵۰
بار بحرانی کمانش [N]	۴۱۴۶	۴۱۳۹
حداکثر تغییر شکل محوری [mm]	۰/۲۵	۰/۲۵

۲-۶- استخراج ماتریس ضرایب تاثیر ستون‌های مکانیزم

در این بخش با توجه به تعیین شدن ابعاد لولای طرح، ماتریس ضرایب تاثیر انعطاف‌پذیری ستون‌های مکانیزم از روابط تحلیلی ۴۱ و ۴۳ محاسبه می‌شود. محاسبه مقادیر این ماتریس از روش تحلیلی مطابق رابطه ۶۴ است:

$$\tilde{C}_{\text{Analysis}} = \begin{bmatrix} 0.0003 & 0.0002 & -0.0001 & 0.0001 & 1.0003 & 1.0002 \\ 0.0006 & -0.0004 & 0.0002 & 1.0009 & 0.0002 & -0.0003 \\ 1.0004 & 1.0003 & 1.0002 & 0.0004 & 0.0005 & 0.0005 \\ -0.4002 & 0.4001 & 0.0008 & -0.0505 & 0.0003 & 0.0004 \\ 0.0001 & 0.0002 & -0.8005 & 0.0003 & 0.0997 & 0.0997 \\ 0.0002 & 0.0001 & 0.0004 & 0.1004 & 0.3503 & -0.3503 \end{bmatrix}$$

لازم به ذکر است برای محاسبه ماتریس خطای کوپلینگ مکانیزم از مقادیر این ماتریس استفاده می‌شود.

۳-۶- استخراج ماتریس ضرایب تاثیر ستون‌های مکانیزم به روش امان محدود

در فرایند مدل‌سازی مکانیزم به روش تحلیلی، فرض شد که مقادیر مولفه‌های گشتاور عکس العمل تکیه‌گاهی ناچیز باشند. به منظور اطمینان از درستی این فرض، مسئله با در نظر گرفتن اثرات خمشی و برشی، به روش امان محدود تحلیل شده و نتایج با یکدیگر مقایسه می‌شوند. با مدل‌سازی مکانیزم انعطاف‌پذیر و انتخاب امان Beam188 در نرم‌افزار امان محدود Ansys، ۶ مولفه نیرو و گشتاور ($F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z$) به مرکز مختصات مدل وارد می‌شود. با حل مسئله امان محدود و به دست آوردن عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی مدل به عنوان خروجی لودسل‌ها، به کمک روابط ۴۱ و ۴۳، مقادیر ماتریس $\tilde{C}_{\text{FEM}}$ به صورت رابطه ۶۵ ارائه می‌شود:

$$\tilde{C}_{\text{FEM}} = \begin{bmatrix} 0.0001 & 0.0001 & -0.0001 & 0.0000 & 1.0002 & 1.0001 \\ 0.0002 & -0.0002 & 0.0000 & 1.0007 & 0.0001 & -0.0001 \\ 1.0000 & 1.0001 & 1.0000 & 0.0000 & 0.0007 & 0.0007 \\ -0.4002 & 0.4001 & 0.0000 & -0.0502 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & -0.8001 & 0.0000 & 0.0995 & 0.0995 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.1002 & 0.3501 & -0.3501 \end{bmatrix}$$

با مقایسه ماتریس‌های ضرایب تاثیر به روش تحلیلی و امان محدود، مشاهده می‌شود که مقادیر ۲ ماتریس به یکدیگر نزدیک هستند. می‌توان نتیجه گرفت که فرضیات انجام‌شده در روش تحلیلی صحیح هستند.

۴-۶- استخراج ماتریس خطای کوپلینگ سازه‌ای مکانیزم

در این مرحله به نحوه محاسبه ماتریس خطای کوپلینگ سازه‌ای پرداخته می‌شود. با جایگذاری معکوس ماتریس ۶۴ و همچنین مقادیر $(\bar{F}_x, \bar{F}_y, \bar{F}_z, \bar{M}_x, \bar{M}_y, \bar{M}_z)$ به صورت مجزا در رابطه ۴۱، مقادیر $\bar{F}_{6 \times 1}$ محاسبه شده و این مقادیر در ماتریس $\tilde{F}_{\text{Analysis}}$ رابطه ۴۴ جایگذاری می‌شوند. به طور مشابه از رابطه ۱۳، ماتریس ضرایب تاثیر ایده‌آل $\tilde{F}_{\text{Id}}$ نیز محاسبه می‌شود. با وارد نمودن ماتریس‌های $\tilde{F}_{\text{Analysis}}$ و $\tilde{F}_{\text{Id}}$ در رابطه ۴۶، ماتریس درصد خطای کوپلینگ سازه‌ای مکانیزم، مطابق رابطه ۶۶ به دست می‌آید:

$$E_{\text{Analysis}} \% = 0.01 \times \begin{bmatrix} 0.05 & 1.03 & 0.58 & 0.40 & 0.38 & 0.31 \\ 0.06 & 1.05 & 0.14 & 0.20 & 0.19 & 0.34 \\ 2.27 & 0.01 & 0.07 & 1.51 & 1.43 & 0.02 \\ 0.00 & 6.20 & 0.66 & 0.00 & 0.00 & 2.63 \\ 0.10 & 0.47 & 0.17 & 0.44 & 0.42 & 1.02 \\ 0.10 & 0.49 & 0.19 & 0.49 & 0.47 & 0.85 \end{bmatrix} \quad (66)$$

اما در عمل چنین امری امکان پذیر نیست. لازم به ذکر است که مقادیر ماتریس تجربی، میانگین ۵ بار تکرار آزمون بوده و دارای انحراف معیار کوچکی هستند. با توجه به تغییرات کوچک مقادیر ماتریس خطای کوپلینگ تجربی در هر بار آزمون و ثابت بودن اختلاف آن با ماتریس خطای کوپلینگ سازه‌ای تحلیلی، می‌توان گفت که خطای حاصل یک خطای سیستماتیک بوده و تصادفی نیست. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که اثر نامیزانی نصب ستون‌های لولا بیشتر از اثر خطاهای تجهیزات اندازه‌گیری بوده است.

بزرگترین مقدار خطای کوپلینگ در هر ۲ ماتریس، مربوط به ستون لولای شماره ۴ مکانیزم به ازای نیروی F_y است. این مقدار در ماتریس تحلیلی و تجربی به ترتیب برابر رابر 0.10 و 0.05 است. لازم به ذکر است که سطر چهارم ماتریس‌های فوق، مربوط به ستون لولای شماره ۴ است. این مسئله به دلیل کوچک بودن مقدار ظرفیت لودسل مربوط به این ستون نسبت به ظرفیت سایر لودسل‌ها است. یادآوری این نکته ضروری است که خطاهای کوپلینگ، به‌طور مستقیم برابر خطاهای اندازه‌گیری نیستند بلکه بر خطای اندازه‌گیری ۶ مولفه نیرو و گشتاور تأثیرگذار هستند. هر چقدر تأثیر خطاهای کوپلینگ سازه‌ای مربوط به طراحی لولاهای کاهش یابد خطای اندازه‌گیری مقادیر ۶ مولفه نیرو و گشتاور نیز کاهش می‌یابد.

برای اندازه‌گیری ۶ مولفه نیرو و گشتاور مکانیزم بالانس، از ماتریس ضرایب کوپلینگ تجربی $\bar{C}_{Exp}$ استفاده می‌شود. مطابق رابطه ۷۰ از این ماتریس، جهت برقراری ارتباط بین نیروها و گشتاورهای اعمال شده به سازه بالانس و مقادیر اندازه‌گیری شده از لودسل‌ها استفاده شده است:

$$\bar{C}_{Analysis} 6 \times 6 \cdot \bar{F}_{6 \times 1} = \bar{F}_{6 \times 1} \quad (70)$$

برای اندازه‌گیری ۶ مولفه نیرو و گشتاور مکانیزم بالانس، با وارد کردن نیروها و گشتاورهای واقعی به‌صورت ترکیبی، نیروهای اندازه‌گیری شده از لودسل‌ها در $\bar{F}_{6 \times 1}$ جایگذاری شده و از رابطه ۷۰، مقادیر نیرو و گشتاور $\bar{F}_{6 \times 1}$ به‌دست می‌آیند. با مقایسه مقادیر اندازه‌گیری شده نسبت به مقادیر معلوم وارد بر مکانیزم، خطاهای اندازه‌گیری ۶ مولفه نیرو و گشتاور مکانیزم بالانس مطابق جدول ۶ به‌دست خواهند آمد:

جدول ۶) مقادیر خطای اندازه‌گیری بالانس تونل باد

مقدار	مولفه نیرو
۰/۴۵	نیروی پسا (N)
۱/۲۳	نیروی جانبی (N)
۱/۳۳	نیروی برآ (N)
۰/۶۴	گشتاور غلتشی (N.m)
۱/۶۱	گشتاور پیچ (N.m)
۱/۲۳	گشتاور یاف (N.m)

همان طور که در جدول ۶ دیده می‌شود بزرگترین خطا، مربوط به خطای اندازه‌گیری گشتاور $\bar{M}_y$ بوده و مقدار آن برابر $1/61$ است. این در حالی است که مطالعات تجربی نشان می‌دهد برای بالانس‌های نوع بیرونی، بزرگترین خطای اندازه‌گیری برای ۶ مولفه نیرو و گشتاور در حدود ۳٪ است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که در این تحقیق با کاهش سهم خطاهای کوپلینگ سازه‌ای لولاهای خطاهای اندازه‌گیری مقادیر ۶ مولفه نیرو و گشتاور بالانس کاهش یافته‌اند. به عبارت دیگر این مقادیر برای مجموعه بالانس طراحی

با بررسی ماتریس خطای کوپلینگ سازه‌ای مکانیزم مشخص می‌شود که با طراحی بهینه‌ی لولای انعطاف‌پذیر و همچنین چیدمانی مناسب ستون‌ها، بیشترین خطای کوپلینگ سازه‌ای برابر 0.07% شده است. این مقدار مربوط به حالتی است که نیروی F_y به مجموعه مکانیزم بالانس وارد شده و در نتیجه ستون لودسل-لولای شماره ۴ بیشترین تأثیر خطای کوپلینگ را پذیرفته است.

۷- استخراج ماتریس خطای کوپلینگ مکانیزم به روش تجربی

در این تحقیق پس از طراحی سازه مکانیزم انعطاف‌پذیر، مجموعه مکانیزم بالانس ساخته شد. برای به‌دست آوردن ماتریس ضرایب تأثیر کوپلینگ به روش تجربی، ابتدا نیروی واقعی F_x مطابق پیشینه ظرفیت بالانس از جدول ۲، در موقعیت مرکز مختصات مکانیزم بالانس اعمال می‌شود. مطابق روند تشریح‌شده در بخش‌های قبل، مقدار نیروی اندازه‌گیری شده توسط لودسل‌ها در ماتریس $\bar{F}_{6 \times 1}$ وارد می‌شود. پس از انجام ۶ مرحله بارگذاری، ماتریس تجربی $\bar{D}_{Exp}$ از رابطه ۶۷ به‌دست می‌آید:

$$\bar{D}_{Exp} 6 \times 6 \cdot \bar{F}_{6 \times 1} = \bar{F}_{Exp} 6 \times 1 \quad (67)$$

با معکوس نمودن ماتریس $\bar{D}_{Exp}$ ، می‌توان ماتریس ضرایب کوپلینگ تجربی $\bar{C}_{Exp}$ را به‌صورت رابطه ۶۸ استخراج نمود:

$$\bar{C}_{Exp} = \begin{bmatrix} 0.0045 & 0.0033 & 0.0109 & 0.0640 & 1.0425 & 1.0707 \\ 0.0029 & 0.0076 & -0.0071 & 1.0600 & 0.0009 & -0.0322 \\ 1.0032 & 0.9931 & 1.0038 & 0.0289 & -0.0305 & -0.0051 \\ -0.4033 & 0.4050 & 0.0070 & -0.0530 & -0.0069 & 0.0086 \\ 0.0115 & -0.0020 & -0.8155 & 0.0033 & 0.1109 & 0.1001 \\ 0.0035 & 0.0004 & -0.0066 & 0.0944 & 0.3833 & -0.3796 \end{bmatrix}$$

با مقایسه ۲ ماتریس ضرایب تأثیر به روش تحلیلی و تجربی دیده می‌شود که مقادیر این ۲ ماتریس از یکدیگر انحراف دارند.

مشابه بخش قبل، می‌توان ماتریس خطای کوپلینگ تجربی بالانس را محاسبه نمود. مقادیر این ماتریس، بیانگر درصد انحراف نیروی اندازه‌گیری شده از ۶ لودسل در حالت تجربی نسبت به حالت لولای ایده‌آل است که به ازای ۶ نیرو و گشتاور $\bar{F}$ ، به‌طور جداگانه بر سازه بالانس وارد می‌شوند. ماتریس درصد خطای کوپلینگ تجربی بالانس برابر رابطه ۶۹ می‌شود:

$$E_{Exp} \% = \begin{bmatrix} 0.34 & 0.47 & 0.03 & 1.64 & 1.55 & 0.59 \\ 0.27 & 0.73 & 0.37 & 0.34 & 0.32 & 1.11 \\ 0.11 & 0.33 & 0.62 & 2.56 & 2.43 & 0.82 \\ 0.99 & 5.40 & 1.13 & 2.23 & 2.11 & 3.08 \\ 0.49 & 0.11 & 0.21 & 0.31 & 0.29 & 1.65 \\ 0.40 & 1.39 & 0.01 & 0.66 & 0.62 & 2.37 \end{bmatrix} \quad (69)$$

همان طور که دیده می‌شود مقادیر ماتریس خطای کوپلینگ تجربی، اختلاف قابل توجهی با مقادیر ماتریس خطای کوپلینگ سازه‌ای تحلیلی دارند. علت این اختلاف، وجود برخی خطاهای دیگر است که در آزمون تجربی خود را نشان داده‌اند. از جمله این خطاهای می‌توان به خطای اندازه‌گیری لودسل‌ها، تجهیزات داده‌برداری و خطاهای نامیزانی مونتاژ و نصب ستون‌های لولا در مکانیزم بالانس اشاره نمود. به عبارت دیگر در ماتریس خطای کوپلینگ تجربی علاوه بر اثرات سازه‌ای، اثرات مربوط به خطاهای تجهیزات اندازه‌گیری و خطاهای نامیزانی مونتاژ نیز وجود دارند. از همین رو نمی‌توان ماتریس خطای کوپلینگ سازه‌ای تحلیلی را به‌طور دقیق با ماتریس خطای کوپلینگ تجربی مقایسه نمود.

لازم به ذکر است که در استخراج روابط تحلیلی، فرض بر این بود که ستون‌های لولا در ۳ راستای کاملاً عمود بر یکدیگر نصب می‌شوند.

مقدمه/روشن‌شناس/پژوهشگر اصلی/نگارنده بحث (۳۴٪): شهرام یوسفی (نویسنده دوم)، نگارنده مقدمه/نگارنده بحث (۳۳٪): مسعود مسیعی (نویسنده سوم)، نگارنده مقدمه/نگارنده بحث (۳۳٪)

منابع مالی: منابع مالی این تحقیق از بودجه پژوهشی معاونت پژوهش و فناوری دانشگاه صنعتی مالک‌اشتر تامین شده است.

منابع

- 1- Boutemedjet A, Samardžić M, Ćurčić D, Rajić Z, Ockoljić G. Wind tunnel measurement of small values of rolling moment using six component strain gauge balance. Measurement. 2018;116:438-450.
- 2- Yong YK, Lu TF. Comparison of circular flexure hinge design equations and the derivation of empirical stiffness formulations. IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, 14-17 July 2009, Singapore, Singapore. Piscataway: IEEE; 2009.
- 3- Li T, Du Y, Jiang Y, Zhang J. Empirical compliance equations for constant rectangular cross section flexure hinges and their applications. Mathematical Problems in Engineering. 2016;2016:5602142.
- 4- Lobontiu N, Paine JSN, O'Malley E, Samuelson M. Parabolic and hyperbolic flexure hinges: Flexibility, motion precision and stress characterization based on compliance closed-form equations. Precision Engineering. 2002;26(2):183-192.
- 5- Tian Y, Shirinzadeh B, Zhang D, Zhong Y. Three flexure hinges for compliant mechanism designs based on dimensionless graph analysis. Precision Engineering. 2010;34(1):92-100.
- 6- Tian Y, Shirinzadeh B, Zhang D. Closed-form compliance equations of filleted V-shaped flexure hinges for compliant mechanism design. Precision Engineering. 2010;34(3):408-418.
- 7- Zelenika S, Munteanu MGh, Bona FD. Optimized flexural hinge shapes for microsystems and high-precision applications. Mechanism and Machine Theory. 2009;44(10):1826-1839.
- 8- Yong YK, Lu TF. The effect of the accuracies of flexure hinge equations on the output compliances of planar micro-motion stages. Mechanism and Machine Theory. 2008;43(3):347-363.
- 9- Wu Y, Zhou Z. Design calculations for flexure hinges. Review of Scientific Instruments. 2002;73(8):3101.
- 10- Chapra S, Canale R. Numerical methods for engineers. 6th Edition. New York: McGraw-Hill; 2009.

۸- نتیجه‌گیری

مهم‌ترین ویژگی یک مجموعه بالانس، دقت اندازه‌گیری مقادیر نیرو و گشتاور آن است. یکی از منابع اصلی خطای اندازه‌گیری نیرو و گشتاور در مجموعه بالانس، خطای کوپلینگ سازه‌ای است. تاکنون مطالعه‌ای به بررسی عوامل سازه‌ای خطای کوپلینگ نپرداخته است. در این تحقیق یک مکانیزم با لولاهای انعطاف‌پذیر به گونه‌ای طراحی شد تا سهم خطاهای کوپلینگ سازه‌ای حداقل شود. به‌منظور کاهش دادن این نوع خطا، با ترکیب نمودن متوالی ۲ لولای استوانه‌ای شکل، لولای انعطاف‌پذیر مکانیزم به گونه‌ای طراحی شد که نسبت انعطاف‌پذیری جانبی به محوری بیش از ۷۰۰۰ شد. همچنین در چیدمانی ستون‌های مکانیزم، برای کاهش سهم خطاهای کوپلینگ سازه‌ای، از حداقل تعداد ستون‌های لودسل-لولای استفاده شد. در این تحقیق، صحت کلیه روابط تحلیلی استخراج شده، با نتایج حل المان محدود مقایسه و مورد تایید قرار گرفت. با بررسی مقادیر به‌دست آمده از ماتریس خطای کوپلینگ سازه‌ای می‌توان نتیجه گرفت که سهم خطاهای کوپلینگ سازه‌ای لولاهای در مکانیزم طراحی شده بسیار کوچک است. با استخراج ماتریس خطای کوپلینگ تجربی، از این ماتریس برای اندازه‌گیری مقادیر ۶ مولفه نیرو و گشتاور بالانس استفاده شد. نتایج نشان داد که بزرگترین خطاهای اندازه‌گیری مقادیر ۶ مولفه نیرو و گشتاور بالانس، برابر ۱/۶۱٪ است. این در حالی است که مطالعات تجربی نشان می‌دهد برای بالانس‌های نوع بیرونی، بزرگترین خطای اندازه‌گیری برای ۶ مولفه نیرو و گشتاور در حدود ۳٪ است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که در این تحقیق با کاهش سهم خطاهای کوپلینگ سازه‌ای لولاهای، خطاهای اندازه‌گیری مقادیر ۶ مولفه نیرو و گشتاور بالانس کاهش یافته‌اند.

تشکر و قدردانی: نویسندگان این مقاله از کارشناسان آزمایشگاه اندازه‌گیری و کنترل دانشکده مهندسی مکانیک، به دلیل همکاری‌های انجام شده، کمال تشکر را دارند.

تأییدیه اخلاقی: نتایج این مقاله حاصل پژوهش نویسندگان بوده و تاکنون در هیچ نشریه یا مجموعه مقالات کنفرانس دیگری منتشر نشده است.

تعارض منافع: مقاله حاضر، تعارض منافی با هیچ شخصیت حقیقی و حقوقی ندارد.

سهم نویسندگان: علیرضا مختاری (نویسنده اول)، نگارنده