



Predicting Tearing Force for Square Cup Deep Drawing Process by Dimensionless Analysis of the Effective Geometric Parameters

ARTICLE INFO

Article Type

Original Research

Authors

Haji Ahmadi S.¹ MSc,
Elyasi M.*¹ PhD,
Shakeri M.¹ PhD

How to cite this article

Haji Ahmadi S, Elyasi M, Shakeri M. A Predicting Tearing Force for Square Cup Deep Drawing Process by Dimensionless Analysis of the Effective Geometric Parameters. Modares Mechanical Engineering. 2019;19(10): 2419-2430.

ABSTRACT

In this research, a dimensionless model was developed based on the geometric parameters for the deep drawing process to reduce the manufacturing cost of square cup deep drawing in the large scales. In the following, a series of groups were found for dimensionless ratios based on the geometric parameters of the square cup by Π -Buckingham dimensional analysis method in the two states of circular and square sheets. In order to find the best group of dimensionless geometric parameters, three scales of cups were numerically evaluated by commercial finite elements software. The results were validated by an experimental test. After analyzing all the effective geometric parameters, a fittest dimensionless equation was obtained. The st12 metal sheet was used for experimental validation in the room temperature. Moreover, the results and tearing force as target parameter were compared in simulation states, experimental tests and the proposed dimensionless model based on Π -Buckingham theory. By comparing the results in the two states of the circular and square sheets, it can be concluded that the geometric characteristics of the main scale sample can be predicted by a sample in a small size through the proposed dimensionless model. Comparison of the results of the dimensionless model and experiments show that the proposed model has high accuracy in predicting the tearing force and geometric parameters in the square cup deep drawing process.

Keywords Dimensional Analysis; Geometrical Parameters; Π -Buckingham Theory; Square Cups; Deep Drawin

¹Manufacturing Department, Mechanical Engineering Faculty, Babol Noshirvani University of Technology, Shariati Avenue, Babol, Mazandaran, Iran

*Correspondence

Address: Babol Noshirvani University of Technology, Shariati Avenue, Babol, Mazandaran, Iran
Phone: +98 (11) 32332071-4
Fax: +98 (11) 32332071-4
elyasi@nit.ac.ir

Article History

Received: December 15, 2018
Accepted: February 23, 2019
ePublished: October 22, 2019

CITATION LINKS

[1] Development of similarity-based scaling criteria for creep age forming of large/extra-large panels [2] Scaling of metal forming processes [3] Similitudes for the structural response of flexural plates [4] Ways and limits of the theory of similarity in application to problems of physics and metal forming [5] On physically similar systems; illustrations of the use of dimensional equations [6] Scaled metal forming experiments: A transport equation approach [7] A dimensional analysis method for improved load-unload response ratio [8] Die forging stress determination: A dimensional analysis approach [9] The effect of deformation speed on frictional behavior by tip test [10] Experimental investigation and dimensionless analysis of forming of rectangular plates subjected to hydrodynamic loading [11] Empirical modelling for prediction of large deformation of clamped circular plates in gas detonation forming process [12] Dimensional analysis of PZT-5H transducers [13] A generalized dimensionless model for deep bed drying of paddy [14] Cavity growth during superplastic flow in an Al-Mg alloy: I [15] Analysis of the allowable deep drawing height of rectangular steel parts [16] Methodology for evaluating effects of material characteristics on machinability—theory and statistics-based modelling applied on Alloy 718

پیش‌بینی نیروی پارگی برای فرآیند کشش عمیق فنجانی مقطع مربعی با تحلیل بی‌بعد پارامترهای هندسی تاثیرگذار

سعید حاجی‌احمدی MSc

گروه ساخت و تولید، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی نوشیروانی
بابل، بابل، ایران

مجید الیاسی * PhD

گروه ساخت و تولید، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی نوشیروانی
بابل، بابل، ایران

محسن شاکری PhD

گروه ساخت و تولید، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی نوشیروانی
بابل، بابل، ایران

چکیده

در این پژوهش، به منظور کاهش هزینه تولید در فرآیند کشش عمیق فنجان‌های مربعی در مقیاس بزرگ، یک مدل بدون بعد براساس پارامترهای هندسی برای این فرآیند توسعه داده شد. در تحقیق پیش رو، پارامترهای هندسی در فرآیند کشش عمیق فنجان مربعی در حالت بدون بعد به وسیله روش تحلیل ابعادی پی-باکینگهام (Pi-Buckingham) در دو حالت ورق دایره‌ای و ورق مربعی بررسی شد و سپس یک سری از نسبت‌های بدون بعد یافت شد. به منظور یافتن بهترین گروه بی‌بعد از پارامترهای هندسی، سه مقیاس از فنجان‌ها به صورت عددی توسط نرم‌افزار تجاری اجزا محدود ارزیابی شد که در ادامه به وسیله آزمایش تجربی صحت‌سنجی شدند. پس از تحلیل همه پارامترهای هندسی تاثیرگذار، مناسب‌ترین معادله بی‌بعد به دست آمد. ورق فولادی ST12 در ضخامت‌های مختلف که برای صحت‌سنجی تجربی در دمای محیط انجام شد، مورد استفاده قرار گرفت. علاوه بر این، نتایج و پارامتر هدف در حالت‌های شبیه‌سازی، آزمایش‌های تجربی و مدل بی‌بعد به دست آمده براساس تئوری پی-باکینگهام، مقایسه شدند. با مقایسه نتایج در هر دو حالت ورق دایره‌ای و مربعی، می‌توان نتیجه گرفت که با استفاده از مدل‌های بی‌بعد پیشنهادی، مشخصات هندسی نمونه مقیاس اصلی می‌تواند به وسیله یک نمونه در ابعاد کوچکتر، پیش‌بینی شود. مقایسه نتایج مدل‌های بی‌بعد و آزمایش‌های تجربی، نشان دهنده دقت بالای مدل‌های پیشنهادی در پیش‌بینی نیروی کشش و پارامترهای هندسی در فرآیند کشش عمیق فنجان مربعی است.

کلیدواژه‌ها: تحلیل ابعادی، پارامترهای هندسی، تئوری پی-باکینگهام، کشش عمیق فنجان مربعی

تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۹/۲۴

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۱۲/۴

* نویسنده مسئول: elyasi@nit.ac.ir

۱- مقدمه

به دلیل هزینه‌های بالای ساخت قالب و تجهیزات مورد نیاز در فرآیند کشش عمیق و همین‌طور زمانبر بودن فرآیند شبیه‌سازی با استفاده از روش اجزا محدود و وابستگی این روش به داده‌های تجربی و صحت‌سنجی، دستیابی به عملکرد بهینه اجزا مورد نیاز پیچیده بوده و نیازمند صرف زمان و هزینه در اثر تغییر ابعاد می‌باشد. بدین منظور کاربرد تحلیل ابعادی و تئوری شباهت به عنوان روشی مناسب برای مطالعات تئوری و تجربی که شامل پارامترهای زیاد یا ناشناخته می‌باشند، مطلوب به نظر می‌رسد. تعمیم نتایج آزمایش با استفاده از تغییر مقیاس چالش جدیدی نبوده و به طور گسترده‌ای در کاربردهای سیالاتی و دینامیکی با در نظر گرفتن اهمیت تحلیل عددی، استفاده شده است [1, 2].

تحلیل ابعادی نقش مهمی را در انجام آزمایش‌ها در مقیاس‌های مختلف ایفا می‌کند ولی با در نظر گرفتن تعدادی ویژگی‌های قابل تشخیص، محدودیت‌هایی برای آن وجود دارد [3]. سادگی روش،

عدم نیاز به فهم معادلات پایه فرآیند، تشخیص معادله بدون بعد فرآیند، پیش‌بینی رفتار فرآیند در ابعاد مختلف، از مهمترین ویژگی‌های این تحلیل می‌باشد. وابستگی تئوری به پیچیدگی مساله و عدم وجود یک قاعده قطعی برای ترکیب اعداد شباهت با معادلات ریاضی مرتبط، از مهمترین محدودیت‌های تحلیل ابعادی می‌باشد [4]. یک تئوری کلیدی که به طور گسترده‌ای در تحلیل ابعادی استفاده می‌شود، تئوری پی-باکینگهام می‌باشد [5].

اگرچه تحقیقات و کتاب‌های زیادی پیرامون تحلیل ابعادی وجود دارد، ولی تعداد بسیار کمی از آنها زمینه شکل‌دهی فلزات را پوشش می‌دهند و همچنین مقالاتی که در هر دو زمینه تحلیل ابعادی و شکل‌دهی فلزات باشند نیز بسیار محدود است [6, 7]. پاولسکی یکی از معدود مثال‌های کاربردی تحلیل ابعادی را در شکل‌دهی فلز نشان داد. او در پژوهش خود از تئوری باکینگهام به منظور توصیف اثر روانکارها در شکل‌دهی غلتکی سرد، استفاده کرد [2]. به طور مشابه، ناورت و همکاران نشان دادند که استفاده از تحلیل ابعادی و تئوری باکینگهام می‌تواند نیروی فشار مورد نیاز برای آهنگری قالب باز را با درصد خطای کمتر از ۱۵ درصد پیش‌بینی کند. اگرچه آنالیز انجام شده با تحلیل ابعادی در پیش‌بینی نیروی فشار بسیار مفید بوده ولی مشخص شد که پارامتر ضریب اصطکاک و پیچیدگی هندسه می‌تواند در روند استخراج اطلاعات محدودیت ایجاد کنند [8]. با توجه به پیچیدگی تشخیص و پیش‌بینی اصطکاک و تاثیر آن و به منظور تعیین رفتار اصطکاک در آهنگری سرد، جونگ و ایم با استفاده از تحلیل ابعادی و تئوری باکینگهام به مطالعه آن پرداختند. آنها دریافتند که معادله خطی اصطکاک به دست آمده از تحلیل ابعادی با دقت خوبی رفتار اصطکاک را پیش‌بینی کرده و نتایج حاصل از آزمایش‌های تجربی را تایید می‌کند [9]. بابایی و همکاران در پژوهشی به بررسی شکل‌دهی صفحات مستطیلی تحت بارگذاری هیدرودینامیکی با استفاده از تحلیل بی‌بعد و آزمایش‌های تجربی پرداختند. مدل‌سازی بی‌بعد با استفاده از روش تجزیه مقدار منفرد (Singular Value Decomposition) نشان داد که نتایج به دست آمده توسط مدل ریاضی پیشنهادی به مقادیر متناظر در آزمایش‌های تجربی نزدیک است. همچنین این نکته ذکر شد که خواص جنس ماده و ضخامت صفحه برای ایجاد تغییر شکل مهم می‌باشد [10]. در پژوهشی دیگر بابایی و همکاران، شکل‌دهی سریع صفحات گرد را با توجه به انفجار مخزن گاز بررسی کردند. آنها به وسیله مدل بی‌بعد پیشنهادی بر اساس اعداد بی‌بعد برای کرنش‌های بزرگ که با استفاده از روش تجزیه مقدار منفرد استخراج شد، نشان دادند که نتایج مقایسه روابط تجربی و مدل‌های تحلیلی به دست آمده دارای مقدار خطای کمی می‌باشند [11]. همان‌طور که در مرور مقالات بیان شد، تاکنون تحقیقات بسیار کمی در زمینه تحلیل ابعادی و پارامترهای بی‌بعد در شکل‌دهی فلزات انجام شده است. اگرچه معدود مطالعات انجام گرفته در زمینه شکل‌دهی برای فرآیند آهنگری و شکل‌دهی غلتکی انجام شده است ولی تاکنون پژوهشی در مورد تحلیل ابعادی و تعیین پارامترها و معادلات بی‌بعد در زمینه کشش عمیق انجام نشده است. در این پژوهش، سعی شده است تا با استفاده از تئوری پی-باکینگهام و قانون شباهت و با در نظر گرفتن پارامترهای هندسی تاثیرگذار و تشکیل گروه‌های بی‌بعد، گروه‌های ابعادی هندسی فرآیند کشش عمیق فنجان مربعی برای ورق دایره‌ای و مربعی، در مقیاس‌های مختلف آزمایش و بهترین معادله بی‌بعد شناسایی شود. همچنین صحت معادله بی‌بعد به دست آمده با استفاده از نتایج تجربی بررسی و پیش‌بینی نیروی کشش ارائه شد.

همچنین در مورد جنس قطعه باید سعی شود که دقیقاً همان ماده با خصوصیات مکانیکی و حرارتی کاملاً یکسان برای نمونه آزمایش در نظر گرفته شود. از طرفی دیگر به منظور بررسی پارگی یا عدم پارگی در نمونه اصلی، تمامی پارامترهای تاثیرگذار در شکست یا آسیب ماده باید یکسان در نظر گرفته شوند^[13, 14]. برای یافتن گروه‌های بی‌بعد ابتدا باید تمام متغیرهای تاثیرگذار روی جسم مورد بررسی نوشته شده و ابعاد هر یک مشخص گردد. سپس تعداد کمیت‌های تکرار شونده مشخص شده و تعداد گروه‌های بی‌بعد از رابطه ۳ به دست می‌آید.

$$P = n - k \quad (3)$$

که p تعداد گروه‌های بی‌بعد، n تعداد کل متغیرهای مستقل و وابسته، k تعداد متغیرهای تکرار شونده و ابعاد بزرگترین ماتریسی است که دترمینان آن صفر نشود. با توجه به این که از پارامتر نیرو به عنوان خروجی استفاده شده ابتدا فاکتورهای هندسی تاثیرگذار بر نیروی ماکزیمم کشش مشخص شده و سپس با استفاده از رابطه ۳ تعداد گروه‌های بی‌بعد قابل شناسایی، به وسیله تئوری پی- باکینگهام مشخص می‌گردد. در نهایت ارتباط میان نیروی کشش و فاکتورهای تاثیرگذار برای بلنک دایره‌ای و مربعی به ترتیب به صورت رابطه ۴ و ۵ نوشته شده است.

$$F = f(D_e, d_e, t, R, r, S, \mu) \quad (4)$$

$$F = f(A, B, t, R, r, S, \mu) \quad (5)$$

که F نیروی کشش قبل از پارگی، D_e قطر معادل ورق گرد، d_e قطر معادل پانچ، A طول ضلع ورق مربعی، B طول ضلع پانچ مربعی، t ضخامت ورق، R شعاع لبه ماتریس، r شعاع لبه سنبه، S استحکام کششی جنس ورق و μ ضریب اصطکاک می‌باشد. تعداد متغیرهای مستقل و وابسته $n=8$ و تعداد ابعاد اصلی $k=3$ می‌باشد که تعداد ۵ گروه بی‌بعد را تشکیل می‌دهد. با توجه به اینکه صفر نشدن دترمینان ماتریس ابعادی از الزامات تشکیل گروه‌های بی‌بعد می‌باشد و با در نظر گرفتن سه ابعاد اصلی، این دترمینان صفر می‌شود، در نتیجه $k=2$ و از دو بعد اصلی جرم و طول استفاده شد^[1]. دلیل این امر این است که با صفر نشدن دترمینان چند بردار در فضا، آن بردارها مستقل خطی بوده و می‌توانند پایه‌ای برای توصیف بردارهای دیگر باشند. همچنین در انتخاب متغیرهای تکرار شونده باید از انتخاب متغیر خروجی (پاسخ مساله)، متغیرهایی که از ترکیب آن‌ها به تنهایی یک گروه بی‌بعد تشکیل شود، و همچنین پارامترهای بی‌بعد به دلیل اینکه به تنهایی یک گروه بی‌بعد را تشکیل می‌دهند، خودداری کرد^[1]. در نتیجه با توجه به شکل ۱ با در نظر گرفتن صفر شدن دترمینان ماتریس سه‌بعدی و از ماتریس دوبعدی استفاده شد. همچنین همان‌طور که در شکل ۱ مشاهده می‌شود از آنجایی که وجود بعد زمان در انتخاب متغیرهای تکرار شونده باعث صفر شدن دترمینان می‌شود از دو بعد جرم و طول در انتخاب متغیرهای تکرار شونده استفاده شد. مطابق جدول ۱، پس از تشکیل ماتریس ابعادی برای روابط ۴ و ۵ و با توجه به تعداد پارامترهای مستقل و وابسته، مشخص می‌شود که تعداد شش گروه بی‌بعد قابل شناسایی می‌باشد. مقادیر D_e ، A ، d_e ، B با استفاده از روابط ۶ و ۷ به دست آمده است^[15].

$$D_e = \frac{2A}{\sqrt{\pi}} \quad (6)$$

$$d_e = \frac{2B}{\sqrt{\pi}} \quad (7)$$

با توجه به اینکه ضریب اصطکاک به تنهایی فاکتور بی‌بعد می‌باشد،

ارتباط میان مجموعه‌ای از متغیرهای فیزیکی می‌تواند به عنوان ارتباطی میان مجموعه‌ای از گروه‌های بی‌بعد مستقل که از تشکیل متغیرهای مناسب به دست آمده‌اند، بیان شود. تعداد گروه‌های بی‌بعد مورد نیاز که برای مشخص کردن رابطه نیاز می‌باشد، تفاضل تعداد متغیرهای n و تعداد ابعاد متغیرها است. این گروه‌های بی‌بعد اغلب به عنوان گروه‌های پی، نام برده می‌شوند. روش پی- باکینگهام بیان می‌کند که اگر در پدیده‌ای n متغیر بی‌بعد وجود داشته باشد که بتوانند با m بعد توصیف شوند، در صورت برقراری همگنی ابعادی، ارتباط میان n کمیت می‌تواند دقیقاً به صورت $n-m$ گروه بی‌بعد و مستقل π بیان شود. به عبارت دیگر، اگر هر متغیر h_i به متغیرهای مستقل $h_1, h_2, h_3, \dots, h_n$ وابسته باشد، رابطه تابعی ممکن است به صورت $h_i = (h_1, h_2, h_3, \dots, h_n)$ بیان شود که می‌تواند با در نظر گرفتن ثابت بی‌بعد K به رابطه $f(h_1, h_2, h_3, \dots, h_n) = K$ تبدیل شود^[5]. مطابق تئوری پی- باکینگهام، یک معادله بی‌بعد می‌تواند به صورت معادله ۱ به دست آید.

$$f_2(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \dots, \pi_{n-m}) = K_1 \quad (1)$$

در معادله (۱) هر کدام از پارامترهای π_n بی‌بعد می‌باشد. معادله کلی نهایی برای هر یک از پارامترهای بی‌بعد برای یک پدیده می‌تواند به عنوان تابعی از دیگر پارامترهای بی‌بعد بیان شود که در معادله ۲ نشان داده شده است^[12].

$$\pi_1 = f_1(\pi_2, \pi_3, \dots, \pi_{n-m}) \quad (2-الف)$$

$$\pi_2 = f_2(\pi_1, \pi_3, \dots, \pi_{n-m}) \quad (2-ب)$$

۳- استخراج پارامترهای بی‌بعد فرآیند کشش عمیق فنجانی مربعی بر اساس تئوری پی- باکینگهام

یکی از پرکاربردترین و دقیق‌ترین ابزارهای لازم برای کاهش تعداد متغیرهای ابعادی و دستیابی به گروه‌های بدون بعد، تئوری پی- باکینگهام می‌باشد. اساس این تئوری بر پایه ایجاد گروه‌های بی‌بعد با در نظر گرفتن قانون شباهت و اصل همگنی ابعادی پس از مشخص کردن پارامترهای تاثیرگذار (متغیرهای مستقل) بر خروجی (متغیر وابسته) مساله، می‌باشد^[1, 12]. در بی‌بعدسازی فرآیند کشش عمیق برای قطعات مربعی شکل، تمامی پارامترهای هندسی شامل ابعاد بلنک، ابعاد پانچ، شعاع لبه سنبه و ماتریس، عمق کشیدگی، ضخامت ورق و لقی بین سنبه و ماتریس، باید در نظر گرفته شوند. همچنین فشار ورق گیر، دمای فرآیند، خصوصیات ماده، نرخ کرنش، موارد دیگری مانند جنس و ابعاد قالب از جمله پارامترهای تاثیرگذار در کیفیت انجام فرآیند یا خصوصیات قطعه نهایی تاثیرگذار می‌باشند که به منظور کاهش زمان و هزینه، این پارامترهای هندسی باید لزوماً تغییر کنند. مطابق قانون شباهت و به منظور تغییر مقیاس نمونه آزمایشگاهی و بررسی یک پارامتر در تغییر مقیاس و همچنین، برای دستیابی به نتایج قابل مقایسه و بررسی مشخصات و خصوصیات قطعه نهایی، کلیه ابعاد هندسی نیازمند تغییر مشابه هندسی در مقیاس‌های دیگر می‌باشند^[5].

هدف کلی از پژوهش حاضر، چگونگی تغییر ابعاد هندسی نمونه‌های آزمایشگاهی به منظور پیش‌بینی کیفیت انجام فرآیند اصلی و محصول مرتبط با آن می‌باشد. پارامترهای ابعادی هندسی شامل پارامترهای اولیه و پارامترهایی هستند که پس از فرآیند به دست می‌آیند. پارامترهای هندسی اولیه دربرگیرنده ابعاد ورق اولیه و قالب می‌باشد که شامل شعاع لبه سنبه و ماتریس، ابعاد ورق اولیه، ابعاد پانچ و ضخامت ورق هستند.

پس یک گروه بی‌بعد را ضریب اصطکاک تشکیل می‌دهد که در رابطه ۸ نشان داده شده است.

$$\pi_6 = \mu \quad (8)$$

از آنجایی که پارامترهای D_e , t , R , r , A و B دارای بعد یکسانی می‌باشند، برای هر کدام از ۵ گروه باقی‌مانده ۵ گزینه به وجود می‌آید که در جدول ۲ نشان داده شده است.

مطابق رابطه ۹، در مرحله اول عدد π_1 بر حسب متغیرهای ورودی و خروجی نوشته می‌شود که a و b ثابت‌های نمایی هستند.

$$\pi_1 = F \cdot D_e^a \cdot S^b \quad (9)$$

در مرحله دوم معادله عدد π_1 بر حسب ابعاد اصلی نوشته می‌شود که در رابطه ۱۰ نشان داده شده است.

$$\pi_1 = (MLT^{-2})(L^a)(ML^{-1}T^{-2})^b \quad (10)$$

در مرحله سوم با توجه به بی‌بعد بودن عدد π_1 ، رابطه ۱۱ به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$(MLT^{-2})(L^a)(ML^{-1}T^{-2})^b = M^0L^0T^0 \quad (11)$$

در مرحله بعدی مطابق رابطه ۱۲ معادله تساوی ابعادی نوشته می‌شود.

$$1 + b = 0 \quad (12-الف)$$

$$1 + a - b = 0 \quad (12-ب)$$

$$-2 - 2b = 0 \quad (12-ج)$$

و در نهایت با استفاده از رابطه ۱۳ عدد بی‌بعد π_1 که شامل نیروی پارگی است، به دست می‌آید.

$$\pi_1 = \frac{F}{(D^2 \cdot S)} \quad (13)$$

با توجه به اینکه فقط عدد بی‌بعد π_1 شامل متغیر خروجی نیروی پارگی می‌باشد، می‌توان عدد بی‌بعد π_1 را به صورت معادله ۱۴ نوشت.

$$\pi_1 = f(\pi_2, \pi_3, \pi_4, \pi_5, \pi_6) \quad (14)$$

۴- مدل‌سازی و شبیه‌سازی فرآیند کشش عمیق مقطع مربعی

در این بخش، به منظور تشخیص نیروی کشش، فرآیند کشش عمیق برای ورق فولاد کربنی St1۲ با استاندارد DIN۱.۰۳۷۴ به وسیله یک مدل سه‌بعدی شبیه‌سازی شد. برای شبیه‌سازی از نرم‌افزار آباکوس و از روش حل صریح (Explicit) استفاده شد. ورق به صورت مدل شکل‌پذیر با المان پوسته‌ای چهار گره و سایر اجزا به صورت پوسته صلب تحلیلی در نظر گرفته شد. با اعمال شرایط مرزی، کلیه حرکت‌های ماتریس و ورق‌گیر محدود شدند و لبه انتهایی ورق نیز کاملاً ثابت در نظر گرفته شد. همچنین مقدار ۴۰ درصد کاهش ضخامت به عنوان معیار پارگی در نظر گرفته شد و ارتفاع کشیدگی ورق در آن لحظه استخراج شد. لازم به ذکر است که میزان لقی بین سنبه و ماتریس ۱۰ درصد ضخامت ورق در نظر گرفته شد و پارامتر ضریب اصطکاک برای همه حالت‌ها یکسان فرض شد. جدول ۳ نیروی کشش در لحظه قبل از پارگی را برای ورق دایره‌ای و ورق مربعی نشان می‌دهد.

جدول ۱) ماتریس ابعادی برای پارامترهای مستقل و وابسته برای نیروی پارگی کشش

بعد	نیرو (F)	قطر معادل ورق (ضلع ورق) $D_e(A)$	قطر معادل ورق (ضلع ورق) $d_e(B)$	ضخامت (t)	شعاع لبه سنبه (R)	شعاع لبه ماتریس (r)	استحکام کششی ورق (S)	μ
جرم (M)	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰
طول (L)	۱	۱	۱	۱	۱	۱	-۱	۰
زمان (T)	-۲	۰	۰	۰	۰	۰	-۲	۰

جدول ۲) گروه‌های بی‌بعد تشکیل شده با استفاده از تئوری پی-باکینگهام

گروه ۱	$\pi_1 = \frac{F}{D_e \cdot S}$	$\pi_2 = \frac{t}{D_e}$	$\pi_3 = \frac{d_e}{D_e}$	$\pi_4 = \frac{R}{D_e}$	$\pi_5 = \frac{r}{D_e}$	$\frac{F}{D_e \cdot S} = f(\frac{t}{D_e}, \frac{d_e}{D_e}, \frac{R}{D_e}, \frac{r}{D_e}, \mu)$
گروه ۲	$\pi_1 = \frac{F}{d_e \cdot S}$	$\pi_2 = \frac{t}{d_e}$	$\pi_3 = \frac{D_e}{d_e}$	$\pi_4 = \frac{R}{d_e}$	$\pi_5 = \frac{r}{d_e}$	$\frac{F}{d_e \cdot S} = f(\frac{t}{d_e}, \frac{D_e}{d_e}, \frac{R}{d_e}, \frac{r}{d_e}, \mu)$
گروه ۳	$\pi_1 = \frac{F}{t \cdot S}$	$\pi_2 = \frac{D_e}{t}$	$\pi_3 = \frac{d_e}{t}$	$\pi_4 = \frac{R}{t}$	$\pi_5 = \frac{r}{t}$	$\frac{F}{t \cdot S} = f(\frac{D_e}{t}, \frac{d_e}{t}, \frac{R}{t}, \frac{r}{t}, \mu)$
گروه ۴	$\pi_1 = \frac{F}{R \cdot S}$	$\pi_2 = \frac{t}{R}$	$\pi_3 = \frac{d_e}{R}$	$\pi_4 = \frac{D_e}{R}$	$\pi_5 = \frac{r}{R}$	$\frac{F}{R \cdot S} = f(\frac{t}{R}, \frac{d_e}{R}, \frac{D_e}{R}, \frac{r}{R}, \mu)$
گروه ۵	$\pi_1 = \frac{F}{r \cdot S}$	$\pi_2 = \frac{t}{r}$	$\pi_3 = \frac{d_e}{r}$	$\pi_4 = \frac{R}{r}$	$\pi_5 = \frac{D_e}{r}$	$\frac{F}{r \cdot S} = f(\frac{t}{r}, \frac{d_e}{r}, \frac{D_e}{r}, \frac{R}{r}, \mu)$

جدول ۳) پارامترهای ورودی و خروجی حاصل از شبیه‌سازی برای بلنک دایره‌ای و مربعی

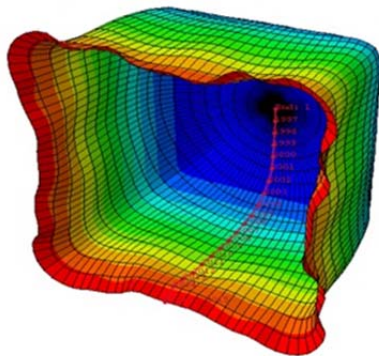
بلنک دایره‌ای		پارامترهای مشترک					بلنک مربعی	
قطر معادل پانچ d_e (mm)	قطر معادل ورق D_e (mm)	نیرو (kN)	ضخامت ورق T (mm)	شعاع لبه سنبه R (mm)	شعاع لبه ماتریس μ	ضلع ورق A (mm)	ضلع مقطع پانچ B (mm)	نیرو (kN)
۴۵	۹۰	۴/۶۱	۰/۱	۸	۰/۲	۸۰	۴۰	۴/۱۵
۱۳۵	۲۷۰	۳۹/۰۳	۰/۳	۲۴	۰/۰۳	۲۴۰	۱۲۰	۳۵/۱۳
۲۲۵	۴۵۰	۱۹۹/۷	۰/۵	۴۰	۰/۰۳	۴۰۰	۲۰۰	۱۷۹/۷۳
۴۵	۹۰	۴/۶۹	۰/۱	۸	۰/۱۵	۸۰	۴۰	۴/۲۲
۱۳۵	۲۷۰	۳۷/۳۶	۰/۳	۲۴	۰/۰۶	۲۴۰	۱۲۰	۳۳/۶۲
۲۲۵	۴۵۰	۲۲۵/۳	۰/۵	۴۰	۰/۰۶	۴۰۰	۲۰۰	۲۰۲/۷۷
۴۵	۹۰	۴/۶۹	۰/۱	۸	۰/۱	۸۰	۴۰	۴/۲۲
۱۳۵	۲۷۰	۳۷/۶۶	۰/۳	۲۴	۰/۱	۲۴۰	۱۲۰	۳۳/۹
۲۲۵	۴۵۰	۱۴۲/۸	۰/۵	۴۰	۰/۱	۴۰۰	۲۰۰	۱۲۸/۵۲
۴۴	۷۹	۸/۵	۰/۲	۷	۰/۳	۷۰	۳۹	۷/۶۵
۲۹/۵	۵۳	۳/۱۵	۰/۱۳	۴/۷	۰/۰۳	۳۳/۵	۲۶	۲/۸۴

بلنک دایره‌ای			پارامترهای مشترک				بلنک مربعی		
قطر معادل پانچ	قطر معادل ورق	نیرو	ضخامت ورق	شعاع لبه سنبه	شعاع لبه ماتریس ضریب اصطکاک	ضلع ورق	ضلع مقطع پانچ	نیرو	
d_e (mm)	D_e (mm)	(kN)	T (mm)	R (mm)	R (mm)	μ	B (mm)	(kN)	
۱۹/۶	۳۵/۳	۱/۴۸	۰/۰۹	۳/۱۳	۳/۵۵	۰/۰۳	۱۷/۳۳	۱/۳۳	
۴۴	۷۹	۹/۲۱	۰/۲	۷	۸	۰/۲۵	۳۹	۸/۳	
۲۹/۵	۵۳	۳/۲۵	۰/۱۳	۴/۷	۳۳/۵	۰/۰۶	۲۶	۲/۹۲	
۱۹/۶	۳۵/۳	۱/۵۴	۰/۰۹	۳/۱۳	۳/۵۵	۰/۰۶	۱۷/۳۳	۱/۳۹	
۴۴	۷۹	۹/۴۷	۰/۲	۷	۸	۰/۲	۳۹	۸/۵۳	
۲۹/۵	۵۳	۳/۳۹	۰/۱۳	۴/۷	۳۳/۵	۰/۱	۲۶	۳/۰۵	
۱۹/۶	۳۵/۳	۱/۵۹	۰/۰۹	۳/۱۳	۳/۵۵	۰/۱	۱۷/۳۳	۱/۴۳	
۶۶/۵	۱۱۳	۳۳/۶۶	۰/۵	۱۰	۱۱	۰/۱۵	۵۹	۳۰/۳	
۲۶/۶	۴۵/۲	۵/۶۶	۰/۲	۴	۴/۴	۰/۱۵	۲۳/۶	۵/۱	
۱۳/۳	۲۲/۶	۱/۴۵	۰/۱	۲	۲/۲	۰/۱۵	۱۱/۸	۱/۳	
۶۶/۵	۱۱۳	۳۳/۷۴	۰/۵	۱۰	۱۱	۰/۲	۵۹	۳۰/۳۷	
۲۶/۶	۴۵/۲	۵/۳۳	۰/۲	۴	۴/۴	۰/۲	۲۳/۶	۴/۸	
۱۳/۳	۲۲/۶	۱/۳۶	۰/۱	۲	۲/۲	۰/۲	۱۱/۸	۱/۲۲	
۶۶/۵	۱۱۳	۳۰/۸۶	۰/۵	۱۰	۱۱	۰/۳	۵۹	۲۷/۷۷	
۲۶/۶	۴۵/۲	۵/۰۵	۰/۲	۴	۴/۴	۰/۳	۲۳/۶	۴/۵۵	
۱۳/۳	۲۲/۶	۱/۲۷	۰/۱	۲	۲/۲	۰/۳	۱۱/۸	۱/۱۵	

در ادامه، نمودار ۱- ج ارتباط دو عدد بی‌بعد ضریب اصطکاک و نسبت نیروی کشش نهایی قبل از پارگی به ضخامت ورق اولیه را برای مقیاس‌های مختلف نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش ضریب اصطکاک در مقیاس‌های مختلف، نسبت بی‌بعد نیروی کشش قبل از پارگی به ضخامت ورق اولیه افزایش می‌یابد.

تحلیل اولیه از این مقایسه‌ها نشان می‌دهد که مشخص شدن ضریب اصطکاک در یک مقیاس با استفاده از نسبت مساحت‌ها می‌تواند در تعیین مقادیر $\frac{F}{t}$ و $\frac{h}{t}$ در آن مقیاس و یا از مقیاسی به مقیاسی دیگر موثر باشد. به عبارت دیگر می‌توان گفت با داشتن ابعاد قطعه هدف در یک مقیاس و به دست آوردن نسبت مساحت‌ها می‌توان مقدار ضریب اصطکاک، مقدار ضخامت ورق اولیه یا ارتفاع کشیدگی نهایی و مقدار نیروی نهایی کشش قبل از پارگی را در آن مقیاس و یا از یک مقیاس به مقیاس دیگر تخمین زد.

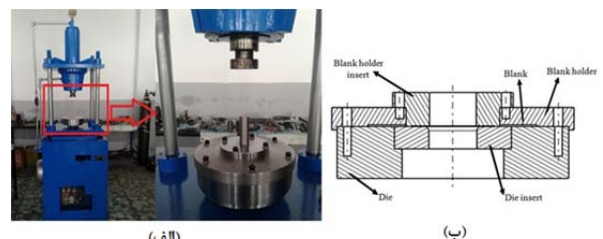
با توجه به اینکه صحت‌سنجی نتایج حاصل از شبیه‌سازی و تعیین ضریب اصطکاک موثر در آزمایش‌های تجربی، از ملزومات بررسی معتبر تحلیل بی‌بعد می‌باشد، لذا بررسی توزیع ضخامت ورق کشیده شده در آزمایش‌های تجربی و در شبیه‌سازی فرآیند انجام شد. همان‌طور که در شکل ۳ نشان داده شده است، ضخامت ورق کشیده شده در دو مسیر طولی و قطری اندازه‌گیری شد و مقادیر ضخامت‌ها با در نظر گرفتن فاصله آن‌ها تا مرکز ورق، استخراج شد.



شکل ۲) تغییر شکل نهایی ورق قبل از پارگی

۵- مطالعه آزمایشگاهی

به منظور بررسی صحت نتایج حاصل از شبیه‌سازی و تئوری پی-باکینگهام، مجموعه قالب کشش عمیق طراحی و ساخته شد. در ادامه تست‌های تجربی با استفاده از پرس ۲۵ تن موجود در آزمایشگاه، مطابق شکل ۱ پیاده‌سازی و مقدار فشار شکل‌دهی با استفاده از لودسل با ظرفیت اسمی ۳۳ تن مشخص شد. برای اطمینان از مقدار خروجی به دست آمده، هر آزمایش سه بار تکرار شد.



شکل ۱) مجموعه آزمایشگاهی برای انجام آزمایش‌های تجربی؛ الف) ماشین پرس، ب) شماتیک قالب کشش عمیق ساخته شده

۶- نتایج و بحث

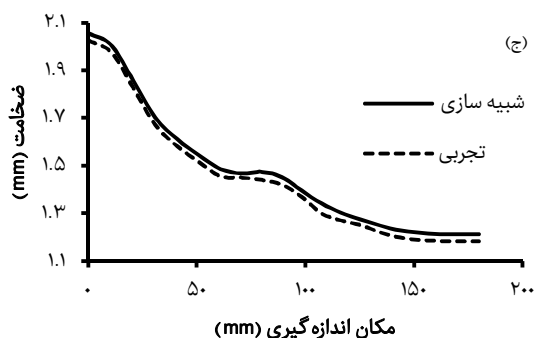
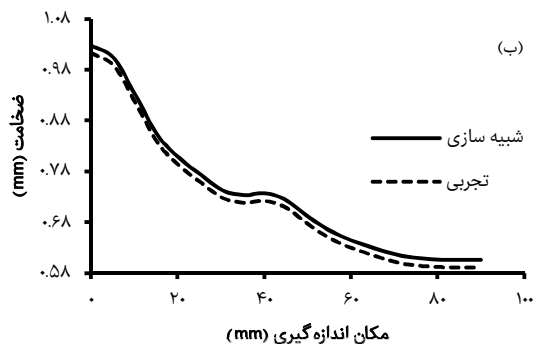
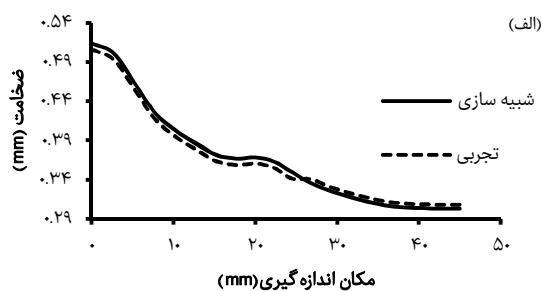
۶-۱- شبیه‌سازی

شکل ۲ تغییر شکل ورق در ارتفاع نهایی کشیدگی قبل از پارگی را نشان می‌دهد. به منظور مقایسه این سه مقیاس برای پیش‌بینی نیرو و فاکتورهای هندسی موثر بر فرآیند کشش عمیق مقطع مربعی و همچنین پیش‌بینی این فاکتورها از یک مقیاس به مقیاس دیگر، ارتباط میان نسبت ارتفاع کشیدگی در لحظه قبل از پارگی به ضخامت ورق اولیه، نسبت نیروی کشش قبل از پارگی به ضخامت ورق اولیه و همچنین نسبت مساحت نهایی ورق در لحظه قبل از پارگی به مساحت اولیه با در نظر گرفتن ضریب اصطکاک، در نمودار ۱ نشان داده شد. همان‌طور که در نمودار ۱- الف مشاهده می‌شود، با افزایش ضریب اصطکاک، مساحت نهایی ورق در لحظه قبل از پارگی به مساحت اولیه کاهش می‌یابد. همچنین با توجه به نمودار ۱- ب مشخص می‌شود که با افزایش ضریب اصطکاک، نسبت ارتفاع کشیدگی در لحظه قبل از پارگی به ضخامت ورق اولیه کاهش می‌یابد.

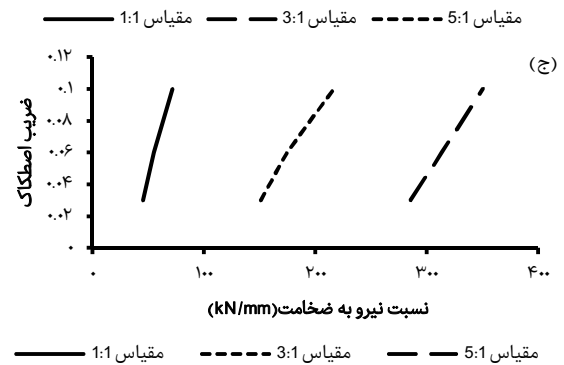
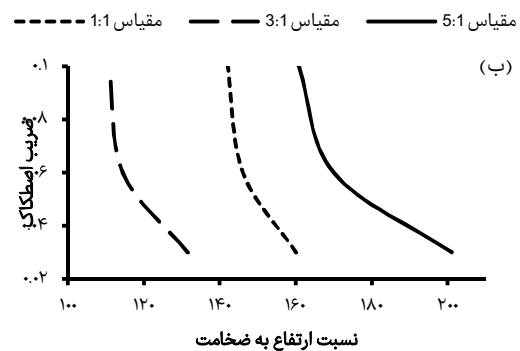
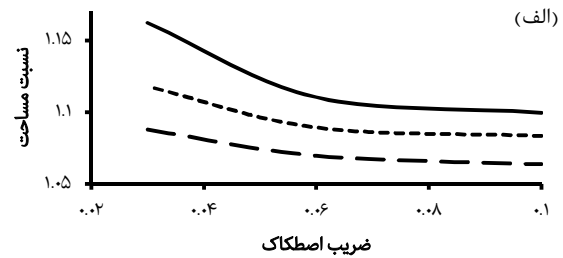
مسیر طولی و قطری به ترتیب در نمودارهای ۲ و ۳ آورده شده است.



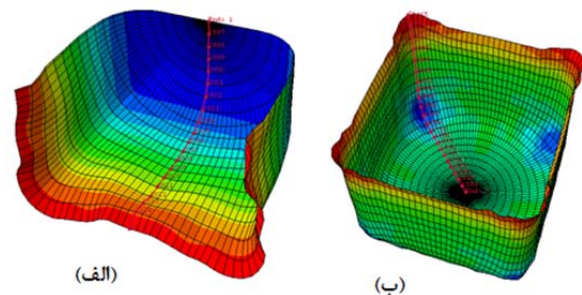
شکل ۴) الف) دستگاه ضخامت سنج دقیق ب) مسیر طولی اندازه گیری ج) اندازه گیری ضخامت در راستای طولی د) مسیر قطری اندازه گیری ه) اندازه گیری ضخامت در راستای قطری



نمودار ۲) مقایسه توزیع ضخامت مسیر طولی در حالت شبیه سازی و تجربی: الف) مقیاس ۱:۱ ب) مقیاس ۲:۱ ج) مقیاس ۴:۱



نمودار ۱) در نظر گرفتن تغییرات ضریب اصطکاک برای الف) نسبت مساحت فنجان در لحظه پارگی به مساحت اولیه ورق ب) نسبت ارتفاع فنجان در لحظه پارگی نسبت به ضخامت اولیه ورق ج) نسبت نیروی پارگی به ضخامت اولیه ورق



شکل ۳) اندازه گیری ضخامت در فنجان کشیده شده در شبیه سازی الف) مسیر طولی و ب) مسیر قطری

پس از اندازه گیری ضخامت نقاط متناظر در ورق های برش داده شده در هر سه مقیاس با استفاده از دستگاه ضخامت سنج که در شکل ۴ نشان داده شده است، با مقایسه توزیع ضخامت در حالت تجربی و شبیه سازی و با در نظر گرفتن مقادیر اصطکاک وارد شده در شبیه سازی، ضریب اصطکاک در آزمایش تجربی در هر مقیاس مشخص شد. دستگاه ضخامت سنج مورد استفاده دارای دقت اندازه گیری ۵ میکرومتر و قدرت تفکیک ۱ میکرومتر می باشد. مقایسه توزیع ضخامت میان شبیه سازی و قطعات تجربی برای

پیش‌بینی نیروی پارگی برای فرآیند کشش عمیق فنجانی مقطع مربعی با تحلیل بی‌بعد پارامترهای هندسی تاثیرگذار ۲۴۲۵

$$\lambda + \beta_1 \theta_{21} + \beta_2 \theta_{31} = \theta_{11}$$

$$\lambda + \beta_1 \theta_{22} + \beta_2 \theta_{32} = \theta_{12}$$

(۱۹)

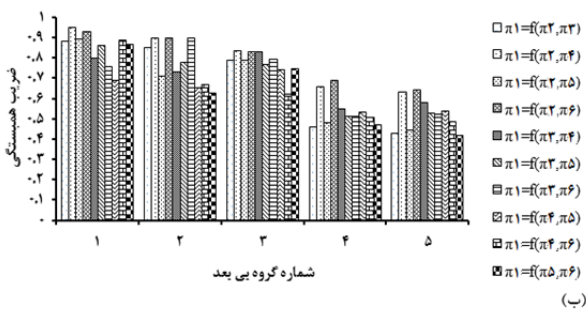
$$\lambda + \beta_1 \theta_{2m} + \beta_2 \theta_{3m} = \theta_{1m}$$

$$\theta_{ij} = \text{Ln}(\pi_{ij}) \quad j=1,2,3, \quad i=1,2,3,\dots,m$$

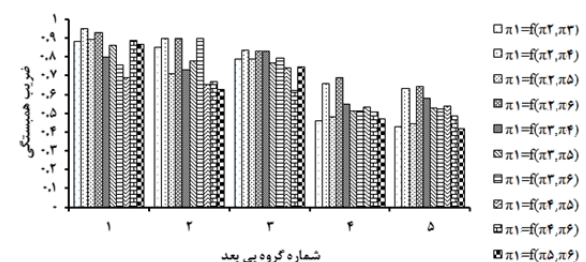
(۲۰)

در ادامه با در نظر گرفتن $m=3$ ، دستگاه معادله حل شد. به نحوی که هر ترکیب دو تایی در هر یک از گروه‌های بی‌بعد در دستگاه معادله وارد شده و همه معادلات بی‌بعد به دست آمد. به منظور انتخاب بهترین معادله بی‌بعد از میان معادلات به دست آمده، تمامی معادلات به دست آمده در نرم‌افزار آماری، با استفاده از آنالیز واریانس و مقایسه پارامترهای همبستگی R^2 ، همبستگی تنظیم شده R^2_{adj} و همبستگی پیش‌بینی شده R^2_{pred} در مدل مربوطه بررسی شدند. مطابق مدل رگرسیون انتخاب شده در رابطه ۱۷، تمام ترکیبات بی‌بعد برای ورق دایره‌ای و مربعی، با در نظر گرفتن ضرایب همبستگی در نمودار ۴ نشان داده شد و مطمئن‌ترین ترکیب‌ها با مقادیر برجسته مشخص شدند. دقیق‌ترین همبستگی‌ها برای ورق دایره‌ای و مربعی که مربوط به گروه اول می‌باشد، به ترتیب در جدول ۴ برای معادلات بی‌بعد آورده شده است و همان‌طور که مشاهده می‌شود، ترکیب اول دارای ضریب همبستگی بالاتری نسبت به سایر ترکیب‌ها می‌باشد.

(الف)



(ب)

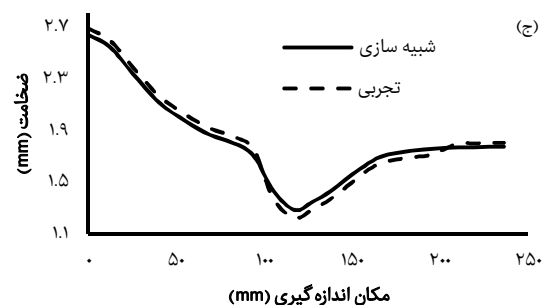
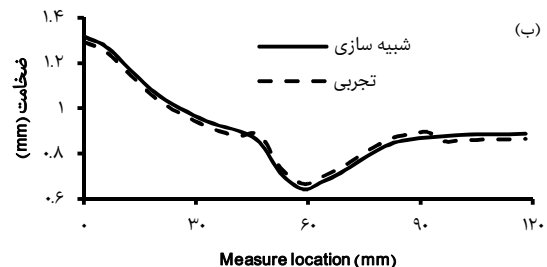
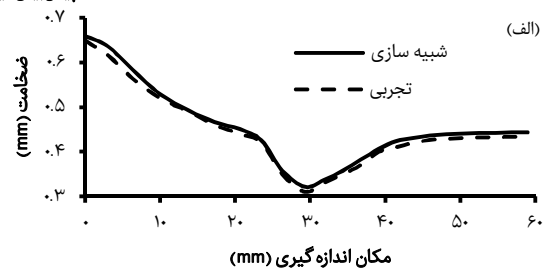


نمودار ۴ ترکیب‌های دوتایی بی‌بعد بررسی‌شده با استفاده از ضریب همبستگی برای همه گروه‌های بی‌بعد؛ الف) ورق دایره‌ای، ب) ورق مربعی

جدول ۴ ترکیب‌های دوتایی بی‌بعد با داشتن بهترین ضریب همبستگی از گروه یک

معادله بی‌بعد	ضریب همبستگی	ترکیب
$\Pi_1 = 2/860 \cdot \Pi_2^{0.27} \cdot \Pi_3^{0.778}$	۰/۹۶	$\Pi_1 = f(\Pi_2, \Pi_3)$ دایره‌ای
$\Pi_1 = 0.0040 \cdot \Pi_2^{0.752} \cdot \Pi_3^{0.197}$	۰/۹۴	$\Pi_1 = f(\Pi_2, \Pi_3)$ دایره‌ای
$\Pi_1 = 3/370 \cdot \Pi_2^{0.133} \cdot \Pi_3^{0.868}$	۰/۹۵	$\Pi_1 = f(\Pi_2, \Pi_3)$ مربعی
$\Pi_1 = 0.0026 \cdot \Pi_2^{1.09} \cdot \Pi_3^{0.9}$	۰/۹۳	$\Pi_1 = f(\Pi_2, \Pi_3)$ مربعی

همچنین مطابق نمودار ۵ در گراف‌های سطحی برای بهترین همبستگی‌ها، تطابق خوبی برای داده‌های ورودی و خروجی نشان می‌دهد. توجه به این نکته مهم است که بهترین ترکیب به دست



نمودار ۳ مقایسه توزیع ضخامت مسیر قطری در حالت شبه‌سازی و تجربی؛ الف) مقیاس ۱:۱، ب) مقیاس ۲:۱، ج) مقیاس ۴:۱

در ادامه، با استفاده از تئوری پی-باکینگهام و با در نظر گرفتن پارامترهای هندسی به عنوان متغیر مستقل و پارامتر نیرو به عنوان متغیر وابسته، پارامترهای بی‌بعد شناسایی شده و یک مدل بی‌بعد استخراج شد. سپس با استفاده از صحت‌سنجی، نتایج شبه‌سازی و تئوری پی-باکینگهام مقایسه شدند.

۲-۶ معادلات بی‌بعد

به منظور بررسی تاثیرات پارامترهای بی‌بعد بر نیروی کشش در لحظه پارگی و همچنین پیش‌بینی آن به عنوان فاکتور پاسخ، از روش تجزیه مقدار منفرد و تحلیل رگرسیونی آن در نرم‌افزار آماری SPSS استفاده شد. شناسایی مدل ریاضی پیش‌بینی کننده به منظور پیش‌بینی نزدیک به مقدار واقعی خروجی Y هدف روش تجزیه منفرد می‌باشد. نوع بی‌بعد مدل‌سازی در این روش به صورت رابطه ۱۵ نشان داده می‌شود.

$$\pi_1 = f(\pi_2, \pi_3, \pi_4, \pi_5, \pi_6) \quad (15)$$

با توجه به استفاده از روش تجزیه مقدار منفرد می‌توان فرم کلی معادله ۱۵ را به صورت معادله ۱۶ در نظر گرفت. همچنین می‌توان فرم بی‌بعد معادله ۱۶ را برای ترکیب‌های دوتایی به صورت معادله ۱۸ نشان داد. در نتیجه با پیدا کردن ضرایب نمایی در مدل معرفی شده در رابطه ۱۷، می‌توان به رابطه بی‌بعدی را برای معادله ۱۵ مشخص کرد.

$$Y = C X_1^{\beta_1} X_2^{\beta_2} X_3^{\beta_3} \dots \dots X_n^{\beta_n} \quad (16)$$

$$\pi_1 = C \pi_2^{\beta_1} \pi_3^{\beta_2} \quad (17)$$

$$\text{Ln}(\pi_1) = \text{Ln}(C) + \beta_1 \text{Ln}(\pi_2) + \beta_2 \text{Ln}(\pi_3) \quad (18)$$

اگر $\lambda = \text{Ln}(C)$ باشد، می‌توان دستگاه چند معادله با چند مجهول را به صورت رابطه ۱۹ تشکیل داد و ضرایب نمایی را مشخص کرد.

می‌باشد که در سنجش پارامترها و مدل رگرسیون از نظر معنی‌دار بودن به کار برده می‌شود. در صورتی که $\alpha < P\text{-value}$ نشان دهنده مناسب بودن مدل رگرسیون می‌باشد که α سطح اطمینان بوده و معمولاً بین ۵ تا ۱۰ درصد در نظر گرفته می‌شود. بدین معنی که وجود α درصد خطا در آزمایش مجاز می‌باشد.

$$SS_R = \sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 \quad (21)$$

$$SS_E = \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2 \quad (22)$$

جدول (۵) آنالیز واریانس برای مدل‌های به دست آمده از روش پله‌ای برای ورق دایره‌ای و مربعی

بلنک دایره‌ای						
درصد	فاکتور P	فاکتور f	میانگین	درجه	مجموع	
تاثیرگذاری			مربعات	آزادی	مربعات	مدل
-	۰/۰۰۸	۷/۷۲۶	۰/۰۹۸۵	۱۰	۰/۹۸۵	π_r
۳۳/۸۲	۰/۰۱	۲۱/۱۳	۰/۲۶۲	۲	۰/۵۲۴	π_r
۲۲/۰۷	۰/۰۱۱۵	۱۳/۷۹	۰/۱۷۱	۲	۰/۳۴۲	π_r
۱۹/۱	۰/۰۱۳۵	۱۱/۹۴	۰/۱۴۸	۲	۰/۲۹۶	π_r
۲/۹۶	۰/۳۴۶	۱/۸۵	۰/۰۲۳	۲	۰/۰۴۶	π_r
۲۰/۴	۰/۰۱۰۵	۱۲/۷۵	۰/۱۵۸	۲	۰/۳۱۷	π_r
۱/۷۵	۰/۵۳۵	۱/۰۳۲	۰/۰۱۲۸	۵	۰/۰۶۶	خارج از
						برازش

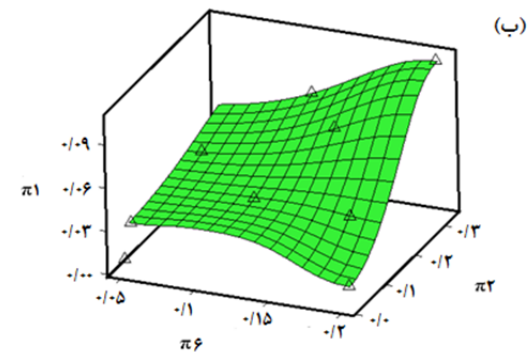
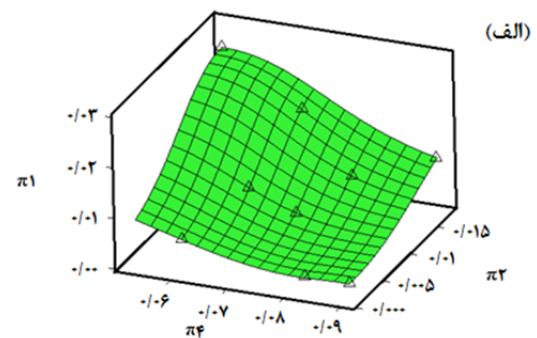
$R^2=0.94$; $R^2_{adj}=0.96$; $R^2_{pred}=0.947$

بلنک مربعی						
درصد	فاکتور P	فاکتور f	میانگین	درجه	مجموع	
تاثیرگذاری			مربعات	آزادی	مربعات	مدل
-	۰/۰۰۸	۷/۴۶۸	۰/۰۹۵۶	۱۰	۰/۹۵۶	π_r
۳۲/۰۷	۰/۰۱۰۲	۱۶/۰۹۳	۰/۲۰۶	۲	۰/۴۱۲	π_r
۲۴/۲۸	۰/۰۱۴۵	۱۲/۱۸۷	۰/۱۵۶	۲	۰/۳۱۲	π_r
۱۷/۶۱	۰/۰۱۷۵	۸/۸۲۸	۰/۱۱۳	۲	۰/۲۲۷	π_r
۲/۸۱	۰/۳۴۶	۱/۴۰۶	۰/۰۱۸	۲	۰/۰۳۶	π_r
۱۹/۱۵	۰/۰۱۳۵	۹/۶۰۹۳	۰/۱۲۳	۲	۰/۲۴۶	π_r
۲/۰۵	۰/۴۹۵	۱/۰۳۱	۰/۰۱۳۲	۵	۰/۰۶۶	خارج از
						برازش

$R^2=0.93$; $R^2_{adj}=0.95$; $R^2_{pred}=0.94$

در نتیجه با استفاده از روش رگرسیون گام به گام و همان‌طور که در رابطه ۱۷ و ۱۸ که به ترتیب برای ورق دایره‌ای و مربعی نشان داده شده است، پارامترهای بی‌بعد π_r ، π_r ، π_r ، π_r از گروه یک، در مدل نهایی باقی ماندند. مقدار P متناظر کمتر از ۰/۰۵ نشان دهنده معنی‌دار بودن مدل به دست آمده می‌باشد. همچنین همان‌طور که در روابط ۲۳ و ۲۴ مشاهده می‌شود، عدد بی‌بعد π_r به دلیل بی‌معنی بودن مقدار P که بیشتر از ۰/۰۵ می‌باشد، از مدل نهایی حذف شده است. مقدار بالای خارج از برازش (Lack of Fit) برای مدل به دست آمده نیز نشان دهنده شرایط بی‌معنی بودن میزان خطا در مدل می‌باشد که قابل قبول می‌باشد. همچنین مطابق آنالیز واریانس برای هر دو ورق دایره‌ای و مربعی مشخص شد که عدد بی‌بعد π_r تاثیرگذارترین فاکتور بر متغیر بی‌بعد π_r که شامل نیروی کشش هست، می‌باشد. فاکتور دیگر در جدول آنالیز واریانس، درصد مشارکت پارامترها می‌باشد که به وسیله فاکتور f در جدول آنالیز واریانس مشخص می‌شود. مقدار بیشتر مشارکت، نشان دهنده این است که تغییر در پارامتر متناظر تاثیر زیادی بر متغیر پاسخ دارد [16]. مشاهده می‌شود که پارامتر بی‌بعد π_r که مشخص کننده نسبت t/D می‌باشد، بیشترین درصد مشارکت را داشته و پارامتر بی‌بعد π_r که شامل نسبت r/D می‌باشد، کمترین

آمده برای هر دو ورق دایره‌ای و مربعی $\pi_r=f(\pi_r, \pi_r)$ با وجود داشتن ضریب همبستگی بالاتر، در برگیرنده فاکتور تاثیرگذار ضریب اصطکاک نمی‌باشد. بنابراین، برای دستیابی به یک مدل دقیق و معنی‌دار با در نظر گرفتن پارامترهای بی‌بعد تاثیرگذار، مدل رگرسیون گام به گام (Stepwise Regression) مورد استفاده قرار گرفت.



نمودار (۵) گراف سطحی برای ترکیب‌های بی‌بعد با بالاترین میزان همبستگی؛

$$\pi_r=f(\pi_r, \pi_r) \quad (ب) \quad \pi_r=f(\pi_r, \pi_r)$$

برخلاف روش‌های دیگر مدل‌سازی رگرسیون که هم فاکتورهای تاثیرگذار و هم فاکتورهای کم‌تاثیر در مدل دخالت داده می‌شوند، در مدل گام به گام، متغیرها به طور مجزا بررسی شده و در صورت تاثیرگذار بودن و معنی‌دار بودن بر متغیر پاسخ، در مدل باقی می‌مانند و در صورت بی‌معنی بودن از شرکت در فرآیند مدل‌سازی حذف می‌شوند. بدین صورت که با در نظر گرفتن رابطه کلی ۱۶ و استفاده از مقادیر همه نسبت‌های بی‌بعد با استفاده از جدول‌های ۲ و ۳، متغیرها بر اساس بالا بودن ضریب همبستگی در مدل وارد می‌شوند و در صورتی که با ورود متغیر بعدی ضریب همبستگی آن کاهش محسوسی پیدا نکند در مدل باقی می‌ماند و در غیر این صورت از مدل حذف می‌شود. در نهایت، با استفاده از نرم‌افزار آماری استفاده شده و پس از بررسی همه متغیرها در چندین گام، مدل نهایی بر اساس پارامترهای تاثیرگذار تکمیل شد. ضریب همبستگی برای مدل به دست آمده در این حالت قابل اطمینان‌تر بوده که در جدول آنالیز واریانس (جدول ۵) نشان داده شده است. پارامترهای SSR و SSE به ترتیب به عنوان مجموع مربعات خطای رگرسیون و مجموع مربعات خطا مطابق روابط (۲۱) و (۲۲) محاسبه شدند. $\bar{Y}_i$ مقدار پیش‌بینی شده به وسیله مدل رگرسیون و $\bar{Y}$ میانگین خطای میانگین می‌باشد. همچنین Y_i و $\bar{Y}$ به ترتیب خطای باقیمانده و تقسیم مقدار مجموع مربعات بر درجه آزادی حاصل می‌شود. مقدار فاکتور f نیز از تقسیم میانگین مربعات مدل بر میانگین مربعات خطا به دست می‌آید که در بررسی میزان تاثیرگذاری پارامترها بر متغیر پاسخ نقش اساسی دارد. پارامتر P یک پارامتر آماری

$$\pi_1 = 51.66(\pi_2^{1.147})(\pi_3^{0.06})(\pi_4^{0.461})(\pi_6^{0.195}) \quad (23)$$

$$\pi_1 = 50(\pi_2^{1.861})(\pi_3^{1.992})(\pi_4^{0.271})(\pi_6^{0.703}) \quad (24)$$

۳-۶- آزمایش تجربی

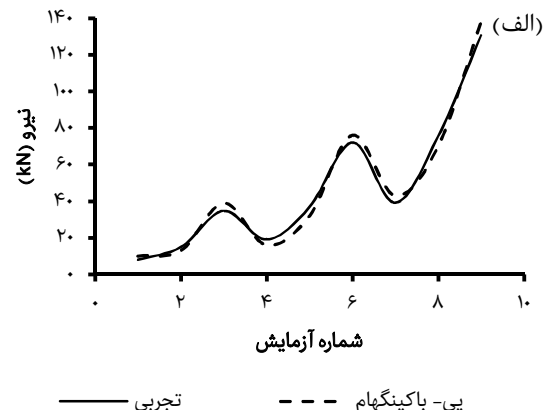
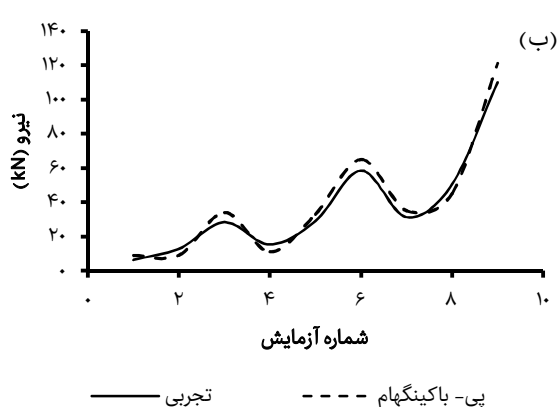
در این مرحله از پژوهش، پس از آماده‌سازی مجموعه قالب کشش عمیق در شرایط دمایی محیط و استفاده از روانکار، ورق فلزی گرد و مربعی با قرارگیری در قالب کشش عمیق در یک مرحله کشیده شده و مقدار فشار ناشی از کشش با استفاده از لودسل تعبیه شده در دستگاه پرس مشخص می‌شود. به منظور اطمینان از نتایج به دست آمده هر آزمایش ۳ مرتبه تکرار شد و مقدار میانگین مقادیر به دست آمده، در جدول ۶ نشان داده شد.

جدول ۶) جدول نتایج آزمایش‌های تجربی در مقیاس‌های مختلف برای ورق دایره‌ای و مربعی

بلنک مربعی			پارامترهای مشترک			بلنک دایره‌ای		
نیرو (kN)	ضریب اصطکاک	ضلع ورق A (mm)	ضلع مقطع پانچ B (mm)	شعاع لبه سنبه R (mm)	شعاع لبه ماتریس r (mm)	ضخامت ورق t (mm)	نیرو (kN)	ضریب اصطکاک
De (mm)	De (mm)	De (mm)	De (mm)	De (mm)	De (mm)	De (mm)	De (mm)	De (mm)
۶	۰/۰۸	۷۰	۳۵	۳	۴	۰/۵	۸	۰/۰۶
۱۳	۰/۰۸	۱۴۰	۷۰	۶	۸	۰/۵	۱۵	۰/۰۶
۲۸	۰/۰۸	۲۸۰	۱۴۰	۱۲	۱۶	۰/۵	۳۵	۰/۰۶
۱۵	۰/۱	۷۰	۳۵	۳	۴	۱	۱۹	۰/۰۸
۲۹	۰/۱	۱۴۰	۷۰	۶	۸	۱	۳۷	۰/۰۸
۵۹	۰/۱	۲۸۰	۱۴۰	۱۲	۱۶	۱	۷۲	۰/۰۸
۳۱	۰/۱۲	۷۰	۳۵	۳	۴	۲	۳۹	۰/۱
۵۰	۰/۱۲	۱۴۰	۷۰	۶	۸	۲	۷۵	۰/۱
۱۱۰	۰/۱۲	۲۸۰	۱۴۰	۱۲	۱۶	۲	۱۳۱	۰/۱

جدول ۷) نتایج به دست آمده از مدل تئوری پیشنهادی و آزمایش‌های تجربی برای ورق دایره‌ای و مربعی

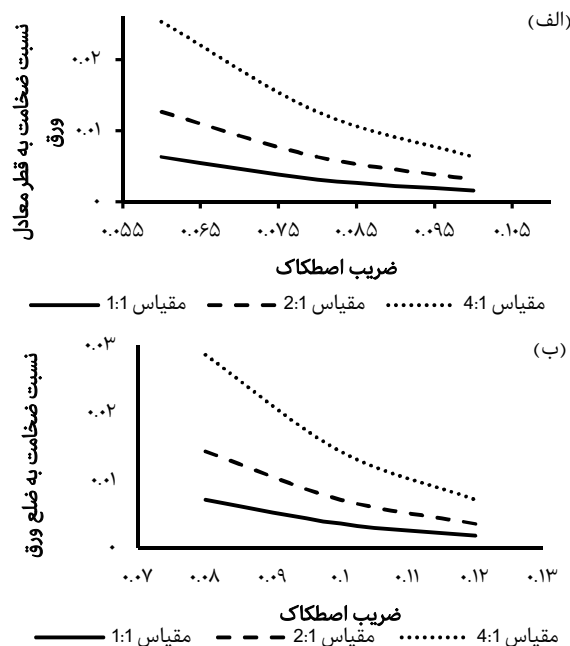
ورق دایره‌ای			ورق مربعی		
نیرو (kN)		درصد خطا	نیرو (kN)		درصد خطا
تجربی	پی-باکینگهام		تجربی	پی-باکینگهام	
۸	۸/۹	۱۰/۱۱	۶/۳	۷/۱	۱۱/۲۷
۱۵	۱۴	۷/۱۴	۱۲/۸	۱۳/۸	۷/۲۵
۳۴/۸	۳۲/۴	۷/۴۱	۲۸/۳	۳۰/۳	۶/۶
۱۷/۸	۱۹/۱	۷/۱۵	۱۵/۳	۱۴/۲	۷/۷۵
۳۶/۸	۳۴/۴	۶/۹۸	۲۹	۳۱/۲	۷/۰۵
۶۷/۸	۷۲/۱	۶/۳	۵۸/۵	۵۴/۸	۶/۷۵
۳۹/۲	۳۶/۷	۶/۷۸	۳۱/۳	۳۴	۷/۹۴
۷۵/۵	۷۰/۸	۶/۶۱	۵۰/۴	۵۴/۴	۷/۳۵
۱۳۰/۶	۱۳۸/۷	۷/۸۵	۱۱۰	۱۱۷	۵/۹۸



نمودار ۶) مقایسه نیروهای به دست آمده از آزمایش تجربی و معادله بی‌بعد پیشنهادی؛ الف) ورق دایره‌ای، ب) ورق مربعی

همان‌طور که در نمودار ۷ مشاهده می‌شود، تغییر مقدار نیروی کشش در مقیاس‌های مختلف، مستلزم تغییر مقیاس در نسبت‌های هندسی به منظور تولید قطعه سالم می‌باشد. به طور مثال زمانی که در مقیاس ۱:۱ نیروی به دست آمده برای قطعه سالم کشیده شده مشخص باشد، در صورتی که در مقیاس بعدی مقدار ضخامت دو برابر تغییر نماید، بر اساس قانون شباهت مقدار قطر یا ضلع بلنک نیز به منظور حفظ نسبت ضخامت به قطر ورق و اطمینان از سالم کشیده شدن ورق به نسبت مشابه تغییر می‌کند. به عبارت دیگر امکان دستیابی به پارامترهای هندسی مناسب و تخمین نیرو در هنگام تغییر مقیاس با دقت خوبی قابل انجام است. از طرفی دیگر، به منظور تعیین مقدار مناسب پارامترهای هندسی ضخامت و قطر و ضلع بلنک از طریق نسبت‌های بی‌بعد $\frac{t}{D_e}$ و $\frac{t}{A}$ ، می‌توان از پارامتر بی‌بعد ضریب اصطکاک، با توجه به تأثیر زیاد آن بر نیروی پارگی در فرآیند کشش عمیق فنجان مربعی، استفاده کرد. همان‌طور که در نمودار ۸ مشاهده می‌شود مقدار $\frac{t}{D_e}$ و $\frac{t}{A}$ در سه مقیاس مختلف از طریق ضریب اصطکاک قابل شناسایی است.

با توجه به این که مطابق آنالیز واریانس، پارامتر $\frac{t}{D_e}$ برای ورق دایره‌ای و پارامتر $\frac{t}{A}$ برای ورق مربعی دارای بالاترین درصد تأثیرگذاری در نیروی کشش فنجان مربعی هستند، صحت‌سنجی روند تأثیر این پارامترها بر نیروی کشش فنجان مربعی با استفاده از شبیه‌سازی انجام شد. جدول ۸ مقادیر پارامترهایی که خارج از محدوده نمودارها هستند را در صحت‌سنجی نشان می‌دهد.



نمودار ۸ استفاده از پارامترهای بی‌بعد تأثیرگذار و ضریب اصطکاک در بررسی شرایط تغییر مقیاس؛ (الف) ورق دایره‌ای، (ب) ورق مربعی

جدول ۸ مقادیر پارامترهای بی‌بعد استفاده شده برای صحت‌سنجی روند پارامترهای تأثیرگذار در تخمین نیروی پارگی

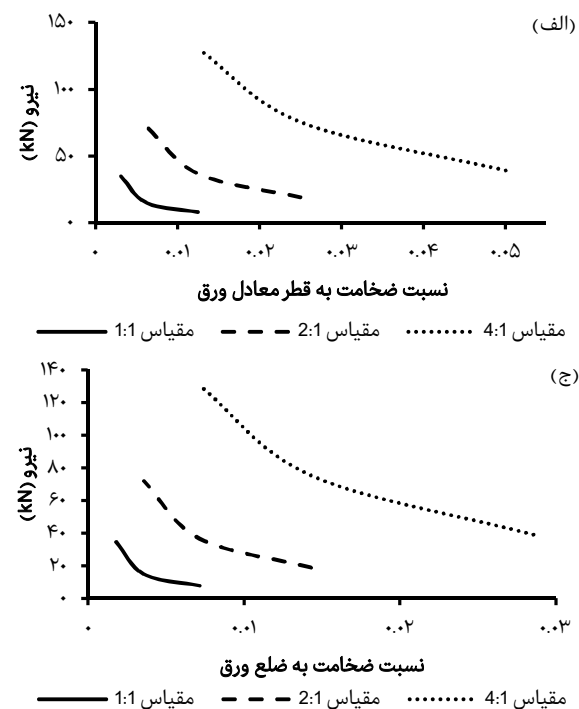
مقیاس	نسبت ضخامت به قطر معادل ورق	نسبت ضخامت به قطر ورق	نسبت ضخامت به ضلع ورق مربعی
۱:۱	۰/۰۰۱	۰/۰۰۵	۰/۰۱
۲:۱	۰/۰۰۱	۰/۰۰۵	۰/۰۱۸
۴:۱	۰/۰۰۱	۰/۰۰۵	۰/۰۳



شکل ۹ ورق‌های کشیده‌شده برای (الف) ورق دایره‌ای (ب) ورق مربعی

۴-۶- تحلیل پارامترهای بی‌بعد

با توجه به نتایج به دست آمده، مقایسه میان آزمایش تجربی و تئوری پی-باکینگهام نشان داد که معادلات بی‌بعد پیشنهادی با داشتن ضریب همبستگی بالا دارای دقت بالایی بوده و در این صورت می‌توان انتظار داشت که این معادلات پیشنهادی می‌تواند عملکرد قابل قبولی در پیش‌بینی نیروی کشش بدون استفاده از شبیه‌سازی و آزمایش عملی داشته باشد. با توجه به نتایج آنالیز واریانس و درصد تأثیرگذاری بالای پارامتر بی‌بعد $\frac{t}{D_e}$ که نشان دهنده نسبت $\frac{t}{D_e}$ برای ورق دایره‌ای و نسبت $\frac{t}{A}$ برای ورق مربعی می‌باشند، می‌توان به عنوان پارامترهای بی‌بعد تخمین زننده نیروی کشش در بررسی فرآیند کشش عمیق فنجان مربعی در پیش‌بینی آن‌ها از مقیاس کوچک‌تر به مقیاس بزرگ‌تر استفاده کرد که در نمودار ۷ برای ورق دایره‌ای و مربعی نشان داده شد.



نمودار ۷ استفاده از پارامترهای بی‌بعد تأثیرگذار در تخمین نیروی پارگی؛ (الف) ورق دایره‌ای، (ب) ورق مربعی

نیروی کشش فنجان مربعی را داشته و تمام گروه‌ها و پارامترهای بی‌بعد مشخص شده نمی‌توانند تضمین کننده مناسبی در پیش‌بینی نیروی کشش باشند.

۳- نتایج آنالیز واریانس و صحت‌سنجی تجربی مشخص کرد که مدل‌های ریاضی پیشنهادی برای ورق دایره‌ای و مربعی با داشتن میانگین خطای کمتر از ۸ درصد دارای دقت خوبی در پیش‌بینی نیروی کشش فنجان مربعی می‌باشد.

۴- با استفاده از آنالیز واریانس نشان داده شد که پارامترهای بی‌بعد $\frac{R}{D_e}$, $\frac{d_e}{D_e}$, $\frac{t}{D_e}$ برای ورق دایره‌ای و پارامترهای $\frac{R}{A}$, $\frac{B}{A}$, $\frac{t}{A}$ برای ورق مربعی و همچنین ضریب اصطکاک، از لحاظ آماری معنی‌دار هستند. همچنین نشان داده شده که نسبت بی‌بعد $\frac{t}{D_e}$ برای ورق دایره‌ای و $\frac{t}{A}$ برای ورق مربعی تاثیرگذارترین پارامترها بر نیروی کشش فنجان مربعی هستند.

۵- با توجه به اینکه پارامترهای هندسی قطر بلنک، شعاع لبه ماتریس، ضخامت ورق و پارامتر بی‌بعد ضریب اصطکاک، از پارامترهای بسیار تاثیرگذار در فرآیند کشش عمیق می‌باشند، معادله بی‌بعد پیشنهادی نهایی نیز، شامل همه پارامترهای تاثیرگذار ذکر شده می‌باشد.

۶- با مقایسه نتایج به دست آمده مشخص شد که شکل ورق اولیه (دایره‌ای یا مربعی) تاثیری در نوع معادله بی‌بعد نداشته و پارامترهای بی‌بعد تاثیرگذار در هر دو نوع ورق، رفتار مشابهی را نسبت به پارامتر خروجی نشان می‌دهند.

۷- دو پارامتر بی‌بعد $\frac{t}{D_e}$ برای ورق دایره‌ای و $\frac{t}{A}$ برای ورق مربعی با داشتن بالاترین میزان تاثیرگذاری در نیروی کشش، می‌توانند نیروی کشش فنجان مربعی را به خوبی تخمین بزنند.

۸- با توجه به دقت خوب معادله بی‌بعد پیشنهادی، پارامترهای هندسی در مقیاس بزرگتر می‌توانند با دقت خوبی به وسیله مقیاس کوچکتر برای ماده مشابه تخمین زده شود.

تشکر و قدردانی: موردی توسط نویسندگان گزارش نشده است.

تاییدیه اخلاقی: این مقاله تاکنون در نشریه دیگری (به‌طور کامل یا بخشی از آن) به چاپ نرسیده است. همچنین برای بررسی یا چاپ به نشریه دیگری ارسال نشده است. ضمناً محتویات علمی حاصل فعالیت علمی نویسندگان بوده و صحت و اعتبار نتایج بر عهده نویسندگان است.

تعارض منافع: مقاله حاضر هیچ گونه تعارض منافعی با سازمان‌ها و اشخاص دیگر ندارد.

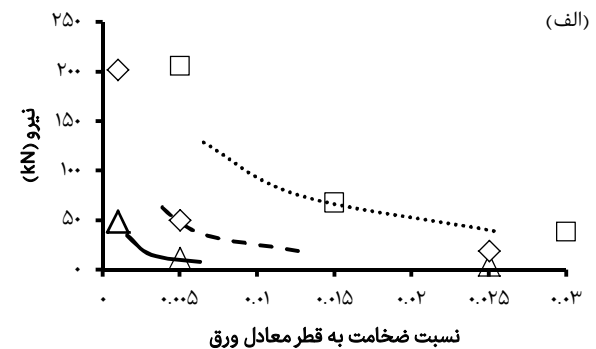
سهم نویسندگان: موردی توسط نویسندگان گزارش نشده است.

منابع مالی: دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل حمایت مالی نموده است.

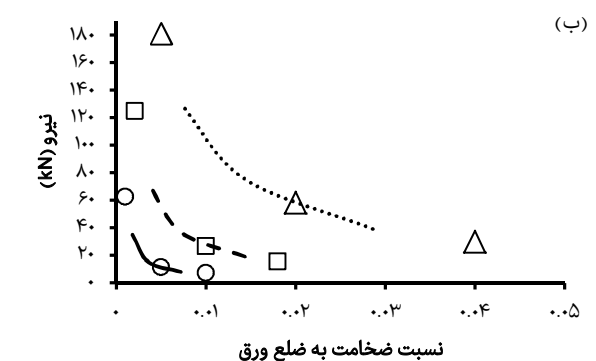
منابع

- 1- Li Y, Shao Z, Rong Q, Shi Z, Balint D, Sun X, et al. Development of similarity-based scaling criteria for creep age forming of large/extra-large panels. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. 2019;101(5-8):1537-1551.
- 2- Al-Tamimi A, Darvizeh R, Davey K. Scaling of metal forming processes. Procedia Engineering. 2017;207:1069-1074.
- 3- De Rosa S, Franco F, Meruane V. Similitudes for the structural response of flexural plates. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of

همان‌طور که در نمودار ۹ مشاهده می‌شود مقادیر پیش‌بینی شده در صحت‌سنجی از طریق شبیه‌سازی برای مقادیر خارج از داده‌های تجربی استفاده شده در هر سه مقیاس، در نزدیکی امتداد رفتار نمودارهای حاصل از مقادیر تجربی می‌باشند. همچنین با توجه به صحت‌سنجی انجام شده می‌توان از تعمیم نمودارها با دقت خوبی در هر یک از مقیاس‌های استفاده شده و برای هر دو بلنک دایره‌ای و مربعی در تخمین نیروی پارگی و تعیین پارامترهای مناسب هندسی استفاده کرد.



نمودار ۹ (الف) استفاده از نتایج صحت‌سنجی در تعمیم روند تاثیر پارامترهای موثر هندسی بر نیروی پارگی؛ (الف) ورق دایره‌ای، (ب) ورق مربعی



نمودار ۹ (ب) استفاده از نتایج صحت‌سنجی در تعمیم روند تاثیر پارامترهای موثر هندسی بر نیروی پارگی؛ (الف) ورق دایره‌ای، (ب) ورق مربعی

۷- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، دو مدل بی‌بعد بر اساس تئوری پی-باکینگهام به وسیله مطالعات تجربی و شبیه‌سازی در مقیاس‌های مختلف ابعادی برای فرآیند کشش عمیق فنجان مربعی برای ورق‌های دایره‌ای و مربعی ارائه شد. نتایج به دست آمده از این پژوهش به صورت ذیل ارائه شد.

۱- با استفاده از تئوری پی-باکینگهام مشخص شد که به منظور پیش‌بینی نیروی کشش فنجان مربعی، گروه‌های مختلف ابعادی می‌تواند استفاده شود که هر کدام از آن‌ها شامل چندین پارامتر بی‌بعد هستند.

۲- بررسی همبستگی و توزیع داده‌های خروجی نشان داد که فقط آن دسته از پارامترهای بی‌بعد که از لحاظ آماری دارای ضریب همبستگی بیشتر از ۹۰ درصد هستند، قابلیت اعتماد در پیش‌بینی

- Mechanics and Technical Physics. 2017;58(1):139-147.
- 11- Babaei H, Mirzababaie Mostofi T, Alitavoli M, Darvizeh A. Empirical modelling for prediction of large deformation of clamped circular plates in gas detonation forming process. *Experimental Techniques*. 2016;40(6):1485-1494.
 - 12- Viswanath Allamraju K, Srikanth K. Dimensional analysis of PZT-5H transducers. *Materials Today Proceedings*. 2017;4(2 Pt A):2384-2389.
 - 13- Zare D, Jayas DS, Singh CB. A generalized dimensionless model for deep bed drying of paddy. *Drying Technology*. 2012;30(1):44-51.
 - 14- Bae DH, Ghosh AK. Cavity growth during superplastic flow in an Al-Mg alloy: I. Experimental study. *Acta Materialia*. 2002;50(5):993-1009.
 - 15- Medellín-Castillo HI, García-Zugasti PD, de Lange DF, Colorado-Alonso FJ. Analysis of the allowable deep drawing height of rectangular steel parts. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 2013;66(1-4):371-80.
 - 16- Olovsjö S, Hammersberg P, Avdovic P, Ståhl JE, Nyborg L. Methodology for evaluating effects of material characteristics on machinability—theory and statistics-based modelling applied on Alloy 718. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 2012;59(1-4):55-66.
 - Mechanical Engineering Science. 2016;230(2):174-188.
 - 4- Pawelski O. Ways and limits of the theory of similarity in application to problems of physics and metal forming. *Journal of Materials Processing Technology*. 1992;34(1-4):19-30.
 - 5- Buckingham E. On physically similar systems; illustrations of the use of dimensional equations. *Physical Review*. 1914;4(4):345-376.
 - 6- Davey K, Darvizeh R, Al-Tamimi A. Scaled metal forming experiments: A transport equation approach. *International Journal of Solids and Structures*. 2017;125:184-205.
 - 7- Liu Y, Yin XC. A dimensional analysis method for improved load-unload response ratio. *Pure and Applied Geophysics*. 2018;175(2):633-645.
 - 8- Navarrete J, Noguez ME, Ramírez J, Salas G, Robert T. Die forging stress determination: A dimensional analysis approach. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*. 2000;123(3):416-419.
 - 9- Jung KH, Im YT. The effect of deformation speed on frictional behavior by tip test. *Journal of Tribology*. 2010;132(3):031801.
 - 10- Babaei H, Mirzababaie Mostofi T, Alitavoli M, Saeidinejad A. Experimental investigation and dimensionless analysis of forming of rectangular plates subjected to hydrodynamic loading. *Journal of Applied*