



## Developing an Aero-Elastic Model of a Full Aircraft to Study the Effect of Flexibility on its Flight Dynamics Derivatives

### ARTICLE INFO

#### Article Type

Original Research

#### Authors

Borhan-Panah M.R. <sup>1</sup> MSc,

Dehghani Firouz-Abadi R. <sup>\*1</sup> PhD

#### How to cite this article

Borhan-Panah M.R, Dehghani Firouz-Abadi R. Developing an Aero-Elastic Model of a Full Aircraft to Study the Effect of Flexibility on its Flight Dynamics Derivatives. Modares Mechanical Engineering. 2019; 19(10):2511-2521.

### ABSTRACT

Flexible and lightweight unmanned aerial vehicles (UAVs) have shown their widespread applications in recent years and hence attracted so much attention of various aerospace communities. Due to their high flexibility, the interactions of aerodynamic loading and structure deformations are the dominant factor in their design process. Aerodynamic loading causes a set of deformations in the structure which consequently alters aerodynamic coefficients. In the current study, the effect of UAV flexibility on aerodynamic derivatives and lateral stability of the vehicle was investigated and an efficient method is proposed to provide an accurate estimation of the aerodynamic coefficients. This method is based on fast aerodynamic calculations as well as the modal formulation of elastic beams and is given for a full free-free airplane. Vehicle analysis is conducted by using the Modal beam formulation (through finite element mode shapes) and aerodynamic calculations based upon the 3D panel method (source-doublet combination). The final aero-elastic coupled formulation for the whole system is also given in terms of matrix operators. Verification studies are conducted for a special type of UAV and flexibility effects on derivatives are evaluated in the two states. In a first evaluation, the lift load factor is altered and after trimming the airplane, various aerodynamic derivatives are computed while in the second evaluation, with varying the wingspan length, the aerodynamic derivatives are obtained at each aspect ratio of the wing. Results show that flexibility can enhance some of the stability derivatives of the UAV up to several times.

**Keywords** Aero-Elasticity; Stability ; HALE UAV; Aerodynamic Derivatives; Flexible Airplane

### CITATION LINKS

[1] An aeroelastic parameter for estimation of the effects of flexibility ... [2] Aeroservoelastic simulation of an active flexible ... [3] Nonlinear aeroelasticity and flight dynamics of high-altitude long-endurance ... [4] Nonlinear aeroelastic analysis of complete aircraft in subsonic ... [5] Limit cycle oscillations of a complete ... [6] Nonlinear aeroelasticity and flight dynamics of aircraft in subsonic ... [7] Aeroelastic and flight dynamic analysis of a HALE ... [8] Aeroelastic behavior of composite wings in compressible ... [9] An analytical & experimental investigation of effects of store on flutter speed for cropped delta ... [10] Flutter analysis of an aircraft wing carrying, elastically, an external ... [11] 2D curved plate non-linear vibration and aeroelastic analysis with in-plane and supersonic aerodynamic load in ... [12] Static nonlinear aeroelasticity of flexible slender wings in compressible ... [13] Numerical study of aeroelastic instability behavior of Nasa 37 transonic compressor ... [14] Aeroelastic analysis of wind turbines using a tightly coupled CFD-CSD ... [15] Aeroelastic analysis of composite wind turbines ... [16] Numerical analysis of blade flutter in low-pressure ... [17] Static aeroelastic simulation of a wing in transonic ... [18] Scottsdale: ZONA Technology, Inc ... [19] Aeroelastic trim and flight loads analysis of flexible aircraft with large ... [20] Unsteady and post-stall aerodynamic modeling for flight dynamics ... [21] Aeroelastic analysis of a non-linear airfoil based on unsteady vortex ... [22] Wing-body interference using a hybrid panel ... [23] Nonlinear dynamics and control of integrally actuated helicopter ... [24] Supersonic flutter analysis of wings using an unsteady 3D panel ... [25] Steady/unsteady aerodynamic analysis of wings at subsonic, sonic and supersonic Mach ... [26] Numerical investigation of the aeroelastic instability of an aircraft wing, using finite element ... [27] Low-speed aerodynamics: From wing theory to panel ... [28] An efficient reduced-order modelling approach based on fluid eigenmodes and ... [29] On the stability of flexible ... [30] Modelling of sheet cavitation on hydrofoils and marine propellers using boundary ... [31] The flutter of a uniform cantilever ... [32] Evaluation of quasi-steady aerodynamic modeling for flutter prediction of aircraft wings ...

<sup>1</sup> Department of Aerospace Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran

#### \*Correspondence

Address: Sharif University of Technology, Azadi Avenue, Tehran, Iran.  
Postal code: 1136511155  
Phone: +98 (21) 66022731  
Fax: +98 (21) 66164606  
firouzabadi@sharif.ir

#### Article History

Received: December 25, 2018

Accepted: February 23, 2019

ePublished: October 22, 2019

## توسعه مدل آیرودلاستیک هواپیمای کامل برای بررسی اثر انعطاف‌پذیری بر ضرایب دینامیک پروازی آن

محمدرضا برهان‌پناه موشکی MSc

دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

روح‌اله دهقانی فیروزآبادی PhD

دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

### چکیده

هواپیماهای بدون سرنشین که اغلب سبک و انعطاف‌پذیرند از جمله وسایل پرنده پرکاربرد در سال‌های اخیر هستند که بسیار مورد توجه طراحان حوزه هوافضا قرار گرفته‌اند. نکته مهم در مورد طراحی این پرنده‌ها تأثیر متقابل تغییر شکل‌های سازه و بارهای آیرودینامیکی است یعنی انعطاف‌پذیری بودن پرنده سبب می‌شود حین اعمال بارهای آیرودینامیکی تغییر شکل‌هایی در پرنده ایجاد شود که سبب تغییر در ضرایب و مشتقات آیرودینامیکی آن خواهد شد. در پژوهش حاضر اثر انعطاف‌پذیری سازه بر مشتقات آیرودینامیکی استاتیکی و دینامیکی و به ویژه پایداری عرضی پرنده، مورد مطالعه قرار گرفته و مدلی برای محاسبه سریع این ضرایب معرفی شده است. این مدل براساس روش آیرودینامیک سریع و تیر الاستیک است و برای پرنده کامل و نامقید ارائه شده است. تحلیل سازه با روش مودال و با استفاده از شکل مدهای تیر (با روش اجزا محدود) و محاسبات آیرودینامیکی با روش پنل سه‌بعدی (ترکیب چمسه و دابلت) انجام شده و معادلات آیرودلاستیک پرنده کامل به‌صورت همگیر و برحسب عملگرهای ماتریسی توسعه داده شده است. در انتها پس از صحت‌سنجی‌های انجام‌شده، برای یک هواپیمای بدون سرنشین، تأثیر انعطاف‌پذیری بر مشتقات در دو حالت مطالعه شده است. در یک حالت ضریب بار لیفت تغییر کرده و پس از ترمیم کردن پرنده، مشتقات مختلف محاسبه شده است. در حالت دیگر، با تغییر طول بال، مشتقات پرنده به ازای مقادیر مختلف نسبت منطری محاسبه شده است. نتایج نشان می‌دهد که انعطاف‌پذیری پرنده مورد مطالعه می‌تواند تا چند ده برابر حالت صلب، افزایش در برخی مشتقات عرضی پرنده ایجاد کند.

**کلیدواژه‌ها:** آیرودلاستیسیت، پایداری، پرنده بدون سرنشین بلند پرواز، مشتقات آیرودینامیکی، پرنده انعطاف‌پذیر

تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۱۰/۴

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۱۲/۴

\*نویسنده مسئول: firouzabadi@sharif.ir

### ۱- مقدمه

در طراحی هواپیماهای امروزی به‌ویژه هواپیماهای بدون سرنشین، بهبود عملکرد، کاهش مصرف سوخت و در کنار آن افزایش ضریب اطمینان اهمیت زیادی پیدا کرده است. طراحی هواپیما با وزن سازه کمتر می‌تواند نقش مؤثری در بهبود عملکرد و کاهش مصرف سوخت داشته باشد. با کاهش وزن سازه، انعطاف‌پذیری سازه پرنده بیشتر شده و مفاهیم آیرودلاستیک اهمیت خود را بیشتر نشان می‌دهند. مواردی همچون میزان تغییر در مشتقات آیرودینامیکی (ناشی از انعطاف‌پذیری سازه)، سرعت واگرایی و کنترل‌پذیری از جمله این مفاهیم هستند. بنابراین توسعه مدل‌هایی که اثرات آیرودلاستیک پرنده را در تعیین ضرایب آیرودینامیکی، بارگذاری و پایداری در بر داشته باشند، یکی از ابزارهای مورد نیاز طراحان امروزی است.

همان‌طور که اشاره شد، در طراحی پرنده‌های بدون سرنشین به‌خصوص پرنده‌های بلند پرواز هیل (HALE) که برای ارتفاع بالا و با مداومت پروازی زیاد طراحی می‌شوند، اثرات انعطاف‌پذیری سازه از اهمیت بالایی برخوردار است. نسبت منطری بال در این پرنده‌ها در حدود ۱۰ است و معمولاً بال‌ها در حین پرواز دچار خمش

زیادی می‌شوند که این امر سبب ایجاد اثرگذاری بال‌ها در پایداری عرضی پرنده خواهد شد و بهتر است در طراحی پرنده در نظر گرفته شود.

یکی از اولین تحقیقات در زمینه بررسی اثرات انعطاف‌پذیری بر پایداری و کنترل هواپیما توسط رودن<sup>[1]</sup> در سال ۱۹۵۶ میلادی انجام شده است که تقریب‌های اولیه‌ای برای مطالعه اثرات انعطاف‌پذیری در حرکت غلت ارائه کرده است.

با پیشرفت‌های بیشتر در صنعت هوافضا و سبک شدن و در نتیجه انعطاف‌پذیرتر شدن هواپیماها و همچنین مطرح شدن هواپیماهای بدون سرنشین با انعطاف‌پذیری بالا، محققان اثرات الاستیسیت بر پایداری و کنترل پرنده را بیش از پیش مورد توجه قرار داده‌اند.

شبیه‌سازی حرکت هواپیمای الاستیک توسط بوتریل و همکاران<sup>[2]</sup> یکی از نمونه تحقیقاتی است که اهمیت اثر انعطاف‌پذیری پرنده در تحلیل‌های دینامیک پرواز و شبیه‌سازی پرنده را نشان می‌دهد. آن‌ها در این تحقیق با استفاده از جرم‌های متمرکز و روش اجزای محدود تیر برای سازه و دیتابیسی‌های موجود برای پرنده مورد مطالعه، پاسخ زمانی حرکت پرنده را در بازه زمانی چند ثانیه‌ای محاسبه کردند.

پاتیل و همکاران پایداری و کنترل هواپیما الاستیک هیل را مورد مطالعه قرار داده‌اند<sup>[3-6]</sup>. در این مطالعات تغییر شکل‌های بزرگ و غیرخطی سازه با استفاده از تیر غیرخطی هندسه دقیق بررسی شده است و از روش آیرودینامیک نواری برای تحلیل آیرودینامیک بال استفاده شده است و برخی اثرات مانند واماندگی دینامیکی نیز در مدل آیرودینامیکی در نظر گرفته شده است. این تحقیقات اهمیت اثرات انعطاف‌پذیری و به‌خصوص اثرات غیرخطی سازه و تغییر شکل‌های بزرگ را بر آیرودلاستیک پرنده نشان می‌دهند. حاصل این تحقیقات کدی با عنوان ناتاشا (NATASHA) است.

یورتا-کدوست و رثوف<sup>[7]</sup> نیز آیرودلاستیک و دینامیک پرواز پرنده هیل را مورد بررسی قرار داده‌اند. در این پژوهش یک بال پرنده با استفاده از شکل مدهای تیر دو سر آزاد تحلیل شده و برای محاسبه بارهای آیرودینامیک، بال به چند قسمت تقسیم شده و با استفاده از ضرایب برآ و درگ، در هر قسمت نیرو محاسبه شده است. سپس معادلات با استفاده از یک برنامه نوشته شده با متلب (Matlab) حل شده و پاسخ زمانی جابجایی نوک بال محاسبه شده است.

در سال‌های اخیر روش‌های مختلف آیرودینامیکی و سازه‌ای به‌صورت همگیر مورد استفاده قرار گرفته‌اند. فرسادی و همکاران<sup>[8]</sup>، رفتار آیرودلاستیک بال کامپوزیتی در جریان تراکم‌ناپذیر و ناپایا را مورد مطالعه قرار دادند. در این پژوهش با استفاده از مدل تیر لیبیرسکو، اثر زوایای پیچش بر سرعت ناپایداری و رفتار آیرودلاستیک بال بررسی شده است. گلپور و ایرانی<sup>[9]</sup> از گردابه سه‌بعدی برای آیرودینامیک و تئوری ورق فون کارمن برای تحلیل آیرودلاستیک بال استفاده کردند و نتایج به‌دست‌آمده را برای بال دوزنقه‌ای با نتایج تجربی مقایسه کردند. در تحقیق دیگری پورشمسی و همکاران<sup>[10]</sup> یک بال دارای عقب‌گرد که یک جرم خارجی به آن متصل است را با روش آیرودینامیک پیترز اصلاح‌شده مورد مطالعه قرار دادند. موسی‌زاده و همکاران<sup>[11]</sup> نیز برای تحلیل ارتعاشات غیرخطی و آیرودلاستیک صفحه منحنی‌شکل دوبعدی از تئوری پیستون مرتبه اول و مرتبه سوم استفاده کردند.

استفاده از روش‌های محاسبات عددی نیز در این زمینه استفاده شده است. به‌طور مثال پالاکویوس و سزنیک<sup>[12]</sup> با استفاده از حل

چشمه‌ها و دابلت‌ها براساس شرایط مرزی و معادله لاپلاس به همراه شرط کوتا در لبه فرار بال، توزیع فشار روی مرز جسم محاسبه می‌شود که با انتگرال‌گیری و بی‌بعدسازی این توزیع می‌توان ضرایب و مشتقات آیرودینامیکی پرنده را محاسبه نمود.

## ۲-۱- معادلات روش پنل سه‌بعدی

معادله اصلی حاکم بر جریان پتانسیل تراکم‌ناپذیر به شکل زیر است

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (۱)$$

که در آن  $\nabla$  عملگر گرادیان و  $\phi$  تابع پتانسیل سرعت است. با در نظر گرفتن شبکه آیرودینامیکی مطابق شکل ۱ و گسسته‌سازی رابطه (۱) مانند مراجع [27, 28] می‌توان نوشت:

$$A_a \phi + B_a q = 0 \quad (۲)$$

که در رابطه (۲)،  $\phi$  و  $q$  به ترتیب بردار قدرت دابلت و سرعت عمود بر سطح هر پنل هستند که به‌طور یکنواخت در سطح هر المان توزیع شده‌اند و به  $A_a$  و  $B_a$  ماتریس‌های ضرایب تأثیر چشمه و دابلت گفته می‌شود. درایه‌های این ماتریس‌ها براساس روابط زیر محاسبه می‌شود

$$(A_a)_{ij} = \sum_{j=1}^N \left( \int_{S_j} \frac{-r \cdot n}{r^3} dS + 2\pi \delta_{ij} \right), \quad (۳)$$

$$(B_a)_{ij} = \sum_{j=1}^N \int_{S_j} \frac{1}{r} dS$$

که روابط فوق مربوط به سطرهای متناظر با پنل‌های روی جسم است. برای تعیین مقدار قدرت دابلت روی پنل‌های دنباله، براساس شرط کوتا، سرعت در لبه فرار باید محدود باشد [27] این شرط الزام می‌کند که اختلاف قدرت دابلت از پنل‌های لبه بالا و پایین در لبه فرار بال باید به پنل‌های دنباله متناظر منتقل شود. در غیراین صورت یک نقطه تکین در لبه فرار ایجاد می‌شود که سبب ایجاد سرعت بی‌نهایت در آن نقطه خواهد شد. بنابراین برای پنل‌های روی دنباله، براساس شرط کوتا از روابط زیر استفاده می‌شود

$$(A_a)_{ij} = \begin{cases} 1 & j = w, u \\ -1 & j = i = l, (B_a)_{ij} = 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (۴)$$

در رابطه اخیر منظور از  $w$  و  $u$  به ترتیب شماره پنل‌های دنباله، پنل بالایی لبه فرار و پنل زیرین لبه فرار است که مجاور پنل دنباله قرار گرفته‌اند و در شکل ۲ نشان داده شده‌اند. ضمناً انتگرال‌های روابط (۳) برای پنل‌های چهارضلعی به‌صورت تحلیلی قابل محاسبه است و مقادیر آن‌ها در مرجع [27] آمده است.

برای حل معادله حاکم، با استفاده از شرط عدم نفوذ روی سطح جسم، مقدار  $q$  روی پنل‌های روی جسم به‌صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$q_i = (V_\infty)_i \cdot n_i \quad (۵)$$

که  $(V_\infty)_i$  بردار سرعت جریان در مرکز پنل  $i$ ام ناشی از جریان آزاد، دوران جسم و حرکت‌های سازه است و  $n_i$  بردار نرمال سطح به سمت داخل میدان (یعنی خارج از جسم) است.

به این ترتیب برای محاسبه تابع پتانسیل سرعت می‌توان نوشت:

$$\phi = \mathcal{L}_q^\phi q \quad (۶)$$

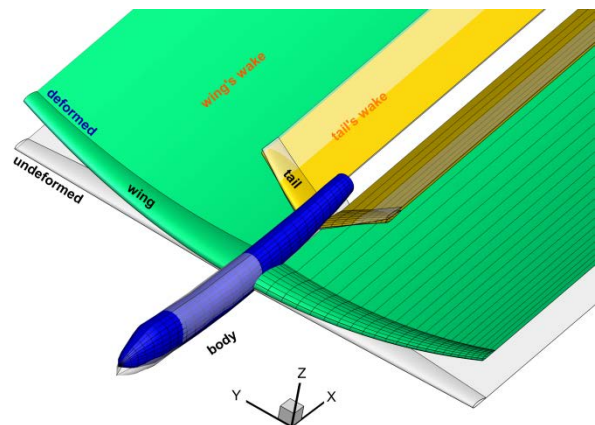
و عملگر  $\mathcal{L}_q^\phi$  که توزیع سرعت عمود بر سطح پنل را به توزیع تابع پتانسیل تبدیل می‌کند به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathcal{L}_q^\phi = A_a^{-1} B_a \quad (۷)$$

هم‌زمان سازه و سیال با روش محاسبات عددی و اجزای محدود، آیروداستیک غیرخطی و پایای بال را برای جریان تراکم‌پذیر مورد مطالعه قرار دادند. از جمله تحقیقات دیگری که بر مبنای روش‌های محاسبات عددی به بررسی آیروداستیک بال پرداخته‌اند می‌توان به پژوهش‌های [13-17] اشاره کرد.

برخی نرم‌افزارهای تجاری مانند ZAERO [18] نیز قابلیت تریم کردن و محاسبه ضرایب آیرودینامیک پرنده الاستیک خطی را دارند. این نرم‌افزار از روش شبکه گردابه (VLM) برای مدل‌سازی آیرودینامیک استفاده می‌کند.

روش‌های اجزا مرزی مانند شبکه گردابه [19-23] و روش پنل سه‌بعدی [24-26] به وفور در تحلیل آیرودینامیک دوبعدی و سه‌بعدی استفاده شده‌اند. مزیت اصلی این روش‌ها نسبت به روش‌های متداول CFD برای حل معادله ناویر-استوکس سرعت آن‌ها است. در پژوهش حاضر، هدف ارائه مدلی جهت محاسبه مشتقات آیرودینامیکی پرنده الاستیک با استفاده از روش آیرودینامیک سریع پنل به همراه مدل تیر اوایلر-برنولی سه‌بعدی برای پرنده کامل است. در این مدل معادلات آیروداستیک به‌صورت همگیر (سازه/آیرودینامیک) توسعه داده شده‌اند که معادلات سازه به‌صورت مودال با شکل مودهای استخراج شده از تیر اوایلر-برنولی سه‌بعدی با روش اجزای محدود و معادلات آیرودینامیک با روش پنل سه‌بعدی متشکل از شبکه‌ای از چشمه و دابلت روی سطح پرنده هستند. در شکل ۱ یک نمای سه‌بعدی از مدل آیرودینامیکی پرنده نمایش داده شده است.

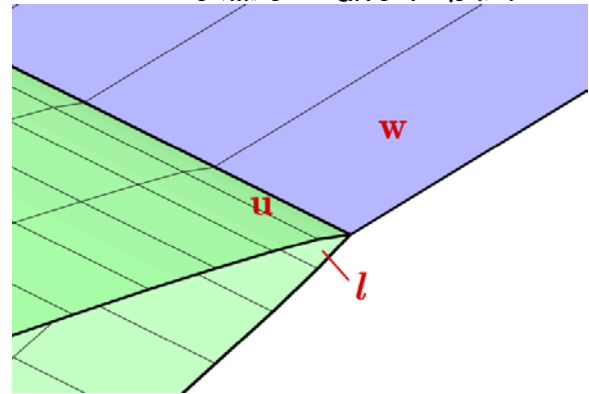


شکل ۱) شبکه‌بندی آیرودینامیک پرنده

ویژگی اصلی مدل ارائه شده برای آیروداستیک پرنده کامل، استفاده از عملگرهای ماتریسی است که ارتباط بین سازه، آیرودینامیک و دینامیک پرواز را ایجاد می‌کنند و با استفاده از آن‌ها معادلات همگیر برای آیروداستیک پرنده به‌دست آمده است. همچنین ضرایب و مشتقات (شامل مشتقات استاتیکی و دینامیکی) پرنده برحسب این عملگرها تعریف شده‌اند. این عملگرها به‌طور کلی با استفاده از ماتریس‌های تأثیر آیرودینامیک (در روش پنل) و شکل مودهای سازه مدل تیر پرنده محاسبه می‌شوند.

## ۲-۲ مدل آیرودینامیک پنل سه‌بعدی

روش پنل یکی از روش‌های مرسوم اجزای مرزی برای تحلیل آیرودینامیک [24-26] است. در این روش مرز دوبعدی یا سه‌بعدی جسم به اجزا یا پنل‌هایی تقسیم‌بندی می‌شود و فرض می‌شود توزیع ثابتی از چشمه و دابلت رو هر پنل قرار دارد. با تعیین قدرت



شکل ۲. پنل دنباله و پنل‌های مجاور در لبه فرار بال

با استفاده از معادلات اوایلر- لاگرانژ به صورت زیر نوشت:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} = Q_i, L = T - U \quad (11)$$

در رابطه فوق  $T$  انرژی جنبشی،  $U$  انرژی پتانسیل،  $D$  تابع اتلاف ریلی که در مسئله حاضر صفر است،  $Q$  نیرو تعمیم‌یافته غیرپایستار و  $q$  مختصات تعمیم‌یافته جسم است. چنانچه حرکت‌های جسم ترکیبی از سه دسته حرکت صلب انتقالی، حرکت صلب دورانی و تغییر شکل الاستیک فرض شود، رابطه فوق به سه دسته تقسیم می‌شود که در رابطه (۱۲) آمده است.

این روابط در دستگاه بدنی بیان شده‌اند که یک دستگاه با سرعت دورانی  $\omega = [p, q, r]^T$  است و ترم  $\omega \times \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}$  به خاطر آن ظاهر شده است.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} + \omega \times \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} &= Q_i, \quad q_i = [x, y, z]^T \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} + \omega \times \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} &= Q_i, \quad q_i = [\theta, \psi, \phi]^T \end{aligned} \quad (12)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i, \quad q_i = [\xi_1, \dots, \xi_N]^T$$

### ۳-۲-۱- انرژی جنبشی

انرژی جنبشی را در دستگاه اینرسی می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$T = \frac{1}{2} \int_V \dot{r} \cdot \dot{r} dm \quad (13)$$

که بردار موقعیت هر نقطه روی جسم است که به صورت زیر تعریف شده است:

$$r = r_{cg} + r_0 + e = r_{cg} + \bar{r} \quad (14)$$

که در آن  $r_{cg} = [x_{cg}, y_{cg}, z_{cg}]^T$  موقعیت مرکز جرم در دستگاه مختصات اینرسی،  $r_0$  موقعیت اولیه نقطه مورد نظر در دستگاه مختصات بدنی و  $e = [\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}]^T$  بردار تغییر مکان الاستیک نقطه است. بنابراین بردار  $\bar{r}$  نیز موقعیت نقطه پس از تغییر شکل در دستگاه مختصات بدنی است.

با در نظر گرفتن دستگاه مختصات بدنی به عنوان یک دستگاه دوار، سرعت هر نقطه را در دستگاه اینرسی به صورت زیر می‌توان بیان کرد:

$$\dot{r}_p = v_B + v_{p/B} = v_B + \dot{r}_{p/B} + \omega_B \times r_{p/B} \quad (15)$$

که در آن زیرنویس  $p$  معرف نقطه مورد نظر، زیرنویس  $B$  معرف دستگاه بدنی، زیرنویس  $I$  دستگاه اینرسی و زیرنویس  $p/B$  بیانگر حرکت نسبی نقطه در دستگاه مختصات بدنی است. ضمناً مؤلفه‌های بردارهای فوق در دستگاه‌های مختصات مختلف قابل بیان است و در اینجا دستگاه مختصات بدنی مورد نظر است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\dot{r} = v_{cg} + \dot{e} + \omega \times \bar{r} \quad (16)$$

که بردار  $v_{cg} = [u_{cg}, v_{cg}, w_{cg}]^T$  سرعت خطی مبدأ دستگاه بدنی (جسم صلب) نسبت به دستگاه اینرسی است و بردار  $\omega = [p, q, r]^T$  سرعت زاویه‌ای دستگاه بدنی (جسم صلب) است. بنابراین انرژی جنبشی به شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$T = \frac{1}{2} \int_V (v_{cg} + \dot{e} + \omega \times \bar{r})^2 dm \quad (17)$$

### ۳- معادلات ترم پرنده الاستیک

هدف از پژوهش حاضر ارائه مدلی برای محاسبه مشتقات آیرودینامیک پرنده‌های انعطاف‌پذیر است که این پرنده‌ها عموماً بال‌هایی با نسبت منطری بالا و در حدود ۱۰ دارند. از آنجا که مودهای قالب سازه‌ای در این پرنده‌ها، خمش و پیچش بال‌ها است که به صورت تیر شکل رخ می‌دهد، استفاده از مدل تیر گزینه مناسبی است و دقت‌های بسیار خوبی به دست می‌دهد. بر این اساس محققین زیادی از مدل تیر برای تحلیل‌های آیروالاستیک استفاده کرده‌اند.

بیان معادلات سازه‌ای به فرم مودال و براساس شکل مودهای غالب مسئله، سبب کاهش تعداد درجات آزادی سیستم می‌شود و از نظر عددی بسیار به صرفه است. لذا در مدل ارائه شده، از این روش استفاده شده است.

### ۳-۱- معادلات سازه‌ای تیر

سازه پرنده به صورت تیرهای متصل به هم فرض شده است که هر کدام از تیرها به اجزا و گره‌هایی تقسیم‌بندی شده و هر گره آن دارای سه درجه آزادی انتقالی و سه درجه آزادی دورانی است. با استفاده از روش اجزا محدود می‌توان معادلات حاکم بر این سازه را در حالت استاتیکی به صورت زیر نوشت:

$$K_s x = f \quad (8)$$

که ماتریس  $K_s$  ماتریس سختی،  $f$  بردار نیروهای وارد بر گره‌ها و  $x$  بردار درجات آزادی تمام گره‌های تیر است. با استفاده از شکل مودهای سازه در حالت نامقید و تعریف مختصات تعمیم‌یافته به شکل زیر:

$$x = \Phi \xi \quad (9)$$

می‌توان معادلات را در فضای مودال به صورت زیر بیان کرد:

$$K_\xi \xi = Q \quad (10)$$

که  $\xi$  بردار مختصات تعمیم‌یافته،  $Q$  بردار نیروهای تعمیم‌یافته و  $\Phi$  ماتریس مودال است که هر ستون آن، یکی از شکل مودهای سازه (یکه شده نسبت به جرم) است. ضمناً  $K_\xi$  ماتریس سختی مودال است که ماتریسی قطری است که درایه‌های روی قطر آن  $\omega_i^2$  (مجذور فرکانس‌های طبیعی سازه) هستند. در مسئله حاضر، نیروهای تعمیم‌یافته تابع نیروهای آیرودینامیکی و از طرفی نیروهای آیرودینامیکی متأثر از تغییر شکل‌های سازه هستند که سبب ایجاد معادلات همگیر سازه و آیرودینامیک می‌شوند.

### ۳-۲- معادلات حرکت جسم الاستیک نامقید

در این بخش معادلات حاکم بر حرکت جسم نامقید الاستیک و یا به عبارتی معادلات دینامیک پرواز جسم الاستیک ارائه شده است. در حالت کلی می‌توان معادلات حاکم بر جسم الاستیک نامقید را

است که در ادامه بررسی خواهد شد.

بنابراین سه دسته معادله زیر برای نیروهای تعمیم‌یافته برای درجات آزادی انتقالی مرکز جرم، دورانی مرکز جرم و حرکت الاستیک وجود دارد.

$$F = \int_S \Delta p n dA \quad (۲۶)$$

$$M = \int_S \Delta p (r_0 \times n) dA \quad (۲۷)$$

$$Q_\xi = \int_S \Delta p n \cdot \phi dA \quad (۲۸)$$

بنابراین براساس رابطه (۱۲) و استفاده از روابط به‌دست‌آمده برای انرژی جنبشی، انرژی پتانسیل و نیروهای تعمیم‌یافته، می‌توان معادلات حاکم بر جسم نامقید الاستیک را به‌دست آورد. لازم به ذکر است که هدف بررسی وضعیت پایایی پرنده است و در نتیجه مشتقات زمانی حرکت الاستیک صفر فرض می‌شود، بنابراین با خطی‌سازی حرکت الاستیک پرنده، می‌توان معادلات حاکم را به شکل زیر نوشت:

$$\begin{cases} m\dot{v}_{cg} + m\omega \times v_{cg} = F \\ I_0\dot{\omega} + \omega \times I_0\omega = M \\ K_\xi \xi = Q_\xi \end{cases} \quad (۲۹)$$

که در آن:

$$(K_\xi)_{ij} = (\omega_i^2 - \omega^T I_{e,i} \omega) \delta_{ij} \quad (۳۰)$$

#### ۴- مدل آیرودینامیک پرنده

در این بخش، هدف ادغام معادلات آیرودینامیک و معادلات حرکت جسم الاستیک نامقید است. به عبارتی معادلات همگیر سازه، آیرودینامیک و دینامیک پرواز در این فصل توسعه داده می‌شود. در معادلات به‌دست‌آمده برای جسم الاستیک نامقید در بخش قبل، ابتدا باید سمت راست معادلات (نیروهای تعمیم‌یافته) را برحسب پارامترهای آیرودینامیکی بیان کرد.

نیروها و گشتاورهای خارجی وارد بر مرکز جرم و نیروهای تعمیم‌یافته الاستیک، با استفاده از عملگرهای انتگرالی به شکل رابطه (۳۱) تعریف می‌شوند.

$$\begin{aligned} F &= [\mathcal{L}_p^x, \mathcal{L}_p^y, \mathcal{L}_p^z]^T P = \mathcal{L}_p^f P, \\ M &= [\mathcal{L}_p^{mx}, \mathcal{L}_p^{my}, \mathcal{L}_p^{mz}]^T P = \mathcal{L}_p^m P, \end{aligned} \quad (۳۱)$$

$$Q_\xi = [\mathcal{L}_p^{Q,1}, \mathcal{L}_p^{Q,2}, \dots, \mathcal{L}_p^{Q,N}]^T P = \mathcal{L}_p^Q P$$

که  $P$  برداری شامل فشار تمام المان‌های شبکه آیرودینامیکی است و عملگرهای استفاده‌شده در رابطه فوق، تابع هندسه و در واقع تابع شبکه آیرودینامیک هستند. در واقع عملگر  $\mathcal{L}_p^{Q,i}$ ، انتگرال‌گیری فشار ضرب در حاصل‌ضرب داخلی بردار نرمال سطح و بردار جابجایی روی تمام سطح آیرودینامیک را انجام می‌دهد و برای هر شکل مود متفاوت است.

در گام بعد با استفاده از رابطه برنولی می‌توان فشار را به تابع پتانسیل سرعت مرتبط کرد، در حالت پایا، برای جریان تراکم‌ناپذیر می‌توان نوشت:

$$p - p_\infty = q_\infty - \frac{1}{2} \rho_\infty v^2 \quad (۳۲)$$

بنابراین برای محاسبه فشار تمام پنل‌ها، برحسب تغییرات تابع پتانسیل همه پنل‌ها ( $\hat{\phi}$ ) می‌توان نوشت:

$$P = \bar{P} + \mathcal{L}_\phi^p \hat{\phi} \quad (۳۳)$$

از طرفی حرکت الاستیک جسم به‌صورت زیر برحسب مختصات تعمیم‌یافته قابل بیان است:

$$e = \sum_{i=1}^N \xi_i \phi_i \quad (۱۸)$$

لازم به ذکر است که شکل مودهای استفاده‌شده مربوط به حالت نامقید جسم است و مودهای حرکت صلب حذف شده و اثرات حرکت صلب به‌صورت مجزا در نظر گرفته شده است. سپس با انجام محاسبات ریاضی می‌توان نشان داد که انرژی جنبشی به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$T = \frac{1}{2} m v_{cg} \cdot v_{cg} + \frac{1}{2} \omega^T I_0 \omega + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (\xi_i^2 + \xi_i^T \omega^T I_{e,i} \omega) \quad (۱۹)$$

که  $I_{e,i}$  تغییرات ممان اینرسی در اثر تغییر شکل الاستیک مودهای سازه است و به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$I_{e,i} = \begin{bmatrix} I_{e1,i} & -I_{e4,i} & -I_{e5,i} \\ -I_{e4,i} & I_{e2,i} & -I_{e6,i} \\ -I_{e5,i} & -I_{e6,i} & I_{e3,i} \end{bmatrix} \quad (۲۰)$$

$$\begin{aligned} I_{e1,i} &= \int_V (\phi_{zi}^2 + \phi_{yi}^2) dm, I_{e4,i} = \int_V (\phi_{xi} \phi_{yi}) dm, \\ I_{e2,i} &= \int_V (\phi_{zi}^2 + \phi_{xi}^2) dm, I_{e5,i} = \int_V (\phi_{xi} \phi_{zi}) dm, \\ I_{e3,i} &= \int_V (\phi_{xi}^2 + \phi_{yi}^2) dm, I_{e6,i} = \int_V (\phi_{zi} \phi_{yi}) dm \end{aligned} \quad (۲۱)$$

منظور از  $\phi_{xi}$ ، میزان جابجایی در راستای  $x$  در اثر اعمال شکل مود  $i$ ام است و به همین ترتیب برای سایر ترم‌های مشابه نیز صادق است.

#### ۳-۲-۲- انرژی پتانسیل

با توجه به اصل دالامبر، انرژی الاستیک را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$U = -\frac{1}{2} \int (\omega_i^2 e \cdot e) dm \quad (۲۲)$$

در رابطه فوق، مشتقات زمانی در دستگاه بدنی تعریف شده است و این رابطه به شکل زیر نیز قابل بیان است:

$$U = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \omega_i^2 \xi_i^2 \quad (۲۳)$$

#### ۳-۲-۳- نیروهای تعمیم‌یافته

نیروهای تعمیم‌یافته با استفاده از اصل کار مجازی از رابطه زیر قابل محاسبه هستند:

$$Q_i = \frac{\partial(\delta W)}{\partial(\delta q_i)} \quad (۲۴)$$

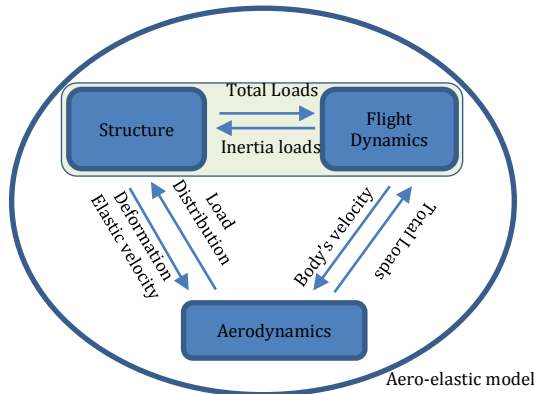
کار مجازی ناشی از فشار آیرودینامیکی وارد بر پرنده به‌صورت زیر قابل محاسبه است:

$$\begin{aligned} \delta W_p &= \int_S p n \cdot \delta(r_{cg} + e) dA \\ &+ \int_S p (r_0 \times n) \cdot \delta \theta_{cg} dA \end{aligned} \quad (۲۵)$$

لازم به ذکر است که فشار آیرودینامیکی خود تابع سرعت‌ها و زوایای مرکز جرم و همچنین سرعت‌ها و تغییر شکل‌های الاستیک

سپس می‌توان یک فرآیند تکراری برای رسیدن به همگرایی استفاده کرد.

ضمناً در مدل آیروالاستیک معرفی شده، روابط سازه به صورت توأم با حرکت صلب (دینامیک پرواز پرنده) به دست آمده است و شکل مودهای استفاده شده نیز شکل مودهای کل پرنده نامقید و بدون شرایط تکیه‌گاهی است که به شکل مودهای واقعی سیستم آیروالاستیک پرنده نزدیک هستند که سبب می‌شود در مقایسه با شکل مودهای تیر یک سرگردار که در برخی پژوهش‌ها استفاده شده است [29]، همگرایی به ازای تعداد مودهایی کمتری اتفاق بیافتد.



شکل ۳ ارتباط بین سازه، آیرودینامیک و دینامیک پرواز در مدل آیروالاستیک پرنده

## ۵- ضرایب و مشتقات آیرودینامیکی

نیرو و گشتاورهای معرفی شده در روابط ذکر شده، مربوط به دستگاه مختصات بدنی هستند. این نیروها و گشتاورها را می‌توان در دستگاه مختصات باد نیز منتقل نمود، یعنی:

$$\bar{F} = T_B^W F, \quad \bar{M} = T_B^W M \quad (39)$$

سپس ضرایب آیرودینامیکی پرنده، پس از محاسبه نیروها و گشتاورهای آیرودینامیکی به صورت زیر هستند:

$$\begin{bmatrix} c_d & c_y & c_L \end{bmatrix} = \frac{1}{q_\infty S_{ref}} T_B^W F, \quad (40)$$

$$\begin{bmatrix} c_l & \frac{b}{c} c_m & c_n \end{bmatrix} = \frac{1}{q_\infty S_{ref} b} T_B^W M$$

که  $c$  وتر میانگین بال،  $b$  نصف دهانه بال و  $S_{ref}$  مساحت مرجع است که برابر با مساحت دید از بالای بال است.  $q_\infty$  نیز فشار دینامیکی جریان آزاد است که به صورت زیر تعریف شده است:

$$q_\infty = \frac{1}{2} \rho u_\infty^2 \quad (41)$$

سپس مشتقات آیرودینامیکی نیز برحسب عملگرهای معرفی شده قابل بیان است، یعنی:

$$\begin{bmatrix} c_{d\#} & c_{y\#} & c_{L\#} \end{bmatrix}^T = \frac{1}{q_\infty S_{ref}} T_B^W \mathcal{L}_p^f \mathcal{L}_\#^p, \quad (42)$$

$$\begin{bmatrix} c_{l\#} & \frac{b}{c} c_{m\#} & c_{n\#} \end{bmatrix}^T = \frac{1}{q_\infty S_{ref} b} T_B^W \mathcal{L}_p^m \mathcal{L}_\#^p$$

که بجای # می‌توان پارامترهای  $\alpha, \beta, p, q, r$  و  $\alpha$  باشد.

که عملگرهای فوق براساس رابطه برنولی قابل محاسبه است و به شبکه‌بندی آیرودینامیک مرتبط می‌شود.

سپس با استفاده از معادلات روش پنل و تعریف عملگرهای موردنیاز، نیروها و گشتاورهای وارد بر مرکز جرم، از روابط زیر قابل محاسبه است:

(34)

$$\begin{bmatrix} F \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_0 \\ M_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathcal{L}_p^f \\ \mathcal{L}_p^m \end{bmatrix} \mathcal{L}_\phi^p \mathcal{L}_q^q \begin{pmatrix} \mathcal{L}_\alpha^q \alpha + \mathcal{L}_\alpha^q \dot{\alpha} + \mathcal{L}_\beta^q \beta + \mathcal{L}_\beta^q \dot{\beta} \\ + \mathcal{L}_p^q p + \mathcal{L}_q^q q + \mathcal{L}_r^q r \\ + \mathcal{L}_\delta^q \delta + \mathcal{L}_\xi^q \xi \end{pmatrix}$$

که  $\delta$  برداری شامل زوایا سطوح کنترلی است. با جایگذاری از رابطه (31) در رابطه (29) می‌توان تغییر شکل‌های الاستیک پرنده را به صورت زیر محاسبه نمود:

$$\xi = (K_\xi - \mathcal{L}_\xi^q)^{-1} \mathcal{L}_q^q \begin{pmatrix} \mathcal{L}_\alpha^q \alpha + \mathcal{L}_\alpha^q \dot{\alpha} + \mathcal{L}_\beta^q \beta + \mathcal{L}_\beta^q \dot{\beta} \\ + \mathcal{L}_p^q p + \mathcal{L}_q^q q + \mathcal{L}_r^q r + \mathcal{L}_\delta^q \delta \end{pmatrix} \quad (35)$$

و در نهایت نیروها و گشتاورهای وارد بر مرکز جرم، برحسب زاویه حمله و سرعت‌های زاویه‌ای به شکل زیر محاسبه می‌شوند:

$$\begin{bmatrix} F \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_0 \\ M_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathcal{L}_p^f \\ \mathcal{L}_p^m \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathcal{L}_\alpha^p \alpha + \mathcal{L}_\alpha^p \dot{\alpha} + \mathcal{L}_\beta^p \beta + \mathcal{L}_\beta^p \dot{\beta} \\ + \mathcal{L}_p^p p + \mathcal{L}_q^p q + \mathcal{L}_r^p r + \mathcal{L}_\delta^p \delta \end{pmatrix} \quad (36)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_\alpha^p &= \mathcal{L}^* \mathcal{L}_\alpha^q & \mathcal{L}_\beta^p &= \mathcal{L}^* \mathcal{L}_\beta^q \\ \mathcal{L}_\beta^p &= \mathcal{L}^* \mathcal{L}_\beta^q & \mathcal{L}_q^p &= \mathcal{L}^* \mathcal{L}_q^q \\ \mathcal{L}_\alpha^p &= \mathcal{L}^* \mathcal{L}_\alpha^q & \mathcal{L}_r^p &= \mathcal{L}^* \mathcal{L}_r^q \\ \mathcal{L}_\beta^p &= \mathcal{L}_{pq} \mathcal{L}_\beta^q & \mathcal{L}_\delta^p &= \mathcal{L}^* \mathcal{L}_\delta^q \end{aligned} \quad (37)$$

$$\mathcal{L}^* = \mathcal{L}_\phi^p \mathcal{L}_q^q \left( I + \mathcal{L}_\xi^q (K_\xi - \mathcal{L}_\xi^q)^{-1} \mathcal{L}_q^q \right)$$

بنابراین معادلات کامل تیرم پرنده الاستیک با در نظر گرفتن ترم‌های غیرخطی حرکت صلب پرنده، به شکل رابطه (38) بیان می‌شوند.

$$\begin{bmatrix} m \dot{v}_{cg} + m \omega \times v_{cg} \\ I_0 \dot{\omega} + \omega \times I_0 \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_0 \\ M_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathcal{L}_p^f \\ \mathcal{L}_p^m \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathcal{L}_\alpha^p \alpha + \mathcal{L}_\alpha^p \dot{\alpha} + \mathcal{L}_\beta^p \beta + \mathcal{L}_\beta^p \dot{\beta} \\ + \mathcal{L}_p^p p + \mathcal{L}_q^p q + \mathcal{L}_r^p r + \mathcal{L}_\delta^p \delta \end{pmatrix} \quad (38)$$

معادلات به دست آمده برای سیستم به صورت همگیر هستند، یعنی اثرات دینامیک پرواز، آیرودینامیک و سازه به صورت توأم در آن وارد شده است. ارتباط بین معادلات مختلف در تشکیل معادلات همگیر برای مدل آیروالاستیک پرنده کامل مطابق شکل ۳ است. معادلات به دست آمده برای پرنده کامل در سه حالت زیر قابل بررسی است.

۱- **تیرم مستقیم:** با معلوم بودن پارامترهای سمت راست معادله، شتاب‌های خطی و زاویه محاسبه می‌شود.

۲- **تیرم معکوس:** با معلوم بودن شتاب‌های خطی و زاویه‌ای، از حل معادلات غیرخطی، زوایای حمله و سرعت‌های زاویه‌ای محاسبه می‌شوند.

۳- **ترکیبی از حالت ۱ و ۲.**

لازم به ذکر است که در تمام حالت‌ها، تعداد معادلات و مجهولات باید با هم برابر باشد تا معادلات قابل حل باشند. ضمناً در صورتی که سرعت‌های زاویه‌ای مجهول باشند، معادله به صورت غیرخطی و با روش تکراری حل می‌شوند. ضمناً برای مشاهده اثر تغییر شکل بر ضرایب آیرودینامیکی، لازم است پس از محاسبه شکل تغییر یافته، ماتریس‌های تاثیر آیرودینامیک به روزرسانی شوند و

محور الاستیک این بال در فاصله ۳۳٪ وتر از لبه حمله است. فرکانس‌های این بال مطابق جدول ۱ است

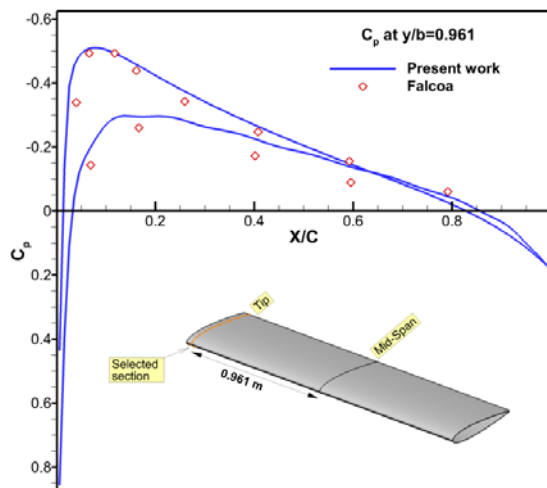
جدول ۱) فرکانس‌های بال گولند و تغییر شکل‌های یک‌شده نسبت به جرم

| شکل مود | نوع   | فرکانس (Hz) | خیز نوک بال | پیچش نوک بال (°) |
|---------|-------|-------------|-------------|------------------|
| اول     | خمشی  | ۷/۵۴۸۵      | ۰/۱۲۵۱      | ۱/۶۸۵۰           |
| دوم     | پیچشی | ۱۴/۱۰۵      | ۰/۰۶۷۰۴     | ۱۰/۸۴            |

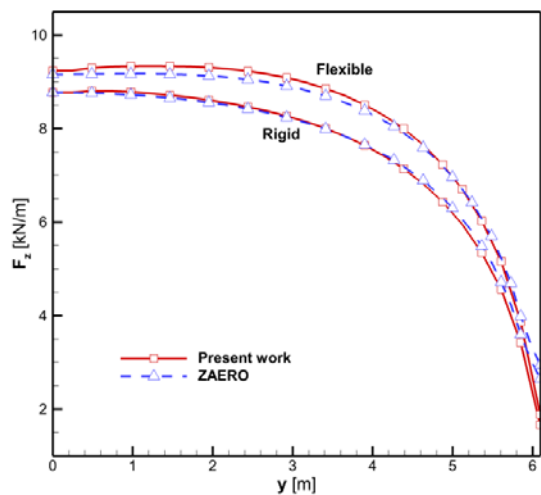
برای مقایسه، توزیع لیفت و گشتاور حول محور الاستیک بال، برای حالت صلب و الاستیک با نتایج تحلیل حلگر ZAERO مقایسه شده است. سرعت ۹۱/۴۴ متر بر ثانیه (۳۰۰ فوت بر ثانیه) و زاویه حمله ۱۰ درجه در نظر گرفته شده است سرعت ناپایداری این بال ۱۳۷/۵ متر بر ثانیه (۴۵۱ فوت بر ثانیه) است [32]. توزیع نیروی برآ و گشتاور پیچشی در طول بال در نمودارهای ۲ و ۳ آمده است.

همان‌طور که انتظار می‌رود، با در نظر گرفتن الاستیسیته، بال دچار پیچش می‌شود، در نتیجه زاویه حمله افزایش یافته و در نتیجه نیروی برآ و گشتاور پیچشی نیز افزایش یافته است. توزیع خمش و پیچش در راستای دهانه بال در حالت الاستیک نیز در نمودار ۵ مقایسه و صحت‌سنجی شده‌اند.

نتایج توزیع نیرو و جابجایی از پژوهش حاضر، با دقت مناسبی با نتایج حلگر ZAERO هم‌خوانی دارد و صحت مدل آیرودینامیک توسعه داده شده را تایید می‌کند.



نمودار ۲) مقایسه ضریب فشار در مقطع  $y/b=0.961$



نمودار ۳) مقایسه توزیع لیفت روی بال گولند

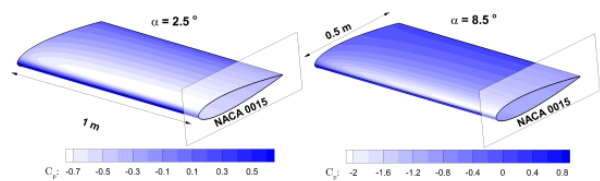
## ۶- نتایج عددی

در این فصل نتایج عددی به‌دست‌آمده از کد توسعه‌داده‌شده براساس روابط این پژوهش، ارائه شده است. ابتدا نتایج حاصله با نتایج قابل دسترس در سایر پژوهش‌ها و همچنین تحلیل‌های انجام‌شده با استفاده از حلگر ZAERO صحت‌سنجی شده است. سپس برای یک پرنده انعطاف‌پذیر، مطالعه پارامتری در مورد تأثیر پارامترهای مختلف سازه‌ای بر ضرایب آیرودینامیکی انجام شده است.

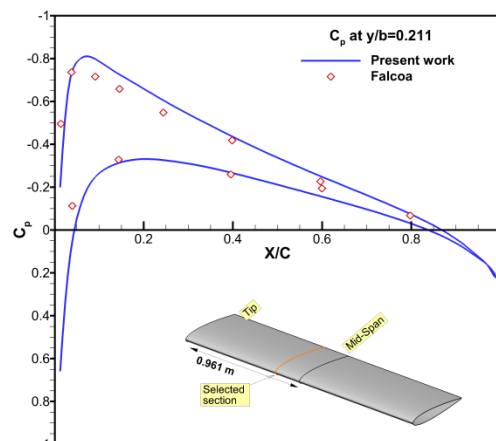
### ۶-۱- بال صلب

برای صحت‌سنجی مدل آیرودینامیکی، ابتدا یک بال با نسبت منطری  $AR = 2b/c = 4$  تحلیل شده است.  $b$  نصف دهانه بال و برابر با یک متر و  $c$  وتر بال برابر با ۰/۵ متر در نظر گرفته شده و ایرفویل ناکا ۰۰۱۵ در تمام طول بال استفاده شده است. ضمناً طول دنباله، ۱۰ برابر وتر بال در نظر گرفته شده است. زاویه حمله در دو حالت ۲/۵ و ۸/۵ درجه در نظر گرفته شده و سرعت جریان ۳۰ متر بر ثانیه است. توزیع فشار به‌دست‌آمده برای بال در شکل ۴ نمایش داده شده است.

برای صحت‌سنجی نتایج توزیع ضریب فشار با نتایج تجربی ارائه‌شده در مرجع [30] در دو موقعیت مختلف در طول دهانه بال برای زاویه حمله ۲/۵ درجه در شکل ۴ و نمودار ۱ مقایسه شده است. نتایج با دقت مناسبی بر هم منطبق است و صحت نتایج به‌دست‌آمده را تایید می‌کند که نشانگر درستی مدل آیرودینامیکی توسعه داده شده است.



شکل ۴) توزیع فشار روی بال (سمت راست زاویه حمله ۸/۵ و سمت چپ ۲/۵ درجه)



نمودار ۱) مقایسه ضریب فشار در مقطع  $y/b=0.211$

### ۶-۲- بال الاستیک

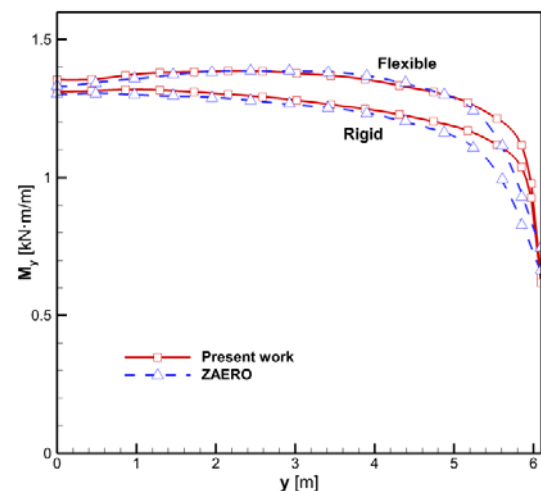
برای بال گولند که طول نصف دهانه آن ۶/۰۹۶ متر (۲۰ فوت) و وتر آن ۱/۸۲۹ متر (۶ فوت) است، تحلیل آیرودینامیک انجام‌شده و توزیع لیفت و جابجایی محور الاستیک با نتایج تحلیل با نرم‌افزار ZAERO مقایسه شده است. مشخصات هندسی، جرمی و سفتی این بال در مرجع [31] آمده است.

### ۳-۶- پرنده الاستیک

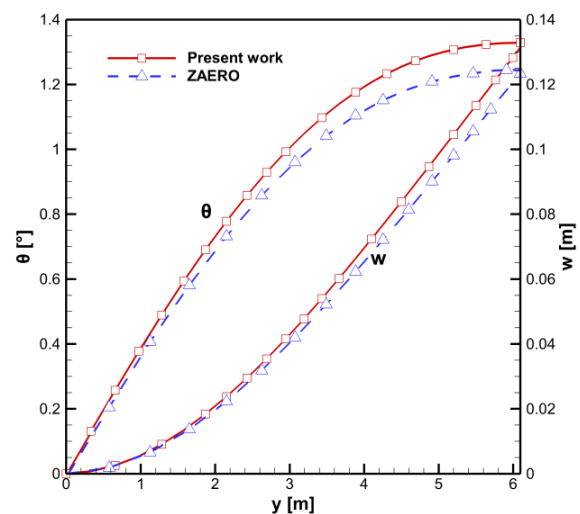
در این قسمت برای یک پرنده با مشخصات داده شده در پیوست الف، تحلیل آیروالاستیک انجام شده است. وزن پرنده یک تن است و توزیع جرم به طوری داده شده است که مرکز جرم در فاصله ۳/۳۲ متری از نوک قرار دارد. ضمناً براساس سفتی‌های در نظر گرفته شده برای بال، بدنه و دم، ۶ فرکانس و شکل مود اول پرنده در حالت نامقید محاسبه و در شکل ۵ نشان داده شده است (در تحلیل‌های بعدی ۱۰ شکل مود اول استفاده شده است، ولی در اینجا فقط ۶ مود اول نشان داده شده است).

پرنده معرفی شده با مشخصات داده شده، با استفاده از نرم افزار ZAERO تحلیل پایداری شده است، بال به تنهایی (به صورت یک سرگردار) در سرعت ۳۴ متر بر ثانیه فلاتر می‌کند، دم به تنهایی تا سرعت ۳۰۰ متر بر ثانیه پایدار است و پرنده کامل در سرعت ۱۱۱ متر بر ثانیه ناپایدار می‌شود. تحلیل‌های انجام شده در سرعت ۷۰ متر بر ثانیه است که در این سرعت پرنده پایدار است و این سرعت کمی بیشتر از نصف سرعت ناپایداری پرنده است.

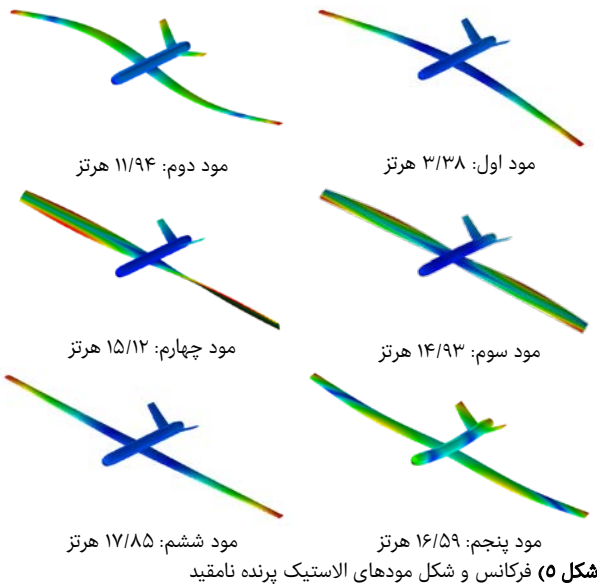
جهت بررسی اثر تغییر شکل الاستیک، مطالعه پارامتری روی پرنده در دو حالت انجام شده است. در حالت اول، برخی مشتقات پرنده و وضعیت تریم پرنده به ازای مقادیر مختلف ضریب بار  $N_z$  محاسبه شده است و در حالت دوم، با تغییر نسبت منطری بال، مشتقات عرضی پرنده در حالت صلب و الاستیک باهم مقایسه شده است.



نمودار ۴) مقایسه توزیع گشتاور پیچشی آیرودینامیکی روی بال گولند



نمودار ۵) مقایسه خیز و پیچش الاستیک بال گولند



شکل ۵) فرکانس و شکل مدهای الاستیک پرنده نامقید

### ۴-۶- بررسی اثر ضریب بار $N_z$

سرعت رو به جلو پرنده ۷۰ متر بر ثانیه است و پرنده با ضریب بارهای مختلف  $N_z$  در حالت الاستیک و صلب تریم شده است. نتایج زیر برای وضعیت تریم شامل زاویه حمله و الویتور به دست آمده است (نمودار ۶).

همان‌طور که انتظار می‌رود، با افزایش ضریب بار، اندازه زاویه حمله و زاویه الویتور به ترتیب به صورت خطی افزایش و کاهش پیدا کرده است. ضمناً به ازای ضریب بار کمتر از ۳، زاویه حمله صلب کمتر از زاویه حمله حالت الاستیک است. علت این موضوع آن است که با اعمال زاویه حمله اولیه به پرنده الاستیک، به خاطر تغییر شکل و پیچش بال، زاویه حمله مؤثر در طول بال از مقدار اعمال شده کمتر شده است، بنابراین به ازای مقدار بیشتری همان ضریب بار تأمین می‌شود. ولی این رفتار در بازه بیشتر از ۳ تغییر کرده است و علت آن این است که در این بازه پیچش بال به نحوی است که زاویه حمله افزایش یافته است. با بررسی خیز و پیچش نوک بال که در نمودار ۷ نشان داده شده است می‌توان دید که پیچش نوک بال که شامل زاویه حمله (پیچش صلب) و پیچش الاستیک است نیز در ضریب بار بیشتر از ۳ تغییر علامت داده است.

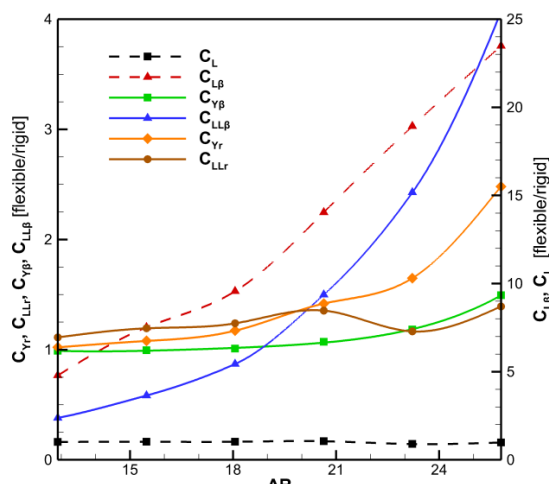
در نمودار ۸ نسبت مقدار الاستیک به صلب برخی مشتقات آیرودینامیکی پرنده و یا به عبارتی میزان تأثیر انعطاف‌پذیری بر مشتقات پرنده در ضریب بارهای مختلف بررسی شده است.

در نمودار ۸  $C_{L_N}$  ضریب گشتاور حول محور  $Z$  است و زیرنویس  $r$  به معنی مشتق نسبت به سرعت زاویه‌ای حول محور  $Z$  است. با افزایش ضریب بار، مقدار  $C_L$  برای حالت صلب و الاستیک به یک نسبت افزایش می‌یابد، زیرا در هر حال باید ضریب بار مورد نظر که ارتباط مستقیم به  $C_L$  دارد تأمین شود، بنابراین نسبت این ضریب ثابت و برابر با یک است. تغییر شکل بال‌ها در حالت الاستیک سبب می‌شود بال در راستای سمتی اثر گذار شود. بنابراین در مورد سایر مشتقات، با افزایش ضریب بار، میزان تغییر شکل‌های الاستیک افزایش یافته که منجر به اختلاف بیشتر بین مقادیر الاستیک و صلب شده است. به طور مثال  $C_{Y_\beta}$  تا ۱/۵ برابر و  $C_{Y_r}$  نسبت به حالت صلب تا ۳ برابر افزایش یافته است که در پایداری سمتی پرنده اثر گذار است. ضمناً علت زیاد بودن نسبت مقدار الاستیک به صلب برای  $C_{L_r}$  و  $C_{L_\beta}$  به خاطر آن است که مقدار صلب

## ۵-۶- بررسی اثر نسبت منطری

در این قسمت، نسبت منطری بال به عنوان یک پارامتر مؤثر در میزان انعطافپذیری پرنده متغیر در نظر گرفته شده و مقادیر برخی مشتقات مورد بررسی قرار گرفته است. سرعت پرنده ۷۰ متر بر ثانیه و زاویه حمله ۲ درجه در نظر گرفته شده است. ضمناً زاویه الویتور هر بار طوری محاسبه شده که پرنده تریم شود یعنی شتاب زاویه‌ای صفر شده است. نتایج به دست آمده در نمودار ۹ ارائه شده است.

همان‌طور که مشاهده می‌شود، در این حالت هم  $C_L$  تقریباً ثابت است. ولی به طور کلی در صورت افزایش نسبت منطری، اثر تغییر شکل‌های الاستیک بیشتر می‌شود و در نتیجه اختلاف بین مشتقات در حالت الاستیک و صلب نیز بیشتر می‌شود. به طور مثال در نسبت منطری کم  $C_{Y\beta}$  در حالت الاستیک و صلب تقریباً برابر است ولی افزایش نسبت منطری این مشتق را تا حدود ۱/۵ برابر نسبت به مقدار صلب آن افزایش می‌دهد. همین‌طور برای نسبت  $C_{Yr}$  که تا حدود ۲/۵ برابر افزایش یافته است.

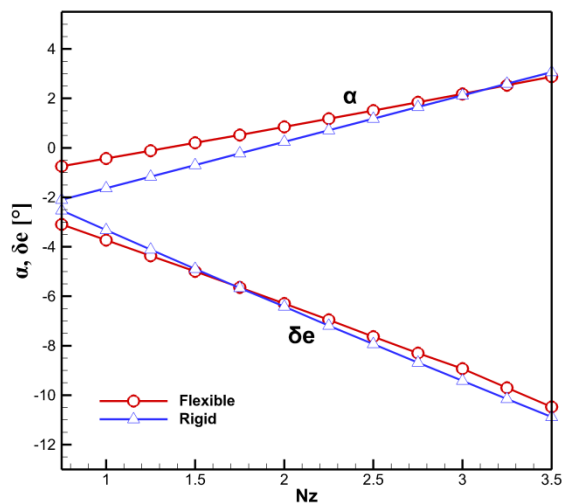


نمودار ۹) اثر نسبت منطری بال بر مشتقات آیرودینامیک

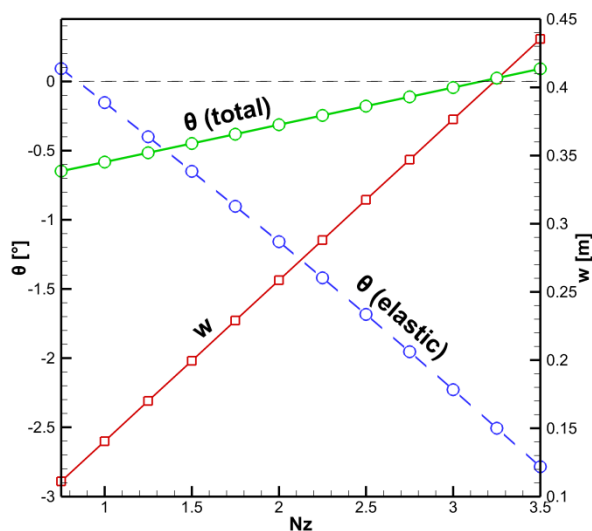
## ۷- نتیجه‌گیری

در این پژوهش با استفاده از معادلات همگیر سازه، آیرودینامیک و دینامیک پرواز، معادلات حاکم بر حرکت پرنده الاستیک نامقید تحت تأثیر نیروهای آیرودینامیکی و اینرسی، براساس روش تیر مودال برای سازه و روش پنل سه‌بعدی برای آیرودینامیک ارائه شد. شکل مودهای سازه با روش تیر اویلر-برنولی سه‌بعدی به روش اجزای محدود استخراج شده‌اند و معادلات آیرودینامیک با استفاده از شبکه‌ای از چمسه و دابلت روی سطح پرنده به دست آمده‌اند. سپس این معادلات با فرض وجود حرکت‌های کوچک حول یک وضعیت پایا، خطی‌سازی شدند و در ادامه با استفاده از معادلات همگیر در حالت پایا، مشتقات پرنده الاستیک مورد مطالعه و بررسی قرار گرفتند. در مدل آیروداستیک ارائه شده، اثرات متقابل سازه، آیرودینامیک و دینامیک پرواز با استفاده از عملگرهای ماتریسی بیان شده‌اند. با توجه به تعریف این عملگرها، مشتقات و ضرایب آیرودینامیکی پرنده الاستیک مطابق روابط (۴۰) و (۴۲) قابل بیان هستند. یعنی با داشتن عملگرهای ماتریسی تعریف شده که از روی شکل مودهای سازه و ماتریس‌های تأثیر آیرودینامیکی (در روش پنل) محاسبه می‌شوند، تمام ضرایب و مشتقات استاتیکی و دینامیکی پرنده محاسبه می‌شوند.

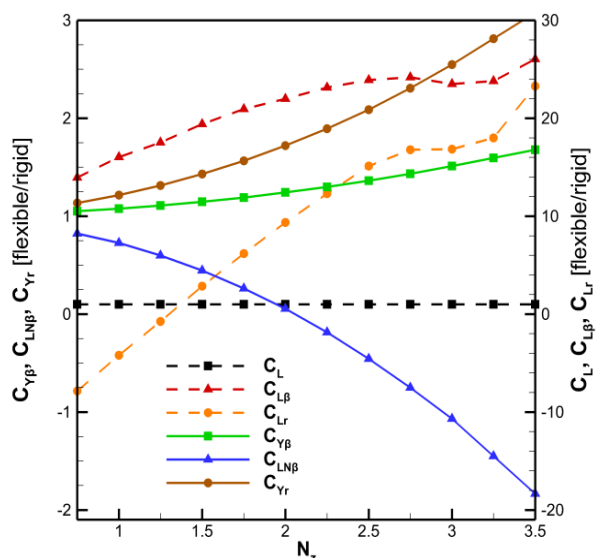
این مشتقات بسیار کم است ولی با اعمال تغییر شکل‌های الاستیک پرنده، این مقادیر به میزان زیادی افزایش یافته است.



نمودار ۶) زاویه حمله و الویتور پرنده تریم شده



نمودار ۷) تغییر شکل در نوک بال برحسب ضریب بار Nz



نمودار ۸) اثر الاستیسیته بر مشتقات آیرودینامیک در ضرایب بار مختلف

برنامه تدوین‌شده براساس مدل معرفی‌شده، با زبان برنامه نویسی C#.Net (برای محیط کاربری و ساختار کلی) و C++ (برای هسته محاسباتی) نوشته شده است و قابلیت محاسبه شکل مودها و فرکانس‌های هواپیمای نامقید کامل و محاسبه مشتقات و ضرایب آیرودینامیکی پرنده در حالت صلب و الاستیک را دارد.

نتایج تحلیل‌های انجام‌شده نشان می‌دهد که افزایش ضریب بار Nz یا افزایش نسبت منطری بال، سبب افزایش و تأثیرگذاری بیشتر تغییر شکل‌های الاستیک بر مشتقات پرنده می‌شود. به‌طوری که در پرنده مورد مطالعه،  $C_{Y\beta}$  و  $C_{Yr}$  به ازای ضریب بار ۳ و ۵ به ترتیب ۱/۵ و ۳ برابر در حالت الاستیک نسبت به حالت صلب بیشتر است. این تغییر در مشتقات بر پایداری سمتی پرنده اثرگذار است و بهتر است در طراحی پرنده، به‌خصوص برای پرنده‌های سبک و با نسبت منطری بالا در نظر گرفته شود. همچنین با دوبرابر شدن نسبت منطری بال،  $C_{Y\beta}$  و  $C_{Yr}$  در حالت الاستیک به ترتیب حدود ۱/۵ و ۲/۵ برابر بیشتر از حالت صلب شده است. ضمناً  $C_{L\beta}$  و  $C_{Lr}$  نیز که در حالت صلب مقدار بسیار کمی دارند، در حالت الاستیک بخاطر تغییر شکل‌های بال، افزایش نسبی زیادی دارند.

**تشکر و قدردانی:** نویسندگان مقاله از دانشکده مهندسی هوافضا دانشگاه صنعتی شریف که امکان انجام این پژوهش را فراهم نمود، تشکر می‌نمایند.

**تأییدیه اخلاقی:** این مقاله تاکنون در نشریه دیگری (به‌طور کامل یا بخشی از آن) به چاپ نرسیده است. ضمناً محتویات علمی و ادبی مقاله منتج از فعالیت علمی خود نویسندگان بوده و صحت و اعتبار نتایج و متن مقاله بر عهده نویسندگان است.

**تعارض منافع:** مقاله حاضر مستخرج از پایان‌نامه دکتر آقایی محمدرضا برهان‌پناه موشکی با عنوان "توسعه مدل آیروالاستیک برای پرنده هیل با بال‌های بسیار انعطاف‌پذیر" و به راهنمایی آقای دکتر روح‌اله دهقانی فیروزآبادی است.

**سهم نویسندگان:** محمدرضا برهان‌پناه موشکی (نویسنده اول)، نگارنده متن/پژوهشگر اصلی (۵۰٪)، روح‌اله دهقانی فیروزآبادی (نویسنده دوم)، روش‌شناس/پژوهشگر کمکی/ نگارنده بحث (۵۰٪).

**منابع مالی:** منابع مالی خاصی برای انجام این پژوهش استفاده نشده است.

## ۸- پیوست الف

### مشخصات پرنده

ابعاد هندسی پرنده مورد نظر در شکل ۶ از نمای بالا و روبرو نمایش داده شده است. ضمناً مقطع ایرفویل بال در ریشه ناکا ۴۴۱۲ و در نوک ۴۴۲۴ و برای دم در ریشه و نوک ناکا ۰۰۱۲ است.

جرم کل پرنده یک تن و مرکز جرم در فاصله ۳/۳۲۱ متری از نوک پرنده است. همچنین مرکز جرم از نظر ارتفاع، ۴ سانتی‌متر پایین‌تر از نوک پرنده است. توزیع جرم اجزای مختلف پرنده به‌صورت خطی و مطابق جدول ۲ است. ضمناً توزیع جرم بال راست و چپ و دم راست و چپ کاملاً مانند هم است. براساس توزیع جرم در نظر گرفته‌شده، ممان‌های اینرسی پرنده حول مرکز جرم آن برحسب  $\text{kg.m}^2$ ، به ترتیب حول محورهای x، y و z برابرند با ۳۷۳۶، ۶۷۹۳ و ۱۰۳۰۵ که جهت محورها در شکل ۱ نشان داده شده است.

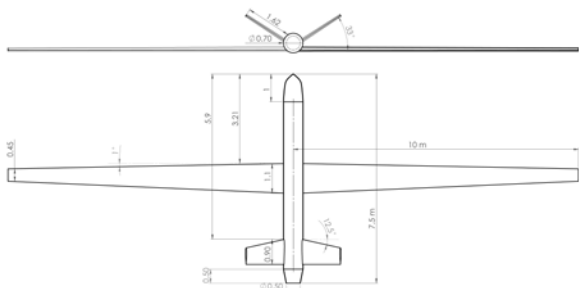
سفتی و موقعیت محور الاستیک در نظر گرفته‌شده برای بال، دم و بدنه به‌صورت یکنواخت و مطابق جدول ۳ فرض شده است.

جدول ۲) توزیع جرم اجزای مختلف پرنده

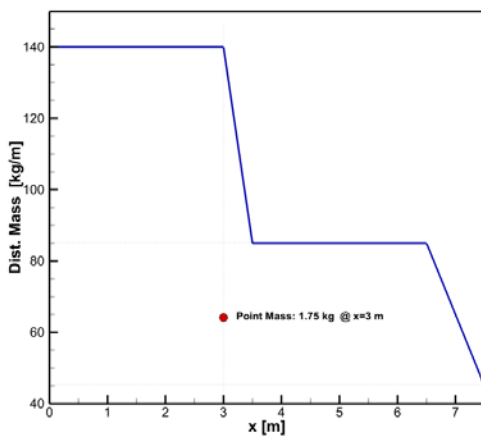
| نام جزء | توزیع جرم                                                          | محور مرکز جرم   | جرم کل (kg) |
|---------|--------------------------------------------------------------------|-----------------|-------------|
| بدنه    | مطابق نمودار ۱۰                                                    | وسط بدنه        | ۷۹۸         |
| بال     | توزیع خطی: $10 \text{ kg/m}$ در ریشه و $9 \text{ kg/m}$ در نوک بال | ۵۰٪ از لبه حمله | ۹۵          |
| دم      | توزیع خطی: $4 \text{ kg/m}$ در ریشه و $3 \text{ kg/m}$ در نوک بال  | ۵۰٪ از لبه حمله | ۶           |
| مجموع   | -                                                                  | -               | ۱۰۰۰        |

جدول ۳) سفتی و موقعیت محور الاستیک اجزای مختلف پرنده

| نام جزء | سفتی خمشی (EI, N.m <sup>2</sup> ) | سفتی پیچی (GJ, N.m <sup>2</sup> ) | محور الاستیک    |
|---------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------|
| بدنه    | $9 \times 10^6$                   | $6 \times 10^6$                   | وسط بدنه        |
| بال     | $3 \times 10^6$                   | $4 \times 10^5$                   | ۴۰٪ از لبه حمله |
| دم      | $3 \times 10^5$                   | $5 \times 10^4$                   | ۴۰٪ از لبه حمله |



شکل ۶) هندسه پرنده مورد مطالعه (نما از روبرو/بالا)



نمودار ۱۰) توزیع جرم بدنه هواپیما

## پیوست ب

### فهرست علائم

|     |                              |
|-----|------------------------------|
| $r$ | بردار موقعیت                 |
| $T$ | انرژی جنبشی                  |
| $U$ | انرژی پتانسیل                |
| $Q$ | کار نیروی تعمیم‌یافته        |
| $F$ | ماتریس سختی                  |
| $M$ | ماتریس جرم                   |
| $Q$ | مؤلفه عمود بر سطح سرعت جریان |

### علائم یونانی

|          |                    |
|----------|--------------------|
| $\xi$    | مختصات تعمیم‌یافته |
| $\omega$ | فرکانس طبیعی       |
| $\phi$   | تابع پتانسیل سرعت  |
| $\Phi$   | ماتریس مودال       |
| $L$      | عملگر ماتریسی      |

### زیرنویس‌ها

|     |                      |
|-----|----------------------|
| $D$ | مربوط به نیروی پسا   |
| $Y$ | مربوط به نیروی جانبی |
| $L$ | مربوط به نیروی برآ   |

- Engineering (Tabriz University). 2015;44(3):31-39 [Persian]
- 16- Meshkati Shahmirzadi A, Irani S, Farrokh M. Numerical analysis of blade flutter in low-pressure turbine. *Modares Mechanical Engineering*. 2016;16(5):187-198. [Persian]
- 17- Keshavarzi MM, Yousefi Koma A, Nejat A, Mohtasebi SS. Static aeroelastic simulation of a wing in transonic flow. *Modares Mechanical Engineering*. 2016;16(10):313-322. [Persian]
- 18- ZONA Technology [Internet]. Scottsdale: ZONA Technology, Inc.; 2018 [cited 2018 Dec 10]. Available from: <https://www.zonatech.com/>.
- 19- Yang C, Wang LB, Xie CC, Liu Y. Aeroelastic trim and flight loads analysis of flexible aircraft with large deformations. *Science China Technological Sciences*. 2012;55(10):2700-2711.
- 20- Paul RC, Murua J, Gopalathnam A. Unsteady and post-stall aerodynamic modeling for flight dynamics simulation. *AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference*, 13-17 January 2014, National Harbor, Maryland. Reston VA: AIAA; 2014.
- 21- Zhao YH, Hu HY. Aeroelastic analysis of a non-linear airfoil based on unsteady vortex lattice model. *Journal of Sound and Vibration*. 2004;276(3-5):491-510.
- 22- Dutt HNV, Rajeswari SR. Wing-body interference using a hybrid panel method. *Acta Mechanica*. 1994;106(3-4):111-126.
- 23- Traugott JP, Patil MJ, Holzapfel F. Nonlinear dynamics and control of integrally actuated helicopter blades. 46<sup>th</sup> AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, 18-21 April 2005, Austin, Texas. Reston VA: AIAA; 2005.
- 24- Cho J, Chang Y. Supersonic flutter analysis of wings using an unsteady 3D panel method. *Computers & Fluids*. 2001;30(2):237-256.
- 25- Cho J, Han C, Cho L, Cho J. Steady/unsteady aerodynamic analysis of wings at subsonic, sonic and supersonic Mach numbers using a 3D panel method. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*. 2003;42(10):1073-1086.
- 26- Roohi Dehkordi I, Shahverdi H, Salehzadeh Nobari A, Khalili A. Numerical investigation of the aeroelastic instability of an aircraft wing, using finite element and unsteady panel methods. *Aerospace Mechanics Journal*. 2012;7(4):13-23. [Persian]
- 27- Katz J, Plotkin A. Low-speed aerodynamics: From wing theory to panel methods. New York: McGraw-Hill; 1991.
- 28- Shahverdi H, Salehzadeh Nobari A, Behbahani Nejad M, Haddadpour H. An efficient reduced-order modelling approach based on fluid eigenmodes and boundary element method. *Journal of Fluids and Structures*. 2007;23(1):143-153.
- 29- Tuzcu İ. On the stability of flexible aircraft. *Aerospace Science and Technology*. 2008;12(5):376-384.
- 30- Vaz G. Modelling of sheet cavitation on hydrofoils and marine propellers using boundary element methods [Dissertation]. Lisbon: Aerospace Engineer of Instituto Superior Técnico; 2005.
- 31- Goland M. The flutter of a uniform cantilever wing. *Journal of Applied Mechanics*. 1945;12(4):A197-A208.
- 32- Haddadpour H, Firouz-Abadi RD. Evaluation of quasi-steady aerodynamic modeling for flutter prediction of aircraft wings in incompressible flow. *Thin Walled Structures*. 2006;44(9):931-936.

|                      |    |
|----------------------|----|
| مربوط به گشتاور غلت  | LL |
| مربوط به گشتاور پیچ  | LM |
| مربوط به گشتاور یابو | LN |

## منابع

- Rodden WP. An aeroelastic parameter for estimation of the effects of flexibility on the lateral stability and control of aircraft. *Journal of the Aeronautical Sciences*. 1956;23(7):660-662.
- Buttrill Carey S, Bacon Barton J, Heeg J, Houck Jacob A, Wood David V. Aeroservoelastic simulation of an active flexible wing wind tunnel model. Technical Report. Langley: NASA; 1996. Report No: Unknown.
- Patil MJ, Hodges DH, Cesnik CES. Nonlinear aeroelasticity and flight dynamics of high-altitude long-endurance aircraft. *Journal of Aircraft*. 2001;38(1):88-94.
- Patil MJ, Hodges DH, Cesnik CES. Nonlinear aeroelastic analysis of complete aircraft in subsonic flow. *Journal of Aircraft*. 2000;37(5):753-760.
- Patil MJ, Hodges DH, Cesnik CES. Limit cycle oscillations of a complete aircraft. 41<sup>st</sup> Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference and Exhibit, 3-6 April 2000, Atlanta, GA, USA. Reston VA: AIAA; 2000.
- Patil MJ, Hodges DH. Nonlinear aeroelasticity and flight dynamics of aircraft in subsonic flow. *Proceedings of the 21<sup>st</sup> Congress of International Council of the Aeronautical Sciences*, Melbourne, Australia. Reston VA: AIAA; 1998.
- Pourtakdust H, Raoof N. Aeroelastic and flight dynamic analysis of a HALE aircraft. *Journal of Aerospace Sciences Research*. 2008;1(1):1-7. [Persian]
- Farsadi T, Haddadpour H, Sina SA. Aeroelastic behavior of composite wings in compressible flow. *Aerospace Knowledge and Technology Journal*. 2013;1(2):24-32. [Persian]
- Golparvar H, Irani S. An analytical & experimental investigation of effects of store on flutter speed for cropped delta wing/store model in low subsonic regime. *Modares Mechanical Engineering*. 2015;15(7):61-72. [Persian]
- Pourshamsi H, Mazidi A, Fazlzadeh Haghighi SA. Flutter analysis of an aircraft wing carrying, elastically, an external store. *Modares Mechanical Engineering*. 2015;15(1):49-58. [Persian]
- Moosazadeh H, Ghadiri Dehkordi B, Rasekh M. 2D curved plate non-linear vibration and aeroelastic analysis with in-plane and supersonic aerodynamic load in time domain. *Modares Mechanical Engineering*. 2015;14(15):405-413. [Persian]
- Palacios R, Cesnik CES. Static nonlinear aeroelasticity of flexible slender wings in compressible flow. 46<sup>th</sup> AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, 18-21 April 2005, Austin, Texas. Reston VA: AIAA; 2005.
- Fallah S, Ghadiri B, Heidarinejad G. Numerical study of aeroelastic instability behavior of Nasa 37 transonic compressor rotor blades. *Modares Mechanical Engineering*. 2017;17(3):123-134.
- Carrión M, Steijl R, Woodgate M, Barakos GN, Munduate X, Gomez-Iradi S. Aeroelastic analysis of wind turbines using a tightly coupled CFD-CSD method. *Journal of Fluids and Structures*. 2014;50:392-415.
- Ghasemi AR, Tarighat MH. Aeroelastic analysis of composite wind turbines blades. *Journal of Mechanical*