



Effects of Dielectric Film Viscoelasticity on Dynamic Behavior of Dielectric Elastomer Minimum Energy Structure

ARTICLE INFO

Article Type

Original Research

Authors

Vatanjou H.¹ MSc
Hojjat Y.^{*1} PhD,
Karafi M.¹ PhD

How to cite this article

Vatanjou H, Hojjat Y, Karafi M. Effects of Dielectric Film Viscoelasticity on Dynamic Behavior of Dielectric Elastomer Minimum Energy Structure. Modares Mechanical Engineering. 2019;19(11):2589-2597.

¹Mechanical Engineering Faculty, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

*Correspondence

Address: Mechanical Engineering Faculty, Tarbiat Modares University, Jalale-Ale-Ahmad, Nasr Bridge, Tehran, Iran
Phone: +98 (21) 82883364
Fax: -
yhojjat@modares.ac.ir

Article History

Received: June 24, 2018
Accepted: May 21, 2019
ePublished: November 2, 2019

ABSTRACT

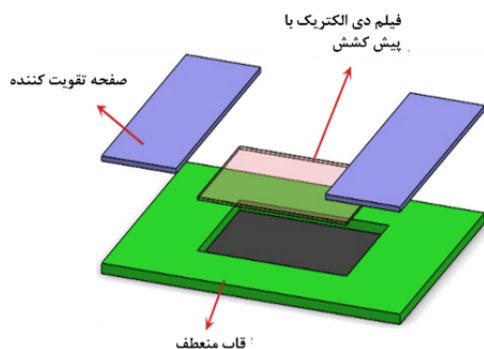
In this paper nonlinear dynamic behavior of bending actuators of dielectric elastomer or Dielectric Elastomer Minimum Energy Structure (DEMES) is studied and the effects of viscoelasticity of dielectric film on system response are investigated. Considering hyper-elasticity and viscoelasticity of dielectric film, the equation of motion of the actuator is extracted using Euler-Lagrange method. The natural frequency of small amplitude oscillations around the equilibrium state is calculated by linearizing the original nonlinear equation and the effects of dielectric film pre-stretch and excitation amplitude on natural frequency is investigated. The numerical simulation of the nonlinear equation of motion for periodic excitation shows that the system possesses harmonic resonances as well as sub-harmonic and super-harmonic resonances. By increasing the damping ratio of the dielectric film, resonance frequency increases for all harmonics and their excitation amplitude decreases. The analytical results show that excitation amplitude of harmonic resonance in chaotic behavior changes to a quasi-alternate and then an alternative behavior by increasing damping ratio.

Keywords Dielectric Elastomer; Viscoelasticity; Dielectric Elastomer Minimum Energy Structure; Dynamic Modeling

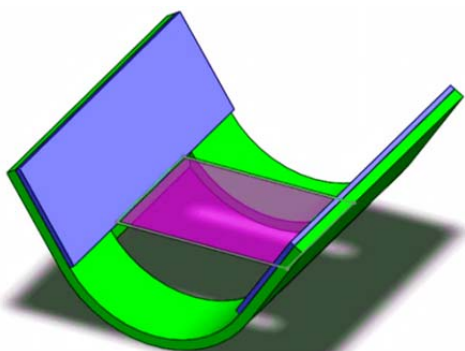
CITATION LINKS

[1] Self-organized minimum-energy structures for dielectric elastomer actuators [2] A soft robotic actuator using dielectric minimum energy structures [3] Energy minimization for self-organized structure formation and actuation [4] Dielectric elastomer fingers for versatile grasping and nimble pinching [5] A compliant translational mechanism based on dielectric elastomer actuators [6] Rollable multisegment dielectric elastomer minimum energy structures for a deployable microsatellite gripper [7] A rotary joint for a flapping wing actuated by dielectric elastomers: Design and experiment [8] A frog-inspired swimming robot based on dielectric elastomer actuators [9] A novel variable stiffness mechanism for dielectric elastomer actuators [10] A fast rolling soft robot driven by dielectric elastomer [11] Entirely soft dielectric elastomer robots [12] Fabrication and analysis of dielectric-elastomer minimum-energy structures for highly-deformable soft robotic systems [13] Dynamic relaxation study and experimental verification of dielectric-elastomer minimum-energy structures [14] Analysis, experiment, and correlation of a petal-shaped actuator based on dielectric elastomer minimum-energy structures [15] Nonlinear oscillation of a dielectric elastomer balloon [16] Resonant behavior of a membrane of a dielectric elastomer [17] Electromechanical and dynamic analyses of tunable dielectric elastomer resonator [18] Nonlinear dynamic characteristics of a dielectric elastomer membrane undergoing in-plane deformation [19] Coupled nonlinear oscillation and stability evolution of viscoelastic dielectric elastomers [20] Nonlinear vibration of dielectric elastomer incorporating strain stiffening [21] Finite element modelling of dielectric elastomer minimum energy structures [22] Phenomena of nonlinear oscillation and special resonance of a dielectric elastomer minimum energy structure rotary joint [23] Equivalent dynamic model of DEMES rotary joint [24] Catastrophic thinning of dielectric elastomers [25] Acta Mechanica Solida Sinica [26] Electromechanical stability of dielectric elastomer [27] Voltage control of the resonance frequency of dielectric electroactive polymer (DEAP) membranes [28] Dynamic electromechanical instability of a dielectric elastomer balloon [29] Nonlinear oscillations [30] Dynamic analysis of dielectric elastomer actuators [31] New approach to beating phenomenon in coupled nonlinear oscillatory chains [32] Nonlinear dynamics and chaos

می‌شود. شکل ۲ عملگر خمشی را در دو حالت آزاد و حالت برقراری ولتاژ، نشان می‌دهد.

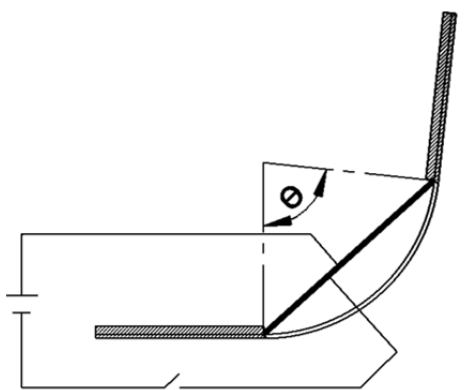


الف

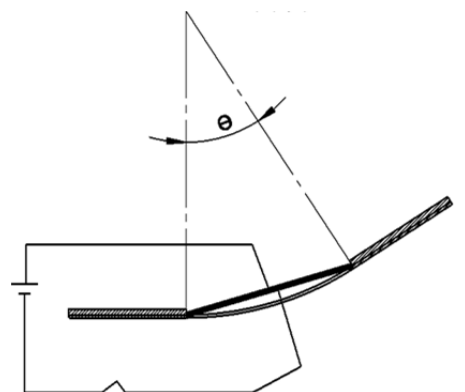


ب

شکل ۱) الف: شماتیک قطعات تشکیل‌دهنده عملگر خمشی و ترتیب مونتاژ آنها، ب: عملگر خمشی پس از حذف قیود خارجی



الف



ب

شکل ۲) نمای جانبی عملگر خمشی در حالت بی‌بار (الف) و در حالت اتصال ولتاژ (ب)

مطالعه اثر ویسکوالاستیسیته فیلم دی الکتریک بر رفتار دینامیکی عملگر خمشی الاستومر دی الکتریک

حامد وطن‌جو MSc

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

یوسف حجت PhD

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

محمدرضا کرفی PhD

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

چکیده

در این مقاله رفتار دینامیکی عملگر خمشی الاستومر دی الکتریک با همان سازه مینیمم انرژی دی الکتریک مورد مطالعه قرار گرفته و تأثیر خاصیت ویسکوالاستیسیته فیلم دی الکتریک بر پاسخ سیستم بررسی می‌شود. ابتدا با استفاده از روش اویلر-لاگرانژ و با در نظر گرفتن خواص هایپروالاستیسیته و ویسکوالاستیسیته فیلم دی الکتریک، معادله حرکت عملگر استخراج می‌شود. سپس با خطی‌سازی این معادله حول نقطه تعادل، فرکانس طبیعی سیستم استخراج شده و اثر پیش‌کشش فیلم دی الکتریک و ولتاژ تحریک بر این فرکانس مطالعه می‌شود. با استفاده از حل عددی معادله حرکت غیرخطی، نشان داده می‌شود که عملگر علاوه بر رزونانس هارمونیک دارای رزونانس سوپرهارمونیک و ساب‌هارمونیک نیز هست. با افزایش ضریب میرایی فیلم دی الکتریک، فرکانس‌های رزونانس افزایش یافته و دامنه ارتعاشات کاهش می‌یابد. نتایج تحلیلی همچنین نشان‌دهنده این واقعیت است که با افزایش ضریب میرایی، ارتعاشات رزونانس هارمونیک از مود آشوبناک به شبه‌متناوب و سپس متناوب تغییر می‌کند.

کلیدواژه‌ها: الاستومر دی الکتریک، ویسکوالاستیسیته، عملگر خمشی، مدل‌سازی دینامیکی

تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۴/۳

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۲/۳۱

* نویسنده مسئول: yhojjat@modares.ac.ir

۱- مقدمه

عملگر الاستومر دی الکتریک (Dielectric Elastomer Actuator; DEA) نوعی از سازه‌های هوشمند است که از یک فیلم لاستیکی پیش‌کشش شده به عنوان دی الکتریک و دو الکتروود نرم در دو طرف این فیلم تشکیل شده است. مجموعه فیلم دی الکتریک و الکتروودهای نرم، یک خازن منعطف را به وجود می‌آورد. در اثر اعمال اختلاف پتانسیل بر دو الکتروود این خازن، نیروی جاذبه بین بارهای مثبت و منفی روی الکتروودها باعث افزایش سطح فیلم دی الکتریک و کاهش ضخامت آن می‌شود. یکی از پیکربندی‌های رایج این عملگرها، سازه مینیمم انرژی الاستومر دی الکتریک (Dielectric Elastomer Minimum Energy Structure; DEMES) می‌باشد که در این مقاله از آن به عنوان عملگر خمشی الاستومر دی الکتریک یاد می‌شود. همان‌گونه که در شکل ۱- الف نشان داده شده است، عملگر خمشی الاستومر دی الکتریک از طریق اتصال یک فیلم دی الکتریک پیش‌کشش شده به یک قاب منعطف ساخته می‌شود. با حذف قیود بیرونی، انرژی الاستیک ذخیره‌شده در فیلم دی الکتریک باعث خمش قاب منعطف به بیرون از صفحه می‌شود تا جایی که تعادلی بین انرژی الاستیک ذخیره‌شده در فیلم و انرژی خمشی ذخیره‌شده در قاب منعطف به وجود آید (شکل ۱- ب). با اتصال ولتاژ بین الکتروودهای نرم، سطح فیلم دی الکتریک افزایش یافته و در نتیجه زاویه عملگر خمشی کاهش یافته و به حالت تخت نزدیک‌تر

است، گزارش‌های بسیار اندکی در مورد رفتار دینامیکی عملگر خمشی الاستومر دی الکتریک در دسترس باشد. از جمله مطالعات مربوط به رفتار دینامیکی این عملگرها می‌توان به گزارش /برین و همکاران^[21]، اشاره کرد که یک مدل المان محدود برای شبیه‌سازی رفتار شبه‌استاتیکی عملگر خمشی ارائه کردند. اگرچه مدل ارائه‌شده تطابق نسبتاً خوبی با نتایج تجربی دارد، اما مدل برای ولتاژ متناوب حل‌نشده و رفتار ارتعاشی مبدل، مورد مطالعه قرار نگرفته است. ژائو و همکاران^[22]، آزمایش‌های تجربی را بر عملگر خمشی الاستومر دی الکتریک انجام دادند. آنها با استفاده از سیگنال ولتاژ مربعی عملگر را تحریک کرده و پاسخ آن را مطالعه کردند. نتایج به‌دست‌آمده نشان داد که فرکانس تغییر شکل عملگر برابر با فرکانس تحریک می‌باشد. همچنین با افزایش جرم متصل به انتهای عملگر، امکان ایجاد زوایای تغییر شکل منفی نیز وجود دارد که در این حالت حرکت مبدل پیچیده‌تر شده و بیشترین جابجایی عملگر در فرکانس تحریکی برابر با نصف فرکانس طبیعی آن واقع می‌شود. همچنین ژائو و همکاران^[23]، یک مدل نیمه تحلیلی برای معادله حرکت مبدل خمشی ارائه کردند. آنها از داده‌های تجربی برای محاسبه میرایی و سفتی مبدل خمشی استفاده کردند و با استفاده از این داده‌ها یک مدل جرم متمرکز برای عملگر ارائه کردند. در این مقاله ابتدا در بخش ۲ انرژی پتانسیل و جنبشی عملگر خمشی به همراه توان تلف‌شده رایلی با در نظر گرفتن خواص ویسکوالاستیسیته و هایپرالاستیسیته فیلم دی الکتریک محاسبه شده و با استفاده از معادله لاگرانژ، معادله حرکت عملگر خمشی به صورت تحلیلی محاسبه می‌شود. با استفاده از معادله حرکت استخراج شده، رفتار ارتعاشی عملگر مورد مطالعه قرار می‌گیرد. در بخش ۳ ارتعاشات کوچک مبدل حول نقطه تعادل بررسی شده و فرکانس طبیعی سیستم خطی شده و تأثیر پارامترهای مبدل بر آن استخراج می‌شود. بخش ۴ به مطالعه ارتعاشات اجباری سیستم غیرخطی تحت ولتاژ ورودی متناوب و تأثیر میرایی فیلم دی الکتریک بر رفتار دینامیکی عملگر می‌پردازد و در نهایت بخش ۵ به جمع‌بندی یافته‌های این تحقیق می‌پردازد.

۲- معادله حرکت

همان‌گونه که در شکل ۳ نشان داده شده است، عملگر خمشی مورد نظر از یک قاب منعطف مستطیلی به همراه یک حفره مستطیلی داخل آن تشکیل شده است. طول سوراخ C و پهنای آن W می‌باشد. قاب از دو نوار خمشی در دو طرف سوراخ تشکیل شده است که پهنای هر یک $b/2$ می‌باشد. همچنین ضخامت قاب منعطف با d نشان داده می‌شود. فیلم دی الکتریک پهنایی برابر با پهنای سوراخ قاب منعطف W دارد و طول اولیه آن قبل و بعد از اعمال پیش‌کشش به ترتیب l_0 و C فرض شده است. بنابراین فیلم دی الکتریک دو طرف قاب منعطف را به یکدیگر وصل می‌کند. ضخامت اولیه فیلم دی الکتریک t_0 می‌باشد. فرض می‌شود که فیلم دی الکتریک در جهت y به قاب متصل شده است و ضلع آن در جهت محور x آزاد می‌باشد. این فرض به همراه فرض پیش‌کشش برش خالص فیلم (پیش‌کششی که در آن پهنای فیلم بدون تغییر باقی می‌ماند)، باعث توزیع یکنواخت کشش در سطح فیلم می‌شود. با توجه به این دو فرض و با در نظر گرفتن حجم ثابت فیلم دی الکتریک، مقادیر پیش‌کشش فیلم در ۳ جهت اصلی آن برابر می‌شود با:

$$\lambda_x \lambda_y \lambda_z = 1 \quad (1)$$

سازه‌های DEMES برای نخستین بار توسط کافود و همکارانش معرفی شدند^[1] و از زمان معرفی در کاربردهای مختلفی مانند گیره دو انگشتی^[2]، گیره نرم^[3, 4]، مکانیزم حرکتی موازی^[5]، گیره رولی چند تکه^[6]، مفصل دورانی برای روبات پرنده^[7]، زانوی رباتیک برای یک ربات قورباغه‌ای^[8]، سازه‌ای با سفتی متغیر^[9]، ربات غلتشی سریع^[10] و ربات انعطاف‌پذیر^[11]، استفاده شده است. عملگر خمشی الاستومر دی الکتریک دارای مزایایی نسبت به سایر پیکربندی‌های الاستومر دی الکتریک می‌باشد که سادگی مراحل ساخت و شکل سه‌بعدی مبدل نهایی علی‌رغم مراحل ساخت صفحه‌ای از آن جمله می‌باشد. پترالیا و وود^[12] یک ربات با شکل مار را با استفاده از اتصال چندین عملگر DEMES ارائه کردند و روش محاسبه کار خروجی این ربات را استخراج کردند. سیو و همکاران^[13] روش تخفیف دینامیکی را جهت محاسبه نقطه تعادل یک عملگر خمشی DEMES با شکل مثلثی ارائه کردند. لئو و همکاران^[14] با در نظر گرفتن الاستیسیته غیرخطی فیلم دی الکتریک مدلی ارائه کردند که با محاسبه انرژی پتانسیل فیلم، نقاط تعادل آن را استخراج می‌کرد. بخش مهمی از سابقه تحقیق در مورد مبدل‌های صفحه‌ای الاستومر دی الکتریک به مطالعه رفتار دینامیکی آنها می‌پردازد. ژو و همکاران^[15]، ارتعاشات غیرخطی یک مبدل کروی را مورد مطالعه قرار دادند و رزونانس متعددی شامل رزونانس هارمونیک، ساب‌هارمونیک و سوپرهارمونیک را گزارش کردند. همچنین ژو و همکاران^[16]، مودهای رزونانس یک عملگر صفحه‌ای دایره‌ای را تحت پیش‌کشش شعاعی و بارگذاری مرکب ولتاژ و فشار گزارش کردند. مدل ارائه‌شده توسط آنها مودهای بحرانی را پیش‌گویی کرد که به دلیل دامنه بسیار کوچک در مطالعات تجربی پیش از آن مشاهده نشده بود. لی و همکاران^[17]، پاسخ دینامیکی یک نوسانگر قابل تنظیم DEA را تحت پیش‌کشش برش خالص مورد مطالعه قرار دادند و بازه‌های ولتاژ تحریک را به گونه‌ای محاسبه نمودند که از حذف ناخواسته پیش‌کشش فیلم جلوگیری به عمل آید. شنگ و همکاران^[18]، اثر میرایی فیلم دی الکتریک را بر پاسخ دینامیکی یک مبدل صفحه‌ای مستطیلی مورد بررسی قرار داده و مشاهده نمودند که میرایی فیلم علاوه بر کاهش دامنه ارتعاشات باعث ظهور ارتعاشات غیرمتناوب نیز می‌شود.

ژانگ و همکاران^[19]، ارتعاشات ناپایدار مبدل دی الکتریک صفحه‌ای را در حضور نیروی پیش‌کشش نابرابر در دو جهت عرضی و طولی و تحریک ولتاژ متناوب مطالعه کردند. نتایج به‌دست‌آمده توسط آنها نشانگر برهم‌کنش شدید ارتعاشات در دو جهت عرضی می‌باشد. وانگ و همکاران^[20]، اثر سفتی تنشی الاستومر دی الکتریک را بر پاسخ دینامیکی آن مطالعه کردند. آنها نشان دادند که سفتی تنشی باعث ظهور دو نقطه تعادل نامتقارن می‌شود که ارتعاشات حول نقطه تعادل بزرگتر رفتار آشوبناک دارد. در تمامی پژوهش‌های ذکرشده خواص ماده به عنوان تنها عامل بروز رفتار دینامیکی غیرخطی مبدل الاستومر دی الکتریک صفحه‌ای می‌باشد. این در حالی است که در مبدل خمشی الاستومر دی الکتریک علاوه بر خواص ماده برهم‌کنش بین فیلم دی الکتریک و قاب منعطف، عامل دیگر بروز معادلات حرکت غیرخطی می‌باشد که این امر مدل‌سازی و مطالعه رفتار دینامیکی این عملگر را با چالش همراه می‌کند. این امر باعث شده است که برخلاف مبدل‌های صفحه‌ای الاستومر دی الکتریک که پژوهش‌های گسترده‌ای در مورد رفتار دینامیکی آنها -از جمله پژوهش‌های اشاره‌شده فوق- انجام شده

ترمودینامیکی مرکب را تشکیل می‌دهد. با فرض تغییرات همدمای سیستم، تغییر شکل عملگر را می‌توان با استفاده از معادله اولر-لاگرانژ توصیف نمود^[24]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} + \frac{\partial R}{\partial \dot{q}_i} = 0 \quad (4)$$

در این معادله $q = [\theta, D]$ بردار مختصات تعمیم می‌باشد که تابع زاویه خمش عملگر θ و جابجایی الکتریکی سیستم D می‌باشد. همچنین $L = K - F$ لاگرانژی می‌باشد که حاصل تفریق انرژی آزاد هلمهولتز مجموعه عملگر و مدار تغذیه، F ، از انرژی جنبشی سیستم، K می‌باشد. R توان تلف‌شده رایلی می‌باشد که مربوط به توان تلف‌شده در اثر خاصیت میرایی ویسکوز فیلم دی‌الکتریک است. انرژی آزاد هلمهولتز از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

(5)

$$F(D, \theta) = I_0 \omega t_0 \left\{ f_{ef}(D(t)) + f_{em}(\theta(t)) \right\} + f_{frame} - V(t)Q(t)$$

در این رابطه f_{ef} قسمت الکتریکی چگالی انرژی آزاد هلمهولتز، f_{em} چگالی انرژی آزاد هلمهولتز در اثر تغییر شکل فیلم دی‌الکتریک یا همان چگالی انرژی کرنشی فیلم، f_{frame} انرژی پتانسیل قاب منعطف و $-V(t)Q(t)$ کار انجام‌شده توسط مدار خارجی می‌باشد که با علامت منفی در معادله انرژی آزاد هلمهولتز وارد شده است. V ولتاژ اعمالی منبع تغذیه و Q بار الکتریکی ذخیره‌شده روی الکترودها می‌باشد. با فرض فیلم به عنوان دی‌الکتریک ایده‌آل، ثابت دی‌الکتریک آن مستقل از تغییر شکل فیلم می‌شود و بنابراین قسمت الکتریکی چگالی انرژی آزاد هلمهولتز f_{ef} را می‌توان از رابطه زیر محاسبه نمود^[25]:

$$f_{ef}(D) = \frac{D^2}{2\epsilon} \quad (6)$$

در این رابطه ϵ ثابت دی‌الکتریک فیلم الاستومر می‌باشد و D جابجایی الکتریکی الکترودها می‌باشد که چگالی سطحی بار الکتریکی روی الکترودها است یعنی:

$$Q = l w . D = \frac{2\epsilon w . D}{\theta} \sin \frac{\theta}{2} \quad (7)$$

به منظور محاسبه انرژی کرنشی فیلم دی‌الکتریک امکان استفاده از مدل‌های هایپرالاستیک مختلف برای بیان رفتار الاستومر وجود دارد که از بین آنها مدل نئوهوک ساده‌ترین مدل می‌باشد. در حالی که امکان استفاده از مدل‌های هایپرالاستیک دیگر نیز در قالب مدل‌سازی حاضر وجود دارد، به منظور ساده‌سازی معادله حرکت و راحتی شبیه‌سازی عددی، در این مقاله از مدل نئوهوک استفاده شده است. مطابق مدل نئوهوک انرژی کرنشی فیلم دی‌الکتریک از رابطه زیر قابل محاسبه است^[26]:

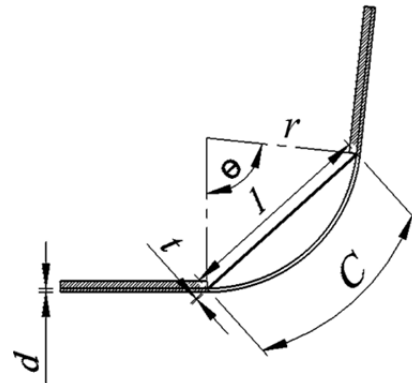
$$f_{em} = \frac{\mu}{2} \left(\lambda_x^2 + \lambda_y^2 + \lambda_z^2 - 3 \right) \quad (8)$$

در این رابطه μ مدول برشی فیلم و λ_i کشش فیلم در ۳ جهت اصلی می‌باشد. با جاگذاری رابطه (۳) در معادله فوق انرژی کرنشی فیلم دی‌الکتریک به عنوان تابعی از زاویه خمش عملگر به دست می‌آید:

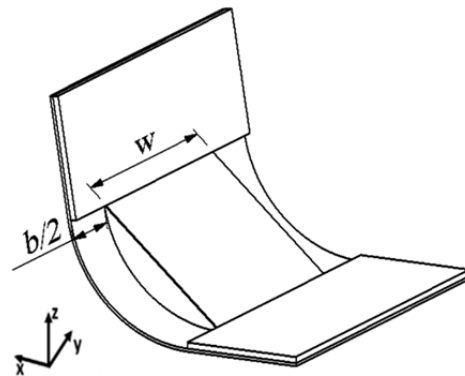
$$f_{em}(\theta) = \frac{1}{2} \mu \left(\frac{4\lambda_p^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}}{\theta^2} + \frac{\theta^2}{4\lambda_p^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}} - 2 \right) \quad (9)$$

به منظور محاسبه انرژی پتانسیل خمشی عملگر، قاب منعطف به

$$\lambda_{px} = \lambda_p = \frac{c}{l_0}, \lambda_{py} = 1, \lambda_{pz} = \frac{1}{\lambda_p}$$



الف



ب

شکل ۳) عملگر خمشی الاستومر دی‌الکتریک و ابعاد اصلی آن الف) نمای جانبی. ب) نمای ۳ بعدی

با اعمال ولتاژ به الکترودهای نرم فیلم دی‌الکتریک، بار الکتریکی $Q(t)$ روی الکترودها ذخیره می‌شود. در نتیجه نیروی جاذبه بارهای الکتریکی غیرهمنام در دو الکترودها، ضخامت فیلم دی‌الکتریک به مقدار جدید t کاهش یافته و طول آن به مقدار جدید l افزایش می‌یابد. اما از آنجایی که فیلم دی‌الکتریک در راستای پهنا مقید شده است، پهنای آن ثابت می‌ماند. تغییر شکل فیلم در اثر ولتاژ اعمالی باعث کاهش زاویه خمش عملگر می‌شود. با توجه به شکل ۳، طول فیلم دی‌الکتریک برحسب زاویه خمش عملگر و پارامترهای هندسی به صورت زیر قابل بیان است:

$$\left. \begin{aligned} l &= 2r \sin \frac{\theta}{2} \\ r &= \frac{c}{\theta} \end{aligned} \right\} \Rightarrow l = \frac{2c}{\theta} \sin \left(\frac{\theta}{2} \right) \quad (2)$$

همچنین کشش فیلم دی‌الکتریک در ۳ جهت اصلی و ارتباط آن‌ها با زاویه خمش عملگر را می‌توان از طریق روابط زیر استخراج کرد:

$$\lambda_x = \lambda = \frac{l}{l_0} = \frac{2c}{l_0 \theta} \sin \left(\frac{\theta}{2} \right) = \frac{2\lambda_p}{\theta} \sin \left(\frac{\theta}{2} \right) \quad (3)$$

$$\lambda_y = 1$$

$$\lambda_z = \frac{1}{\lambda}$$

عملگر خمشی به همراه مکانیزم اعمال ولتاژ یک سیستم

(۱۸)

$$J.\ddot{\theta} + \left(\frac{4C_d c^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}}{\theta^4} - \frac{4C_d c^2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}}{\theta^3} + \frac{C_d c^2 \cos^2 \frac{\theta}{2}}{\theta^2} \right) \dot{\theta} - \frac{4C \lambda_p w t_0 \mu \sin^2 \frac{\theta}{2}}{\theta^3} + \frac{2C \lambda_p w t_0 \mu \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}}{\theta^2} + \frac{c w t_0 \mu \theta}{4 \lambda_p^3 \sin^2 \frac{\theta}{2}} - \frac{c w t_0 \mu \theta^2 \cos \frac{\theta}{2}}{8 \lambda_p^3 \sin^3 \frac{\theta}{2}} + \frac{2V.D.c.w \sin \frac{\theta}{2}}{\theta^2} - \frac{V.D.c.w \cos \frac{\theta}{2}}{\theta} + k_b \theta = 0$$

با محاسبه D از رابطه (۱۷) و جاگذاری آن در رابطه (۱۸) معادله حرکت عملگر خمشی به دست می آید.

(۱۹)

$$\frac{d^2 \theta}{d\tau^2} + \left(\frac{4C_b \sin^2 \frac{\theta}{2}}{\theta^4} - \frac{4C_b \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}}{\theta^3} + \frac{C_b \cos^2 \frac{\theta}{2}}{\theta^2} \right) \frac{d\theta}{d\tau} + g(\theta(\tau), V_b(\tau)) = 0$$

(۲۰)

$$g(\theta(\tau), V_b(\tau)) = -\frac{4 \lambda_p \sin^2 \frac{\theta(\tau)}{2}}{\theta(\tau)^3} + \frac{2 \lambda_p \sin \frac{\theta(\tau)}{2} \cos \frac{\theta(\tau)}{2}}{\theta(\tau)^2} + \frac{\theta(\tau)}{4 \lambda_p^3 \sin^2 \frac{\theta(\tau)}{2}} - \frac{\theta(\tau)^2 \cos \frac{\theta(\tau)}{2}}{8 \lambda_p^3 \sin^3 \frac{\theta(\tau)}{2}} + \frac{4V_b(\tau)^2 \lambda_p \sin^2 \frac{\theta(\tau)}{2}}{\theta(\tau)^3} - \frac{2V_b(\tau)^2 \lambda_p \sin \frac{\theta(\tau)}{2} \cos \frac{\theta(\tau)}{2}}{\theta(\tau)^2} + k_{bb} \theta(\tau)$$

در روابط (۱۹) و (۲۰) $\tau = \sqrt{\frac{c.w.t_0.\mu}{J}}$ متغیر زمان بی بعد،

$v_b = \frac{1}{t_0} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} V$ ولتاژ بی بعد، $k_{bb} = \frac{k_b}{c.w.t_0.\mu}$ سفتی خمشی بی بعد و $C_b = \frac{C_d.c}{w.t_0.\mu} \sqrt{\frac{c.w.t_0.\mu}{J}}$ ضریب میرایی بی بعد می باشد.

۳- ارتعاشات آزاد حول نقطه تعادل

هنگامی که ولتاژ تحریک مقدار ثابتی باشد، عملگر نقطه تعادل θ_{eq} را اختیار می کند. در نقطه تعادل معادله حرکت به یک معادله جبری غیرخطی تبدیل می شود.

(۲۱)

$$-\frac{4 \lambda_p \sin^2 \frac{\theta_{eq}}{2}}{\theta_{eq}^3} + \frac{2 \lambda_p \sin \frac{\theta_{eq}}{2} \cos \frac{\theta_{eq}}{2}}{\theta_{eq}^2} + \frac{\theta_{eq}}{4 \lambda_p^3 \sin^2 \frac{\theta_{eq}}{2}} - \frac{\theta_{eq}^2 \cos \frac{\theta_{eq}}{2}}{8 \lambda_p^3 \sin^3 \frac{\theta_{eq}}{2}} + \frac{4V_b^2 \lambda_p \sin^2 \frac{\theta_{eq}}{2}}{\theta_{eq}^3} - \frac{2V_b^2 \lambda_p \sin \frac{\theta_{eq}}{2} \cos \frac{\theta_{eq}}{2}}{\theta_{eq}^2} + k_{bb} \theta_{eq} = 0$$

معادله فوق را می توان به ازای مقادیر مشخص λ_p ، V_b و k_{bb} حل نموده و نقطه تعادل مبدل را استخراج نمود. با در نظر گرفتن جابجایی کوچک $\Delta(\tau)$ از نقطه تعادل θ_{eq} زاویه خمش عملگر برابر خواهد بود با:

$$\theta(\tau) = \theta_{eq} + \Delta(\tau) \quad (۲۲)$$

عنوان یک فنر خمشی با ممان خمشی ثابت در نظر گرفته می شود و انرژی پتانسیل خمشی آن از رابطه زیر به دست می آید:

$$f_{frame} = \frac{1}{2} k_b \theta^2 \quad (۱۰)$$

در این رابطه k_b سفتی خمشی قاب می باشد که با استفاده از ابعاد هندسی و مدول یانگ قاب Y_f به شکل زیر قابل محاسبه می باشد.

$$k_b = \frac{Y_f b d^3}{12c} \quad (۱۱)$$

با جاگذاری روابط (۶)، (۷)، (۹) و (۱۰) در رابطه (۵) انرژی آزاد هلمهولتز سیستم مطابق رابطه زیر به دست می آید.

(۱۲)

$$F(D, \theta) = \frac{c.w.t_0}{\lambda_p} \cdot \left(\frac{1}{2} \mu \left(\frac{4 \lambda_p^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}}{\theta^2} + \frac{\theta^2}{4 \lambda_p^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}} - 2 \right) + \frac{D^2}{2\varepsilon} \right) - \frac{2V.D.c.w \sin \frac{\theta}{2}}{\theta} + \frac{1}{2} k_b \theta^2$$

به منظور محاسبه انرژی جنبشی عملگر خمشی از جرم فیلم دی الکتریک در مقایسه با قاب منعطف صرف نظر می شود. با در نظر گرفتن قاب منعطف به عنوان یک مفصل دورانی، انرژی جنبشی آن برابر می شود با:

$$K = \frac{1}{2} J \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 \quad (۱۳)$$

در این رابطه J ممان اینرسی قطبی قاب منعطف می باشد که با استفاده از ابعاد هندسی و چگالی آن قابل محاسبه می باشد.

جهت وارد نمودن اثر ویسکوالاستیسیته فیلم دی الکتریک به معادله حرکت عملگر، فیلم به عنوان ماده ای با میرایی ویسکوز خطی در نظر گرفته می شود. با این فرض توان تلف شده رایلی از رابطه زیر به دست می آید.

$$R = \frac{1}{2} c_d \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 \quad (۱۴)$$

در این رابطه c_d ضریب میرایی و x جابجایی فیلم در محور مختصات ماده می باشد که از رابطه زیر قابل محاسبه می باشد.

$$x = \lambda l_0 = \frac{2 \lambda_p}{\theta} \sin \frac{\theta}{2} \cdot \frac{c}{\lambda_p} \quad (۱۵)$$

با جاگذاری رابطه (۱۴) در رابطه (۱۵) و مشتق گیری توان تلف شده رایلی سیستم بر حسب مشتق زمانی اول زاویه خمش به دست می آید:

$$R = \frac{C_d c^2}{2} \cdot \left(\frac{-2 \sin \frac{\theta}{2}}{\theta^2} + \frac{\cos \frac{\theta}{2}}{\theta} \right)^2 \cdot \dot{\theta}^2 \quad (۱۶)$$

با جاگذاری روابط (۱۲)، (۱۳) و (۱۶) در رابطه (۴) و با توجه به اینکه $\theta(t)$ و $D(t)$ مختصات تعمیم یافته سیستم هستند، دو معادله برای جابجایی الکتریکی و زاویه خمش عملگر به دست می آید:

$$\frac{c.w.t_0.D}{\lambda_p \varepsilon} - \frac{2V.c.w \sin \frac{\theta}{2}}{\theta} = 0 \quad (۱۷)$$

با جاگذاری رابطه (۲۲) در معادله حرکت (۱۹) و با استفاده از بسط سری توانی تابع $g(\theta(\tau)V_b(\tau))$ نسبت به $\Delta(\tau)$ حول نقطه تعادل θ_{eq} معادله حرکت ارتعاشات کوچک حول نقطه تعادل به دست می‌آید.

(۲۳)

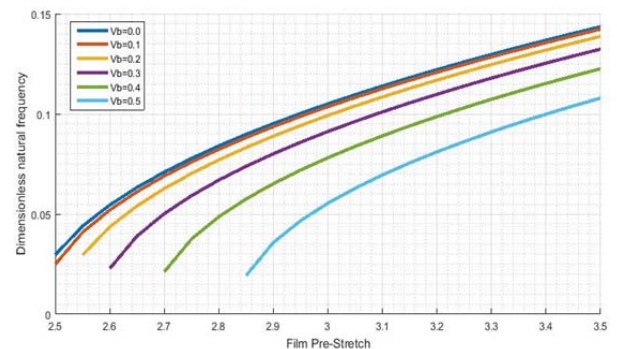
$$\frac{d^2 \Delta}{d\tau^2} + C_b \frac{d\Delta}{d\tau} + \Delta \frac{\partial}{\partial \theta} g(\theta, V_b) \Big|_{\theta=\theta_{eq}} = 0$$

با توجه به معادله (۲۳) فرکانس طبیعی ارتعاشات کوچک حول نقطه تعادل برابر می‌شود با:

(۲۴)

$$\omega_0^2 = \frac{\partial}{\partial \theta} g(\theta, V_b) \Big|_{\theta=\theta_{eq}} = \frac{12\lambda_p \sin^2 \frac{\theta_{eq}}{2}}{\theta_{eq}^4} - \frac{8\lambda_p \sin \frac{\theta_{eq}}{2} \cos \frac{\theta_{eq}}{2}}{\theta_{eq}^3} + \frac{\lambda_p \cos^2 \frac{\theta_{eq}}{2}}{\theta_{eq}^2} - \frac{\lambda_p \sin^2 \frac{\theta_{eq}}{2}}{\theta_{eq}^2} + \frac{1}{4\lambda_p \sin^2 \frac{\theta_{eq}}{2}} - \frac{\theta_{eq} \cos \frac{\theta_{eq}}{2}}{2\lambda_p \sin^3 \frac{\theta_{eq}}{2}} + \frac{3\theta_{eq}^2 \cos^2 \frac{\theta_{eq}}{2}}{16\lambda_p \sin^4 \frac{\theta_{eq}}{2}} + \frac{\theta_{eq}^2}{16\lambda_p \sin^2 \frac{\theta_{eq}}{2}} - \frac{12V_b^2 \lambda_p \sin^2 \frac{\theta_{eq}}{2}}{\theta_{eq}^4} + \frac{8V_b^2 \lambda_p \sin \frac{\theta_{eq}}{2} \cos \frac{\theta_{eq}}{2}}{\theta_{eq}^3} - \frac{V_b^2 \lambda_p \cos^2 \frac{\theta_{eq}}{2}}{\theta_{eq}^2} + \frac{V_b^2 \lambda_p \sin^2 \frac{\theta_{eq}}{2}}{\theta_{eq}^2} + k_{bb}$$

در این معادله $\bar{\omega}_0 = \omega_0 \sqrt{\frac{J}{c_{wt0}\mu}}$ فرکانس طبیعی بی‌بعد و ω_0 فرکانس طبیعی ارتعاشات کوچک حول نقطه تعادل می‌باشد. برای مقادیر مشخص V_b , λ_p و k_{bb} و با استفاده از روابط (۲۴) و (۲۱) می‌توان نقاط تعادل و فرکانس طبیعی ارتعاشات حول نقطه تعادل را به دست آورد. نمودار ۱ منحنی تغییرات فرکانس طبیعی بی‌بعد را بر حسب پیش‌کشش و برای مقادیر مختلف ولتاژ بی‌بعد با فرض $k_{bb}=0.1$ نشان می‌دهد.



نمودار ۱) تغییرات فرکانس طبیعی بی‌بعد نسبت به پیش‌کشش فیلم دی‌الکتریک برای مقادیر مختلف ولتاژ بی‌بعد مختلف

همان‌گونه که در نمودار ۱ دیده می‌شود با افزایش پیش‌کشش فیلم دی‌الکتریک در یک مقدار ثابت ولتاژ، فرکانس طبیعی عملگر افزایش می‌یابد. این رفتار را می‌توان این‌گونه توجیه کرد که با افزایش کشش، طول زنجیره‌های پلیمری فیلم دی‌الکتریک به مقدار نهایی بدون کرنش خود نزدیک می‌شود و در نتیجه مکانیزم تغییر طول فیلم الاستومر، از کاهش درهم‌تنیدگی زنجیره‌های پلیمری به کشش زنجیره‌های پلیمری تبدیل می‌شود که مکانیزم تغییر طول دوم به نیروی بیشتری نیاز دارد. این پدیده باعث افزایش سفتی الاستومر در اثر افزایش کشش آن می‌شود و با

افزایش سفتی فیلم دی‌الکتریک فرکانس طبیعی آن افزایش می‌یابد. همچنین مشاهده می‌شود که با افزایش ولتاژ تحریک فرکانس طبیعی عملگر کاهش می‌یابد که می‌تواند نتیجه نرم‌شدگی در اثر اعمال ولتاژ باشد. اثر ولتاژ بر سفتی فیلم دی‌الکتریک در پژوهش‌های دیگر بر عملگرهای صفحه‌ای فیلم دی‌الکتریک نیز مشاهده شده است [18, 27].

۴- اثر ویسکوالاتیسیته بر ارتعاشات اجباری

در این بخش پاسخ عملگر به ولتاژ متناوب مورد بررسی قرار می‌گیرد. فرض می‌شود که ولتاژ اعمالی به فرم زیر است:

$$V = V_{dc} + V_{ac} \sin(\Omega t) \quad (25)$$

در این رابطه V_{dc} ولتاژ مستقیم و V_{ac} دامنه ولتاژ متناوب می‌باشد و Ω فرکانس تحریک می‌باشد. با جاگذاری رابطه (۲۵) در معادله حرکت عملگر، معادله حرکت در اثر اعمال ولتاژ متناوب استخراج می‌شود.

(۲۶)

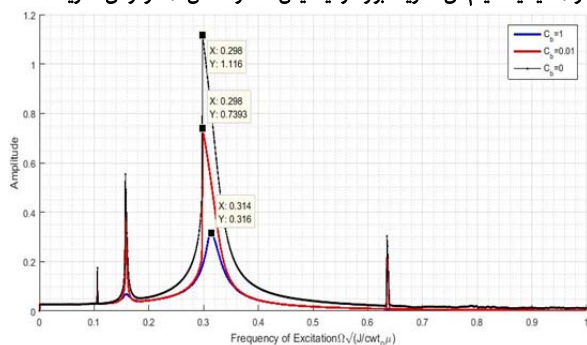
$$\frac{d^2 \theta}{d\tau^2} + \left(\frac{4C_b \sin^2 \frac{\theta}{2}}{\theta^4} - \frac{4C_b \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}}{\theta^3} + \frac{C_b \cos^2 \frac{\theta}{2}}{\theta^2} \right) \frac{d\theta}{d\tau} - \frac{4\lambda_p \sin^2 \frac{\theta}{2}}{\theta^3} + \frac{2\lambda_p \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}}{\theta^2} + \frac{\theta}{4\lambda_p \sin^2 \frac{\theta}{2}} - \frac{\theta^2 \cos \frac{\theta}{2}}{8\lambda_p \sin^3 \frac{\theta}{2}} + k_{bb} \theta + V_{dc}^2 \left(1 + \frac{V_{ac} \sin(\Omega t)}{V_{dc}} \right)^2 \left(\frac{4\lambda_p \sin^2 \frac{\theta}{2}}{\theta^3} - \frac{2\lambda_p \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}}{\theta^2} \right) = 0$$

در این رابطه $\bar{\Omega} = \Omega \sqrt{\frac{J}{c_{wt0}\mu}}$ فرکانس تحریک بی‌بعد می‌باشد. همان‌گونه که از معادله (۲۶) مشخص است، معادله حرکت یک معادله با تحریک پارامتری می‌باشد [28, 29]. با استفاده از پارامترهای تحریک و شرایط اولیه مشخص می‌توان معادله فوق را به صورت عددی حل نموده و تغییرات زمانی زاویه خمش عملگر $\theta(\tau)$ را به دست آورد. با فرض $\lambda_p=2$ ، $k_{bb}=0.1$ و $V_{dc}=0.1$ ، نقطه تعادل عملگر از رابطه (۲۱) برابر $\theta_{eq}=2.2$ و فرکانس طبیعی خطی آن از رابطه (۲۴) برابر $\bar{\omega}_0=3.2$ به دست می‌آید. این شرایط به عنوان شرایط اولیه برای شبیه‌سازی عددی عملگر در این مقاله مورد استفاده قرار گرفته است. با اعمال ولتاژ متناوب با دامنه $V_{ac}=0.7$ و با افزایش پله‌ای فرکانس تحریک بی‌بعد $\bar{\Omega}$ با نمو 0.001 ، معادله حرکت (۲۶) به صورت عددی حل شده و هنگامی که جابجایی زاویه‌ای $\theta(\tau)$ به حالت پایدار رسید، میانگین ماکسیمم و مینیمم $\theta(\tau)$ به عنوان دامنه ارتعاشات در نظر گرفته می‌شود.

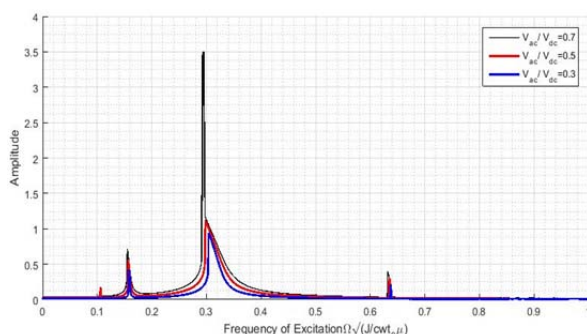
نمودار ۲ دامنه ارتعاشات را به عنوان تابعی از فرکانس تحریک بی‌بعد و برای سه مقدار مختلف میرایی بی‌بعد شده نشان می‌دهد. با توجه به این نمودار ملاحظه می‌شود که عملگر خمشی علاوه بر رزونانس هارمونیک دارای رزونانس سوپر هارمونیک در فرکانس

$$\bar{\Omega} \approx 2\omega_0 \quad \text{و} \quad \bar{\Omega} \approx \frac{\omega_0}{3} \quad \text{و} \quad \bar{\Omega} \approx \frac{\omega_0}{2}$$

می‌باشد. با افزایش میرایی سیستم دامنه ارتعاشات در تمامی رزونانس‌ها کاهش یافته و فرکانس آنها افزایش می‌یابد. رفتار مشابهی در مورد عملگرهای صفحه‌ای الاستومر دی‌الکتریک توسط



نمودار ۲) منحنی فرکانس-دامنه عملگر خمشی برای سه مقدار مختلف میرایی
 بی‌بعد $\lambda_p=2$ ، $k_{bb}=0.1$ ، $V_{dc}=0.1$ ، $V_{ac}=0.5$ و $\Delta\bar{\Omega}=0.001$



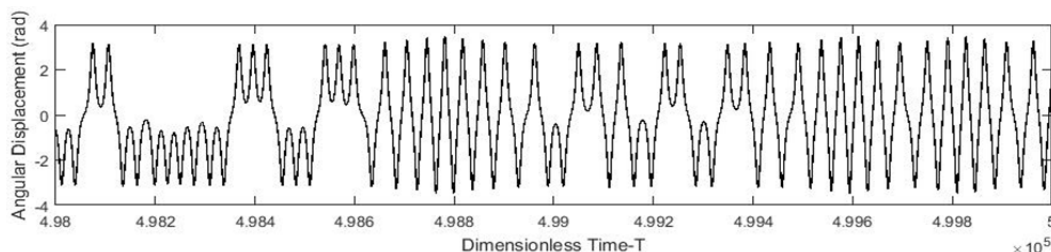
نمودار ۳) منحنی فرکانس-دامنه عملگر خمشی برای سه مقدار مختلف V_{ac}/V_{dc}
 برای $\Delta\bar{\Omega}=0.001$ و $C_b=0$ ، $V_{dc}=0.1$ ، $k_{bb}=0.1$ ، $\lambda_p=2$

شنگ و همکاران [18] و همچنین خو و همکاران [30] گزارش شده است.

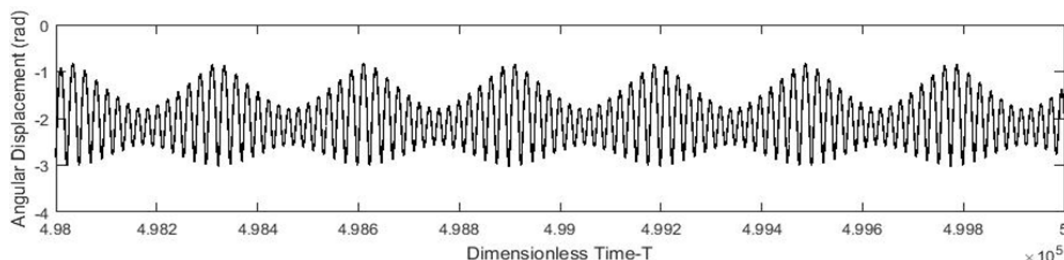
نمودار ۳ تأثیر نسبت دامنه تحریک ولتاژ متناوب به ولتاژ مستقیم V_{ac}/V_{dc} را بر منحنی دامنه-فرکانس عملگر نشان می‌دهد. همان‌گونه که در این نمودار مشاهده می‌شود با افزایش دامنه ولتاژ تحریک، دامنه ارتعاشات و فرکانس آن در تمامی رزونانس‌ها افزایش می‌یابد. همچنین با افزایش ولتاژ تحریک به $V_{ac}/V_{dc}=0.7$ ، دامنه ارتعاشات شاهد افزایش بسیار سریع در فرکانس رزونانس هارمونیک می‌باشد.

نمودار ۴ منحنی تغییرات زمانی جابجایی زاویه را در رزونانس هارمونیک و برای ۳ مقدار مختلف میرایی $C_b=0, 0.0001, 0.001$ نشان می‌دهد. گام نمو متغیر زمان بی‌بعد در این شبیه‌سازی 0.1 می‌باشد. برای مقدار $C_b=0$ جابجایی زاویه‌ای حالت غیرمتناوب دارد و دامنه آن نیز در مقایسه با دو حالت دیگر بزرگتر می‌باشد. با اعمال میرایی $C_b=0.0001$ هم‌زمان با کاهش دامنه ارتعاشات، ارتعاشات به شکل شبه‌متناوب درآمده و رفتار ضربانی را بروز می‌دهد. چنین رفتاری معمولاً در نوسانگرهای کوپل مرتبه دوم ملاحظه می‌شود [31] و در مورد عملگر خمشی می‌تواند نتیجه برهم‌کنش غیرخطی قاب منعطف و فیلم دی‌الکتریک باشد. با افزایش میرایی به $C_b=0.001$ رفتار عملگر به پاسخ متناوب نزدیک‌تر شده و فرکانس ضربه‌ای حذف می‌شود که نشان‌دهنده غلبه اثر میرایی بر ترم‌های غیرخطی می‌باشد.

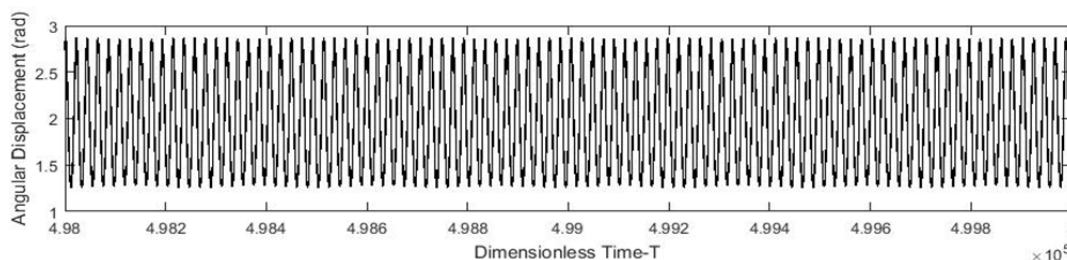
(الف)



(ب)



(ج)



نمودار ۴) منحنی تغییرات زمانی جابجایی زاویه‌ای $\theta(T)$ در رزونانس هارمونیک، (الف) $C_b=0$ (ب) $C_b=0.0001$ (ج) $C_b=0.001$ ؛ گام نمو متغیر زمان بی‌بعد برای تمامی شبیه‌سازی‌ها $\Delta\tau=0.1$ می‌باشد.

استفاده از روش اویلر- لاگرانژ استخراج شده و با استفاده از شبیه‌سازی عددی خاصیت چند رزونانسی عملگر نشان داده شده و رزونانس هارمونیک، سوپرهارمونیک و ساب‌هارمونیک عملگر برای پارامترهای عملگر مختلف استخراج شد. نتایج به‌دست‌آمده نشان داد که با افزایش میرایی فیلم دی‌الکتریک، فرکانس هارمونیک‌های رزونانس افزایش یافته و دامنه ارتعاشات در این رزونانس‌ها کاهش می‌یابد. همچنین با افزایش دامنه ولتاژ تحریک، حالتی از پاسخ سیستم که در آن رفتار عملگر حالت غیرمتناوب داشت ملاحظه گردید. با افزایش میرایی فیلم دی‌الکتریک در این حالت مشاهده شد که رفتار عملگر از حالت غیرمتناوب به شبه متناوب و متناوب تبدیل می‌شود. مدل دینامیکی ارائه‌شده در این مقاله به همراه روش تحلیل نتایج حل عددی می‌تواند به عنوان رهیافتی در طراحی عملگرهای خمشی الاستومر دی‌الکتریک در کاربردهایی که عملگر تحت تحریک نوسانی قرار دارد مورد استفاده قرار گیرد.

تشکر و قدردانی: این مورد توسط نویسندگان بیان نشد.

تأییدیه اخلاقی: این مورد توسط نویسندگان بیان نشد.

تعارض منافع: این مورد توسط نویسندگان بیان نشد.

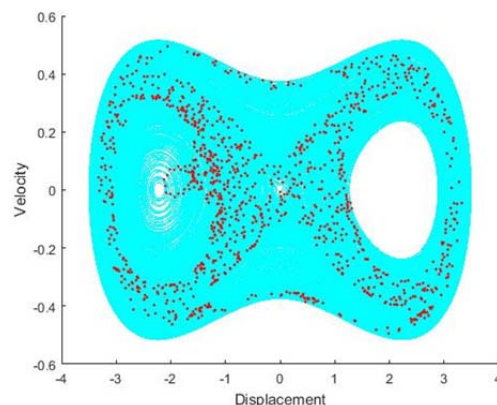
سهم نویسندگان: این مورد توسط نویسندگان بیان نشد.

منابع مالی: این مورد توسط نویسندگان بیان نشد.

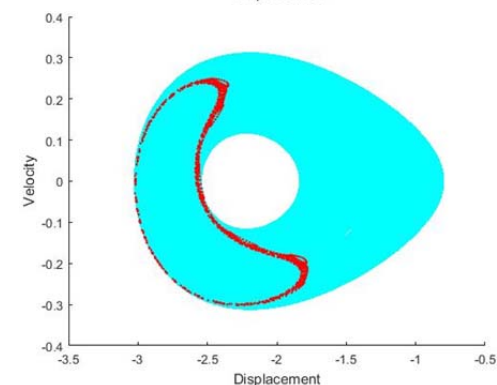
منابع

- 1- Kofod G, Paaanen M, Bauer S. Self-organized minimum-energy structures for dielectric elastomer actuators. *Applied Physics A*. 2006;85(2):141-143.
- 2- Shintake J, Rosset S, Floreano D, Shea H. A soft robotic actuator using dielectric minimum energy structures. 2nd International Conference on Electromechanically Active Polymer (EAP) transducers & artificial muscles, Potsdam (Berlin), Germany, May 29-30, 2012. Berlin: EuroEAP; 2012.
- 3- Kofod G, Wirges W, Paaanen M, Bauer S. Energy minimization for self-organized structure formation and actuation. *Applied Physics Letters*. 2007;90(8):081916.
- 4- Lau GK, Heng KR, Ahmed AS, Shrestha M. Dielectric elastomer fingers for versatile grasping and nimble pinching. *Applied Physics Letters*. 2017;110(18):182906.
- 5- Nguyen CH, Alici G, Mutlu R. A compliant translational mechanism based on dielectric elastomer actuators. *Journal of Mechanical Design*. 2014;136(6):061009.
- 6- Araromi OA, Gavrilovich I, Shintake J, Rosset S, Richard M, Gass V, et al. Rollable multisegment dielectric elastomer minimum energy structures for a deployable microsatellite gripper. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*. 2015;20(1):438-446.
- 7- Zhao J, Niu J, McCoul D, Leng J, Pei Q. A rotary joint for a flapping wing actuated by dielectric elastomers: Design and experiment. *Meccanica*. 2015;50(11):2815-2824.
- 8- Tang Y, Qin L, Li X, Chew CM, Zhu J. A frog-inspired swimming robot based on dielectric elastomer actuators. 2017 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), 24-28 Sept. 2017, Vancouver, BC, Canada. Piscataway:IEEE; 2017. pp. 2403-2408.
- 9- Li WB, Zhang WM, Zou HX, Peng ZK, Meng G. A novel variable stiffness mechanism for dielectric elastomer actuators. *Smart Materials and Structures*. 2017;26(8):085033.
- 10- Li WB, Zhang WM, Zou HX, Peng Z, Meng G. A fast rolling soft robot driven by dielectric elastomer.

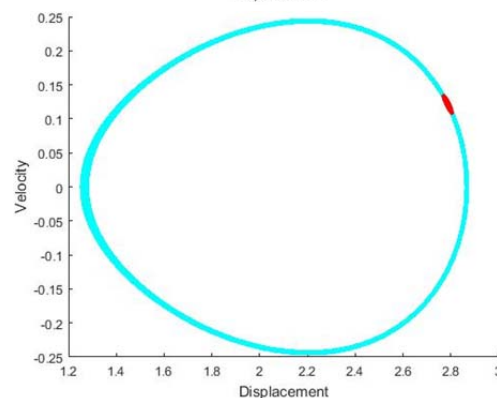
جهت مطالعه دقیق‌تر تأثیر میرایی بر رفتار دینامیکی عملگر خمشی، می‌توان از منحنی پوانکاره استفاده نمود. نمودار ۵ منحنی پوانکاره پاسخ عملگر را در رزونانس هارمونیک و برای سه مقدار مختلف میرایی نشان می‌دهد. همان‌گونه که در این نمودار مشخص است منحنی پوانکاره برای حالت میرایی صفر، مجموع نقاط پراکنده در صفحه فاز می‌باشد که نشان‌دهنده پاسخ غیرمتناوب (آشوبناک) عملگر در این حالت می‌باشد^[32]. با افزایش مقدار میرایی به $C_b=0.0001$ و سپس $C_b=0.001$ منحنی پوانکاره ابتدا یک منحنی بسته و سپس به یک نقطه تبدیل می‌شود که نشان‌دهنده تغییر رفتار عملگر از حالت غیرمتناوب به شبه متناوب و سپس متناوب می‌باشد.



الف



ب



ج

نمودار ۵) منحنی فاز (آبی) و منحنی پوانکاره (قرمز) عملگر خمشی در رزونانس هارمونیک (الف) $C_b=0$ (ب) $C_b=0.0001$ (ج) $C_b=0.001$

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله رفتار دینامیکی عملگر خمشی الاستومر دی‌الکتریک مورد بررسی قرار گرفته و اثر ویسکوالاستیسیته فیلم دی‌الکتریک بر رفتار دینامیکی آن مطالعه شد. ابتدا مدل دینامیکی سیستم با

- dielectric elastomer incorporating strain stiffening. International Journal of Solids and Structures. 2016;87:70-80.
- 21- O'Brien B, McKay T, Calius E, Xie S, Anderson I. Finite element modelling of dielectric elastomer minimum energy structures. Applied Physics A. 2009;94(3):507-514.
- 22- Zhao J, Niu J, McCoul D, Ren Z, Pei Q. Phenomena of nonlinear oscillation and special resonance of a dielectric elastomer minimum energy structure rotary joint. Applied Physics Letters. 2015;106(13):133504.
- 23- Zhao J, Wang S, Xing Z, McCoul D, Niu J, Huang B, et al. Equivalent dynamic model of DEMES rotary joint. Smart Materials and structures. 2016;25(7).
- 24- Zurlo G, Destrade M, DeTommasi D, Puglisi G. Catastrophic thinning of dielectric elastomers. Physical Review Letters. 2017;118:078001.
- 25- Suo Z. Theory of dielectric elastomers. Acta Mechanica Sinica. 2010;23(6):549-578.
- 26- Leng J, Liu L, Liu Y, Yu K, Sun S. Electromechanical stability of dielectric elastomer. Applied Physics Letters. 2009;94:211901.
- 27- Dubois P, Rosset S, Niklaus M, Dadras M, Shea H. Voltage control of the resonance frequency of dielectric electroactive polymer (DEAP) membranes. Journal of Microelectromechanical Systems. 2008;17(5):1072-1081.
- 28- Chen F, Zhu J, Wang MY. Dynamic electromechanical instability of a dielectric elastomer balloon. EPL (Europhysics Letters). 2015;112(4).
- 29- Nayfeh AH, Mook DT. Nonlinear oscillations. Hoboken: John Wiley & Sons; 2008.
- 30- Xu BX, Mueller R, Theis A, Klassen M, Gross D. Dynamic analysis of dielectric elastomer actuators. Applied Physics Letters. 2012;100(11):112903.
- 31- Manevitch L. New approach to beating phenomenon in coupled nonlinear oscillatory chains. Archive of Applied Mechanics. 2007;77(5):301-312.
- 32- Strogatz SH. Nonlinear dynamics and chaos. 2nd Edition Boca Raton: CRC Press; 2018.
- IEEE/ASME Transactions on Mechatronics. 2018;23(4):1630-1640.
- 11- Henke EFM, Wilson KE, Anderson IA. Entirely soft dielectric elastomer robots. Proceeding of SPIE 10163, Electroactive Polymer Actuators and Devices (EAPAD), 10 May 2017, Portland, Oregon, United States. Washington: SPIE; 2017. p. 101631N.
- 12- Petralia MT, Wood RJ. Fabrication and analysis of dielectric-elastomer minimum-energy structures for highly-deformable soft robotic systems. 2010 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 18-22 Oct. 2010, Taipei, Taiwan. Piscataway:IEEE; 2010. pp. 2357-2363.
- 13- Siu S, Rhode-Barbarigos L, Wagner S, Adriaenssens S. Dynamic relaxation study and experimental verification of dielectric-elastomer minimum-energy structures. Applied Physics Letters. 2013;103:171906.
- 14- Liu F, Zhang Y, Zhang L, Geng L, Wang Y, Ni N, et al. Analysis, experiment, and correlation of a petal-shaped actuator based on dielectric elastomer minimum-energy structures. Applied Physics A. 2016;122:323.
- 15- Zhu J, Cai S, Suo Z. Nonlinear oscillation of a dielectric elastomer balloon. Polymer International. 2010;59(3):378-383.
- 16- Zhu J, Cai S, Suo Z. Resonant behavior of a membrane of a dielectric elastomer. International Journal of Solids and Structures. 2010;47(24):3254-3262.
- 17- Li T, Qu S, Yang W. Electromechanical and dynamic analyses of tunable dielectric elastomer resonator. International Journal of Solids and Structures. 2012;49(26):3754-3761.
- 18- Sheng J, Chen H, Li B, Wang Y. Nonlinear dynamic characteristics of a dielectric elastomer membrane undergoing in-plane deformation. Smart Materials and Structures. 2014;23(4).
- 19- Zhang J, Chen H, Li B, McCoul D, Pei Q. Coupled nonlinear oscillation and stability evolution of viscoelastic dielectric elastomers. Soft Matter. 2015;11:7483-7493.
- 20- Wang F, Lu T, Wang TJ. Nonlinear vibration of