



Thermoelastic Time-Dependent Creep Analysis of a Rotating Thick-Walled Cylinder Made of Magneto-Electro-Elastic Materials

ARTICLE INFO

Article Type

Original Research

Authors

Saadatfar M.*¹ PhD

How to cite this article

Saadatfar M. Thermoelastic Time-Dependent Creep Analysis of a Rotating Thick-Walled Cylinder Made of Magneto-Electro-Elastic Materials. Modares Mechanical Engineering. 2019;19(11):2705-2716.

¹Mechanical Engineering Department, Engineering Faculty, University of Qom, Qom, Iran

*Correspondence

Address: Engineering Faculty, University of Qom, Alghadir Street, Qom, Iran. Postal Code: 3716146611
Phone: +98 (25) 32103577
Fax: +98 (25) 32103536
m.sadatfar@qom.ac.ir

Article History

Received: October 29, 2018

Accepted: May 21, 2019

ePublished: November 2, 2019

ABSTRACT

An analytical solution for the problem of time-dependent stress redistribution of a piezomagnetic rotating hollow cylinder subjected to an axisymmetric thermo-magneto-electro-mechanical loading is derived for the condition of plane strain. A differential equation containing creep strains is found using the constitutive equations, equilibrium equation and solving heat equation in plate strain. In the first step, eliminating creep strains in the differential equation, an analytical solution for the differential equation is obtained. Then, by adding creep strains and assuming constant thermal conditions, the creep stress rates and electric and magnetic potential are obtained using solving a differential equation. Lastly, the history of stresses, radial displacement, magnetic potential, and electric potential during the time can be obtained using an iterative method. In the numerical examples, the effects of time passing on the structure behavior and the effective parameters such as thermal boundary condition, angular velocity, and electromagnetic boundary condition were investigated comprehensively.

Keywords Rotating Cylinder; Magneto-Electro-Elastic; Thermoelastic Analysis; Time-Dependent Creep

CITATION LINKS

[1] Hygrothermomagneto-electroelastic analysis of a functionally graded magneto-electroelastic hollow sphere resting on an elastic ... [2] Time-dependent behaviors of a FGPM hollow sphere under the coupling of ... [3] The transient responses of magneto-electro-elastic hollow ... [4] Transient responses of a special non-homogeneous magneto-electro-elastic hollow cylinder for a fully coupled axisymmetric plane strain ... [5] Exact solutions for radially polarized and magnetized magneto-electroelastic rotating ... [6] Exact solution of transient thermal stress problem of a multilayered magneto-electro-thermoelastic hollow ... [7] Magneto-electroelastic behavior of rotating cylinders resting on an elastic foundation under hygrothermal ... [8] Magneto-thermoelastic creep analysis of functionally graded ... [9] Effect of anisotropy on steady state creep in functionally graded ... [10] Creep transition in non homogeneous thick-walled circular cylinder under internal and external ... [11] Semi-analytical solution for time-dependent creep analysis of rotating cylinders made of anisotropic Exponentially Graded Material ... [12] Creep analysis of functionally graded material thick-walled ... [13] Time-dependent thermo-creep analysis of rotating FGM thick-walled cylindrical pressure vessels under ... [14] Analysis of steady state creep in whisker reinforced functionally graded thick cylinder subjected to internal pressure by considering residual ... [15] Steady-state creep deformations and stresses in FGM rotating thick cylindrical pressure ... [16] Time-dependent thermomechanical creep behavior of FGM thick hollow cylindrical shells ... [17] Thermal creep analysis of functionally graded thick-walled cylinder subjected ... [18] Time-dependent hygro-thermal creep analysis of pressurized FGM rotating ... [19] Successive approximation method for time-dependent creep modeling of functionally graded ... [20] Time-dependent thermo-electro-mechanical creep behavior of radially polarized FGPM ... [21] Semi-analytical solution of time-dependent electro-thermo-mechanical creep for ... [22] On the behavior of a rotating functionally graded hybrid cylindrical shell with imperfect ... [23] On the magneto-thermo-elastic behavior of a functionally graded ... [24] Electromagnetothermoelastic behavior of a rotating imperfect hybrid functionally graded ... [25] Effect of multiphysics conditions on the behavior of an exponentially graded smart cylindrical shell with ... [26] Semi-analytical solution for electromagnetothermoelastic creep response of functionally graded piezoelectric ... [27] Effect of interlaminar weak bonding and constant magnetic field on the hygrothermal stresses of a FG hybrid cylindrical shell using ...

تحلیل ترموالاستیک رفتار خزشی وابسته به زمان در استوانه جدار ضخیم چرخان از جنس مواد مگنتوالکتروالاستیک

مهدی سعادتفر* PhD

گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه قم، قم، ایران

چکیده

در این مقاله به ارائه یک حل تحلیلی برای بررسی رفتار خزشی وابسته به زمان استوانه جدار ضخیم چرخان از مواد مگنتوالکتروالاستیک پرداخته شده است. ابتدا معادله دیفرانسیلی شامل کرنش‌های خزشی با استفاده از روابط تنش-کرنش، کرنش-جابجایی، معادله تعادل و حل معادله حرارت در حالت کرنش صفحه‌ای به دست می‌آید. در گام نخست با حذف کرنش‌های خزشی، یک حل تحلیلی برای معادله دیفرانسیل مذکور به صورت تحلیلی به دست می‌آید که در واقع پاسخ زمان صفر (ابتدایی) است. سپس با اضافه کردن کرنش‌های خزشی و با فرض ثابت بودن شرایط حرارتی، نرخ تنش‌های خزشی و میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی با حل یک معادله دیفرانسیل به دست می‌آیند. در نهایت می‌توان تنش‌های شعاعی و محیطی، جابجایی شعاعی و میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی را با استفاده از یک روش تکرارشونده برای هر زمان دلخواه محاسبه کرد. در پایان تاثیر گذشت زمان بر رفتار سازه و پارامترهای موثر همچون شرایط مرزی حرارتی، سرعت چرخش و شرایط مرزی الکترومغناطیسی در مثال‌های عددی به تفصیل بررسی شده‌اند.

کلیدواژه‌ها: استوانه چرخان، مگنتوالکتروالاستیک، تحلیل ترموالاستیک، خزش وابسته به دما

تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۸/۷

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۲/۳۱

*نویسنده مسئول: m.saadatfar@qom.ac.ir

۱- مقدمه

در سال‌های اخیر مواد مگنتوالکتروالاستیک (Magneto-Electro-Elastic) به دلیل داشتن قابلیت تبدیل انرژی‌های الکتریکی، مغناطیسی و مکانیکی به یکدیگر، مورد توجه زیادی قرار گرفته‌اند. مگنتوالکتروالاستیک‌ها در واقع کامپوزیتی از مواد پیزوالکتریک و پیزومگنتیک هستند که کوپل الکترومغناطیسی در آن‌ها به وجود می‌آید. در برخی موارد قدرت عملگری این کامپوزیت‌ها تا صد برابر پیزوالکتریک‌ها گزارش شده است^[1]. به همین دلیل امروزه این مواد کاربردهای متعددی در زمینه‌های حمل‌ونقل، صنعت هوافضا، پایش سلامت سازه‌ها، تشخیص آسیب و برداشت انرژی پیدا کرده‌اند^[1]. در بسیاری از این کاربردها، ماده مگنتوالکتروالاستیک به عنوان حسگر و عملگر تحت شرایط بارگذاری و محیطی مختلف و گاهی سخت است. با توجه به اینکه این مواد در بارگذاری‌های زیاد خواص ویسکوالاستیک از خود نشان می‌دهند، بنابراین تحلیل رفتار خزش در این مواد به منظور طراحی دقیق‌تر ضروری به نظر می‌رسد^[2].

در مورد تحلیل استوانه‌های مگنتوالکتروالاستیک تحقیقات و مقالاتی در سابقه پژوهش وجود دارد که به مهم‌ترین آن‌ها اشاره می‌شود. هو و لیونگ^[3] به بررسی رفتار گذرای استوانه مگنتوالکتروالاستیک در شرایط کرنش صفحه‌ای پرداختند. وانگ و دینگ^[4] پاسخ‌گذاری استوانه جدار ضخیم ناهمگن در شرایط کرنش صفحه‌ای را بررسی کردند. بابایی و چن^[5] یک حل تحلیلی برای مسئله رفتار استاتیکی استوانه توخالی بلند ارائه دادند. اوتا و ییشیهارا^[6] یک حل دقیق برای تنش‌های گذرای حرارتی در استوانه چند لایه مگنتوالکتروالاستیک به دست آوردند. اکبرزاده و چن^[7] با

روشی تحلیلی به بررسی تنش‌ها و جابجایی در استوانه‌های جدار ضخیم مگنتوالکتروالاستیک تحت بارهای هایدروترمال (Hygrothermal) پرداختند.

در زمینه تحلیل‌های خزشی، مقالاتی در زمینه بررسی خزش در استوانه‌های هوشمند و استوانه‌های از مواد تابعی مدرج (FGM) در سابقه پژوهش وجود دارد. در زمینه مواد تابعی مدرج: لقمان و همکاران^[8] توزیع تنش‌های خزشی حرارتی وابسته به زمان را در استوانه تابعی مدرج در یک میدان مغناطیسی ثابت مورد بررسی قرار دادند. تأثیر ناهمگنی بر تنش در یک فرایند خزشی پایدار در یک استوانه تابعی مدرج توسط سینگ و گاپتا^[9] بررسی شد. شارما و همکاران^[10] به تحلیل تنش‌های خزشی در استوانه تابعی مدرج تحت فشار داخلی پرداخت. لقمان و عطابخشیان^[11] با استفاده از مدل خزشی بیلی-نورتون، رفتار خزش وابسته به زمان در استوانه چرخان تابعی مدرج را مطالعه کردند. جامیان و همکاران^[12] خزش در استوانه تابعی مدرج در محیط حرارتی را موضوع تحقیق خود کردند. خزش وابسته به زمان در استوانه جدار ضخیم تابعی مدرج تحت فشار داخلی در محیط حرارتی توسط زمانی‌نژاد و دودی کشکولی^[13] مورد تحقیق قرار گرفت. سینگ و گاپتا^[14] خزش پایدار یک استوانه تابعی مدرج کامپوزیتی تحت فشار داخلی را با احتساب تنش‌های پسماند بررسی کردند. زمانی‌نژاد و همکاران^[15] یک حل برای مسئله خزش پایدار استوانه جدار ضخیم تابعی مدرج در شرایط کرنش صفحه‌ای ارائه دادند. دودی کشکولی و همکاران^[16] با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول، خزش وابسته به دما را در استوانه توخالی تابعی مدرج در محیط حرارتی بررسی کردند. شارما و همکاران^[17] تحلیل خزشی را برای استوانه‌ای تابعی مدرج تحت پیچش و بارهای حرارتی و مکانیکی انجام دادند. بخشی‌زاده و همکاران^[18] خزش وابسته به دما در استوانه جدار ضخیم چرخان تابعی مدرج تحت بار هایدروترمال در یک میدان مغناطیسی را تحلیل کردند. در زمینه مواد هوشمند: یک پاسخ نیمه‌تحلیلی برای مسئله تنش‌های خزشی در یک استوانه توخالی چرخان از مواد پیزوالکتریک تابعی مدرج توسط قربان‌پور و همکاران^[19, 20] ارائه شد. همچنین، قربان‌پور و همکاران^[21] خزش وابسته به زمان در استوانه جدار ضخیم پیزوالکتریک را در محیط حرارتی بررسی کردند. بررسی سابقه پژوهش نشان می‌دهد که خزش وابسته به دما در استوانه‌های از جنس مگنتوالکتروالاستیک در محیط‌های حرارتی هنوز مورد بررسی قرار نگرفته‌اند؛ بنابراین این مقاله برای نخستین بار به بررسی خزش وابسته به زمان در استوانه توخالی چرخان از مواد مگنتوالکتروالاستیک تحت بارهای حرارتی، مکانیکی، الکتریکی و مغناطیسی در شرایط کرنش صفحه‌ای و تقارن محوری می‌پردازد.

۲- معادلات پایه

۲-۱- مسئله مورد بررسی

یک استوانه با طول بلند و در حال چرخش حول محور طولی در نظر گرفته شده است. جنس استوانه از مواد مگنتوالکتروالاستیک است که در راستای شعاعی به لحاظ الکتریکی و مغناطیسی قطبی شده است. استوانه تحت فشار مکانیکی، پتانسیل الکتریکی، پتانسیل مغناطیسی و حرارت در سطح داخلی و خارجی است. دستگاه مختصات استوانه‌ای که محور Z منطبق بر محور طولی استوانه باشد برای بیان معادلات انتخاب می‌شود. به دلیل تقارن و شرایط کرنش صفحه‌ای، مؤلفه‌های غیرصفر تنش، جابجایی، توزیع حرارت، پتانسیل الکتریکی و پتانسیل مغناطیسی فقط تابعی از شعاع هستند.

در صورتی که کرنش کل به صورت مجموع کرنش‌های مکانیکی، حرارتی، الکتریکی، مغناطیسی و خزشی در نظر گرفته شوند، معادلات تنش-کرنش برای ماده مگنتوالکتروالاستیک به صورت زیر قابل بیان است [2, 7]:

$$\sigma_r = c_{11} \frac{\partial u}{\partial r} + c_{12} \frac{u}{r} + e_{11} \frac{\partial \phi}{\partial r} + q_{11} \frac{\partial \psi}{\partial r} - \lambda_1 T - c_{11} \varepsilon_r^c - c_{12} \varepsilon_\theta^c \quad (الف.۱)$$

$$\sigma_\theta = c_{12} \frac{\partial u}{\partial r} + c_{22} \frac{u}{r} + e_{12} \frac{\partial \phi}{\partial r} + q_{12} \frac{\partial \psi}{\partial r} - \lambda_2 T - c_{12} \varepsilon_r^c - c_{22} \varepsilon_\theta^c \quad (ب.۱)$$

$$D_r = e_{11} \frac{\partial u}{\partial r} + e_{12} \frac{u}{r} - \beta_{11} \frac{\partial \phi}{\partial r} - \varepsilon_{11} \frac{\partial \psi}{\partial r} + p_1 T - e_{11} \varepsilon_r^c - e_{12} \varepsilon_\theta^c, \quad (ج.۱)$$

$$B_r = q_{11} \frac{\partial u}{\partial r} + q_{12} \frac{u}{r} - \varepsilon_{11} \frac{\partial \phi}{\partial r} - d_{11} \frac{\partial \psi}{\partial r} + m_1 T - q_{11} \varepsilon_r^c - q_{12} \varepsilon_\theta^c \quad (د.۱)$$

که در آن طبق مرجع [22]:

$$\lambda_1 = c_{11} \alpha_r + c_{12} \alpha_\theta, \quad \lambda_2 = c_{12} \alpha_r + c_{22} \alpha_\theta \quad (۲)$$

در غیاب نیروی حجمی، شارژ الکتریکی و چگالی جریان الکتریکی، معادلات تعادل، الکترواستاتیک و مگنتواستاتیک برای استوانه چرخان به صورت زیر قابل بیان است [7, 23]:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{(\sigma_r - \sigma_\theta)}{r} + \rho r \omega^2 = 0. \quad (الف.۳)$$

$$\frac{\partial D_r}{\partial r} + \frac{D_r}{r} = 0, \quad (ب.۳)$$

$$\frac{\partial B_r}{\partial r} + \frac{B_r}{r} = 0. \quad (ج.۳)$$

حل معادلات (ب.۳) و (ج.۳) به شکل زیر است [24]:

$$D_r = \frac{A_1}{r}, \quad (الف.۴)$$

$$B_r = \frac{A_2}{r}, \quad (ب.۴)$$

که A_1 و A_2 ثوابت مجهول هستند. با جای‌گذاری روابط (۴) در روابط (ج.۱) و (د.۱) بعد از مرتب‌سازی داریم:

$$\frac{\partial \phi(r)}{\partial r} = (L_1 \frac{\partial u}{\partial r} + L_2 \frac{u}{r} + L_3 \frac{A_2}{r} + L_4 T - L_5 \frac{A_1}{r} - L_1 \varepsilon_r^c - L_2 \varepsilon_\theta^c) \quad (الف.۵)$$

$$\frac{\partial \psi(r)}{\partial r} = (P_1 \frac{\partial u}{\partial r} + P_2 \frac{u}{r} + P_3 \frac{A_1}{r} + P_4 T - P_5 \frac{A_2}{r} - P_1 \varepsilon_r^c - P_2 \varepsilon_\theta^c) \quad (ب.۵)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} L_1 &= \frac{e_{11} d_{11} - \varepsilon_{11} q_{11}}{\beta_{11} d_{11} - \varepsilon_{11}^2}, \\ L_2 &= \frac{e_{12} d_{11} - \varepsilon_{11} q_{12}}{\beta_{11} d_{11} - \varepsilon_{11}^2}, \\ L_3 &= \frac{d_{11}}{\beta_{11} d_{11} - \varepsilon_{11}^2}, \\ L_4 &= \frac{d_{11} p_1 - \varepsilon_{11} m_1}{\beta_{11} d_{11} - \varepsilon_{11}^2}, \\ L_5 &= \frac{d_{11}}{\beta_{11} d_{11} - \varepsilon_{11}^2}, \\ P_1 &= \frac{q_{11} \beta_{11} - \varepsilon_{11} e_{11}}{\beta_{11} d_{11} - \varepsilon_{11}^2}, \\ P_2 &= \frac{q_{12} \beta_{11} - e_{12} \varepsilon_{11}}{\beta_{11} d_{11} - \varepsilon_{11}^2}, \end{aligned} \quad (۶)$$

$$\begin{aligned} P_3 &= \frac{\varepsilon_{11}}{\beta_{11} d_{11} - \varepsilon_{11}^2}, \\ P_4 &= \frac{\beta_{11} m_1 - \varepsilon_{11} p_1}{\beta_{11} d_{11} - \varepsilon_{11}^2}, \\ P_5 &= \frac{\beta_{11}}{\beta_{11} d_{11} - \varepsilon_{11}^2}, \end{aligned}$$

با استفاده از روابط (۵) در روابط (الف.۱) و (ب.۱) می‌توان نوشت:

$$\sigma_r = C_1 \frac{\partial u}{\partial r} + C_2 \frac{u}{r} + C_3 \frac{A_2}{r} + C_4 \frac{A_1}{r} + C_5 T - \lambda_1 T - C_1 \varepsilon_r^c - C_2 \varepsilon_\theta^c, \quad (الف.۷)$$

$$\sigma_\theta = E_1 \frac{\partial u}{\partial r} + E_2 \frac{u}{r} + E_3 \frac{A_2}{r} + E_4 \frac{A_1}{r} + E_5 T - \lambda_2 T - E_1 \varepsilon_r^c - E_2 \varepsilon_\theta^c, \quad (ب.۷)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} C_1 &= c_{11} + e_{11} L_1 + q_{11} P_1, \\ C_2 &= c_{12} + e_{11} L_2 + q_{11} P_2, \\ C_3 &= e_{11} L_3 - q_{11} P_5, \\ C_4 &= -e_{11} L_5 + q_{11} P_3, \\ C_5 &= e_{11} L_4 + q_{11} P_4, \\ E_1 &= c_{12} + e_{12} L_1 + q_{12} P_1, \\ E_2 &= c_{22} + e_{12} L_2 + q_{12} P_2, \\ E_3 &= e_{12} L_3 - q_{12} P_5, \\ E_4 &= -e_{12} L_5 + q_{12} P_3, \\ E_5 &= e_{12} L_4 + q_{12} P_4, \end{aligned} \quad (۸)$$

با استفاده از معادلات (۷) در معادله (الف.۳) می‌توان معادله دیفرانسیل حاکم را به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} M_1 \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2} M_2 u &= M_3 r^{-1} T + M_4 \frac{T}{r} \\ + (-M_5 + M_6) \frac{\partial T}{\partial r} &+ M_7 \frac{A_2}{r^2} + M_8 \frac{A_1}{r^2} \\ - M_{13} r &+ \frac{M_{14} \varepsilon_r^c}{r} + \frac{\partial \varepsilon_r^c}{\partial r} + \frac{M_{15} \varepsilon_\theta^c}{r} + M_{16} \frac{\partial \varepsilon_\theta^c}{\partial r} \end{aligned} \quad (۹)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} M_1 &= \frac{C_1 + C_2 - E_1}{C_1}, \\ M_2 &= \frac{-E_2}{C_1}, \\ M_3 &= \frac{(\lambda_1 - \lambda_2)}{C_1}, \\ M_4 &= \frac{E_5 - C_5}{C_1}, M_5 = \frac{C_5}{C_1}, \\ M_6 &= \frac{\lambda_1}{C_1}, M_7 = \frac{E_3}{C_1}, \\ M_8 &= \frac{E_4}{C_1}, M_{13} = \frac{\rho \omega^2}{C_1}, \\ M_{14} &= \frac{2C_1 - 2E_1}{C_1}, M_{15} = \frac{2C_2 - 2E_2}{C_1}, \\ M_{16} &= \frac{C_2}{C_1} \end{aligned} \quad (۱۰)$$

شرایط مرزی در نظر گرفته شده نیز به صورت زیر قابل بیان هستند:

$$\begin{aligned} \sigma_r|_{r=a} &= -p_a, & \sigma_r|_{r=b} &= -p_b, \\ \phi|_{r=a} &= \phi_a, & \phi|_{r=b} &= \phi_b, \\ \psi|_{r=a} &= \psi_a, & \psi|_{r=b} &= \psi_b, \\ T|_{r=a} &= T_a, & T|_{r=b} &= T_b, \end{aligned} \quad (۱۱)$$

۲-۳- معادله توزیع حرارت

معادله توزیع حرارت برای استوانه بدون منبع حرارتی در حالت پایدار به صورت زیر است [24, 25]:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rk^T \frac{\partial T}{\partial r}) = 0, \quad (۱۲)$$

۳- حل معادلات

معادله توزیع حرارت (۱۲) با دو مرتبه انتگرال‌گیری به صورت زیر قابل نوشتن است:

$$T(r) = W_1 \ln(r) - W_2, \quad (۱۳)$$

با استفاده از شرایط مرزی حرارتی بیان شده در رابطه (۱۱)، ثابت‌های W_1 و W_2 به دست خواهند آمد:

$$W_1 = \frac{T_b - T_a}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}, \quad (۱۴)$$

$$W_2 = \frac{T_b - T_a}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)} \ln(b) - T_b.$$

۳-۱- حل تحلیلی معادله در زمان صفر

برای به‌دست‌آوردن معادله حاکم اولیه (زمان صفر)، با حذف کرنش‌های خزشی در معادله (۹) خواهیم داشت:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{M_1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{M_2}{r^2} u = (W_1 M_3 + W_1 M_4) \times \ln(r) r^{-1} + (-M_3 W_2 - M_4 W_2 - M_5 W_1 + M_6 W_1) \times r^{-1} + M_7 A_2 r^{-2} + M_8 A_1 r^{-2} - M_{13} r \quad (۱۵)$$

جواب کامل این معادله شامل جواب عمومی و خصوصی به صورت زیر قابل ارائه است:

$$u = B_1 r^{m_1} + B_2 r^{m_2} + B_3 r + B_6 r^3 + B_7 A_2 + B_8 A_1 - \frac{B_5 r}{(1-m_1)(m_2-m_1)} \left(\ln(r) - \frac{1}{1-m_1} \right) + \frac{B_5 r}{(1-m_1)(m_2-m_1)} \left(\ln(r) - \frac{1}{1-m_2} \right) \quad (۱۶)$$

که B_1 و B_2 ثابت‌های مجهول هستند و داریم:

$$m_{1,2} = \frac{1}{2} \left(-(M_1 - 1) \pm \sqrt{(M_1 - 1)^2 - 4M_2} \right),$$

$$B_3 = \frac{-M_4 W_2 - M_3 W_2 - M_5 W_1 + M_6 W_1}{M_1 + M_2}, \quad (۱۷)$$

$$B_5 = \frac{W_1(M_4) + W_1(M_3)}{M_1 + M_2}, \quad B_6 = \frac{-M_{13}}{6 + 3M_1 + M_2},$$

$$B_8 = \frac{M_8}{M_2}, \quad B_7 = \frac{M_7}{M_2},$$

با جای‌گذاری رابطه (۱۶) در روابط (۵) و انتگرال‌گیری خواهیم داشت:

$$\phi(r) = L_1 [B_1 r^{m_1} + B_2 r^{m_2} + B_3 r + B_5 + B_6 r^3 - \frac{B_5 r}{(1-m_1)(m_2-m_1)} \left(\ln(r) - 2 - \frac{1}{1-m_1} \right) - \frac{B_5 r}{(1-m_2)(m_2-m_1)} \left(\ln(r) - 2 - \frac{1}{1-m_2} \right)] + L_2 \left[\frac{B_1}{m_1} r^{m_1} + \frac{B_2}{m_2} r^{m_2} + B_3 r + \frac{B_6}{3} r^3 + (B_7 A_2 + B_8 A_1) \ln(r) \right] \quad (۱۸)$$

$$- \frac{B_5 r}{(1-m_1)(m_2-m_1)} \left(\ln(r) - 1 - \frac{1}{1-m_1} \right) + \frac{B_5 r}{(1-m_2)(m_2-m_1)} \left(\ln(r) - 1 - \frac{1}{1-m_2} \right) + L_4 r (W_1 \ln(r) - W_1 + W_2) + (-L_5 A_1 + L_3 A_2) \ln(r) + Z_1$$

$$\psi(r) = P_1 [B_1 r^{m_1} + B_2 r^{m_2} + B_3 r + B_5 + B_6 r^3 - \frac{B_5 r}{(1-m_1)(m_2-m_1)} \left(\ln(r) - 2 - \frac{1}{1-m_1} \right) \quad (۱۹)$$

$$- \frac{B_5 r}{(1-m_2)(m_2-m_1)} \left(\ln(r) - 2 - \frac{1}{1-m_2} \right)] + P_2 \left[\frac{B_1}{m_1} r^{m_1} + \frac{B_2}{m_2} r^{m_2} + B_3 r + \frac{B_6}{3} r^3 + (B_7 A_2 + B_8 A_1) \ln(r) - \frac{B_5 r}{(1-m_1)(m_2-m_1)} \left(\ln(r) - 1 - \frac{1}{1-m_1} \right) + \frac{B_5 r}{(1-m_2)(m_2-m_1)} \left(\ln(r) - 1 - \frac{1}{1-m_2} \right) \right] + P_4 r (W_1 \ln(r) - W_1 + W_2) + (-P_5 A_1 + P_3 A_2) \ln(r) + Z_1$$

که Z_1 و Z_2 ثابت‌های مجهول هستند. با جای‌گذاری روابط (۱۶) و (۱۳) در رابطه (۷)، تنش‌های شعاعی و محیطی به دست خواهند آمد:

$$\sigma_r = C_1 [B_1 m_1 r^{m_1-1} + B_2 m_2 r^{m_2-1} + B_3 + 3B_6 r^2 - \frac{B_5 r}{(1-m_1)(m_2-m_1)} \left(\ln(r) + 1 - \frac{1}{1-m_1} \right) + \frac{B_5 r}{(1-m_2)(m_2-m_1)} \left(\ln(r) + 1 - \frac{1}{1-m_2} \right)] + C_2 r^\beta [B_1 r^{m_1} + B_2 r^{m_2} + (B_3) r + B_6 r^3 + B_7 A_2 + B_8 A_1] \quad (۲۰)$$

$$- \frac{B_5 r}{(1-m_1)(m_2-m_1)} \left(\ln(r) - \frac{1}{1-m_1} \right) + \frac{B_5 r}{(1-m_2)(m_2-m_1)} \left(\ln(r) - \frac{1}{1-m_2} \right)] + C_3 \frac{A_2}{r} + C_4 \frac{A_1}{r} + (C_5 - \lambda_1) (W_1 \ln(r) + W_2)$$

$$\sigma_\theta = E_1 [B_1 m_1 r^{m_1-1} + B_2 m_2 r^{m_2-1} + B_3 + 3B_6 r^2 - \frac{B_5 r}{(1-m_1)(m_2-m_1)} \left(\ln(r) + 1 - \frac{1}{1-m_1} \right) + \frac{B_5 r}{(1-m_2)(m_2-m_1)} \left(\ln(r) + 1 - \frac{1}{1-m_2} \right)] + E_2 r^\beta [B_1 r^{m_1} + B_2 r^{m_2} + (B_3) r + B_6 r^3 + B_7 A_2 + B_8 A_1] \quad (۲۱)$$

$$- \frac{B_5 r}{(1-m_1)(m_2-m_1)} \left(\ln(r) - \frac{1}{1-m_1} \right) + \frac{B_5 r}{(1-m_2)(m_2-m_1)} \left(\ln(r) - \frac{1}{1-m_2} \right)] + E_3 \frac{A_2}{r} + E_4 \frac{A_1}{r} + (E_5 - \lambda_1) (W_1 \ln(r) + W_2)$$

اکنون مجهولات A_1, A_2, B_1, B_2, Z_1 و Z_2 با استفاده از شرایط مرزی قابل محاسبه هستند. با استفاده از ۶ شرط مرزی یک دستگاه معادلات جبری خطی با ۶ معادله و ۶ مجهول به دست می‌آید. با حل این دستگاه، تنش‌ها، جابجایی شعاعی، پتانسیل الکتریکی و مغناطیسی در زمان شروع به دست می‌آیند. جزئیات به‌دست‌آوردن ثابت‌های مجهول در پیوست آورده شده است.

۳-۲- حل معادله خزش وابسته به زمان

با پایدار در نظر گرفتن شرایط حرارتی، مشتق‌گیری از معادله (۹) نسبت به زمان منجر خواهد شد به:

$$\frac{\partial^2 \dot{u}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} M_1 \frac{\partial \dot{u}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} M_2 \dot{u} = +M_7 \frac{\dot{A}_2}{r^2} + M_8 \frac{\dot{A}_1}{r^2} + M_{14} r^{-1} \dot{\varepsilon}_r^c + \frac{\partial \dot{\varepsilon}_r^c}{\partial r} + M_{15} r^{-1} \dot{\varepsilon}_\theta^c + M_{16} \frac{\partial \dot{\varepsilon}_\theta^c}{\partial r} \quad (۲۲)$$

معادلات پرندتل-ریوس (Prandtl-Reuss) برای ارتباط بین کرنش خزشی با تنش‌ها و معادلات ساختاری خزش ماده ارائه شده است [2].

$$\frac{\partial \phi}{\partial r} = L_1 \frac{\partial \dot{u}}{\partial r} + L_2 \frac{\dot{u}}{r} - L_5 \frac{\dot{A}_1}{r} + L_3 \frac{\dot{A}_2}{r} - L_1 \dot{\varepsilon}_r^c - L_2 \dot{\varepsilon}_\theta^c \quad (ج.۳۱)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial r} = P_1 \frac{\partial \dot{u}}{\partial r} + P_2 \frac{\dot{u}}{r} + P_3 \frac{\dot{A}_1}{r} - P_5 \frac{\dot{A}_2}{r} - P_1 \dot{\varepsilon}_r^c - P_2 \dot{\varepsilon}_\theta^c \quad (د.۳۱)$$

با استفاده از رابطه (۲۹) در معادله (۳۱) و همچنین انتگرال گیری از معادلات (ج.۳۱) و (د.۳۱) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_r &= D_1((m_1 C_1 + C_2)r^{m_1-1}) + D_2((m_2 C_1 + C_2)r^{m_2-1}) \\ &+ ((C_2)B_8 + C_4)\frac{\dot{A}_1}{r} + ((C_2)B_7 + C_3)\frac{\dot{A}_2}{r} \\ &+ C_1\left(\frac{\partial G_{11}}{\partial r}r^{m_1} + G_{11}m_1r^{m_1-1} + \frac{\partial G_{21}}{\partial r}r^{m_2} \right. \\ &\quad \left. + G_{21}m_2r^{m_2-1}\right) \\ &+ C_2r^{-1}(G_{11}r^{m_1} + G_{21}r^{m_2}) + (C_1 - C_2)\frac{\sqrt{3}}{2}b_0r^{b_1}\sigma_e^{n_0} \end{aligned} \quad (الف.۳۲)$$

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_\theta &= D_1((m_1 E_1 + E_2)r^{m_1-1}) + D_2((m_2 E_1 + E_2)r^{m_2-1}) \\ &+ ((E_2)B_8 + E_4)\frac{\dot{A}_1}{r} + ((E_2)B_7 + E_3)\frac{\dot{A}_2}{r} \\ &+ E_1\left(\frac{\partial G_{11}}{\partial r}r^{m_1} + G_{11}m_1r^{m_1-1} + \frac{\partial G_{21}}{\partial r}r^{m_2} \right. \\ &\quad \left. + G_{21}m_2r^{m_2-1}\right) \\ &+ E_2r^{\beta-1}(G_{11}r^{m_1} + G_{21}r^{m_2}) + (E_1 - E_2)\frac{\sqrt{3}}{2}b_0r^{b_1+\beta}\sigma_e^{n_0} \end{aligned} \quad (ب.۳۲)$$

$$\begin{aligned} \dot{\phi} &= D_1r^{m_1}\left(L_1 + \frac{L_2}{m_1}\right) + D_2r^{m_2}\left(L_1 + \frac{L_2}{m_2}\right) \\ &- (B_8(L_2) - L_5)\ln(r)\dot{A}_1 - (B_7(L_2) + L_3)\ln(r)\dot{A}_2 \\ &+ \int \left(L_1\left(\frac{\partial G_{11}}{\partial r}r^{m_1} + G_{11}m_1r^{m_1-1} + \frac{\partial G_{21}}{\partial r}r^{m_2} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + G_{21}m_2r^{m_2-1}\right) + L_2\left(G_{11}r^{m_1-1} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + G_{21}r^{m_2-1}\right) + (L_1 - L_2)\frac{\sqrt{3}}{2}b_0r^{b_1}\sigma_e^{n_0} \right) dr + J_1 \end{aligned} \quad (ج.۳۲)$$

$$\begin{aligned} \dot{\psi} &= D_1r^{m_1}\left(P_1 + \frac{P_2}{m_1}\right) + D_2r^{m_2}\left(P_1 + \frac{P_2}{m_2}\right) \\ &- (B_8(P_2) + P_3)\ln(r)\dot{A}_1 - (B_7(P_2) - P_5)\ln(r)\dot{A}_2 \\ &+ \int \left(P_1\left(\frac{\partial G_{11}}{\partial r}r^{m_1} + G_{11}m_1r^{m_1-1} + \frac{\partial G_{21}}{\partial r}r^{m_2} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + G_{21}m_2r^{m_2-1}\right) + P_2\left(G_{11}r^{m_1-1} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + G_{21}r^{m_2-1}\right) + (P_1 - P_2)\frac{\sqrt{3}}{2}b_0r^{b_1}\sigma_e^{n_0} \right) dr + J_2 \end{aligned} \quad (د.۳۲)$$

که J_1 و J_2 ثابت‌های مجهول هستند. مشابه با بخش قبلی، ۶ مجهول با استفاده از ۶ معادله شرط مرزی به صورت یک دستگاه معادله جبری خطی قابل محاسبه هستند. جزئیات به دست آوردن ثابت‌های مجهول در پیوست آورده شده است. در طول فرایند خزش شرایط مرزی فشار، پتانسیل الکتریکی و مغناطیسی روی سطح داخلی و خارجی استوانه ثابت در نظر گرفته می‌شود؛ بنابراین:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_r|_{r=a} &= 0, & \dot{\sigma}_r|_{r=b} &= 0, \\ \dot{\phi}|_{r=a} &= 0, & \dot{\phi}|_{r=b} &= 0, \\ \dot{\psi}|_{r=a} &= 0, & \dot{\psi}|_{r=b} &= 0. \end{aligned} \quad (۳۳)$$

با داشتن نرخ تغییرات، برای به دست آوردن تاریخچه تنش‌ها و پتانسیل‌های الکتریکی و مغناطیسی از یک روش تکرارشونده

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_r^c &= \frac{\dot{\sigma}_r^c}{\sigma_e}(\sigma_r - 0.5(\sigma_\theta + \sigma_z)) \\ \dot{\varepsilon}_\theta^c &= \frac{\dot{\sigma}_\theta^c}{\sigma_e}(\sigma_\theta - 0.5(\sigma_r + \sigma_z)) \end{aligned} \quad (۲۳)$$

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_z^c &= \frac{\dot{\sigma}_z^c}{\sigma_e}(\sigma_z - 0.5(\sigma_\theta + \sigma_r)) \end{aligned}$$

قانون نورتن نیز برای مدل ساختاری خزش مواد به شکل زیر ارائه شده است [2]:

$$\dot{\varepsilon}_e^c = B(r)\sigma_e^{n(r)}, B(r) = b_0r^{b_1}, n(r) = n_0 \quad (۲۴)$$

که b_0 ، n_0 و b_1 ثابت هستند. با استفاده از رابطه (۲۴) در رابطه (۲۳) داریم:

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_r^c &= -\frac{3B(r)}{4}\sigma_e^{n_0-1}(\sigma_\theta - \sigma_r) \\ \dot{\varepsilon}_\theta^c &= \frac{3B(r)}{4}\sigma_e^{n_0-1}(\sigma_\theta - \sigma_r) \end{aligned} \quad (۲۵)$$

تنش معادل فون مایز نیز به صورت زیر ارائه شده است:

$$\begin{aligned} \sigma_e &= \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_\theta - \sigma_r)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_\phi)^2 + (\sigma_\phi - \sigma_r)^2} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2}(\sigma_\theta - \sigma_r) \end{aligned} \quad (۲۶)$$

اکنون روابط (۲۵) به شکل زیر قابل بازنویسی هستند:

$$\dot{\varepsilon}_r^c = -\frac{\sqrt{3}}{2}b_0r^{b_1}\sigma_e^{n_0} \quad (۲۷)$$

$$\dot{\varepsilon}_\theta^c = \frac{\sqrt{3}}{2}b_0r^{b_1}\sigma_e^{n_0}$$

با استفاده از رابطه (۲۷)، رابطه (۲۲) به این صورت قابل بازنویسی است:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \dot{u}}{\partial r^2} + \frac{1}{r}M_1\frac{\partial \dot{u}}{\partial r} + \frac{1}{r^2}M_2\dot{u} &= \frac{M_7\dot{A}_2}{r^2} + \frac{M_8\dot{A}_1}{r^2} \\ &+ \frac{\sqrt{3}}{2}b_0r^{b_1-1}\sigma_e^{n_0}(M_{15} + M_{16}b_1 - M_{14} - b_1) \\ &+ (M_{16} - 1)\frac{\sqrt{3}}{2}b_0r^{b_1}\frac{\partial \sigma_e^{n_0}}{\partial r} \end{aligned} \quad (۲۸)$$

مشابه با بخش قبلی، پاسخ کامل این معادله به صورت زیر قابل بیان است:

$$\dot{u} = D_1r^{m_1} + D_2r^{m_2} + G_{11}r^{m_1} + G_{21}r^{m_2} + B_7\dot{A}_2 + B_8\dot{A}_1 \quad (۲۹)$$

که D_1 و D_2 ثابت‌های مجهول هستند و G_{11} و G_{21} با استفاده از روش تغییرات پارامترها به دست می‌آیند [26]:

$$G_{11}(r) = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{b_0}{m_2 - m_1} \int \left\{ r^{b_1 - m_1} \sigma_e^{n_0} (M_{15} + M_{16}b_1 - M_{14} - b_1) \right. \\ \left. + (M_{16} - 1)r^{b_1 - m_1 + 1} \frac{\partial \sigma_e^{n_0}}{\partial r} \right\} dr$$

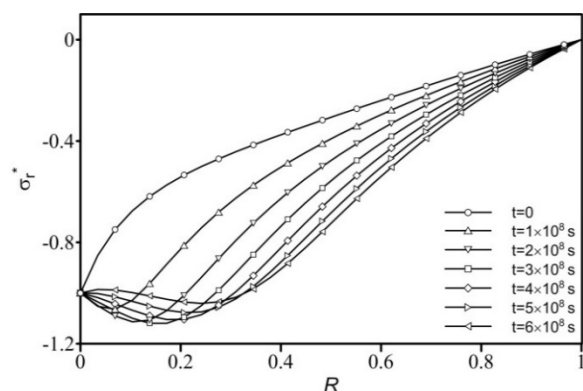
$$\begin{aligned} G_{21}(r) &= \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{-b_0}{m_2 - m_1} \int \left\{ r^{b_1 - m_2} \sigma_e^{n_0} (M_{15} + M_{16}b_1 \right. \\ &\quad \left. - M_{14} - b_1) \right. \\ &\quad \left. + (M_{16} - 1)r^{b_1 - m_2 + 1} \frac{\partial \sigma_e^{n_0}}{\partial r} \right\} dr \end{aligned}$$

مشتق‌گیری نسبت به زمان از روابط (۵) و (۷) منجر خواهد شد به:

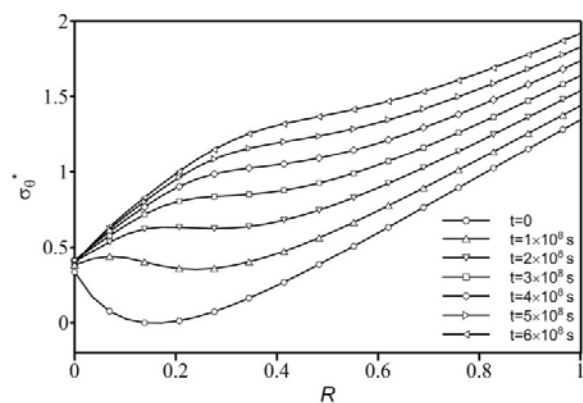
$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_r &= C_1\frac{\partial \dot{u}}{\partial r} + C_2\frac{\dot{u}}{r} + C_3\frac{\dot{A}_2}{r} + C_4\frac{\dot{A}_1}{r} \\ &+ (C_1 - C_2)\frac{\sqrt{3}}{2}b_0r^{b_1}\sigma_e^{n_0}, \end{aligned} \quad (الف.۳۱)$$

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_\theta &= E_1\frac{\partial \dot{u}}{\partial r} + E_2\frac{\dot{u}}{r} + E_3\frac{\dot{A}_2}{r} + E_4\frac{\dot{A}_1}{r} \\ &+ (E_1 - E_2)\frac{\sqrt{3}}{2}b_0r^{b_1}\sigma_e^{n_0}, \end{aligned} \quad (ب.۳۱)$$

افزایش آن با زمان، در نظر گرفتن این افزایش در زمان طراحی استوانه‌های مگنتوالکتروالاستیک ضروری است زیرا تنش‌های محیطی کششی هم زمینه برای رشد ترک را فراهم می‌کند و هم نشان داده شده است که عامل اصلی شکست در استوانه‌ها هستند [27].

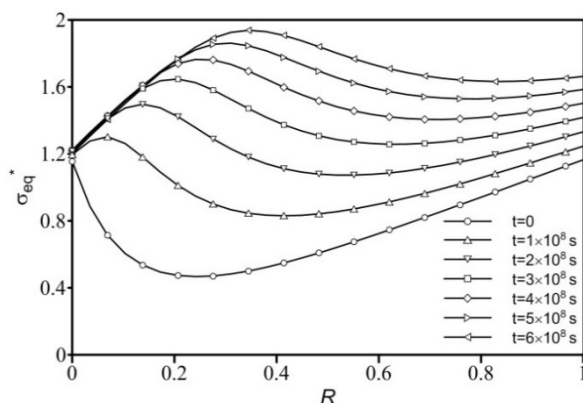


نمودار (۱) بازتوزیع تنش شعاعی خزشی



نمودار (۲) بازتوزیع تنش محیطی خزشی

مطابق نمودار ۳، رفتار کلی تنش معادل مشابه رفتار تنش محیطی است. نمودار ۴ نشان می‌دهد که جابجایی شعاعی با زمان افزایش می‌یابد که این افزایش در سطح داخلی چشم‌گیرتر است. با گذشت زمان، نقطه با جابجایی ماکزیمم از میانه جداره به سطح داخلی منتقل می‌شود. بر اساس نمودار ۵، با گذشت زمان توزیع پتانسیل الکتریکی و حتی علامت آن تغییر می‌کند و مقدار ماکزیمم نیز افزایش می‌یابد. نمودار ۶ نشان‌دهنده کاهش بخش مثبت و افزایش بخش منفی توزیع میدان مغناطیسی با گذشت زمان است.



نمودار (۳) بازتوزیع تنش معادل خزشی

استفاده می‌شود. ابتدا باید یک بازه زمانی مناسب ($dt^{(i)}$) برای افزایش در هر مرحله در نظر گرفت. زمان سپری‌شده در هر مرحله به صورت جمع بازه‌های زمانی تا قبل از آن در نظر گرفته می‌شود؛ یعنی برای مرحله شماره (i) داریم:

$$t_i = \sum_{k=0}^i dt^{(k)} \quad (34)$$

برای محاسبه تنش‌ها در هر مرحله، تنش‌ها و پتانسیل‌های الکتریکی و مغناطیسی در مرحله قبل در دسترس است و نرخ تغییرات تنش‌ها هم از رابطه (۳۲) محاسبه می‌شود و با استفاده از رابطه تکرارشونده زیر در هر مرحله می‌توان تنش‌ها را محاسبه نمود:

$$\begin{aligned} \sigma_r^{(i)}(r, t_i) &= \sigma_r^{(i-1)}(r, t_{i-1}) + \dot{\sigma}_r^{(i-1)}(r, t_{i-1}) dt^{(i)} \\ \sigma_\theta^{(i)}(r, t_i) &= \sigma_\theta^{(i-1)}(r, t_{i-1}) + \dot{\sigma}_\theta^{(i-1)}(r, t_{i-1}) dt^{(i)} \end{aligned} \quad (35)$$

۴- نتایج عددی و بحث

در این بخش به ارائه مثال‌های عددی برای بررسی تأثیر پارامترهای مختلف پرداخته می‌شود. خواص مادی مورد استفاده در این بخش در جدول [1, 2] آورده شده است. شعاع داخلی و خارجی به ترتیب ۰/۱ و ۰/۵ انتخاب شده‌اند. پارامترهای بدون بعد زیر در نشان‌دادن نتایج مورد استفاده قرار گرفته‌اند:

$$\begin{aligned} R &= \frac{r-a}{b-a}, \quad u^* = \frac{u}{a}, \quad \sigma_i^* = \frac{\sigma_i}{P_a}, \quad (i=r, \theta), \\ \phi^* &= \sqrt{\frac{\beta_{11}}{c_{11}}} \frac{\phi}{b}, \quad \psi^* = \sqrt{\frac{d_{11}}{c_{11}}} \frac{\psi}{b} \end{aligned} \quad (36)$$

جدول (۱) ثابت‌های مادی

c_{11} (GPa)	۲۱۵	P_1 (C ² /m ² k)	$-2/5 \times 10^{-5}$
c_{12} (GPa)	۱۲۰	$\dot{m}_1$ (N/AmK)	$2/5 \times 10^{-5}$
c_{23} (GPa)	۱۲۰	ε_{11} (Ns/VC)	$2/8 \times 10^{-1}$
c_{22} (GPa)	۲۱۸	d_{11} (Ns ² /C ²)	$9/5 \times 10^{-1}$
e_{11} (C/m ²)	۷/۵	β_{11} (C ² /N m ²)	$8 \times 5/10^{-1}$
e_{12} (C/m ²)	-۲/۵	α_θ (1/K)	$1/5 \times 10^{-5}$
q_{11} (N/Am)	۳۴۵	α_r (1/K)	6×10^{-5}
q_{12} (N/Am)	۲۶۵	b_0	$0/11 \times 10^{-10}$
n_0	۳	ρ (kg/m ³)	۷۵۳۰
b_1	-۵	-	-

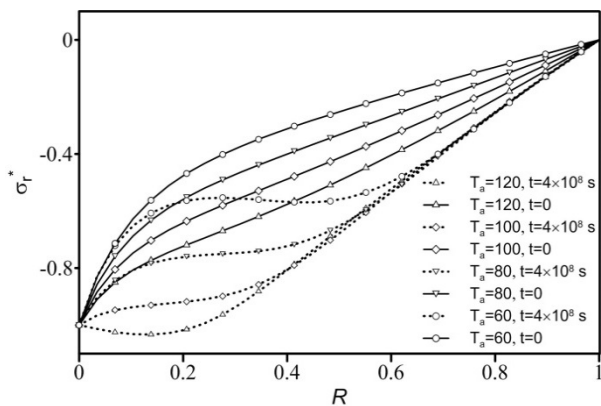
ابتدا به بررسی بازتوزیع تنش‌ها، جابجایی و پتانسیل مغناطیسی و الکتریکی در طول فرایند خزش پرداخته می‌شود. در این حالت سرعت دوران 20π است و شرایط مرزی به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$P_a = 10 \text{ MPa}, \phi_a = 4000, \phi_b = 0, \psi_a = 0,$$

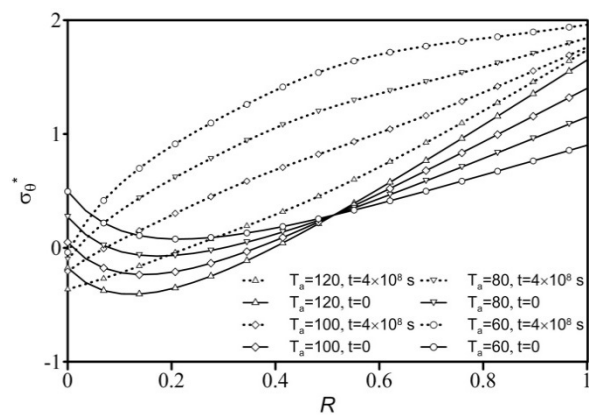
$$\psi_b = 0, T_a = 40, T_b = 0$$

در این مقاله بازه زمانی $dt=50000$ ثانیه انتخاب شده است. بازتوزیع تنش‌ها، جابجایی شعاعی و میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی در نمودارهای ۱-۶ نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود تنش شعاعی، پتانسیل الکتریکی و مغناطیسی در شعاع داخلی و خارجی با زمان ثابت هستند که نشان‌دهنده تأمین شدن شرایط مرزی در طول فرایند است. نمودار ۱ نشان می‌دهد که تنش شعاعی در اغلب بخش‌های جداره با زمان افزایش پیدا می‌کند. همچنین ماکزیمم تنش شعاعی با گذشت زمان از شعاع داخلی به داخل جداره منتقل می‌شود. نمودار ۲ نشان می‌دهد که تنش محیطی با زمان افزایش پیدا می‌کند. البته این افزایش در سطح داخلی ناچیز است. با توجه به ماکزیمم بودن تنش محیطی مثبت در سطح خارجی و

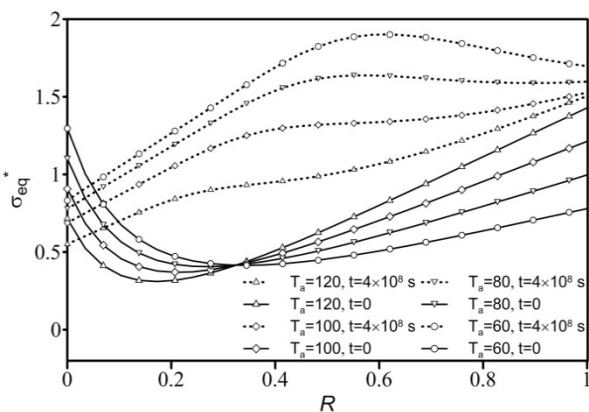
یکسان است با این تفاوت که بر اثر افزایش دما، نقطه ماکزیمم تنش‌های معادل از سطح داخلی به سطح خارجی منتقل می‌شود. در حالت تنش‌های معادل خزشی، با افزایش دما کاهش می‌یابد. همچنین، محل ماکزیمم تنش‌های معادل از میانه جداره به سطح خارجی منتقل می‌شود.



نمودار (۷) تأثیر دمای داخلی بر توزیع تنش شعاعی

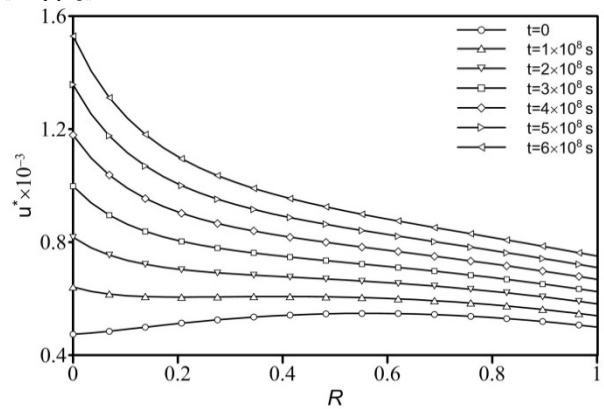


نمودار (۸) تأثیر دمای داخلی بر توزیع تنش محیطی

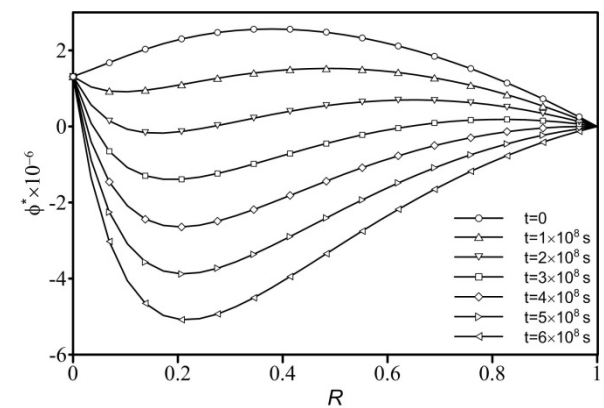


نمودار (۹) تأثیر دمای داخلی بر توزیع تنش معادل

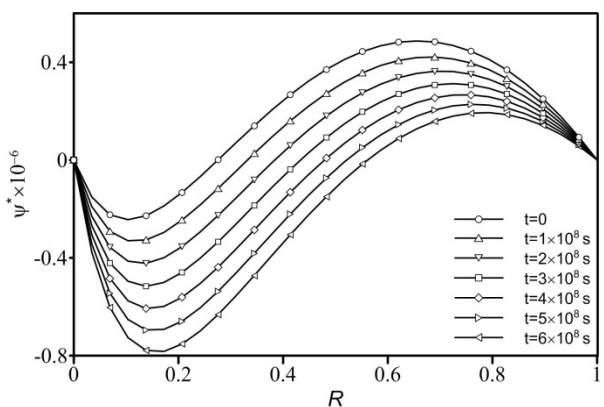
پارامتر بعدی که تأثیر آن بر رفتار استوانه مورد نظر بررسی می‌شود، سرعت دوران است. در این مورد دمای داخلی ۸۰ درجه است و بقیه شرایط بدون تغییر هستند. بر اساس نمودار ۱۰، با افزایش سرعت دورانی تنش شعاعی استاتیکی و خزشی با روندی افزایشی کاهش پیدا می‌کند. البته تغییرات بعد از خزش چشم‌گیرتر است. نمودار ۱۱ نشان می‌دهد که تنش محیطی اولیه و خزشی با افزایش سرعت دوران افزایش را تجربه می‌کند. البته در مورد تنش محیطی خزشی



نمودار (۴) بازتوزیع جابجایی شعاعی در فرایند خزش



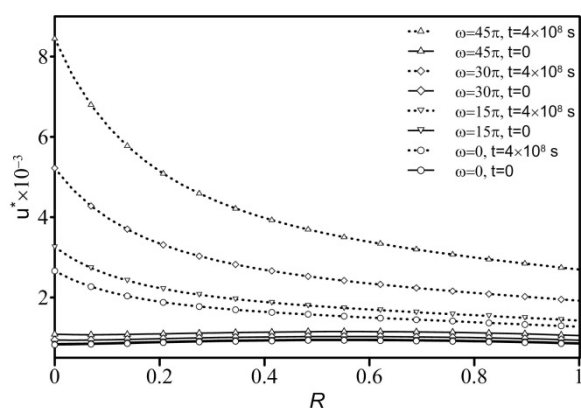
نمودار (۵) بازتوزیع پتانسیل الکتریکی در فرایند خزش



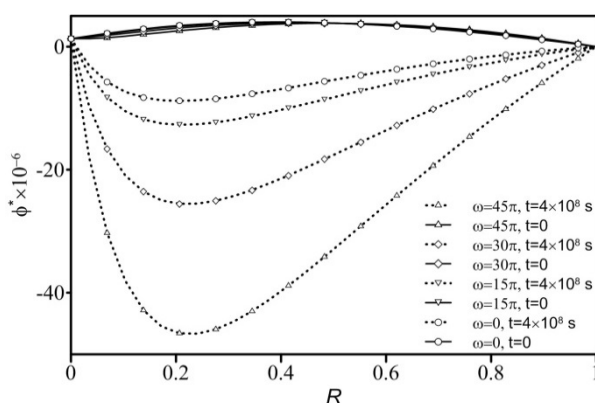
نمودار (۶) بازتوزیع پتانسیل مغناطیسی در فرایند خزش

حال به بررسی تأثیر دمای داخلی بر توزیع تنش‌های اولیه و خزشی پرداخته می‌شود. در این حالت فشار داخلی ۲۰ مگاپاسکال و بقیه شرایط مانند قبل است. نمودار ۷ نشان‌دهنده تنش شعاعی اولیه و پس از خزش است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، تنش شعاعی استاتیکی با افزایش دمای داخلی افزایش می‌یابد. تنش شعاعی خزشی در نیمه داخلی با روندی کاهنده افزایش می‌یابد اما در نیمه خارجی تغییرات ناچیز است. بنا بر نمودار ۸، تنش محیطی اولیه دارای نقطه‌ای ثابت است که تنش محیطی آن نقطه مستقل از دمای داخلی است. با افزایش دما، تنش محیطی در شعاع‌های قبل از این نقطه کاهش و بعد از این نقطه افزایش پیدا می‌کند. بعد از خزش، با افزایش بار حرارتی تنش محیطی مثبت کاهش پیدا می‌کند، درحالی که در سطح داخلی که منفی است افزایش را تجربه می‌کند. نمودار ۹ نشان می‌دهد که رفتار تنش معادل اولیه با تنش محیطی اولیه

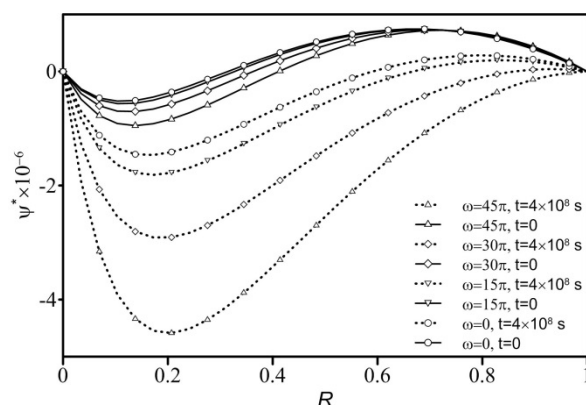
بر رفتار خزش بیشتر از رفتار اولیه است، بنابراین انجام تحلیل خزش در طراحی این استوانه‌ها ضروری به نظر می‌رسد.



نمودار ۱۳) تأثیر سرعت زاویه‌ای بر توزیع جابجایی شعاعی



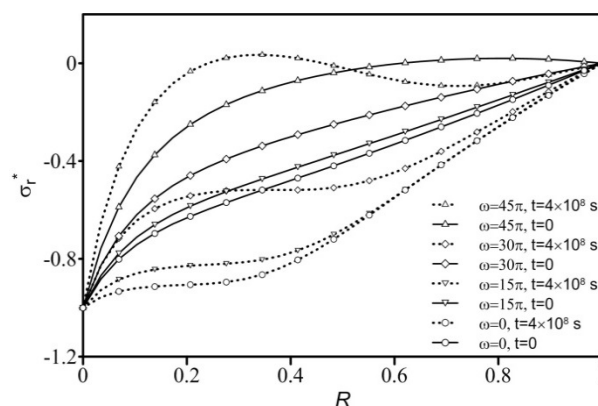
نمودار ۱۴) تأثیر سرعت زاویه‌ای بر توزیع پتانسیل الکتریکی



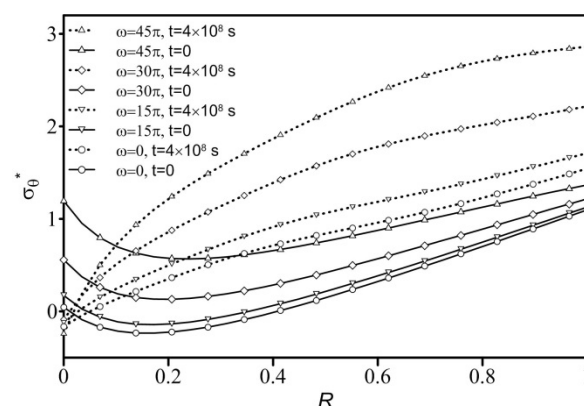
نمودار ۱۵) تأثیر سرعت زاویه‌ای بر توزیع پتانسیل مغناطیسی

آخرین موردی که بررسی می‌شود تأثیر شرایط مرزی الکترومغناطیسی بر پاسخ استوانه هوشمند است. در این مورد دمای داخلی ۳۰ درجه و فشار داخلی ۱۰ مگاپاسکال بوده و بقیه شرایط مانند قبل است. نمودار ۱۶ نشان می‌دهد که اعمال پتانسیل الکتریکی و مغناطیسی بر سطح داخلی افزایش و اعمال در جهت عکس، کاهش تنش شعاعی اولیه را به دنبال دارد. درحالی که در مورد تنش شعاعی خزشی، در بخش عمده‌ای از جداره این رفتار بالعکس است. بر اساس نمودار ۱۷، توزیع تنش محیطی استاتیکی دارای نقطه‌ای ثابت است که تنش آن به شرایط مرزی الکترومغناطیسی وابسته نیست. اعمال پتانسیل به سطح داخلی، قبل از این نقطه کاهش و بعد از این نقطه افزایش را در پی دارد. درحالی که اعمال در جهت عکس، نتیجه را نیز

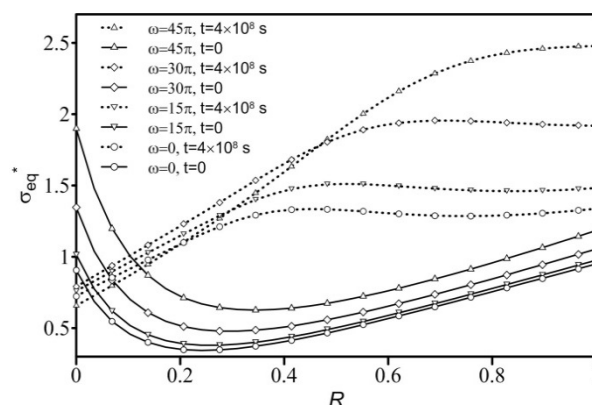
در سطح خارجی افزایش بیشتر و سطح داخلی ناچیز است. در نمودار ۱۲ مشاهده می‌شود که تنش معادل اولیه با افزایش سرعت دوران افزایش می‌یابد. با افزایش سرعت دوران، تنش معادل خزشی در نیمه خارجی افزایش دارد، درحالی که در نیمه داخلی روند مشخصی دیده نمی‌شود.



نمودار ۱۶) تأثیر سرعت زاویه‌ای بر توزیع تنش شعاعی

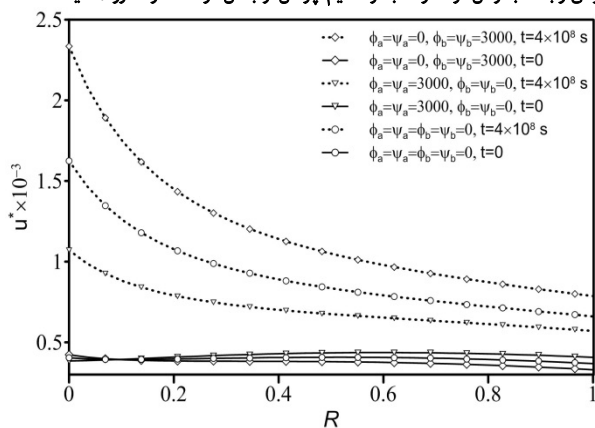


نمودار ۱۷) تأثیر سرعت زاویه‌ای بر توزیع تنش محیطی



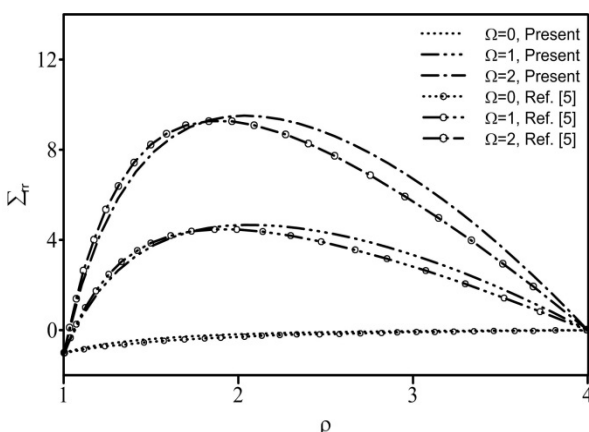
نمودار ۱۸) تأثیر سرعت زاویه‌ای بر توزیع تنش معادل

نمودار ۱۳ نشان‌دهنده آن است که با افزایش سرعت دوران، جابجایی شعاعی اولیه و خزش افزایش دارند اما تغییرات بعد از خزش بسیار قابل توجه‌تر است. مطابق با نمودار ۱۴، افزایش سرعت دورانی به افزایش در پتانسیل خزشی در هر نقطه منجر می‌شود درحالی که در توزیع پتانسیل استاتیکی تأثیر چندانی نشان نمی‌دهد. با توجه به نمودار ۱۵، افزایش سرعت دورانی به افزایش پتانسیل مغناطیسی در هر دو حالت اولیه و خزشی منجر می‌شود که در حالت خزشی تأثیر بیشتری دارد. با توجه به اینکه در همه پارامترها تأثیر سرعت دوران



نمودار ۱۹) تأثیر شرایط مرزی الکتریکی و مغناطیسی بر توزیع جابجایی شعاعی

با توجه به تحلیلی و مستقیم بودن روش مورد استفاده در تحلیل حاضر، روش حل نیازی به اعتبارسنجی ندارد. اما به منظور اعتبارسنجی نتایج، بر اساس بررسی کامل پیشینه پژوهش، مقاله‌ای در مورد رفتار خزشی وابسته به زمان استوانه مگنتوالکتروالاستیک تاکنون ارائه نشده است. بنابراین تحلیل استاتیکی تنش در استوانه توخالی چرخان مگنتوالکتروالاستیک با مرجع [5] مقایسه می‌شود. به این منظور، تنش شعاعی در سرعت‌های متفاوت در نمودار ۲۰ نشان داده شده است. ثابت‌ها، پارامترهای هندسی و بی‌بعد بر اساس مرجع [5] است. مطابق نمودار ۲۰، همخوانی خوبی بین نتایج مشاهده می‌شود.



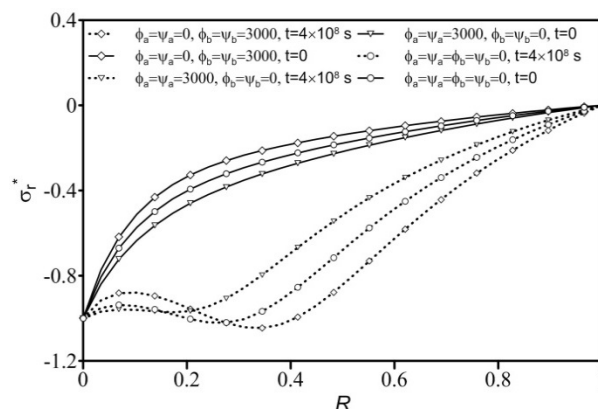
نمودار ۲۰) توزیع تنش شعاعی استاتیکی در استوانه چرخان مگنتوالکتروالاستیک

۵- نتیجه‌گیری

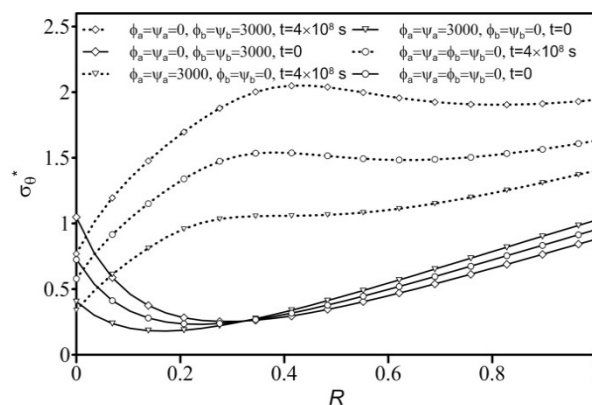
در این مقاله، یک حل تحلیلی برای رفتار خزشی وابسته به زمان در یک استوانه جدار ضخیم چرخان از جنس مواد مگنتوالکتروالاستیک ارائه شده است. استوانه تحت بارهای الکتریکی، مغناطیسی، مکانیکی و حرارتی در نظر گرفته شده است. برای تحلیل خزش از قانون نورتن و معادله پراندتل-ریوس استفاده شده است. نتایج زیر قابل استخراج است:

- تنش‌های شعاعی، محیطی و معادل با زمان افزایش پیدا می‌کنند.
- به‌منظور جلوگیری از ایجاد ترک، با توجه به ماکزیمم‌بودن تنش محیطی مثبت در سطح خارجی و افزایش آن با زمان، در نظر گرفتن این افزایش در زمان طراحی استوانه‌های مگنتوالکتروالاستیک ضروری است.

معکوس می‌کند. با اعمال بار الکترومغناطیسی بر سطح داخلی، تنش محیطی خزشی کاهش و با معکوس کردن جهت بار، افزایش پیدا می‌کند. همچنین، تغییرات بعد از خزش بسیار چشم‌گیرتر است.

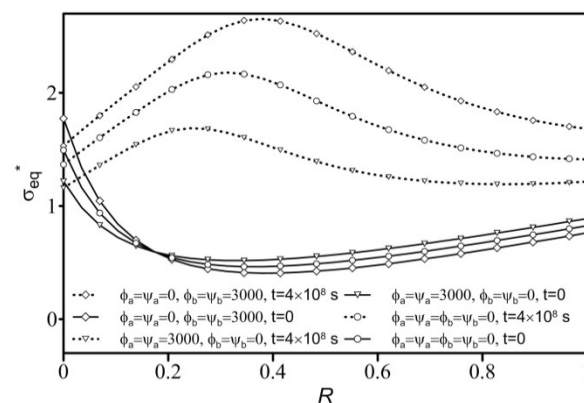


نمودار ۱۶) تأثیر شرایط مرزی الکتریکی و مغناطیسی بر توزیع تنش شعاعی



نمودار ۱۷) تأثیر شرایط مرزی الکتریکی و مغناطیسی بر توزیع تنش محیطی

مطابق با نمودار ۱۸، تنش معادل نیز رفتاری مشابه با تنش محیطی دارد. مطابق با نمودار ۱۹، تأثیر جهت میدان الکتریکی و مغناطیسی بر توزیع جابجایی شعاعی پس از خزش بسیار بیشتر از تأثیر بر جابجایی اولیه است. پس از خزش، اعمال پتانسیل بر سطح داخلی کاهش و بر سطح خارجی افزایش جابجایی شعاعی را در پی دارد؛ اما در حالت استاتیکی، در بخش عمده‌ای از جداره این رفتار بالعکس است. با توجه به نتایج ارائه شده در تأثیر بیشتر بارهای الکترومغناطیسی پس از خزش، برای طراحی نقش عملکردی در این استوانه‌ها بایستی حتماً تحلیل خزش مد نظر قرار گیرد.



نمودار ۱۸) تأثیر شرایط مرزی الکتریکی و مغناطیسی بر توزیع تنش معادل

$$X[B_1 \ B_2 \ A_1 \ A_2 \ Z_1 \ Z_2]^T = E, \quad (۱)$$

که درایه‌های ماتریس‌های X و E عبارت‌اند از:

$$X_{11} = (C_1 m_1 + C_2) a^{m_1-1},$$

$$X_{12} = (C_1 m_2 + C_2) a^{m_2-1},$$

$$X_{13} = \frac{C_4 + C_2 B_8}{a},$$

$$X_{14} = \frac{C_3 + C_2 B_7}{a},$$

$$X_{15} = X_{16} = 0$$

$$X_{21} = (C_1 m_1 + C_2) b^{m_1-1},$$

$$X_{22} = (C_1 m_2 + C_2) b^{m_2-1},$$

$$X_{23} = \frac{C_2 B_8 + C_4}{b},$$

$$X_{24} = \frac{C_2 B_7 + C_3}{b},$$

$$X_{25} = X_{26} = 0$$

$$X_{31} = a^{m_1} \left(\frac{L_2}{m_1} + L_1 \right),$$

$$X_{32} = a^{m_2} \left(\frac{L_2}{m_2} + L_1 \right),$$

$$X_{33} = (-L_5 + L_2 B_8) \ln(a),$$

$$X_{34} = (L_3 + L_2 B_7) \ln(a),$$

$$X_{35} = 1, X_{36} = 0$$

$$X_{41} = b^{m_1} \left(\frac{L_2}{m_1} + L_1 \right),$$

$$X_{42} = b^{m_2} \left(\frac{L_2}{m_2} + L_1 \right),$$

$$X_{43} = (-L_5 + L_2 B_8) \ln(b),$$

$$X_{44} = (L_3 + L_2 B_7) \ln(b),$$

$$X_{45} = 1, X_{46} = 0$$

$$X_{51} = a^{m_1} \left(P_1 + \frac{P_2}{m_1} \right),$$

$$X_{52} = a^{m_2} \left(P_1 + \frac{P_2}{m_2} \right),$$

$$X_{53} = (-P_5 + P_2 B_8) \ln(a),$$

$$X_{54} = (P_3 + P_2 B_7) \ln(a),$$

$$X_{55} = 0, X_{56} = 1$$

$$X_{61} = b^{m_1} \left(P_1 + \frac{P_2}{m_1} \right),$$

$$X_{62} = b^{m_2} \left(P_1 + \frac{P_2}{m_2} \right),$$

$$X_{63} = (-P_5 + P_2 B_8) \ln(b),$$

$$X_{64} = (P_3 + P_2 B_7) \ln(b),$$

$$X_{65} = 0, X_{66} = 1$$

$$E = \begin{bmatrix} P_a - S_1(a) \\ P_b - S_1(b) \\ \phi_a - S_2(a) \\ \phi_b - S_2(b) \\ \psi_a - S_3(a) \\ \psi_b - S_3(b) \end{bmatrix}$$

$$S_1 = C_1 \left(B_3 + 3B_6 r^2 - \frac{B_5}{(1-m_1)(m_2-m_1)} (\ln(r) - \frac{1}{1-m_1} + 1) \right. \\ \left. + \frac{B_5}{(1-m_2)(m_2-m_1)} (\ln(r) - \frac{1}{1-m_2} + 1) \right) \\ + C_2 (B_3 r + B_6 r^3 + B_7 A_2 + B_8 A_1 \\ - \frac{B_5 r}{(1-m_1)(m_2-m_1)} (\ln(r) - \frac{1}{1-m_1} + 1) \\ + \frac{B_5 r}{(1-m_2)(m_2-m_1)} (\ln(r) - \frac{1}{1-m_2} + 1)) \\ + (C_5 - \lambda_1) (W_1 \ln(r) + W_2) + (C_6 - \zeta_1) (S_1 \ln(r) + S_2) \quad (۲)$$

$$S_2 = L_1 (B_3 r + B_5 + B_6 r^3 - \frac{B_5}{(1-m_1)(m_2-m_1)} (r \ln(r) - 2r - \frac{1}{1-m_1}))$$

• تنش شعاعی با افزایش دمای داخلی افزایش می‌یابد. بعد از خزش، با افزایش بار حرارتی تنش محیطی مثبت کاهش پیدا می‌کند.

• بر اثر افزایش دما، نقطه ماکزیمم تنش‌های معادل از سطح داخلی به سطح خارجی منتقل می‌شود.

• با افزایش سرعت دورانی تنش شعاعی کاهش پیدا می‌کند، درحالی که تنش محیطی، جابجایی شعاعی و میدان مغناطیسی با افزایش سرعت دوران افزایش را تجربه می‌کنند.

• تغییرات در همه پارامترها، به علت افزایش سرعت دوران، بعد از خزش بسیار بیشتر است.

• جهت میدان الکتریکی و مغناطیسی اثر مستقیمی بر کاهش یا افزایش تنش‌ها و جابجایی در استوانه دارد. با توجه به نتایج ارائه شده در تأثیر بیشتر بارهای الکترومغناطیسی پس از خزش، برای طراحی نقش عملکردی در این استوانه‌ها بایستی حتماً تحلیل خزش مد نظر قرار گیرد.

تشکر و قدردانی: موردی توسط نویسنده گزارش نشده است.

تابیدیه اخلاقی: مقاله، حاصل تلاش علمی- پژوهشی نویسنده بوده و صحت و اعتبار نتایج بر عهده نویسنده است.

تعارض منافع: نویسنده هیچ گونه تعارض منافعی با فرد یا گروه دیگر ندارد.

سهم نویسندگان: مهدی سعادت‌فر، نگارنده مقدمه/روش‌شناس/پژوهشگر اصلی/تحلیلگر آماری/نگارنده بحث (۱۰۰٪)

منابع مالی: منابع مالی این پژوهش توسط دانشگاه قم تامین شده است.

۶- فهرست علائم

B_r	القا مغناطیسی
c_{ij}	ضرایب الاستیک (GPa)
D_r	جابجایی الکتریکی
d_{11}	ضریب مغناطیسی (Ns^2/C^2)
e_{1j}	ضریب پیزوالکتریک (C/m^2)
k^c	ضریب نفوذ رطوبت
k^T	ضریب انتقال حرارت
m_1	ضریب پیرومگنتیک (N/AmK)
p_1	ضریب پیروالکتریک ($\text{C}^2/\text{m}^2\text{k}$)
q_{1j}	ضریب پیزومگنتیک (N/Am)

علائم یونانی

α_i	ضریب انبساط حرارتی
β_{11}	ضریب دی‌الکتریک (C^2/Nm^2)
ϵ_{11}	ضریب الکترومگنتیک (Ns/VC)
ξ_e^c	نرخ کرنش خزشی مؤثر
ξ_i^c	نرخ کرنش خزشی
λ_i	مدول حرارتی
ρ	چگالی (kg/m^3)
σ_e	تنش مؤثر (Pa)
σ_i	تنش‌ها (Pa)
ϕ	پتانسیل الکتریکی
ψ	پتانسیل مغناطیسی
ω	سرعت زاویه‌ای (rad/sec)

۷- پیوست

دستگاه معادلات به دست آمده بر اساس شرایط مرزی به فرم معادله زیر قابل نوشتن است:

- 2- Dai HL, Jiang HJ, Yang L. Time-dependent behaviors of a FGPM hollow sphere under the coupling of multi-fields. *Solid State Sciences*. 2012;14(5):587-597.
- 3- Hou PF, Leung AYT. The transient responses of magneto-electro-elastic hollow cylinders. *Smart Materials and Structures*. 2004;13(4):762.
- 4- Wang HM, Ding HJ. Transient responses of a special non-homogeneous magneto-electro-elastic hollow cylinder for a fully coupled axisymmetric plane strain problem. *Acta Mechanica*. 2006;184(1-4):137-157.
- 5- Babaei MH, Chen ZT. Exact solutions for radially polarized and magnetized magnetoelectroelastic rotating cylinders. *Smart Materials and Structures*. 2008;17(2):025035.
- 6- Ootao Y, Ishihara M. Exact solution of transient thermal stress problem of a multilayered magneto-electro-thermoelastic hollow cylinder. *Journal of Solid Mechanics and Materials Engineering*. 2011;5(2):90-103.
- 7- Akbarzadeh AH, Chen ZT. Magneto-electroelastic behavior of rotating cylinders resting on an elastic foundation under hygrothermal loading. *Smart Materials and Structures*. 2012;21(12):125013.
- 8- Loghman A, Ghorbanpour Arani A, Amir S, Vajedi A. Magneto-thermoelastic creep analysis of functionally graded cylinders. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*. 2010;87(7):389-395.
- 9- Singh T, Gupta VK. Effect of anisotropy on steady state creep in functionally graded cylinder. *Composite Structures*. 2011;93(2):747-758.
- 10- Sharma S, Sahay I, Kumar R. Creep transition in non homogeneous thick-walled circular cylinder under internal and external pressure. *Applied Mathematical Sciences*. 2012;6(122):6075-6080.
- 11- Loghman A, Atabakhshian V. Semi-analytical solution for time-dependent creep analysis of rotating cylinders made of anisotropic Exponentially Graded Material (EGM). *Journal of Solid Mechanics*. 2012;4(3):313-326.
- 12- Jamian S, Sato H, Tsukamoto H, Watanabe Y. Creep analysis of functionally graded material thick-walled cylinder. *Applied Mechanics and Materials*. 2013;315:867-871.
- 13- Zamani Nejad M, Davoudi Kashkoli M. Time-dependent thermo-creep analysis of rotating FGM thick-walled cylindrical pressure vessels under heat flux. *International Journal of Engineering Science*. 2014;82:222-237.
- 14- Singh T, Gupta VK. Analysis of steady state creep in whisker reinforced functionally graded thick cylinder subjected to internal pressure by considering residual stress. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*. 2014;21(5):384-392.
- 15- Zamani Nejad M, Hoseini Z, Niknejad A, Ghannad M. Steady-state creep deformations and stresses in FGM rotating thick cylindrical pressure vessels. *Journal of Mechanics*. 2015;31(1):1-6.
- 16- Davoudi Kashkoli M, Naderan Tahan Kh, Zamani Nejad M. Time-dependent thermomechanical creep behavior of FGM thick hollow cylindrical shells under non-uniform internal pressure. *International Journal of Applied Mechanics*. 2017;9(6):1750086.
- 17- Sharma S, Yadav S, Sharma R. Thermal creep analysis of functionally graded thick-walled cylinder subjected to torsion and internal and external pressure. *Journal of Solid Mechanics*. 2017;9(2):302-318.
- 18- Bakhshizadeh A, Zamani Nejad M, Davoudi Kashkoli M. Time-dependent hygro-thermal creep analysis of pressurized FGM rotating thick cylindrical shells

$$\begin{aligned}
& - \frac{B_5}{(1-m_2)(m_2-m_1)} \left(r \ln(r) - 2r - \frac{r}{1-m_2} \right) \\
& + L_2 \left(B_3 r + \frac{B_6}{3} r^3 \right) \\
& - \frac{B_5 r}{(1-m_1)(m_2-m_1)} \left(\ln(r) - 1 - \frac{1}{1-m_1} \right) \\
& + \frac{B_5 r}{(1-m_2)(m_2-m_1)} \left(\ln(r) - 1 - \frac{1}{1-m_2} \right) \\
& + L_4 (W_1 r \ln(r) - W_1 r + W_2 r) \\
& + L_6 (S_1 r \ln(r) - S_1 r + S_2 r)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S_3 = & P_1 \left(B_3 r + B_5 + B_6 r^3 - \frac{B_5}{(1-m_1)(m_2-m_1)} \left(r \ln(r) - 2r - \frac{r}{1-m_1} \right) \right. \\
& - \frac{B_5}{(1-m_2)(m_2-m_1)} \left(r \ln(r) - 2r - \frac{r}{1-m_2} \right) \\
& + P_2 \left(B_3 r + \frac{B_6}{3} r^3 \right) \\
& - \frac{B_5 r}{(1-m_1)(m_2-m_1)} \left(\ln(r) - 1 - \frac{1}{1-m_1} \right) \\
& - \frac{1}{1-m_1} \left. \right) \\
& + \frac{B_5 r}{(1-m_2)(m_2-m_1)} \left(\ln(r) - 1 - \frac{1}{1-m_2} \right) \\
& + P_4 (W_1 r \ln(r) - W_1 r + W_2 r) \\
& + P_6 (S_1 r \ln(r) - S_1 r + S_2 r)
\end{aligned}$$

همچنین، معادلات و درایه‌های ماتریس‌ها برای فرایند خزش به صورت زیر قابل نوشت هستند:

$$H[D_1 \ D_2 \ A_1 \ A_2 \ J_1 \ J_2]^T = E,$$

$$E = - \begin{bmatrix} S_1(a) \\ S_1(b) \\ S_2(a) \\ S_2(b) \\ S_3(a) \\ S_3(b) \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
S_1 = & C_1 \left(\frac{\partial G_{11}}{\partial r} r^{m_1} + G_{11} m_1 r^{m_1-1} + \frac{\partial G_{21}}{\partial r} r^{m_2} \right. \\
& + G_{21} m_2 r^{m_2-1} \\
& + C_2 r^{-1} (G_{11} r^{m_1} + G_{21} r^{m_2}) \\
& \left. - b_0 r^{b_1} \sigma_e^{n_0-1} (C_1 (\sigma_r - .5 \sigma_\theta) + C_2 (\sigma_\theta - .5 \sigma_r)) \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S_2 = & \int (L_1 \left(\frac{\partial G_1}{\partial r} r^{m_1} + G_1 m_1 r^{m_1-1} + \frac{\partial G_2}{\partial r} r^{m_2} \right. \\
& + G_2 m_2 r^{m_2-1} \\
& + L_2 (+G_1 r^{m_1-1} + G_2 r^{m_2-1}) \\
& \left. - L_1 \varepsilon_{rr}^c - L_2 \varepsilon_{\theta\theta}^c \right) dr
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S_3 = & \int (P_1 \left(\frac{\partial G_1}{\partial r} r^{m_1} + G_1 m_1 r^{m_1-1} + \frac{\partial G_2}{\partial r} r^{m_2} \right. \\
& + G_2 m_2 r^{m_2-1} \\
& + P_2 (+G_1 r^{m_1-1} + G_2 r^{m_2-1}) \\
& \left. - P_1 \varepsilon_{rr}^c - P_2 \varepsilon_{\theta\theta}^c \right) dr
\end{aligned}$$

(۳)

منابع

- 1- Saadatfar M, Aghaie Khafri M. Hygrothermomagneto-electroelastic analysis of a functionally graded magneto-electroelastic hollow sphere resting on an elastic foundation. *Smart Materials and Structures*. 2014;23(3):035004.

thermo-elastic behavior of a functionally graded cylindrical shell with pyroelectric layers featuring interlaminar bonding imperfections rested in an elastic foundation. *Journal of Solid Mechanics*. 2015;7(3):344-363.

24- Saadatfar M, Aghaie Khafri M. Electromagnetothermoelastic behavior of a rotating imperfect hybrid functionally graded hollow cylinder. *Smart Structures and Systems*. 2015;15(6):1411-1437.

25- Saadatfar M. Effect of multiphysics conditions on the behavior of an exponentially graded smart cylindrical shell with imperfect bonding. *Meccanica*. 2015;50(8):2135-2152.

26- Loghman A, Abdollahian M, Jafarzadeh Jazi A, Ghorbanpour Arani A. Semi-analytical solution for electromagnetothermoelastic creep response of functionally graded piezoelectric rotating disk. *International Journal of Thermal Sciences*. 2013;65:254-266.

27- Saadatfar M. Effect of interlaminar weak bonding and constant magnetic field on the hygrothermal stresses of a FG hybrid cylindrical shell using DQM. *Journal of Stress Analysis*. 2018;3(1):93-110.

subjected to uniform magnetic field. *Journal of Solid Mechanics*. 2017;9(3):663-679.

19- Ghorbanpour Arani A, Kolahchi R. Successive approximation method for time-dependent creep modeling of functionally graded piezoelectric cylinder. *Turkish Journal of Engineering & Environmental Sciences*. 2014;38:309-322.

20- Ghorbanpour Arani A, Kolahchi R, Mosallaie Barzoki AA, Loghman A. Time-dependent thermo-electro-mechanical creep behavior of radially polarized FGPM rotating cylinder. *Journal of Solid Mechanics*. 2011;3(2):142-157.

21- Ghorbanpour Arani A, Mosallaie Barzoki AA, Kolahchi R, Mozdianfard MR, Loghman A. Semi-analytical solution of time-dependent electro-thermo-mechanical creep for radially polarized piezoelectric cylinder. *Computers & Structures*. 2011;89(15-16):1494-1502.

22- Saadatfar M, Aghaie Khafri M. On the behavior of a rotating functionally graded hybrid cylindrical shell with imperfect bonding subjected to hygrothermal condition. *Journal of Thermal Stresses*. 2015;38(8):854-881.

23- Saadatfar M, Aghaie Khafri M. On the magneto-