



Mechanical Properties of Functionally Graded Porous Biomaterials for Application in Prosthesis Replacement Using Analytical and Numerical Solution

ARTICLE INFO

Article Type

Original Research

Authors

Mahbod M.¹ MSc,
Asgari M.^{*1} PhD

How to cite this article

Saadatfar M. Mechanical Properties of Functionally Graded Porous Biomaterials for Application in Prosthesis Replacement Using Analytical and Numerical Solution. Modares Mechanical Engineering, 2019;19(11):2717-2727.

ABSTRACT

Porous biomaterials are known as one of the brand new materials which considering the specific mechanical properties such as hardness and density and enabling bone growth are considered for various applications of biological prostheses including bone replacement. It has been entrenched that porous biomaterials can be produced considering defined representative volume elements by recent developments in additive manufacturing using a 3D printer. In this research, a novel functionally graded porous material is introduced based on a new representative volume element. The theoretical solutions are developed to calculation of the mechanical properties including elastic modulus and yield stress of the orthotropic material. Furthermore, numerical modeling was performed using finite element software to validate the theoretical analysis results. The results show good agreement between the theoretical method and numerical modeling. The mechanical properties of each layer as well as the properties of the whole structure have been studied considering the three structures with different porosity. As the results show, the obtained properties of the proposed structures are suitable for the application of the bone implant. Finally, the effect of geometrical features changes of representative volume elements on the mechanical properties of the structures has been studied. The results show that these changes had a significant impact on the mechanical properties of the structure and the proper efficiency and distribution of the material properties for the considered applications can be achieved by correctly defining the geometrical features.

Keywords Porous Biomaterial; Functionally Graded Material; Mechanical Properties; Theoretical Solution; Numerical Modeling

CITATION LINKS

[1] Biodegradable polymers as biomaterials [2] A new era in porous metals: applications in orthopaedics [3] Next-generation biomedical implants using additive manufacturing of complex, cellular and functional mesh arrays [4] Functionally graded materials for orthopedic applications—an update on design and manufacturing [5] Preparation and characterization of barium titanate scaffold for bone tissue engineering [6] Investigation of the mechanical properties of the porous scaffolds used in bone tissue engineering by means of micromechanical modeling [7] Design, analysis and manufacturing of lattice structures: an overview [8] Progress in additive manufacturing and rapid prototyping [9] Mechanical evaluation of porous titanium (Ti6Al4V) structures with electron beam melting (EBM) [10] Selective electron beam melting of cellular titanium: mechanical properties [11] Mechanical properties of regular porous biomaterials made from truncated cube repeating unit cells: analytical solutions and computational models [12] Mechanical properties of open-cell rhombic dodecahedron cellular structures [13] Analytical relationships for the mechanical properties of additively manufactured porous biomaterials based on octahedral unit cells [14] Mechanics of additively manufactured porous biomaterials based on the rhombicuboctahedron unit cell [15] Mechanical behavior of regular open-cell porous biomaterials made of diamond lattice unit cells [16] Porosity of 3D biomaterial scaffolds and osteogenesis [17] Direct metal fabrication of titanium implants with tailored materials and mechanical properties using electron beam melting technology [18] Biologic fixation of total hip implants: Insights gained from a series of canine studies [19] Next generation orthopaedic implants by additive manufacturing using electron beam melting [20] Bone regeneration by the osteoconductivity of porous titanium implants manufactured by selective laser melting: a histological and micro computed tomography study in the rabbit [21] Selective laser melting for manufacturing of thin-walled porous elements [22] Manufacturing of fine-structured 3D porous filter elements by selective laser melting

¹Mechanical Engineering Faculty, K. N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran

*Correspondence

Address: Mechanical Engineering Faculty, K. N. Toosi University of Technology, Vanak Square, Molla-Sadra Street, Pardis Avenue, Tehran, Iran
Phone: +98 (21) 88674841
Fax: +98 (21) 88677274
asgari@kntu.ac.ir

Article History

Received: May 29, 2018

Accepted: May 21, 2019

ePublished: November 2, 2019

بررسی خواص مکانیکی یک ماده متخلخل تابعی برای کاربرد در بافت‌های جایگزین به روش تحلیلی و عددی

مهشید مهید MSc

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران

مسعود عسگری PhD*

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران

چکیده

مواد بیولوژیک متخلخل دسته جدیدی از مواد هستند که با توجه به خواص مکانیکی ویژه نظیر سختی و چگالی قابل تعریف و نیز فراهم نمودن امکان رشد استخوان، برای کاربردهای مختلف پروتزهای بیولوژیک از جمله جایگزینی استخوان در نظر گرفته می‌شوند. از طرفی پیشرفت‌های اخیر در زمینه ساخت با استفاده از پرینتر ۳ بعدی، امکان ساخت این مواد را با ریزساختارهای تعریف شده و کارآمد فراهم آورده است. در پژوهش پیش‌رو یک ماده متخلخل تابعی با تخلخل متغیر در لایه‌های مختلف مبتنی بر یک سلول واحد ارتوتروپیک جدید توسعه یافته و معرفی شده است. خواص مکانیکی این سازه ارتوتروپیک شامل مدول الاستیسیته و تنش تسلیم در جهات مختلف با توسعه روابط تحلیلی حاکم به شیوه تئوری محاسبه شده است. همچنین برای صحت‌گذاری نتایج تحلیل تئوری، مدل‌سازی عددی سازه در نرم‌افزار اجزاء محدود صورت گرفته است. نتایج تطابق مناسبی را بین روش تئوری و مدل‌سازی عددی نشان داده است. در ادامه با در نظر گرفتن سه سازه با میزان تخلخل‌های مختلف، خواص مکانیکی در هر یک از لایه‌ها و نیز خواص کل سازه محاسبه شده است. خواص سازه‌های معرفی شده با خواص مکانیکی بافت استخوان تطابق خوبی را نشان داده است. در پایان تأثیر تغییرات مشخصه‌های مختلف سلول واحد ماده بر خواص مکانیکی کل سازه بررسی شده است و مشاهده شد که این تغییرات تأثیر قابل توجهی بر خواص مکانیکی کل سازه داشته و با تعیین مناسب مشخصه‌های هندسی می‌توان به کارایی مناسب و توزیع مناسب خواص ماده برای کاربردهای مورد نظر دست یافت.

کلیدواژه‌ها: مواد بیولوژیک متخلخل، مواد تابعی، خواص مکانیکی، حل تئوری، مدل‌سازی عددی

تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۳/۸

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۲/۳۱

*نویسنده مسئول: asgari@kntu.ac.ir

۱- مقدمه

مواد بیولوژیک (Biomaterial) به مواد طبیعی یا مصنوعی اطلاق می‌شود که با یک سیستم بیولوژیکی در تعامل هستند [1]. مواد بیولوژیک متخلخل (Porous Biomaterial) دسته‌ای از مواد بیولوژیک هستند که با توجه به خواص مکانیکی ویژه و فراهم کردن امکان رشد استخوان‌ها، به طور مشخص برای جایگزینی استخوان در نظر گرفته می‌شوند [2]. در سال‌های گذشته، ایمپلنت‌ها به طور عمده از تیتانیوم، کروم و فولاد ضدزنگ ساخته شده‌اند که در مقایسه با استخوان، سفتی بالاتری دارند. این عدم تطابق سفتی موجب تنش شیلدینگ (Stress Shielding) بین ایمپلنت و استخوان‌های اطراف شده و سست شدن ایمپلنت را در پی دارد. مواد بیولوژیک متخلخل با سفتی کنترل شده می‌توانند در راستای بهبود سازگاری مکانیکی ایمپلنت با بافت استخوان به کار روند. این مواد علاوه بر افزایش انعطاف‌پذیری، امکان رشد استخوان را نیز فراهم می‌کنند [3]. با این وجود طراحی و ساخت این مواد در

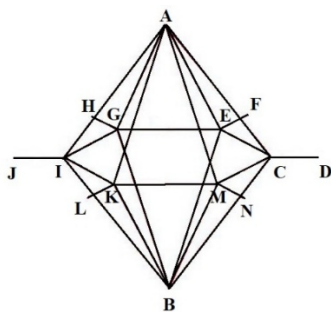
راستای دستیابی به خواص مکانیکی و بیولوژیکی مورد نیاز همواره مورد بررسی بوده است [4, 5].

جهت اطمینان یافتن از سازگاری ایمپلنت با بدن انسان، خواص مکانیکی ایمپلنت باید به استخوان نزدیک باشد هرچند که خواص استخوان به عواملی چون سن، جنسیت و نوع استخوان وابسته است. به عنوان مثال مدول الاستیک در استخوان‌های اسفنجی حدود ۰/۷۶ تا ۴ گیگا پاسکال است لیکن در استخوان‌های کورتیکال به ۲۰ گیگا پاسکال می‌رسد [6]. همچنین استخوان دارای بافت یکنواختی نیست و سفتی آن در لایه‌های مختلف تغییر می‌کند [6]. بنابراین مواد متخلخل تابعی می‌توانند خواص مکانیکی و بیولوژیکی مشابه بافت استخوان را فراهم کنند. ساخت مواد متخلخل به روش‌های سنتی مانند واترجت یا به روش‌های ساخت پیشرفته نظیر زینتر لیزری انتخابی (Selective Laser Sintering)، ذوب لیزری انتخابی (Selective Laser Melting) و ساخت افزودنی با نوار الکترونی (Electron Beam Additive Manufacturing) امکان‌پذیر است. برخلاف روش‌های پیشرفته، در روش‌های سنتی ریزساختارهای تشکیل‌دهنده سازه باید به صورت جداگانه ساخته شده و سپس به هم متصل شوند. در روش‌های نوین مانند ساخت افزودنی (Additive Manufacturing) فرایند ساخت محصول متفاوت است. اساس بسیاری از این روش‌ها قراردادن ماده در یک صفحه و سپس ایجاد لایه‌های دیگر در جهت عمود بر صفحه است و این کار تا دستیابی به ساختار نهایی ادامه دارد. روش‌های زینتر لیزری انتخابی و ذوب لیزری انتخابی در ساخت مواد متخلخل بسیار مورد استفاده قرار می‌گیرند [7]. از هر دو روش مذکور می‌توان برای سازه‌های از جنس برنز، فولاد، تیتانیوم و آلومینیوم بهره برد لیکن فقط زینتر لیزری انتخابی در ساخت سازه‌های سرامیکی و پلاستیکی کاربرد دارد [8]. پیشرفت‌های اخیر در ساخت افزودنی امکان ساخت مواد متخلخل شبکه‌ای با ریزساختار معین را فراهم کرده است [9, 10]. پژوهش‌های صورت گرفته نشان می‌دهند ریزساختار، تعیین‌کننده خواص فیزیکی مانند خواص مکانیکی استاتیکی، استحکام خستگی و نفوذپذیری می‌باشد [11]. علاوه بر خواص فیزیکی، ویژگی‌های هندسی در سطح ریزساختار نیز بر خواص بیولوژیکی این مواد تأثیر دارند. بنابراین با توجه به اهمیت ریزساختار در تعیین خواص فیزیکی و بیولوژیکی مواد متخلخل، مطالعه رابطه خواص ریزساختار با ماده متخلخل از اهمیت خاصی برخوردار است. بابایی و همکاران [12] مدول الاستیک، نسبت پواسون و تنش تسلیم در جهات مختلف را برای یک ماده متخلخل با ریزساختار مشخص به صورت تئوری محاسبه کردند. محاسبات تئوری در این پژوهش بر مبنای سلول واحد صورت گرفته و نتایج تطابق مناسبی بین مدل تئوری سلول واحد و مدل عددی سازه را نشان می‌دهد. هدایتی و همکاران [11, 13, 14] خواص مکانیکی مواد متخلخل را با در نظر گرفتن ریزساختارهای مختلف به صورت تئوری محاسبه کرده‌اند. احمدی و همکاران [15] نیز در پژوهشی مشابه خواص مکانیکی سازه متخلخل با سلول واحد معینی را بر مبنای تئوری تیر اویلر-برنولی و تیموشنکو به صورت تئوری محاسبه کردند. در این بررسی‌ها مدول الاستیک، نسبت پواسون و تنش تسلیم در یک جهت به صورت تئوری محاسبه شده و با نتایج مدل‌سازی عددی و تست تجربی سازه مقایسه شده است. نتایج نشان داد که ریزساختار می‌تواند خواص کل سازه را با دقت مناسبی پیش‌بینی کند.

این سلول دارای ۱۲ یال مورب یکسان (AC, AE, AG, AI, AK, AM, BC, BE, BG, BI, BK, BM) و ۱۲ یال افقی در صفحه است. باید توجه داشت که طول ۶ یال MC, KM, IK, GI, EG, CE با هم یکسان بوده و با یال‌های افقی دیگر متفاوت است.

۳- استخراج خواص با تحلیل تئوری

در این بخش به بیان روابط تئوری جهت محاسبه مدول الاستیک و تنش تسلیم سازه در جهت X و Y به صورت تابعی از ابعاد سلول واحد خواهیم پرداخت. باید توجه داشت که ابعاد سلول واحد در یک لایه ثابت است ولی سطح مقطع یال‌ها در لایه‌های مختلف متفاوت است.

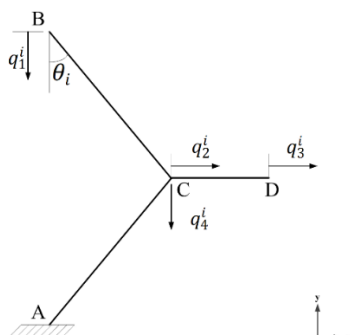


شکل ۲) سلول واحد تشکیل‌دهنده سازه

۳-۱- خواص مکانیکی در جهت Y

۳-۱-۱- مولفه‌های ماتریس سختی در جهت Y

با توجه به تقارن محوری سلول واحد نشان داده شده در شکل ۲، محاسبات در یک صفحه برای ACBD مطابق شکل ۳ صورت گرفته است. ABCD دارای ۴ نود A, B, C, D است که هر یک، ۳ درجه آزادی در صفحه دارند. بنابراین شکل در مجموع ۱۸ درجه آزادی دارد ولی این درجات آزادی با در نظر گرفتن فرض‌هایی کاهش می‌یابند. در ابتدا باید توجه داشت به علت تقارن سازه در هیچ یک از نودها امکان چرخش وجود ندارد. همچنین به علت تقارن کل سازه نود A و B فقط در راستای Y حرکت می‌کنند. یال CD باید افقی بماند بنابراین با وجود اینکه نودهای C و D می‌توانند جابجایی افقی متفاوتی داشته باشند لیکن جابجایی عمودی یکسانی دارند. نود A تکیه‌گاه در نظر گرفته شده است. بنابر فرضیات بیان‌شده، مجموعه دارای ۴ درجه آزادی است که در شکل ۳ نشان داده شده است.



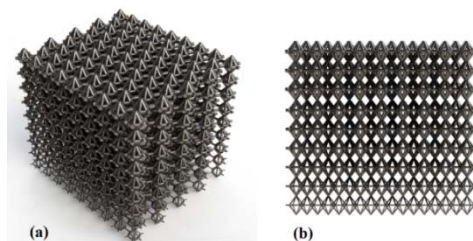
شکل ۳) درجات آزادی سلول واحد لایه ۱ام در محاسبه خواص در جهت Y

با توجه به اینکه سیستم مورد بررسی از نظر خواص ماده و هندسه خطی است می‌توان از اصل سوپرپوزیشن برای به‌دست‌آوردن درایه‌های ماتریس سختی بهره جست. در این روش در هر مرحله فرض می‌شود که یکی از نودها جابجایی به طول واحد دارد و

در نظر گرفتن خواص ارتوتروپیک سلول و ماده در پژوهش‌های پیشین کمتر مورد بررسی قرار گرفته است. از طرفی سلول جدید ارائه‌شده دارای قابلیت مناسبی برای ایجاد خواص تابعی با توزیع دلخواه خواص می‌باشد. بر این اساس در پژوهش پیش رو خواص مکانیکی یک ماده متخلخل تابعی شامل مدول الاستیسیته، ضریب پواسون و تنش تسلیم در جهات مختلف به صورت تئوری محاسبه شده است. مدل مورد بررسی یک سازه ۹ لایه است که درصد تخلخل به صورت تابعی در لایه‌های مختلف تغییر می‌کند. در حقیقت سازه مشابه بافت استخوان در لایه‌های بیرونی چگالی نسبی بالاتری دارد و به تدریج در لایه‌های دیگر چگالی نسبی کاهش می‌یابد. در ادامه جهت صحت‌گذاری نتایج حاصل از تئوری، مدل‌سازی به صورت عددی در نرم‌افزار انسیس ورک‌بنچ (ANSYS Workbench) صورت گرفته است. در پایان خواص سازه معرفی شده و نیز خواص تک‌لایه‌ها به تفکیک مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین تأثیر نسبت ابعاد ریزساختار بر خواص سازه به صورت پارامتریک مطالعه شده است.

۲- معرفی ساختار ماده متخلخل

در پژوهش پیش رو، خواص یک سازه متخلخل با تخلخل (Porosity) تابعی مشابه بافت استخوان مورد بررسی قرار گرفته است. شکل ۱ مدل سازه مورد بررسی را از دو نمای ۳بعدی و روبرو نشان می‌دهد. چنانچه در این شکل ملاحظه می‌شود سازه متخلخل از تکرار یک سلول واحد در فضای ۳بعدی حاصل می‌شود. ابعاد یال‌های سلول‌های واحد در تمام جهات یکسان است لیکن در جهت Z چگالی نسبی ریزساختار با تغییرات سطح مقطع یال‌های سلول واحد تغییر می‌کند. در شکل ۱ تغییرات چگالی نسبی لایه‌ها در نمای روبرو کاملاً مشهود است.



شکل ۱) سازه متخلخل مورد بررسی؛ (a) نمای ۳بعدی، (b) نمای روبرو

در طراحی ریزساختار در سازه فوق، باید محدودیت‌ها و الزامات زیر را در نظر گرفت:

- ۱- الزامات رشد استخوان: ابعاد منافذ درون هر سلول واحد (Pore Size) باید در محدوده ۵۰ تا ۸۰۰ میکرومتر باشد. همچنین تخلخل بیش از ۵۰ درصد مورد قبول است [16-18].
- ۲- محدودیت‌های ساخت: در بسیاری از روش‌های ساخت، افزودنی مورد استفاده در مواد متخلخل قطر یال‌های سلول واحد باید حداقل ۲۰۰ میکرومتر باشد. باید توجه داشت که این مقدار به روش ساخت وابسته بوده [19, 20] و در مواردی، مقدار کمتر نیز امکان‌پذیر است [21, 22].

چنانچه بیان شد، در مواد متخلخل، ریزساختار مبین خواص مواد می‌باشد. بنابراین در ادامه خواص مکانیکی ماده با در نظر گرفتن یک سلول واحد به صورت تئوری محاسبه خواهد شد. در شکل ۲ سلول واحد در یک لایه از سازه نشان داده شده است که با تکرار این سلول واحد در فضای ۳بعدی سازه معرفی شده در شکل ۱ حاصل می‌شود.

به نود C وارد می‌شود. یال‌های CE و CM نیروی $-\frac{A^i E}{m_i}$ به نود C وارد می‌کنند که برآیند این نیروها در جهت x برابر $-\frac{A^i E}{m_i}$ است. در این روابط:

$$Q_3^i = k_{31}^i = 0 \quad (6)$$

در روابط فوق m_i طول یال CM و CE است و n_i بیانگر طول یال CD است. همچنین:

$$\alpha_i = \frac{m_i}{l_i} \text{ و } \beta_i = \frac{n_i}{l_i} \quad (7)$$

از تعادل نیروها داریم:

$$\begin{aligned} \sum F_{C,x} = 0 \rightarrow 2\left(-\frac{12EI^i}{l_i^3} \sin \theta_i \cos \theta_i - \frac{A^i E}{l_i} \sin \theta_i \cos \theta_i\right) - \frac{A^i E}{\beta_i l_i} - \frac{A^i E}{\alpha_i l_i} + F_{C,x} = 0 \rightarrow Q_2^i = \\ k_{22}^i = 6F_{C,x} = \frac{144EI^i \sin \theta_i \cos \theta_i}{l_i^3} + \frac{12A^i E \sin \theta_i \cos \theta_i}{l_i} + \frac{6A^i E}{\alpha_i l_i} + \frac{6A^i E}{\beta_i l_i} \end{aligned} \quad (8)$$

$$\sum F_{D,x} = 0 \rightarrow \frac{A^i E}{\beta_i l_i} + F_{D,x} = 0 \rightarrow Q_3^i = k_{32}^i = 6F_{D,x} = -6 \frac{A^i E}{\beta_i l_i} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \sum F_{B,y} = 0 \rightarrow \frac{12EI^i}{l_i^3} \sin \theta_i \cos \theta_i + \frac{A^i E}{l_i} \sin \theta_i \cos \theta_i - \\ F_{B,y} = 0 \rightarrow Q_1^i = k_{12}^i = 6F_{B,y} = \frac{72EI^i \sin \theta_i \cos \theta_i}{l_i^3} - \frac{6A^i E \sin \theta_i \cos \theta_i}{l_i} \end{aligned} \quad (10)$$

با اعمال این جابجایی نود D به اندازه واحد در جهت x جابجا می‌شود و نیروی $\frac{A^i E}{\beta_i l_i}$ در نودهای C و D ایجاد می‌شود. بنابراین:

$$Q_3^i = k_{33}^i = 6F_{D,x} = 6 \frac{A^i E}{\beta_i l_i} \quad (11)$$

با اعمال این جابجایی تغییر شکل در جهت y ایجاد نمی‌شود. بنابراین:

$$k_{13}^i = k_{43}^i = 0 \quad (13)$$

در این حالت مطابق شکل ۶ نود C به اندازه واحد در جهت y جابجا می‌شود. نیروهای مشابهی از یال AC و BC به نود C وارد می‌شود که در جهت y با هم جمع می‌شوند و در جهت x خنثی می‌شوند. تعادل نیروها در نود C و B به معادلات زیر می‌انجامد:

$$\begin{aligned} \sum F_{C,y} = 0 \rightarrow 2\left(\frac{12EI^i}{l_i^3} \sin^2 \theta_i + \frac{A^i E}{l_i} \cos^2 \theta_i\right) - F_{C,y} = \\ 0 \rightarrow Q_4^i = k_{44}^i = 6F_{C,y} = \frac{144EI^i \sin^2 \theta_i}{l_i^3} + \frac{12A^i E \cos^2 \theta_i}{l_i} \end{aligned} \quad (14)$$

$$\sum F_{C,x} = 0 \rightarrow Q_2^i = k_{24}^i = 0 \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \sum F_{B,y} = 0 \rightarrow 6\left(-\frac{12EI^i}{l_i^3} \sin^2 \theta_i - \frac{A^i E}{l_i} \cos^2 \theta_i\right) - \\ F_{B,y} = 0 \rightarrow Q_1^i = k_{14}^i = F_{B,y} = -\frac{72EI^i \sin^2 \theta_i}{l_i^3} - \frac{6A^i E \cos^2 \theta_i}{l_i} \end{aligned} \quad (16)$$

نودهای دیگر ثابت‌اند. سپس نیروهای لازم برای این جابجایی محاسبه شده و درایه‌های ستون متناظر با نود مورد نظر محاسبه می‌شوند. به منظور محاسبه مقادیر نیرو، تئوری تیر اویلر-برنولی مورد استفاده قرار گرفته است.

نیروهای خارجی لازم برای ایجاد جابجایی‌های q_j با Q_j نشان داده می‌شوند. بر این مبنا رابطه نیرو-جابجایی یک سلول واحد در جهت y در لایه λ م به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\begin{bmatrix} Q_1^i \\ Q_2^i \\ Q_3^i \\ Q_4^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11}^i & k_{12}^i & k_{13}^i & k_{14}^i \\ k_{21}^i & k_{22}^i & k_{23}^i & k_{24}^i \\ k_{31}^i & k_{32}^i & k_{33}^i & k_{34}^i \\ k_{41}^i & k_{42}^i & k_{43}^i & k_{44}^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1^i \\ q_2^i \\ q_3^i \\ q_4^i \end{bmatrix} \quad (1)$$

در ادامه درایه‌های ماتریس سختی فوق بر اساس اصل سوپروپوزیشن محاسبه شده‌اند. باید توجه داشت که محاسبات برای یک سلول واحد در لایه λ م سازه صورت گرفته است.

$q_1^i = 1$
در این بخش المان‌های ستون اول ماتریس سختی با فرض $q_1^i = 1$ و $q_2^i = q_3^i = q_4^i = 0$ به دست می‌آیند. مطابق شکل ۴a در این حالت نود B به اندازه واحد در راستای y جابجا می‌شود. این جابجایی را مطابق شکل ۴b می‌توان به دو مولفه در راستای BC و عمود بر آن تجزیه نمود و مولفه‌های نیروی متناظر با آن را بر مبنای تئوری تیر اویلر-برنولی به دست آورد. بنابر تعادل نیروها حول B و C داریم:

$$\begin{aligned} \sum F_{B,y} = 0 \rightarrow 6\left(\frac{12EI^i}{l_i^3} \sin^2 \theta_i + \frac{A^i E}{l_i} \cos^2 \theta_i\right) - \\ F_{B,y} = 0 \rightarrow F_{B,y} = Q_1^i = k_{11}^i = \frac{72EI^i \sin^2 \theta_i}{l_i^3} + \frac{6A^i E \cos^2 \theta_i}{l_i} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \sum F_{C,x} = 0 \rightarrow \frac{12EI^i}{l_i^3} \sin \theta_i \cos \theta_i - \frac{A^i E}{l_i} \sin \theta_i \cos \theta_i - \\ F_{C,x} = 0 \rightarrow Q_2^i = k_{21}^i = 6F_{C,x} = \frac{72EI^i \sin \theta_i \cos \theta_i}{l_i^3} - \frac{6A^i E \sin \theta_i \cos \theta_i}{l_i} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \sum F_{C,y} = 0 \rightarrow \frac{12EI^i}{l_i^3} \sin^2 \theta_i + \frac{A^i E}{l_i} \cos^2 \theta_i + F_{C,y} = 0 \rightarrow \\ Q_4^i = k_{41}^i = 6F_{C,y} = -\frac{72EI^i \sin^2 \theta_i}{l_i^3} - \frac{6A^i E \cos^2 \theta_i}{l_i} \end{aligned} \quad (4)$$

$$Q_3^i = k_{31}^i = 0 \quad (5)$$

در اثر اعمال این جابجایی CD دچار تغییر شکل نمی‌شود بنابراین: در روابط فوق l_i بیانگر طول یال BC است. همچنین A^i ، θ_i و I^i E بیانگر سطح مقطع یال، زاویه BC با راستای قائم، ممان اینرسی سطح مقطع در لایه λ م و مدول الاستیسیته ماده سازنده است.

$q_2^i = 1$
در اثر اعمال این جابجایی مطابق شکل ۵ نود C به اندازه واحد در جهت x جابجا می‌شود. بنابراین نیروی مشابهی از یال AC و BC به نود C وارد می‌شود که این نیروها در جهت x برابر $2\left(-\frac{12EI^i}{l_i^3} \sin \theta_i \cos \theta_i - \frac{A^i E}{l_i} \sin \theta_i \cos \theta_i\right)$ است و در جهت y با هم خنثی می‌شوند. همچنین نیروی $-\frac{A^i E}{n_i}$ از یال CD

۳-۱-۲- ماتریس سختی

با توجه به درایه‌های ماتریس سختی به دست آمده در بخش قبل، رابطه (۱۶) به دست می‌آید. در این بررسی فرض شده که نیروی خارجی F_1 در جهت y به نود B اعمال می‌شود. همچنین در اثر تغییر شکل، نیروی $\frac{-6A^i E}{\beta_i l_i}$ در جهت x به نود D وارد می‌شود.

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ 0 \\ \frac{6A^i E(q_2^i - q_3^i)}{\beta_i l_i} \\ 0 \end{bmatrix} = [K^i] \begin{bmatrix} q_1^i \\ q_2^i \\ q_3^i \\ q_4^i \end{bmatrix} \quad (18)$$

که درایه‌های ماتریس K^i به دست آمده است.

۳-۱-۳- مدول الاستیسیته

در بخش قبل ماتریس سختی و جابجایی نودها برای هر لایه از سازه مورد بررسی به دست آمد. بنابر معادلات حاصل، مدول الاستیسیته در هر لایه و مدول الاستیسیته کل سازه تعریف می‌شوند. سازه مورد بررسی، سازه شبکه‌ای متخلخل با n لایه است. مدول الاستیسیته در لایه i ام به صورت معادله (۱۹) تعریف می‌شود:

$$E_1^i = \frac{F_1 / \left(\frac{3\sqrt{3}}{2} l_i^2 (1 + \beta_i)^2 \right)}{q_1^i / l_i} = \frac{2F_1 l_i}{3\sqrt{3} q_1^i l_i^2 (1 + \beta_i)^2} \quad (19)$$

مدول الاستیسیته کل سازه به صورت معادله (۲۰) بیان می‌شود:

$$E_1 = \frac{F_1 / \left(\frac{3\sqrt{3}}{2} l_i^2 (1 + \beta_i)^2 \right)}{d_1 / l_i} = \frac{2F_1 l_i}{3\sqrt{3} q_1^i l_i^2 (1 + \beta_i)^2} \quad (20)$$

در معادله (۲۰):

$$d_1 = \sum_{i=1}^n q_1^i \quad (21)$$

$$l = \sum_{i=1}^n l_i$$

۳-۱-۴- تنش تسلیم

با توجه به محل اعمال نیرو، تسلیم در یال‌های مایل اتفاق می‌افتد. گشتاور اعمال شده در دو سمت یال AC با هم برابر است (با جهت مخالف) و در هر لایه به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$M^i = \frac{6E^i l_i}{l_i^2} (q_4^i \cos \theta_i + q_2^i \sin \theta_i) \quad (22)$$

تنش نرمال خمشی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\sigma_{ys1,M}^i = \frac{M^i r^i}{I^i} = \frac{6Er^i}{l_i^2} (q_4^i \cos \theta_i + q_2^i \sin \theta_i) = \frac{6E\sqrt{A^i/\pi} (q_4^i \cos \theta_i + q_2^i \sin \theta_i)}{l_i^2} \quad (23)$$

در معادله (۲۳) r^i بیانگر شعاع سطح مقطع یال در لایه i ام است. همچنین نیروی عمودی در طول یال ثابت است و به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$P^i = \frac{A^i E}{l_i} (q_4^i \sin \theta_i + q_2^i \cos \theta_i) \quad (24)$$

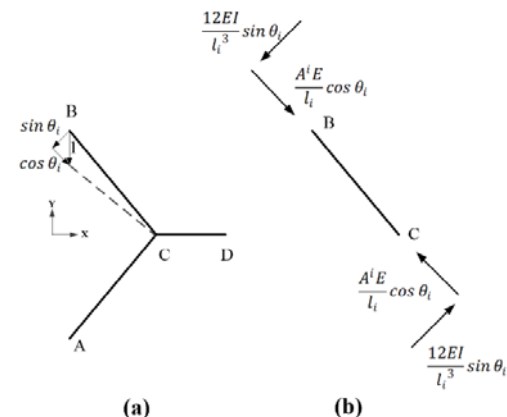
تنش نرمال عمودی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\sigma_{ys1,P}^i = \frac{P^i}{A^i} = \frac{E}{l_i} (q_4^i \sin \theta_i + q_2^i \cos \theta_i) \quad (25)$$

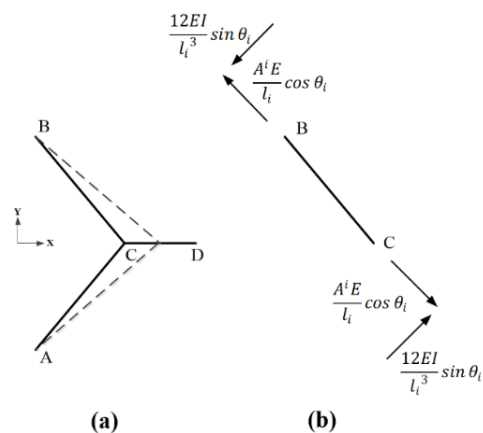
حداکثر تنش فشاری در یال با جمع معادلات (۲۳) و (۲۵) حاصل می‌شود:

اعمال جابجایی فوق تأثیری بر نود D ندارد بنابراین:

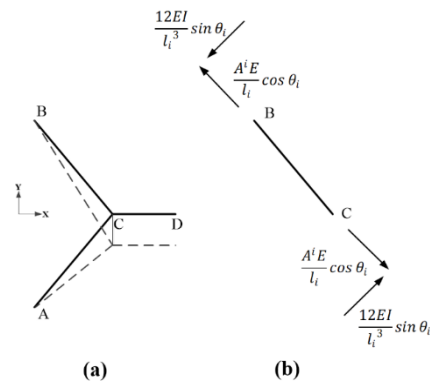
$$Q_3^i = k_{34}^i = 0 \quad (17)$$



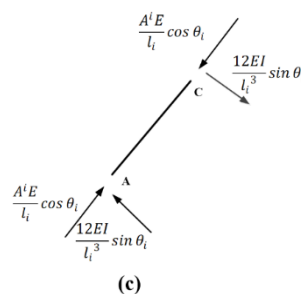
شکل ۱ (a) تغییر شکل سلول واحد در حالت $q_1^i = 1$ (b) نمودار جسم آزاد یال BC



شکل ۲ (a) تغییر شکل سلول واحد در حالت $q_2^i = 1$ (b) نمودار جسم آزاد یال BC



(a) (b)



(c)

شکل ۴ (a) تغییر شکل سلول واحد در حالت $q_4^i = 1$ (b) نمودار جسم آزاد یال AC (c) نمودار جسم آزاد یال AC

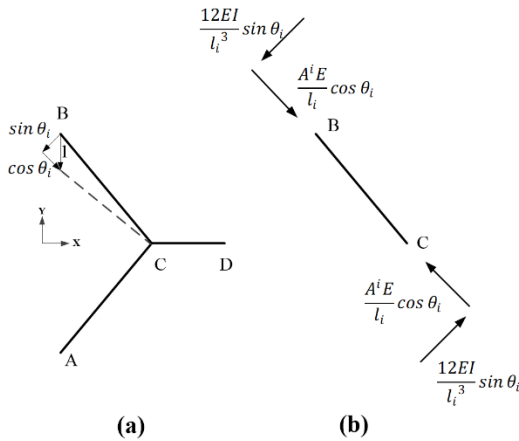
$$Q_1^i = k_{11}^i = F_{D,x} = \frac{A^i E}{\beta_i l_i} \quad (۳۰)$$

$$Q_2^i = k_{21}^i = F_{C,x} = -\frac{A^i E}{\beta_i l_i} \quad (۳۱)$$

$q_2^i = 1$
در این حالت مطابق شکل ۸ فرض می‌شود $q_1^i = 0$ و $q_2^i = 1$ بنابراین:

$$\begin{aligned} \sum F_{C,x} = 0 \rightarrow 2\left(-\frac{12EI^i}{l_i^3} \sin \theta_i \cos \theta_i - \frac{A^i E}{l_i} \sin \theta_i \cos \theta_i\right) - \frac{A^i E}{\beta_i l_i} - \frac{A^i E}{\alpha_i l_i} + F_{C,x} = 0 \rightarrow Q_2^i = \\ k_{22}^i = 6F_{C,x} = \frac{24EI^i \sin \theta_i \cos \theta_i}{l_i^3} + \frac{2A^i E \sin \theta_i \cos \theta_i}{l_i} + \frac{A^i E}{\alpha_i l_i} + \frac{A^i E}{\beta_i l_i} \end{aligned} \quad (۳۲)$$

$$\begin{aligned} \sum F_{D,x} = 0 \rightarrow \frac{A^i E}{\beta_i l_i} + F_{D,x} = 0 \rightarrow Q_1^i = k_{12}^i = \\ 6F_{D,x} = -\frac{A^i E}{\beta_i l_i} \end{aligned} \quad (۳۳)$$



شکل ۸ (a) تغییر شکل سلول واحد در حالت $q_2^i = 1$ (b) نمودار جسم آزاد یال BC

۲-۲-۳- ماتریس سختی خواص در جهت x

با توجه به درایه‌های حاصل در بخش قبل، رابطه نیرو-جابجایی در جهت x به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{bmatrix} F_2 \\ 0 \end{bmatrix} = [K^i] \begin{bmatrix} q_1^i \\ q_2^i \end{bmatrix} \quad (۳۴)$$

۳-۲-۳- مدول الاستیسیته

مدول الاستیسیته لایه آام سازه به صورت زیر بیان می‌شود:

$$E_2^i = \frac{F_2 / (\sqrt{3}(\alpha_i + \beta_i) l_i^2 \cos \theta_i)}{q_1^i / l_i (\alpha_i + \beta_i)} = \frac{F_2}{\sqrt{3} q_1^i l_i \cos \theta_i} \quad (۳۵)$$

تنش در هر لایه با تنش کل سازه برابر است بنابراین مدول الاستیسیته کل سازه به صورت زیر بیان می‌شود:

$$E_2 = \frac{F_2 / (\sqrt{3}(\alpha_i + \beta_i) l_i^2 \cos \theta_i)}{q_1^i / l_i (\alpha_i + \beta_i)} = \frac{F_2}{\sqrt{3} q_1^i l_i \cos \theta_i} \quad (۳۶)$$

که در رابطه فوق:

$$q_1^i = \max(q_1^i) \quad (۳۷)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{ys}^i = \sigma_{ys1,M}^i + \sigma_{ys1,P}^i = \frac{6E\sqrt{A^i/\pi}(q_1^i \cos \theta_i + q_2^i \sin \theta_i)}{l_i^2} + \\ \frac{E}{l_i}(q_1^i \sin \theta_i + q_2^i \cos \theta_i) = \frac{E}{l_i^2} \{6\sqrt{A^i/\pi}(q_1^i \cos \theta_i + \\ q_2^i \sin \theta_i) + l_i(q_1^i \sin \theta_i + q_2^i \cos \theta_i)\} \end{aligned} \quad (۲۶)$$

تنش سلول واحد به صورت معادله (۲۷) بیان می‌شود:

$$\sigma_{y1}^i = \frac{F_1}{\frac{3\sqrt{3}}{2} l_i^2 (\alpha_i + \beta_i)^2} \quad (۲۷)$$

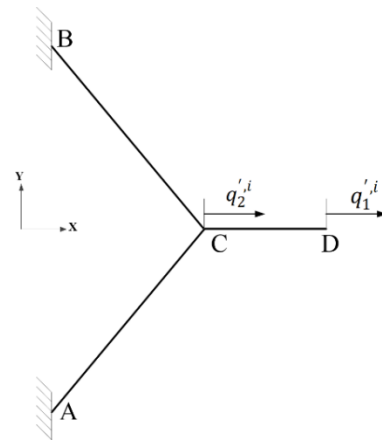
بنابراین تنش تسلیم لایه آام سازه به صورت معادله (۲۸) حاصل می‌شود:

$$\frac{\sigma_{y1}^i}{\sigma_{ys1}^i} = \frac{1}{3\sqrt{3}E(\alpha_i + \beta_i)^2} \frac{2F}{\{6\sqrt{A^i/\pi}(q_1^i \cos \theta_i + q_2^i \sin \theta_i) + l_i(q_1^i \sin \theta_i + q_2^i \cos \theta_i)\}} \quad (۲۸)$$

معادله (۲۸) بیانگر تنش تسلیم هر لایه است و تنش تسلیم کل سازه کمترین مقدار تنش تسلیم لایه‌های سازه است.

۲-۳- خواص مکانیکی در جهت x

در این بخش با روندی مشابه تعیین خواص در جهت y، خواص مکانیکی سازه در جهت x محاسبه می‌شوند. در این حالت نیروی خارجی F_2 در جهت x به نود D وارد می‌شود. نود A و B تکیه‌گاه هستند. چنانچه در بخش قبل نیز بیان شد جهت حفظ تقارن، نود C و D فقط در جهت x حرکت می‌کنند. شکل ۷ درجات آزادی سیستم را در جهت x نشان می‌دهد.



شکل ۷ درجات آزادی سلول واحد لایه آام در محاسبه خواص در جهت y

۳-۲-۳- محاسبه درایه‌های سختی ماتریس سختی در جهت x

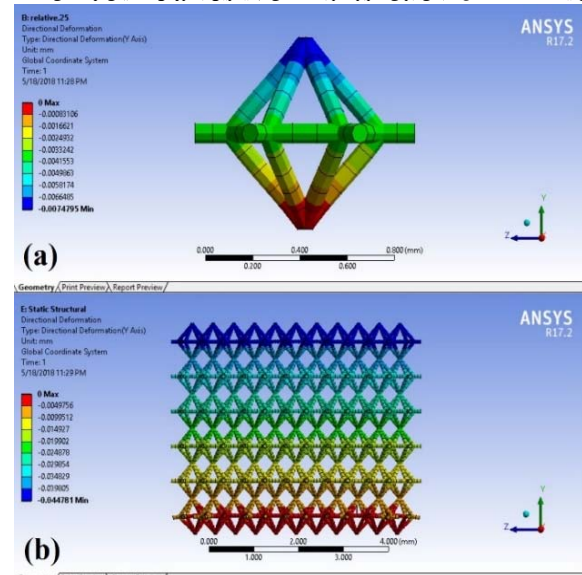
با توجه به درجات آزادی سیستم نشان داده شده در شکل ۷ رابطه بین نیروهای خارجی و تغییرشکل سیستم به صورت معادله ۲۹ بیان می‌شود:

$$\begin{bmatrix} Q_1^i \\ Q_2^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11}^i & k_{12}^i \\ k_{21}^i & k_{22}^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1^i \\ q_2^i \end{bmatrix} \quad (۲۹)$$

$$q_1^i = 1$$

در این حالت فرض می‌شود $q_1^i = 1$ و $q_2^i = 0$ بنابراین نود D

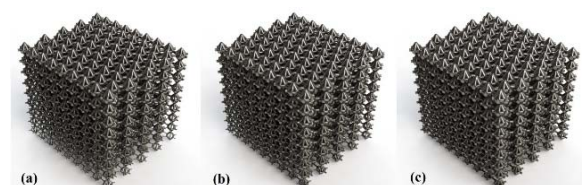
به اندازه واحد در جهت x حرکت می‌کند و نیروی $\frac{A^i E}{\beta_i l_i}$ در نودهای C و D ایجاد می‌شود. بنابراین:



شکل ۹ مدل تغییر شکل یافته (a)، سلول واحد (b)، سازه در نرم‌افزار ANSYS Workbench

۲-۵- محاسبه خواص مکانیکی سازه

در این بخش خواص مکانیکی ۳ سازه تابعی با چگالی‌های نسبی مختلف به صورت تئوری و عددی مورد بررسی قرار گرفته است. سازه‌های مورد بررسی شامل ۹ لایه هستند که سطح مقطع یال‌ها در هر لایه تغییر می‌کند. مطابق شکل ۱۰ تغییرات سطح مقطع به‌گونه‌ای است که تخلخل میانگین لایه‌های سازه‌ها به ترتیب ۰/۷۵، ۰/۶۵ و ۰/۵۵ است. تخلخل لایه‌های در سازه a از ۰/۹۵ تا ۰/۵۵ به گونه‌ای تغییر می‌کند که تخلخل در هر لایه ۰/۵ افزایش می‌یابد. به همین ترتیب تخلخل در سازه b بین ۰/۸۵ تا ۰/۴۵ و در سازه c بین ۰/۷۵ تا ۰/۳۵ است. مقادیر l_i ، α_i و β_i برای همه لایه‌ها ثابت بوده و به ترتیب برابر ۰/۵ میلی‌متر، ۰/۶ و ۰/۳ است. شکل ۱۱ نتایج تحلیل ۳ مدل معرفی شده را در نرم‌افزار انسیس ورک‌بنچ نشان می‌دهد. این سازه‌ها با روش تحلیلی ارائه شده نیز در شرایط یکسان با مدل عددی نیز مورد بررسی قرار گرفته‌اند. جدول ۲ مقایسه نتایج درجات آزادی محاسبه شده به روش تئوری و عددی را در سازه‌های a، b و c نشان می‌دهد. چنانچه در این جدول ملاحظه می‌شود نتایج دو تحلیل در تخلخل پایین‌تر اختلاف بیشتری دارند. خواص مکانیکی سازه‌ها در جدول ۳ ارائه شده است. در این جدول، تنش تسلیم با محاسبه مقادیر درجات آزادی به صورت عددی و بهره‌گیری از روابط تحلیلی محاسبه تنش تسلیم به دست آمده است. چنانچه در این جدول ملاحظه می‌شود با تغییر چگالی نسبی خواص مکانیکی تغییر می‌کند. بنابراین می‌توان با طراحی مناسب سازه به مقادیر خواص مورد نظر دست یافت. لازم به ذکر است که این مقادیر با خواص مکانیکی بافت استخوان اسفنجی که در مرجع [4] ارائه شده است، هم‌خوانی دارد.



شکل ۱۰ مدل هندسی نمونه‌های مورد بررسی با تخلخل: (a) ۰/۷۵ (b) ۰/۶۵ (c) ۰/۵۵

۳-۲-۴- تنش تسلیم در جهت X

با توجه به شکل سلول واحد در جهت X، حداکثر تنش در یال CD ایجاد می‌شود. مشابه محاسبه تنش تسلیم در جهت Y، داریم:

$$\sigma_{ys}^i = \frac{F_2}{A_i} \quad (38)$$

$$\sigma_{y2}^i = \frac{F_2}{\sqrt{3} \cos \theta l_i^2 (\alpha_i + \beta_i)} \quad (39)$$

بنابراین تنش تسلیم در لایه نام در جهت X به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\sigma_{y2}^i / \sigma_{ys}^i = \frac{F_2}{\sqrt{3} \cos \theta l_i^2 (\alpha_i + \beta_i)} \quad (40)$$

حداقل تنش تسلیم در لایه‌ها برابر تنش تسلیم کل ماده است.

۴- تحلیل اجزاء محدود

به منظور مطالعه دقیق‌تر و اطمینان از صحت روابط حاصل در بخش تئوری، سازه به صورت عددی با نرم‌افزار ANSYS Workbench نیز مورد بررسی قرار گرفته است. بررسی عددی به دو صورت تحلیل سلول واحد و سازه صورت گرفته است. جنس ماده سازنده، تیتانیوم با مدول الاستیسته ۹۶ گیگا پاسکال است. شرایط مرزی سلول واحد و سازه در نرم‌افزار مانند فرضیات حل تئوری در نظر گرفته شده است. مدل‌سازی در نرم‌افزار با المان تیر تیموشنکو صورت گرفته است. در این پژوهش، بر مبنای مطالعه همگرایی انجام شده، اندازه مش نمونه‌های عددی برابر ۰/۱ میلی‌متر به دست آمده است. همچنین تعداد المان مورد استفاده به منظور مدل‌سازی رفتار یک سلول واحد و کل سازه با ۹ لایه به ترتیب ۹۰ و ۶۲۳۷۰ است. در این بررسی، سلول‌های سطح بالای سازه تحت نیروی فشاری ۱۰ نیوتون قرار دارند.

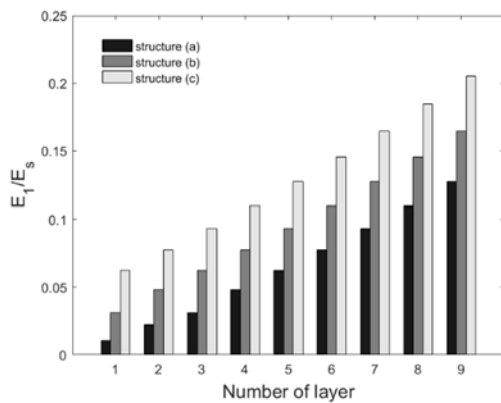
۵- بحث و نتایج

۵-۱- صحنه‌گذاری نتایج

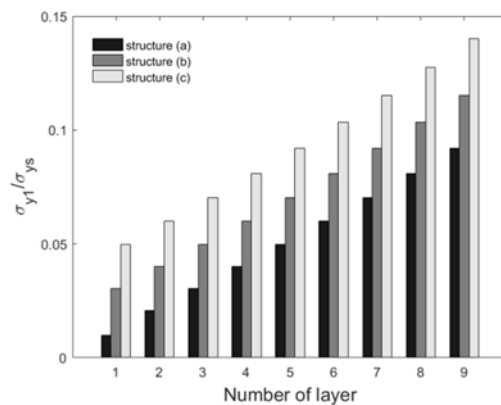
در این بخش خواص مکانیکی یک سازه متخلخل بر مبنای روش تئوری ارائه شده و نیز مدل‌سازی عددی در نرم‌افزار ANSYS Workbench صورت گرفته است. بررسی عددی به دو روش مدل‌سازی سلول واحد و سازه با ۶ لایه صورت گرفته است. مقادیر l_i ، α_i و β_i برای همه لایه‌ها ثابت بوده و به ترتیب برابر ۰/۵ میلی‌متر، ۰/۶ و ۰/۳ و ۰/۴ میلی‌متر مربع است. در این بخش فرض شده است که سطح مقطع یال‌ها در همه لایه‌ها ثابت است و در واقع تخلخل سازه در لایه‌ها ثابت است. شکل ۹ مدل تغییر شکل یافته سلول واحد و سازه را در نرم‌افزار نشان می‌دهد. نتایج تحلیل عددی سلول واحد و سازه کاملاً برهم منطبق است؛ بنابراین خواص مکانیکی یکسانی از این دو روش به دست آمده است. جدول ۱ بیانگر مقایسه خواص مکانیکی سازه در دو جهت محاسبه شده به روش تئوری و عددی است. چنانچه ملاحظه می‌شود نتایج، تطابق مناسبی با هم دارند. همچنین باید توجه داشت که مطابق معادله (۴۰) تنش تسلیم در جهت X تابع تغییر شکل سازه نیست؛ بنابراین مقادیر عددی و تئوری تنش تسلیم یکسان‌اند.

جدول ۱) مقایسه نتایج تئوری و عددی مدول الاستیسته و تنش تسلیم بی‌بعد.

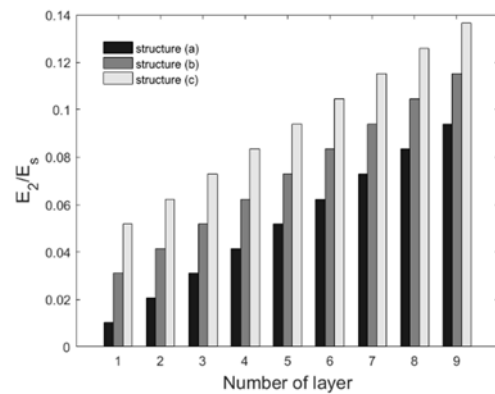
خاصیت مکانیکی	مقدار عددی سلول واحد	مقدار تئوری	خطا (%)
E_1/E_s	۰/۲۱۳	۰/۲۳۲	۸/۱۹
E_2/E_s	۰/۲۰۳	۰/۲۱۴	۵/۱۴
σ_{y1}/σ_s	۰/۱۸۸	۰/۲۱۵	۱۲/۵۶
σ_{y2}/σ_s	۰/۱۶۱	۰/۱۶۱	۰



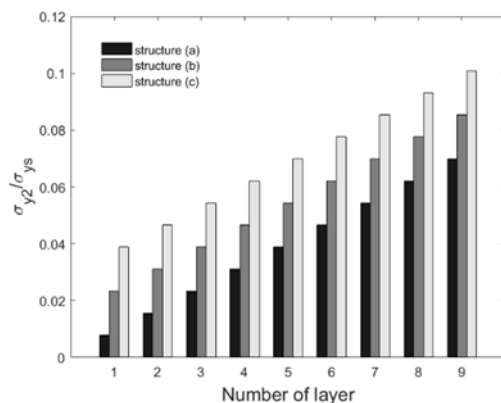
نمودار (۱) مدول الاستیسیته بی بعد در جهت y در هر لایه سازه های a, b و c



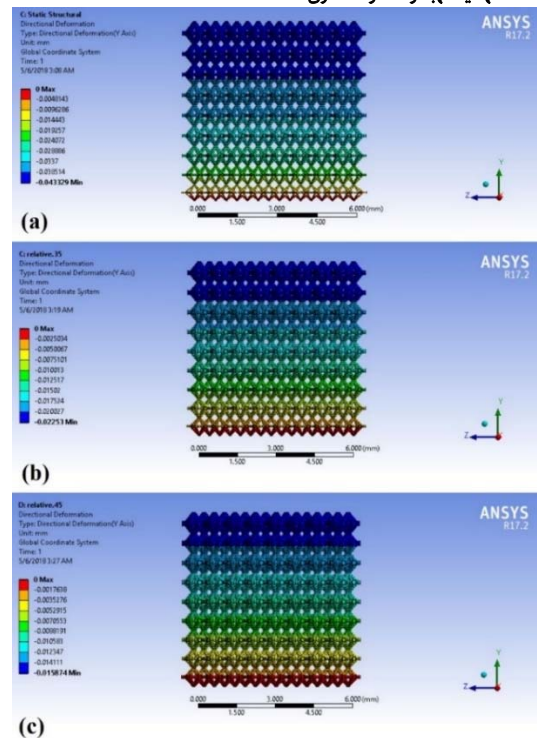
نمودار (۲) تنش تسلیم بی بعد در جهت y در هر لایه سازه های a, b و c



نمودار (۳) مدول الاستیسیته بی بعد در جهت x در هر لایه سازه های a, b و c



نمودار (۴) تنش تسلیم بی بعد در جهت x در هر لایه سازه های a, b و c



شکل (۱) تغییرات جابجایی در جهت y در نمونه های با تخلخل: (a) ۰/۷۵ (b) ۰/۵۵ و (c) ۰/۴۵

جدول (۲) مقایسه نتایج تئوری و عددی در سازه های a, b و c.

درجه آزادی	سازه c		سازه b		سازه a	
	مقدار عددی	مقدار تئوری	مقدار عددی	مقدار تئوری	مقدار عددی	مقدار تئوری
$q_1^{max} (\mu m)$	۱۵/۸۷	۱۲/۶۵	۲۲/۵۳	۱۸/۸۷	۴۳/۳۳	۳۸/۷۱
$q_2^{max} (\mu m)$	۰/۵۶	۰/۴۴	۰/۹۹	۰/۸۰	۳/۱۲	۲/۶۷
$q_3^{max} (\mu m)$	۰/۵۶	۰/۴۴	۰/۹۹	۰/۸۰	۳/۱۲	۲/۶۷
$q_4^{max} (\mu m)$	۱۵/۳۴	۱/۵۴	۲۱/۹۱	۱۷/۴۸	۴۲/۵۳	۳۶/۹۰
$q_1^{max} (\mu m)$	۲/۹۰	۲/۱۸	۵/۱۱	۴/۸۵	۱۵/۳۹	۱۴/۵۷
$q_2^{max} (\mu m)$	۱/۶۱	۱/۱۶	۲/۸۲	۲/۷۰	۸/۷۱	۸/۱۴

جدول (۳) خواص مکانیکی سازه های a, b و c.

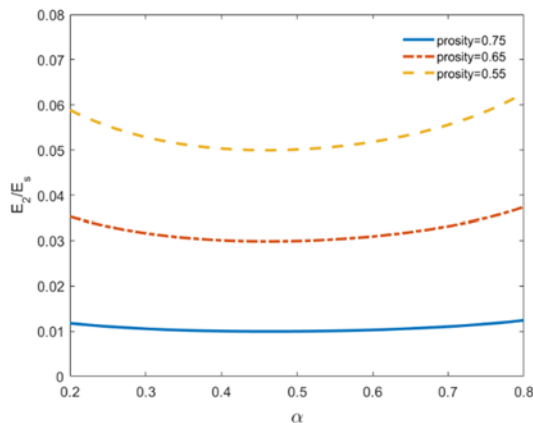
سازه	E_1 (GPa)	E_2 (GPa)	σ_{y1}/σ_{ys1}	σ_{y2}/σ_{ys2}
a	۰/۳۹۳	۰/۹۸۷	۰/۳۹۳	۰/۰۸۸
b	۰/۸۰۶	۲/۹۷۲	۰/۸۰۶	۰/۰۲۳
c	۱/۲۰۲	۴/۹۷۲	۱/۲۰۲	۰/۰۳۳

۵-۳- خواص لایه ها

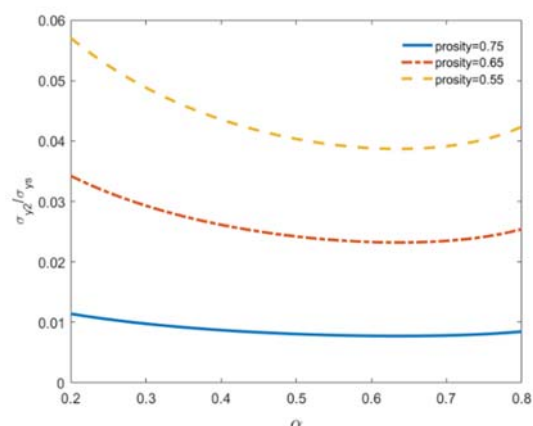
در بافت استخوان چگالی نسبی و به تبع آن خواص مکانیکی در لایه های مختلف متفاوت است به گونه ای که در داخل استخوان چگالی نسبی بیشتر از لایه های بیرونی است. از این رو بررسی خواص هر لایه در سازه های معرفی شده حائز اهمیت است. به منظور مشاهده تغییرات خواص در لایه ها، مقادیر مدول الاستیسیته و تنش تسلیم در جهت y و x در هر یک از لایه های سازه های معرفی شده در نمودارهای ۱ تا ۴ نشان داده شده است. در سازه ها، لایه ۱ بیانگر پایین ترین لایه است که بیشترین تخلخل و در نتیجه کمترین چگالی نسبی را دارد. بنابراین قابل پیش بینی است که با افزایش شماره لایه، مدول الاستیسیته و تنش تسلیم در سازه ها افزایش می یابد. همچنین سازه های با تخلخل پایین تر در هر یک از لایه ها مدول الاستیسیته و تنش تسلیم بالاتری دارند. این نکات در نمودارهای ۱-۴ کاملاً مشهود است.

۴-۵ مطالعه پارامتریک تأثیر ابعاد سلول واحد

در این بخش به منظور مطالعه دقیق‌تر تأثیر ابعاد سلول واحد در خواص مکانیکی سازه، خواص مدول الاستیسیته و تنش تسلیم در جهت x و y برحسب تغییرات ضرایب α و β مورد بررسی قرار گرفته‌اند. چنانچه پیش‌تر بیان شد، α_i بیانگر نسبت طول هر یک از یال‌های افقی MC ، IK ، GI ، EG ، CE و AC (و AM ، AE ، AG ، AI ، AK ، BC ، BM ، BE ، BG ، BI ، BK) است. همچنین β_i بیانگر نسبت طول هر یک از یال‌های CD ، EF ، GH و IJ ، KL ، MN است. همچنین مقادیر α_i و β_i در همه لایه‌های سازه‌ها یکسان است و بنابراین با α و β نشان داده شده‌اند. نمودارهای ۵ تا ۸ به ترتیب تغییرات مدول الاستیسیته و تنش تسلیم را در جهات x و y برحسب تغییرات α در سازه‌های a ، b و c نشان می‌دهند. چنانچه در نمودارهای ۵ و ۶ ملاحظه می‌شود منحنی‌های تنش تسلیم و مدول الاستیسیته بی‌بعد در جهت y روندی مشابه داشته و نسبت عکس با α دارد. این موضوع قابل پیش‌بینی است چون با کاهش نسبت α در واقع سازه در جهت y کشیده‌تر می‌شود و استحکام در این جهت افزایش می‌یابد. همچنین کاهش تخلخل و افزایش سطح مقطع یال‌های سازه باعث افزایش E_1 و تنش تسلیم می‌شود بنابراین نمودار سازه‌های با تخلخل کمتر بالاتر از سازه با تخلخل بیشتر است.



نمودار (۵) تأثیر تغییرات α بر مقدار مدول الاستیسیته بی‌بعد در جهت x در سازه‌های با تخلخل‌های مختلف

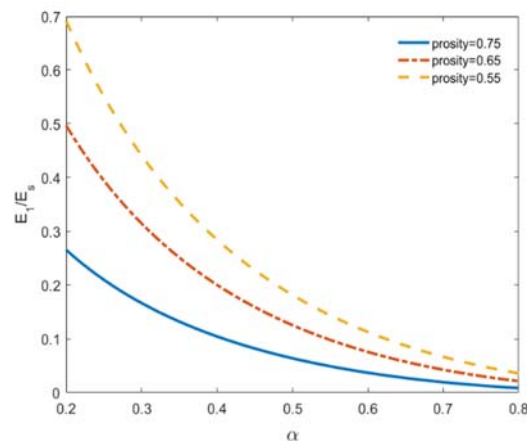


نمودار (۶) تأثیر تغییرات α بر مقدار تنش تسلیم بی‌بعد در جهت x در سازه‌های با تخلخل‌های مختلف

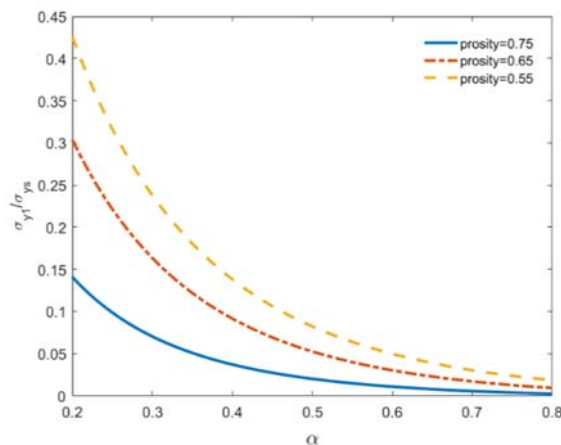
نمودارهای ۷ و ۸ به ترتیب تغییرات مدول الاستیسیته و تنش تسلیم بی‌بعد در جهت x را نشان می‌دهند. مدول الاستیسیته و تنش تسلیم بی‌بعد در جهت x روندی مشابه دارند لیکن روند این نمودارها با خواص در جهت y متفاوت است. چنانچه در نمودارهای ۷ و ۸ ملاحظه می‌شود، خواص در جهت x با افزایش α ابتدا کاهش یافته سپس افزایش می‌یابد.

نمودارهای ۵ و ۷ مقایسه مدول الاستیسیته در جهت x و y را نشان می‌دهند که تغییرات نسبت ابعاد بر خواص در جهت y تأثیر بیشتری دارد. همچنین باید توجه داشت در مقادیر کمتر α (کمتر از ۰/۳)، مقدار E_1 بیشتر از E_2 است لیکن در مقادیر بالاتر E_2 است و با افزایش α اختلاف مقدار مدول الاستیسیته در دو جهت افزایش می‌یابد.

در ادامه تأثیر تغییرات β نیز بر خواص مکانیکی سازه مورد بررسی قرار گرفته است. نمودارهای ۹ تا ۱۲ به ترتیب تغییرات مدول الاستیسیته و تنش تسلیم را در جهات x و y برحسب تغییرات β در سازه‌های a ، b و c نشان می‌دهند. باید توجه داشت که افزایش β باعث افزایش تخلخل در سازه می‌شود. بنابراین قابل پیش‌بینی است که خواص مکانیکی سازه با افزایش β ، کاهش می‌یابند. این موضوع در نمودارهای ۹-۱۲ به وضوح دیده می‌شود. چنانچه ملاحظه می‌شود نمودارهای خواص سازه نسبت به β رفتار نزولی دارند.



نمودار (۷) تأثیر تغییرات α بر مقدار مدول الاستیسیته بی‌بعد در جهت y در سازه‌های با تخلخل‌های مختلف



نمودار (۸) تأثیر تغییرات α بر مقدار تنش تسلیم بی‌بعد در جهت y در سازه‌های با تخلخل‌های مختلف

۶- نتیجه‌گیری

در این پژوهش روشی تئوری برای محاسبه خواص مکانیکی یک ماده بیولوژیک مبتنی بر ریزساختاری جدید ارائه شد. همچنین خواص محاسبه‌شده به روش تئوری شامل مدول الاستیسیته و تنش تسلیم در دو جهت با نتایج مدل‌سازی عددی مقایسه شده و تطابق نسبتاً مناسبی بین نتایج مشاهده شده است. در این بررسی ۳ سازه تابعی با تخریخ‌های مختلف در نظر گرفته شده است که تخریخ و سایر خواص مکانیکی در راستای ضخامت سازه معرفی شده تغییر می‌کند و این مسئله امکان سازگاری این سازه را با بافت استخوان فراهم کرده است. مقادیر خواص محاسبه‌شده برای این سازه‌ها با استخوان‌های اسفنجی مشابهت دارند. همچنین خواص مکانیکی هر لایه سازه‌ها به طور جداگانه محاسبه شد. در انتها یک مطالعه پارامتریک بر خواص مکانیکی سازه صورت گرفته و تأثیر نسبت ابعاد ریزساختار بر خواص مکانیکی سازه مورد بررسی قرار گرفته و مشاهده شده است تغییرات ابعاد ریزساختار تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر خواص سازه دارد. بنابراین می‌توان با انتخاب مناسب نسبت ابعاد ریزساختار و نیز تخریخ به سازه‌ای مطلوب با خواص مورد نظر دست یافت. باید توجه داشت ماده معرفی‌شده برخلاف تیتانیوم که یک ماده ایزوتروپ است، ارتوتروپیک است. بنابراین ماده معرفی‌شده، امکان دستیابی به مقادیر مختلف مدول الاستیسیته و تنش تسلیم در دو جهت را فراهم کرده است. همچنین تغییرات تخریخ در لایه‌ها موجب تغییرات خواص در لایه‌های مختلف می‌شود که نسبت به تیتانیوم موجب کارایی مناسب‌تری در بافت‌های جایگزین می‌شود. باید توجه داشت که در ۳ سازه معرفی‌شده با درصد تخریخ‌های مختلف، مقادیر خواص مکانیکی متفاوت است. بنابراین می‌توان بر مبنای کاربرد مورد نظر، سازه با درصد تخریخ مناسب را به کار برد.

تشکر و قدردانی: نویسندگان این مورد را بیان نکردند.

تأییدیه اخلاقی: نویسندگان این مورد را بیان نکردند.

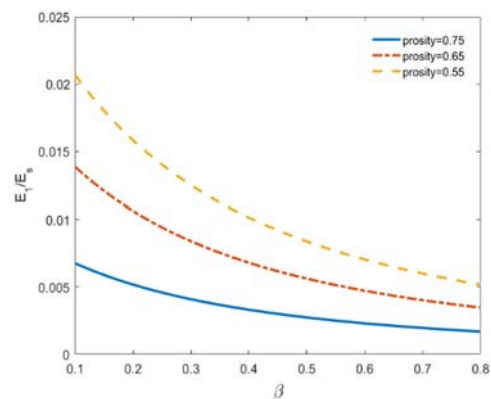
تعارض منافع: نویسندگان این مورد را بیان نکردند.

سهم نویسندگان: مهشید مهد (نویسنده اول)، نگارنده مقدمه / پژوهشگر اصلی / تحلیلگر آماری / نگارنده بحث (۵۰٪)؛ مسعود عسگری (نویسنده دوم)، روش‌شناس / پژوهشگر اصلی (۵۰٪)

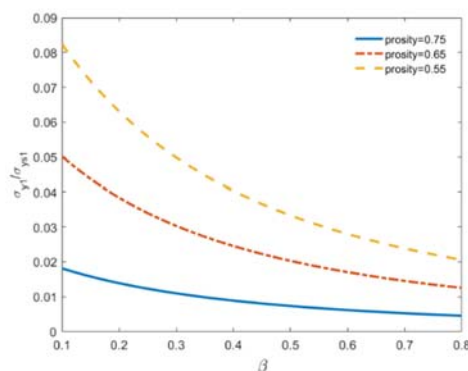
منابع مالی: نویسندگان این مورد را بیان نکردند.

منابع

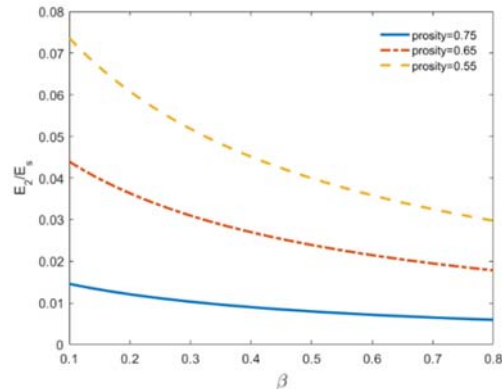
- 1- Nair LS, Laurencin CT. Biodegradable polymers as biomaterials. Progress in Polymer Science. 2007;32(8-9):762-798.
- 2- Levine B. A new era in porous metals: applications in orthopaedics. Advanced Engineering Materials Banner. 2008;10(9):788-792.
- 3- Murr LE, Gaytan SM, Medina F, Lopez H, Martinez E, Machado BI, et al. Next-generation biomedical implants using additive manufacturing of complex, cellular and functional mesh arrays. Philos Trans A Math Phys Eng Sci. 2010;368(1917):1999-2032.
- 4- Sola A, Bellucci D, Cannillo V. Functionally graded materials for orthopedic applications—an update on design and manufacturing. Biotechnology Advances. 2016;34(5):504-531.
- 5- Ehterami A, Saraeian P, Etemadi Haghighi S, Azami M. Preparation and characterization of barium titanate scaffold for bone tissue engineering. Modares Mechanical



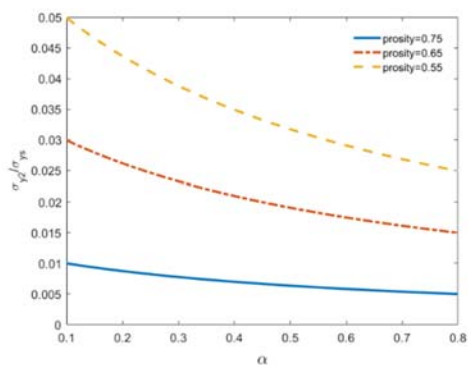
نمودار ۹) تأثیر تغییرات β بر مقدار مدول الاستیسیته بی‌بعد در جهت y در سازه‌های با تخریخ‌های مختلف



نمودار ۱۰) تأثیر تغییرات β بر مقدار تنش تسلیم بی‌بعد در جهت y در سازه‌های با تخریخ‌های مختلف



نمودار ۱۱) تأثیر تغییرات β بر مقدار مدول الاستیسیته بی‌بعد در جهت x در سازه‌های با تخریخ‌های مختلف



نمودار ۱۲) تأثیر تغییرات β بر مقدار تنش تسلیم بی‌بعد در جهت x در سازه‌های با تخریخ‌های مختلف

- unit cell. *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*. 2016;53:272-294.
- 15- Ahmadi SM, Campoli G, Amin Yavari S, Sajadi B, Wauthle R, Schrooten J, et al. Mechanical behavior of regular open-cell porous biomaterials made of diamond lattice unit cells. *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*. 2014;34:106-115.
- 16- Karageorgiou V, Kaplan D. Porosity of 3D biomaterial scaffolds and osteogenesis. *Biomaterials*. 2005;26(27):5474-5491.
- 17- Harrysson OLA, Cansizoglu O, Marcellin-Little DJ, Cormier DR, West II HA. Direct metal fabrication of titanium implants with tailored materials and mechanical properties using electron beam melting technology. *Materials Science and Engineering: C*. 2008;28(3):366-373.
- 18- Bragdon CR, Jasty M, Greene M, Rubash HE, Harris WH. Biologic fixation of total hip implants: Insights gained from a series of canine studies. *The Journal of Bone and Joint Surgery*. 2004;86(Supple 2):105-117.
- 19- Murr LE, Gaytan SM, Martinez E, Medina F, Wicker RB. Next generation orthopaedic implants by additive manufacturing using electron beam melting. *International Journal of Biomaterials*. 2012;2012:245727.
- 20- de Wild M, Schumacher R, Mayer K, Schkommodau E, Thoma D, Bredell M, et al. Bone regeneration by the osteoconductivity of porous titanium implants manufactured by selective laser melting: a histological and micro computed tomography study in the rabbit. *Tissue Engineering Part A*. 2013;19(23-24):2645-2654.
- 21- Abele E, Stofregen HA, Kniepkamp M, Lang S, Hampe M. Selective laser melting for manufacturing of thin-walled porous elements. *Journal of Materials Processing Technology*. 2015;215:114-122.
- 22- Yadroitsev I, Shishkovsky I, Bertrand P, Smurov I. Manufacturing of fine-structured 3D porous filter elements by selective laser melting. *Applied Surface Science*. 2009;255(10):5523-5527.
- Engineering. 2018;17(12):417-422. [Persian]
- 6- Imani SM, Rabiee SM, Moazami Goudarzi A, Dardel M. Investigation of the mechanical properties of the porous scaffolds used in bone tissue engineering by means of micromechanical modeling. *Modares Mechanical Engineering*. 2017;17(9):397-408. [Persian]
- 7- Helou M, Kara S. Design, analysis and manufacturing of lattice structures: an overview. *International Journal of Computer Integrated Manufacturing*. 2018;31(3):243-261.
- 8- Kruth JP, Leu MC, Nakagawa T. Progress in additive manufacturing and rapid prototyping. *CIRP Annals*. 1998;47(2):525-540.
- 9- Parthasarathy J, Starly B, Raman S, Christensen A. Mechanical evaluation of porous titanium (Ti6Al4V) structures with electron beam melting (EBM). *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*. 2010;3(3):249-259.
- 10- Heintz P, Körner C, Singer RF. Selective electron beam melting of cellular titanium: mechanical properties. *Advanced Engineering Materials*. 2008;10(9):882-888.
- 11- Hedayati R, Sadighi Mohammadi-Aghdam M, Zadpoor AA. Mechanical properties of regular porous biomaterials made from truncated cube repeating unit cells: analytical solutions and computational models. *Materials Science and Engineering: C*. 2016;60:163-83.
- 12- Babaee S, Haghpanah Jahromi B, Ajdari A, Nayeb-Hashemi H, Vaziri A. Mechanical properties of open-cell rhombic dodecahedron cellular structures. *Acta Materialia*. 2012;60(6-7):2873-2885.
- 13- Hedayati R, Sadighi M, Mohammadi-Aghdam M, Zadpoor AA. Analytical relationships for the mechanical properties of additively manufactured porous biomaterials based on octahedral unit cells. *Applied Mathematical Modelling*. 2017;46:408-422.
- 14- Hedayati R, Sadighi M, Mohammadi-Aghdam M, Zadpoor AA. Mechanics of additively manufactured porous biomaterials based on the rhombicuboctahedron