



Vibration Analysis of Polymer Nanocomposite-Magnetostrictive Faced Sandwich Plate Including Feedback Control System

ARTICLE INFO

Article Type

Original Research

Authors

Khoddami Maraghi Z.*¹ PhD

How to cite this article

Khoddami Maraghi Z. Vibration Analysis of Polymer Nanocomposite-Magnetostrictive Faced Sandwich Plate Including Feedback Control System. Modares Mechanical Engineering. 2019;19(11): 2823-2835

ABSTRACT

In this research, the free vibration of a sandwich plate made of smart magnetostrictive face sheets and polymer composite core is studied. The effective elastic properties of carbon nanotube-reinforced composite are obtained by the rule of the mixture and micromechanical approach. A feedback control system follows the magnetization effect of Terfenol-D films on the vibration characteristics of a sandwich plate. Considering velocity feedback control gain value, the dimensionless frequency of sandwich plate can be changed to desired values due to magneto-mechanical coupling in magnetostrictive materials. The equations of motions are derived using Reddy's third-order shear deformation theory, energy method, and Hamilton's principle. The differential quadrature method (DQM) as a numerical method is used for calculating the vibration frequency of the sandwich plate. This numerical method presents the optimal results using weighting coefficients. The findings of this study show the effect of the vibration control system and geometrical properties of the composite sheet on vibration frequency of structures. These findings can be used in marine, aerospace, and civil industries.

Keywords Sandwich Plate; Feedback Control System; Reinforced Nanocomposites; Magnetostrictive Materials; Third Order Shear Deformation Theory

CITATION LINKS

[1] Magnetostriction and magnetostrictive materials for sensing... [2] Design and application of magnetostrictive 'MS' ... [3] Transient responses of magnetostrictive plates without ... [4] Transient responses of magnetostrictive plates by using the ... [5] Transient analysis of laminated composite plates ... [6] Development of an omnidirectional shear-horizontal ... [7] Thermal sinusoidal vibration and transient response of ... [8] Advances in the science and technology of carbon nanotubes and ... [9] Free vibration of composite plates using the finite ... [10] Nonlinear vibration and bending of sandwich plates with ... [11] Application of higher-order structural theory to ... [12] Free vibration analysis of composite sandwich plates based ... [13] Thermal buckling and vibration behavior of multi-layer ... [14] Static deformations and vibration analysis of composite and ... [15] Three-dimensional vibration analysis of functionally graded ... [16] A double-superposition global-local theory for vibration and ... [17] Static, free vibration and buckling analysis of isotropic and sandwich functionally ... [18] Nonlinear vibrations of rectangular laminated composite plates with different ... [19] Free vibration analysis of a laminated composite rectangular plate in contact with a ... [20] Free natural frequency analysis of an FG composite rectangular plate coupled with [21] Application of a magnetostrictive ... [22] Magnetic properties of Terfenol-D film on a compliant ... [23] A feedback control system for vibration of magnetostrictive plate ... [24] Effect of follower force on vibration frequency of ... [25] Carbon nanotube reinforced composites: Potential and current ... [26] Active control of geometrically nonlinear vibrations of functionally ... [27] Free vibration analysis of functionally graded carbon nanotube-reinforced ... [28] Molecular dynamics simulations of the elastic properties of ... [29] Molecular dynamics simulations of the elastic moduli of polymer... [30] Thermo-mechanical properties of randomly oriented carbon... [31] Smart vibration control of magnetostrictive nano-plate ... [32] Free vibration analysis of laminated composite cylindrical... [33] An efficient shear deformation theory for free vibration of ... [34] Application of differential quadrature to static analysis of structural ...

¹Mechanical Engineering Department, Engineering Faculty, Mahallat Institute of Higher Education, Mahallat, Iran

*Correspondence

Address: Mahallat Institute of Higher Education, 1km Khomein Road, Mahallat, Markazi Province, Iran
Phone: +98 (86) 43242411
Fax: +98 (86) 43242411
z.khoddami@mahallat.ac.ir

Article History

Received: September 12, 2018

Accepted: May 21, 2019

ePublished: November 2, 2019

ارتعاشات ورق ساندویچی با هسته نانوکامپوزیت و رویه‌های مگنتوستریکتیو به همراه سیستم کنترل پسخورد

زهرا خدای مرقی* PhD

گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، مرکز آموزش عالی محلات، محلات، ایران

چکیده

این مقاله به بررسی ارتعاشات در یک ورق ساندویچی متشکل از ۲ رویه از جنس مواد مگنتوستریکتیو و هسته کامپوزیتی می‌پردازد. هسته کامپوزیتی با نانوالیاف از جنس نانولوله‌های کربنی تقویت شده است و خواص آن به کمک روش اختلاط و روابط میکرومکانیکی محاسبه می‌شود. رویه‌ها تحت تأثیر یک میدان مغناطیسی خارجی مگنتیزه شده و کوپل مگنتومکانیکی در آن اتفاق می‌افتد. در این شرایط به کمک یک سیستم کنترلی متأثر از پارامتر تنظیم‌کننده فرکانس می‌توان فرکانس ارتعاشات سازه را تغییر داد و از آن برای کنترل ارتعاشات استفاده نمود. معادلات حرکت در ۳ لایه، به کمک تئوری برشی مرتبه سوم با عنوان تئوری ردی، روش انرژی و اصل هامیلتون استخراج می‌شود. برای محاسبه فرکانس ارتعاشات ورق ساندویچی از روش تفاضل مربعات دیفرانسیلی استفاده می‌شود. این روش عددی به کمک ضرایب وزنی نتایج مطلوب و نزدیک به حل دقیق را ارائه می‌دهد. یافته‌های این تحقیق اثر پارامتر تنظیم‌کننده ارتعاشات و خواص هندسی ورق کامپوزیتی را بر فرکانس ارتعاشات سازه نشان می‌دهد. نتایج این پژوهش می‌تواند در صنایع دریایی، هوافضا و عمران مورد استفاده قرار گیرد.

کلیدواژه‌ها: ورق ساندویچی، پارامتر تنظیم‌کننده فرکانس، نانوکامپوزیت تقویت شده، مواد مگنتوستریکتیو، تئوری برشی مرتبه سوم

تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۶/۲۱

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۲/۳۱

*نویسنده مسئول: z.khoddami@mahallat.ac.ir

۱- مقدمه

مغناطش، تغییر شکل ظاهری در موادی است که تحت تأثیر یک میدان مغناطیسی خارجی قرار می‌گیرند. اثر مگنتوستریکتیو برای اولین بار در قرن نوزدهم به وسیله فیزیکدان انگلیسی جیمز ژول مورد بحث قرار گرفت^[1]. او یک نمونه از مواد فرومغناطیس را که تحت میدان مغناطیسی تغییر طول می‌دادند را مشاهده کرد. این تغییرات در راستای میدان مغناطیسی، نتیجه چرخش حوزه‌ای کوچک مغناطیسی است. این چرخش و نامنظم بودن حوزه‌ای مغناطیسی باعث می‌شود تا کرنش‌های داخلی در ساختار ماده پدید آید. همچنین میدان مغناطیسی قوی‌تر سبب می‌شود که حوزه‌ای مغناطیسی در جهت میدان مغناطیسی قرار گرفته و این فرایند تا زمانی که تمام حوزه‌ای مغناطیسی هم‌جهت شوند ادامه می‌یابد تا به حالت اشباع برسد. توسعه مواد مگنتوستریکتیو قدرتمند از سال ۱۹۶۰ به وسیله کلارک و دیگر محققان شروع شد. ترفنول- دی یک آلیاژ از خانواده لانتانیدها (تربیم، دیسپروزیوم در دمای بسیار پایین نزدیک به صفر مطلق) است که در سال ۱۹۷۰ توسط یک تیم تحقیقاتی به سرپرستی کلارک کشف شد. یکی از اولین کاربردهای آن عملکرد مناسب آن در حسگرها است^[2]. در مقایسه با دیگر مواد مگنتوستریکتیو، ترفنول- دی رفتار خوبی در کرنش‌ها و دمای کوری (Curie Point) بالا نشان داده است و در محدوده وسیعی از دما قابل استفاده است.

در سال ۲۰۰۹ و ۲۰۱۰، هانگ^[3, 4] پاسخ گذرای یک ورق مگنتوستریکتیو را مورد بررسی و تحلیل قرار داد. ورق او متشکل از ۳ لایه بود که لایه بالایی آن از جنس ترفنول- دی انتخاب شده

بود. او معادلات حرکت ورق مگنتوستریکتیو را با استفاده از تئوری برشی مرتبه اول در حضور میدان مغناطیسی عرضی استخراج نمود. او همچنین به پیروی از کارلی^[5] از یک سیستم کنترل پسخورد نیز استفاده کرد و پاسخ گذرا و خیز میانی ورق را با تغییر پارامترهایی مانند نسبت جانبی، بهره کنترلی و اثر برش در حضور بارهای حرارتی مورد بررسی قرار داد. در این مقاله نیز از روابط تنش- کرنش ارائه شده در مقالات هانگ برای مواد مگنتوستریکتیو استفاده شده است. در سال ۲۰۱۳، سونگ و همکاران^[6] اثر موج برشی تمام‌جهته ناشی از تکه‌ای مگنتوستریکتیو را بر یک ورق آلومینیومی به‌صورت عملی و تئوری بررسی کردند. تحقیق آنها تطابق خوب نتایج تئوری و عملی را نشان می‌داد. در این مقاله کوپلینگ مگنتومکانیکی به‌صورت خطی در نظر گرفته شده است؛ کاری که در مقاله حاضر نیز انجام شده است. در سال ۲۰۱۳، هانگ^[7] به بررسی پاسخ گذرا و ارتعاشات حرارتی ورق‌های مگنتوستریکتیو مدرج تابعی بدون در نظر گرفتن اثر برش پرداخت. او روابط تنش- کرنش حرارتی را با استفاده از توابع توانی برای مواد مدرج تابعی و میدان مغناطیسی عرضی، برای مواد مگنتوستریکتیو بازنویسی نمود. او همچنین از یک سیستم پسخورد برای کنترل رفتار لایه مگنتوستریکتیو و از توابع هارمونیک برای توزیع بار حرارتی بهره گرفت. نتایج او اثر بهره کنترل و ثابت سیملوله (به‌عنوان مولد میدان مغناطیسی) را بر کنترل ارتعاشات ورق به‌خوبی نشان داد. در این مقاله نیز روابط تنش- کرنش لایه‌های مگنتوستریکتیو مشابه مقاله هانگ بازنویسی شده است.

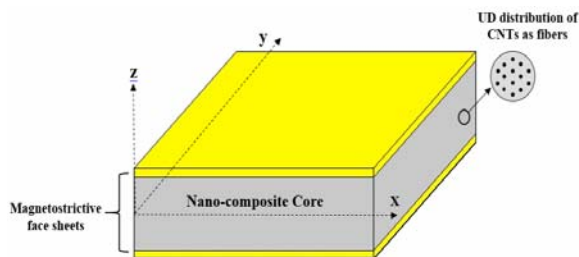
کامپوزیت‌ها یا مواد مرکب از جمله موادی هستند که در توسعه و کاربرد آنها متخصصین از رشته‌ای مختلف مثل متالورژی، سرامیک، پلیمر و غیره سهم بسزایی داشته‌اند. استفاده از کامپوزیت‌ها از اوایل ۱۹۴۰ میلادی شروع شد. در این سال برای اولین بار از الیاف شیشه برای تقویت پلاستیک‌های مصرفی در ساخت پوشش پلاستیکی آنتن رادار هواپیما استفاده شد. در پی آن اولین فایبرگلاس- پلاستیک در ۱۹۴۲ میلادی ساخته شد و در جنگ دوم جهانی کاربرد فراوانی پیدا کرد. امروزه علاوه بر صنایع هوافضا، کامپوزیت‌ها در صنایع شیمیایی، الکتریکی، اتومبیل‌سازی، اسلحه‌سازی و غیره کاربرد دارد. نانوالیاف کربنی به‌عنوان ماده تقویت‌کننده در پلیمرهای مختلف نظیر پلی‌پروپیلین، پلی‌کربنات، نایلون، پلی‌اتر سولفن و غیره استفاده می‌شوند. خواص نانوکامپوزیت‌های حاوی نانوالیاف کربنی نظیر چگالی پایین، انبساط حرارتی کم، مقاومت بالا در برابر شوک‌های حرارتی و استحکام بالا در دماهای بالا باعث شده که این نانوکامپوزیت‌ها در صنایع خودرو و هوا- فضا مورد توجه زیادی قرار گیرند. بسیاری از خواص نانوکامپوزیت‌های حاوی نانوالیاف به مراحل ساخت نانوکامپوزیت، خصوصیات نانوالیاف کربنی، نحوه توزیع نانوالیاف و چسبندگی آنها به زمینه ارتباط دارند^[8]. تحقیقات در زمینه توزیع نانولوله‌های کربنی در پلیمرها بسیار جدید است. نانولوله‌های کربنی به‌جز بهبود خواص فیزیکی و مکانیکی پلیمرها، باعث بهبود خواص حرارتی و الکتریکی رزین‌ها نیز می‌شوند. قطر نانولوله‌های کربنی که در نانوکامپوزیت‌ها استفاده می‌شوند، بین ۱ تا ۱۰۰ نانومتر و نسبت طول به قطر آنها بین ۱۰ تا ۱۰۰۰ است. در سال ۲۰۰۴، نومایر و همکاران^[9] ارتعاشات آزاد ورق‌های کامپوزیتی را با استفاده از روش دیفرانسیل محدود بررسی کردند. آنها در کار خود معادلات را برای شرایط مرزی مختلف حل نمودند و اثر نسبت عمق به فاصله، نسبت جانبی، زاویه و ترتیب چینش لایه‌ها را بر فرکانس طبیعی

نشان‌دهنده دقت خوب تئوری مرتبه سوم مورد استفاده در تحقیق حاضر است، ضمن آنکه در این مقاله بارهای عرضی هارمونیک نیز به ساندویچ اعمال شده‌اند که در کار حاضر نیز مورد استفاده قرار گرفته است. در سال ۲۰۰۸، لی و همکاران^[15] ارتعاشات ورق‌های ساندویچی از جنس مواد مدرج تابعی را بررسی کردند. ورق آنها با رویه‌هایی از جنس مواد مدرج تابعی و هسته همگن در شرایط مرزی مفصل و گیردار در نظر گرفته شده بود. معادلات حرکت به کمک تئوری خطی^۳ بعدی الاستیسیته استخراج و شرایط مرزی با حدس میدان جابجایی به صورت ضرب چندجمله‌ای‌های چپیشو در توابع مناسب ارضاء شد. نتایج حاصله از این تحقیق که به کمک روش ریتز حل شده بود با سایر تئوری‌های^۲ بعدی ورق مقایسه و اثر پارامترهایی چون نسبت ضخامت لایه‌ها، نسبت طول به ضخامت و نسبت جانبی ورق ساندویچی بر فرکانس طبیعی بررسی شد. در این مقاله تئوری‌های کلاسیک، برشی مرتبه اول، سوم و تئوری سینوسی مورد مقایسه قرار گرفتند؛ کاری که در مقاله حاضر برای ورق مگنتوستریکتیو انجام شده است. شرعیات^[16]، به تحلیل کماتش دینامیکی و ارتعاشات ورق‌های ساندویچی/کامپوزیتی ویسکوالاستیک پرداخت. در این تحقیق ورق ساندویچی ویسکوالاستیک تحت بارهای ترمو- مکانیکی قرار گرفت و در تئوری ورق ارائه شده، ارضاء شرط پیوستگی تنش‌های نرمال و برشی عرضی در فواصل میان لایه‌ای و شروط کشش سطحی غیرصفر در سطوح بالایی و پایینی نشان داده شد. همچنین تحلیل کماتش ریکلینگ ورق ساندویچی برای اولین بار در این مقاله صورت پذیرفت. نتایج حاصل از این تئوری و سایر مقالات تطابق خوبی را نشان می‌دهد. در این مقاله مدل ویسکوالاستیک به شکل عدد مختلط بازنویسی شده است که در تحقیق حاضر نیز مورد استفاده قرار می‌گیرد. نوس و همکاران^[17] تحلیل کماتش، ارتعاشات آزاد و استاتیکی ورق‌های مدرج تابعی ساندویچی و ایزوتروپ را مورد مطالعه قرار دادند. آنها معادلات حرکت را به کمک تئوری برشی مرتبه بالای شبه^۳ بعدی و اصل جابجایی مجازی استخراج کردند. خواص مواد در راستای ضخامت متغیر در نظر گرفته شده و اثر پارامترهایی همچون نسبت جانبی و بارهای داخل صفحه‌ای بر جابجایی و تنش‌های ورق مورد بررسی قرار گرفت و نتایج با تئوری کلاسیک، برشی مرتبه اول و سایر مقالات مقایسه شدند. در کار حاضر نیز همانند این مقاله، نیروهای داخل صفحه‌ای به ورق ساندویچی اعمال، ولی از تئوری برشی مرتبه سوم استفاده می‌شود. آمایی و همکاران^[18] ارتعاشات غیرخطی صفحات کامپوزیت لایه‌ای با شرایط مرزی مختلف را با استفاده از نظریه‌های مختلف غیرخطی مورد مطالعه قرار دادند. به طور خاص، نتایج عددی برای نظریه کلاسیک ون کارمن، نظریه تغییر شکل برشی مرتبه اول و تئوری مرتبه سوم مقایسه شدند. همچنین پاسخ غیرخطی به تحریک هارمونیک در مجاورت مد اصلی، مورد بررسی قرار گرفت. شرایط مرزی صفحات ساده و گیردار در نظر گرفته شدند. برای صفحات ضخیم (نسبت ضخامت ۰/۱)، قوی‌ترین رفتار غیرخطی برای صفحات گیردار مشاهده شد، در حالی که صفحات متحرک مورد تایید، آنهایی بودند که ضعیف‌ترین حالت غیرخطی بین^۳ شرط مرزی مختلف مورد مطالعه در این مقاله را داشتند. خورشیدی و فرهادی^[19]، ارتعاشات هیدرو استاتیک یک صفحه مستطیلی‌شکل در تماس با یک سیال را مورد بررسی قرار دادند. جابجایی عرضی مرطوب صفحه با مجموعه‌ای از توابع آزمایشی قابل قبول تقریب زده شد و نتایج حاصل از آن به فرم سری فوریه محدود شدند. برای سازگاری در طول سطح تماس بین ورق و

ورق مورد مطالعه قرار دادند. نتایج حاصل از این مقاله راهنمای خوبی برای بررسی روند تغییرات پارامترهای مختلف می‌باشد. ضمن آنکه به خوبی نشان می‌دهد، نمی‌توان از اثر تغییر شکل برشی و اینرسی چرخشی صرف نظر نمود؛ نکته‌ای که در مقاله حاضر نیز رعایت شده است. وانگ و شن^[10] ارتعاشات غیرخطی ورق‌های ساندویچی با لایه‌ای تقویت‌شده از نانولوله‌های کربنی را تحلیل و بررسی کردند. در این تحقیق دو رویه بالایی و پایینی ورق ساندویچی از جنس کامپوزیت تقویت‌شده انتخاب شده و کل سازه روی بستر الاستیک واقع شده است. خواص کامپوزیت تقویت‌شده در راستای ضخامت مدرج بوده و با استفاده از مدل میکرومکانیکی محاسبه شده‌اند. اثر حرارت بر لایه‌های کامپوزیتی و هسته همگن داخلی ورق ساندویچی نیز لحاظ شده است. اثر پارامترهایی مانند کسر حجمی نانولوله‌های کربنی، نسبت ضخامت ورق کامپوزیتی به هسته، اثر حرارت، سفتی محیط الاستیک و شرایط مرزی داخل صفحه‌ای بر ارتعاشات غیرخطی ورق ساندویچی ارزیابی شد. از تفاوت‌های اصلی کار حاضر با این مقاله استفاده از نانوکامپوزیت به عنوان هسته می‌باشد. ضمن آنکه از مواد هوشمند مغناطیسی نیز استفاده شده و به این دلیل معادلات ارتعاشاتی در مقاله حاضر حاوی عبارات میراکننده (مشقتات اول زمان) است. ناتاراجان و همکاران^[11] کاربرد تئوری ساختاری مرتبه بالا را بر خمش و ارتعاشات آزاد ورق‌های ساندویچی با رویه‌های کامپوزیتی تقویت‌شده با نانولوله‌های کربنی، مطالعه و بررسی کردند. تئوری آنها با در نظر گرفتن ممان‌های چرخشی و داخل صفحه‌ای، تغییرات واقعی از جابجایی در طول ضخامت و ناپیوستگی‌های موجود در شیب لایه‌ای رویین، به همراه اثر کشش بر جابجایی عرضی را محاسبه می‌کرد. همچنین آنها اثر کسر حجمی^۲ کربنی، نسبت ضخامت لایه کامپوزیتی به هسته و نسبت ضخامت کل ورق را بررسی کرده و نتایج کار خود را با مقالات مشابه مقایسه کردند. در این مقاله سعی شده است با ایجاد شرایط مشابه و برای حالاتی خاص، نتایج با مقاله ناتاراجان و همکاران مقایسه شود. نایک و همکاران^[12] به تحلیل ارتعاشات آزاد ورق‌های ساندویچی کامپوزیتی با استفاده از تئوری برشی مرتبه بالای ردی پرداختند. این تئوری برای تحلیل ورق‌های ساندویچی و کامپوزیت‌ها با لایه‌های غیرایزوتروپ، ایزوتروپ و ایزوتروپ مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این تحقیق، اثر پارامترهایی چون نسبت جانبی، نسبت ضخامت به طول، درجه ایزوتروپی، تعداد لایه‌ها و چیدمان آنها بر فرکانس طبیعی مورد مطالعه و تحلیل قرار گرفت. در کار حاضر نیز همانند مقاله فوق از تئوری برشی ردی در یک ساندویچ با ترکیب متفاوت و تحت بارگذاری‌های مختلف استفاده می‌شود. پرادپ و گانسان^[13] کماتش حرارتی و رفتار ارتعاشی ورق‌های ساندویچی ویسکوالاستیک را مورد بررسی و تحلیل قرار دادند. به کمک روش المان محدود اثر پارامترهای مختلف مانند شرایط مرزی، نسبت ضخامت لایه‌ها و مدهای ارتعاشی مختلف مورد بررسی قرار گرفتند. در کار حاضر نیز مشابه این مقاله از رابطه ویسکوالاستیک کلوین برای مدل‌سازی ماده ویسکوز استفاده شده است. فریرا و همکاران^[14] به تحلیل ارتعاشات و تغییر شکل استاتیکی ورق‌های ساندویچی و کامپوزیتی با استفاده از تئوری لایه‌ای و جداسازی به کمک پارامتر شکل بهینه پرداختند. لایه‌های کامپوزیت، ایزوتروپ در نظر گرفته شده و معادلات به کمک یک روش عددی جدید بر پایه توابع شعاعی حل شدند. نتایج این تئوری با تئوری الاستیسیته^۳ بعدی، تئوری کلاسیک، تئوری مرتبه اول و مراتب بالاتر، مقایسه و دقت آن مورد بررسی قرار گرفت. این مقاله

به منظور استخراج معادلات حرکت از روش انرژی بهره گرفته می شود. در این راستا انرژی کرنشی و جنبشی رویه ها و هسته به طور جداگانه محاسبه و انرژی کرنشی کل ساندویچ از مجموع آن حاصل می شود. فرضیات کلی به شرح زیر است:

- هسته و رویه ها به صورت یک جسم پیوسته در نظر گرفته شده و از تئوری های مکانیک محیط پیوسته استفاده می شود.
- روابط تنش-کرنش به صورت خطی فرض خواهد شد.
- از روش انرژی و اصل هامیلتون در شرایط مرزی مختلف جهت استخراج معادلات حرکت استفاده خواهد شد.
- از اثرات غیرخطی در رابطه تنش-کرنش که مربوط به مواد مگنتوستریکتیو است صرف نظر می شود.



شکل (۱) هندسه ورق ساندویچی

بدین ترتیب مراحل زیر برای رسیدن به معادلات حرکت دنبال می شود:

۲-۱- رویه های مگنتوستریکتیو

مواد مگنتوستریکتیو خاصیت دوجانه ای دارند، بدین معنی که در اثر اعمال میدان مغناطیسی تغییر شکل می دهند یا زمانی که دچار تغییر شکل می شوند، میدان مغناطیسی تولید می کنند. معادلات تنش-کرنش برای ماده مگنتوستریکتیو ایزوتروپ در رابطه (۱) نشان داده شده است. معادلات زیر، کوپلینگ مگنتو-مکانیکی موجود در این مواد را تأیید می کند [21, 22]:

(۱)

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{Q}_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & e_{31} \\ 0 & 0 & e_{32} \\ 0 & 0 & e_{36} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ H_z \end{bmatrix},$$

$$\bar{Q}_{11} = \frac{E_m}{(1-\nu^2)}; \quad \bar{Q}_{12} = \bar{Q}_{21} = \frac{\nu E_m}{(1-\nu^2)}; \\ \bar{Q}_{44} = \bar{Q}_{55} = \bar{Q}_{66} = \frac{E_m}{(1+\nu)},$$

که در آن ε_{ij} و σ_{ij} به ترتیب درایه های ماتریس تنش و کرنش هستند. همچنین $\bar{Q}_{ij}$ معرف درایه های ماتریس سفتی ماده است. همچنین ν, E_m مدول یانگ و نسبت پواسون ماده مگنتوستریکتیو هستند. e_{ij} معرف ضرایب کوپلینگ مگنتوستریکتیو هستند و به شکل زیر تعریف می شوند [23]:

$$\begin{aligned} e_{31} &= \tilde{e}_{31} \cos^2 \theta + \tilde{e}_{32} \sin^2 \theta, \\ e_{32} &= \tilde{e}_{31} \sin^2 \theta + \tilde{e}_{32} \cos^2 \theta, \\ e_{31} &= (\tilde{e}_{31} - \tilde{e}_{32}) \sin \theta \cos \theta, \end{aligned} \quad (2)$$

جایی که θ جهت مغناطش ماده را نشان می دهد و H_z معرف شدت میدان مغناطیسی است. چنانچه میدان مغناطیسی مورد نظر

سیال، فرکانس های طبیعی صفحه همراه با مایع لزج با استفاده از روش رایلی- ریتز محاسبه شدند. به کمک داده های عددی ارائه شده، تاثیر پارامترهای مختلف از جمله شرایط مرزی، نسبت ابعاد، نسبت ضخامت، جهت گیری الیاف، خواص مواد و ابعاد مخزن روی فرکانس های طبیعی صفحه بررسی شد و به تفصیل مورد بحث قرار گرفت. این کار همچنین در مقاله ای در سال ۲۰۱۳ توسط خورشیدی و بخششی [20] برای صفحه مستطیلی کامپوزیتی مدرج تابعی بسط داده شد.

تحلیل ارتعاشات ورق های ساندویچی مرکب از لایه های مگنتوستریکتیو و هسته کامپوزیتی کار نوینی است که تاکنون مشابه آن انجام نشده است. در این مقاله تلاش شده است تا با ارائه موضوعی جدید برگرفته از منابع معتبر، مسیری جدید و مطمئن در تحلیل و بررسی سازه های ساندویچی، پیش روی دانشجویان و محققین قرار گیرد. مقاله حاضر با به کارگیری مواد نوین زمینه را برای تحلیل و بررسی روی انواع خاص مواد به عنوان بخشی از یک سازه که در اینجا ورق ساندویچی است، فراهم می کند اعم از:

(۱) کنترل خواص با توجه به نیازها، مهم ترین مزیت مواد کامپوزیتی است. به طور کلی مواد کامپوزیتی به دلیل مقاومت مکانیکی بالا در برابر خوردگی، حرارت و بارگذاری در بسیاری از صنایع به کار برده می شوند.

(۲) در حقیقت ورق ساندویچی متشکل از رویه های مگنتوستریکتیو، سازه ای هوشمند است که با تغییر شدت میدان مغناطیسی می تواند فرکانس ارتعاشات را تنظیم نماید. چنین سازه ای می تواند معرف نسل جدیدی از حسگرهای مغناطیسی باشد که در بسیاری از سازه های مکانیکی کاربرد دارند.

از چنین سازه هایی می توان در صنایع نظامی، فضایی، دریایی، عمرانی و غیره بهره گرفت. فضاپیماها به واسطه سرعت زیاد در هنگام پرواز و ورود به جو نیاز به بدنه ای با استحکام بالا دارند. امروزه تحقیقات بر ساخت بدنه، بال و بالک فضاپیما از کامپوزیت های هیبریدی هوشمند آغاز شده است.

کامپوزیت های پلیمری به تنهایی استحکام لازم را دارند، اما خواص ارتعاشی مناسبی ندارند. لذا با ترکیب کردن آنها با ورق های مستحکم تر این مشکل برطرف می شود که کامپوزیت مطرح شده در این مقاله، علاوه بر خواص استحکامی مناسب، امکان شناسایی لرزش های تخریبی را در سازه فراهم می کند. با استفاده از این نوع ساندویچ ها در پره های توربین های غول پیکر، علاوه بر افزایش استحکام می توان به کمک لایه های هوشمند به کار رفته در آن، فرکانس ارتعاشات سیستم را تنظیم و از لرزش های مخرب جلوگیری کرد.

۲- ساختار ورق ساندویچی

یک سازه ساندویچی اعم از تیر یا ورق، متشکل از دو رویه نازک و مستحکم است که یک هسته نرم، انعطاف پذیر و نسبتاً ضخیم را در بر گرفته اند. رویه ها را معمولاً از ورق های نازک و مستحکم فلزی یا ورق های چندلایه کامپوزیتی می سازند. هسته ها نیز اغلب از پلیمرهای سبک فوم ها یا سازه های لانه زنبوری ساخته می شوند. آنچه در این مقاله مورد بررسی قرار می گیرد، یک سازه ساندویچی متشکل از ۲ لایه مگنتوستریکتیو در بالا و پایین و یک هسته مرکزی مانند شکل ۱ است. همانند عموم سازه های ساندویچی، ضخامت هسته به مراتب بزرگ تر از لایه ها در نظر گرفته می شود.

که در آن G, ν, E مدول یانگ، نسبت پواسون و مدول برشی الاستیک می‌باشند. زیرنویس‌های ۱ و ۲ جهات طولی و عرضی را نشان می‌دهند.

۱-۲-۱- معادل‌سازی خواص مکانیکی کامپوزیت با روش اختلاط
در این روش فرض می‌شود که نانولوله‌ها ($Index: CNT$) به‌صورت الیاف کوتاه و منظم در زمینه ($Index: m$) توزیع شده‌اند و خواص الاستیکی کامپوزیت، از قوانین ترکیبی کامپوزیت‌ها البته با تصحیح به‌دست می‌آیند [25].

$$\begin{aligned} E_{11} &= \eta_1 V_{CNT} E_{11}^{CNT} + V_m E^m, \\ \frac{\eta_2}{E_{22}} &= \frac{V_{CNT}}{E_{22}^{CNT}} + \frac{V_m}{E^m}, \\ \frac{\eta_3}{G_{33}} &= \frac{V_{CNT}}{G_{12}^{CNT}} + \frac{V_m}{G^m}, \end{aligned} \quad (5)$$

در روابط بالا $E_{11}^{CNT}, E_{22}^{CNT}, G_{12}^{CNT}$ به‌ترتیب مدول‌های یانگ در جهت طولی و عرضی و مدول برشی می‌باشند. همچنین E^m, G^m مربوط به ماتریس است. ضرایب $\eta_j (j=1,2,3)$ که به آنها پارامتر مؤثر نانولوله می‌گویند، از تطبیق مدول‌های الاستیکی حاصل از شبیه‌سازی دینامیک مولکولی (MD) [26] و نتایج عددی حاصل از قوانین ترکیب به‌دست می‌آید. V_{CNT} و V_m درصد حجمی نانولوله‌های کربنی و زمینه هستند. همچنین نسبت پواسون به شکل زیر تعریف می‌شود [27]:

$$\nu_{11} = V_{CNT} \nu_{12}^{CNT} + V_m \nu^m, \quad \nu_{21} = \nu_{12} \frac{E_2}{E_1} \quad (6)$$

جایی که ν_{12}^{CNT} و ν^m نسبت پواسون الیاف و زمینه هستند. لی و همکاران [27] بیان کردند که ضخامت مؤثر الیاف، نقش مهمی در تخمین خواص نانولوله‌های کربنی ایفا می‌کند. همچنین هان و لیوت [28] مقادیر دیگری را برای خواص الاستیک نانولوله‌های کربنی تک‌جداره با $h = 0.34 \text{ nm}$ ارائه کردند که در جدول ۱ گزارش شده است.

جدول ۱) خواص مکانیکی نانولوله‌های کربنی تک‌جداره ((SWCNTs (10,10) با $h = 0.34 \text{ nm}$ [27]

هان و لیوت [28]	$E_{11}^{CNT} \text{ (GPa)}$	E_{22}^{CNT}	G_{12}^{CNT}
SWCNTs (10, 10)	۶۰۰	۱۰	۱۷/۲

مقایسه نتایج حاصل از قانون اختلاط و دینامیک مولکولی، راه‌کاری است برای تخمین پارامترهای مؤثر نانولوله‌های کربنی چنانچه هان و لیوت [26] و گریبل و هاماکر [29] آنها را گزارش نمودند. پارامتر مؤثر نانولوله‌های کربنی در درصدهای مختلفی از الیاف، گزارش شده است که نمونه‌ای از آن را در جدول ۲ می‌توان یافت:

جدول ۲) ضریب تأثیر نانولوله‌های کربنی $V_{CNT} = 0.11, 0.14, 0.17$ [25, 29, 30]

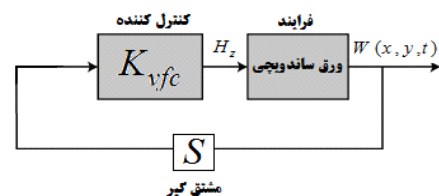
قانون اختلاط		V_{CNT}
η_2	η_1	
۰/۹۳۴	۰/۱۴۹	$V_{CNT} = 0.11$
۰/۹۴۱	۰/۱۵۰	$V_{CNT} = 0.14$
۱/۳۸۱	۰/۱۴۹	$V_{CNT} = 0.17$

شایان ذکر است که درصدهای حجمی مورد مطالعه قرار گرفته در جداول فوق، درصدهای به نسبت بالایی است و تولید چنین کامپوزیت‌هایی نیازمند هزینه‌های بسیار زیادی می‌باشد. ضمن آنکه برخی نتایج تجربی حاکی از آن است که به‌کارگیری درصدهای

توسط سیم‌لوله الکتریکی تولید شده باشد می‌توان از رابطه زیر برای بیان شدت میدان حاصله کمک گرفت [23]:

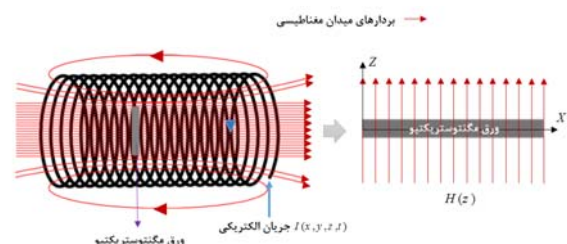
$$H_z = K_c I(x, y, t) = K_{vfc} \frac{\partial w(x, y, z, t)}{\partial t}, \quad (3)$$

در رابطه فوق K_c و $I(x, y, t)$ ثابت سیم‌لوله و جریان الکتریکی عبوری از سیم‌لوله هستند. پارامتر K_{vfc} را با هم، بهره بازگشت سرعت در یک حلقه کنترلی ساده مشابه شکل ۲ معرفی می‌کنند. مقدار این بهره در مقاله، مطابق با مراجع [7, 21] ثابت در نظر گرفته شده و نقش تنظیم‌کنندگی دارد.



شکل ۲) حلقه کنترلی

شکل ۳ میدان حاصله از سیم‌لوله و موقعیت ورق را داخل میدان مغناطیسی نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل مشخص شده است با عبور جریان الکتریکی از داخل سیم‌لوله مطابق با قانون دست راست راست میدان مغناطیسی داخل و خارج سیم‌لوله تولید می‌شود. خطوط میدان مغناطیسی در نواحی مرکزی سیم‌لوله یکنواخت است. بنابراین میدان میانی سیم‌لوله به‌عنوان یک میدان یکنواخت تک‌جهته مورد استفاده قرار می‌گیرد.



شکل ۳) نمایش ورق مگنتوستریکتیو در میدان مغناطیسی تک‌جهته

۲-۲- هسته کامپوزیتی تقویت‌شده با الیاف نانو

هسته کامپوزیتی به‌صورت یک ماده الاستیک ارتوتروپ در نظر گرفته می‌شود که ضرایب سفتی الاستیک، ترکیبی از خواص مکانیکی الیاف و زمینه هستند. رابطه تنش- کرنش برای ماده الاستیک ارتوتروپ به شکل زیر بازنویسی می‌شود [24]:

(۴)

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{C}_{11} & \bar{C}_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \bar{C}_{21} & \bar{C}_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{C}_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{C}_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{C}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{xy} \end{bmatrix},$$

$$[\bar{C}] = \begin{bmatrix} \frac{E_1}{1-\nu_1\nu_2} & \frac{\nu_2 E_1}{1-\nu_1\nu_2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu_2 E_1}{1-\nu_1\nu_2} & \frac{E_2}{1-\nu_1\nu_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{G_{23}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{G_{13}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{G_{12}}{2} \end{bmatrix},$$

حجمی بالا ممکن است روند نتایج را تغییر داده و باعث افت استحکام کامپوزیت گردد.

۳- تئوری تغییر شکل برشی مرتبه سوم

تاکنون تئوری‌های متعددی در زمینه ورق‌ها ارائه گردیده و در تحلیل‌های مختلف از جمله ارتعاشات و کمانش مورد استفاده قرار گرفته است. تئوری‌های اولیه بر پایه فرضیات بسیار ساده و حذف اثر تعدادی از عوامل استوار بوده است. اما تئوری‌های بعدی به تدریج عوامل بیشتری را در نظر گرفته و از دقت بالاتری برخوردار هستند. کلیه تئوری‌های ورق و پوسته بر پایه یک فرض سینماتیک برای جابجایی‌ها یا همان تغییر شکل‌های جسم در ۳ بعد استوار است. به طور کلی تئوری‌های ورق و پوسته کامپوزیتی را می‌توان به دو دسته تقسیم نمود: ۱- تئوری‌های تک‌لایه معادل (تئوری کلاسیک ورق‌های چندلایه، تئوری‌های تغییر شکل برشی چندلایه)، ۲- تئوری الاستیسیته ۳ بعدی (تئوری عمومی الاستیسیته ۳ بعدی، تئوری لایه‌ای). باید توجه داشت که تئوری‌های تک‌لایه معادل، مجموعه لایه‌های کامپوزیتی را به صورت یک تک‌لایه معادل فرض نموده و روابط سینماتیکی جابجایی را برای آن در نظر می‌گیرد. این نوع تئوری‌ها، مسئله ۳ بعدی را به یک مسئله ۲ بعدی تبدیل می‌نمایند. در مقابل تئوری‌های ۳ بعدی هستند که هر لایه را به صورت یک جسم ۳ بعدی جداگانه فرض می‌نمایند. در این مقاله تئوری برشی مرتبه سوم برای ورق ساندویچی مذکور مورد استفاده قرار می‌گیرد. میدان جابجایی زیر برای تئوری برشی مرتبه سوم یا تئوری ردی پیشنهاد می‌شود [12]:

(۷)

$$\begin{aligned}\bar{U}(x, y, z, t) &= u_0(x, y, t) + z\theta_1(x, y, t) - \frac{4z^3}{3h^2}\left(\theta_1(x, y, t) + \frac{\partial}{\partial x}w_0(x, y, t)\right), \\ \bar{V}(x, y, z, t) &= v_0(x, y, t) + z\theta_2(x, y, t) - \frac{4z^3}{3h^2}\left(\theta_2(x, y, t) + \frac{\partial}{\partial y}w_0(x, y, t)\right), \\ \bar{W}(x, y, z, t) &= w_0(x, y, t),\end{aligned}$$

جایی که $u_0(x, y, t), v_0(x, y, t), w_0(x, y, t)$ معرف توابع جابجایی در جهات (x, y, t) و $\theta_1(x, y, t), \theta_2(x, y, t)$ چرخش‌ها حول محوره‌های (x, y) هستند. میدان کرنش خطی برای ورق به کمک قانون هوک به صورت زیر تعریف می‌شود:

(۸)

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xx} &= \frac{\partial}{\partial x}u_0(x, y, t) + z\frac{\partial}{\partial x}\theta_1(x, y, t) - \frac{4z^3}{3h^2}\left(\frac{\partial}{\partial x}\theta_1(x, y, t) + \frac{\partial^2}{\partial x^2}w_0(x, y, t)\right) \\ \varepsilon_{yy} &= \frac{\partial}{\partial y}v_0(x, y, t) + z\frac{\partial}{\partial y}\theta_2(x, y, t) - \frac{4z^3}{3h^2}\left(\frac{\partial}{\partial y}\theta_2(x, y, t) + \frac{\partial^2}{\partial y^2}w_0(x, y, t)\right) \\ \varepsilon_{zz} &= 0,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xy} &= \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x}v_0(x, y, t) + \frac{1}{2}z\frac{\partial}{\partial x}\theta_2(x, y, t) - \frac{2z^3}{3h^2}\left(\frac{\partial}{\partial x}\theta_2(x, y, t) + \frac{\partial^2}{\partial x\partial y}w_0(x, y, t)\right) \\ &+ \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial y}u_0(x, y, t) + \frac{1}{2}z\frac{\partial}{\partial y}\theta_1(x, y, t) - \frac{2z^3}{3h^2}\left(\frac{\partial}{\partial y}\theta_1(x, y, t) + \frac{\partial^2}{\partial x\partial y}w_0(x, y, t)\right),\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xz} &= \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x}w_0(x, y, t) + \frac{1}{2}\theta_1(x, y, t) - 2\frac{z^2}{h^2}\left(\theta_1(x, y, t) + \frac{\partial}{\partial x}w_0(x, y, t)\right), \\ \varepsilon_{yz} &= \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial y}w_0(x, y, t) + \frac{1}{2}\theta_2(x, y, t) - 2\frac{z^2}{h^2}\left(\theta_2(x, y, t) + \frac{\partial}{\partial y}w_0(x, y, t)\right),\end{aligned}$$

۴- استخراج معادلات حرکت با روش انرژی

انرژی کرنشی یک محیط همسان گرد ۳ بعدی در دستگاه مختصات متعامد به عبارت زیر بیان می‌شود [31]:

(۹)

$$\begin{aligned}U &= \frac{1}{2}\int_V (\sigma_{xx}\varepsilon_{xx} + \sigma_{yy}\varepsilon_{yy} + \tau_{xy}\gamma_{xy} + \tau_{xz}\gamma_{xz} + \tau_{yz}\gamma_{yz})dV, \\ U_{sandwich} &= U_{Core} + U_{Face\ sheet}^{Bottom} + U_{Face\ sheet}^{Top} = \\ &\frac{1}{2}\int_{-\frac{h_c}{2}}^{\frac{h_c}{2}}\int_0^b\int_0^a(\sigma_{ij}\varepsilon_{ij} + \tau_{ij}\gamma_{ij})_{Core}dxdydz + \\ &\frac{1}{2}\int_{-\frac{h_c}{2}}^{\frac{h_c}{2}}\int_0^b\int_0^a(\sigma_{ij}\varepsilon_{ij} + \tau_{ij}\gamma_{ij})_{Face\ sheet}^{Bottom}dxdydz + \\ &\frac{1}{2}\int_{\frac{h_c}{2}}^{\frac{h_c}{2}+h_m}\int_0^b\int_0^a(\sigma_{ij}\varepsilon_{ij} + \tau_{ij}\gamma_{ij})_{Face\ sheet}^{Top}dxdydz,\end{aligned}$$

با جای‌گذاری روابط (۴-۳) تا (۴-۵) در رابطه (۹)، انرژی کرنشی برحسب جابجایی در ۳ راستای مختلف و چرخش‌ها به دست می‌آید. از آنجا که ساندویچ از دو رویه مگنتوستریکتیو تشکیل شده است، انرژی کرنشی هر کدام به طور جداگانه محاسبه و با یکدیگر جمع می‌شوند.

انرژی جنبشی یکی از صورت‌های مختلف انرژی است و به صورت نصف حاصل ضرب جرم در مجذور سرعت جسم تعریف می‌شود [31]:

(۱۰)

$$K_{Face\ sheet} = \frac{1}{2}(\rho_c h_c + \rho_m h_m)\left(\int_0^b\int_0^a[(V_x)^2 + (V_y)^2 + (V_z)^2]dxdy\right),$$

که در آن V_x, V_y, V_z معرف تغییرات جابجایی در حوزه زمان در راستای (x, y, z) است. با توجه به میدان جابجایی ساندویچ در رابطه (۷):

$$V_x = \frac{\partial \bar{U}}{\partial t}, V_y = \frac{\partial \bar{V}}{\partial t}, V_z = \frac{\partial \bar{W}}{\partial t}$$

از روش انرژی به دلیل جامعیت آن بهره گرفته می‌شود. در روش انرژی، لاگرانژ به شکل زیر تعریف می‌شود [31]:

$$L = U - (K + \Omega) \quad (۱۱)$$

که در آن (Ω, K, U) به ترتیب انرژی کرنشی، انرژی جنبشی و انرژی ناشی از بار خارجی است. معادلات حرکت را می‌توان با استفاده از اصل هامیلتون برای ورق ساندویچی، به شکل زیر به دست آورد [31]:

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta L dt = \int_{t_1}^{t_2} [\delta U - (\delta K + \delta \Omega)] = 0 \quad (۱۲)$$

که در آن $\delta U, \delta K, \delta \Omega$ تغییرات انرژی کرنشی، جنبشی و کار خارجی هستند. با جای‌گذاری روابط (۹) و (۱۰) در رابطه (۱۲) و با استفاده از عبارات بی‌بعد زیر:

(۱۳)

$$(\zeta, \eta) = \left(\frac{x}{a}, \frac{y}{b}\right), (U, V, W) = \left(\frac{u_0}{a}, \frac{v_0}{b}, \frac{w_0}{h_m}\right), \gamma = \frac{a}{b},$$

$$\begin{aligned}
 Q_{55}\alpha_m \frac{d\theta_1}{d\zeta} + \frac{16}{9}Q_{21}Ib6\alpha_m\beta_m^2 \frac{d^3\theta_1}{d\eta^2 d\zeta} - \\
 \frac{4}{3}Q_{12}Ib4\alpha_m\beta_m^2 \frac{d^3\theta_1}{d\eta^2 d\zeta} + \frac{32}{9}Q_{44}Ib6\alpha_m\beta_m^2 \frac{d^3\theta_1}{d\eta^2 d\zeta} - \\
 \frac{4}{3}Q_{21}Ib4\alpha_m\beta_m^2 \frac{d^3\theta_1}{d\eta^2 d\zeta} + \frac{16}{9}Q_{12}Ib6\alpha_m\beta_m^2 \frac{d^3\theta_1}{d\eta^2 d\zeta} - \\
 \frac{8}{3}Q_{44}Ib4\alpha_m\beta_m^2 \frac{d^3\theta_1}{d\eta^2 d\zeta} + \frac{8}{3}Q_{44}Ib6\beta_m\alpha_m^2 \frac{d^3\theta_2}{d\zeta^2 d\eta} - \\
 \frac{4}{3}Q_{21}Ib4\beta_m\alpha_m^2 \frac{d^3\theta_2}{d\zeta^2 d\eta} - \frac{4}{3}Q_{12}Ib4\beta_m\alpha_m^2 \frac{d^3\theta_2}{d\zeta^2 d\eta} - \\
 \frac{8}{3}Q_{44}Ib4\beta_m\alpha_m^2 \frac{d^3\theta_2}{d\zeta^2 d\eta} + \frac{16}{9}Q_{21}Ib6\beta_m\alpha_m^2 \frac{d^3\theta_2}{d\zeta^2 d\eta} + \\
 \frac{16}{9}Q_{12}Ib6\beta_m\alpha_m^2 \frac{d^3\theta_2}{d\zeta^2 d\eta} + \frac{64}{9}Q_{44}Ib6\beta_m^2 \alpha_m^2 \frac{d^4 W}{d\zeta^2 d\eta^2} + \\
 \frac{32}{9}Q_{12}Ib6\beta_m^2 \alpha_m^2 \frac{d^4 W}{d\zeta^2 d\eta^2} + \frac{32}{9}Q_{21}Ib6\beta_m^2 \alpha_m^2 \frac{d^4 W}{d\zeta^2 d\eta^2})_{sheet}
 \end{aligned}
 \quad (۱۷)$$

$$\begin{aligned}
 \delta\theta_1 = \delta\theta_{1Core} + \delta\theta_{1sheet} = \left(\frac{23}{30}C_{55}\delta\theta_1 + \right. \\
 \frac{2}{315}C_{12}\delta\beta^2\alpha \frac{d^3 W}{d\zeta d\eta^2} + \frac{4}{315}C_{44}\delta\beta^2\alpha \frac{d^3 W}{d\zeta d\eta^2} + \\
 \frac{2}{315}C_{21}\delta\beta^2\alpha \frac{d^3 W}{d\zeta d\eta^2} - \frac{17}{630}C_{12}\delta\beta\alpha \frac{d^2\theta_2}{d\zeta d\eta} - \frac{17}{630}C_{44}\delta\beta\alpha \frac{d^2\theta_2}{d\zeta d\eta} + \\
 \frac{4}{315}C_{11}\delta\alpha^3 \frac{d^3 W}{d\zeta^3} - \frac{17}{630}C_{21}\delta\beta\alpha \frac{d^2\theta_2}{d\zeta d\eta} + \frac{4}{15}C_{55}\delta\alpha \frac{dW}{d\zeta} - \\
 \frac{17}{630}C_{44}\delta\beta^2 \frac{d^2\theta_1}{d\eta^2} - \frac{17}{315}C_{11}\delta\alpha^2 \frac{d^2\theta_1}{d\zeta^2} + \frac{17}{315}\delta\alpha^2\epsilon \frac{d^2\theta_1}{d\tau^2} - \\
 \left.\frac{4}{315}\delta\alpha^3\epsilon \frac{d^3 W}{d\zeta d\tau^2}\right)_{Core} + (Q_{55}\theta_1 - \frac{32}{9}Q_{11}Ib6\alpha_m^3 \frac{d^3 W}{d\zeta^3} - \\
 8Q_{55}Ib2\alpha_m \frac{dW}{d\zeta} + 16Q_{55}Ib4\alpha_m \frac{dW}{d\zeta} + \frac{8}{9}Q_{44}Ib4\beta_m^2 \frac{d^2\theta_1}{d\eta^2} - \\
 \frac{16}{9}Q_{44}Ib6\beta_m^2 \frac{d^2\theta_1}{d\eta^2} + \frac{16}{3}Q_{11}Ib4\alpha_m^2 \frac{d^2\theta_1}{d\zeta^2} - \\
 \frac{32}{9}Q_{11}Ib6\alpha_m^2 \frac{d^2\theta_1}{d\zeta^2} - Q_{44}Ib2\beta_m^2 \frac{d^2\theta_1}{d\eta^2} - \\
 2Q_{11}Ib2\beta_m^2 \frac{d^2\theta_1}{d\zeta^2} + \frac{8}{3}Q_{11}Ib4\alpha_m^3 \frac{d^3 W}{d\zeta^3} + \\
 \frac{4}{3}Q_{21}Ib4\alpha_m\beta_m^2 \frac{d^3 W}{d\eta^2 d\zeta} + \frac{4}{3}Q_{12}Ib4\alpha_m\beta_m^2 \frac{d^3 W}{d\eta^2 d\zeta} - \\
 \frac{32}{9}Q_{44}Ib6\alpha_m\beta_m^2 \frac{d^3 W}{d\eta^2 d\zeta} - \frac{16}{9}Q_{21}Ib6\alpha_m\beta_m^2 \frac{d^3 W}{d\eta^2 d\zeta} - \\
 \frac{16}{9}Q_{12}Ib6\alpha_m\beta_m^2 \frac{d^3 W}{d\eta^2 d\zeta} + \frac{8}{3}Q_{44}Ib4\alpha_m\beta_m^2 \frac{d^3 W}{d\eta^2 d\zeta} - \\
 Q_{21}Ib2\alpha_m\beta_m \frac{d^2\theta_2}{d\zeta d\eta} + \frac{8}{3}Q_{21}Ib4\alpha_m\beta_m \frac{d^2\theta_2}{d\zeta d\eta} - \\
 \frac{16}{9}Q_{21}Ib6\alpha_m\beta_m \frac{d^2\theta_2}{d\zeta d\eta} - \frac{16}{9}Q_{44}Ib6\alpha_m\beta_m \frac{d^2\theta_2}{d\zeta d\eta} - \\
 \frac{16}{9}Q_{21}Ib6\alpha_m\beta_m \frac{d^2\theta_2}{d\zeta d\eta} + \frac{8}{3}Q_{44}Ib4\alpha_m\beta_m \frac{d^2\theta_2}{d\zeta d\eta} + \\
 \frac{8}{3}Q_{21}Ib4\alpha_m\beta_m \frac{d^2\theta_2}{d\zeta d\eta} - Q_{21}Ib2\alpha_m\beta_m \frac{d^2\theta_2}{d\zeta d\eta} - \\
 Q_{44}Ib2\alpha_m\beta_m \frac{d^2\theta_2}{d\zeta d\eta} + \frac{32}{9}Ib6\alpha_m^2 \frac{d^2\theta_1}{d\tau^2} + 2Ib2\alpha_m^2 \frac{d^2\theta_1}{d\tau^2} + \\
 \frac{32}{9}Ib6\alpha_m^3 \frac{d^2\theta_1}{d\tau^2 d\zeta} - 8Q_{55}Ib2\theta_1 + 16Q_{55}Ib4\theta_1 - \\
 \frac{16}{3}Ib4\alpha_m^2 \frac{d^2\theta_1}{d\tau^2} - \frac{8}{3}Ib4\alpha_m^3 \frac{d^3 W}{d\tau^2 d\zeta} + Q_{55}\alpha_m \frac{dW}{d\zeta})_{sheet}
 \end{aligned}
 \quad (۱۸)$$

$$\begin{aligned}
 \delta\theta_2 = \delta\theta_{2Core} + \delta\theta_{2sheet} = \left(\frac{4}{15}C_{66}\delta\theta_2 + \right. \\
 \frac{2}{315}C_{12}\delta\alpha^2\beta \frac{d^3 W}{d\zeta^2 d\eta} + \frac{2}{315}C_{21}\delta\alpha^2\beta \frac{d^3 W}{d\zeta^2 d\eta} - \\
 \frac{17}{630}C_{12}\delta\alpha\beta \frac{d^2\theta_1}{d\zeta d\eta} - \frac{17}{630}C_{44}\delta\alpha^2 \frac{d^2\theta_2}{d\zeta^2} - \frac{17}{315}C_{22}\delta\beta^2 \frac{d^2\theta_2}{d\eta^2} + \\
 \left.\frac{17}{315}\delta\alpha^2\epsilon \frac{d^2\theta_2}{d\tau^2} - \frac{4}{315}\delta\alpha^2\epsilon \frac{d^3 W}{d\zeta d\tau^2}\right)_{Core} + (Q_{66}\theta_2 + \\
 Q_{66}\beta_m \frac{dW}{d\eta} + 16Q_{66}Ib4\theta_2 + 2Ib2\alpha_m^2 \frac{d^2\theta_2}{d\tau^2} + \\
 \frac{4}{3}Q_{12}Ib4\beta_m\alpha_m^2 \frac{d^3 W}{d\zeta^2 d\eta} - \frac{32}{9}Q_{44}Ib6\beta_m\alpha_m^2 \frac{d^3 W}{d\zeta^2 d\eta} +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Q_{ij} = \frac{\bar{Q}_{ij}}{E_m}, C_{ij} = \frac{\bar{C}_{ij}}{E_m}, \delta = \frac{h_c}{h_m}, (\alpha_m, \beta_m) = \left(\frac{h_m}{a}, \frac{h_m}{b}\right), \\
 (\alpha_c, \beta_c) = \left(\frac{h_c}{a}, \frac{h_c}{b}\right), G_{ij} = \frac{e_{ij}K_{vfc}}{\sqrt{E_m\rho_m}}, \tau = \frac{t}{a} \sqrt{\frac{E_m}{\rho_m}}, \\
 \epsilon = \frac{E_c}{E_m}, Ibi = \frac{li}{h_m^{i+1}} \quad (i = 2, 4, 6).
 \end{aligned}$$

معادلات حرکت به کمک اصل هامیلتون و با جداسازی ضرایب $\delta\phi_y, \delta\phi_x, \delta W, \delta V, \delta U$ زیر استخراج می‌شوند.

$$\begin{aligned}
 \delta U = \delta U_{Core} + \delta U_{sheet} = (-1/2 C_{44}\beta\gamma \frac{d^2 U}{d\eta^2} - \\
 C_{11}\alpha \frac{d^2 U}{d\zeta^2} - 1/2 C_{44}\alpha \frac{d^2 V}{d\zeta d\eta} - 1/2 C_{21}\alpha \frac{d^2 V}{d\zeta d\eta} - 1/2 C_{12}\alpha \frac{d^2 V}{d\zeta d\eta} + \\
 \alpha \in \frac{d^2 U}{d\tau^2})_{Core} + (-2Q_{11}\alpha_m \frac{d^2 U}{d\zeta^2} - Q_{44}\gamma\beta_m \frac{d^2 U}{d\eta^2} + \\
 G_{31}\alpha_m^2 \frac{d^2 W}{d\zeta d\tau} - Q_{44}\alpha_m \frac{d^2 V}{d\zeta d\eta} - Q_{12}\alpha_m \frac{d^2 V}{d\zeta d\eta} - Q_{21}\alpha_m \frac{d^2 V}{d\zeta d\eta} + \\
 2\alpha_m \frac{d^2 U}{d\tau^2})_{sheet},
 \end{aligned}
 \quad (۱۹)$$

$$\begin{aligned}
 \delta V = \delta V_{Core} + \delta V_{sheet} = (-1/2\gamma\alpha C_{44} \frac{d^2 V}{d\zeta^2} - \\
 C_{22}\beta \frac{d^2 V}{d\eta^2} - 1/2 C_{44}\beta \frac{d^2 U}{d\zeta d\eta} - 1/2 C_{21}\beta \frac{d^2 U}{d\zeta d\eta} - 1/2 C_{12}\beta \frac{d^2 U}{d\zeta d\eta} + \\
 \alpha/\gamma \in \frac{d^2 V}{d\tau^2})_{Core} + (-2Q_{22}\beta_m \frac{d^2 V}{d\eta^2} - Q_{44}/\gamma \alpha_m \frac{d^2 V}{d\zeta^2} + \\
 G_{32}\alpha_m\beta_m \frac{d^2 W}{d\eta d\tau} - Q_{44}\beta_m \frac{d^2 U}{d\zeta d\eta} - Q_{12}\beta_m \frac{d^2 U}{d\zeta d\eta} - \\
 Q_{21}\beta_m \frac{d^2 U}{d\zeta d\eta} + 2\alpha_m/\gamma \frac{d^2 V}{d\tau^2})_{sheet},
 \end{aligned}
 \quad (۱۹)$$

$$\begin{aligned}
 \delta W = \delta W_{Core} + \delta W_{sheet} = \left(-\frac{4}{15}C_{55}\alpha^2 \frac{d^2 W}{d\zeta^2} - \right. \\
 \frac{4}{15}C_{66}\beta^2 \frac{d^2 W}{d\eta^2} - \frac{2}{315}C_{12}\alpha^2\beta \frac{d^3\theta_2}{d\eta d\zeta^2} - \frac{2}{315}C_{21}\alpha^2\beta \frac{d^3\theta_2}{d\eta d\zeta^2} - \\
 \frac{4}{315}C_{44}\beta^2\alpha \frac{d^3\theta_1}{d\eta^2 d\zeta} - \frac{2}{315}C_{21}\beta^2\alpha \frac{d^3\theta_1}{d\eta^2 d\zeta} - \frac{4}{315}C_{22}\beta^3 \frac{d^3\theta_2}{d\eta^3} - \\
 \frac{4}{315}C_{11}\alpha^3 \frac{d^3\theta_1}{d\zeta^3} - \frac{4}{315}C_{44}\alpha^2\beta \frac{d^3\theta_2}{d\eta d\zeta^2} - \frac{4}{15}C_{55}\alpha \frac{d\theta_1}{d\zeta} - \\
 \frac{2}{315}C_{12}\beta^2\alpha \frac{d^3\theta_1}{d\eta^2 d\zeta} - \frac{1}{2}C_{66}\beta \frac{d\theta_2}{d\eta} + \frac{7}{30}C_{66}\alpha \frac{d\theta_2}{d\eta} - \\
 \frac{1}{252}C_{22}\beta^4 \frac{d^4 W}{d\eta^4} + \frac{1}{126}C_{44}\beta^2\alpha^2 \frac{d^4 W}{d\eta^2 d\zeta^2} + \frac{1}{252}C_{11}\alpha^4 \frac{d^4 W}{d\zeta^4} + \\
 \frac{1}{252}C_{12}\beta^2\alpha^2 \frac{d^4 W}{d\eta^2 d\zeta^2} + \frac{1}{252}C_{21}\beta^2\alpha^2 \frac{d^4 W}{d\eta^2 d\zeta^2} + \frac{4}{315}\epsilon\alpha^3 \frac{d^3\theta_1}{d\tau^2 d\zeta} - \\
 \frac{1}{252}\epsilon\alpha^4 \frac{d^4 W}{d\tau^2 d\zeta^2} + \frac{4}{315}\alpha^2\beta\epsilon \frac{d^3\theta_2}{d\tau^2 d\eta} - \frac{1}{252}\alpha^2\beta^2\epsilon \frac{d^4 W}{d\tau^2 d\eta^2} + \\
 \left.\alpha^2\epsilon \frac{d^2 W}{d\tau^2}\right)_{Core} + \left(\frac{32}{9}Q_{22}Ib6\beta_m^4 \frac{d^4 W}{d\eta^4} + \right. \\
 \frac{32}{9}Q_{11}Ib6\alpha_m^4 \frac{d^4 W}{d\zeta^4} + 8Q_{55}Ib2\alpha_m^2 \frac{d^2 W}{d\zeta^2} - \\
 16Q_{66}Ib4\beta_m^2 \frac{d^2 W}{d\eta^2} + 8Q_{66}Ib2\beta_m^2 \frac{d^2 W}{d\eta^2} - \\
 16Q_{55}Ib4\alpha_m^2 \frac{d^2 W}{d\zeta^2} - \frac{32}{9}Ib6\alpha_m^2\beta_m^2 \frac{d^4 W}{d\tau^2 d\eta^2} - \\
 \frac{8}{3}Q_{11}Ib4\alpha_m^3 \frac{d^3\theta_1}{d\zeta^3} + \frac{32}{9}Q_{11}Ib6\alpha_m^3 \frac{d^3\theta_1}{d\zeta^3} - \\
 16Q_{55}Ib4\alpha_m \frac{d\theta_1}{d\zeta} + 8Q_{55}Ib2\alpha_m \frac{d\theta_1}{d\zeta} - \frac{8}{3}Q_{22}Ib4\beta_m^3 \frac{d^3\theta_2}{d\eta^3} + \\
 \frac{32}{9}Q_{22}Ib6\beta_m^3 \frac{d^3\theta_2}{d\eta^3} + \frac{8}{3}Ib4\beta_m\alpha_m^2 \frac{d^2\theta_2}{d\tau^2 d\eta} + \\
 \frac{32}{9}Ib6\beta_m\alpha_m^2 \frac{d^2\theta_2}{d\tau^2 d\eta} - 16Q_{66}Ib4\beta_m \frac{d\theta_2}{d\eta} + 8Q_{66}Ib2\beta_m \frac{d\theta_2}{d\eta} + \\
 2\alpha_m^2 \frac{d^2 W}{d\tau^2} + G_{31}\alpha_m \frac{d^2 U}{d\zeta d\tau} + G_{32}\alpha_m \frac{d^2 V}{d\eta d\tau} - Q_{55}\alpha_m^2 \frac{d^2 W}{d\zeta^2} + \\
 c_{ba}\alpha_m \frac{dW}{d\tau} + \frac{8}{3}Ib4\alpha_m^3 \frac{d^3\theta_1}{d\tau^2 d\zeta} - \frac{32}{9}Ib6\alpha_m^4 \frac{d^4 W}{d\tau^2 d\zeta^2} - \\
 Q_{66}\beta_m^2 \frac{d^2 W}{d\eta^2} - \frac{32}{9}Ib6\alpha_m^3 \frac{d^3\theta_1}{d\tau^2 d\zeta} - Q_{66}\beta_m \frac{d\theta_2}{d\eta} -
 \end{aligned}$$

چند جمله‌های چبیشو در حل مسائل مهندسی زیاد استفاده می‌شوند و نتایج خوبی به بار می‌آورند. این فاصله گذار به صورت زیر بیان می‌گردد [32]:

$$X_i = \frac{L_x}{2} \left[1 - \cos \left(\frac{i-1}{N_x-1} \pi \right) \right] \quad i = 1, \dots, N_x \quad (23)$$

$$Y_i = \frac{L_y}{2} \left[1 - \cos \left(\frac{i-1}{N_y-1} \pi \right) \right] \quad i = 1, \dots, N_y$$

در عبارات فوق L_x, L_y معرف طول و عرض ورق و N_x و N_y بیان‌کننده تعداد گره‌ها در راستاهای x و y می‌باشند. در روش تفاضل مربعات دیفرانسیلی، معادلاتی که در هر مرحله به کمک اصل هامیلتون به دست آمده‌اند به شکل زیر بازنویسی می‌شوند، [32]:

$$[M]\{\ddot{y}\} + [D]\{\dot{y}\} + [K]\{y\} = 0 \quad (24)$$

که در آن $[M]$ ، $[D]$ و $[K]$ به ترتیب ماتریس‌های مربوط به جرم، میرایی و سختی و $\{y\}$ معرف بردار جابجایی هستند. حل عمومی معادله (24) به صورت زیر است:

$$y = \bar{y} e^{\omega t} \quad (25)$$

که در آن ω فرکانس مختلط سیستم است $(\omega = Re(\omega) + iIm(\omega))$ با جای‌گذاری رابطه (25) در معادله (24)، معادلات زیر حاصل می‌شود:

$$(26)$$

$$([M]\omega^2 + [D]\omega + [K])\{\bar{y}\} = 0 \mapsto \omega^2([M]_b\{y\}_b + [M]_a\{y\}_a) + \omega([D]_b\{y\}_b + [D]_a\{y\}_a) + ([K]_b\{y\}_b + [K]_a\{y\}_a) = 0$$

و معادله شروط مرزی، به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$(27)$$

$$[B]\{y\} = 0 \mapsto [B]_b\{y\}_b + [B]_a\{y\}_a = 0 \mapsto \{y\}_b = -[B]_b^{-1}[B]_a\{y\}_a$$

در معادلات (25-3) به شکل زیر جای‌گذاری می‌شود:

$$([M_m]\omega^2 + [D_m]\omega + [K_m])\{\bar{y}\} = 0$$

$$\mapsto [M_m] = [M]_a - [M_m]_b[B]_b^{-1}[B]_a, \quad (28)$$

$$\mapsto [D_m] = [D]_a - [D_m]_b[B]_b^{-1}[B]_a,$$

$$\mapsto [K_m] = [K]_a - [K_m]_b[B]_b^{-1}[B]_a,$$

برای حل معادله (28)، از رابطه $\{\bar{y}_a\} = \omega\{y_a\}$ که با نام متغیر فضای حالت معرفی می‌شود بهره برده و رابطه به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\omega[M_m]\{\bar{y}\} + [D_m]\{\bar{y}\} + [K_m]\{y\} = 0 \quad (29)$$

با تقسیم کل عبارت بر $[M_m]$ ، رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$\omega\{\bar{y}_a\} = -[M_m^{-1}D_m]\{\bar{y}_a\} - [M_m^{-1}K_m]\{y_a\} \quad (30)$$

با استفاده از روابط فوق، معادله فضای حالت به شکل زیر بازنویسی می‌شود:

$$(31)$$

$$\omega \begin{Bmatrix} \bar{y}_a \\ \bar{y}_b \end{Bmatrix} = A \begin{Bmatrix} \bar{y}_a \\ \bar{y}_b \end{Bmatrix} \mapsto [A] = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M_m^{-1}K_m & -M_m^{-1}D_m \end{bmatrix}$$

مقادیر ویژه ماتریس فضای حالت $[A]$ بیانگر فرکانس‌های مختلط سیستم است. با توجه به تئوری مورد استفاده در این مقاله و عبارات بی‌بعد تعریف‌شده، اولین گام برای شروع حل به کمک روش تفاضل مربعات دیفرانسیلی استفاده از روابط زیر است:

$$U(\zeta, \eta, \tau) = U(\zeta, \eta)e^{\omega t},$$

$$V(\zeta, \eta, \tau) = V(\zeta, \eta)e^{\omega t}, \quad (32)$$

$$W(\zeta, \eta, \tau) = W(\zeta, \eta)e^{\omega t},$$

$$\begin{aligned} & \frac{4}{3}Q_{21}Ib4\beta_m\alpha_m^2\frac{d^3W}{d\zeta^2d\eta} - \frac{16}{9}Q_{12}Ib6\beta_m\alpha_m^2\frac{d^3W}{d\zeta^2d\eta} - \\ & \frac{16}{9}Q_{21}Ib6\beta_m\alpha_m^2\frac{d^3W}{d\zeta^2d\eta} + \frac{8}{3}Q_{44}Ib4\beta_m\alpha_m^2\frac{d^3W}{d\zeta^2d\eta} - \\ & \frac{16}{9}Q_{44}Ib6\beta_m\alpha_m\frac{d^2\theta_1}{d\zeta d\eta} - \frac{16}{9}Q_{21}Ib6\beta_m\alpha_m\frac{d^2\theta_1}{d\zeta d\eta} - \\ & Q_{21}Ib2\beta_m\alpha_m\frac{d^2\theta_1}{d\zeta d\eta} - Q_{12}Ib2\beta_m\alpha_m\frac{d^2\theta_1}{d\zeta d\eta} + \\ & \frac{8}{3}Q_{12}Ib4\beta_m\alpha_m\frac{d^2\theta_1}{d\zeta d\eta} - Q_{44}Ib2\beta_m\alpha_m\frac{d^2\theta_1}{d\zeta d\eta} + \\ & \frac{8}{3}Q_{44}Ib4\beta_m\alpha_m\frac{d^2\theta_1}{d\zeta d\eta} + \frac{8}{3}Q_{21}Ib4\beta_m\alpha_m\frac{d^2\theta_1}{d\zeta d\eta} - \\ & \frac{16}{9}Q_{12}Ib6\beta_m\alpha_m\frac{d^2\theta_1}{d\zeta d\eta} - 8Q_{66}Ib2\beta_m\frac{dW}{d\eta} + \\ & 16Q_{66}Ib4\beta_m\frac{dW}{d\eta} + \frac{8}{3}Q_{22}Ib4\beta_m^3\frac{d^3W}{d\eta^3} - \\ & \frac{32}{9}Q_{22}Ib6\beta_m^3\frac{d^3W}{d\eta^3} - \frac{8}{3}Ib4\beta_m\alpha_m^2\frac{d^3W}{d\tau^2d\eta} + \\ & \frac{32}{9}Ib6\beta_m\alpha_m^2\frac{d^3W}{d\tau^2d\eta} - \frac{32}{9}Q_{22}Ib6\beta_m^2\frac{d^2\theta_2}{d\eta^2} - \\ & \frac{16}{9}Q_{44}Ib6\alpha_m^2\frac{d^2\theta_2}{d\zeta^2} + \frac{8}{3}Q_{44}Ib4\alpha_m^2\frac{d^2\theta_2}{d\zeta^2} + \\ & \frac{16}{3}Q_{22}Ib4\beta_m^2\frac{d^2\theta_2}{d\eta^2} - 2Ib2Q_{22}\beta_m^2\frac{d^2\theta_2}{d\eta^2} - \\ & Q_{44}Ib2\alpha_m^2\frac{d^2\theta_2}{d\tau^2} + \frac{32}{9}Ib6\alpha_m^2\frac{d^2\theta_2}{d\tau^2} - 8Q_{66}Ib2\theta_2 - \\ & \frac{16}{3}Ib4\alpha_m^2\frac{d^2\theta_2}{d\tau^2})_{sheet} \end{aligned}$$

۵- شکل‌دهی و حل معادلات

تفاضل مربعات دیفرانسیلی از جمله روش‌های عددی است که در آنها با استفاده از ضرایب وزنی معادلات دیفرانسیلی حاکم، به دسته‌ای از معادلات جبری مرتبه اول تبدیل می‌شوند. بدین ترتیب که در هر نقطه، مشتق به صورت یک مجموع خطی از ضرایب وزنی و مقادیر تابع در آن نقطه و دیگر نقاط دامنه و در جهت محورهای مختصات بیان خواهند شد. رابطه اصلی این روش‌ها برای حالت یک‌بعدی، به شکل زیر بیان می‌شود [32]:

$$\frac{df}{dx} \bigg|_{x=x_i} = \sum_{j=1}^N C_{ij} f_j \quad (19)$$

به طوری که: $f(x)$: تابع مورد نظر، N : تعداد نقاط نمونه، x_i : نقطه نمونه i ام از بازه تابع، f_j : مقدار تابع در نقطه نمونه i ام، C_{ij} : ضرایب وزنی برای به دست آوردن مشتق تابع در نقطه نمونه i ام. به طور کلی در این روش‌ها، مشتق تابع در حالت یک‌بعدی و ۲ بعدی به صورت زیر تعریف می‌گردد [32]:

الف) اگر f تابعی از x باشد:

$$\frac{d^n f(x_i)}{dx^n} = \sum_{j=1}^N C_{ij}^{(n)} f(x_i) \quad n = 1, \dots, N-1 \quad (20)$$

ب) اگر f تابعی از x و y باشد:

$$\frac{d^n f_x(x_i, y_j)}{dx^n} = \sum_{k=1}^{N_x} A_{ik}^{(n)} f(x_k, y_j) \quad n = 1, \dots, N_x - 1$$

$$\frac{d^m f_y(x_i, y_j)}{dy^m} = \sum_{l=1}^{N_y} B_{jl}^{(m)} f(x_i, y_l) \quad m = 1, \dots, N_y - 1 \quad (21)$$

$$\frac{d^{n+m} f_{xy}(x_i, y_j)}{dx^n dy^m} = \sum_{k=1}^{N_x} \sum_{l=1}^{N_y} A_{ik}^{(n)} B_{jl}^{(m)} f(x_k, y_l)$$

بنابراین مشاهده می‌شود که دو عامل بسیار مهم و تعیین‌کننده در دقت روش‌های تفاضل مربعات دیفرانسیلی انتخاب نقاط نمونه و ضرایب وزنی می‌باشند. تجربه نشان داده است که انتخاب نقاط نمونه با فواصل نامساوی به جواب‌های دقیق‌تری می‌انجامد. استفاده از ریشه‌های چندجمله‌ای‌های متعامد یکی از روش‌های رایج در انتخاب نقاط نمونه با فواصل نامساوی می‌باشد. نباید تجمع نقاط در محل خاصی از بازه انجام گیرد. مثلاً ریشه‌های

$\omega = \omega a^2 / h \sqrt{\rho_H / E_H}$ $h_H / h_f = 2, UD, V_{CNT} = 0.17$
امکان‌پذیر بود که نتایج آن در جدول ۳ گزارش شده است.

جدول (۳) مقایسه نتایج ارائه شده در مرجع [11] و کار حاضر

$a/2h_f + h_H$				
Error (%)	۱۰	Error (%)	۵	Theory
۴/۶۹	۴/۴۳۹۷	۱۲/۲۱	۳/۸۲۰۳	HSDT13
۴/۷۵	۴/۴۳۷۳	۱۲/۵	۳/۸۱۰۸	HSDT11A
۰/۸۴	۴/۶۰۹۵	۲/۷۱	۴/۱۷۳۶	HSDT11B
۰/۸۷	۴/۶۰۷۸	۲/۸۶	۴/۱۶۷۷	HSDT9
۰/۳۷	۴/۶۶۹۵	۰/۷۷	۴/۳۱۹۹	TSDT7
۰/۱۲	۴/۶۴۲۶	۰/۸۵	۴/۲۵۰۴	FSDT
-	۴/۶۴۸۱	-	۴/۲۸۶۷	present work

۷- بحث و بررسی نتایج

معادلات حرکت به دست آمده به کمک روش تفاضل مربعات دیفرانسیلی حل و فرکانس ارتعاشات ورق ساندویچی از آن استخراج می‌شود. تغییرات فرکانس بی‌بعد نسبت به پارامترهای هندسی، شرایط مختلف بارگذاری، پارامتر کنترل پشخورد و خواص کامپوزیت مورد بررسی قرار می‌گیرد. خواص رویه‌های مگنتوستریکتیو ورق ساندویچی که مربوط به ماده ترفنول-دی می‌باشد در جدول ۴ ارائه شده است:

جدول (۴) خواص مگنتومکانیکی ترفنول-دی [22]

$e_{31} = e_{32}$ N/(mA)	$\rho_f \cdot 10^3$ (Kg/m ³)	ν	E_f (GPa)	خواص
۴۴۲/۵۵	۹/۲۵	۰/۲۵	۳۰	Terfenol - D

همان‌طور که پیش‌تر نیز ذکر شد، هسته کامپوزیتی شامل ماده زمینه و الیاف تقویت‌کننده می‌باشد. در اینجا ماده زمینه از پلیمر PmPV انتخاب شده است. الیاف تقویت‌کننده نانولوله‌های کربنی هستند که در راستای طول ورق چیده شده‌اند. خواص ماده زمینه در جدول ۵ گزارش شده است:

جدول (۵) خواص مکانیکی پلیمر PmPV [27]

ρ_f (Kg/m ³)	ν	E_m	خواص
۱۱۹۰	۰/۳۴	(3.51-0.0047T) GPa	PmPV

در نهایت ثوابت الاستیک مربوط به هسته کامپوزیتی به شکل یک ماده اُرتوتروپ با استفاده از روابط بخش (۱-۲) به دست می‌آید. این نکته حائز اهمیت است که ۸ دما و درصد حجمی الیاف تقویت‌کننده باعث تغییر در خواص مکانیکی هسته کامپوزیتی می‌شود. $\alpha = h/a$ معرف نسبت ضخامت ورق به طول آن است و در این مقاله با عنوان نسبت ضخامت معرفی می‌شود. زیرنویس‌های c و f به ترتیب معرف هسته و رویه‌های مگنتوستریکتیو هستند. $\delta = h_c/h_f$ نیز نسبت ضخامت هسته به ضخامت رویه است، لذا با دادن مقادیر به α و مشخص کردن δ ، مقادیر α_f نیز مشخص خواهد شد.

نمودار ۱ تغییرات فرکانس بی‌بعد ورق نسبت به δ را در نسبت‌های ضخامت مختلف هسته نشان می‌دهد. همان‌طور که از نمودار پیداست با افزایش δ ، فرکانس ورق ساندویچی کاهش می‌یابد، به عبارت دیگر، با افزایش ضخامت هسته کامپوزیتی در مقایسه با رویه‌های مگنتوستریکتیو، فرکانس بی‌بعد ورق دچار نزول می‌شود.

$$\theta_1(\zeta, \eta, \tau) = \theta_1(\zeta, \eta)e^{\omega\tau},$$

$$\theta_2(\zeta, \eta, \tau) = \theta_2(\zeta, \eta)e^{\omega\tau},$$

که در آن ω معرف فرکانس بی‌بعد و برابر با $\omega = \omega a \sqrt{\rho_m/E_m}$ است. با اعمال روابط فوق در مجموعه معادلات حرکت، یک معادله حرکت ارتعاشی استاندارد با توجه به توضیحات ذکر شده و شرط مرزی ساده (SSSS)، به شکل زیر حاصل می‌شود:

(۳۳)

$$[M]\omega^2 \bar{y} + [D]\omega \bar{y} + [K]\bar{y} = 0 \mapsto \omega^2 \bar{y} + \left(\frac{[D]}{[M]}\right)\omega \bar{y} + \left(\frac{[K]}{[M]}\right)\bar{y} = 0; \mapsto \omega = -\xi \omega_n \pm \omega_n \sqrt{\xi^2 - 1}$$

جایی که $\xi = D/2\sqrt{kM}$ را ضریب میرایی و $\omega_n = \sqrt{K/M}$ فرکانس طبیعی می‌نامند.

معادله شرط مرزی ساده (S): مرتبه مشتقات تعداد شرط مرزی را مشخص می‌کند. به عنوان مثال معادله مرتبه چهارم از δW شرط مرزی را نیاز دارد که ۲ شرط آن در ابتدای ورق و ۲ شرط آن در انتهای ورق نوشته می‌شود [34]:

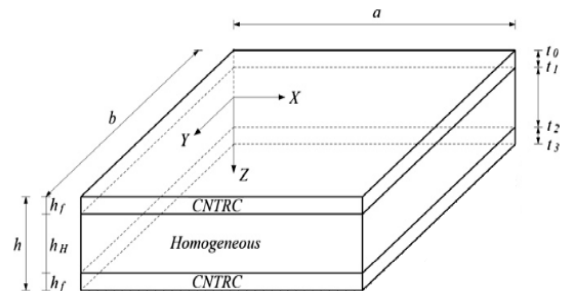
$$S: \zeta = 1 \rightarrow w = 0, M_{xx} = \int \sigma_{xx} z dz = 0$$

$$\begin{cases} w_{i1} = v_{i1} = u_{i1} = \theta_{i1} = 0, M_{xx}|_{i1} = 0, \\ w_{Ni} = v_{Ni} = u_{Ni} = \theta_{Ni} = 0, M_{xx}|_{1N} = 0, \end{cases} \quad (34)$$

توضیحات تکمیلی در مورد روش DQM را می‌توان در مرجع [34] مطالعه نمود.

۶- صحت‌سنجی

در این بخش برای اطمینان از روش حل انتخابی، نتایج بدست آمده ارزیابی می‌شوند. در این ارزیابی نتایج در یک ورق ساندویچی مورد آزمون قرار گرفته است. ورق ساندویچی انتخاب شده در شکل ۴ مربوط به مرجع [11] است.



شکل (۴) هندسه ورق ساندویچی در مرجع [11]

هسته این سازه ساندویچی از آلیاژ تیتانیوم (Ti - 6Al - 4V) با خواص $E_H = 122.56(1 - \rho_H = 4429 \text{ Kg/m}^3)$ و $\nu_H = 0.29$ و رویه‌های آن از لایه‌های کامپوزیت تقویت شده با الیاف کربنی با چیدمان یکنواخت و زمینه PMMA در نظر گرفته شده است. مرجع [11] فرکانس ارتعاشات ورق ساندویچی را برای ۶ مدل المان محدود به کمک تئوری‌های مرتبه بالا به دست آورده است. جدول ۳ نشان می‌دهد روش تفاضل مربعات دیفرانسیلی در مقایسه با این مرجع جواب‌های قابل قبولی را ارائه می‌دهد. با توجه به گستردگی معادلات حرکت در یک ورق ساندویچی و مشکل بودن کنترل ترم‌های متعدد در آنها، تنها مقایسه دو حالت از مقاله حاضر با مرجع مذکور و برای $\delta =$

مقاله، با عنوان نسبت جانبی معرفی می‌شود. با ضرب نسبت جانبی در نسبت ضخامت ورق می‌توان پارامتر بی‌بعدی جدید دیگری را که قبلاً نیز تعریف شده است، ایجاد کرد.

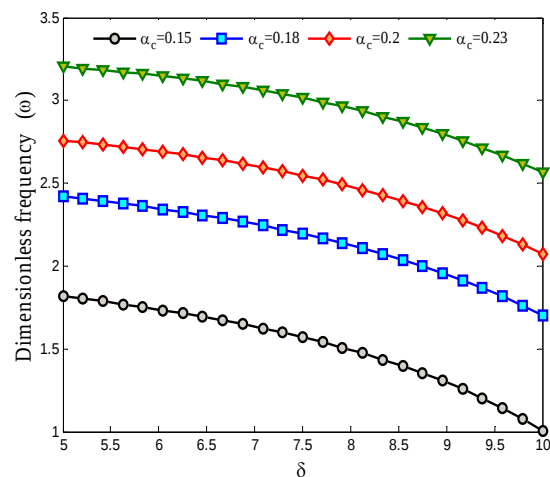
$$\gamma * \alpha = a/b * h/a = h/b$$

این پارامتر $\beta = h/b$ همان نسبت ضخامت است، با این تعریف که آن را نسبت ضخامت ورق به عرض آن معرفی می‌کنند.

تحت عنوان پارامتر کنترل پس‌خورد سرعت معرفی شد. بررسی معادلات حرکت نشان می‌دهد که این پارامتر در ارتباط با میرایی ارتعاشات ورق ساندویچی است. از طرف دیگر این عبارت با توجه به رابطه (۳) در ارتباط مستقیم با شدت میدان مغناطیسی است. لذا افزایش پارامتر کنترل پس‌خورد سرعت، منجر به افزایش شدت میدان مغناطیسی و نهایتاً منجر به کاهش فرکانس بی‌بعد ورق ساندویچی می‌شود. نمودار ۳ برای $\alpha_c = 0.2, \gamma = 1$ ترسیم شده است. با افزایش δ اختلاف بین منحنی‌ها در K_{VFC} های متفاوت کاهش می‌یابد و به یکدیگر نزدیک‌تر می‌شوند. به عبارت دیگر کاهش ارتعاشات به کمک پارامتر کنترل پس‌خورد سرعت در δ های کوچک‌تر، بیشتر است.

نمودار ۴ تغییرات فرکانس را نسبت به تغییر ضخامت هسته به رویه‌ها نشان می‌دهد. این بار اثر درصد حجمی الیاف بر این نمودار مورد بررسی قرار می‌گیرد. با تغییر درصد حجمی الیاف پارامتر مؤثر نانولوله‌های کربنی در روابط مربوط به قانون اختلاط مطابق با جدول ۳ تغییر کرده و موجب تغییر در خواص مکانیکی هسته کامپوزیتی می‌شود. نمودار به خوبی اثر تقویت‌کننده‌ها را در هسته کامپوزیتی و بر فرکانس بی‌بعد ارتعاشات ورق ساندویچی نشان می‌دهد. فرکانس بی‌بعد مربوط به هسته بدون تقویت‌کننده در پایین‌ترین مقدار (به خصوص در δ های بزرگ) قرار دارد. با افزایش درصد حجمی الیاف کربنی، فرکانس بی‌بعد نیز افزایش می‌یابد. بدیهی است که الیاف کربنی موجب تقویت هسته کامپوزیتی شده و استحکام و سختی ورق ساندویچی را افزایش می‌دهند. افزایش سختی ساندویچ، موجب افزایش فرکانس طبیعی شده و در پی آن فرکانس بی‌بعد ورق را نیز افزایش می‌دهد.

چنانچه این پارامتر (K_{VFC}) به روی محور افقی قرار گرفته و مقادیر آن پیوسته تغییر کند، اثر آن بر کاهش مقدار فرکانس بی‌بعد ورق به‌طور مشخص قابل رؤیت خواهد بود. اثر این پارامتر در نمودار ۵ در مقادیر مختلفی از نسبت ضخامت هسته کامپوزیتی ترسیم شده است. مقدار این پارامتر در بازه $10^6 \leq K_{VFC} \leq 10^8$ انتخاب شده است. نمودار به خوبی نشان می‌دهد که پارامتر کنترل پس‌خورد سرعت چقدر می‌تواند بر فرکانس بی‌بعد ورق تأثیرگذار باشد. یکی از دلایل استفاده از مواد مگنتوستریکتیو بهره‌مندی از این اثر است. به عبارت دیگر با تنظیم شدت میدان مغناطیسی اعمالی بر این مواد، می‌توان رفتار ارتعاشی آنها را تغییر داد. لذا ورق‌های مگنتوستریکتیو در بسیاری از سازه‌ها، نقش جاذب ارتعاش را ایفا می‌کنند. در حقیقت شدت و ضعف میدان مغناطیسی، دو رفتار متفاوت را در این مواد ایجاد کرده که هر دو کاربرد دارند؛ یکی به عنوان حسگر در جذب ارتعاشات سیستم و دیگری به عنوان عملگر در ایجاد حرکت و جابه‌جایی. البته نکته مهم در این رابطه، انتخاب مقادیر مناسب و بهره‌های درست در این حلقه کنترلی است. آنچه این مقاله به خوبی نشان می‌دهد، اثر کاهندگی پارامتر کنترل پس‌خورد سرعت در فرونشاندن ارتعاشات است. حال آنکه انتخاب درست این پارامتر در شرایط عملکردی خاص، نکته مهمی است که بیشتر خود را در محیط آزمایشگاهی و میدان عمل نشان می‌دهد.

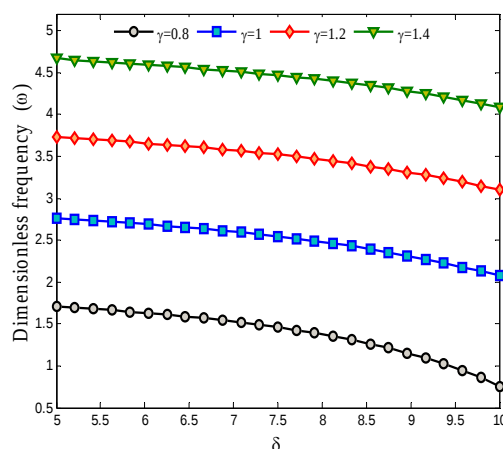


نمودار ۱) تغییرات فرکانس بی‌بعد نسبت به δ در α_c های مختلف

اولین بررسی‌ها نشان می‌دهد که مدول یانگ رویه‌های مگنتوستریکتیو برابر با $E_f = 3 * 10^{10} (Pa)$ است که در مقایسه با مدول یانگ ماده زمینه و مدول‌های یانگ نهایی کامپوزیت (E_1, E_2) عدد بیشتری است $(1.2059 * 10^{10} \leq E_1 \leq 14.510 * 10^{10})$ و $(2.5450 * 10^9 \leq E_2 \leq 4.1593 * 10^9)$. البته مدول E_1 که مربوط به کامپوزیت است و نسبت به دمای عملکردی و درصد حجمی الیاف متغیر می‌باشد، در یک حالت $(V_{CNT} = 0.17, T = 300 K)$ از مدول یانگ رویه‌ها بیشتر می‌شود، ولی همچنان مدول یانگ E_2 مقدار کمتری دارد. در این حالت نیز فرکانس بی‌بعد ورق ساندویچی نسبت به δ کاهش می‌یابد ولی میزان کاهش بسیار ناچیز است. همچنین با نمودار ۱ می‌توان حساسیت فرکانس نسبت به تغییرات نسبت ضخامت را نشان داد. به طوری که با اندک تغییری در مقدار نسبت ضخامت (افزایش)، فرکانس بی‌بعد نیز (افزایش) تغییر می‌کند.

$$\omega \propto \sqrt{K/M} \rightarrow K \propto l \propto bh^3, M \propto abh \rightarrow \omega \propto \sqrt{h/a}$$

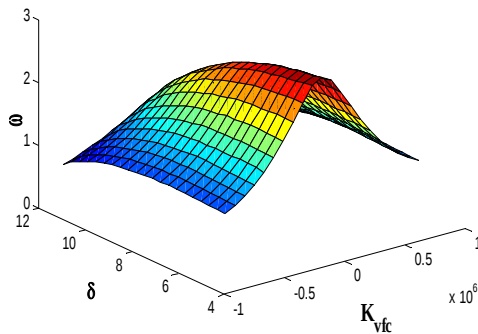
نمودار ۲ تغییرات فرکانس بی‌بعد ورق ساندویچی را نسبت به δ در نسبت‌های جانبی مختلف نشان می‌دهد. همان‌طور که از نمودار ۲ نیز پیداست فرکانس بی‌بعد ورق نسبت به تغییرات نسبت جانبی حساس بوده و با اندک تغییر آن، دستخوش تغییرات بزرگ می‌شوند.



نمودار ۲) تغییرات فرکانس بی‌بعد نسبت به δ در γ های مختلف

$\gamma = a/b$ معرف نسبت طول ورق به عرض آن است و در این

ماده مگنتوستریکتیو در ۲ جهت مثبت و منفی امکان‌پذیر است. زمانی که مغناطش در جهت مثبت اتفاق می‌افتد، افزایش پارامتر کنترل سرعت پسخورد موجب کاهش فرکانس می‌شود اما زمانی که مغناطش در جهت عکس اتفاق می‌افتد این اثر نیز معکوس عمل می‌کند، به‌طوری‌که افزایش K_{vfc} موجب افزایش فرکانس بی‌بعد ورق می‌شود. از طرف دیگر نقاط اوج منحنی، با افزایش نسبت ضخامت هسته به رویه، روند نزولی پیدا می‌کنند.



نمودار ۶) تغییرات هم‌زمان فرکانس بی‌بعد نسبت به K_{vfc} و δ های مختلف

۸- نتیجه‌گیری

در تحقیق حاضر ارتعاشات ورق ساندویچی متشکل از ۲ رویه و هسته مرکزی مورد بحث و بررسی قرار گرفت. هسته این سازه از کامپوزیت تقویت‌شده با الیاف نانو تشکیل شده است. رویه‌های سازه ساندویچی از جنس مواد مگنتوستریکتیو انتخاب شد و در بالا و پایین هسته قرار گرفت. به دلیل حساسیت رویه‌ها نسبت به میدان مغناطیسی، پارامتر کنترل پسخورد سرعت، به‌عنوان عامل انتخابی جهت تنظیم فرکانس ارتعاشات معرفی شد. معادلات حرکت ورق ساندویچی به کمک تئوری برشی مرتبه سوم استخراج شدند. سپس دستگاه معادلات استخراجی به روش عددی تفاضل مربعات دیفرانسیلی حل و نتایج به‌دست‌آمده که شامل تغییرات فرکانس ورق ساندویچی تحت تأثیر عوامل متعدد به شرح زیر است:

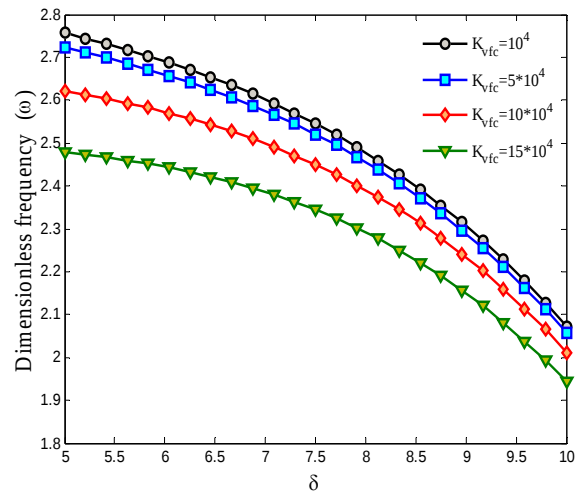
❖ در ورق‌های ساندویچی با رویه‌های مگنتوستریکتیو و هسته نانوکامپوزیت افزایش نسبت ضخامت و نسبت جانبی منجر به افزایش فرکانس بی‌بعد ورق می‌شود.

❖ افزایش پارامتر کنترل پسخورد سرعت منجر به افزایش شدت میدان مغناطیسی شده و نهایتاً منجر به کاهش فرکانس بی‌بعد ورق ساندویچی می‌شود. به‌عبارت دیگر با تغییر شدت میدان مغناطیسی اعمالی بر این مواد، می‌توان فرکانس ارتعاشات آنها را تنظیم نمود.

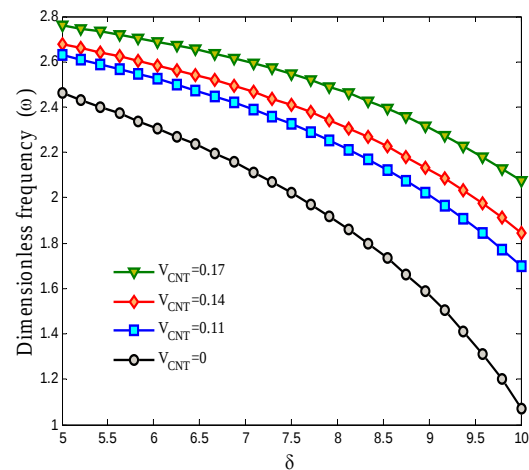
❖ زمانی که مغناطش در جهت عکس اعمال شود، افزایش K_{vfc} موجب افزایش فرکانس بی‌بعد ورق خواهد شد.

❖ با افزایش درصد حجمی الیاف کربنی، فرکانس بی‌بعد نیز افزایش می‌یابد. چراکه الیاف کربنی موجب تقویت هسته کامپوزیتی ($PmPV$) شده و استحکام و سختی ورق ساندویچی را افزایش می‌دهند.

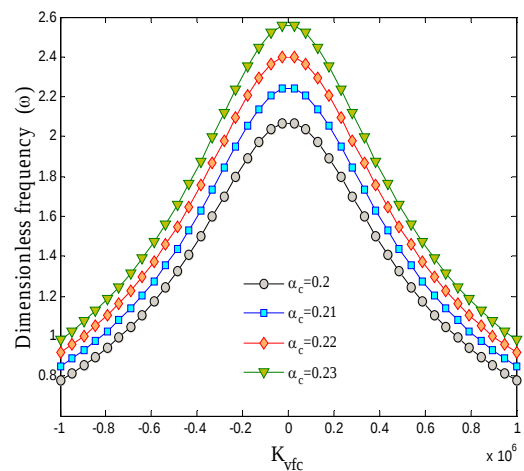
فضایماها به واسطه سرعت زیاد در هنگام پرواز و ورود به جو نیاز به بدنه‌ای با استحکام بالا دارند. کاربرد کامپوزیت‌ها در فضایما می‌تواند ضمن افزایش مقاومت حرارتی سازه، وزن آن را به حداقل



نمودار ۳) تغییرات فرکانس بی‌بعد نسبت به δ در K_{vfc} های مختلف



نمودار ۴) تغییرات فرکانس بی‌بعد نسبت به δ در V_{CNT} های مختلف



نمودار ۵) تغییرات فرکانس بی‌بعد نسبت به K_{vfc} در α_c های مختلف

نمودار ۳ بعدی ۶، تغییرات فرکانس بی‌بعد ورق ساندویچی را نسبت به پارامتر کنترل سرعت پسخورد در δ های مختلف نشان می‌دهد. همانند نمودارهای قبل، پارامتر کنترل پسخورد سرعت بین مقادیر مثبت و منفی اختیار شده است. بدان معنی است که مغناطش در

Thin- Walled Structures. 2004;42(3):399-414.

10- Wang ZX, Shen HS. Nonlinear vibration and bending of sandwich plates with nanotube-reinforced composite face sheets. Composites Part B: Engineering. 2012;43(2):411-21.

11- Natarajan S, Haboussi M, Manickam G. Application of higher-order structural theory to bending and free vibration analysis of sandwich plates with CNT reinforced composite face sheets. Composite Structures. 2014;113(1):197-207.

12- Nayak AK, Moy SSJ, Sheno RA. Free vibration analysis of composite sandwich plates based on Reddy's higherorder theory. Composites Part B: Engineering. 2002;33(7):505-519.

13- Pradeep V, Ganesan N. Thermal buckling and vibration behavior of multi-layer rectangular viscoelastic sandwich plates. Journal of Sound and Vibration. 2008;310(1-2):169-183.

14- Ferreira AJM, Fasshauer GE, Batra RC, Rodrigues JD. Static deformations and vibration analysis of composite and sandwich plates using a layerwise theory and RBF-PS discretizations with optimal shape parameter. Composite Structures. 2008;86(4):328-343.

15- Li Q, Lu VP, Kou KP. Three-dimensional vibration analysis of functionally graded material sandwich plates. Journal of Sound and Vibration. 2008;311(1-2):498-515.

16- Shariyat M. A double-superposition global-local theory for vibration and dynamic buckling analyses of viscoelastic composite/sandwich plates: A complex modulus approach. Archive of Applied Mechanics. 2011;81(9):1253-1268.

17- Neves AMA, Ferreira AJM, Carrera E, Cinefra M, Roque CMC, Jorge RMN, et al. Static, free vibration and buckling analysis of isotropic and sandwich functionally graded plates using a quasi-3D higher-order shear deformation theory and a meshless technique. Composites Part B: Engineering. 2013;44(1):657-674.

18- Amabili M, Karazis K, Khorshidi K. Nonlinear vibrations of rectangular laminated composite plates with different boundary conditions. International Journal of Structural Stability and Dynamics. 2011;11(4):673-695.

19- Khorshidi K, Farhadi S. Free vibration analysis of a laminated composite rectangular plate in contact with a bounded fluid. Composite Structures. 2013;104:176-186.

20- Khorshidi K, Bakhsheshy A. Free natural frequency analysis of an FG composite rectangular plate coupled with fluid using Rayleigh-Ritz method. Mechanics of Advanced Composite Structures. 2014;1(2):131-143.

21- Hong CC. Application of a magnetostrictive actuator. Materials & Design. 2013;46:617-621.

22- Lu XY, Li H. Magnetic properties of Terfenol-D film on a compliant substrate. Journal of Magnetism and Magnetic Materials. 2010;322(15):2113-2116.

23- Ghorbanpour Arani A, Khoddami Maraghi Z. A feedback control system for vibration of magnetostrictive plate subjected to follower force using sinusoidal shear deformation theory. Ain Shams Engineering Journal. 2016;7(1):361-369.

24- Ghorbanpour Arani MR, Khoddami Maraghi Z. Effect of follower force on vibration frequency of magnetostrictive-faced sandwich plate with CNTR composite core. Journal of Solid Mechanics. 2018;10(4):688-701.

25- Esawi AMK, Farag MM. Carbon nanotube reinforced composites: Potential and current challenges. Materials & Design. 2007;28(9):2394-2401.

26- Panda S, Ray MC. Active control of geometrically

کاهش دهد. امروزه تحقیقات روی ساخت بدنه، بال و بالک فضاپیما از کامپوزیت‌های هیبریدی هوشمند و هیبریدی متشکل از پلیمر و ورق فلزی آغاز شده است.

کامپوزیت‌های پلیمری به تنهایی استحکام لازم را دارند، اما خواص ارتعاشی مناسبی ندارند. لذا با ترکیب کردن آنها با ورق‌های فلزی و آلیاژها این مشکل برطرف می شود که کامپوزیت مطرح شده در این مقاله، علاوه بر خواص استحکامی مناسب، امکان شناسایی لرزش‌های تخریبی را در سازه فراهم می‌کند. همچنین با استفاده از این نوع ساندویچ‌ها در پره‌های توربین‌های غول‌پیکر، علاوه بر افزایش استحکام می‌توان به کمک لایه‌های هوشمند به‌کار رفته در آن، فرکانس ارتعاشات سیستم را تنظیم و از لرزش‌های مخرب جلوگیری کرد.

تشکر و قدردانی: مقاله حاضر برگرفته از رساله دوره دکترای تخصصی به راهنمایی پروفسور علی قربان‌پور آرانی است. نویسنده بر خود لازم می‌داند مراتب تشکر صمیمانه خود را از حمایت‌های ایشان اعلام دارد.

تابیدیه اخلاقی: مقاله حاضر در هیچ نشریه ایرانی و غیرایرانی دیگر در حال بررسی نمی‌باشد.

تعارض منافع: بین نویسنده و پشتیبانان علمی آن هیچ‌گونه تعارض منافعی وجود ندارد.

سهم نویسندگان: زهرا خدای مرقی، نگارنده مقدمه/روش‌شناس/پژوهشگر اصلی/تحلیلگر آماری/نگارنده بحث (۱۰۰٪)
منابع مالی: مقاله تحت حمایت مالی مرکز آموزش عالی محلات بوده است.

منابع

- 1- Hristoforou E, Ktena A. Magnetostriction and magnetostrictive materials for sensing applications. Journal of Magnetism and Magnetic Materials. 2007;316(2):372-378.
- 2- Olabi AG, Grunwald A. Design and application of magnetostrictive 'MS' materials. Materials & Design. 2008;29(2):469-483.
- 3- Hong CC. Transient responses of magnetostrictive plates without shear effects. International Journal of Engineering Science. 2009;47(3):355-362.
- 4- Hong CC. Transient responses of magnetostrictive plates by using the GDQ method. European Journal of Mechanics, A/Solids. 2010;29(6):1015-1021.
- 5- Lee SJ, Reddy JN, Rostam-Abadi F. Transient analysis of laminated composite plates with embedded smart-material layers. Finite Elements in Analysis and Design. 2004;40(5-6):463-483.
- 6- Seung HM, Kim HW, Kim YY. Development of an omnidirectional shear-horizontal wave magnetostrictive patch transducer for plates. Ultrasonics. 2013;53(7):1304-1308.
- 7- Hong CC. Thermal sinusoidal vibration and transient response of magnetostrictive functionally graded material plates without shear effects. Researches and Applications in Mechanical Engineering (RAME). 2013;2(1):11-22.
- 8- Thostenson ET, Ren Z, Chou TW. Advances in the science and technology of carbon nanotubes and their composites: A review. Composites Science and Technology. 2001;61(13):1899-1912.
- 9- Numayr KS, Haddad RH, Haddad MA. Free vibration of composite plates using the finite difference method.

Thermo-mechanical properties of randomly oriented carbon/epoxy nanocomposites. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*. 2005;36(11):1555-1561.

31- Ghorbanpour Arani A, Khoddami Maraghi Z, Khani Arani H. Smart vibration control of magnetostrictive nano-plate using nonlocal continuum theory. *Journal of Solid Mechanics*. 2016;8(2):300-314.

32- Shu C, Du H. Free vibration analysis of laminated composite cylindrical shells by DQM. *Composites Part B: Engineering*. 1997;28(3):267-274.

33- Akavci SS. An efficient shear deformation theory for free vibration of functionally graded thick rectangular plates on elastic foundation. *Composite Structures*. 2014;108:667-676.

34- Jang SK, Bert CW, Striz AG. Application of differential quadrature to static analysis of structural components. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 1989;28(3):561-577.

nonlinear vibrations of functionally graded laminated composite plates using piezoelectric fiber reinforced composites. *Journal of Sound and Vibration*. 2009;325(1-2):186-205.

27- Lei ZX, Liew KM, Yu JL. Free vibration analysis of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates using the element-free kp-Ritz method in thermal environment. *Composite Structures*. 2013;106:128-138.

28- Han Y, Elliott J. Molecular dynamics simulations of the elastic properties of polymer/carbon nanotube composites. *Computational Materials Science*. 2007;39(2):315-323.

29- Griebel M, Hamaekers J. Molecular dynamics simulations of the elastic moduli of polymer-carbon nanotube composites. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2004;193(17-20):1773-1788.

30- Fidelus JD, Wiesel E, Gojny FH, Schulte K, Wagner HD.