



Nonlinear Dynamics Control and Analysis of Atomic Force Microscope Based On Nonlocal Model

ARTICLE INFO

Article Type

Original Research

Authors

Karamad H.¹ MSc,
Maleki S.¹ PhD,
Andakhshideh A.^{*1} PhD

How to cite this article

Karamad H, Maleki S, Andakhshideh A. Nonlinear Dynamics Control and Analysis of Atomic Force Microscope Based On Nonlocal Model. Modares Mechanical Engineering. 2019;19(12):2987-2997.

¹Mechanical Engineering Department, Engineering Faculty, Quchan University of Technology, Quchan, Iran

*Correspondence

Address: Quchan University of Technology, 5th kilometer road of Mashhad-Quchan road, Quchan, Khorasan Razavi Province, Iran. Post code: 9477167335
Phone: +98 (51) 47344001
Fax: +98 (51) 47343001
a.andakhshideh@qiet.ac.ir

Article History

Received: January 23, 2019

Accepted: May 26, 2019

ePublished: December 21, 2019

ABSTRACT

In this paper, an atomic force microscope is modeled based on non-classical nonlocal theory and nonlinear vibration of the system is analyzed and controlled. In this modeling, the Hamilton principle is used to derive the governing equation of Euler-Bernoulli nanocantilever based on the Eringen nonlocal elasticity theory considering Von-Karman geometric non-linearity. In the next step, using the Galerkin method, the governing dynamics differential equation of the atomic force microscope is obtained in the presence of attractive and repulsive van der Waals forces. The governing nonlinear equation is solved by employing multiple time scales method, and primary and secondary resonance of the atomic force microscope is studied. In this regard, the frequency response and excitation amplitude curves of primary, superharmonic and subharmonic resonances are plotted for different values of the nonlocal parameter. Accordingly, it is shown that primary, superharmonic and subharmonic resonances of atomic force microscope are significantly affected by the nonlocal parameter. The results show that the use of nonlocal theory is a fundamental necessity for analyzing nonlinear vibrations of the atomic force microscope. Then, in addition to dynamic analysis, the chaotic vibrations are completely controlled and removed in the nonlocal model of the atomic force microscope by designing and implementing the robust adaptive fuzzy controller. For this task, the robust adaptive fuzzy controller which is considered as a powerful method of chaos controlling is used in the nonlocal model of atomic force microscope. The obtained results are used in the design and control process of the atomic force microscope.

Keywords Atomic Force Microscope; Nanocantilever; Nonlocal Theory; Multiple Time Scales; Chaos Control

CITATION LINKS

[1] Atomic force ... [2] Nanoindentation and nanomachining characteristics of ... [3] Atomic force microscopy-based ... [4] Dual-frequency resonance-tracking atomic force ... [5] Normal and lateral modulation with a scanning force microscope, an analysis: implication in quantitative elastic and ... [6] Strain gradient plasticity effect in indentation hardness of ... [7] Linear theory of nonlocal elasticity and dispersion of plane ... [8] On differential equations of nonlocal elasticity and solutions of screw dislocation and surface ... [9] Nonlocal theories for bending, buckling and vibration ... [10] Small-scale effect on the vibration of nonuniform ... [11] Chaotic behavior of nonlocal nanobeam resting on a nonlinear viscoelastic foundation subjected to harmonic ... [12] Couple stress based strain gradient theory for ... [13] Experiments and theory in strain gradient ... [14] The size-dependent natural frequency of Bernoulli-Euler ... [15] Nonlinear non-classical microscale beams: static bending, postbuckling ... [16] A nonlinear strain gradient beam ... [17] In-plane and out-of-plane motion characteristics of microbeams with ... [18] Size-dependent nonlinear vibration of non-uniform microbeam with various boundary ... [19] A review of continuum mechanics models for size-dependent ... [20] A review on nonlocal elastic models for bending, buckling ... [21] Flexural vibration of atomic force microscope cantilever with ... [22] Nonlinear dynamics of atomic-force-microscope probes ... [23] Nonlinear dynamic analysis of atomic force microscopy ... [24] Noncontact atomic force ... [25] Phase-locked loop application to frequency modulation ... [26] A novel intelligent fast terminal sliding mode ... [27] Vibration analysis of an AFM microcantilever with sidewall ... [28] Nonlinear vibration analysis of a dynamic atomic force ... [29] Effect of size on the dynamic behaviors of atomic ... [30] Dynamic behavior analysis of atomic force microscope based on ... [31] Nonlinear dynamic analysis of an atomic force ... [32] Nonlinear ... [33] Robust adaptive fuzzy control of unknown chaotic ... [34] Vibration of continuous ... [35] Nonlinear dynamics of atomic-force-microscope ... [36] Determining Lyapunov exponents from a ...

تحلیل و کنترل دینامیک غیرخطی میکروسکوپ نیروی اتمی بر اساس مدل غیرمحملی

حسین کارآمد MSc

گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه صنعتی قوچان، قوچان، ایران

ستار مالکی PhD

گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه صنعتی قوچان، قوچان، ایران

ایران عطیه اندخشیده PhD

گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه صنعتی قوچان، قوچان، ایران

چکیده

در این مقاله میکروسکوپ نیروی اتمی بر اساس تئوری غیرکلاسیک غیرمحملی مدل سازی شده و ارتعاشات غیرخطی در این سیستم تحلیل و کنترل می شود. در این مدل سازی معادله حاکم بر نانوکانتیلور اویلر-برنولی با در نظر گرفتن غیرخطی هندسی فون کارمن و بر اساس تئوری الاستیسیته غیرمحملی ارینگن با استفاده از اصل همیلتون استخراج می شود. در گام بعد با به کار بردن روش گالرکین، معادله دیفرانسیل حاکم بر دینامیک میکروسکوپ نیروی اتمی در حضور نیروهای جاذبه و دافعه واندروالس به دست می آید. معادله غیرخطی حاکم با استفاده از روش مقیاس های زمانی چندگانه حل شده و تشدیدهای اولیه و ثانویه میکروسکوپ نیروی اتمی مطالعه می شود. در این راستا منحنی های پاسخ فرکانسی و دامنه پاسخ برحسب دامنه تحریک، برای تشدیدهای اولیه، سوپرهارمونیک و سابهارمونیک به ازای مقادیر مختلف پارامتر غیرمحملی رسم می شود. بر این اساس، نشان داده می شود که تشدیدهای اولیه، سوپرهارمونیک و سابهارمونیک میکروسکوپ نیروی اتمی به طور چشمگیری تحت تأثیر پارامتر غیرمحملی هستند. نتایج به دست آمده نشان می دهند که استفاده از تئوری غیرمحملی برای تحلیل ارتعاشات غیرخطی میکروسکوپ نیروی اتمی یک ضرورت اساسی است. سپس، علاوه بر تحلیل دینامیکی، با طراحی و به کار بردن کنترلر مقاوم تطبیقی فازی، ارتعاشات آشوبناک در مدل غیرمحملی میکروسکوپ نیروی اتمی به طور کامل کنترل و حذف می شود. برای این کار کنترلر مقاوم تطبیقی فازی به عنوان یک روش قدرتمند به منظور کنترل آشوب در مدل غیرمحملی میکروسکوپ نیروی اتمی استفاده می شود. نتایج به دست آمده در فرآیند طراحی و کنترل میکروسکوپ نیروی اتمی کاربرد دارد.

کلیدواژه ها: میکروسکوپ نیروی اتمی، نانوکانتیلور، تئوری غیرمحملی، مقیاس های زمانی چندگانه، کنترل آشوب

تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۱۱/۳

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۳/۰۵

*نویسنده مسئول: a.andakhshideh@qiet.ac.ir

۱- مقدمه

میکروسکوپ نیروی اتمی (Atomic Force Microscope; AFM) به عنوان ابزاری برای تصویربرداری از سطوح، از طریق اندازه گیری نیروهای بین مولکولی توسط بینیک و همکاران اختراع گردید [1]. این ابزار دارای کاربرد وسیعی در زمینه های مختلف نظیر ساخت و تولید، پلیمر و بیومواد است [2-4]. عملکرد دقیق میکروسکوپ نیروی اتمی در تصویربرداری توپوگرافی از سطوح با استفاده از ابزارهای الکترومکانیکی در ابعاد نانوصورت می گیرد. میکروسکوپ اتمی دارای یک نانوکانتیلور با سوزنی در انتهای آن است که روی عملگر پیزوالکتریک سوار شده است [5]. خمش کانتیلور به سمت بالا و پایین ناشی از نیروی برهم کنش واندروالس بین سوزن نوک کانتیلور و نمونه است که وابسته به فاصله بین آنها می باشد و تصویربرداری سطح نمونه از این طریق صورت می گیرد. نانوتیر مورد استفاده در میکروسکوپ نیروی اتمی در ابعاد میکرون و نانومی باشد. لذا یکی از لزومات اساسی برای

طراحی و به کار بردن میکروسکوپ اتمی، شناسایی رفتار دینامیکی تیرها در ابعاد نانو است تا عملکرد مورد انتظار را داشته باشد. در مدل سازی رفتار مکانیکی در ابعاد میکرو و نانو، اثرات سطح که در مقیاس نانو هستند اهمیت ویژه ای پیدا می کند. همچنین، تغییر شکل های مرتبه بالای وابسته به ابعادی وجود خواهد داشت که توسط تئوری های کلاسیک الاستیسیته قابل پیش بینی نیستند [6]. در نتیجه برای بررسی رفتار ارتعاشی تیرها در ابعاد نانو، ضروری است که از فرم اصلاح شده تئوری های الاستیسیته کلاسیک استفاده شود.

تئوری غیرمحملی/ارینگن [7] از جمله تئوری های غیرکلاسیکی است که برای مدل سازی مکانیک نانوسازه ها ظهور کرده است. در این تئوری، رابطه بین تنش غیرمحملی و تنش کلاسیک به صورت ضریبی از اثر مقیاس کوچک بیان می شود. برخلاف تئوری کلاسیک، در تئوری غیرمحملی، تنش در هر نقطه وابسته به کرنش در تمام نقاط محیط پیوسته است [7, 8]. این تئوری غیرکلاسیک محیط پیوسته در مقالات متعددی برای تحلیل نانوتیرها مورد استفاده قرار گرفته است که در ادامه به چند مورد از این پژوهش ها اشاره می کنیم.

فرمول بندی تئوری های مختلف تیر، شامل تیرهای اویلر-برنولی، تیموشنکو، ردی و لوینسون بر اساس الاستیسیته غیرمحملی/ارینگن توسط ردی ارائه گردید [9]. در این پژوهش، حل تحلیلی معادلات خمش، کماتش و ارتعاشات نانوتیرهای فوق انجام شد و تأثیر چشمگیر پارامتر غیرمحملی در رفتار مکانیکی تیرها در مقیاس نانو نشان داده شد [9]. مورمو و پرداهان [10] ارتعاشات نانوکانتیلور غیرمحملی اویلر-برنولی را با مقاطع عرضی یکنواخت و غیریکنواخت مطالعه کردند. در این پژوهش، از روش عددی مشتقات تربیعی استفاده و نتایج به دست آمده با نتایج شبیه سازی دینامیک مولکولی مقایسه شد. میر و طهانی [11]، ارتعاشات غیرخطی آشوبناک نانوتیر اویلر-برنولی قرار گرفته بر بستر ویسکوالاستیک را مطالعه و آستانه آشوب وابسته به اندازه بر اساس تئوری غیرمحملی را ارائه کردند.

در کنار تئوری غیرمحملی، تئوری های غیرکلاسیک مرتبه بالا نظیر تنش کوپل اصلاح شده [12] و گرادیان کرنش اصلاح شده [13] نیز جهت مطالعه وابستگی ابعادی نانوتیرها به کار می روند. در پژوهش های گذشته، تئوری های غیرکلاسیک مرتبه بالا در تحلیل ارتعاشات آزاد خطی [14]، آزاد غیرخطی [15, 16] و اجباری غیرخطی [17, 18] نانوتیرها استفاده شده است. برای مطالعه کاربرد تئوری های غیرکلاسیک در تحلیل نانوسازه ها و مسئله وابستگی ابعادی می توان به مقالات مروری [19, 20] مراجعه نمود.

مدل سازی ریاضی و تحلیل مکانیکی میکروسکوپ نیروی اتمی بر اساس تئوری های کلاسیک الاستیسیته در مقالات متعددی انجام و دینامیک خطی [21] و غیرخطی [4, 22] و همچنین آشوب [23] در مدل کلاسیک مطالعه شده است. کنترل و حذف ارتعاشات آشوبناک در مدل کلاسیک میکروسکوپ، با طراحی کنترلر نیز انجام شده است [24-26]. همچنین، دینامیک غیرخطی در مدل غیرکلاسیک میکروسکوپ بر اساس تئوری های مختلف محیط پیوسته غیرکلاسیک مورد مطالعه قرار گرفته است [27-31] که در ادامه بخشی از این پژوهش ها تشریح می شوند.

کرمی و عباسی [27] بر پایه تئوری تنش کوپل اصلاح شده، تیر مونتاژ شده مورد استفاده در میکروسکوپ نیروی اتمی را با استفاده از حل دقیق تحلیل و ضرورت استفاده از غیرکلاسیک را نتیجه گیری نمودند [27]. در پژوهشی دیگر، کرمی و عباسی [28]

غیرمحملی بر پاسخ ساب‌هارمونیک بررسی می‌شود. پس از تحلیل دینامیک غیرخطی، مشاهده می‌گردد که با افزایش دامنه تحریک، دینامیک میکروسکوپ آشوبناک خواهد شد. لذا در ادامه مقاله، ارتعاشات آشوبناک در مدل غیرمحملی میکروسکوپ نیروی اتمی با استفاده از الگوریتم کنترلی قدرتمند تطبیقی مقاوم فازی^[33]، کنترل می‌شود. در این کنترلر، با فرض وجود عوامل نامعینی مانند مدل‌سازی ناکامل دینامیک میکروسکوپ و عوامل خارجی، کنترلر ایده‌آل توسط سیستم فازی تقریب زده می‌شود. برای جبران اختلاف میان کنترلر ایده‌آل و سیستم فازی، علاوه بر کنترلر فازی، کنترلر مقاوم نیز طراحی شده است. بر پایه مود لغزشی، پارامترهای تعدیلی طراحی شده و به صورت آنلاین سیستم فازی را تنظیم می‌کند. به‌کارگیری این الگوریتم کنترلی نسبت به کنترلرهای فازی و مود لغزشی، برتری کاربردی دارد^[33]. با طراحی و به‌کاربردن کنترلر مقاوم تطبیقی فازی، ارتعاشات آشوبناک میکروسکوپ نیروی اتمی به‌خوبی کنترل می‌گردد.

۲- معادلات حاکم

در مقابل تئوری الاستیسته کلاسیک، در تئوری غیرمحملی، تنش در هر نقطه مرجع مانند x ، تنها وابسته به کرنش در همان نقطه نیست، بلکه وابسته به کرنش در تمام نقاط جسم است^[7, 8]. بنابراین تنش در نقطه x می‌تواند به صورت زیر نوشته شود^[8]:

$$\sigma(x^*) = \int_V K(|x^* - x'^*|, \gamma) T(x'^*) dV(x'^*) \quad (1)$$

$$T(x^*) = C(x^*): \varepsilon(x^*) \quad (2)$$

که در این رابطه x^* نقطه مرجع در دامنه V ، $\sigma(x^*)$ و $\varepsilon(x^*)$ به ترتیب تانسورهای مرتبه دوم تنش و کرنش هستند. $T(x^*)$ تانسور تنش ماکروسکوپی کلاسیک در نقطه x^* ، $C(x^*)$ تانسور مرتبه ۴ الاستیسیته، $K(|x^* - x'^*|, \gamma)$ مدول غیرمحملی یا تابع کرنل (Kernel) که وابسته به نانو پارامتر γ و فاصله اقلیدسی $|x^* - x'^*|$ می‌باشد. نانو پارامتر γ به صورت $e_0 a/L$ در نظر گرفته می‌شود که در آن a ، طول پیوند بین دو اتم است که مشخصه داخلی نامیده می‌شود، L طول مشخصه خارجی (طول کل میدان) و e_0 یک ثابت مشخص برای هر ماده است. پارامتر غیرمحملی $e_0 a$ اثر کوچکی ابعادی را در پاسخ سازه مشخص می‌کند.

انتگرال فضایی در رابطه غیرمحملی، حل ریاضی مسئله الاستیسیته غیرمحملی را بسیار دشوار می‌کند. اما می‌توان این معادله انتگرال جزئی را به طور تقریبی به صورت معادله دیفرانسیل زیر نوشت^[8]:

$$(1 - (e_0 a)^2 \nabla^2) \sigma = T = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (3)$$

ذرات ماده در تئوری غیرمحملی، به صورت نقاط جرم با ۳ درجه آزادی حرکت انتقالی و برهم‌کنش وسیع با دیگر ذرات محیط پیوسته می‌باشند. در این تئوری، جابجایی هر ذره تحت تأثیر جابجایی دیگر ذرات در دامنه برهم‌کنش است. در ادامه، بر اساس تئوری غیرمحملی به استخراج معادلات سیستم مفروض خواهیم پرداخت.

سیستم مورد نظر در این پژوهش، شامل یک نانوکانتیلور (شکل ۱) با طول L ، چگالی جرم ρ و با مقطع عرضی مستطیلی یکنواخت به عرض b و ضخامت t می‌باشد. بر اساس تئوری تیر اوپلر-برنولی، میدان جابجایی و چرخش مقطع به ترتیب به صورت روابط ۴ و ۵ فرض می‌شوند:

$$u = -z\psi(x, \bar{t}), v = 0, w = w(x, \bar{t}) \quad (4)$$

$$\psi(x, t) \approx \frac{\partial w(x, \bar{t})}{\partial x} \quad (5)$$

میکروسکوپ نیروی اتمی در مود متناوب را بر اساس تئوری تنش کوپل اصلاح‌شده مطالعه کردند و نتایج حاصل از تئوری تنش کوپل را با تئوری کلاسیک مقایسه نمودند و نشان دادند که فرکانس غیرخطی پارامتری وابسته به ابعاد میکرو و نانو است^[28].

مولویان و همکاران^[29] دیاگرام دوشاخگی و پاسخ فرکانسی میکروسکوپ نیروی اتمی را بر پایه تئوری تنش کوپل اصلاح‌شده به دست آوردند و مشاهده شد که مدل‌سازی کلاسیک و غیرکلاسیک در ابعاد کمتر از میکرون اختلاف چشمگیری داشته و تفاوت ویژه‌ای در پاسخ فرکانسی و نواحی پایداری وجود دارد^[29].

محمدی و همکاران^[30] با به‌کاربردن روش‌های تحلیلی و عددی، نمودارهای مختلف صفحه فاز و پایداری میکروسکوپ نیروی اتمی را بر اساس تئوری گرادیان کرنش رسم کرده و نشان دادند که این امکان وجود دارد که اثر اندازه در تئوری غیرکلاسیک باعث رخ‌دادن دوگانگی در پایداری میکروسکوپ شود، درحالی که در تئوری کلاسیک میکروسکوپ پایدار است. در نتیجه اثر ابعاد میکرو و نانو می‌تواند ماهیت دینامیکی میکروسکوپ را به کلی تغییر دهد^[30].

سعیدی و وطن‌خواه^[31] با در نظر گرفتن تئوری گرادیان کرنش، میکروسکوپ اتمی غوطه‌ور درون مایعات مختلف را مطالعه نمودند و نمودار پاسخ فرکانسی تشدید اولیه با استفاده از رویکرد انحراف جزئی را تحلیل و نتایج به‌دست‌آمده را با تئوری کلاسیک و همچنین تئوری تنش کوپل مقایسه نمودند. در مقاله فوق، تفاوت قابل توجه پاسخ فرکانسی و زاویه فاز تشدید اولیه میکروسکوپ در تئوری گرادیان کرنش مشاهده شد^[31].

در مقالات اشاره‌شده، اثر ابعاد در دینامیک غیرخطی میکروسکوپ نیروی اتمی بر اساس تئوری‌های غیرکلاسیک تنش کوپل^[27-29] و گرادیان کرنش^[30, 31] مطالعه شده است. در راستای پژوهش‌های گذشته، در این مقاله بر پایه تئوری غیرکلاسیک غیرمحملی/رینگن^[8] اثر ابعاد در مقیاس کوچک بر رفتار دینامیکی میکروسکوپ نیروی اتمی توسط پارامتر غیرمحملی، برای تشدیدهای اولیه، سوپرهارمونیک و ساب‌هارمونیک مطالعه و تأثیر چشمگیر و ویژه پارامتر غیرمحملی در دینامیک غیرخطی میکروسکوپ تحلیل و ارتعاشات آشوبناک در مدل غیرمحملی میکروسکوپ نیروی اتمی کنترل می‌شود. در مدل‌سازی غیرموضعی میکروسکوپ نیروی اتمی از نانوکانتیلور غیرمحملی اوپلر-برنولی همراه با غیرخطی هندسی فون-کارمن استفاده و معادله غیرخطی اجباری میکروسکوپ در حضور نیروهای جاذبه و دافعه واندروالس با استفاده از روش مقیاس‌های زمانی چندگانه^[32] حل می‌گردد. پس از حل معادله اجباری غیرخطی با رسم منحنی پاسخ فرکانسی تشدید اولیه میکروسکوپ مشاهده می‌شود که تغییرات پارامتر غیرمحملی تأثیر قابل توجهی بر دامنه و زاویه فاز پاسخ داشته و با افزایش مقادیر پارامتر غیرمحملی، انحنای پاسخ فرکانسی به سمت چپ کاهش می‌یابد و اثر نرم‌شوندگی غیرخطی در میکروسکوپ تضعیف می‌شود. همچنین، نمودارهای مختلفی شامل منحنی دامنه تحریک برحسب دامنه پاسخ میکروسکوپ برای تشدید اولیه، منحنی پاسخ فرکانسی برای تشدید سوپرهارمونیک $\omega_0 \approx 2\Omega$ و منحنی دامنه پاسخ میکروسکوپ برحسب دامنه تحریک برای تشدید سوپرهارمونیک $\omega_0 \approx 3\Omega$ ، به ازای مقادیر مختلف پارامتر غیرمحملی رسم می‌شود و مشاهده می‌گردد که با افزایش مقادیر پارامتر غیرمحملی، تغییرات قابل توجهی در این نمودارها رخ می‌دهد. سپس، ناحیه‌ای که پاسخ‌های غیرپدیهای تشدیدهای ساب‌هارمونیک وجود دارد، به دست می‌آید و تأثیر چشمگیر پارامتر

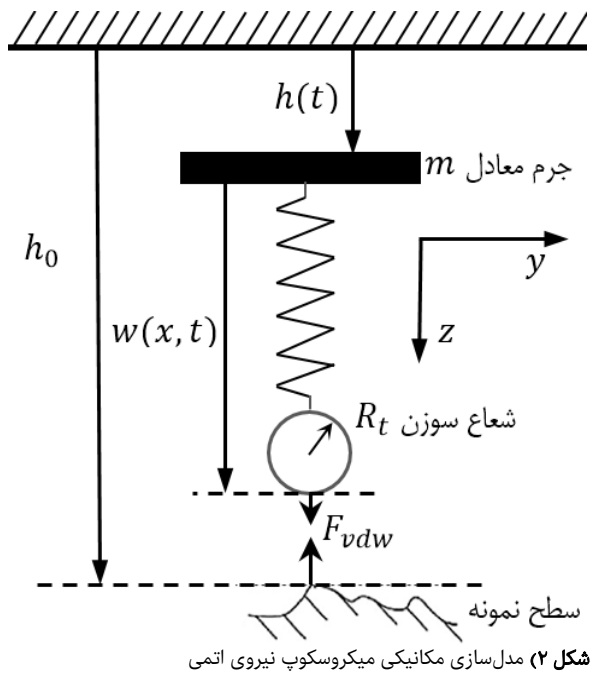
$$m = \int_0^1 \varphi^2 dX - \gamma \int_0^1 \varphi \varphi'' dX$$

$$k = \int_0^1 \varphi \varphi'''' dX - \quad (12)$$

با تعریف کردن متغیری که موقعیت سوزن انتها نانوکانتیلور را بیان می‌کند، λ به صورت $\lambda(t) = h(t) + \varphi(1)q(t)$ ، معادله حاکم بر شکل ۲ را می‌توان به فرم زیر نوشت:

$$m\ddot{\lambda} + c(\dot{\lambda} - \dot{h}) + k(\lambda - h) - f_{vdw} = 0 \quad (13)$$

که در اینجا، m جرم معادل، k سختی معادل به دست آمده از روش گالرکین، c ضریب میرایی ویسکوز و نیروی خارجی F به صورت مجموع تحریک هارمونیک عملگر پیزوالکتریک [5] و نیروی برهم‌کنش نوک کروی انتهای کانتیلور و سطح نمونه برابر $F = f_h + f_{vdw}$ می‌باشند.



شکل ۲ مدل سازی مکانیکی میکروسکوپ نیروی اتمی

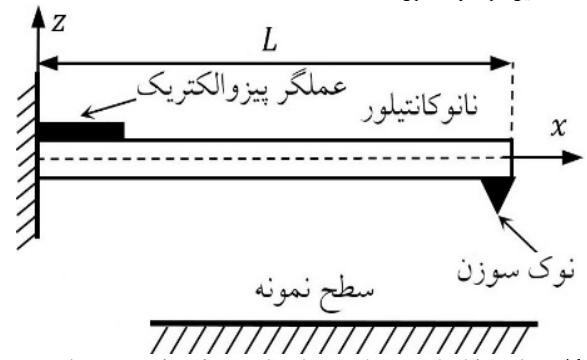
با در نظر گرفتن $h(t) = a \cos(\omega_{ext} t)$ در رابطه ۱۳، نیروی تحریک هارمونیک ایجاد شده توسط عملگر پیزوالکتریک [5] را می‌توان به صورت زیر به دست آورد.

$f_h = c\omega_{ext} a \sin(\omega_{ext} t) + k a \cos(\omega_{ext} t)$
همچنین نیروی جاذبه و دافعه واندروالس وارد شده از سطح نمونه در حال تصویربرداری به نوک نانوکانتیلور به صورت زیر می‌باشد [35].

$$f_{vdw} = \frac{A_1 R_t}{6(h_0 - \lambda)^2} - \frac{A_2 R_t}{180(h_0 - \lambda)^8} \quad (14)$$

در این رابطه، R_t شعاع نوک سوزن انتها نانوکانتیلور و A_1 و A_2 ثابت‌های هامیگر (Hamaker) به ترتیب برای نیروی‌های جاذبه و دافعه می‌باشند.

در این مدل سازی از پارامترهای دینامیکی و مشخصات فیزیکی یک میکروسکوپ تجاری، که در مرجع [22] ارائه شده است، استفاده می‌گردد (جدول ۱). ضریب کیفیت یا فاکتور میرایی مودال در این جدول دارای پیوستگی‌های پیچیده‌ای بین پاسخ کانتیلور و میرایی در سوزن نوک آن است [4] که در این مقاله از مقدار آن در تئوری کلاسیک محلی برای مود اول استفاده می‌شود.



شکل ۱ نانوتیر کانتیلور غیرمحلی مورد استفاده در میکروسکوپ نیروی اتمی

در اینجا، جابجایی در جهت x با نماد u ، جابجایی در جهت y با v و جابجایی در جهت z با نماد w مشخص شده است و هدف بررسی ارتعاشات در جهت z می‌باشد.

با به کارگیری اصل همپلتون، معادله حاکم بر حرکت نانوتیر غیرمحلی به صورت رابطه ۶ خواهد شد [10]:

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho A \left(1 - \frac{\partial^2}{\partial x^2} (e_0 a)^2\right) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \frac{EA}{2L} \left[\int_0^L \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx \right] \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - (e_0 a)^2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \right) = F(x, \bar{t}) \quad (6)$$

با تعریف متغیرهای بی بعد ۸، شکل بی بعد شده معادله حرکت از رابطه ۷ به دست می‌آید.

$$\frac{\partial^4 W}{\partial X^4} + \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} - \gamma^2 \frac{\partial^4 W}{\partial t^2 \partial X^2} - \frac{1}{2r^2} \left[\int_0^L \left(\frac{\partial W}{\partial X} \right)^2 dX \right] \left(\frac{\partial^2 W}{\partial X^2} - \gamma^2 \frac{\partial^4 W}{\partial X^4} \right) = F(X, t) \quad (7)$$

$$X = \frac{x}{L}, \quad W = \frac{w}{L}, \quad t = \frac{\bar{t}}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}, \quad \gamma = \frac{e_0 a}{L} \quad (8)$$

در اینجا γ پارامتر غیرمحلی مقیاس نانو و شعاع ژیراسیون و معادل با $r = \sqrt{\frac{I}{A}}$ می‌باشد. همچنین، معادله حاکم بر شرایط مرزی برای نانوکانتیلور غیرمحلی، به صورت ۹ خواهد بود.

$$W(0) = 0, \quad W'(0) = 0$$

$$W''(1) = 0, \quad W'''(1) = 0 \quad (9)$$

با فرض تفکیک متغیرها، می‌توان معادله ارتعاشات نانوتیر را به صورت $W(X, t) = \varphi(X)q(t)$ در نظر گرفت که در این رابطه، $\varphi(X)$ شکل مود ارتعاش و $q(t)$ بخش وابسته به زمان را بیان می‌کنند. شکل مود ارتعاش $\varphi(X)$ برای نانوتیر کانتیلور به صورت رابطه ۱۰ می‌باشد [34].

$$\varphi_n(X) = C_n \left[\sinh(\kappa_n X) \frac{\cos(\kappa_n) + \cosh(\kappa_n)}{\sin(\kappa_n) - \sinh(\kappa_n)} + \cos(\kappa_n X) - \cosh(\kappa_n X) \right] \quad (10)$$

در این معادله C_n یک ثابت دلخواه است که طوری انتخاب می‌شود که مقادیر ماکزیمم φ_n برابر با یک شود. همچنین κ_n عدد موج نرمالیزه شده سیستم است که معادل با جذر فرکانس طبیعی بی بعد نانوکانتیلور ($\kappa_n = \sqrt{\omega_n}$) می‌باشد و مقادیر آن برای سیستم خطی از ریشه‌های معادله مشخصه زیر به دست می‌آید [34].

$$\cos(\kappa_n) \cosh(\kappa_n) = -1 \quad (11)$$

به منظور تحلیل ارتعاشات غیرخطی نانوکانتیلور به کاررفته در میکروسکوپ، روش گالرکین برای اولین مود ارتعاش نانوکانتیلور به عنوان مود غالب [30, 31] به کار برده می‌شود. پس از اعمال روش گالرکین، جرم معادل، m و سختی معادل k ، به صورت رابطه ۱۲ به دست می‌آیند:

دیفرانسیل مرتبه اول نسبت به زمان بی‌بعد شده (τ) را می‌توان نسبت به زمان‌های مقیاس‌بندی شده (T_n) به صورت رابطه ۲۹ نوشت.

$$\frac{d}{d\tau} = D_0 + \varepsilon D_1 + \varepsilon^2 D_2 + \dots \quad (29)$$

همچنین دیفرانسیل مرتبه دوم نسبت به زمان‌های مقیاس‌بندی شده (T_n) با استفاده از قانون دیفرانسیل‌گیری زنجیره‌ای به صورت رابطه ۳۰ نوشته می‌شود.

$$\frac{d^2}{d\tau^2} = D_0^2 + 2\varepsilon D_0 D_1 + \varepsilon^2 (D_1^2 + 2D_0 D_2) + \dots \quad (30)$$

که در اینجا D_n به صورت رابطه ۳۱ تعریف می‌شود.

$$D_n = \frac{\partial}{\partial T_n}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (31)$$

بر اساس روش اغتشاشات پاسخ سیستم $\mathcal{Y}$ می‌تواند نسبت به ε به صورت رابطه ۳۲ بسط داده شود [32].

$$\mathcal{Y}(\tau, \varepsilon) = \mathcal{Y}_0(T_0, T_1, T_2) + \varepsilon \mathcal{Y}_1(T_0, T_1, T_2) + \varepsilon^2 \mathcal{Y}_2(T_0, T_1, T_2) + \dots \quad (32)$$

با جایگذاری روابط ۲۹، ۳۰ و ۳۲ در رابطه ۲۷ و مساوی صفر قراردادن ضرایب هم‌توان ε روابط ۳۳، ۳۴ و ۳۵ به دست می‌آیند.

$$(D_0^2 + \omega_0^2) \mathcal{Y}_0 = 0 \quad (33)$$

$$(D_0^2 + \omega_0^2) \mathcal{Y}_1 + 2D_0 D_1 \mathcal{Y}_0 = \alpha_2 \mathcal{Y}_0^2 \quad (34)$$

$$(D_0^2 + \omega_0^2) \mathcal{Y}_2 + 2D_0 D_1 \mathcal{Y}_1 + 2D_0 D_2 \mathcal{Y}_0 + D_1^2 \mathcal{Y}_0 + 2\xi D_0 \mathcal{Y}_0 = R \cos(\omega_0 T_0 + \sigma T_2 + \varphi) + 2\alpha_2 \mathcal{Y}_0 \mathcal{Y}_1 + \alpha_3 \mathcal{Y}_0^3 \quad (35)$$

پاسخ معادله ۳۳ می‌تواند به صورت رابطه ۳۶ بیان شود که در آن A یک تابع مختلط و $\bar{A}$ مزدوج مختلط آن می‌باشد.

$$\mathcal{Y}_0(T_0, T_1, T_2) = A(T_1, T_2) e^{i\omega_0 T_0} + \bar{A}(T_1, T_2) e^{i\omega_0 T_0} \quad (36)$$

با جایگذاری رابطه ۳۶ در ۳۴ رابطه زیر به دست می‌آید که در آن CC بیانگر مزدوج مختلط است.

$$(D_0^2 + \omega_0^2) \mathcal{Y}_1 = -2i\omega_0 D_1 A(T_1, T_2) e^{i\omega_0 T_0} + \alpha_2 \{A^2(T_1, T_2) e^{2i\omega_0 T_0} + \bar{A}(T_1, T_2) \bar{A}(\bar{T}_1, \bar{T}_2)\} + CC \quad (37)$$

$$(D_0^2 + \omega_0^2) \mathcal{Y}_2 = -\{2i\omega_0 (A' + \xi A) - (3\alpha_3 + \frac{10\alpha_2^2}{3\omega_0^2}) A' \bar{A} - \frac{1}{2} R e^{i(\sigma T_2 + \varphi)}\} + CC + NST \quad (38)$$

در شرایط تشدید اولیه سیستم، فرکانس تحریک خارجی و فرکانس طبیعی نزدیک به یکدیگر می‌باشند ($\hat{\Omega} \approx \omega_0$). لذا برای به‌دست‌آوردن پاسخ فرکانسی سیستم در نزدیک فرکانس طبیعی، پارامتر تنظیم σ را که بیانگر اختلاف بین فرکانس تحریک و فرکانس طبیعی سیستم می‌باشد، تعریف نموده و فرکانس تحریک خارجی را به صورت رابطه ۳۹ در نظر می‌گیریم.

$$\hat{\Omega} = \omega_0 + \varepsilon^2 \sigma \quad (39)$$

با جایگذاری رابطه ۳۹ در ۳۸ و مساوی صفر قراردادن ترم‌های سکولار، معادله ۴۰ به دست می‌آید.

$$\{2i\omega_0 (A' + \xi A) - (3\alpha_3 + \frac{10\alpha_2^2}{3\omega_0^2}) A' \bar{A} - \frac{1}{2} R e^{i(\sigma T_2 + \varphi)}\} = 0 \quad (40)$$

معادله ۴۰ یک معادله دیفرانسیل مختلط می‌باشد، لذا برای حل این معادله A به فرم قطبی $A(T_2) = \frac{1}{2} a(T_2) e^{iB(T_2)}$ که در آن a و B توابعی حقیقی از T_2 هستند، فرض می‌شود. با فرض $\phi = \beta - T_2 \sigma$ در معادله ۴۰ و تفکیک بخش‌های حقیقی و موهمی آن رابطه ۴۱ به دست می‌آید.

$$a' = -\xi a + \frac{R}{2\omega_0} \sin(\phi) \quad (41)$$

جدول ۱) پارامترهای دینامیکی و مشخصات فیزیکی نانوکانتیلور به‌کاررفته در میکروسکوپ نیروی اتمی

مشخصه	پارامتر	واحد	مقدار
طول نانوکانتیلور	L	μm	۴۹۹
ضخامت	t	μm	۱٫۷
عرض	b	μm	۴۶
شعاع سوزن	R_t	Nm	۱۵۰
فاصله اولیه	h_0	nm	۷٫۵۱
چگالی	ρ	Kg m^{-3}	۲۳۳۰
مدول یانگ	E	GPa	۱۷۶
ثابت هامیگر جاذب	A_1	J m^6	$1,3596 \times 10^{-7}$
ثابت هامیگر دافع	A_2	J	$1,865 \times 10^{-8}$
ضریب کیفیت هوا	Q		۱۰۰

حال به‌منظور بازنویسی معادله دینامیکی حاکم، متغیرهای بی‌بعد جدید را به صورت رابطه ۱۵ تعریف می‌کنیم.

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad \tau = \omega t, \quad \xi = \frac{c}{2m\omega}, \quad \Omega = \frac{\omega_{ext}}{\omega}, \quad \hat{f}_{vdw} = \frac{f_{vdw}}{m\omega^2}, \quad D_1 = \frac{A_1 R_t}{6m\omega^2}, \quad D_2 = \frac{\omega}{A_2 R_t} \frac{1}{180m\omega^2} \quad (15)$$

با جایگذاری متغیرهای بی‌بعد رابطه ۱۵، معادله دینامیکی سیستم به صورت رابطه ۱۶ خواهد شد:

$$\ddot{\lambda} + 2\xi \dot{\lambda} + \lambda = 2\xi a \Omega \cos(\Omega \tau) + a \sin(\Omega \tau) + \hat{f}_{vdw} \quad (16)$$

$$\hat{f}_{vdw} = \frac{D_1}{(h_0 - \lambda)^2} - \frac{D_2}{(h_0 - \lambda)^8} \quad (17)$$

با صفر قراردادن ترم‌های دینامیکی معادله ۱۶، نقطه تعادل استاتیکی سیستم λ_1 از معادله زیر به دست می‌آید.

$$\lambda_1 = \frac{D_1}{(h_0 - \lambda_1)^2} - \frac{D_2}{(h_0 - \lambda_1)^8} \quad (18)$$

$$\alpha_1 = \frac{2D_1}{(h_0 - \lambda_1)^3} - \frac{8D_2}{(h_0 - \lambda_1)^9} \quad (20)$$

$$\alpha_2 = \frac{3D_1}{(h_0 - \lambda_1)^4} - \frac{(h_0 - \lambda_1)^{10}}{36D_2} \quad (21)$$

$$\alpha_3 = \frac{4D_1}{(h_0 - \lambda_1)^5} - \frac{120D_2}{(h_0 - \lambda_1)^{11}} \quad (22)$$

حال با جایگذاری $u = \lambda - \lambda_{11}$ در رابطه ۱۹ داریم:

$$\ddot{u} + 2\xi \dot{u} + \omega_0^2 u = \alpha_2 u^2 + \alpha_3 u^3 + \hat{R} \cos(\Omega \tau + \Psi) \quad (23)$$

$$1 - \alpha_1 = \omega_0^2 \quad (24)$$

$$\Psi = -\tan^{-1} \left(\frac{1}{2\xi \Omega} \right) \quad (25)$$

$$\hat{R} = a \sqrt{1 + 4\xi^2 \Omega^2} \quad (26)$$

در این بخش، برای حل تحلیلی معادله ۲۳ روش مقیاس‌های زمانی چندگانه به کار برده می‌شود. به این منظور، متغیرهای $r = \varepsilon \gamma$ ، $u = \varepsilon \gamma$ ، $\xi = \varepsilon^2 \xi$ را در معادله ۲۳ جایگذاری می‌کنیم:

$$\ddot{\gamma} + 2\varepsilon^2 \xi \dot{\gamma} + \omega_0^2 \gamma = \varepsilon \alpha_2 \gamma^2 + \varepsilon^2 \alpha_3 \gamma^3 + \varepsilon^2 R \cos(\Omega \tau + \Psi) \quad (27)$$

در اینجا ε پارامتر بی‌بعد مقیاس کوچک است. بر اساس روش مقیاس‌های زمانی چندگانه، زمان‌های مقیاس‌بندی شده (T_n) به صورت رابطه ۲۸ معرفی می‌شود [32]:

$$T_n = \varepsilon^n \tau, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (28)$$

ترم غیرخطی مربعی معادله، فرکانس تحریک خارجی را به صورت رابطه ۵۷ در نظر می‌گیریم.

$$\bar{\Omega} = 2\omega_0 + \varepsilon^2 \sigma \quad (57)$$

با استفاده از روش مقیاس‌های زمانی چندگانه پاسخ فرکانسی سیستم برای تشدید ساب‌هارمونیک $\bar{\Omega} \approx 2\omega_0$ به صورت رابطه ۵۸ می‌باشد.

$$i\omega_0(A' + \xi A) + \alpha_2 \bar{A} \Lambda e^{i\sigma T_1} = 0 \quad (58)$$

برای حل این معادله، A را به فرم قطبی $A(T_1) = B e^{\frac{1}{2}i\sigma T_1}$ نوشته و رابطه ۵۸ را به صورت رابطه ۵۹ بازنویسی می‌کنیم.

$$i\omega_0 \left(B' + \frac{1}{2}i\sigma B + \xi B \right) + \alpha_2 \bar{B} \Lambda = 0 \quad (59)$$

با در نظر گرفتن B به فرم $B = B_r + iB_i$ و جایگذاری در رابطه ۵۹ داریم.

$$\begin{cases} B_r' + \xi B_r - \left(\frac{1}{2}\sigma + \frac{\alpha_2 \Lambda}{\omega_0} \right) B_i = 0 \\ B_i' + \xi B_i + \left(\frac{1}{2}\sigma - \frac{\alpha_2 \Lambda}{\omega_0} \right) B_r = 0 \end{cases} \quad (60)$$

در رابطه ۶۰، B_r و B_i را می‌توان به فرم رابطه ۶۱ نوشت.

$$\begin{cases} B_r = b_r e^{\lambda T_1} \\ B_i = b_i e^{\lambda T_1} \end{cases} \quad (61)$$

با جایگذاری رابطه ۶۱ در ۶۰، می‌توان معادله ۶۲ را به دست آورد.

$$\begin{cases} (\lambda + \xi) b_r - \left(\frac{1}{2}\sigma + \frac{\alpha_2 \Lambda}{\omega_0} \right) b_i = 0 \\ \left(\frac{1}{2}\sigma - \frac{\alpha_2 \Lambda}{\omega_0} \right) b_r + (\lambda + \xi) b_i = 0 \end{cases} \quad (62)$$

برای داشتن پاسخ‌های غیربدیهی، دترمینان ضرایب را در معادله ۶۲ صفر فرض می‌کنیم تا معادله مشخصه ۶۳ به دست آید.

$$\lambda = -\xi + \sqrt{\left(\frac{\alpha_2^2 \Lambda^2}{\omega_0^2} - \frac{\sigma^2}{4} \right)} \quad (63)$$

بر اساس معادله مشخصه ۶۳، ۳ ناحیه مختلف در پاسخ ساب‌هارمونیک میکروسکوپ در همسایگی $\bar{\Omega} \approx 2\omega_0$ خواهیم داشت که رفتار دینامیکی سیستم در هر کدام از این نواحی، کاملاً متفاوت خواهد بود.

محدوده تحریک برای ناحیه ۱ در رابطه ۶۴ ارائه شده است. در ناحیه ۱ رفتار دینامیکی سیستم ارتعاشات میرا خواهد بود.

$$\sigma^2 > \frac{4\alpha_2^2 \Lambda^2}{\omega_0^2} \quad (64)$$

محدوده تحریک برای ناحیه ۲ در رابطه ۶۵ ارائه شده است. در ناحیه ۲ دامنه خیز سیستم بدون ارتعاشات میرا خواهد شد.

$$\frac{4\alpha_2^2 \Lambda^2}{\omega_0^2} - 4\xi^2 < \sigma^2 < \frac{4\alpha_2^2 \Lambda^2}{\omega_0^2} \quad (65)$$

محدوده تحریک برای ناحیه ۳ در رابطه ۶۶ ارائه شده است.

$$\sigma^2 < \frac{4\alpha_2^2 \Lambda^2}{\omega_0^2} - 4\xi^2 \quad (66)$$

بر اساس آنالیز اغتشاشات در ناحیه ۳، دامنه خیز سیستم فاقد ارتعاش بوده و بدون محدوده افزایش پیدا می‌کند. اما در عمل این‌طور نخواهد بود، زیرا با افزایش دامنه، آنالیز اغتشاشات معتبر نیست.

۳- بررسی نتایج

پیش از ارائه و تفسیر نتایج، به اعتبارسنجی بخشی از نتایج مقاله می‌پردازیم. به این منظور، مقادیر ۴ فرکانس طبیعی اولیه نانوکانتیلور غیرمحلی این مقاله (رابطه ۷) را با نتایج مقاله مورمو و پردهان^[۱۰] مقایسه می‌کنیم. در جدول ۲، نتایج به‌دست‌آمده در پژوهش حاضر و مقاله مورمو و پردهان^[۱۰] برای ۴ فرکانس طبیعی اولیه نانوکانتیلور به ازای مقادیر مختلف پارامتر غیرمحلی ارائه شده

$$a\phi' = a\sigma + \frac{9\alpha_3\omega_0^2 + 10\alpha_2^2}{24\omega_0^3} a^3 + \frac{R}{2\omega_0} \cos(\phi)$$

با فرض شرایط حالت ماندگار ($a' = \phi' = 0$)، استفاده از رابطه $\sin^2(\phi) + \cos^2(\phi) = 1$ و حذف ϕ ، پاسخ فرکانسی تشدید اولیه سیستم در نهایت به صورت رابطه ۴۲ به دست می‌آید.

$$\left(\sigma + \frac{9\alpha_3\omega_0^2 + 10\alpha_2^2}{24\omega_0^3} a^2 \right)^2 + \xi^2 = \left(\frac{R}{2a\omega_0} \right)^2 \quad (42)$$

برای به‌دست‌آوردن پاسخ سوپرهارمونیک ناشی از ترم غیرخطی مکعبی (α_3) فرکانس تحریک خارجی را به صورت رابطه ۴۳ در نظر می‌گیریم.

$$3\bar{\Omega} = \omega_0 + \varepsilon \sigma \quad (43)$$

با به‌کاربردن روش مقیاس‌های زمانی چندگانه پاسخ زمانی و فرکانسی سیستم به ترتیب از روابط ۴۴ و ۴۵ به دست می‌آیند^[۳۲].

$$q = a \cos(3\bar{\Omega}\tau - \varphi) + 2\Lambda \cos(\bar{\Omega}\tau) \quad (44)$$

$$\left[\xi^2 + \left(\sigma - \frac{3}{8}\alpha_3 a^2 - 3\alpha_3 \Lambda^2 \right)^2 \right] a^2 = \frac{\alpha_2^2 \Lambda^6}{\omega_0^2} \quad (45)$$

در تحلیل تشدیدهای ثانویه متغیر (Λ) معادل با رابطه زیر است.

$$\Lambda = \frac{R}{2(\omega_0^2 - \bar{\Omega}^2)} \quad (46)$$

برای به‌دست‌آوردن پاسخ سوپرهارمونیک ناشی از ترم غیرخطی مربعی (α_2) فرکانس تحریک خارجی را به صورت رابطه ۴۳ در نظر می‌گیریم.

$$2\bar{\Omega} = \omega_0 + \varepsilon^2 \sigma \quad (47)$$

با به‌کاربردن روش مقیاس‌های زمانی چندگانه، پاسخ زمانی و فرکانسی سیستم به ترتیب از روابط ۴۴ و ۴۵ به دست می‌آیند^[۳۲].

$$q = a \cos(2\bar{\Omega}\tau - \varphi) + 2\Lambda \cos(\bar{\Omega}\tau) \quad (48)$$

$$[\xi^2 + \sigma^2] a^2 = \frac{\alpha_2^2 \Lambda^4}{\omega_0^2} \quad (49)$$

برای به‌دست‌آوردن پاسخ ساب‌هارمونیک ناشی از ترم غیرخطی مکعبی (α_3) فرکانس تحریک خارجی را به صورت رابطه ۵۰ در نظر می‌گیریم که در آن فرکانس تحریک خارجی در همسایگی، ۳ برابر فرکانس طبیعی سیستم می‌باشد.

$$\bar{\Omega} = 3\omega_0 + \varepsilon^2 \sigma \quad (50)$$

با در نظر گرفتن فرم فرکانس تحریک سیستم به فرم رابطه ۵۰، پس از حل معادلات با استفاده از روش مقیاس‌های زمانی چندگانه و انجام دادن عملیات‌های جبری لازم، پاسخ فرکانسی سیستم برای تشدید ساب‌هارمونیک به صورت رابطه ۵۲ می‌باشد^[۳۲].

$$q = a \cos\left(\frac{1}{3}\bar{\Omega}\tau - \varphi\right) + 2\Lambda \cos(\bar{\Omega}\tau) \quad (51)$$

$$9\xi^2 + \left(\sigma - \frac{9\alpha_3 a^2}{8\omega_0} - \frac{9\alpha_3 \Lambda^2}{\omega_0} \right)^2 = \frac{81\alpha_3^2 \Lambda^2 a^2}{16\omega_0^2} \quad (52)$$

با استفاده از روابط ۵۳ و ۵۴ برای h_1 و h_2 ، رابطه ۵۲ را می‌توان به صورت رابطه ۵۵ بازنویسی کرد.

$$h_1 = \frac{8\omega_0 \sigma}{9\alpha_3} - 6\Lambda^2 \quad (53)$$

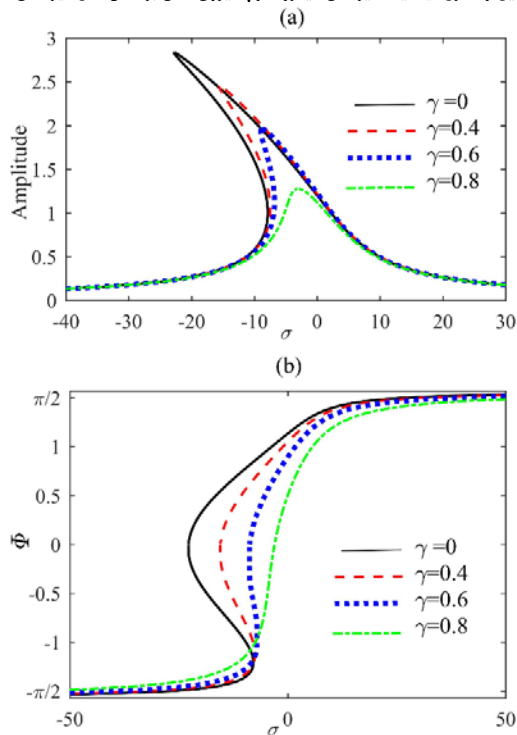
$$h_2 = \frac{64\omega_0^2}{81\alpha_3^2} \left[9\xi^2 + \left(\sigma - \frac{9\alpha_3 \Lambda^2}{\omega_0} \right)^2 \right] \quad (54)$$

$$a^2 = h_1 \pm \sqrt{h_1^2 - h_2} \quad (55)$$

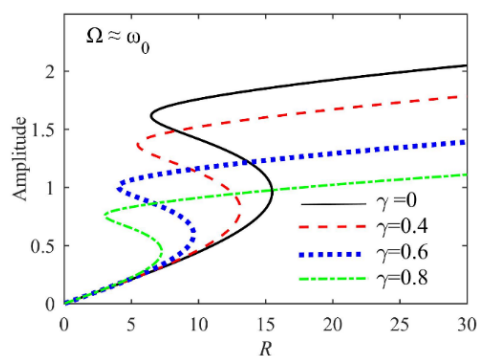
مطابق رابطه ۵۵ برای داشتن جواب‌های قابل قبول، باید شروط $h_1^2 \geq h_2$ و $h_1 > 0$ برقرار باشند. در نتیجه می‌توان مرزهایی که در آن جواب قابل قبول برای تشدید ساب‌هارمونیک سیستم وجود دارد را از رابطه ۵۶ به دست آورد.

$$\frac{\sigma}{\xi} - \sqrt{\frac{\sigma^2}{\xi^2} - 63} \leq \frac{63\alpha_3 \Lambda^2}{4\xi \omega_0} \leq \frac{\sigma}{\xi} + \sqrt{\frac{\sigma^2}{\xi^2} - 63} \quad (56)$$

اگر فرکانس تحریک خارجی در همسایگی ۲ برابر فرکانس طبیعی سیستم باشد، برای به‌دست‌آوردن پاسخ ساب‌هارمونیک ناشی از



نمودار ۱) منحنی پاسخ فرکانسی تشدید اولیه میکروسکوپ نیروی اتمی به ازای مقادیر مختلف پارامتر غیرمحملی (γ): (a) دامنه پاسخ، (b) زاویه فاز پاسخ



نمودار ۲) منحنی دامنه تحریک برحسب دامنه پاسخ سیستم برای تشدید اولیه میکروسکوپ نیروی اتمی به ازای مقادیر مختلف پارامتر غیرمحملی (γ)

در نمودار ۳ منحنی پاسخ فرکانسی میکروسکوپ برای تشدید سوپرهارمونیک $\omega_0 \approx 2\Omega$ به ازای مقادیر مختلف پارامتر غیرمحملی ($\gamma = 0, 0.4, 0.6, 0.8$) رسم شده است. همان‌طور که در نمودار ۳ مشاهده می‌شود، با افزایش پارامتر غیرمحملی، دامنه پاسخ فرکانسی سوپرهارمونیک $\omega_0 \approx 2\Omega$ شدیداً افزایش می‌یابد. جهت مطالعه اثر ابعاد برای تشدید سوپرهارمونیک $\omega_0 \approx 3\Omega$ میکروسکوپ، در نمودار ۴ منحنی دامنه پاسخ در این تشدید برحسب دامنه تحریک برای مقادیری از پارامتر غیرمحملی معادل ($\gamma = 0, 0.4, 0.6, 0.8$) رسم شده و تغییرات قابل توجهی در منحنی دامنه پاسخ سوپرهارمونیک $\omega_0 \approx 3\Omega$ برحسب دامنه تحریک برای مقادیر مختلف پارامتر غیرمحملی مشاهده می‌شود. با توجه به نمودار ۴، با افزایش مقادیر پارامتر غیرمحملی، دامنه پخش دینامیکی کاهش پیدا کرده و نقطه پیک پاسخ به سمت چپ منحرف شده است.

است که با یکدیگر هم‌خوانی خوبی دارند. اثر اندازه که ناشی از کاهش ابعاد تا مقادیر میکرو و نانو است، در تئوری غیرموضعی /رینگ با افزایش مقادیر پارامتر غیرموضعی γ مدل‌سازی می‌شود. با صفر قراردادن پارامتر غیرموضعی ($\gamma = 0$) نتایج حاصل معادل با تئوری کلاسیک الاستیسیته خواهد بود و همان‌طور که در جدول ۲ مشاهده می‌گردد، افزایش مقادیر پارامتر غیرموضعی برای مودهای بالا باعث کاهش فرکانس طبیعی شده است، درحالی که برای مود اول نانوکانتیلور، فرکانس طبیعی افزایش یافته است. در جدول ۳ فرکانس طبیعی اول نانوکانتیلور به ازای مقادیر مختلف پارامتر غیرمحملی ارائه شده است که در آن به ازای پارامتر غیرمحملی معادل، $\gamma = 0.8$ فرکانس طبیعی اول نانوکانتیلور افزایش چشمگیری یافته است.

جدول ۲) مقایسه نتایج به‌دست‌آمده در پژوهش حاضر و مقاله مورمو و پرادهان^[10] برای ۴ فرکانس طبیعی اولیه نانوکانتیلور به ازای مقادیر مختلف پارامتر غیرمحملی (γ)

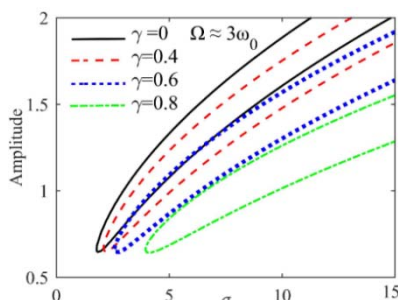
ω_4	ω_3	ω_2	ω_1	γ^2	
۱۲۰/۹۰۱۵	۶۱/۶۹۶۸	۲۲/۰۳۴۱	۳/۵۱۵۹	۰	مقاله حاضر
۱۲۰/۹۰۱۹	۶۱/۶۹۷۲	۲۲/۰۳۴۵	۳/۵۱۶۰	۰	مورمو و پرادهان ^[10]
۸۵/۶۹۰۲	۵۱/۰۶۴۷	۲۰/۶۸۰۴	۳/۵۳۱۲	۰/۰۱	مقاله حاضر
۸۵/۶۸۹۷	۵۱/۰۶۳۸	۲۰/۶۷۹۳	۳/۵۳۱۳	۰/۰۱	مورمو و پرادهان ^[10]

جدول ۳) فرکانس طبیعی اول نانوکانتیلور به ازای مقادیر مختلف پارامتر غیرمحملی (γ)

ω_1	γ
۳/۵۱۶۰	۰/۰
۳/۵۷۸۰	۰/۲
۳/۷۸۵۵	۰/۴
۴/۲۲۹۶	۰/۶
۵/۲۳۷۱	۰/۸

در ادامه، نتایج به‌دست‌آمده از روش مقیاس‌های زمانی چندگانه برای تشدیدهای اولیه، سوپرهارمونیک و ساب‌هارمونیک میکروسکوپ نیروی اتمی بر اساس تئوری غیرمحملی بررسی می‌شود. با تغییر مقادیر پارامتر غیرمحملی γ ، می‌توانیم تأثیر ابعاد در رفتار دینامیکی میکروسکوپ نیروی اتمی را مطالعه کنیم. در نمودار ۱ منحنی پاسخ فرکانسی تشدید اولیه میکروسکوپ برای مقادیر مختلف $\gamma = 0, 0.4, 0.6, 0.8$ رسم شده است. این شکل، دامنه پاسخ و همچنین زاویه فاز پاسخ را با تغییر مقدار پارامتر تنظیم σ ، برحسب فرکانس تحریک نشان می‌دهد. با توجه به نمودار ۱، نمودار دامنه پاسخ و زاویه فاز پاسخ تشدید اولیه برای مقادیر مختلف پارامتر غیرمحملی، تغییرات قابل توجهی دارد. انحنای دامنه پاسخ فرکانسی به سمت چپ با افزایش مقادیر پارامتر غیرمحملی، کاهش پیدا کرده که نشان‌دهنده ضعیف‌شدن اثر نرم‌شوندگی غیرخطی در سیستم می‌باشد. این پدیده برای پارامتر غیرمحملی $\gamma = 0.8$ به طور کامل مشهود و قابل توجه است. همچنین، ارتفاع جهش در دامنه پاسخ سیستم نیز با افزایش مقادیر پارامتر غیرمحملی، کاهش پیدا کرده است.

نمودار ۲، منحنی دامنه تحریک خارجی برحسب دامنه پاسخ میکروسکوپ غیرمحملی برای تشدید اولیه به ازای مقادیر مختلف پارامتر غیرمحملی را نشان می‌دهد که در این نمودار، دامنه پاسخ میکروسکوپ با تغییر پارامتر غیرمحملی تغییرات چشمگیری دارد.



نمودار ۱) منحنی پاسخ فرکانسی میکروسکوپ نیروی اتمی برای تشدید ساب‌هارمونیک $\Omega \approx 3\omega_0$ به ازای مقادیر مختلف پارامتر غیرمحلی (γ)

ارتعاشات آشوبناک در میکروسکوپ اتمی باعث کاهش کیفیت تصاویر و محدوده عملکرد میکروسکوپ می‌شود. کنترل و حذف آشوب برای اندازه‌گیری دقیق نیروی بین نوک کانتیلور و نمونه ضروری است [24, 25]. در این بخش، به منظور کنترل و حذف نمودن ارتعاشات آشوبناک در مدل غیرمحلی میکروسکوپ نیروی اتمی، الگوریتم کنترلی فازی- تطبیقی مقاوم استفاده می‌شود [33]. در این کنترلر، پارامتری که بر پایه مود لغزشی طراحی شده است، سیستم فازی را به صورت آنلاین تنظیم می‌کند. کنترلر مورد نظر علاوه بر سیستم فازی، شامل کنترلر مقاوم نیز می‌شود. کنترلر مقاوم برای جبران اختلاف میان کنترلر ایده‌آل و کنترلر فازی طراحی شده است. جهت جلوگیری از بهره بالا عدم قطعیت در کنترلر مقاوم، حدود عدم قطعیت مورد نیاز به صورت تطبیقی و آنلاین تنظیم خواهد شد. همچنین از طریق تابع لیاپانوف قانون تطبیق استخراج می‌شود.

با در نظر گرفتن معادله دینامیکی میکروسکوپ در رابطه ۲۷، این معادله را در فضای حالت به شکل زیر بازنویسی می‌کنیم.

$$\dot{y} = V$$

$$\dot{V} = \alpha_2 y^2 + \alpha_3 y^3 - \omega_0^2 y - 2\xi V + R \cos(\Omega \tau + \varphi) \quad (67)$$

به منظور طراحی کنترلر برای میکروسکوپ، با فرض ورودی الحاقی U برای کنترلر و تابع هموار g ، معادله دینامیکی میکروسکوپ به شکل زیر به دست می‌آید.

$$\dot{V} = g(V, y, \tau) + U \quad (68)$$

حال با در نظر داشتن مسیر هدف y_d و سطح لغزش به فرم $(\hat{V}, \hat{y}) = \hat{V} + \lambda \hat{y}$ ، کنترلر ایده‌آل به صورت رابطه ۶۹ می‌باشد [33].

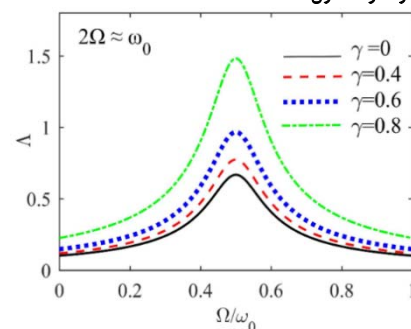
$$\hat{U} = -g + \dot{y}_d + \lambda \dot{y}_d \quad (69)$$

در این رابطه، $\hat{V} = V_d - V$ و $\hat{y} = y_d - y$ خطای مسیر و λ یک ثابت مثبت است.

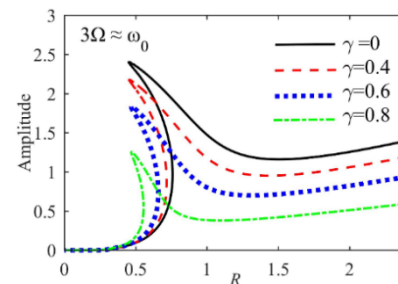
با فرض اینکه دینامیک میکروسکوپ نیروی اتمی به طور کامل معین نیست، می‌توان کنترلر ایده‌آل را با سیستم فازی تقریب زد. در نتیجه خواهیم داشت [33]:

$$\hat{U} = Z^T \zeta(s) + \psi \quad (70)$$

در این رابطه ترم الحاقی ψ ، می‌تواند ناشی از عواملی مانند مدل‌سازی ناکامل دینامیک میکروسکوپ و همچنین اختلالات خارجی ممکن باشد و با حدود $|\psi| \leq \beta_2$ مفروض است که به صورت آنلاین از رابطه $\dot{\psi} = \beta_2 |s(t)|$ به دست می‌آید. Z^T مقداری تقریبی از بردار پارامترهای بهینه می‌باشد. همچنین مؤلفه‌های بردار $\zeta = [\zeta_1 \zeta_2 \dots \zeta_n]$ ، به فرم $\zeta_r(s) = \mu_r / \sum_{r=1}^2 \mu_r$ است که در اینجا، μ_r قدرت آتش در هر قانون از الگوریتم فازی می‌باشد. بردار پارامترهای تعدیلی به صورت آنلاین

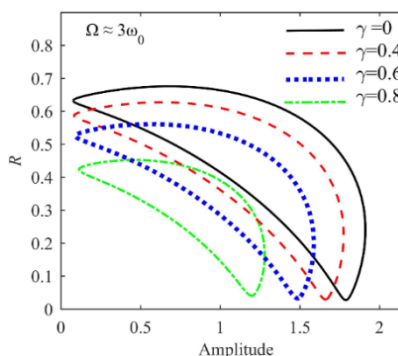


نمودار ۳) منحنی پاسخ فرکانسی میکروسکوپ نیروی اتمی برای تشدید سوپرهارمونیک $\omega_0 \approx 2\Omega$ به ازای مقادیر مختلف پارامتر غیرمحلی (γ)

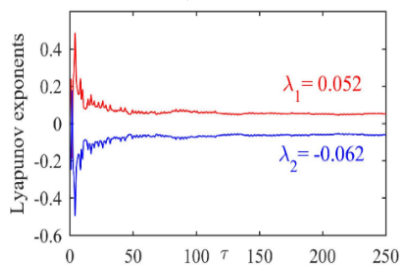


نمودار ۴) منحنی دامنه تحریک برحسب دامنه پاسخ میکروسکوپ نیروی اتمی برای تشدید سوپرهارمونیک $\omega_0 \approx 3\Omega$ به ازای مقادیر مختلف پارامتر غیرمحلی (γ)

با توجه به رابطه ۵۶، ناحیه‌ای که در آن پاسخ‌های غیربدیهی برای تشدید ساب‌هارمونیک $\Omega \approx 3\omega_0$ میکروسکوپ وجود خواهد داشت، به دست آمده است. پس از به دست آوردن ناحیه جواب‌های غیربدیهی، می‌توان اثر اندازه را در تشدید ساب‌هارمونیک $\Omega \approx 3\omega_0$ مطالعه کرد. به این منظور، در نمودار ۵ دامنه پاسخ میکروسکوپ برحسب دامنه تحریک برای تشدید ساب‌هارمونیک $\Omega \approx 3\omega_0$ به ازای مقادیر مختلف پارامتر غیرمحلی ۰/۴، ۰/۶، ۰/۸، $\gamma = 0$ رسم شده است. نمودار ۶ نیز منحنی پاسخ فرکانسی میکروسکوپ را در همین تشدید و به ازای همین مقادیر γ نشان می‌دهد. با توجه به نمودارهای ۵ و ۶، افزایش پارامتر غیرمحلی اثر چشمگیری بر پاسخ ساب‌هارمونیک $\Omega \approx 3\omega_0$ میکروسکوپ دارد و استفاده از تئوری غیرکلاسیک غیرمحلی در تحلیل پاسخ ساب‌هارمونیک $\Omega \approx 3\omega_0$ میکروسکوپ یک ضرورت است.



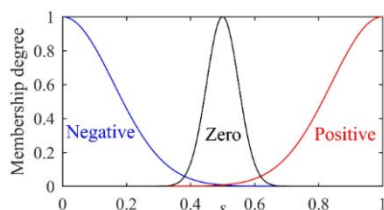
نمودار ۵) منحنی دامنه تحریک برحسب دامنه پاسخ میکروسکوپ نیروی اتمی برای تشدید ساب‌هارمونیک $\Omega \approx 3\omega_0$ به ازای مقادیر مختلف پارامتر غیرمحلی (γ)



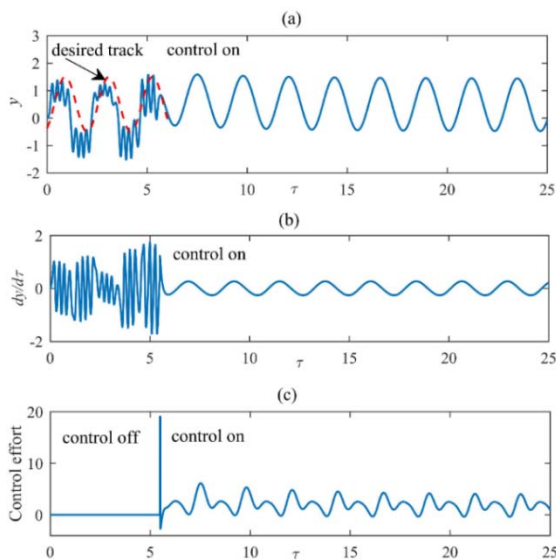
نمودار ۸) نمای‌های لیاپانوف میکروسکوپ نیروی اتمی بدون کنترل

هدف ما حذف ارتعاشات آشوبناک و تعقیب کردن مسیر هدف به شکل $y_d = 0.5 + \sin(1/2\tau)$ می‌باشد. با در نظر گرفتن $\lambda = 1$ ، سطح لغزش به صورت $s = \hat{V} + \hat{Y}$ خواهد بود و تابع عضویت ورودی را به گونه‌ای انتخاب می‌نماییم که s نزدیک به صفر شود. تابع عضویت ورودی انتخاب شده در نمودار ۹ مشاهده می‌شود. مقادیر اولیه خروجی تابع عضویت $Z = [1 \quad 5 \quad 1/4]$ انتخاب می‌گردد. محدوده عدم قطعیت را $\psi = 0.08$ و نرخ یادگیری برای کنترلر به صورت $\beta_1 = 12$ و $\beta_2 = 0.05$ مقداردهی می‌کنیم.

نهایتاً، کنترلر طراحی شده را در زمان $\tau = 5/5s$ فعال می‌نماییم. خروجی تابع عضویت کنترلر برابر $Z = [1 \quad 1/37 \quad 1/49]$ و محدوده عدم قطعیت $\psi = 0.13$ به دست می‌آید. نمودارهای پاسخ زمانی و خروجی تحریکی کنترلر، در نمودار ۱۰ رسم شده است. همان‌طور که در نمودار ۱۰ مشاهده می‌گردد، کنترلر فازی تطبیقی مقاوم طراحی شده عملکرد مطلوبی داشته و ارتعاشات آشوبناک به طور کامل کنترل شده است.



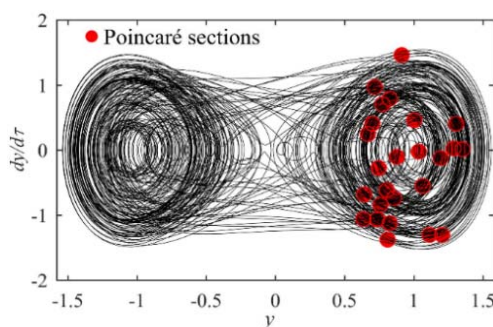
نمودار ۹) تابع عضویت ورودی طراحی شده برای سیستم فازی



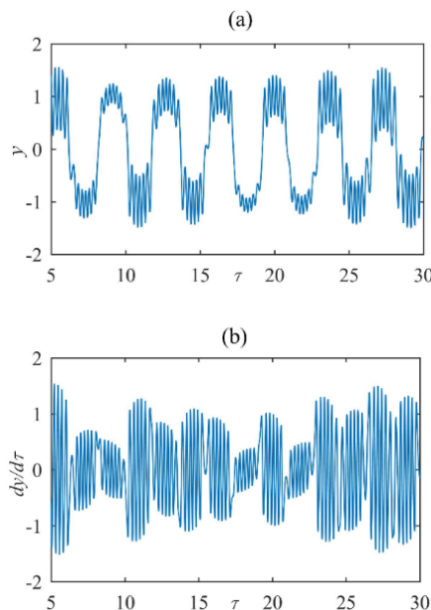
نمودار ۱۰) نمودار پاسخ زمانی میکروسکوپ نیروی اتمی قبل و بعد از فعال شدن کنترلر در $\tau = 5/5s$: (a) جابجایی سوزن انتهای کانتیلور برحسب زمان، (b) سرعت سوزن انتهای کانتیلور برحسب زمان، (c) تحریک خروجی از کنترلر مقاوم تطبیقی فازی

با رابطه $\dot{Z} = \beta_1 s(t) \zeta$ تعدیل می‌شود. همچنین، نرخ تطبیق در روابط از طریق ثابت‌های مثبتی β_1 و β_2 مشخص می‌شود و توسط طرح تعیین می‌گردد [33].

به منظور کنترل و حذف آشوب در مدل غیرمحملی میکروسکوپ نیروی اتمی، کنترلر شرح داده شده را به کار می‌بریم. برای فرکانس تحریک $\Omega = 1/2$ ، بارگذاری خارجی $R = 2/6364$ ، پارامتر غیرمحملی $\gamma = 0.6$ و شرایط اولیه $[y(0), V(0)] = [0, 0]$ ، نمودارهای صفحه فاز، مقطع پوانکاره (Poincaré) و پاسخ زمانی سیستم بدون کنترلر در شکل ۳ و نمودار ۷ رسم شده است. با توجه به این شکل و نمودار، رفتار میکروسکوپ بدون کنترلر، می‌تواند آشوبناک باشد. جهت تحقیق آشوب از معیار عددی بزرگترین نمای لیاپانوف استفاده می‌کنیم. بزرگترین نمای لیاپانوف، یک روش محاسباتی جهت شناسایی آشوب به صورت محلی است. در این روش، دو خط مسیری که در شرایط اولیه بی‌نهایت نزدیک به یکدیگر هستند را در طول زمان تعقیب نموده و فاصله بین آنها را از طریق الگوریتم [36] محاسبه می‌کند. مثبت بودن بزرگترین نمای لیاپانوف ($\lambda_{max} > 0$) نشانگر حساسیت شدید به شرایط اولیه و شرط کافی برای سنجش آشوب است. در نمودار ۸، آنالیز نمای لیاپانوف میکروسکوپ اتمی رسم شده است، بزرگترین نمای لیاپانوف ($\lambda_1 > 0$) عددی مثبت به دست آمده، در نتیجه سیستم آشوبناک است.



شکل ۳) نمودار صفحه فاز و مقطع پوانکاره میکروسکوپ نیروی اتمی بدون کنترلر



نمودار ۷) نمودار پاسخ زمانی میکروسکوپ نیروی اتمی بدون کنترلر؛ (a) جابجایی سوزن انتهای کانتیلور برحسب زمان، (b) سرعت سوزن انتهای کانتیلور برحسب زمان

۴- بحث و نتیجه‌گیری

در این پژوهش، مدل غیرمحملی میکروسکوپ نیروی اتمی ارائه و اثر ابعاد در تمام تشدیدهای اولیه، سوپرهارمونیک و ساب‌هارمونیک با استفاده از روش مقیاس‌های زمانی چندگانه مطالعه شد. نتایج مقاله نشان داد که تغییرات پارامتر غیرمحملی تأثیر قابل توجهی در رفتار دینامیکی میکروسکوپ نیروی اتمی دارد و تشدیدهای اولیه، سوپرهارمونیک و ساب‌هارمونیک به طور چشمگیری تحت تأثیر پارامتر غیرمحملی می‌باشند. علاوه بر تحلیل دینامیکی، در ادامه پژوهش، ارتعاشات آشوبناک در مدل غیرمحملی میکروسکوپ نیروی اتمی کنترل شد. به منظور کنترل ارتعاشات و حذف نمودن آشوب در مدل غیرمحملی میکروسکوپ نیروی اتمی، از الگوریتم کنترلی قدرتمند فازی تطبیقی مقاوم استفاده گردید. نتایج به دست آمده نشان داد که استفاده از تئوری غیرمحملی برای تحلیل و کنترل ارتعاشات غیرخطی میکروسکوپ نیروی اتمی یک ضرورت اساسی است. مهم‌ترین نتایج این مقاله را می‌توان به صورت زیر بیان نمود:

- در تشدید اولیه میکروسکوپ، تغییرات پارامتر غیرمحملی تأثیر قابل توجهی در دامنه و زاویه فاز پاسخ داشته و انحنای دامنه پاسخ فرکانسی به سمت چپ، با افزایش مقادیر پارامتر غیرمحملی، کاهش پیدا کرده که نشان‌دهنده ضعیف شدن اثر نرم‌شدگی غیرخطی در سیستم می‌باشد. ارتفاع جهش در دامنه پاسخ سیستم نیز با افزایش مقادیر پارامتر غیرمحملی، کاهش پیدا کرده است.

- منحنی دامنه تحریک برحسب دامنه پاسخ سیستم برای تشدید اولیه به ازای مقادیر مختلف پارامتر غیرمحملی رسم شده و با افزایش مقادیر پارامتر غیرمحملی تغییرات قابل توجهی در این منحنی مشاهده گردید.

- برای تشدید سوپرهارمونیک $\omega_0 \approx 2\Omega$ دامنه پاسخ فرکانسی با افزایش پارامتر غیرمحملی افزایش چشمگیری پیدا می‌کند.

- برای تشدید سوپرهارمونیک $\omega_0 \approx 3\Omega$ تغییرات قابل توجهی در منحنی دامنه پاسخ سیستم برحسب دامنه تحریک به ازای مقادیر مختلف پارامتر غیرمحملی مشاهده می‌شود. با افزایش مقادیر پارامتر غیرمحملی دامنه، پرش دینامیکی کاهش پیدا کرده و نقطه بیک پاسخ به سمت چپ منحرف شده است.

- ناحیه‌ای که در آن پاسخ‌های غیرپدیده‌ی برای تشدیدهای ساب‌هارمونیک وجود دارد، به دست آمده و تأثیر قابل توجه پارامتر غیرمحملی بر پاسخ ساب‌هارمونیک نمایش داده شد.

- در نهایت، کنترل تطبیقی مقاوم فازی طراحی شده در این پژوهش، عملکرد مطلوبی داشته و ارتعاشات آشوبناک در مدل غیرمحملی میکروسکوپ نیروی اتمی به طور کامل کنترل و حذف شد.

نتایج این پژوهش می‌تواند جهت بهبود فرآیند طراحی و کنترل میکروسکوپ نیروی اتمی مورد استفاده قرار گیرد.

تشکر و قدردانی: نویسندگان این مورد را بیان نکردند.

تأییدیه اخلاقی: کلیه اصول اخلاقی پژوهشی در نگارش مقاله رعایت شده است.

تعارض منافع: نویسندگان این مورد را بیان نکردند.

سهم نویسندگان: حسین کارآمد (نویسنده اول)، نگارنده بحث (۶۰٪؛ ستار مالکی (نویسنده دوم)، روش‌شناس (۳۰٪)؛ عطیه اندخشیده (نویسنده سوم)، پژوهشگر اصلی (۳۰٪)

منابع مالی: نویسندگان این مورد را بیان نکردند.

منابع

- 1- Binnig G, Quate CF, Gerber C. Atomic force microscope. *Physical Review Letters*. 1986;56(9):930.
- 2- Fang TH, Chang WJ, Weng CI. Nanoindentation and nanomachining characteristics of gold and platinum thin films. *Materials Science and Engineering: A*. 2006;430(1-2):332-340.
- 3- Krieg M, Fläschner G, Alsteens D, Gaub BM, Roos WH, Wuite GJ, et al. Atomic force microscopy-based mechanobiology. *Nature Reviews Physics*. 2019;1:41-57.
- 4- Rodriguez BJ, Callahan C, Kalinin SV, Proksch R. Dual-frequency resonance-tracking atomic force microscopy. *Nanotechnology*. 2007;18(47):475504.
- 5- Mazeran PE, Loubet JL. Normal and lateral modulation with a scanning force microscope, an analysis: implication in quantitative elastic and friction imaging. *Tribology Letters*. 1999;7(4):199-212.
- 6- Chong AC, Lam DCC. Strain gradient plasticity effect in indentation hardness of polymers. *Journal of Materials Research*. 1999;14(10):4103-4110.
- 7- Eringen AC. Linear theory of nonlocal elasticity and dispersion of plane waves. *International Journal of Engineering Science*. 1972;10(5):425-435.
- 8- Eringen AC. On differential equations of nonlocal elasticity and solutions of screw dislocation and surface waves. *Journal of Applied Physics*. 1983;54(9):4703-4710.
- 9- Reddy JN. Nonlocal theories for bending, buckling and vibration of beams. *International Journal of Engineering Science*. 2007;45(2-8):288-307.
- 10- Murmu T, Pradhan S. Small-scale effect on the vibration of nonuniform nanocantilever based on nonlocal elasticity theory. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*. 2009;41(8):1451-1456.
- 11- Mir M, Tahani M. Chaotic behavior of nonlocal nanobeam resting on a nonlinear viscoelastic foundation subjected to harmonic excitation. *Modares Mechanical Engineering*. 2018;18(2):264-272. [Persian]
- 12- Yang F, Chong A, Lam DCC, Tong P. Couple stress based strain gradient theory for elasticity. *International Journal of Solids and Structures*. 2002;39(10):2731-2743.
- 13- Lam DCC, Yang F, Chong ACM, Wang J, Tong P. Experiments and theory in strain gradient elasticity. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2003;51(8):1477-1508.
- 14- Kong S, Zhou S, Nie Z, Wang K. The size-dependent natural frequency of Bernoulli-Euler micro-beams. *International Journal of Engineering Science*. 2008;46(5):427-437.
- 15- Xia W, Wang L, Yin L. Nonlinear non-classical microscale beams: static bending, postbuckling and free vibration. *International Journal of Engineering Science*. 2010;48(12):2044-2053.
- 16- Kahrobaiyan MH, Asghari M, Rahaeifard M, Ahmadian MT. A nonlinear strain gradient beam formulation. *International Journal of Engineering Science*. 2011;49(11):1256-1267.
- 17- Ghayesh MH, Farokhi H, Amabili M. In-plane and out-of-plane motion characteristics of microbeams with modal interactions. *Composites Part B: Engineering*. 2014;60:423-439.
- 18- Andakhshideh A, Maleki S, Karamad H. Size-dependent nonlinear vibration of non-uniform microbeam with various boundary conditions. *Modares Mechanical Engineering*. 2019;18(9):189-198. [Persian]

probes based on the couple stress theory. *Amirkabir Journal of Mechanical Engineering*. 2016;48(2):137-146. [Persian]

28- Karami Mohammadi A, Abbasi M. Nonlinear vibration analysis of a dynamic atomic force microscope microcantilever in the tapping mode based on the modified couple stress theory. *Modares Mechanical Engineering*. 2015;14(11):9-17. [Persian]

29- Molavian Jazi M, Ghayour M, Ziaei-Rad S, Miandoab EM. Effect of size on the dynamic behaviors of atomic force microscopes. *Microsystem Technologies*. 2018;24(4):1755-1765.

30- Mohammadi MA, Yousefi Koma A, Karimpour M, Maani Miandoab E. Dynamic behavior analysis of atomic force microscope based on gradient theory. *Modares Mechanical Engineering*. 2016;16(9):155-164. [Persian]

31- Saeedi B, Vatankhah R. Nonlinear dynamic analysis of an atomic force microscope submerged in liquid based on strain gradient theory. *Modares Mechanical Engineering*. 2018;17(12):275-285. [Persian]

32- Nayfeh AH, Mook DT. *Nonlinear oscillations*. Birkach: John Wiley & Sons; 2008.

33- Poursamad A, Davaie-Markazi AH. Robust adaptive fuzzy control of unknown chaotic systems. *Applied Soft Computing*. 2009;9(3):970-976.

34- Rao SS. *Vibration of continuous systems*. Hoboken: John Wiley & Sons; 2007.

35- Rützel S, Lee SI, Raman A, editors. *Nonlinear dynamics of atomic-force-microscope probes driven in Lennard-Jones potentials*. *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. 2003;459(2036):1925-1948.

36- Wolf A, Swift JB, Swinney HL, Vastano JA. Determining Lyapunov exponents from a time series. *Physica D: Nonlinear Phenomena*. 1985;16(3):285-317.

19- Thai HT, Vo TP, Nguyen TK, Kim SE. A review of continuum mechanics models for size-dependent analysis of beams and plates. *Composite Structures*. 2017;177:196-219.

20- Eltaher MA, Khater ME, Emam SA. A review on nonlocal elastic models for bending, buckling, vibrations, and wave propagation of nanoscale beams. *Applied Mathematical Modelling*. 2016;40(5-6):4109-4128.

21- Farshidianfar A, Mahdavi MH, Dalir H. Flexural vibration of atomic force microscope cantilever with dimensional effects. *Amirkabir Journal of Mechanical Engineering*. 2009;41(1):19-26. [Persian]

22- Rützel S, Lee SI, Raman A. *Nonlinear dynamics of atomic-force-microscope probes driven in Lennard-Jones potentials*. *Proceedings of the Royal Society of London Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. 2003;459(2036):1925-1948.

23- Pishkenari HN, Behzad M, Meghdari A. Nonlinear dynamic analysis of atomic force microscopy under deterministic and random excitation. *Chaos, Solitons & Fractals*. 2008;37(3):748-762.

24- Morita S, Giessibl FJ, Meyer E, Wiesendanger R, editors. *Noncontact atomic force microscopy*. Volume 3. Switzerland: Springer; 2015.

25- Bueno AM, Balthazar JM, Piqueira JRC. Phase-locked loop application to frequency modulation-atomic force microscope. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*. 2011;16(9):3835-3843.

26- Rezaie B, Nikoo SY, Rahmani Z. A novel intelligent fast terminal sliding mode control for a class of nonlinear systems: application to atomic force microscope. *International Journal of Dynamics and Control*. 2018;6(3):1335-1350.

27- Karami Mohammadi A, Abbasi M. Vibration analysis of an AFM microcantilever with sidewall and top surface