



# Comparing Metamodel Methods of Adaptive Basis Function Construction and Artificial Neural Network in Finocyl Grain Design

## ARTICLE INFO

### Article Type

Original Research

### Authors

Mesgari S.<sup>1</sup> MSc,  
Bazazzadeh M.\*<sup>1</sup> PhD,  
Mostofizadeh A.<sup>1</sup> PhD

### How to cite this article

Mesgari S, Bazazzadeh M, Mostofizadeh A. Comparing Metamodel Methods of Adaptive Basis Function Construction and Artificial Neural Network in Finocyl Grain Design. Modares Mechanical Engineering. 2020;20(1):45-56.

<sup>1</sup>Aerospace Department, University Complex of Mechanical Engineering, Malek-Ashtar University of Technology, Shahin-shahr, Iran

### \*Correspondence

Address: University Complex of Mechanical Engineering, Malek-Ashtar University of Technology, Shahin-shahr, Iran  
Phone: +98 (312) 5226001-4  
Fax: +98 (312) 5225096  
bazazzadeh@mut-es.ac.ir

### Article History

Received: April 21, 2019  
Accepted: May 4, 2019  
ePublished: January 1, 2020

## ABSTRACT

Grain design is the most important part of a solid rocket motor. The aim of this study is finocyl grain design based on predetermined objective function with respect to ballistic curves in order to satisfy various thrust performance requirements through an innovative design approach using a genetic algorithm optimization method. The classical sampling method has been used for design space-filling. The level set method has been used for simulating the evolution of the burning surface in the propellant grain. An algorithm has been developed beside the level set code that prepares the initial grain configuration using Pro/Engineer software to export generated models to level set code. The lumped method has been used to perform internal ballistic analysis. Two meta-models are used to surrogate the level set method in the optimization design loop. The first method is based on adaptive basis function construction and the second method is based on the artificial neural network. In order to validate the proposed algorithm, a grain finocyl sample has been investigated. The results show that both grain design method reduced the design time significantly and this algorithm can be used in designing of any grain configuration. In addition, data have more accuracy in grain design based on the artificial neural network, so this method is the more effective and practical method to grain burn-back training.

**Keywords** Grain Design; Solid Rocket Motor; Meta-Model; Surrogate Model; Level Set

## CITATION LINKS

[1] An integrated approach for optimization of solid rocket ... [2] Design and optimization of 3D radial slot grain ... [3] An integrated framework for solid rocket motor grain design ... [4] Burning surfaces evolution in solid propellants: A numerical ... [5] Support vector regression-driven multidisciplinary design optimization of a ... [6] Evaluation of multidisciplinary optimization techniques applied to a reusable launch ... [7] A new paradigm for star grain design and ... [8] On the use of statistics in design and the implications for deterministic ... [9] Analytical methods for predicting grain regression in tactical ... [10] Complete geometric analysis of cylindrical burning star ... [11] A review of analytical methods for solid rocket motor ... [12] Design and performance optimization of Finocyl ... [13] A computer program for the prediction of solid propellant ... [14] Generalized coordinate grain design and internal ballistics evaluation ... [15] Solid performance ... [16] A Computer program for the prediction of Solid Propellant Rocket Motor ... [17] Three-dimensional retarding walls and flow in their ... [18] Modeling and numerical simulation of solid rocket motors ... [19] Solid propellant grain design and burnback simulation using ... [20] Study of grain burnback and performance of solid rockets ... [21] Grain regression ... [22] Numerical simulation of complicated grain burnback in ... [23] Numerical simulation of the grain burn-back in solid propellant rocket motor ... [24] Using marching cube algorithm for 3D grain burn-back analysis in solid rocket ... [25] Solid-rocket-motor performance-matching design ... [26] Metamodeling method using dynamic kriging for ... [27] Review of metamodeling techniques in support of engineering ... [28] Metamodel-based multidisciplinary design optimization for ... [29] Optimization and experiments: A ... [30] Structural optimization based on CAD-CAE integration ... [31] Aerodynamic shape optimization of axial turbines in three ... [32] A comparison of subset selection and adaptive basis function construction for ... [33] Adaptive basis function construction: An approach for adaptive building ... [34] A comparison of heuristic methods for polynomial ... [35] Finocyl grain design using the genetic algorithm in combination with adaptive ... [36] Solid rocket motor internal ballistics simulation using three-dimensional grain ... [37] Level set methods and fast marching ... [38] ELEA: A tool for 3D surface regression analysis in propellant ... [39] An ignition-to-burn out analysis of SRM internal ballistic and ... [40] Space propulsion analysis and ...

## مقایسه روش‌های متامدل ساختار تابع پایه تطبیق‌پذیر و شبکه عصبی مصنوعی در طراحی گرین فینوسیل

سعید مسگری MSc

گروه هوافضا، مجتمع دانشگاهی مهندسی مکانیک، دانشگاه مالک اشتر،  
شاهین شهر، ایران

مهرداد بزاززاده\* PhD

گروه هوافضا، مجتمع دانشگاهی مهندسی مکانیک، دانشگاه مالک اشتر،  
شاهین شهر، ایران

علیرضا مستوفی‌زاده PhD

گروه هوافضا، مجتمع دانشگاهی مهندسی مکانیک، دانشگاه مالک اشتر،  
شاهین شهر، ایران

### چکیده

طراحی گرین مهم‌ترین بخش طراحی موتور سوخت جامد است. در این مقاله هدف طراحی گرین فینوسیل براساس توابع هدف از پیش تعیین شده با توجه به نمودارهای بالستیکی است تا انواع الزامات تراست عملکردی را از طریق یک روش طراحی نوآورانه با بهره‌گیری از الگوریتم بهینه‌سازی ژنتیک، ارضا نماید. به منظور نمونه‌برداری در فضای طراحی از روش نمونه برداری کلاسیک استفاده شده است. برای شبیه‌سازی پسروی سطح سوزش گرین سوخت روش سطوح همتراز انتخاب شده است. در کنار کد سطوح همتراز الگوریتمی توسعه داده شده است که شکل اولیه گرین را با استفاده از کد نگارش شده در محیط نرم‌افزار پرواینجینیر به عنوان مدل‌های تولیدی به کد سطوح همتراز ارسال نماید. به منظور تحلیل بالستیک داخلی، از روش صفر بُعدی استفاده شده است. دو روش متامدل، اولی براساس روش چند جمله‌ای ساختار تابع تطبیق‌پذیر و دومی براساس یک روش شبکه عصبی مصنوعی تحت عنوان پرسپترون چند لایه هر کدام به عنوان جایگزین روش سطوح همتراز در حلقه طراحی بهینه استفاده می‌شود. در انتهای این کار به منظور اعتبارسنجی الگوریتم ارائه شده یک نمونه گرین فینوسیل مورد بررسی قرار گرفته است و نتایج حاصله نشان می‌دهد که هر دو روش طراحی گرین، زمان طراحی را به طور قابل توجهی کاهش می‌دهند و این الگوریتم می‌تواند در طراحی هر نوع گرینی مورد استفاده قرار گیرد. به علاوه در طراحی گرین براساس شبکه عصبی مصنوعی، داده‌ها دارای دقت بیشتری بوده و لذا این روش، روش بهتر و موثرتری در آموزش عقب روی گرین است.

**کلیدواژه‌ها:** طراحی گرین، موتور سوخت جامد، متامدل، مدل جایگزین، سطوح همتراز

تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۲/۸

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۲/۱۴

\*نویسنده مسئول: bazazzadeh@mut-es.ac.ir

### ۱- مقدمه

استفاده از موتورهای سوخت جامد به علت یکپارچگی، سادگی و هزینه‌های نگهداری پایین رو به افزایش است [1-4]. طراحی گرین مهم‌ترین بخش در تکمیل طراحی یک موتور سوخت جامد به منظور ارضاء الزامات مأموریتی می‌باشد [3]. طراحی موثر گرین‌های سوخت جامد عمده‌تاً وابسته به تخصص متخصصان می‌باشد و کارایی طراحی آن‌ها به وسیله روش‌های عددی یا تست‌های استاتیک تجربی سنجیده می‌شود. اگر گرین طراحی شده نتواند الزامات

مأموریتی را ارضاء کند، ضروری است هندسه گرین اصلاح گردد. واضح است که این فرآیند سعی و خطا بسیار پرهزینه بوده و روش بسیار زمان‌بر می‌باشد.

علی‌رغم توسعه در ظرفیت و سرعت پردازش کامپیوترها، هزینه بالای محاسباتی شبیه‌سازی‌های پیچیده مهندسی با دقت بالا، تکیه‌کردن بر این کدهای شبیه‌سازی به‌منظور بهینه‌سازی غیرممکن می‌باشد. یک استراتژی استفاده از مدل‌های تقریبی است که اغلب به آن‌ها تحت عنوان متامدل‌ها (Mata-Model) ارجاع داده می‌شود که این مدل‌های تقریب جایگزین مدل‌های شبیه‌سازی گران‌قیمت در طراحی و در فرآیند بهینه‌سازی می‌باشند [5]. در سال‌های اخیر، روش‌های تکاملی به‌منظور حل مسائل بهینه‌سازی طراحی استفاده می‌گردند. روش‌های بهینه‌سازی بر پایه جمعیت یک انتخاب جذاب برای این مسئله می‌باشند، زیرا استفاده از آن‌ها آسان بوده و برای مسائل به‌شدت غیرخطی موثر می‌باشند [5-7]. متامدل به‌طور گسترده‌ای برای بهینه‌سازی طراحی در بسیاری از کاربردهای مهندسی استفاده می‌گردد، خلاصه‌ای از کاربردهای متامدل در سیستم‌های هوافضایی در مرجع [8] موجود می‌باشد.

یک منحنی پایه تراست- زمان ( فشار زمان یا سطح سوزش- وب سوخته‌شده) به‌وسیله طراح سیستم به طراح موتور ارائه می‌گردد. هدف از این تحقیق طراحی هندسه گرینی است که با این منحنی تراست- زمان پایه منطبق گردد. به بیان دیگر، هدف بهینه‌سازی حداقل‌کردن فاصله بین منحنی تراست- زمان محاسبه‌شده از مدل جایگزین و منحنی پایه می‌باشد. برای این منظور منحنی تراست گسسته‌شده و یک مدل جایگزین در هر نقطه گسسته ساخته می‌شود. در انتها روش بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک برای طراحی هندسه گرین مورد استفاده قرار می‌گیرد.

روش‌های مختلفی برای محاسبه تحلیل عقب‌روی گرین وجود دارد. روش‌های تحلیلی [9-11] دقیق می‌باشند، اما آن‌ها تنها برای اشکال ۲بعدی استفاده می‌شوند. روش‌های تحلیلی برای اشکال ۳بعدی محدود می‌باشد [1]. روش‌های ترسیمی [1, 2, 12] از نرم‌افزار طراحی به کمک کامپیوتر (CAD) استفاده می‌کنند، اما این روش بسیار سخت و زمان‌بر می‌باشد. روش مختصات تعمیم‌یافته [13-16] بر اساس اشکال هندسی ساده می‌باشند. این روش به تعریف شکل اولیه گرین بسیار حساس می‌باشد که می‌تواند منجر به نوسان در نتایج تحلیل عقب‌روی گردد که برای بهینه‌سازی بحرانی است [3]. استفاده از روش‌های عددی بهترین انتخاب در تحلیل عقب‌روی گرین می‌باشد. در بین روش‌های عددی روش سطوح همتراز (Level set) [3, 17-24] بهترین روش برای محاسبه تحلیل عقب‌روی گرین می‌باشد. مهم‌ترین مزیت روش سطوح همتراز این است که تحلیل عقب‌روی را با دقت بالایی برای گرین‌های مختلف انجام می‌دهد و هیچ محدودیتی روی اشکال ۲بعدی و ۳بعدی ندارد [3].

در کلیه کارهای ارائه‌شده فوق از روش سطوح همتراز تنها برای تحلیل عقب‌روی گرین استفاده شده است، آخرین کارهایی که به‌منظور طراحی گرین از روش سطوح همتراز استفاده شده عبارتند

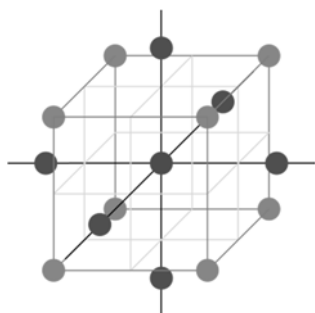
تقریب ریاضی ساده است که برای نشان دادن رابطه بین ورودی و خروجی سیستم استفاده می‌گردد. به بیان دیگر، یافتن یک رابطه بین ورودی و خروجی سیستم، تعداد شبیه‌سازی‌های مورد ارزیابی را کاهش می‌دهند [26]. متامل‌ها می‌توانند در کاربردهای مهندسی از قبیل طراحی هندسه گرین به‌عنوان جایگزین برای مدل دقیق مورد استفاده قرار گیرند، زمانی که تعداد زیادی از ارزیابی‌ها به‌علت هزینه بالای محاسباتی مورد نیاز است [28] یا هنگامی که اجرای مدل دقیق برای هر ارزیابی زمان‌بر است. نوع متامل برای تقریب، وابسته به استفاده مورد نظر یا فیزیکی است که تحت آن، مدل بایستی تسخیر گردد.

هفتکا و همکاران [29]، در خصوص رابطه بین آزمایشات و بهینه‌سازی بحث کرده است. مزایای بهینه‌سازی طراحی بر اساس متامل (MBDO) عبارت است از: ۱- هم‌زمانی اجرای کدهای شبیه‌سازی مختلف، ۲- توانمندی انجام شبیه‌سازی‌های موازی در نقاط طراحی چندگانه، ۳- فیلترکردن نویزها، ۴- کارآمدی بیشتر از روش‌های گرادیان پایه، ۵- نمایش تصویر کلی از فضای طراحی و ۶- یافتن ساده‌تر خطا در شبیه‌سازی، با توجه به اینکه کل دامنه طراحی تحلیل می‌گردد.

متامل نیازمند ۴ گام می‌باشد: گام اول انتخاب یک روش DOE برای تولید بانک اطلاعاتی داده‌ها، گام دوم انتخاب یک مدل برای نمایش داده‌ها، گام سوم برازش مدل و گام چهارم اعتباردهی مدل حاصله بر اساس طراحی آزمایشات [30] است.

تکنیک‌های نمونه‌برداری مختلفی را می‌توان برای ساخت متامل‌های مختلف استفاده کرد. عمل تعیین موقعیت نقاط طراحی در فضای طراحی DOE نامیده می‌شود [31]. در این مقاله موقعیت نقاط داده در فضای طراحی که پاسخ‌های واقعی آن‌ها ارزیابی شده است به‌وسیله یک روش طراحی آزمایشات کلاسیک تعیین می‌گردد که طراحی کامپوزیت مرکزی (CCD) نامیده می‌شود. روش CCD برای طراحی آزمایش برای ۳ متغیر در شکل ۱ نمایش داده شده است.

هنگامی که یک مدل شبیه‌سازی دقیق اجرا می‌گردد، یک بردار از ورودی (مقادیر متغیر طراحی:  $X$ )، منجر به یک بردار خروجی (مقادیر پاسخ:  $Y$ )، می‌گردد. در اینجا یک بردار ورودی شامل پارامترهای هندسه گرین و یک بردار خروجی شامل تحلیل عقب‌روی گرین بر حسب پسروری وب می‌باشد.



شکل ۱) طراحی کامپوزیت مرکزی (CCD) برای طراحی آزمایشات با ۳ متغیر

از: (۱) دنگ‌هوی و همکاران [3] با به‌کارگیری الگوریتم ژنتیک در کنار کد سطوح همتراز اقدام به طراحی گرین نمودند و (۲) زپینگ و همکاران [25] با استفاده از متامل RBF و یک الگوریتم بهینه‌سازی ترتیبی (Sequential Field Approximate Optimization Algorithm) اقدام به طراحی گرین نمودند.

در این مقاله بر اساس یک روش نوآورانه از تکنیک متامل به‌عنوان یک جایگزین روش سطوح همتراز برای آموزش تحلیل عقب‌روی گرین با حداقل تعداد داده‌ها در بانک اطلاعاتی در کنار تکنیک بهینه‌سازی تکاملی (الگوریتم ژنتیک) به‌عنوان بهینه‌ساز برای طراحی هندسه گرین استفاده شده است. از مزایای این کار نسبت به کارهای ارائه‌شده تاکنون، عدم استفاده مستقیم از کد سطوح همتراز در لوپ بهینه‌سازی می‌باشد که این امر منجر به کاهش زمان اجرای لوپ بهینه‌سازی به‌طور قابل توجهی می‌گردد. همچنین با توجه به استفاده از روش سطوح همتراز در آموزش متامل، از مزایای این روش در تحلیل عقب‌روی گرین (که هیچ‌گونه محدودیتی روی شکل گرین ندارد) استفاده می‌کند. با توجه به استفاده از متامل در آموزش عقب‌روی گرین امکان اجرای هم‌زمان چندین کد سطوح همتراز وجود دارد که این خود منجر به کاهش زمان طراحی می‌گردد. به‌علاوه در این مقاله دو نوع متامل که یکی مبتنی بر روش‌های چند جمله‌ای می‌باشد (ساختار تابع تطبیق‌پذیر) و دیگری بر اساس شبکه عصبی مصنوعی (روش پرسپترون چند لایه) بررسی و مقایسه شده‌اند. با توجه به کارایی جستجوی گلوبال الگوریتم ژنتیک و استفاده از متامل به‌جای استفاده مستقیم از روش سطوح همتراز، این الگوریتم را قادر به تطابق با عقب‌روی شکل گرین‌های متنوعی می‌سازد و هیچ محدودیتی روی شکل گرین ندارد. این مقاله شامل ۳ بخش می‌باشد، در بخش "بهینه‌سازی" از یک الگوریتم جمعیت پایه (الگوریتم ژنتیک) برای طراحی هندسه گرین به‌وسیله یک تابع هدف تعریف‌شده بر اساس مأموریت پروازی استفاده می‌گردد. در بخش "تحلیل عقب‌روی گرین به‌وسیله روش "سطوح همتراز" از روش سطوح همتراز به‌منظور تحلیل عقب‌روی گرین استفاده می‌گردد. در بخش "مدل جایگزین" دو مدل تقریب کارآمد به‌جای تحلیل گران‌قیمت عددی سطوح همتراز استفاده می‌گردد. مدل جایگزین یا متامل یک تقریب ریاضی از یک مدل شبیه‌سازی است که رابطه بین ورودی‌ها و خروجی‌های سیستم را نشان می‌دهد. در بخش "نتایج" امکان‌پذیری و دقت الگوریتم پیشنهادی از طریق یک مورد مطالعاتی ارائه می‌گردد. آخرین بخش این مقاله "جمع‌بندی" می‌باشد.

## ۲- متامل

تکنیک‌های متامل یا تقریب به‌عنوان جایگزین شبیه‌سازی پرهزینه، استفاده می‌گردد تا راندمان محاسبات را افزایش دهد. امروزه این تکنیک‌ها به‌عنوان یک ابزار با ارزش به‌منظور پشتیبانی، دامنه گسترده‌ای از فعالیت‌ها در مهندسی مخصوصاً در بهینه‌سازی طراحی استفاده می‌گردند [26, 27]. یک مدل جایگزین یا متامل یک

هر کدام با یک توان (همان‌طور که در معادله ۲ نشان داده شده) تعریف نمود. در این معادله  $r$  یک ماتریس  $h \times k$  با توان‌های صحیح مثبت،  $k$ ، تعداد متغیرهای ورودی،  $h$  تعداد ردیف‌های ماتریس،  $r_{ij}$  توان متغیر  $i$  در تابع پایه  $j$  می‌باشد [34].

$$f = \left\{ \prod_{j=1}^k x_j^{r_{ij}} \mid i = 1, 2, \dots, h \right\} \quad (2)$$

یافتن سری بهینه از توابع پایه ( $f^*$ )، منجر به یافتن ماتریس بهینه  $r^*$  با ترکیب بهینه‌ای از مقادیر صحیح مثبت می‌گردد.

$$r^* = \arg_r \min J \left( \left\{ \prod_{j=1}^k x_j^{r_{ij}} \mid i = 1, 2, \dots, h \right\} \right) \quad (3)$$

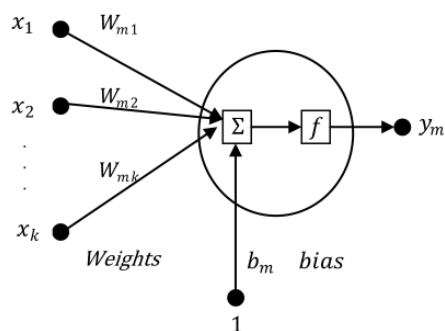
برای اطلاعات بیشتر در این زمینه به پژوهش [35] ارجاع داده می‌شود.

## ۲-۲- استفاده از متامدل بر اساس روش پرسپترون چند لایه (Multi Layer Perceptron; MLP)

شبکه‌های عصبی مصنوعی متماثل به پاسخ به محرک در یک روش مشابه با سیستم‌های عصبی بیولوژیک است. یکی از ویژگی‌های جذاب این ساختارها توانایی یادگیری مشارکت بین داده‌ها است. بنابراین یک شبکه عصبی مصنوعی (شبکه عصبی)، می‌تواند برای تقریب روابط پیچیده بین یک سری ورودی و خروجی استفاده گردد و بنابراین می‌تواند به‌عنوان یک متامدل مورد استفاده قرار گیرد. یک شبکه عصبی از المان‌های محاسباتی کوچکی که نورون نامیده می‌شود، تشکیل شده است. بر اساس ورودی  $x = (x_1, x_2, \dots, x_k)^T$  خروجی  $y_m$  از یک نورون منفرد  $m$  به‌صورت رابطه (۴) ارزیابی می‌گردد.

$$y_m(x) = f \left( b_m + \sum_{i=1}^k w_{mi} x_i \right) = f(a) \quad (4)$$

در اینجا  $f$  تابع انتقال یا فعال‌سازی است،  $b_m$  مقدار بایاس و  $w_{mi}$  وزن متناسب با ورودی  $x_i$  برای نورون  $m$  است. یک توصیف شماتیک در شکل ۲ ارائه شده است.



شکل ۲) نمایش شماتیک نورون  $m$  در یک شبکه عصبی که ورودی متغیرها و خروجی از نورون‌های قبلی است

تصمیم در خصوص تعداد مناسب نورون‌ها در لایه یا لایه‌های پنهان بدیهی نیست. معمولاً، تعداد صحیح نورون‌ها در لایه(های) پنهان به‌صورت آزمایشی تعیین می‌گردد، یعنی یک تعداد شبکه‌های کاندید ساخته می‌شوند و بر اساس قضاوت بهترین از بین آن‌ها انتخاب می‌گردد.

در این مقاله به‌منظور آموزش منحنی تراست - زمان (سطح سوزش-وب سوخته‌شده) ۲ روش مورد استفاده قرار می‌گیرد. روش نخست استفاده از پارامترهای هندسی به‌عنوان ورودی و زمان (یا وب سوخته‌شده) و تراست (فشار یا سطح سوزش) به‌عنوان خروجی به‌صورت جداگانه مورد استفاده قرار می‌گیرند. بر این اساس مشاهده می‌گردد که آموزش توسط روش ساختار تابع تطبیق‌پذیر بر این اساس پاسخ‌های بهتری می‌دهد، ولیکن انتخاب نقاط بایستی به‌گونه‌ای باشد که زمان و سطح سوزش در تمام اشکال بر اساس معیار یکسانی صورت گیرد. روش دوم استفاده از پارامترهای هندسی و زمان (یا وب سوخته‌شده) به‌عنوان ورودی و تراست (سطح سوزش یا فشار) به‌عنوان خروجی مورد استفاده قرار می‌گیرند. بر این اساس مشاهده می‌گردد که آموزش توسط روش شبکه عصبی مصنوعی بر این اساس پاسخ‌های بهتری می‌دهد.

روش‌های متفاوتی برای ساخت متامدل‌ها وجود دارد. تکنیک‌های پارامتری بر اساس یک رابطه اولیه بین متغیرهای طراحی و پاسخ می‌باشد. متامدل روی داده‌های متغیرهای طراحی و پاسخ‌های متناظر از مدل دقیق به‌وسیله تعیین ضرایب تابع انتخاب‌شده، برازش می‌گردد. تکنیک‌های غیرپارامتری برای ساخت انواع مختلفی از مدل‌های شبکه عصبی استفاده می‌شود [28, 31].

## ۲-۱- استفاده از متامدل بر اساس ساختار تابع تطبیق‌پذیر (Adaptive Basis Function Construction; ABFC)

ساختار تابع تطبیق‌پذیر یکی از تکنیک‌های پارامتری متامدل می‌باشد که در آن از توابع پایه با درجه پایه ثابت استفاده می‌گردد. مدل همواره شامل یک تعداد ثابتی از توابع پایه می‌باشد. در روش‌های مدل‌سازی تطبیق‌پذیر توابع پایه به‌وسیله کاربرد روش‌های جستجو (تکنیک‌های بهینه‌سازی) با داده‌ها منطبق می‌گردند و این روش هیچ محدودیتی روی درجه چند جمله‌ای‌ها ندارد [32-34]. از طرفی با افزایش درجه چند جمله‌ای، تعداد توابع پایه به‌صورت نمایی افزایش می‌یابد که این امر منجر به افزایش تعداد نمونه‌برداری‌ها شده و در نهایت ایجاد متامدل را غیرممکن می‌سازد. در این مقاله از روش ساختار تابع تطبیق‌پذیر (ABFC) استفاده شده است. این روش نیازمند آن است که توابع پایه بر اساس روش‌های جستجوی ابتکاری (بهینه‌سازی) ساخته شوند. این روش منجر به استفاده از مدل‌های تطبیقی بدون هیچ محدودیتی روی درجه مدل و زمان اجرا می‌گردد. تعداد متغیرهای ورودی مورد نیاز، درجه و پیچیدگی مدل هدف مشابه روش‌های چند جمله‌ای است؛ اما زمان اجرا با افزایش درجه مدل به‌صورت نمایی افزایش پیدا نمی‌کند. در انتها، این روش بدون نیاز به تکرار فرآیند ساخت مدل قابل انجام است [32].

شکل کلی یک مدل چند جمله‌ای در معادله ۱ نشان داده شده است، در این معادله  $f_i(x)$  یک تابع پایه و ضرایب  $a$  با استفاده از حداقل مربعات معمولی (OLS)، قابل محاسبه می‌باشد [33].

$$F(x) = \sum_{i=1}^h a_i f_i(x) \quad (1)$$

تابع پایه برای روش ABFC را می‌توان به‌وسیله متغیرهای ورودی

دقت متامدل به وسیله معیار زیر ارزیابی می‌گردد که در جدول آنالیز واریانس (ANOVA) نشان داده خواهد شد.

- متوسط خطای مطلق: متوسط اختلاف بین مقادیر واقعی و تقریبی  
- ماکزیمم خطا: ماکزیمم اختلاف بین مقادیر واقعی و تقریبی  
- واریانس (VAR): پیش‌بینی مربع انحراف یک متغیر تصادفی از متوسط آن

- ریشه مربع متوسط خطا (RMSE): مربع اختلاف بین مقادیر واقعی و تقریبی

$$RMSE = \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 / n} \quad (5)$$

- ضرایب تعیین یا مربع  $R^2$ : متناسب با واریانس در متغیر وابسته که قابل پیش‌بینی از متغیر مستقل می‌باشد؛  $R^2$  از صفر تا یک تغییر می‌کند؛  $R^2 = 1$  بیان می‌کند که هیچ خطایی بین مقادیر واقعی و تقریبی وجود ندارد.

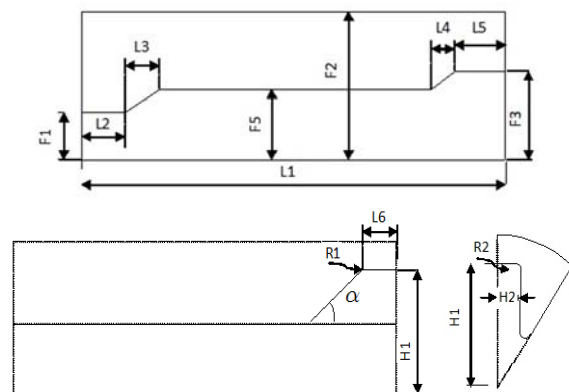
$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (6)$$

در اینجا  $\bar{y}_i$  و  $\hat{y}_i$  به ترتیب مقادیر حاصله، متوسط مقدار حاصله و مقادیر تقریب می‌باشند.

### ۳-بهینه‌سازی طراحی

#### ۱-۳- هدف

گرین فینوسیل پرستفاده‌ترین نوع شکل گرین ۳ بعدی می‌باشد، گرین فینوسیل با ۱۳ پارامتر هندسی در شکل ۳ نمایش داده شده است.



شکل (۳) طرح پارامترهای هندسی گرین

هدف این مقاله دستیابی به منحنی تراست- زمان (فشار- زمان یا سطح سوزش- عقب‌روی) الزام طراح سیستم با قطر خارجی و طول گرین ثابت می‌باشد. که منحنی تراست- زمان، دانسیته سوخت، قطر خارجی گرین، طول گرین، هندسه نازل و حدود بالا و پایین قیود پارامتر طراحی می‌باشند. توصیف ریاضی تابع طراحی به صورت ذیل می‌باشد:

$$\text{Min} \left[ \sum_{i=1}^{N_{dp}} \left( F_{design_i}(x) - F_{objective_i}(x) \right)^2 \right] \quad (7)$$

در اینجا  $N_{dp}$  تعداد نقاط طراحی در منحنی تراست- زمان و متغیر طراحی  $X$  عبارت است از:

$$X = f(F_1, F_3, F_5, H_1, H_2, L_2, L_3, L_4, L_5, L_6, N, \alpha, R_1) \quad (8)$$

#### ۲-۳- قیود طراحی

قیود طراحی مرتبط با گرین فینوسیل بر اساس گرین ارائه شده در مرجع [12]، در معادله ۹ نشان داده شده است.

$$C_i \geq 0 \quad i=1,2,\dots,4 \quad (9)$$

در اینجا  $C$  عبارت است از:

$$C_1: F_2 = 700 \text{ mm}$$

$$C_2: P_{max} \leq 70 \text{ bar}$$

$$C_3: 5400 < m_p < 5600 \text{ kg}$$

$$C_4: L_1 = 2395 \text{ mm}$$

#### ۳-۳- حدود طراحی

حدود بالا و پایین متغیرهای طراحی گرین فینوسیل بر اساس گرین ارائه شده در مرجع [12] به صورت ذیل ارائه می‌گردد:

$$V_i \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, 13 \quad (10)$$

در اینجا  $V$  عبارت است از:

$$V_1: 6 < N < 13$$

$$V_2: 220 < F_5 < 280 \text{ mm}$$

$$V_3: 30 < H_2 < 50 \text{ mm}$$

$$V_4: 180 < L_6 < 350 \text{ mm}$$

$$V_5: 25 < \alpha < 50 \text{ mm}$$

$$V_6: 25 < R_1 < 95 \text{ mm}$$

$$V_7: 500 < H_1 < 580 \text{ mm}$$

$$V_8: 80 < F_1 < 120 \text{ mm}$$

$$V_9: 350 < F_3 < 400 \text{ mm}$$

$$V_{10}: 80 < L_2 < 130 \text{ mm}$$

$$V_{11}: 80 < L_3 < 120 \text{ mm}$$

$$V_{12}: 80 < L_4 < 120 \text{ mm}$$

$$V_{13}: 180 < L_5 < 270 \text{ mm}$$

#### ۴-۳- روش بهینه‌سازی

هدف بهینه‌سازی یافتن راه حل بهینه در یک مسئله طراحی است. الگوریتم ژنتیک (GA) متداول‌ترین روش بهینه‌سازی الگوریتم‌های تکاملی می‌باشد. بهینه‌سازی هندسی گرین‌های ۳ بعدی نیازمند حل معادلات غیرخطی با تعداد زیادی از متغیرهای طراحی می‌باشد. از آنجا که روش‌های بهینه‌سازی بر پایه گرادیان دارای بیشترین احتمال گرفتارشدن در بهینه محلی را دارند. در مقابل الگوریتم ژنتیک از یک اپراتور تصادفی استفاده می‌کند که احتمال افتادن در یک بهینه محلی در آن بسیار کمتر از روش‌های گرادیان پایه می‌باشد. علاوه بر این روش‌های ابتکاری قادرند هر دو متغیرهای پیوسته و گسسته را به کار گیرند که برای مسائل طراحی بزرگ مناسب می‌باشد. الگوریتم ژنتیک قادر است از طراحی قبلی به منظور یافتن یک مسیر بهینه بهره گیرد تا خروجی مطلوب را تولید نماید. یک مدل جایگزین یا متامدل یک تقریب ریاضی ساده از یک مدل شبیه‌سازی است که بین ورودی‌ها و خروجی یک سیستم ارتباط ایجاد می‌کند. مدل‌های جایگزین، مناسب‌ترین مدل برای طراحی هندسه گرین می‌باشند. مخصوصاً هنگامی که از روش‌های بهینه‌سازی جمعیت پایه (الگوریتم ژنتیک) استفاده می‌گردد. از آنجا که بهینه‌سازی نیازمند چندین ارزیابی تابع می‌باشد و هر ارزیابی با

تابع پایه تطبیق‌پذیر (ABFC) و پرسپترون چند لایه (MLP) می‌باشد. سپس مدل جایگزین تعریف‌شده به‌وسیله متامدل به الگوریتم ژنتیک انتقال می‌یابد. بهینه‌سازی با توجه به قیود و تابع هدف تعریف‌شده انجام می‌گردد و تحلیل بالستیک داخلی به‌وسیله روش فشار تعادلی انجام می‌شود. نتایج با نتایج حاصله از روش متامدل مقایسه می‌گردد، اگر نتایج در بازه تolerانس تعریف شده باشد، بهینه‌سازی پایان می‌یابد؛ در غیر این صورت فرآیند طراحی بایستی با استفاده از آخرین نتایج تکرار شود. فلوچارت فرآیند طراحی گرین در شکل ۵ آمده است.



شکل ۵) فرآیند بهینه‌سازی هندسه گرین ۳ بعدی به‌وسیله الگوریتم ژنتیک بر اساس مدل جایگزین

#### ۴- تحلیل عقب‌روی گرین بر اساس روش سطوح همتراز

به‌علت استفاده گسترده از موتورهای سوخت جامد در صنعت هوافضا، پیش‌بینی دقیق موتور سوخت جامد تعداد تست‌های گران‌قیمت موتورها را کاهش می‌دهد. بنابراین هزینه توسعه موتورها را کاهش می‌دهد<sup>[36]</sup>. برای دستیابی به این هدف، یک الزام جدی برای تعیین فشار-زمان و تراست-زمان موتورهای سوخت جامد وجود دارد که به شدت وابسته به تغییرات سطح سوزش و حجم محفظه احتراق با زمان می‌باشد. چندین روش برای توصیف تحلیل عقب‌روی گرین‌های سوخت جامد وجود دارد. با توجه به راندمان پایین روش‌های تحلیلی و ترسیمی، به‌کارگیری روش‌های عددی مفید می‌باشد. روش‌های عددی معمولاً انتقال وجه مشترک بین سوخت جامد و گاز احتراق را دنبال می‌کنند و به ۲ شیوه طبقه‌بندی می‌شوند: روش تعقیب مرز (روش لاگرانژ) و روش تسخیر

یک مدل شبکه‌بندی شده و یک حل عددی روش سطوح همتراز مرتبط می‌باشد. بنابراین بهینه‌سازی هندسی گرین به‌وسیله الگوریتم ژنتیک بدون استفاده از مدل‌های جایگزین امکان‌پذیر نمی‌باشد. استفاده از مدل‌های جایگزین هزینه محاسباتی را به‌طور قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌دهد و استفاده از روش‌های بهینه‌سازی را امکان‌پذیر می‌سازد.

به‌منظور شروع طراحی هندسه گرین، پارامترهای هندسی گرین بایستی شناسایی شوند. سپس فضای طراحی به‌وسیله روش‌های طراحی آزمایش تعریف می‌گردد. در این مقاله روش طراحی کامپوزیت مرکزی (CCD) با ۳ سطح استفاده شده است. که یکی از روش‌های کلاسیک طراحی آزمایش (DOE) می‌باشد. گام بعدی توسعه یک کد واسط در محیط نرم‌افزار متلب و نرم‌افزار پرواینجینیر است که بر اساس حدود بالا و پایین پارامترهای هندسی گرین و فضای طراحی تعریف‌شده به‌وسیله روش DOE، مدل‌های ۳ بعدی گرین را از طریق الگوریتم نشان‌داده‌شده در شکل ۴ تولید نماید. در گام بعدی برای مدل‌های گرین تولیدشده، شبکه‌بندی ایجاد می‌گردد تا آن‌ها را برای استفاده در حل عددی سطوح همتراز فراهم نماید.



شکل ۴) فلوچارت آماده‌سازی اولیه گرین

پس از اجرای حل عددی سطوح همتراز برای هندسه‌های شبکه‌بندی‌شده، منحنی سطح سوزش بر حسب وب سوخته‌شده تولید می‌گردد، سپس منحنی فشار-زمان با استفاده از روش فشار تعادلی پیش‌بینی می‌گردد. بر اساس منحنی فشار-زمان پیش‌بینی، منحنی تراست-زمان تولید خواهد شد. حال بانک اطلاعاتی بر اساس متغیرهای هندسی گرین و فضای طراحی تعریف‌شده بر اساس روش DOE تعریف شده است. متامدل برای آموزش داده به‌جای اجرای پرهزینه کد سطوح همتراز و محاسبات بالستیکی استفاده می‌گردد. روش متامدل مورد استفاده در این مقاله مقایسه ۲ روش

از ۲ بردار غیرموازی روی صفحه و یافتن یک بردار سوم عمود بر ۲ بردار مذکور استفاده کرد. بدین ترتیب بردار نرمال روی صفحه‌ای که از جهت مثبت صفحه دیده می‌شود، با تعریف ۳ راس ترتیبی قرار گرفته در خلاف جهت عقربه ساعت مطابق رابطه (۱۵) تعریف می‌گردد.

$$\vec{n} = (\vec{v}_2 - \vec{v}_1) \times (\vec{v}_3 - \vec{v}_2) \quad (15)$$

۳- ضرب مقدار تابع علامت فاصله در ۱- برای هر نقطه داخل مرز. مقدار تابع فاصله علامت‌دار  $SDF(\vec{x})$ ، برای تمام نودهای شبکه حل، برابر  $|SDF(\vec{x})| = d(\vec{x})$  است. تابع فاصله علامت‌دار طبق رابطه (۱۶) تعیین علامت می‌شود [22].

$$\begin{cases} SDF(\vec{x}) = d(\vec{x}) & \text{in } \Omega^+ \\ SDF(\vec{x}) = d(\vec{x}) = 0 & \text{on } \partial\Omega \\ SDF(\vec{x}) = -d(\vec{x}) & \text{in } \Omega^- \end{cases} \quad (16)$$

پس از محاسبه تابع حداقل فاصله در هر گام زمانی، زمان محاسبه پارامترهای عقب‌روی گرین از قبیل سطح سوزش، سطح پورت و حجم پورت فرامی‌رسد. بر اساس تحقیقات قبلی ۴ روش برای محاسبه پارامترهای عقب‌روی گرین وجود دارد:

۱- روش تسخیر سلولی [37, 38] ۲- روش مقطعی [20] ۳- روش تابع دلتای دیراک وهویساید [18, 39] ۴- روش برش سلولی [21] در این مقاله، روش برش سلولی استفاده شده است. در این روش المان‌هایی که به وسیله مرز برش خورده‌اند به حساب می‌آیند. این روش دقیق‌تر و با زمان اجرای کوتاه‌تری در مقایسه با سایر روش‌ها می‌باشد [24].

تحلیل عقب‌روی گرین به وسیله روش سطوح همتراز انجام شده و با یک روش ترسیمی با استفاده از نرم‌افزار سالیید ورکس برای یک گرین فینوسیل در شکل ۶ مقایسه شده است. این مقایسه انجام شده تا کد سطوح همتراز توسعه‌یافته با این روش اعتباردهی گردد. نتایج نشان می‌دهد که اختلاف نتایج به‌دست‌آمده حاصل از دو روش کمتر از ۷۵٪ می‌باشد.

## ۵- تحلیل بالستیک داخلی

روش آرام صفر بعدی [40] بر اساس تساوی نرخ تغییرات جرم در محفظه احتراق و جرمی که از گلوگاه خارج می‌شود، برای پیش‌بینی فشار- زمان استفاده می‌گردد.

$$P_c = \left( \frac{a_p A_b c^*}{A_t} \right)^{\frac{1}{1-n}} \quad (17)$$

منحنی تراست- زمان با استفاده از روابط زیر محاسبه می‌گردد.

$$Th = C_F A_t P_c \quad (18)$$

$$C_F = \sqrt{\frac{2\gamma^2}{\gamma-1} \left( \frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \left[ 1 - \left( \frac{P_e}{P_c} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]} + \frac{P_e - P_a}{P_c} \varepsilon \quad (19)$$

این روش هنگامی استفاده می‌شود که سرعت داخل محفظه در مقایسه با سرعت صوت محلی کوچک باشد.

مرز (روش اوپلر) [18]. در روش تعقیب مرز، مرز متحرک به‌وضوح به‌وسیله تعقیب نودها در طول مسیر هر ذره سیال دنبال می‌شود و در روش تسخیر مرز شبکه‌بندی ثابت نگه داشته می‌شود و ذرات سیال روی مرز تسخیر می‌شوند [17]. در روش‌های تسخیر مرز، مرز به‌وسیله یک تابع شبکه  $\phi(x(t), t)$  نمایش داده می‌شود. این تابع یک تکنیک محاسباتی سریع می‌باشد که از تابع حداقل فاصله استفاده می‌کند [19]. ۲ معادله اصلی روش اوپلر VOF و سطوح همتراز می‌باشند.

روش سطوح همتراز یک روش تسخیر مرز می‌باشد که به‌وسیله یک تابع شبکه تعریف می‌گردد. تابع شبکه در این روش یک تابع ضمنی است که سطح صفر مرزی را که بایستی در هر زمان پس‌روی کند نمایش می‌دهد [18].

در روش سطوح همتراز، سرعت مرز می‌تواند مثبت یا منفی باشد. موقعیت اولیه مرز به‌عنوان سطح تراز صفر از یک تابع مرتبه بالاتر  $\phi$  لحاظ می‌گردد. لازم است که همواره مقدار سطح همتراز ذره مرزی در مسیر  $x(t)$  صفر باشد [17, 18, 37]، بنابراین:

$$\phi(x(t), t) = 0 \quad (11)$$

پس از دیفرانسیل‌گیری:

$$\phi_t + \nabla\phi(x(t), t) \cdot x'(t) = 0 \quad (12)$$

پس از وارد کردن  $\vec{x}'(t) \cdot \vec{n} = F$  و  $\vec{n} = \vec{\nabla}\phi / |\vec{\nabla}\phi|$  در معادله (۱۲) معادله ذیل را می‌توان برای  $\phi$  استنتاج نمود.

$$\phi_t + F|\vec{\nabla}\phi| = 0 \quad (13)$$

تحلیل عقب‌روی گرین با سرعت  $F$  عمود بر جهت سطح سوزش به‌وسیله روش سطوح همتراز بر اساس معادله (۱۳) انجام می‌گردد. الگوریتم برای تحلیل عقب‌روی گرین می‌تواند به ۳ مرحله اصلی: تولید شبکه، تعیین تابع علامت فاصله و محاسبه پارامترهای عقب‌روی تقسیم شود [23].

در مرحله تولید شبکه، ۲ نوع شبکه یکی برای مجرای اولیه گرین و دیگری برای حجم موتور تولید می‌گردد. در بخش تعیین تابع علامت فاصله، تابع سطوح همتراز  $\phi$ ، به‌وسیله یک حداقل فاصله بین یک نقطه از شبکه حجم موتور تا مرز گرین مطابق رابطه (۱۴) تعریف می‌گردد. مقدار این تابع روی مرز که  $\vec{x} \in \partial\Omega$  است، برابر صفر است.

$$d(\vec{x}) = \min(|\vec{x} - \vec{x}_i|) \text{ for all } \vec{x} \in \partial\Omega \quad (14)$$

محاسبه تابع علامت فاصله دارای ۳ گام می‌باشد:

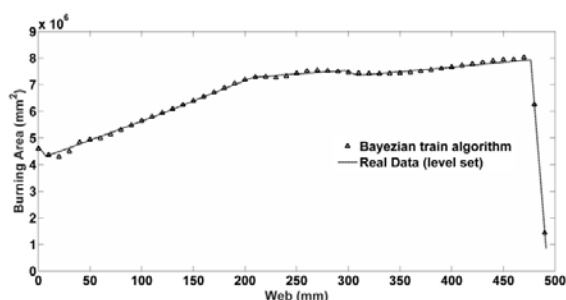
۱- محاسبه فاصله از هر نود شبکه حجم موتور و تمام نقاط شبکه مجرای اولیه و یافتن حداقل این مقدار؛ ۲- تعیین مکان هر نقطه در شبکه حجم موتور با توجه به مرز مجرا با استفاده از المان‌های تتراهدرال شبکه مجرای اولیه بر اساس روش بردار نرمال، سپس نمایش موقعیت آن‌ها به‌وسیله تشخیص نودهای داخلی و خارجی. اگرچه بر اساس رابطه (۱۴) حداقل فاصله محاسبه گردید، ضروری است تعیین گردد که نقطه امز شبکه در داخل یا خارج مرز قرار گرفته است. برای این منظور با استفاده از قانون دست راست می‌توان برای یافتن جهت نرمال مثبت یک صفحه به‌وسیله استفاده



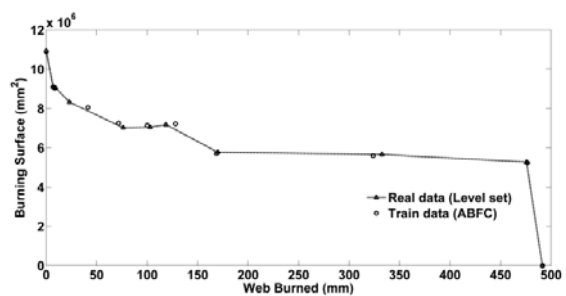
پارامترهای هندسی ورودی (متغیرهای طراحی) و قیود مورد استفاده برای بهینه‌سازی پیش از این در معادلات ۹ و ۱۰ ارائه شده است.

جدول ۱) نتایج آنالیز واریانس

| روش  | متوسط خطای مطلق (%) | ماکزیمم خطا (%) | RMSE  | R <sup>2</sup> |
|------|---------------------|-----------------|-------|----------------|
| ABFC | ۰/۴۲۵۴              | ۳/۳۱            | ۰/۱۸۵ | ۰/۹۵۷          |
| MLP  | ۰/۲۸۹۸              | ۱/۰۹۷           | ۰/۰۳۲ | ۰/۹۹۹          |



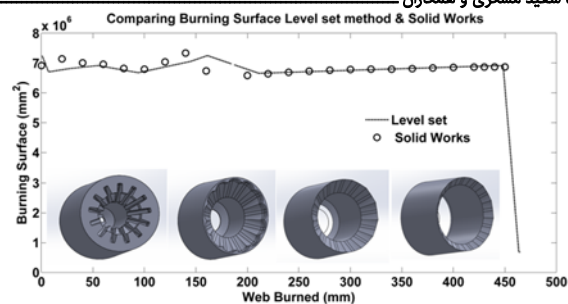
نمودار ۱) مقایسه سطح سوزش داده خروجی واقعی (از روش سطوح همتراز) و داده آموزش‌دیده بر اساس مدل جایگزین شبکه عصبی مصنوعی پرسپترون چند لایه



نمودار ۲) مقایسه سطح سوزش داده خروجی واقعی (از روش سطوح همتراز) و داده آموزش‌دیده بر اساس مدل جایگزین ساختار تابع پایه تطبیق‌پذیر

با مقایسه ۲ روش مذکور مشاهده می‌گردد، در روش ساختار تابع پایه تطبیق‌پذیر مدل مورد استفاده بر اساس تکنیک پارامتری بوده ولی در روش شبکه عصبی یک تکنیک غیرپارامتری می‌باشد. به‌منظور آموزش داده‌ها بر اساس روش ساختار تابع پایه تطبیق‌پذیر نیازی به نرمالیزه کردن داده‌ها وجود ندارد؛ اما در روش شبکه عصبی بایستی داده‌ها پیش از آموزش نرمالیزه گردند. در آموزش بر اساس روش ساختار تابع پایه تطبیق‌پذیر یک بار بایستی تغییر ضخامت عقب‌روی گرین و یک بار تغییرات سطح سوزش، آموزش داده شود؛ اما در روش شبکه عصبی تنها تغییرات سطح سوزش آموزش داده می‌شود و تغییرات ضخامت عقب‌روی گرین جزء داده‌های ورودی در نظر گرفته می‌شود. در نهایت با مقایسه نتایج حاصل از آموزش بر اساس ۲ روش (مطابق جدول ۱) مشاهده می‌گردد در روش شبکه عصبی میزان RMSE کمتر بوده و میزان  $R^2$  بالاتر می‌باشد و لذا داده‌ها دارای دقت بیشتری بوده و روش بهتر و موثرتری در آموزش عقب‌روی گرین می‌باشد.

به‌منظور استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی ژنتیک، اندازه جمعیت برابر ۱۰۰ در نظر گرفته می‌شود، و معیار توقف به‌گونه‌ای تنظیم شده است



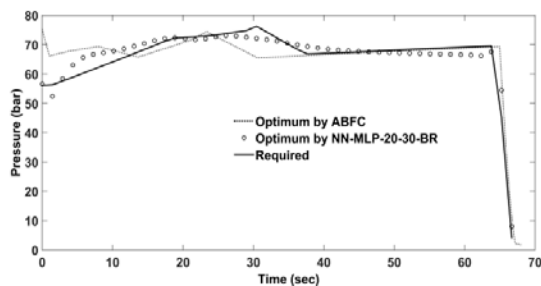
شکل ۶) تغییرات سطح سوزش بر حسب عقب‌روی گرین با استفاده از روش سطوح همتراز اعتباردهی‌شده توسط نرم‌افزار سالیید ورکس

## ۶- نتایج

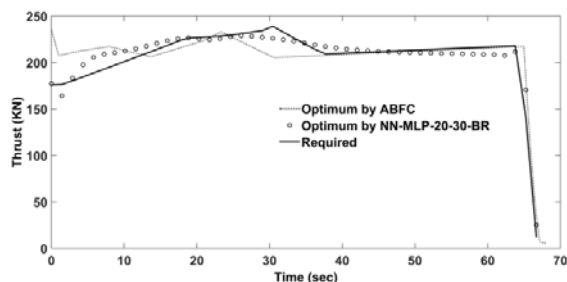
در این مقاله، برای اعتباردهی فرآیند طراحی گرین، یک شکل گرین فینوسیل با ۱۳ پارامتر هندسی مستقل بر اساس حداقل تعداد داده‌های ورودی با استفاده از روش طراحی آزمایشات (DOE) مورد بررسی قرار گرفته است. در این روش فرآیند کاری این است که مدل‌های اولیه گرین بایستی به‌وسیله کد واسط توسعه داده شده بین محیط نرم‌افزار متلب و محیط نرم‌افزار پرواینجینیر تولید گردد، برای انتخاب پارامترهای هندسی برای هر مدل از روش DOE استفاده می‌گردد. در این گام، با انتخاب روش طراحی کامپوزیت مرکزی از روش‌های کلاسیک با توجه به تعداد پارامترهای مستقل (در اینجا ۱۳ پارامتر) حداقل تعداد داده‌ها ۱۲۴ می‌باشد. مطابق با فلوچارت شکل ۴، هندسه گرین‌ها به‌صورت خودکار مطابق با فایل DOE تولید می‌گردد. با وارد کردن این فایل‌ها به نرم‌افزار تولید شبکه، کاربر می‌تواند یک شبکه بی‌سازمان با المان‌های تتراهدرال تولید کند. حال فایل آماده ارسال به کد سطوح همتراز می‌گردد، تا تحلیل عقب‌روی گرین انجام شود. سائز شبکه برای گرین فینوسیل ۱۵۰×۱۵۰×۲۴۹ می‌باشد. اجرای کد سطوح همتراز برای هر واریانت روی یک سرور اینتل با پردازنده پنتیوم ۷ هسته‌ای ۲ گیگاهرتز با ۶ گیگابایت رم، ۱۴ ساعت طول می‌کشد. نتایج آنالیز واریانس (ANOVA) تحلیل عقب‌روی گرین به‌وسیله روش ABFC و ANN در جدول ۱ نشان داده شده است. مقایسه سطح سوزش بر حسب وب سوخته شده از روش سطوح همتراز و داده آموزش داده شده در نمودارهای ۱ و ۲ نشان داده شده است.

از آنجا که هر اجرا مستقل از سایر اجراها می‌باشد، وابسته به مقدار حافظه داخلی (رم) سیستم، می‌توان بیشتر از یک واریانت روی سیستم اجرا نمود. حال هدف، طراحی هندسه یک گرین به‌گونه‌ای است که منحنی تراست - زمان (فشار- زمان یا سطح سوزش- عقب‌روی وب) بر منحنی مورد نظر منطبق گردد. روش الگوریتم ژنتیک برای یافتن متغیرهای طراحی هندسه گرین به‌منظور انطباق منحنی تراست- زمان طراحی بر منحنی تراست- زمان مطلوب استفاده می‌گردد. هدف بهینه‌سازی مینیمم کردن اختلاف بین منحنی عقب‌روی گرین با یک نمودار پایه ویژه می‌باشد. به بیان دیگر، هدف بهینه‌سازی، یافتن مقادیر پارامترهای هندسی گرین به‌گونه‌ای است که تغییرات سطح سوزش بر حسب وب سوخته شده دارای حداقل اختلاف با منحنی پایه مفروض باشد. محدوده





نمودار ۴) مقایسه منحنی‌های فشار- زمان مورد نیاز (هدف) و داده آموزش‌دیده بر اساس مدل‌های ABFC و ANN



نمودار ۵) مقایسه منحنی‌های تراست- زمان مورد نیاز (هدف) و داده آموزش‌دیده بر اساس مدل‌های ABFC و ANN

## ۷- جمع‌بندی

در این مقاله، یک الگوریتم نوآورانه برای طراحی گرین موتورهای سوخت جامد پیشنهاد شده است. از مزایای این کار نسبت به کارهای ارائه‌شده تاکنون، عدم استفاده مستقیم از کد سطوح همتراز در لوپ بهینه‌سازی می‌باشد، از آنجا که هر اجرای کد سطوح همتراز برای هر واریانت بیش از ۱۴ ساعت طول می‌کشد، درحالی که مدل جایگزین آموزش‌دیده بر اساس متامدل‌های ساختار تابع تطبیق‌پذیر یا شبکه عصبی مصنوعی برای هر واریانت تنها ۳/۱۰ ثانیه زمان می‌برد که این امر منجر به کاهش زمان اجرای لوپ بهینه‌سازی به‌طور قابل توجهی می‌گردد. همچنین با توجه به استفاده از روش سطوح همتراز در آموزش متامدل از مزایای این روش در تحلیل عقب‌روی گرین (که هیچ‌گونه محدودیتی روی شکل گرین ندارد) استفاده می‌کند. از طرفی استفاده از متامدل در آموزش عقب‌روی گرین امکان اجرای هم‌زمان چندین کد سطوح همتراز وجود دارد که این خود منجر به کاهش زمان طراحی می‌گردد. به‌علاوه در این مقاله ۲ نوع متامدل که یکی مبتنی بر روش‌های چند جمله‌ای می‌باشد (ساختار تابع تطبیق‌پذیر) و دیگری بر اساس شبکه عصبی مصنوعی (روش پرسپترون چند لایه) است، بررسی و مقایسه شده‌اند.

ترتیب زمانی الگوریتم ارائه‌شده، شامل چندین بخش می‌باشد. گام اول این روش ایجاد یک ماژول است که هندسه گرین اولیه را ایجاد نماید. برای این منظور، ابتدا از یک برنامه طراحی آزمایش (DOE) استفاده می‌گردد تا نقاط طراحی را در فضای طراحی جانمایی کند. روش نمونه‌برداری طراحی کامپوزیت مرکزی (CCD) برای این هدف به‌کار گرفته شده است. گام دوم ایجاد یک کد در محیط نرم‌افزار متلب برای ایجاد پارامترهای هندسی هر شکل گرین می‌باشد. گام

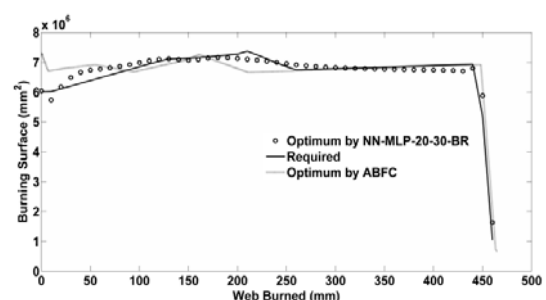
که متوسط تغییرات تابع هدف در ۱۰ تکرار قبلی کمتر از ۰/۰۰۱٪ گردد. مشاهده می‌گردد که الگوریتم ژنتیک در روش ABFC پس از ۱۱ تکرار شرط همگرایی ارضاء شده و در مقدار تابع هدف ۷۷۶٪ متوقف می‌گردد. درحالی که الگوریتم ژنتیک در روش ANN پس از ۳۸ تکرار شرط همگرایی ارضاء شده و در مقدار تابع هدف ۳۷۸٪ متوقف می‌گردد. مقادیر بهینه متغیرهای طراحی برای گرین فینوسیل برای ۲ روش مذکور بر اساس منحنی سطح سوزش بر حسب وب سوخته‌شده در جدول ۲ ارائه شده است. مشخصات فیزیکی سوخت و پارامترهای هندسی گرین در جدول ۳ ارائه شده است. در نمودار ۳ تغییرات سطح سوزش بر حسب وب سوخته‌شده نشان داده شده است. در نمودارهای ۴ و ۵ منحنی‌های فشار- زمان و تراست- زمان برای گرین طراحی‌شده با منحنی‌های فشار- زمان و تراست- زمان الزام مقایسه شده‌اند.

جدول ۲) محدوده متغیرهای طراحی گرین فینوسیل و مقادیر بهینه

| پارامترها    | نماد     | واحد | حد پایین | حد بالا | بهینه ABFC | بهینه ANN |
|--------------|----------|------|----------|---------|------------|-----------|
| تعداد پرها   | $N$      | -    | ۶        | ۱۳      | ۱۳         | ۸         |
| مجرای میانی  | $F5$     | mm   | ۲۲۰      | ۲۸۰     | ۴/۲۴۷      | ۲۵۰       |
| ضخامت پره    | $H2$     | mm   | ۳۰       | ۵۰      | ۳۳/۶       | ۳۷        |
| طول پره      | $L6$     | mm   | ۱۸۰      | ۳۵۰     | ۲۳۳/۸      | ۲۳۹       |
| زاویه پره    | $\alpha$ | deg  | ۲۵       | ۵۰      | ۳۲         | ۳۵        |
| فیلت پره     | $R1$     | mm   | ۲۵       | ۹۵      | ۵۷         | ۴۶        |
| ارتفاع پره   | $H1$     | mm   | ۵۰۰      | ۵۸۰     | ۵۵۳/۴      | ۵۵۳       |
| مجرای جلویی  | $F1$     | mm   | ۸۰       | ۱۲۰     | ۹۰/۲       | ۱۱۲       |
| مجرای عقبی   | $F3$     | mm   | ۳۵۰      | ۴۰۰     | ۳۸۷/۵      | ۳۸۱       |
| وب جلویی     | $L2$     | mm   | ۸۰       | ۱۳۰     | ۹۷/۱       | ۱۱۰       |
| مخروط جلویی  | $L3$     | mm   | ۸۰       | ۱۲۰     | ۹۶/۸       | ۱۰۷       |
| مخروط عقبی   | $L4$     | mm   | ۸۰       | ۱۲۰     | ۸۸/۱       | ۸۹        |
| استوانه عقبی | $L5$     | mm   | ۱۸۰      | ۲۷۰     | ۲۳۸        | ۳۶۵       |

جدول ۳) پارامترهای سوخت و نازل

| پارامتر     | نماد          | واحد              | مقدار      |
|-------------|---------------|-------------------|------------|
| قطر گلوگاه  | $D_t$         | mm                | ۱۵۰        |
| نسبت انبساط | $\varepsilon$ | -                 | ۱۶         |
| سرعت مشخصه  | $c^*$         | $m \cdot s^{-1}$  | ۱۵۵۰       |
| دانشیه سوخت | $\rho_p$      | $kg \cdot m^{-3}$ | ۱۷۵۰       |
| نرخ سوزش    | $\dot{r}$     | $mm \cdot s^{-1}$ | ۷/۵        |
| سوخت        |               |                   | HTPB/AP/AL |



نمودار ۳) مقایسه سطح سوزش بر حسب وب سوخته داده مورد نیاز (هدف) و داده آموزش‌دیده بر اساس مدل‌های ABFC و ANN

سوم استفاده از کد تولکیت واسط برنامه‌نویسی کاربردی (API) برای ایجاد مدل هندسه اولیه گرین مطابق با فایل طراحی آزمایش، می‌باشد. در گام چهارم مدل هندسی شبکه‌بندی می‌گردد. گام پنجم هندسه شبکه‌بندی شده آماده انجام تحلیل عقب‌روی گرین به‌وسیله کد سطوح همتراز می‌باشد. استفاده از حل عددی سطوح همتراز با توجه به دقت و قابلیت آن برای تحلیل عقب‌روی هر نوع شکل گرین یکی از بخش‌های مهم این تحقیق می‌باشد. گام ششم یک بانک اطلاعاتی به‌وسیله این اجراهای حل عددی سطوح همتراز ایجاد می‌گردد. در گام هفتم بر اساس این بانک اطلاعاتی با استفاده از تکنیک متامدل تغییرات سطح سوزش بر حسب میزان عقب‌روی گرین آموزش داده می‌شود. در این مقاله ۲ تکنیک پارامتری و غیرپارامتری مورد مقایسه قرار گرفته‌اند.

آموزش تحلیل عقب‌روی گرین با استفاده از متامدل بر اساس ۲ روش ساختار تابع پایه تطبیق‌پذیر و همچنین روش شبکه عصبی مصنوعی (پرسپترون چند لایه) انجام شده است. این ۲ روش در مقایسه با روش سطوح همتراز به‌شدت زمان اجرا را کاهش داده و قادر به انجام تحلیل عقب‌روی برای هر شکل گرینی در فضای طراحی می‌باشد. در مقایسه این ۲ روش:

- روش ساختار تابع پایه تطبیق‌پذیر مدل مورد استفاده بر اساس تکنیک پارامتری می‌باشد.

- به‌منظور آموزش داده‌ها بر اساس روش ساختار تابع پایه تطبیق‌پذیر نیازی به نرمالیزه کردن داده‌ها وجود ندارد.

- در آموزش بر اساس روش ساختار تابع پایه تطبیق‌پذیر یک بار بایستی تغییر ضخامت عقب‌روی گرین و یک بار تغییرات سطح سوزش آموزش داده شود.

- مشاهده می‌گردد که الگوریتم ژنتیک در روش ABFC پس از ۱۱ تکرار شرط همگرایی ارضاء شده و در مقدار تابع هدف ۷۷۶٪ متوقف می‌گردد. ولی در روش شبکه عصبی یک تکنیک غیرپارامتری می‌باشد.

- در روش شبکه عصبی بایستی داده‌ها پیش از آموزش نرمالیزه گردند.

- در روش شبکه عصبی تنها تغییرات سطح سوزش آموزش داده می‌شود و تغییرات ضخامت عقب‌روی گرین جزء داده‌های ورودی در نظر گرفته می‌شود.

- درحالی که الگوریتم ژنتیک در روش ANN پس از ۳۸ تکرار شرط همگرایی ارضاء شده و در مقدار تابع هدف ۳۷۸٪ متوقف می‌گردد. در نهایت با مقایسه نتایج حاصل از آموزش بر اساس ۲ روش مشاهده می‌گردد روش شبکه عصبی داده‌ها دارای دقت بیشتری بوده و لذا روش بهتر و موثرتری در آموزش عقب‌روی گرین می‌باشد.

در گام هشتم (گام نهایی) با استفاده از تکنیک بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک با توجه به تابع هدف تعیین‌شده (که در اینجا دستیابی به منحنی سطح سوزش بر حسب وب (منحنی تراست- زمان) می‌باشد)، پارامترهای هندسی گرینی که تابع هدف را برآورده می‌سازند تعیین می‌گردند. برای ارزیابی تابع هدف از مدل جایگزین

به‌جای کد سطوح همتراز استفاده شده است. مهم‌ترین بخش این تحقیق آموزش تحلیل عقب‌روی گرین با استفاده از مدل جایگزین می‌باشد. مخصوصاً هنگامی که از روش‌های بهینه‌سازی جمعیت پایه استفاده می‌گردد. زمان اجرا به‌طور قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌یابد و به‌سرعت می‌توان این مدل جایگزین برای هر هدف بهینه‌سازی استفاده نمود.

خلاصه مزایای متامدل در این تحقیق عبارتند از:

- قابلیت اتصال کدهای شبیه‌سازی پرهزینه (سطوح همتراز، پرواینجینیر، تولیدکننده‌های شبکه، کدهای تحلیل بالستیک داخلی و غیره) می‌باشد.

- امکان شبیه‌سازی‌های موازی در نقاط طراحی چندگانه را فراهم می‌سازد (کدهای سطوح همتراز می‌توانند مستقل و موازی اجرا گردند سپس متامدل در بهینه‌سازی استفاده می‌گردد).

- ساخت متامدل می‌تواند نویزها را بهتر از روش‌های گرادین پایه فیلتر نماید.

- متامدل‌ها یک نمای کلی از فضای طراحی نمایش می‌دهند و از آنجا که کل دامنه طراحی تحلیل می‌گردد، ردیابی خطاها در شبیه‌سازی ساده‌تر می‌باشد.

در انتها، یک هندسه گرین فینوسیل برای اعتباردهی این روش استفاده شده است. نتایج مدل‌سازی تایید می‌کند که الگوریتم پیشنهادی می‌تواند به‌جای تحلیل عقب‌روی گرین با روش سطوح همتراز استفاده گردد و بر این اساس طراحی هندسه گرین فینوسیل با این روش امکان‌پذیر می‌گردد.

**تشکر و قدردانی:** موردی توسط نویسندگان بیان نشد.

**تاییدیه اخلاقی:** این مقاله تاکنون در نشریه دیگری به چاپ نرسیده است. همچنین برای بررسی یا چاپ به نشریه دیگری ارسال نشده است. ضمناً محتویات علمی مقاله حاصل فعالیت علمی نویسندگان بوده و صحت و اعتبار نتایج بر عهده نویسندگان است.

**تعارض منافع:** مقاله حاضر هیچ‌گونه تعارض منافع با سازمان‌ها و اشخاص دیگر ندارد.

**سهم نویسندگان:** سعید مسگری (نویسنده اول)، نگارنده مقدمه/روش‌شناس/پژوهشگر اصلی/نگارنده بحث (۴۰٪)؛ مهرداد بزاززاده (نویسنده دوم)، روش‌شناس/پژوهشگر (۳۰٪)؛ علیرضا مستوفی‌زاده (نویسنده سوم)، روش‌شناس/پژوهشگر اصلی (۳۰٪)

**منابع مالی:** این تحقیق به‌صورت درون‌دانشگاهی و بدون حمایت سازمان خاصی انجام شده است.

#### ۸- فهرست علائم

|                   |                            |
|-------------------|----------------------------|
| $F_2$             | شعاع خارجی گرین (mm)       |
| $m_p$             | جرم سوخت (kg)              |
| $L_1$             | طول گرین (mm)              |
| $P_{max}$         | فشار ماکزیمم (bar)         |
| $F_{design_i}$    | تراست در نقطه طراحی (N)    |
| $F_{objective_i}$ | تراست در نقطه هدف (N)      |
| $a$               | ضریب نرخ سوزش (mm/sec.bar) |

- 12- Kamran A, Gouzhu L, Godil J, Siddique Z, Zeeshan Q, Rafique A. Design and performance optimization of Finocyl grain. AIAA Modeling and Simulation Technologies Conference, 2009 August 10-13, Chicago, Illinois. Reston: AIAA; 2009.
- 13- Coats D, Levine JN, Nickerson GR, Tyson TJ, Cohen NS, Barry DP, et al. A computer program for the prediction of solid propellant rocket motor performance. Vol. I, II, and III. Unknown City: Defense Technical Information Center (DTIC); 1975.
- 14- Barron J. Generalized coordinate grain design and internal ballistics evaluation program. 3<sup>rd</sup> Solid Propulsion Conference, 1968 June 4-6, Atlantic City, New Jersey. Reston: AIAA; 1968.
- 15- Coats D, Nickerson G, Dang A, Dunn S, Kehtarnavaz H. Solid performance program (SPP). 23<sup>rd</sup> Joint Propulsion Conference, 1987 29 June-2 July, San Diego, California. Reston: AIAA; 1987.
- 16- Levine JN, Nickerson GR, Tyson TJ, Cohen NS, Barry DP, Price CF. A Computer program for the prediction of Solid Propellant Rocket Motor Performance. Technical Report, Vol. I, FRPL - TR - 80 - 34. Carson: Software and Engineering Associates; 1981.
- 17- Toker KA. Three-dimensional retarding walls and flow in their vicinity [Dissertation]. Ankara: The School of Natural and Applied Sciences Middle East Technical University; 2004.
- 18- Cavallini E. Modeling and numerical simulation of solid rocket motors internal ballistics [Dissertation]. Rome: Sapienza University of Rome; 2010.
- 19- Willcox MA, Brewster MQ, Tang KC, Stewart DS. Solid propellant grain design and burnback simulation using a minimum distance function. Journal of Propulsion and Power. 2007;23(2):465-475.
- 20- Pons Lorente A. Study of grain burnback and performance of solid rockets motors [Dissertation]. Barcelona: Polytechnic University of Catalonia; 2013.
- 21- Sullwald W. Grain regression analysis [Dissertation]. Stellenbosch: Stellenbosch University; 2014.
- 22- Ghasemi H, Barkhordar A. Numerical simulation of complicated grain burnback in three dimensions. Journal of Space Science and Technology. 2012;5(1):15-28. [Persian]
- 23- Estekhahreh SGM, Mostofizadeh A, Fouladi N. Numerical simulation of the grain burn-back in solid propellant rocket motor based on level set method. Iranian Scientific Association of Energetic Material. 2012;7(3):29-40. [Persian]
- 24- Gheisari MM, Mirsajedi SM. Using marching cube algorithm for 3D grain burn-back analysis in solid rocket motors based on level set method. Modares Mechanical Engineering. 2015;14(15):85-95. [Persian]
- 25- Zeping W, Donghui W, Weihua Z, Okolo PN, Yang F. Solid-rocket-motor performance-matching design framework. Journal of Spacecraft and Rockets. 2017;54(3):698-707.
- 26- Zhao L, Choi KK, Lee I. Metamodeling method using dynamic kriging for design optimization. AIAA Journal. 2011;49(9):2034-2046.
- 27- Wang GG, Shan S. Review of metamodeling techniques in support of engineering design optimization. Journal of Mechanical Design. 2007;129(4):370-380.
- 28- Ryberg AB, Domeij Bäckryd R, Nilsson L. Metamodel-based multidisciplinary design optimization for automotive applications. Linköping: Linköping University Electronic Press; 2012.

|                             |                    |
|-----------------------------|--------------------|
| توان نرخ سوزش               | $n$                |
| نرخ سوزش ( $mm/sec$ )       | $\dot{r}$          |
| سطح گلوگاه ( $m^2$ )        | $A_t$              |
| سطح سوزش ( $m^2$ )          | $A_b$              |
| فشار محفظه ( $pa$ )         | $P_c$              |
| فشار خروجی نازل ( $pa$ )    | $P_e$              |
| فشار محیط ( $pa$ )          | $P_a$              |
| تراست ( $N$ )               | $Th$               |
| علایم یونانی                |                    |
| تابع سطوح همتراز            | $\varphi(x(t), t)$ |
| دانسیته سوخت ( $kgm^{-3}$ ) | $\rho_p$           |
| نسبت انبساط نازل            | $\epsilon$         |

## منابع

- 1- Kamran A, Guozhu L. An integrated approach for optimization of solid rocket motor. Aerospace Science and Technology. 2012;17(1):50-64.
- 2- Kamran A, Guozhu L. Design and optimization of 3D radial slot grain configuration. Chinese Journal of Aeronautics. 2010;23(4):409-414.
- 3- Dong-Hui W, Yang F, Fan H, Wei-Hua Z. An integrated framework for solid rocket motor grain design optimization. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering. 2014;228(7):1156-1170.
- 4- Szmelter J, Ortiz P. Burning surfaces evolution in solid propellants: A numerical model. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering. 2007;221(3):429-439.
- 5- Zeeshan Q, Yunfeng D, Ghuman S, Rafique A, Kamran A. Support vector regression-driven multidisciplinary design optimization of a multistage ground based interceptor. AIAA Modeling and Simulation Technologies Conference, 2009 August 10-13, Chicago, Illinois. Reston: AIAA; 2009.
- 6- Brown NF, Olds JR. Evaluation of multidisciplinary optimization techniques applied to a reusable launch vehicle. Journal of Spacecraft and Rockets. 2006;43(6):1289-1300.
- 7- Rafique AF, Zeeshan Q, Kamran A, Guozhu L. A new paradigm for star grain design and optimization. Aircraft Engineering and Aerospace Technology: An International Journal. 2015;87(5):476-482.
- 8- Simpson TW, Peplinski JD, Koch PN, Allen JK. On the use of statistics in design and the implications for deterministic computer experiments. ASME Design Engineering Technical Conferences, 1997 September 14-17, Sacramento, California. New York: ASME; 1997.
- 9- Hartfield RJ, Jenkins R, Burkhalter J, Foster W. Analytical methods for predicting grain regression in tactical solid-rocket motors. Journal of Spacecraft and Rockets. 2004;41(4):689-693.
- 10- Ricciardi A. Complete geometric analysis of cylindrical burning star grains. 25th Joint Propulsion Conference, 12 July 1989 - 16 July 1989, Monterey, CA, U.S.A. Reston: AIAA; 1989.
- 11- Hartfield R, Jenkins R, Burkhalter J, Foster W. A review of analytical methods for solid rocket motor grain analysis. 39<sup>th</sup> AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit, 2003 July 20-23, Huntsville, Alabama. Reston: AIAA; 2003.

grain design using the genetic algorithm in combination with adaptive basis function construction. *International Journal of Aerospace Engineering*. 2019;2019:3060173.

36- Willcox MA, Brewster MQ, Tang KC, Stewart DS, Kuznetsov I. Solid rocket motor internal ballistics simulation using three-dimensional grain burnback. *Journal of Propulsion and Power*. 2007;23(3):575-584.

37- Sethian JA. Level set methods and fast marching methods. *Journal of Computing and Information Technology*. 2003;1:1-2.

38- Saintout E, Le Roux A, Ribereau D, Perrin P. ELEA: A tool for 3D surface regression analysis in propellant grains. 25<sup>th</sup> Joint Propulsion Conference, 1989 July 12-16, Monterey, California. Reston: AIAA; 1989.

39- Di Giacinto M, Favini B, Cavallini E, Serraglia F. An ignition-to-burn out analysis of SRM internal ballistic and performances. 44<sup>th</sup> AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit, 2008 July 21-23, Hartford, Connecticut. Reston: AIAA; 2008.

40- Humble RW, Henry GN, Larson WJ. Space propulsion analysis and design. New York: McGraw-Hill; 1995.

29- Haftka RT, Scott EP, Cruz JR. Optimization and experiments: A survey. *Applied Mechanics Reviews*. 1998;51(7):435-448.

30- Park HS, Dang XP. Structural optimization based on CAD-CAE integration and metamodeling techniques. *Computer-Aided Design*. 2010;42(10):889-902.

31- Arabnia M. Aerodynamic shape optimization of axial turbines in three dimensional flow [Dissertation]. Montreal: Concordia University; 2012.

32- Jëkabsons G, Lavendels J. A comparison of subset selection and adaptive basis function construction for polynomial regression model building. *Computer Sciences*. 2009;38(38):187-197.

33- Jekabsons G. Adaptive basis function construction: An approach for adaptive building of sparse polynomial regression models. In: Zhang Y, editor. *Machine learning*. Norderstedt: Bod-Books on Demand; 2010. pp. 127-155.

34- Jekabsons G, Lavendels J. A comparison of heuristic methods for polynomial regression model induction. *Mathematical Modelling and Analysis*. 2008;13(1):17-27.

35- Mesgari S, Bazazzadeh M, Mostofizadeh A. Finocyl