



Effect of Viscoelastic-Hetenyi Foundation and Fluid Viscosity on Dynamic Behavior of Fluid Conveying Microtube under Flutter and Parametric Magnetic Resonance

ARTICLE INFO

Article Type

Original Research

Authors

Jahangiri R.^{*1} PhD,
Allahverdzadeh A.² PhD,
Dadashzadeh B.² PhD,
Azimzadeh H.¹ MSc

How to cite this article

Jahangiri R, Allahverdzadeh A, Dadashzadeh B, Azimzadeh H. Effect of Viscoelastic-Hetenyi Foundation and Fluid Viscosity on Dynamic Behavior of Fluid Conveying Microtube under Flutter and Parametric Magnetic Resonance. Modares Mechanical Engineering, 2020;20(2):437-448.

¹Mechanical Engineering Department, Salmas Branch, Islamic Azad University, Salmas, Iran

²Mechatronics Engineering Department, School of Engineering-Emerging Technologies, University of Tabriz, Tabriz, Iran

*Correspondence

Address: Mechanical Engineering Department, Salmas Branch, Islamic Azad University, Salmas, Iran. Postal Code 5881778164

Phone: -

Fax: +98 (41) 33294266

r_jahangiri@tabrizu.ac.ir

Article History

Received: December 31, 2018

Accepted: May 19, 2019

ePublished: February 01, 2020

ABSTRACT

In this research, nonlinear transverse vibrations of a fluid conveying microtube under parametric magnetic axial resonance condition is studied. For this purpose, nonlinear governing equations of transverse motion of beam-like microtube are derived using Reddy's first-order shear deformation theory with considering the effect of fluid viscosity and fluid centripetal acceleration. In this model, nonlinear terms of Hetenyi foundation and nonlinear geometric terms of the Von-Karman theory under magnetic excitations in the presence of fluid flow beyond the flutter instability is considered. In the following, the effects of foundation parameters on the linear flutter specifications of fluid conveying magnetizable microtubes are studied. Then, the nonlinear system behavior for fluid flow velocities more than critical velocity corresponding to the coupling of the first and second vibration modes is studied using multiple scales method. Nonlinear response curves in velocities above critical velocity are obtained and effects of variations of various system parameters including flow velocity, amplitude, and frequency of the magnetic field, Hetenyi foundation stiffness constants, viscosity, and dimensions ratio on the nonlinear response of the system are investigated. Some results indicate that increasing the values of shear stiffness parameter of the Hetenyi foundation has an unstable effect so that with its increasing, the flutter instability occurs at lower frequencies.

Keywords Nonlinear Vibrations; Fluid Conveying Microtube; Viscoelastic-Hetenyi Foundation; Parametric Magnetic Resonance; Flutter

CITATION LINKS

[1] A review of flow-induced vibrations in reactors and reactor components [2] Vibrations of long marine pipes due to vortex shedding [3] Size-dependent nonlinear vibration and instability of embedded fluid-conveying SWBNNTs in thermal environment [4] Fluid-structure interactions: Cross-flow-induced instabilities [5] Pipes conveying fluid: A model dynamical problem [6] Unstable oscillation of tubular cantilevers conveying fluid II [7] FEM formulation for dynamic instability of fluid-conveying pipe on nonuniform elastic foundation [8] Dynamic stability of a beam-model viscoelastic pipe for conveying pulsative fluid [9] Dynamic stability of pipes conveying fluid [10] Critical flow velocity of fluid-conveying magneto-electro-elastic pipe resting on an elastic foundation [11] Nonlinear analysis of the micro/nanotube conveying fluid based on second strain gradient theory [12] Nonlinear vibration and instability of embedded viscose-fluid-conveying pipes using DQM [13] On nonlinear stability of fluid-conveying imperfect micropipes [14] Non-planar responses of cantilevered pipes conveying fluid with intermediate motion constraints [15] Chaotic vibrations of an orthotropic FGM rectangular plate based on third-order shear deformation theory [16] Shear deformable versus classical theories for nonlinear vibrations of rectangular isotropic and laminated composite plates [17] Nonlinear active control of damaged piezoelectric smart laminated plates and damage detection [18] A modified nonlocal beam model for vibration and stability of nanotubes conveying fluid [19] A feedback linearization approach for panel flutter suppression with piezoelectric actuation [20] Nonlinear dynamics of angle-ply composite laminated thin plate with third-order shear deformation

تاثیر بستر ویسکوالاستیک هیتنی و ویسکوزیته سیال بر رفتار دینامیکی میکرولوله حامل سیال تحت فلاتر و تشدید پارامتریک مغناطیسی

رضا جهانگیری* PhD

گروه مهندسی مکانیک، واحد سلماس، دانشگاه آزاد اسلامی، سلماس، ایران

اکبر اللهوردی زاده PhD

گروه مهندسی مکترونیک، دانشکده مهندسی فناوری‌های نوین، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران

بهنام داداش زاده PhD

گروه مهندسی مکترونیک، دانشکده مهندسی فناوری‌های نوین، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران

حمید عظیم زاده MSc

گروه مهندسی مکانیک، واحد سلماس، دانشگاه آزاد اسلامی، سلماس، ایران

چکیده

در این پژوهش ارتعاشات غیرخطی جانبی میکرولوله حاوی سیال تحت شرایط تشدید پارامتریک مغناطیسی محوری مورد مطالعه قرار می‌گیرد. برای این منظور، معادلات غیرخطی حاکم بر حرکات جانبی میکرولوله تیر مانند با استفاده از تئوری تغییر شکل‌های برشی مرتبه اول ردی با احتساب اثر ویسکوزیته و شتاب جانب مرکز سیال استخراج می‌شود. در این مدل جملات غیرخطی بستر هیتنی و جملات غیرخطی هندسی تئوری ون-کارمن تحت تحریکات مغناطیسی در حضور جریان سیال ورای ناپایداری فلاتر لحاظ می‌شود. در ادامه اثرات پارامترهای بستر روی مشخصات فلاتر خطی میکرولوله‌های مغناطیس‌شونده حاوی سیال مورد مطالعه قرار می‌گیرد. سپس رفتار سیستم غیرخطی در سرعت‌های جریان بالاتر از سرعت بحرانی متناظر با کوپلینگ دو مود اول و دوم ارتعاشی با استفاده از روش مقیاس‌های چندگانه مورد مطالعه قرار می‌گیرد. منحنی‌های پاسخ غیرخطی در سرعت‌های بالاتر از سرعت بحرانی به‌دست‌آمده و اثرات تغییر پارامترهای مختلف سیستم اعم از سرعت جریان، دامنه و فرکانس میدان مغناطیسی، ثابت‌های سختی بستر هیتنی، ویسکوزیته و نسبت ابعاد روی رفتار غیرخطی سیستم بررسی می‌گردد. برخی از نتایج نشان دهنده آن است که افزایش مقادیر پارامتر سختی برشی بستر هیتنی اثر ناپایدار ساز دارد به طوری که با افزایش آن، ناپایداری فلاتر در فرکانس‌های پایین‌تر اتفاق می‌افتد.

کلیدواژه‌ها: ارتعاشات غیرخطی، میکرولوله حاوی سیال، بستر ویسکوالاستیک هیتنی، تشدید پارامتریک مغناطیسی، فلاتر

تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۱۰/۱۰

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۲/۲۹

*نویسنده مسئول: r_jahangiri@tabrizu.ac.ir

۱- مقدمه

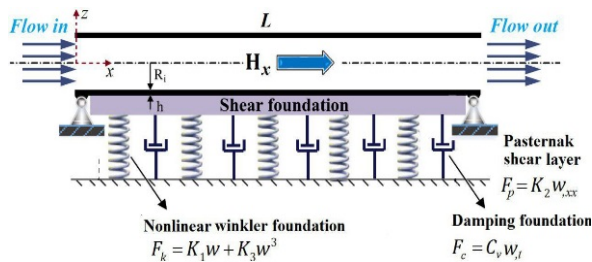
مساله لوله حامل جریان سیال به‌منظور بررسی ارتعاشات خطوط انتقال نفت از اواسط قرن بیستم مورد توجه محققان قرار گرفته است. برخلاف مدل ظاهراً ساده سیستم، مدل‌سازی رفتار دینامیکی لوله‌های حاوی سیال از نقطه نظر دینامیکی بسیار پیچیده است. مدل‌های کاربردی سیستم‌های انتقال سیال در رایزرها، مبدل‌های حرارتی، راکتورهای هسته‌ای و ابزارهایی در ابعاد میکرو و نانو، کاربرد فراوانی دارند.

مساله مدل‌سازی عملکرد و برهم‌کنش رفتار بین سیال و لوله در مبدل‌های حرارتی به‌کاررفته داخل راکتورهای هسته‌ای توسط پایدوسیسیس^[1] و در صنعت استخراج نفت توسط ویتنی و همکاران^[2] مورد بررسی و مطالعه قرار گرفته است و محققان تاثیر عوامل مختلف از قبیل شرایط مرزی، پروفیل سرعت جریان و رفتار غیرخطی را در این سیستم‌ها مورد تجزیه و تحلیل قرار داده‌اند. با توجه به اهمیت کاربردهای فراوان لوله‌های حاوی سیال در ابعاد میکرو و نانو، انصاری و همکاران^[3] در تحقیقات خود به بررسی رفتار ارتعاشی خطی و غیرخطی و پایداری دینامیکی نانو و میکرولوله‌های حامل سیال پرداختند. پایدوسیسیس در تحقیقات خود با گسترش دادن تئوری‌ها و مفاهیم اصلی ناپایداری و رفتار ارتعاشی لوله‌های حاوی سیال، اندرکنش بین سازه و سیال را به‌صورت جامع مورد مطالعه قرار داده است^[4]. در تحقیق دیگری پایدوسیسیس و لی^[5] به بررسی و مطالعه تاثیر شرایط مرزی روی پایداری، فرکانس‌های طبیعی و مودهای ارتعاشی لوله‌های حامل سیال پرداختند و نشان دادند که رفتار دینامیکی لوله‌های حامل سیال مشابه رفتار دینامیکی سیستم‌های ژيروسکوپیک است که در آنها مولفه شتاب کریولیس از اندرکنش بین سیال با مرز لوله ایجاد می‌شود. نکته حائز اهمیت آن است که وجود شرایط مرزی ساده نامتحرک در دو انتهای لوله سبب می‌شود تا این سیستم همانند یک سیستم ژيروسکوپیک پایستار عمل کند. در این راستا گرگوری و پایدوسیسیس^[6] به‌صورت تئوری و آزمایشگاهی به بررسی و مطالعه ناپایداری دینامیکی لوله‌های حاوی سیال یک سر گیردار، در مود اول ارتعاشی پرداختند و نشان دادند که ناپایداری آنها از نوع هوپ است.

در اغلب مدل‌های رایج مطالعاتی به‌منظور تجزیه و تحلیل رفتار دینامیکی لوله‌های حامل سیال واقع بر بستر الاستیک از مدل‌های خطی و غیرخطی بستر وینکلر-پاسترنک برای مدل‌سازی اثر حضور بستر استفاده شده است. به‌طوری که در اکثر این مدل‌ها نیز سفتی بستر با استفاده از فنر خطی با توزیع یکنواخت در طول لوله مدل می‌شود. مرزانی و همکاران^[7] با به‌کارگیری روش المان محدود به تجزیه و تحلیل اثر حضور بستر الاستیک روی رفتار دینامیکی لوله‌های حامل سیال پرداختند و با مدل‌سازی بستر با استفاده از مدل خطی وینکلر نشان دادند که افزایش سفتی بستر سبب افزایش فرکانس‌های طبیعی و سرعت بحرانی لوله‌های حامل سیال می‌شود. یانگ و همکاران^[8] با استفاده از روش مقیاس‌های چندگانه، رفتار ارتعاشی لوله‌های ویسکو-الاستیک حامل سیال را مورد مطالعه قرار دادند و نواحی پایداری رفتار دینامیکی را به ازای تغییرات پارامترهای مختلف تحلیل کردند. پایدوسیسیس و آیسید^[9] با دخالت دادن اثر ماهیت ویسکو-الاستیک خواص ماده لوله، رفتار دینامیکی لوله‌های حامل سیال را به‌صورت عددی بررسی کردند و با مدل‌سازی رفتار ویسکو-الاستیک با استفاده از مدل کلونین-وویت به‌صورت جداگانه پایداری دینامیکی لوله حاوی سیال تحت شرایط مرزی ساده و گیردار را مورد بررسی قرار دادند. نتایج آنها نشان می‌داد

$$q_e = K_1 w(x, t) + K_3 w(x, t)^3 - K_2 \frac{\partial^4 w(x, t)}{\partial x^4} + C_v \dot{w}(x, t) \quad (1)$$

که در آن $w(x, t)$ نشان‌دهنده خیز نقاط واقع بر میکرولوله در راستای جانبی، q_e نیروی وارد بر واحد طول میکرولوله از طرف بستر بر میکرولوله روی خط تماس، $K_1 = k_w$ و $K_3 = k_{nl}$ به ترتیب نشان‌دهنده ثابت‌های سختی خطی و غیرخطی بستر (پارامترهای بستر وینکالر) و ضریب $K_2 = k_h$ نیز نشان‌دهنده سختی لایه برشی بستر با مدل هیتنی هستند.



شکل ۱) شماتیک میکرولوله واقع بر بستر غیرخطی ویسکو-الاستیک هیتنی

با استفاده از تئوری تغییر شکل مرتبه اول ردی می‌توان اجزای نیروی محوری N_x ، گشتاور خمشی M_x و نیروی برشی مرتبه اول Q_x مربوط به میکرولوله تیرمانند را بر اساس میدان تغییر شکل رابطه (۲) با انتگرال‌گیری روی مقاطع عرضی آن به صورت ماتریسی رابطه (۳) استخراج کرد.

$$U(x, z, t) = u(x, t) + z\phi_x(x, t) \quad (2)$$

$$W(x, z, t) = w(x, t)$$

$$N_x = A_{11}\epsilon_m + B_{11}\epsilon_b$$

$$M_x = B_{11}\epsilon_m + D_{11}\epsilon_b \quad (3)$$

$$Q_x = A_{55}\epsilon_s$$

در روابط فوق ϕ_x بیانگر چرخش بردارهای نرمال بر مقطع عرضی حول محور y است و A_{11} ، B_{11} و D_{11} به ترتیب نشان‌دهنده اعضای ماتریس‌های سختی محوری، کوپلینگ خمشی-محوری و کوپلینگ خمشی بوده A_{55} نشان‌دهنده اعضای ماتریس‌های سختی برشی میکرولوله مغناطیس‌شونده است. اعضای این ماتریس‌ها را می‌توان مستقیماً و به شکل رابطه (۴) به دست آورد.

$$[A_{11}, B_{11}, D_{11}] = \int_0^{2\pi} \int_{-h/2}^{h/2} [1, z, z^2] \bar{Q}_{11}(z) R dz d\theta \quad (4)$$

$$A_{55} = \int_0^{2\pi} \int_{-h/2}^{h/2} \bar{Q}_{55}(z) R dz d\theta \quad (5)$$

با استفاده از اصل کار مجازی و مدل تیر ردی، مجموع انرژی کرنشی ذخیره‌شده داخل میکرولوله مغناطیس‌شونده ناشی از اعمال بارهای مکانیکی خارجی را می‌توان با استفاده از انتگرال‌گیری روی سطح مقطع عرضی آن به صورت زیر به دست آورد.

$$U = \int_0^L \int_{A_b} (\sigma_x \epsilon_x + \sigma_{xz} \gamma_{xz}) dA dx \quad (6)$$

که در آن A_b نشان‌دهنده سطح مقطع عرضی میکرولوله مغناطیس‌شونده است. با به کارگیری قضیه گرین، ادغام با معادلات (۲) و ساده‌سازی، انرژی کرنش به صورت زیر نوشته می‌شود.

که سیستم‌های پایستار نه تنها دچار ناپایداری می‌شوند بلکه در سرعت‌های بالاتر سیال سیستم دچار ناپایداری فلاتر نیز می‌شود. لی و هو [10] به پیش‌بینی سرعت بحرانی جریان در لوله الاستیک الکترومغناطیسی حامل جریان بر بستر الاستیک وینکالر پرداخته و نشان داده‌اند که پتانسیل الکتریکی و مغناطیسی می‌تواند برای کنترل سرعت بحرانی جریان به کار گرفته شوند. گرادیان دوم کرنش برای آنالیز غیرخطی میکرو و نانولوله حامل سیال توسط قاضوی و همکاران [11] به کار گرفته شده است. همچنین تشدید در فرکانس طبیعی اول و تأثیر سرعت سیال بر آن با استفاده از روش اغتشاشات جزیی مورد بررسی قرار گرفته است. قیطانی و همکاران [12] با استفاده از روش مربعات تفاضلی به تحلیل ارتعاشات غیرخطی و ناپایداری لوله حامل سیال لزوج پرداخته‌اند. دهرویه و همکاران [13] پایداری غیرخطی میکرولوله حامل سیال را با شرایط مرزی مختلف بررسی کرده‌اند. وانگ و همکاران [14] ارتعاشات سه‌بعدی لوله یک سرگیردار حامل سیال با قیدهای حرکتی میانی را مدل‌سازی کرده و تأثیر تغییر سرعت جریان را در رفتار آن بررسی کرده و با حالت دوبعدی مقایسه کرده‌اند.

بر اساس پیشینه پژوهش و با توجه به اینکه همزمانی تحریکات پارامتریک مغناطیسی طولی و جریان محوری سیال در حضور بستر با مدل هیتنی و با در نظر گرفتن اثر کوپلینگ مودهای ارتعاشی آنسوی شروع فلاتر، تأثیر عمده بر رفتار میکرولوله‌ها دارند؛ در تحقیق حاضر به بررسی ارتعاشات خطی و غیرخطی میکرولوله حاوی سیال تحت شرایط تشدید پارامتریک مغناطیسی می‌پردازیم. به عنوان نوآوری عمده به مدل‌سازی میکرولوله حامل سیال در بستر ویسکو-الاستیک هیتنی با استفاده از تئوری تغییر شکل‌های برشی مرتبه اول پرداخته می‌شود و تأثیر پارامترهای مختلف مساله از قبیل پارامترهای بستر روی سرعت بحرانی متناظر با شروع فلاتر میکرولوله مورد بررسی قرار می‌گیرد. در ادامه و به عنوان نوآوری عمده، با ارایه حل غیرخطی مرتبه دوم برای سیستم دو درجه آزادی و متناظر با سرعت جریان بالاتر از سرعت بحرانی (آنسوی شروع فلاتر)، منحنی‌های پاسخ غیرخطی مساله استخراج شده و اثر تغییر پارامترهای مختلف سیستم اعم از سرعت جریان، دامنه و فرکانس میدان مغناطیسی، ثابت‌های سختی بستر هیتنی، ویسکوزیته و نسبت ابعاد روی رفتار غیرخطی سیستم مطالعه می‌شود.

۲- مدل‌سازی

شماتیک میکرولوله مغناطیس‌شونده حاوی سیال به طول L و به شعاع R و ضخامت h با شرایط انتهایی نامتحرک در شکل ۱ نشان داده شده است که داخل آن سیال با سرعت V_f جریان دارد. میکرولوله در راستای طول خود توسط بستر هیتنی غیرخطی محاط شده است. بستر الاستیک، ساختار پیوسته داشته و در حین تغییر شکل میکرولوله، بستر تماس خود را با میکرولوله حفظ می‌نماید. رابطه غیرخطی بین بار و جابجایی بستر غیرخطی ویسکو-الاستیک با لایه برشی هیتنی به صورت زیر فرض می‌شود.

که در آن μ_e بیانگر ویسکوزیته موثر سیال است.

انرژی پتانسیل ذخیره‌شونده توسط بستر الاستیک غیرخطی هیتنی اطراف میکرولوله دربرگیرنده عبارت‌های خطی و غیرخطی وینکله و اثر لایه برشی پاسترناک است که با توجه به آن می‌توان کار مجازی انجام‌شده توسط بستر الاستیک را به‌دست آورد.

با توجه به توضیحات فوق، مجموع کار مجازی انجام‌شده در سیستم توسط اثرات بستر، میدان مغناطیسی طولی، میرایی و ویسکوزیته جریان سیال داخل میکرولوله به‌صورت رابطه (۱۳) بیان می‌شود:

$$\delta W_{ext} = \delta W_{Foundation} + \delta W_{Lorentz} + \delta W_{Fluid} + \delta W_{Viscosity} \quad (13)$$

با جایگذاری روابط استخراج‌شده در اصل همیلتون و سپس با متحد صفر قراردادن ضرایب δu ، $\delta \phi_x$ و δw مربوط به انتگرال‌های سطحی و انتگرال‌های خطی، سه معادله دیفرانسیل غیرخطی با مشتقات جزئی حاکم بر حرکات محوری u ، دورانی ϕ_x و جانبی w نقاط واقع بر صفحه میانی میکرولوله حاوی سیال واقع در محیط ویسکو-الاستیک هیتنی تحت شرایط مرزی مربوطه در حضور اثرات اینرسی‌های محوری، دورانی و عرضی را به‌صورت رابطه (۱۶) استخراج کرد:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T - U) dt + \int_{t_1}^{t_2} \delta W_{ext} dt = 0 \quad (14)$$

$$A_{11} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + B_{11} \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial x^2} + A_{11} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \left(I_0 \ddot{u} + I_1 \ddot{\phi}_x - V_f I_{0f} \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial x} - V_f^2 I_{0f} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial w}{\partial x} + \dot{V}_f I_{0f} - \mu_e A_f \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t} + \mu_e A_f V_f \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \frac{\partial w}{\partial x} + \mu_e A_f V_f \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 \right) = 0 \quad (15)$$

$$A_{55} \left(\frac{\partial \phi_x}{\partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + \left(-\frac{\partial}{\partial x} \left(N_x \frac{\partial w}{\partial x} \right) + I_0 \ddot{w} - I_{0f} V_f \left(\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial x} + \dot{u} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) - I_{1f} V_f \left(\frac{\partial \phi_x}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial x} + \dot{\phi}_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + 2 I_{0f} V_f \frac{\partial w}{\partial x} - I_{0f} V_f \left(\dot{w} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial w}{\partial x} \right) - \mu_e A_f \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial t} - \mu_e A_f V_f \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + \mu_e A_f V_f \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 \frac{\partial w}{\partial x} + I_{0f} V_f^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + I_{0f} \dot{V}_f \frac{\partial w}{\partial x} + \eta A H_x^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \dot{w} + K_1 w - K_2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + K_3 w^3 + C_v \dot{w} \right) = 0 \quad (16)$$

$$B_{11} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + D_{11} \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial x^2} + B_{11} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - A_{55} \left(\phi_x + \frac{\partial w}{\partial x} \right) - \left(I_1 \ddot{u} + I_2 \ddot{\phi}_x \right) = 0 \quad (17)$$

به‌منظور بی‌بعدسازی معادلات حاکم، تبدیلات زیر را روی پارامترها و متغیرهای مساله اعمال می‌کنیم:

$$\bar{u} = \frac{u}{L}, \bar{x} = \frac{x}{L}, \bar{w} = \frac{w}{h}, k_1 = \frac{L^4 K_1}{D_{11}}, k_2 = \frac{L^2 K_2}{D_{11}}, k_3 = \frac{L^4 h^2 K_3}{D_{11}}, \eta = \frac{L}{R}, \beta = \frac{h}{R}, \rho_b = \frac{\rho_f}{\rho_t}, f = \frac{A_f}{A_t}, V = \frac{V_f}{\omega^* L}, \bar{t} = \omega^* t, \mu_{eb} = \mu \sqrt{\frac{L^4}{I_{0,t} D_{11}}}, H = H_x \sqrt{\frac{\eta_m L^4}{D_{11}}}, \omega^* = \sqrt{\frac{D_{11}}{I_{0,t} L^4}} \quad (18)$$

در اینجا ω^* فرکانس مرجع، H پارامتر بدون بعد میدان مغناطیسی اعمالی در راستای محور میکرولوله مغناطیس‌شونده، k_1 ، k_2 و k_3

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta U dt = \int_{t_1}^{t_2} \left[(N_x \cdot n) \delta u + \left(N_x \frac{\partial w}{\partial x} \right) \cdot n \delta w + (Q_x \cdot n) \delta w + (M_x \cdot n) \delta \phi_x \right] dt + \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L \left[-\frac{\partial N_x}{\partial x} \delta u - \frac{\partial}{\partial x} \left(N_x \frac{\partial w}{\partial x} \right) \delta w - \frac{\partial Q_x}{\partial x} \delta w - \frac{\partial M_x}{\partial x} \delta \phi_x + Q_x \delta \phi_x \right] dx dt \quad (7)$$

انرژی جنبشی کل ذخیره‌شده در میکرولوله تیرمانند را می‌توان به شکل رابطه ۸ بیان کرد:

$$T_{Microtube} = \frac{1}{2} \int_0^L \int_0^{2\pi} \int_{-h/2}^{h/2} \rho(z) (\dot{U}^2 + \dot{W}^2) dz R d\theta dx \quad (8)$$

که در آن U و W مولفه‌های جابجایی محوری و جانبی نقاط داخل میکرولوله هستند.

با فرض اینکه میدان سرعت دوبعدی $\vec{V} = V_x \vec{i} + V_z \vec{k}$ نشان‌دهنده میدان سرعت نسبی بین سیال و میکرولوله مغناطیس‌شونده باشد، می‌توان مولفه‌های میدان سرعت داخل میکرولوله را به‌صورت زیر بیان کرد:

$$V_x(x, t) = \dot{U} + V_f \cos \theta \\ V_z(x, t) = \dot{W} - V_f \sin \theta \quad (9)$$

که در آن $\theta = -\frac{\partial w}{\partial x}$ زاویه محور لوله نسبت به راستای افقی در هر نقطه و V_f نشان‌دهنده سرعت اصلاح‌شده سیال با استفاده از عدد نادسن است. از این رو، انرژی جنبشی جریان سیال گذرنده از سطح مقطع عرضی A_f با سرعت V_f به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$T_{Fluid} = \frac{1}{2} \int_0^L \int_{A_f} \rho_f (\dot{U}^2 + \dot{W}^2 + 2 \dot{U} V_f \cos \theta - 2 \dot{W} V_f \sin \theta) dA_f dx \quad (10)$$

در این قسمت با به‌کارگیری روابط ماکسول و فرم محلی قوانین تعادل به استخراج نیروی لورنتز انگیزه‌شده توسط میدان مغناطیسی طولی می‌پردازیم. با فرض اینکه دامنه میدان مغناطیسی نسبت به راستای طولی دارای توزیع یکنواخت است و با استفاده از تئوری کلاسیک الکترومغناطیس، کار مجازی انجام‌شده جانبی توسط میدان مغناطیسی طولی روی میکرولوله کرنی را می‌توان به‌صورت زیر نوشت.

$$\delta V_{Lorentz} = \int_0^L \eta A H_x^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \delta w dx \quad (11)$$

که در آن η ضریب نفوذپذیری میدان مغناطیسی و H_x دامنه میدان مغناطیسی تحریک در راستای محور لوله است.

کار مجازی انجام‌شده روی جریان سیال ویسکوز توسط انحنای میکرولوله، دربرگیرنده اثرات شتاب‌های مماسی و جانب مرکز سیال است که می‌تواند با استفاده از معادلات ناویر-استوکس به‌صورت زیر استخراج شود.

$$\delta W_{Viscosity} = - \int_0^L \left(-\mu_e A_f \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t} - \mu_e A_f V_f \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \sin \theta + \mu_e A_f V_f \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 \cos \theta \right) \delta U dz - \int_0^L \left(-\mu_e A_f \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial t} - \mu_e A_f V_f \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \cos \theta - \mu_e A_f V_f \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 \sin \theta \right) \delta W dz \quad (12)$$

می‌توان معادلات دیفرانسیل حاکم بر حرکات عرضی میکرولوله مغناطیس‌شونده حاوی سیال واقع بر بستر غیرخطی ویسکو-الاستیک از نوع هیتنی در حضور تحریک مغناطیسی محوری با دامنه هارمونیک را به شکل دستگاه معادلات دیفرانسیل معمولی زیر به‌دست آورد:

$$\begin{aligned} \ddot{w}_1 + a_1 \mu_{eb} \dot{w}_1 + a_2 V \dot{w}_2 + (\omega_1^2 + a_3 H^2(t)) w_1 + a_4 \mu_{eb} V w_2 + h_1^{NL} &= 0 \\ \ddot{w}_2 + b_1 \mu_{eb} \dot{w}_2 + b_3 V w_1 + (\omega_2^2 + b_4 H^2(t)) w_2 + h_2^{NL} &= 0 \end{aligned} \quad (22)$$

که در آن ω_1 و ω_2 نشان‌دهنده فرکانس‌های طبیعی میکرولوله با دخالت‌دادن اثرات سرعت جریان، بستر و تحریک مغناطیسی و متناظر با هر کدام از درجات آزادی سیستم (مودهای اول و دوم) هستند. معادلات (۲۳) در برگیرنده جملات تحریک پارامتریک مغناطیسی و توابع غیرخطی $h_i^{NL} = h_i(w_1, w_2)$ که دربرگیرنده جملات غیرخطی مرتبه دوم و سوم از دامنه تغییر مکان‌های جانبی دو شکل مود انتخابی و حاصل ضرب‌های آنها هستند.

۳- تحلیل فلاتر خطی میکرولوله

۳-۱- سرعت آستانه فلاتر

با استفاده از دو شکل مود اول جانبی برای تخمین تغییر مکان‌های عرضی میکرولوله به‌صورت رابطه (۲۴) و با نادیده‌گرفتن اثر جملات غیرخطی در رابطه (۲۳) و با صرف‌نظر از اینرسی‌های $\ddot{u}$ و $\ddot{\phi}$ جابجایی‌های محوری و دورانی و سپس با صدق‌دادن حل تقریبی حرکات محوری و دورانی به‌صورت رابطه (۲۵) در معادلات حاکم بر حرکات جانبی و سپس با اعمال پروسه گالرکین، می‌توان معادلات خطی حاکم بر تغییر مکان‌های جانبی میکرولوله را بر حسب دامنه شکل مودهای عرضی ارتعاشی به‌صورت رابطه (۲۶) به‌دست آورد:

$$w(x, t) = w_1(t) \sin \pi x + w_2(t) \sin 2\pi x \quad (23)$$

$$\begin{aligned} u(x, t) &= U_1(t) \sin \pi x + U_2(t) \sin 2\pi x \\ \phi_x(x, t) &= \Phi_{x_1}(t) \cos \pi x + \Phi_{x_2}(t) \cos 2\pi x \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \ddot{w}_1 + a_1 \mu_{eb} \dot{w}_1 + a_2 V \dot{w}_2 + (\omega_1^2 + a_3 H^2(t)) w_1 + a_4 \mu_{eb} V w_2 &= 0 \\ \ddot{w}_2 + b_1 \mu_{eb} \dot{w}_2 + b_3 V w_1 + (\omega_2^2 + b_4 H^2(t)) w_2 &= 0 \end{aligned} \quad (25)$$

با جایگذاری حل همگن خطی هارمونیک $w(t) = \{w\} e^{-i\omega t}$ در آن $\{w\} = \{w_1, w_2\}$ است برای تغییر مکان‌های جانبی در رابطه (۲۵) می‌توان معادلات فلاتر خطی میکرولوله دربرگیرنده اثرات میدان مغناطیسی، سرعت جریان، ویسکوزیته جریان و بستر ویسکو-الاستیک هیتنی را به‌صورت زیر استخراج کرد:

$$\begin{bmatrix} \omega_1^2 + a_3 H^2 + a_1 \mu_{eb} i\omega - \omega^2 & a_2 V i\omega + a_4 \mu_{eb} V \\ b_3 V & \omega_2^2 + b_4 H^2 + b_1 \mu_{eb} i\omega - \omega^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

با حل مساله مقدار ویژه متناظر با رابطه (۲۷) مشخصات فلاتر خطی با تغییرات سرعت جریان به‌دست می‌آید.

در سیستم‌های پایستار فقط ناپایداری (واگرایی) اتفاق می‌افتد؛ در صورتی که در سیستم‌های ناپایستار با توجه به میزان ناپایستاری سیستم، ناپایداری و فلاتر می‌تواند اتفاق افتد. در سیستم‌های پایستار، فرکانس‌های سیستم همواره به‌صورت حقیقی یا موهومی

به‌ترتیب نشان‌دهنده سختی‌های خطی وینکلر، سختی لایه برشی بستر هیتنی و سختی غیرخطی وینکلر بدون بعد شده، η و β نشان‌دهنده مشخصه نسبت‌های منظر بدون بعد میکرولوله و ρ_b و f به‌ترتیب بیانگر چگالی بدون بعد و نسبت سطح مقطع گذر سیال به سطح مقطع عرضی میکرولوله مغناطیس‌شونده، V و μ_{eb} نیز به‌ترتیب نشان‌دهنده پارامتر مشخصه بی‌بعد سرعت و ویسکوزیته بی‌بعد سیال هستند. در این قسمت به‌منظور سادگی از بالانویس بار از روی برخی از پارامترهای بی‌بعد شده مساله صرف‌نظر می‌کنیم. با توجه به شکل ۱ فرض می‌شود که شرایط مرزی تکیه‌گاهی حاکم بر حرکات طولی و جانبی لبه‌های ابتدایی و انتهایی میکرولوله تیرمانند از نوع ساده نامتحرک به‌صورت زیر است:

$$x = 0, L : u = w = M_x = 0 \quad (19)$$

تحقیقات انجام‌گرفته روی آنالیز دینامیکی تیرها نشان داده است که تأثیر شکل مودهای مربوط به فرکانس‌های پایین بسیار چشمگیرتر و غالب بر اثرات شکل مودهای متناظر با فرکانس‌های بالا هستند [15]. لذا برای مطالعه و بررسی تغییر شکل‌های دینامیکی عرضی و غیرخطی تیرها و صفحات، می‌توان در تقریب گالرکین از چند شکل مود اول که شرایط مرزی تکیه‌گاهی مربوط به لبه‌های تیر و صفحه را ارضاء می‌کنند، استفاده کرد و معادلات تعادل دینامیکی کوپل‌شده دیفرانسیلی با مشتقات جزئی را به فرم معادلات دیفرانسیلی غیرخطی معمولی تبدیل نمود. از این رو می‌توان تابع تغییر مکان جانبی استاتیکی نقاط روی میکرولوله مغناطیس‌شونده را به شکل زیر در نظر گرفت:

$$w(x) = \sum_{m=1}^M w_m(t) \phi_m(x) = \sum_{m=1}^M w_m(t) \sin m\pi x \quad (20)$$

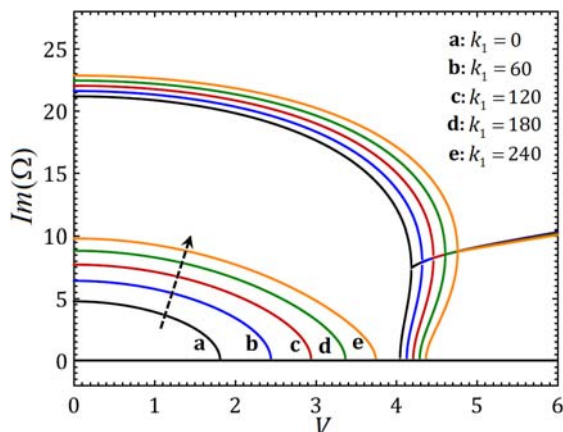
M نشان‌دهنده تعداد نیم‌موج‌ها در جهت محور x است و $w_m(t)$ نشان‌دهنده دامنه استاتیکی میکرولوله در شکل مود مربوطه است. معادلات حاکم بر حرکت (۱۶) تا (۱۸)، دربرگیرنده دستگاه معادلات کوپل‌شده غیرخطی بوده و می‌توان همانند مراجع [16, 17] و با چشم‌پوشی از اثرات اینرسی، حل تقریبی مولفه‌های جابجایی محوری و دورانی میکرولوله مغناطیس‌شونده با شرایط مرزی تکیه‌گاهی ساده نامتحرک رابطه (۲۰) را به‌صورت تابعی از دامنه عرضی این شکل از مودها به شکل زیر بیان کرد:

$$\begin{aligned} u(x, t) &= \sum_{m=1}^M U_m(t) \sin m\pi x \\ \phi_x(x, t) &= \sum_{m=1}^M \Phi_{x_m}(t) \cos m\pi x \end{aligned} \quad (21)$$

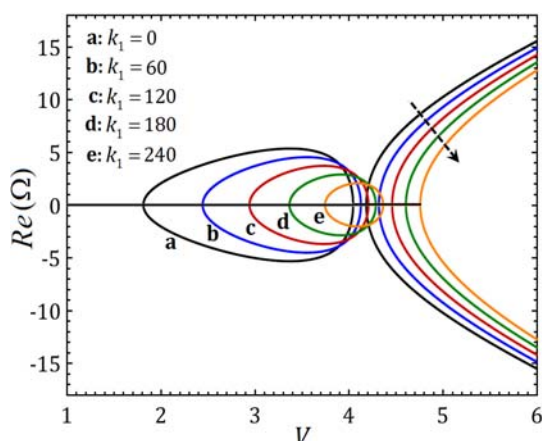
که در اینجا، توابع زمانی $U_m(t)$ و $\Phi_{x_m}(t)$ نشان‌دهنده دامنه زمانی تغییر شکل‌های محوری و دورانی متناظر با هر یک از شکل مودهای محوری و دورانی هستند. با صرف‌نظر از اثر اینرسی‌های محوری و دورانی و با جایگذاری $u(x, t)$ و $\phi_x(x, t)$ از رابطه (۲۲) در معادلات (۱۷) و (۱۸) حاکم بر حرکات محوری و دورانی و سپس با اعمال پروسه گالرکین، می‌توان $U_m(t)$ و $\Phi_{x_m}(t)$ را بر حسب دامنه زمانی جابجایی‌های جانبی میکرولوله به‌دست آورد.

در ادامه با استفاده از تعداد دو شکل مود ارتعاشی اول میکرولوله در تقریب میدان جابجایی‌های جانبی و با جایگذاری روابط (۲۲) در معادله حاکم بر حرکات عرضی (۱۸) و سپس با اعمال روش گالرکین،

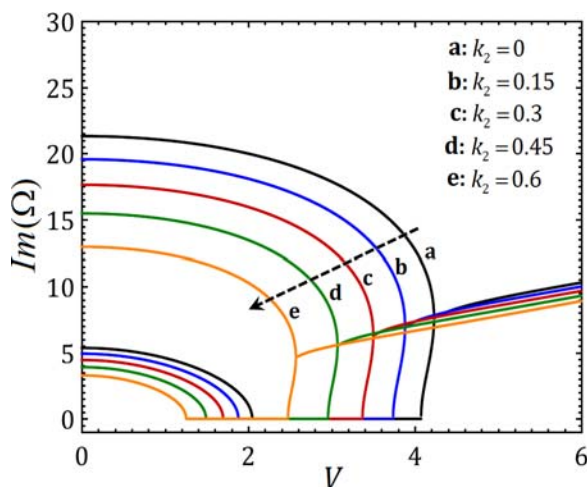
مطابق این نمودارها، افزایش سختی برشی بستر، سبب انتقال نقاط واگرایی و دوشاخگی منحنی‌های مشخصه به سمت چپ می‌شود و ناپایداری و فلاتر مدهای اول و دوم در سرعت‌های پایین‌تر اتفاق می‌افتد. به عبارت دیگر افزایش سختی برشی سبب کاهش پایداری میکرولوله می‌شود.



نمودار ۲) تغییرات قسمت موهومی مقادیر ویژه مدهای اول و دوم در برابر سرعت جریان برای پنج مقدار مختلف از سختی خطی



نمودار ۳) تغییرات قسمت حقیقی مقادیر ویژه مدهای اول و دوم در برابر سرعت جریان برای پنج مقدار مختلف از سختی خطی

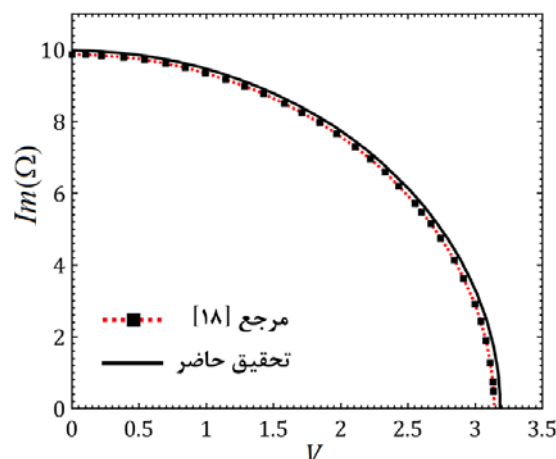


نمودار ۴) تغییرات قسمت موهومی مقادیر ویژه مدهای اول و دوم در برابر سرعت جریان برای پنج مقدار مختلف ضریب سختی برشی بستر

محض هستند؛ اما فرکانس‌های طبیعی یک سیستم ناپایستار می‌توانند به صورت حقیقی یا مختلط باشند. سیستم‌های ناپایستار مشابه سیستم‌های پایستار، هنگامی دچار ناپایداری می‌شوند که کوچک‌ترین فرکانس آنها از صفر عبور کند یا اینکه دو فرکانس مختلف آنها بر هم منطبق شوند.

۲-۳- صحنه‌گذاری نتایج عددی

به منظور مقایسه و اعتبارسنجی مدل ارائه شده در تحقیق اخیر، همانند مرجع [18] و در غیاب اثر تحریک پیزوالکتریک، فلاتر خطی و غیرمحمولی میکرولوله حاوی سیال (با مدل تیر کلاسیک غیرمحمولی) در حضور جریان محوری مورد مطالعه و بررسی قرار گرفت. برای این منظور با فرض شرایط مرزی تکیه‌گاهی دو سر گیردار منحنی‌های تغییرات فرکانس طبیعی بدون بعد مربوط به اولین شکل مود خمشی ارتعاشی میکرولوله در برابر سرعت جریان و متناظر با ولتاژ بدون بعد $V_{dc}=0$ استخراج شد. مطابق نمودار ۱ می‌توان دریافت که سازگاری و تطابق خوبی بین نتایج دیده می‌شود.



نمودار ۱) اعتبارسنجی نتایج تحقیق حاضر با نتایج مرجع [18] بر اساس تغییرات اولین فرکانس طبیعی در برابر تغییرات سرعت

۳-۳- بررسی اثر ضرایب سختی خطی و برشی بستر روی فلاتر میکرولوله مغناطیس‌شونده

در این قسمت، اثر حضور بستر الاستیک بر ناپایداری و فلاتر میکرولوله مغناطیس‌شونده بررسی می‌شود. برای این منظور در نمودارهای ۲ و ۳ منحنی‌های مشخصه تغییرات بخش‌های حقیقی و موهومی مدهای اول و دوم در برابر سرعت جریان برای پنج مقدار مختلف از ثابت سختی خطی بستر نشان داده شده است. با توجه به نمودارها، واضح است که افزایش سختی خطی بستر الاستیک، سبب انتقال نقاط واگرایی و دوشاخگی منحنی‌های مشخصه به سمت راست شده و ناپایداری مدها و همچنین سرعت متناظر با آستانه فلاتر میکرولوله در سرعت‌های بالاتر اتفاق می‌افتد. به عبارتی افزایش سختی خطی سبب بهبود پایداری میکرولوله می‌شود.

در نمودارهای ۴ و ۵، منحنی‌های مشخصه تغییرات بخش‌های حقیقی و موهومی مدهای اول و دوم در برابر سرعت جریان برای پنج مقدار مختلف از ثابت برشی بستر هیئت‌ی نشان داده شده است.

تیرها هنگام ناپایداری فلاتر، انتخاب دو شکل مود کوپله شده آیرودینامیکی برای دستیابی به نتایج کیفی، کافی است. از این رو می‌توان برای سادگی و آنالیز کیفی رفتار غیرخطی ورای ناپایداری فلاتر ($\lambda > \lambda_{cr}$) توام با تشدید پارامتریک مغناطیسی، از دو شکل مود اول ($m=1, 2$) در جهت جریان و اولین شکل مود ($n=1$) در جهت عمود بر جریان برای تقریب تغییر مکان‌های عرضی میکرولوله استفاده کرد و معادلات دیفرانسیل غیرخطی حاکم را به صورت زیر تقلیل داد [19].

$$\begin{aligned} \ddot{w}_1 + \omega_1^2 w_1 + \alpha_{12} \lambda w_2 + g_a \dot{w}_1 + \eta_{11} H w_1 \cos \Omega t + g_{11} w_1^3 + g_{12} w_1 w_2^2 &= 0 \\ \ddot{w}_2 + \omega_2^2 w_2 + \alpha_{21} \lambda w_1 + g_a \dot{w}_2 + \eta_{22} H w_2 \cos \Omega t + g_{21} w_1^2 w_2 + g_{22} w_2^3 &= 0 \end{aligned} \quad (29)$$

در معادلات اخیر، $w_1(t)$ و $w_2(t)$ نشان‌دهنده دامنه‌های ارتعاشی وابسته به زمان میکرولوله در شکل مود (1,1) و (2,1) هستند. معادلات (۳۰)، یک دستگاه معادلات دیفرانسیل غیرخطی معمولی با ضرایب متغیر هستند که یافتن حل دقیق آن ناممکن است. اگر جملات غیرخطی و جملات غیرخودگردان در مقایسه با جملات خطی کوچک فرض شوند، سیستم به یک سیستم غیرخودگردان با جملات غیرخطی ضعیف تبدیل می‌شود. می‌توان برای به دست آوردن حل تقریبی رابطه (۳۰) از روش اغتشاشات استفاده کرد. با توجه به اینکه در برخی از مسائل، تأثیر و اهمیت جملات غیرخطی، میرایی و تحریک پارامتریک می‌تواند نسبت به هم متفاوت باشد، لذا می‌توان با وارد کردن پارامتر کوچک و بدون بعد ε که نشان‌دهنده مرتبه دامنه حرکات جانبی است، مرتبه بزرگی جملات موجود در مدل غیرخطی (۳۰) را در مقایسه با هم متفاوت و به ترتیب به صورت ε^{β_F} ، $\varepsilon^{\beta_{ga}}$ و ε^{β_N} در نظر گرفت.

با در نظر گرفتن فرضیات فوق می‌توان این معادلات را به شکل ماتریسی زیر بیان کرد:

$$[I]\{\ddot{w}\} + [A]\{w\} + \varepsilon^{\beta_{ga}}[g_a]\{\dot{w}\} + \varepsilon^{\beta_F} H \cos \Omega t [\eta]\{w\} + \varepsilon^{\beta_N}[\Gamma]\{w\} = 0 \quad (30)$$

که در آن $[\eta]$ ماتریس ضرایب نیروی محوری، $[g_a]$ ماتریس ضرایب میرایی ناشی از اثر ویسکوزیته جریان و $[\Gamma]$ ماتریسی است که عناصر آن توابعی مرتبه دوم از w_1 و w_2 هستند؛ بنابراین:

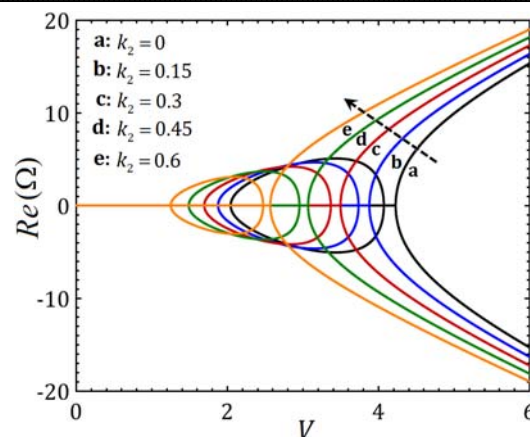
$$\begin{aligned} [A] &= \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 \\ 0 & \omega_2^2 \end{bmatrix} + \lambda \begin{bmatrix} 0 & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & 0 \end{bmatrix}, [\eta] = \begin{bmatrix} \tilde{\eta}_{11} & 0 \\ 0 & \tilde{\eta}_{22} \end{bmatrix}, [g_a] = \begin{bmatrix} \tilde{g}_{a11} & 0 \\ 0 & \tilde{g}_{a22} \end{bmatrix}, [\Gamma] = \begin{bmatrix} \tilde{\Gamma}_{11} w_1^2 & \tilde{\Gamma}_{12} w_2^2 \\ \tilde{\Gamma}_{21} w_1^2 & \tilde{\Gamma}_{22} w_2^2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (31\text{-الف})$$

که:

$$\tilde{\eta}_{ij} = \varepsilon^{-\beta_F} \eta_{ij}, \tilde{g}_{aij} = \varepsilon^{-\beta_{ga}} g_{aij}, \tilde{\Gamma}_{ij} = \varepsilon^{-\beta_N} \Gamma_{ij} \quad (31\text{-ب})$$

برای بررسی رفتار غیرخطی میکرولوله ورای فلاتر (ناپایداری سیال انگیخته) و در نزدیکی فشار دینامیکی بحرانی، رابطه اغتشاشی را به شکل زیر بیان می‌کنیم:

$$\lambda = \lambda_{cr} + \Lambda \varepsilon^{\beta_N} \quad (32)$$



نمودار ۵) تغییرات قسمت حقیقی مقادیر ویژه مدهای اول و دوم در برابر سرعت جریان برای پنج مقدار مختلف ضریب سختی برشی بستر

۴- حل غیرخطی مساله و مطالعه کمی پایداری

۴-۱- تحلیل تشدید پارامتریک مغناطیسی رفتار میکرولوله مغناطیس‌شونده حاوی سیال

در این بخش برای اجتناب از پیچیدگی تحلیل، رفتار کیفی غیرخطی میکرولوله مغناطیس‌شونده حاوی سیال تحت تحریک پارامتریک مغناطیسی در شکل مود اول ارتعاشی مورد بررسی قرار می‌گیرد. از این رو با فرض $w(x, t) = w_1(t) \sin \pi x$ و به عبارت دیگر با نگهداشتن اولین معادله از معادلات دیفرانسیل (۲۳)، معادله دیفرانسیل حاکم بر حرکات جانبی میکرولوله در اولین شکل مود ارتعاشی و در حضور تحریک مغناطیسی محوری $H(t) = H \cos \frac{\Omega t}{2}$ به شکل زیر بیان می‌شود:

$$\ddot{w}_1 + \lambda_1 \mu_{eb} \dot{w}_1 + \left(\omega_1^2 + \lambda_3 H^2 \cos^2 \frac{\Omega t}{2} \right) w_1 + \lambda_3 w_1^3 + \lambda_4 k_3 w_1^3 = 0 \quad (27)$$

معادله فوق شامل جمله تحریک پارامتریک و جملات مرتبه دوم و سوم از w_1 است و همان طور که پیش‌تر اشاره شد، این جملات دربرگیرنده اثرات میدان مغناطیسی محوری و اثرات غیرخطی حرکات جانبی میکرولوله هستند. در اینجا اثر بستر الاستیک هیتنی بر رفتار دینامیکی میکرولوله مغناطیس‌شونده بررسی می‌شود.

تحلیل معادلات غیرخطی با استفاده از روش مقیاس‌های چندگانه در مقایسه با روش هارمونیک بالانس از دقت بالاتری برخوردار است. بنابراین با فرض اینکه دامنه جمله هارمونیک مغناطیسی (H)، میرایی ناشی از ویسکوزیته سیال و جملات غیرخطی در مقایسه با جملات خطی از مرتبه پایین‌تر هستند، می‌توان با وارد کردن پارامتر کوچک و بدون بعد ε که نشان‌دهنده مرتبه دامنه حرکات جانبی میکرولوله است و با استفاده از روش مقیاس‌های چندگانه و روابط مثلثاتی، معادله (۲۸) را به شکل زیر نوشت.

$$\ddot{w}_1 + \omega_1^2 w_1 = -\varepsilon \lambda_1 \mu_{eb} \dot{w}_1 - \frac{1}{2} \varepsilon \lambda_2 H^2 - \frac{1}{2} \varepsilon \lambda_3 H^2 \cos \frac{\Omega t}{2} - \varepsilon \lambda_3 w_1^3 - \varepsilon \lambda_4 k_3 w_1^3 \quad (28)$$

۴-۲- تحلیل تشدید پارامتریک مغناطیسی میکرولوله در ورای ناپایداری فلاتر بر اساس روش مقیاس‌های چندگانه

مطابق تحقیقات پیشین در برخی از کاربردها جهت تحلیل رفتار

که در آن، Λ نشان‌دهنده پارامتر تنظیم فشار دینامیکی اغتشاشی و $\varepsilon^{\beta N}$ بیانگر مرتبه غیرخطی جمله جریان است. با استفاده از رابطه (۳۳) خواهیم داشت:

$$[A] = [A_{cr}] + (\lambda - \lambda_{cr})[\alpha_{nm}] = [A_{cr}] + \Lambda \varepsilon^{\beta N} [\alpha_{nm}] \quad (۳۳-الف)$$

که در آن:

$$[A_{cr}] = [\omega_n^2] + \lambda_{cr} [\alpha_{nm}] \quad (۳۳-ب)$$

در آستانه فلاتر (به ازای فشار دینامیکی بحرانی λ_{cr}) مقادیر ویژه ماتریس ضرایب سیستم خطی با کوپلینگ ناشی از ویسکوزیته جریان، تکراری می‌شوند که در این حالت با استفاده از تبدیل همانندی مستخرج از بردارهای ویژه نرمالیزه ماتریس $[A_{cr}]$ به صورت $\{w\} = [Z]\{u\}$ می‌توان ماتریس $[A_{cr}]$ را به فرم کانونیکال جردن زیر تبدیل کرد:

$$J_c = Z^{-1} B Z = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 \\ 1 & \omega_1^2 \end{bmatrix} \quad (۳۴)$$

با استفاده از این، تبدیل معادله ماتریسی (۳۱) به شکل زیر تبدیل می‌شود:

$$\begin{aligned} [I]\{\ddot{u}\} + [J_c]\{u\} + \varepsilon^{\beta N} \Lambda [\hat{a}]\{u\} + \\ \varepsilon^{\beta ga} [\hat{g}_a]\{\dot{u}\} + \varepsilon^{\beta F} H \cos \Omega t [\hat{\eta}]\{u\} + \\ \varepsilon^{\beta N} [\hat{\Gamma}]\{u\} = 0 \end{aligned} \quad (۳۵-الف)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} [\hat{a}] &= [Z]^{-1} [\alpha] [Z], [\hat{g}_a] = \\ [Z]^{-1} [\hat{g}_a] [Z], [\hat{\Gamma}] &= \\ [Z]^{-1} [\hat{\Gamma}] [Z], [\hat{\eta}] &= [Z]^{-1} [\eta] [Z] \end{aligned} \quad (۳۵-ب)$$

هنگامی که فرکانس تحریک نیروی درون صفحه‌ای Ω در محدوده دو برابر اولین فرکانس طبیعی تکراری سیستم ω باشد، کوچک‌ترین تغییر در پارامترهای سیستم، می‌تواند منجر به وجود آمدن پاسخ‌هایی با دامنه‌هایی بسیار بزرگ شود. لذا برای بررسی و مطالعه کیفی رفتار غیرخطی سیستم هنگام رزونانس پارامتریک، با وارد کردن پارامتر تنظیم‌کننده σ ، می‌توان رابطه تشدید پارامتریک فرکانس را به شکل زیر بیان کرد:

$$\Omega = 2\omega + \sigma \varepsilon^{\beta} \quad (۳۶)$$

که در اینجا β پارامتری است که بایستی تعیین شود. حل تقریبی و مرتبه اول معادله (۳۶-الف) را می‌توان به شکل زیر در نظر گرفت:

$$u_n(t, \varepsilon) = \varepsilon^{-\beta n} (u_{n0}(T_0, T_1) + \varepsilon^{\beta_0} u_{n1}(T_0, T_1) + \dots), T_n = \varepsilon^{\beta_0} t, n = 0, 1 \quad (۳۷)$$

با انجام یک سری عملیات ریاضی و ساده‌سازی‌ها، معادلات پاسخ سیستم در شرایط ماندگار به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} 2\omega_1 \hat{g}_a a_1 + \hat{\eta}_{12} F_x a_2 \sin \gamma_2 + \left(\frac{3}{4} \hat{\Gamma}_{1222} a_2^3 + \right. \\ \left. \Lambda \hat{a}_{12} a_2\right) \sin \gamma_1 = 0 \\ 2\omega_1 \hat{g}_a a_2 + a_1 \sin \gamma_1 = 0 \\ \sigma \omega_1 a_1 + \hat{\eta}_{12} F_x a_2 \cos \gamma_2 + \left(\frac{3}{4} \hat{\Gamma}_{1222} a_2^3 + \right. \\ \left. \Lambda \hat{a}_{12} a_2\right) \cos \gamma_1 = 0 \\ \sigma \omega_1 a_2 + a_1 \cos \gamma_1 = 0 \end{aligned} \quad (۳۸)$$

که در آن، $\gamma_2 = \sigma T_1 - \theta_1 - \theta_2$ و $\gamma_1 = \theta_1 - \theta_2$ است. با حل معادلات اخیر می‌توان حل‌های بدیهی و غیربدیهی سیستم در شرایط ماندگار را به دست آورد.

۴-۳- تحلیل پایداری حل‌های غیربدیهی

برای بررسی پایداری حل‌های ماندگار غیربدیهی، فرض می‌کنیم که a_1^s, a_2^s, γ_1^s و γ_2^s به ترتیب نشان‌دهنده حل‌های غیربدیهی معادلات (۳۹) در شرایط ماندگار برای دامنه و فاز سیستم در شکل موده‌ای اول و دوم ارتعاشی هستند. از این رو می‌توان حل کلی را به صورت مجموع حل‌های پایا و اغتشاشی و به شکل زیر بیان کرد [15].

$$\begin{aligned} a_1(t) &= a_1^s + a_1^p(t) \\ a_2(t) &= a_2^s + a_2^p(t) \\ \gamma_1(t) &= \gamma_1^s + \gamma_1^p(t) \\ \gamma_2(t) &= \gamma_2^s + \gamma_2^p(t) \end{aligned} \quad (۳۹)$$

که در آن $a_i^p(t)$ و $\gamma_i^p(t)$ بیانگر اغتشاشات جزئی نسبت به وضعیت پایا هستند. با جایگذاری توابع (۴۰) در معادلات (۳۹) دستگاه معادلات خطی دینامیک حل‌های اغتشاشی به دست می‌آید. با جایگذاری حل همگن به صورت رابطه (۴۱) در معادلات (۴۰)، معادله مشخصه (۴۲) که توصیف‌کننده وضعیت پایداری یا ناپایداری حل‌های اغتشاشی است، به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} a_1^p(t) &= C_1 e^{rt} \\ a_2^p(t) &= C_2 e^{rt} \\ \gamma_1^p(t) &= C_3 e^{rt} \\ \gamma_2^p(t) &= C_4 e^{rt} \\ \lambda^4 + b_1 \lambda^3 + b_2 \lambda^2 + b_3 \lambda + b_4 &= 0 \end{aligned} \quad (۴۰) \quad (۴۱)$$

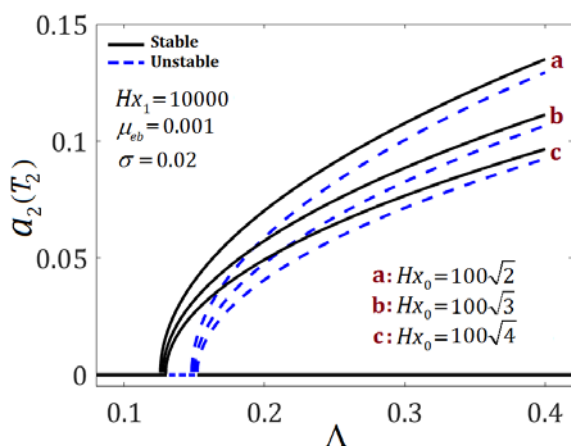
مطابق معیار راث-هوریتز اگر به صورت همزمان، بخش حقیقی تمامی ریشه‌های رابطه (۴۲) که نشانگر مقادیر ویژه ماتریس ضرایب سیستم خطی‌سازی شده است، منفی باشند، حل غیربدیهی سیستم پایدار خواهد بود [20].

۴-۴- آنالیز پاسخ-سرعت به ازای تغییرات دامنه تحریک و ویسکوزیته سیال

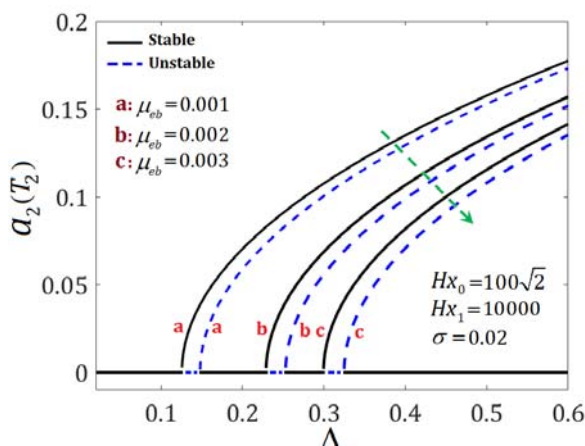
منحنی‌های پاسخ-سرعت جریان، تحت تشدید مغناطیسی وری شروع فلاتر متناظر با سرعت بحرانی V_{cr} (نقطه شروع ناپایداری فلاتر) در نمودار ۶ نشان داده شده است. با توجه به این نمودار پیدا است که در ناحیه I با افزایش پارامتر سرعت اغتشاشی Λ در بازه داده شده فقط یک حل بدیهی صفر پایدار برای دامنه تشدید وجود خواهد داشت. به عبارت دیگر در این ناحیه با وجود گذر جریان محوری سیال تشدید میکرولوله تحریک نمی‌شود. با افزایش تدریجی پارامتر Λ ، اولین نقطه دوشاخگی از نوع فوق بحرانی ظاهر می‌شود (نقطه A). مشاهده می‌شود که بعد از گذر از این نقطه، دوشاخگی فوق بحرانی یعنی در ناحیه II فقط یک حل پریودیک غیربدیهی غیرصفر پایدار (متناظر با سیکل حدی نوسانی پایدار) برای دامنه تشدید وجود خواهد داشت. یعنی در این ناحیه، پدیده تشدید همواره اتفاق می‌افتد و در جهت افزایش تدریجی پارامتر Λ ، دامنه تشدید نیز افزایش می‌یابد. با ادامه افزایش سرعت اغتشاشی و بعد از گذر از نقطه صفر، نقطه دوشاخگی دوم که متناظر با دوشاخگی نوع زیربحرانی است نیز ظاهر می‌شود. سپس بعد از گذر از نقطه دوشاخگی دوم یعنی در ناحیه III، ابتدا یک حل پریودیک غیربدیهی غیرصفر ناپایدار (متناظر با سیکل حدی ناپایدار) و یک حل پریودیک غیربدیهی غیرصفر پایدار (متناظر با سیکل حدی

در نمودار ۸ تغییرات دامنه رزونانس بر حسب سرعت اغتشاشی ۸ برای سه مقدار مختلف از ترم استاتیکی دامنه تحریک (۳۰۰۰، ۴۰۰۰، ۵۰۰۰) H_{x0} نشان داده شده است. با توجه به نمودار، می‌توان دریافت که با افزایش دامنه ترم استاتیکی تحریک مغناطیسی H_{x0} دامنه پاسخ غیرخطی یا دامنه رزونانس کاهش می‌یابد. به عبارت دیگر خمیده شدن منحنی‌های پاسخ به سمت راست نشان‌دهنده رفتار غیرخطی سخت‌شونده سیستم نسبت به تغییرات H_{x0} است. همچنین به خوبی پیداست که افزایش ترم استاتیکی دامنه تحریک نیز اثر ناپایدارکننده دارد و افزایش آن سبب عریض‌تر شدن (هر چند ناچیز) منطقه وقوع رزونانس پارامتریک می‌شود.

تغییرات دامنه رزونانس بر حسب سرعت اغتشاشی ۸ برای سه مقدار مختلف ویسکوزیته سیال (۰/۰۰۱، ۰/۰۰۲، ۰/۰۰۳) μ_{eb} در نمودار ۹ به تصویر کشیده شده است. مطابق این نمودار پیداست که با افزایش ویسکوزیته سیال μ_{eb} دامنه رزونانس کاهش می‌یابد. نکته حائز اهمیت دیگر آن است که افزایش ویسکوزیته سیال که به نوعی با افزایش میرایی سیستم در ارتباط است، اثر پایدارکننده دارد؛ زیرا سبب انتقال نقاط دوشاکی منحنی‌ها به سمت راست شده و سبب عریض‌تر شدن منطقه وقوع عدم وجود تشدید می‌شود.

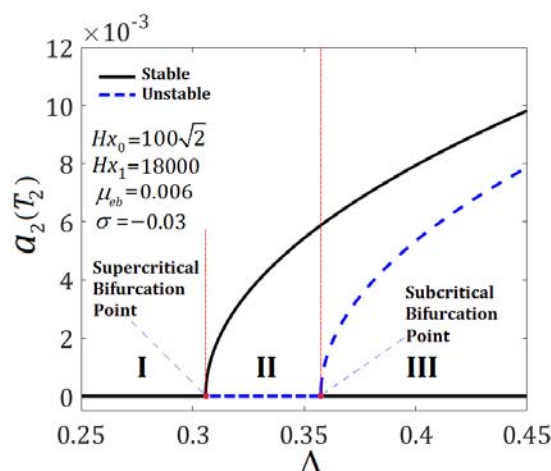


نمودار ۸) منحنی‌های پاسخ- سرعت جریان برای سه مقدار مختلف ترم استاتیکی دامنه تحریک



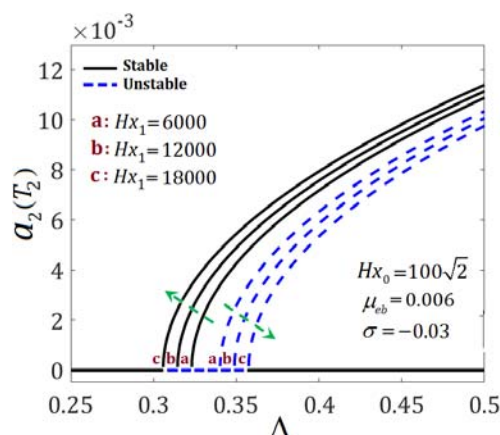
نمودار ۹) منحنی‌های پاسخ- سرعت جریان برای سه مقدار مختلف از ویسکوزیته سیال

پایدار) برای دامنه تشدید وجود خواهد داشت. با توجه به این نمودار به خوبی دیده می‌شود که در نواحی متناظر با وقوع تشدید با افزایش تدریجی مقدار سرعت اغتشاشی، دامنه تشدید نیز به صورت پیوسته افزایش می‌یابد.



نمودار ۱۰) منحنی دامنه تشدید بر حسب سرعت جریان اغتشاشی

در غیاب اثر تحریک مغناطیسی چنانکه انتظار می‌رود فلاتر برای مقادیر سرعت جریان $V = V_{cr} + \Lambda \varepsilon^2$ بالاتر از سرعت بحرانی V_{cr} متناظر با $\Lambda > 0$ رخ خواهد داد. اما در حضور اثر تحریک مغناطیسی در مقادیر سرعت کمتر از سرعت بحرانی (متناظر با $\Lambda < 0$) نیز سیستم دچار سیکل حدی نوسانی مغناطیسی شده و تشدید پارامتریک سیستم تحریک می‌شود. لذا می‌توان نتیجه گرفت که حضور اثر تحریک مغناطیسی باعث می‌شود میکرولوله قبل از رسیدن به آستانه فلاتر دچار سیکل حدی نوسانی شود. در نمودار ۷ نیز تغییرات دامنه رزونانس بر حسب سرعت اغتشاشی ۸ برای سه مقدار مختلف دامنه تحریک ($H_{x1} = 6000, 12000, 18000$) نشان داده شده است. با توجه به نمودار، می‌توان دریافت که با افزایش دامنه ترم هارمونیک تحریک مغناطیسی H_{x1} دامنه پاسخ غیرخطی یا دامنه رزونانس نیز افزایش می‌یابد. همچنین افزایش دامنه تحریک مغناطیسی اثر ناپایدارکننده دارد و افزایش آن سبب عریض‌تر شدن منطقه وقوع تشدید پارامتریک می‌شود.



نمودار ۷) منحنی‌های دامنه تشدید بر حسب سرعت اغتشاشی برای سه مقدار مختلف از ترم هارمونیک دامنه تحریک

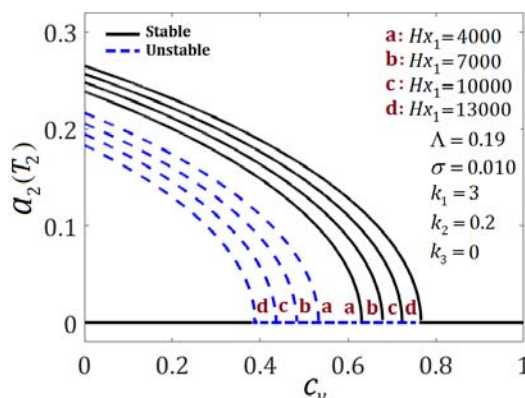
۴-۵- آنالیز اثر تغییرات پارامترهای بستر ویسکو-الاستیک هیتنی

روی پاسخ غیرخطی سیستم تحت شرایط مانا

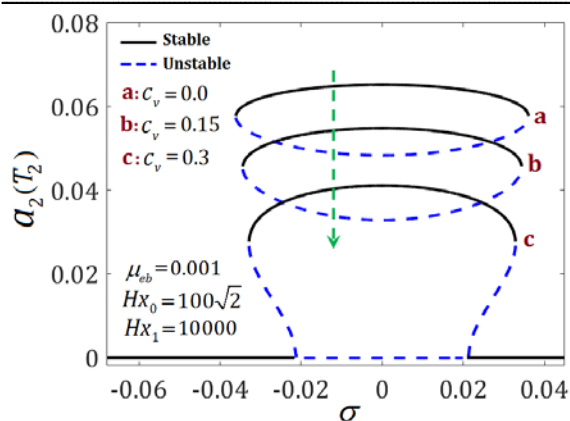
در این قسمت، اثر ضریب سختی خطی (سختی وینکلر)، سختی غیرخطی (سختی وینکلر غیرخطی)، سختی لایه برشی هیتنی و ثابت میرایی بستر ویسکو-الاستیک روی مشخصات رزونانسی نوسانات غیرخطی میکرولوله تابعی تحت تحریک مغناطیسی پارامتریک آنسوی ناپایداری فلتر می‌پردازیم. در این راستا در نمودار ۱۰، منحنی‌های مشخصه دامنه رزونانس در برابر پارامتر میرایی بستر خطی ویسکو-الاستیک C_v در ورای ناپایداری فلتر با سرعت اغتشاشی $\Lambda = 0.19$ برای مقدار پارامتر تنظیم $\sigma = 0.01$ و برای چهار حالت از دامنه تحریک مغناطیسی ($H_{x1} = 4000, 7000, 10000, 13000$) نشان داده شده است. با توجه به این نمودار برای $k_1 = 3$ و $k_2 = 0.2$ می‌توان دریافت که افزایش دامنه تحریک اثر ناپایداری ساز بر منحنی‌های پاسخ-میرایی داشته و سبب دور شدن نقاط دوشاخگی زینی این منحنی‌ها نسبت به هم و باعث افزایش عرض منطقه وجود تشدید می‌شود.

در نمودار ۱۱، اثر تغییرات دامنه تشدید در برابر پارامتر تنظیم فرکانس روی منحنی‌های مشخصه پاسخ فرکانسی برای سه مقدار مختلف از ضریب میرایی بستر، نشان شده است. از روی این نمودار می‌توان دریافت که افزایش میرایی بستر اثر پایدارکننده داشته و سبب کاهش دامنه تشدید می‌شود و افزایش آن تأثیری روی عرض منطقه وجود تشدید نمی‌گذارد.

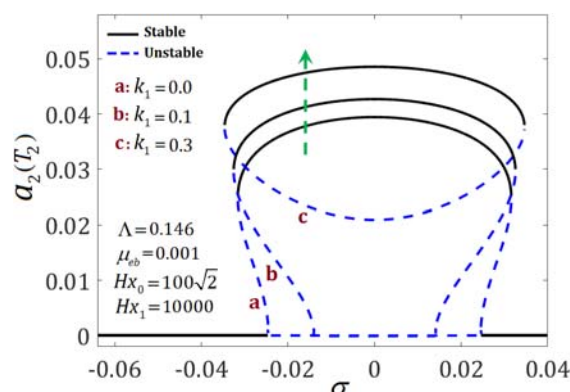
در نمودار ۱۲، منحنی‌های مشخصه پاسخ-فرکانسی میکرولوله، واقع بر بستر الاستیک وینکلر بدون وجود سختی غیرخطی، لایه برشی و میرایی ($k_2 = k_3 = C_v = 0$)، برای سه حالت مختلف $a: k_1 = 0$ ، $b: k_1 = 0.1$ و $c: k_1 = 0.3$ نشان داده شده است. با توجه به این نمودار دیده می‌شود که در یک مقدار خاص از پارامتر تنظیم σ ، افزایش سختی خطی وینکلر بستر سبب انتقال منحنی‌های پاسخ به سمت بالا و نتیجتاً سبب افزایش دامنه تشدید می‌شود. همچنین با توجه به این نمودار افزایش سختی خطی سبب دور شدن نقاط دوشاخگی نسبت به هم و باعث تعجیل در بروز تشدید میکرولوله کربنی می‌شود.



نمودار ۱۰) منحنی‌های پاسخ-میرایی برای چهار مقدار مختلف از دامنه تحریک مغناطیسی



نمودار ۱۱) منحنی‌های پاسخ-فرکانس برای سه مقدار مختلف از میرایی بستر



نمودار ۱۲) منحنی‌های پاسخ-فرکانس برای سه مقدار مختلف از ثابت خطی وینکلر بستر

اثر وجود لایه برشی بستر الاستیک هیتنی ($k_1 = k_3 = 0$) بر منحنی‌های مشخصه دامنه تشدید در برابر سرعت اغتشاشی برای سه حالت از مقادیر ضرایب سختی لایه برشی بستر در نمودار ۱۳ ترسیم شده است. افزایش ضریب سختی لایه برشی بستر k_2 سبب کاهش رفتار خطی و به تبع آن باعث انتقال منحنی‌های پاسخ-سرعت به سمت پایین (نسبت به حالت بدون بستر) می‌شود. از طرف دیگر مشاهده می‌شود که افزایش ضریب سختی خطی لایه برشی، سبب کاهش دامنه تشدید و باعث انتقال نقاط دوشاخگی منحنی‌ها به سمت طرفین می‌شود و در نتیجه آن، عرض منطقه وجود تشدید وجود جواب بدیهی هم کاهش و عرض منطقه وجود تشدید مغناطیسی افزایش می‌یابد. در نتیجه افزایش سختی لایه برشی بستر هیتنی اثر ناپایدارکننده روی پاسخ غیرخطی می‌گذارد.

با در نظر گرفتن اثر سختی خطی ($k_1 = 20$) و سختی برشی ($k_2 = 0.5$) در نمودار ۱۴، اثر پارامتر غیرخطی بستر روی منحنی‌های پاسخ-سرعت اغتشاشی، متناظر با مقادیر $H_{x0} = 20000$ ، $H_{x2} = 15000$ ، $\mu_{eb} = 0.001$ و $\sigma = 0.02$ نشان داده شده است. مطابق این نمودار، منحنی‌های پاسخ فرکانسی برای سه حالت: (a) بدون وجود بستر یعنی $k_3 = 0$ ، (b) در حضور اثر سختی غیرخطی با $k_3 = 200$ و (c) در حضور اثر سختی غیرخطی بستر با $k_3 = 400$ نشان داده شده است. مطابق این نمودار دیده می‌شود که از حالت a به c افزایش سختی غیرخطی وینکلر سبب افزایش اثرات غیرخطی سخت‌شونده

افزایش آن شروع فلاتر به تعویق افتاده و در فرکانس‌های بالاتر اتفاق می‌افتد.

در ورای نقطه ناپایداری فلاتر با استفاده از روش مقیاس‌های چندگانه و تحت شرایط تشدید پارامتریک مغناطیسی، معادلات پاسخ فرکانسی، میرایی و جریان استخراج شد و پایداری حل‌های صفر و غیرصفر این معادلات در شرایط ماندگار مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت. نتایج نشان دادند که با قرارگرفتن سرعت اغتشاشی (پارامتر تنظیم سرعت جریان) در محدوده معین، حالت تشدید میکرولوله تحریک می‌شود؛ طوری که با تغییر این پارامتر تنظیم در بخشی از این محدوده تشدید، سیستم دو حل غیرصفر پریودیک ناپایدار و پایدار خواهد داشت و در بخش دیگری از این محدوده تشدید، سیستم فقط یک حل غیرصفر پریودیک پایدار خواهد داشت. علاوه بر این نشان داده شد که:

(الف) افزایش سختی خطی و سختی لایه برشی بستر، به‌ترتیب سبب به تاخیر و تعجیل افتادن شروع ناپایداری فلاتر می‌شود.

(ب) افزایش پارامتر تنظیم فرکانس اثر پایدارکننده داشته و سبب کاهش عرض منطقه تشدید و دامنه تشدید می‌شود.

(ج) افزایش دامنه تحریک مغناطیسی اثر ناپایدارکننده دارد به نحوی که سبب عریض‌تر شدن منطقه وقوع رزونانس پارامتریک می‌شود.

(د) افزایش پارامتر سختی غیرخطی بستر سبب افزایش رفتار غیرخطی سفت‌شونده و به تبع آن باعث کاهش دامنه تشدید می‌شود و تغییرات آن تأثیری روی عرض منطقه وقوع تشدید نمی‌گذارد.

(ه) افزایش ویسکوزیته سیال سبب انتقال نقاط زینی دوشاخگی منحنی‌های دامنه تشدید- دامنه تحریک به سمت راست و کاهش عرض منطقه وجود تشدید می‌شود.

(و) با تحریک پارامتریک میکرولوله آنسوی ناپایداری فلاتر، افزایش سرعت سیال اثر ناپایدارکننده داشته و باعث عریض‌تر شدن منطقه بروز تشدید می‌شود.

تشکر و قدردانی: موردی توسط نویسندگان گزارش نشده است.

تأییدیه اخلاقی: موردی توسط نویسندگان گزارش نشده است.

تعارض منافع: موردی توسط نویسندگان گزارش نشده است.

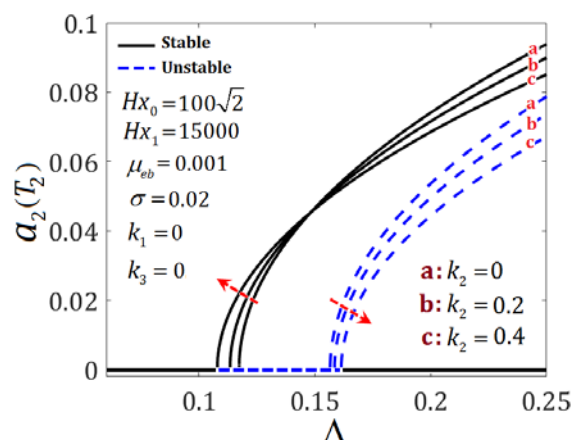
سهم نویسندگان: رضا جهانگیری (نویسنده اول)، روش‌شناس/پژوهشگر اصلی (۲۵٪)؛ اکبر اللهوردی‌زاده (نویسنده دوم)، روش‌شناس/تحلیلگر آماری/نگارنده بحث (۲۵٪)؛ بهنام داداش‌زاده (نویسنده سوم)، نگارنده مقدمه/پژوهشگر کمکی/تحلیلگر آماری/نگارنده بحث (۲۵٪)؛ حمید عظیم‌زاده (نویسنده چهارم)، روش‌شناس/پژوهشگر اصلی (۲۵٪)

منابع مالی: موردی توسط نویسندگان گزارش نشده است.

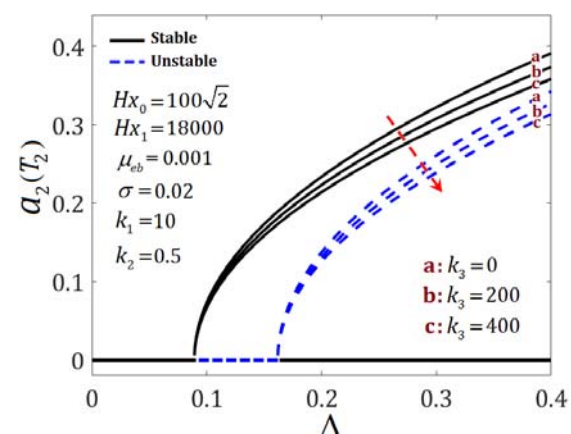
منابع

1- Païdoussis MP. A review of flow-induced vibrations in reactors and reactor components. Nuclear Engineering and Design. 1983;74(1):31-60.

می‌شود؛ به‌نحوی که منحنی‌های پاسخ سرعت به سمت راست (نسبت به حالت بدون بستر) خمیده می‌شوند. به عبارت دیگر افزایش سختی خطی دامنه تشدید کاهش می‌یابد؛ حال آنکه افزایش آن تأثیری روی عرض منطقه وجود تشدید نمی‌گذارد.



نمودار ۱۳) منحنی‌های پاسخ- سرعت اغتشاشی برای سه مقدار مختلف از ثابت خطی لایه برشی بستر



نمودار ۱۴) منحنی‌های پاسخ- سرعت اغتشاشی برای سه مقدار مختلف از ثابت غیرخطی بستر ویسکوالاستیک هیتنی

۶- نتیجه‌گیری

در تحقیق حاضر مساله ناپایداری ارتعاشات غیرخطی میکرولوله حاوی سیال با خواص مغناطیس‌شونده در حضور و عدم حضور بستر غیرخطی ویسکو- الاستیک هیتنی و تحت نیروی محوری مغناطیسی هارمونیک و در حضور جریان سیال در سرعت‌های ورای ناپایداری فلاتر مورد بررسی قرار گرفت. برای این منظور معادلات دیفرانسیل حاکم بر میکرولوله با مدل تیر مرتبه اول ردی با احتساب اثر جملات غیرخطی هندسی و بستر، اثر ویسکوزیته سیال و اثر شتاب جانب مرکز سیال استخراج شد. با آنالیز عددی ناپایداری فلاتر، نتایج به‌دست‌آمده نشان داد که افزایش مقادیر پارامتر سختی برشی بستر هیتنی، اثر ناپایدارساز دارد؛ به طوری که با افزایش آن، ناپایداری فلاتر در فرکانس‌های پایین‌تر اتفاق می‌افتد. از طرف دیگر نشان داده شد که ثابت خطی بستر هیتنی اثر پایدارساز دارد که با

- 12- Ghaitani MM, Ghorbanpour Arani A, Khademizadeh H. Nonlinear vibration and instability of embedded viscoelastic fluid-conveying pipes using DQM. *International Journal of Advanced Design and Manufacturing Technology*. 2014;7(1):45-51.
- 13- Dehrouyeh Semnani AM, Nikkhah Bahrami M, Hairi Yazdi MR. On nonlinear stability of fluid-conveying imperfect micropipes. *International Journal of Engineering Science*. 2017;120:254-271.
- 14- Wang Y, Wang L, Ni Q, Dai H, Yan H, Luo Y. Non-planar responses of cantilevered pipes conveying fluid with intermediate motion constraints. *Nonlinear Dynamics*. 2018;93(2):505-524.
- 15- Zhang W, Yang J, Hao Y. Chaotic vibrations of an orthotropic FGM rectangular plate based on third-order shear deformation theory. *Nonlinear Dynamics*. 2010;59(4):619-660.
- 16- Amabili M, Farhadi S. Shear deformable versus classical theories for nonlinear vibrations of rectangular isotropic and laminated composite plates. *Journal of Sound and Vibration*. 2009;320(3):649-667.
- 17- Fu YM, Ruan JL. Nonlinear active control of damaged piezoelectric smart laminated plates and damage detection. *Applied Mathematics and Mechanics*. 2008;29(4):421-436.
- 18- Wang L. A modified nonlocal beam model for vibration and stability of nanotubes conveying fluid. *Physica E: Low-Dimensional Systems and Nanostructures*. 2011;44(1):25-28.
- 19- Onawola OO, Sinha SC. A feedback linearization approach for panel flutter suppression with piezoelectric actuation. *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*. 2011;6(3):031006.
- 20- Guo XY, Zhang W, Yao M. Nonlinear dynamics of angle-ply composite laminated thin plate with third-order shear deformation. *Science China Technological Sciences*. 2010;53(3):612-622.
- 2- Whitney AK, Chung JS, Yu BK. Vibrations of long marine pipes due to vortex shedding. *Journal of Energy Resources Technology*. 1981;103(3):231-236.
- 3- Ansari R, Norouzzadeh A, Gholami R, Faghih Shojaei M, Hosseinzadeh M. Size-dependent nonlinear vibration and instability of embedded fluid-conveying SWBNNTs in thermal environment. *Physica E: Low-Dimensional Systems and Nanostructures*. 2014;61:148-157.
- 4- Paidoussis MP, Price SJ, De Langre E. Fluid-structure interactions: Cross-flow-induced instabilities. Cambridge: Cambridge University Press; 2010.
- 5- Paidoussis MP, Li GX. Pipes conveying fluid: A model dynamical problem. *Journal of Fluids and Structures*. 1993; 7(2):137-204.
- 6- Gregory RW, Paidoussis MP. Unstable oscillation of tubular cantilevers conveying fluid II. Experiments. *Proceeding of Royal Society A Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. 1966;293(1435):512-527.
- 7- Marzani A, Mazzotti M, Viola E, Vittori P, Elishakoff I. FEM formulation for dynamic instability of fluid-conveying pipe on nonuniform elastic foundation. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*. 2012;40(1):83-95.
- 8- Yang X, Yang T, Jin J. Dynamic stability of a beam-model viscoelastic pipe for conveying pulsative fluid. *Acta Mechanica Solida Sinica*. 2007;20(4):350-356.
- 9- Paidoussis MP, Issid NT. Dynamic stability of pipes conveying fluid. *Journal of Sound and Vibration*. 1974;33(3): 267-294.
- 10- Li L, Hu Y. Critical flow velocity of fluid-conveying magneto-electro-elastic pipe resting on an elastic foundation. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2016;119:273-282.
- 11- Ghazavi MR, Molki H, Beigloo AA. Nonlinear analysis of the micro/nanotube conveying fluid based on second strain gradient theory. *Applied Mathematical Modelling*. 2018;60:77-93.