ISSN: 2476-6909; Modares Mechanical Engineering. 2021; 21(1):19-28

Experimental Investigation of Falling Spherical Balls with Different Sizes in Newtonian Fluid and Calculation of Drag Coefficients Using Photography

ARTICLE INFO

Article Type
Original Research

Authors
Ashouri M.[1] *MSc*,
Nazari M.*[2] *PhD*,
Kayhani MH.[2] *PhD*,

How to cite this article
Ashouri M, Nazari M, Kayhani MH. Experimental Investigation of Falling Spherical Balls with Different Sizes in Newtonian Fluid and Calculation of Drag Coefficients Using Photography Modares Mechanical Engineering.; 2021; 21(1):19-28.

ABSTRACT

The falling and sedimentation of solid particles in liquids occur in many natural and industrial processes such as water and waste water industries, biotechnologies, environmental engineering, marine engineering, etc. This study represents the results of the experimental study of the falling velocity of steel balls in the water channel for different ball diameters (in the range of 8 to 25mm). The tests are done far from the channel walls. Moreover, as a case study, the wall effect on falling velocity of steel ball (i.e. diameter=12mm) is examined. A high-speed camera is used to determine the coordinate of a falling sphere and estimate the ball velocity and drag coefficients. In addition, a numerical method is used to solve the governing equations in comparison with experimental data. Comparing experimental and numerical results for transient and terminal velocities shows the maximum difference of 12 and 4.5% respectively. Experimental drag coefficients have good agreement with other published data. In addition, falling near the wall leads to a negligible effect on velocity but path diversion is observed.

Keywords: Falling Sphere, Terminal Velocity, Drag Coefficient, Newtonian Fluid

[1]Kharazmi campus, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran.
[2]Faculty of Mechanical Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran.

Correspondence
Address: Faculty of Mechanical Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran.
Phone: -
Fax: -
mnazari@shahroodut.ac.ir

Article History
Received: December 28, 2019
Accepted: December 21, 2020
ePublished: January 18, 2021

CITATION LINKS

[1] Computational simulation of the interactions ... [2] Modelling of particle motion in an internal re-circulatory ... [3] Enhancing sedimentation by improving flow conditions ... [4] An experimental and theoretical investigation of particle–wall impacts ... [5] Experimental investigation of non-stationary motion ... [6] Computational biorheology of human blood flow in health ... [7] Particle Dynamics and Design of Nano-drug Delivery ... [8] Direct particle motion and interaction modeling method ... [9] Microplastics in sediments: a review of techniques ... [10] A new roundness scale for sedimentary ... [11] Flow and motion characteristics of a freely falling ... [12] Oil-particle separation in a falling sphere ... [13] Hydrodynamic characteristics of heated/non-heated ... [14] Interaction of two free-falling spheres ... [15] Measurement and modeling of the settling velocity ... [16] Viscosity measurement using optical tracking ... [17] An internal splash: Levitation of falling ... [18] Terminal settling velocity of a single sphere ... [19] Drag correlations for particles ... [20] On the drag of freely falling ... [21] Investigation of sedimentation process of soluble spherical ... [22] Analytical investigation on acceleration motion ... [23] Neuere methoden und ergebnisse in ... [24] Unsteady sedimentation analysis of spherical ... [25] Analytical study of unsteady sedimentation analysis ... [26] General formulas for drag coefficient ... [27] Particle imaging velocimetry experiments and lattice-Boltzmann ... [28] Assessment of the 1-fluid method for DNS of particulate ... [29] Direct simulation of fluid particle ... [30] Fully-resolved DNS study of rotation behaviors ... [31] Numerical study of the wall effect on particle ... [32] Describing the uncertainties in experimental ... [33] Describing uncertainty in single sample ... [34] Motion of spheres falling ... [35] An analytical study of the transient motion ... [36] Water temperature influence on the spherical ...

Copyright© 2021, TMU Press. This open-access article is published under the terms of the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License which permits Share (copy and redistribute the material in any medium or format) and Adapt (remix, transform, and build upon the material) under the Attribution-NonCommercial terms.

بررسی آزمایشگاهی سقوط گلوله‌های کروی درون سیال نیوتنی و محاسبه ضریب پسا با استفاده از تصویر برداری

مجتبی آشوری MSc
دانشجوی دکتری، گروه مهندسی مکانیک گرایش تبدیل انرژی، پردیس خوارزمی، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران
محسن نظری* PhD
دانشیار، گروه سیالات، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران
محمد حسن کیهانی PhD
استاد، گروه سیالات، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران

چکیده
سقوط ذرات جامد درون سیال بعنوان یکی از مسایل پرکاربرد در بسیاری از صنایع از جمله صنعت آب و فاضلاب، زیست فناوری، مهندسی محیط زیست، مهندسی دریا و... است. در این پژوهش به مطالعه آزمایشگاهی سقوط گلوله‌های فولادی با قطرهای مختلف (از ۸ تا ۲۵ میلی‌متر) درون یک کانال آب ایستا (با فاصله از دیواره) پرداخته شده است. همچنین بعنوان یک مطالعه موردی اثر دیواره بر حرکت و سرعت گلوله با قطر مشخص مورد بررسی قرار گرفته است. بدین منظور از یک دوربین تصویر برداری پرسرعت استفاده و سرعت سقوط گلوله‌ها در حین سقوط تا زمان رسیدن به سرعت حدی بصورت تابعی از زمان توسط پردازش تصویر استخراج شده است. ضریب پسا و سایر پارامترهای وابسته نیز محاسبه و گزارش شده است. همچنین برای اولین بار نتایج آزمایشگاهی به دست آمده مربوط به سرعت لحظه‌ای و حدی با نتایج آزمایشگاهی سایر پژوهشگران و حل عددی معادلات حاکم مقایسه و صحت سنجی شده است. حداکثر اختلاف گزارش شده بین نتایج بدست آمده آزمایشگاهی و حل عددی برای سرعت لحظه‌ای و حدی به ترتیب ۱۲ و ۴/۵ درصد می‌باشد. بر اساس نتایج بدست آمده، نتایج آزمایشگاهی مربوط به ضریب پسا تطابق بسیاری با رابطه ضریب پسا پیشنهادی پژوهش‌های پیشین دارد. نتایج همچنین نشان داد که سقوط گلوله در نزدیکی دیواره منجر به تغییر مسیر گلوله در راستای افقی می‌شود اما سرعت سقوط در مقایسه با حالت دور از دیواره تغییر چندانی نداشته است.

کلیدواژه‌ها: سقوط، سیال نیوتنی، ضریب پسا، سرعت حدی

تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۱۰/۰۷
تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۱۰/۰۱
*نویسنده مسئول: mnazari@shahroodut.ac.ir

۱- مقدمه
برهمکنش همزمان جامد و سیال که هر دو یا یکی از آنها متحرک است یکی از زمینه‌های متداول و مورد توجه پژوهشگران در زمینه‌های مختلف است از جمله این برهمکنش‌ها میتوان سقوط یک ذره خارج از سیال و برهمکنش آن هنگام برخورد به سطح سیال[1]، بسترهای پوشش‌دهی سیال[2] که جهت گرانولیزه و یا پوشش‌دهی روی اجسام در صنعت متالورژی مورد استفاده قرار می‌گیرند، بسترهای متحرک سیال از جمله بسترهای تصفیه آب [3] تزریق در بستر متحرک[4]، رها شدن ذرات در هوا (نحوه حرکت ذرات سنگین در هوا و ارائه راهکار جهت کاهش آلودگی محیط زیست[5] فرایند دارو-رسانی، حرکت سلول‌ها و توده‌های سرطانی در پژوهش‌های زیست فناوری[6,7]، سوخت‌رسانی و فرایند شلیک در صنایع نظامی[8] و ...) را مطرح کرد. از سوی دیگر ذرات جامد معلق در سیال ساکن و یا جریان سیالات با بسیاری از فرآیندهای صنعتی، زیست فناوری و طبیعی در ارتباط هستند. برای نمونه سقوط ذرات میکرو پلاستیک در دریاها بعنوان یکی از معضلات جدی بشر در عصر حاضر تعریف می‌شود [9] (این مورد یکی از بحث‌های روز در مهندسی محیط زیست جهان است، نحوه سقوط این ذرات می‌تواند کمک زیادی به رفع مشکلات مرتبط با آن کند[9])، ته نشینی اولیه در حوضچه‌های تصفیه فاضلاب، صنایع شیمیایی و شوینده‌ها و صنایع نفت از جمله سایر نمونه‌های این پدیده هستند. در این رابطه زمینه‌های مختلفی برای بحث وجود دارد از جمله سقوط اجسام بلند، سقوط تک ذره، دو و چند ذره و تاثیر آنها بر نحوه سقوط هم، سقوط در نزدیکی دیواره، سقوط اجسام غیر کروی، سقوط در سیالات غیر نیوتنی، سقوط همراه با انتقال حرارت و غیره که هر یک در جای خود با توجه به خواص و تغییراتی که در فیزیک مساله ایجاد می‌کنند، می‌توانند تغییرات رفتاری عمده‌ای را در فرآیند ته نشینی ایجاد کنند که منجر به تاثیرات مثبت و یا منفی در فرایند کاربردی خود شوند. بررسی سرعت ذره پیشتر توسط سنسورهای حرکتی که در نقاط مختلف مسیر حرکت نصب گردیده‌اند انجام گرفته است، اما امروزه با پیشرفت تصویربرداری و به وجود آمدن دوربین‌های تصویر برداری با سرعت‌بالا که برخی از آنها سرعتی باور نکردنی (بیش از ۵ هزار فریم در ثانیه) را در خصوص پدیده‌های فوق سریع با دقتی بالا در اختیار می‌گذارند باعث شده تا بررسی سرعت لحظه ای و حتی نوع حرکت ذره در مختصات فضایی با دقتی بسیار بالا امکان پذیر باشد. یکی از دغدغه‌های اصلی پژوهشگران، کاهش نیروی مقاوم در برابر حرکت (یا بعبارتی نیروی پسا) ذرات درون سیالاتی نظیر آب است، مقاومت کمتر منجر به سرعت بیشتر و در نتیجه مصرف انرژی کمتر خواهد شد، روش‌های متنوعی در جهت کاهش نیروی پسا حول یک جسم پیشنهاد شده است؛ از جمله آنها می‌توان به تغییرات بر روی خواص فیزیکی سیال (نظیر ویسکوزیته، چگالی و دما) یا خواص فیزیکی ذاتی گلوله (از جمله جنس و سایز ذره) یا خواص سطحی ذره (مانند زبری و ناهمواری)[10] و یا تغییرات روی هندسه سقوط (مثل محل سقوط دور از دیواره و یا نزدیک دیواره) اشاره نمود[11]. برای نمونه مهربانیان و همکاران[12] مطالعه‌ای را بر روی اثر پوشش‌دهی روغنی روی گلوله فلزی و سقوط آن در سیال نیوتنی انجام و اثر پوشش‌دهی را بر روی جدایش مایع روغنی مورد بررسی قرارداده‌اند. تاثیر ایجاد شیار با شکل‌های مختلف بر روی گلوله در حال سقوط نیز توسط مهری و

همکاران[13] انجام گرفته است. همچنین یکی از حیطه‌های مورد علاقه پژوهشگران سقوط همزمان دو گلوله در راستای یکدیگر و یا بصورت عمودی روی هم است که جدیدترین پژوهش انجام شده در این زمینه مربوط به چو و همکاران[14] بوده که آنها از روش عددی برای شبیه‌سازی حرکت دو گلوله و تاثیر آنها بر مسیر حرکت یکدیگر استفاده و نتایج خود را بر مبنای فاصله اولیه دو گلوله از یکدیگر تحلیل نمودند. همانطور که پیشتر بیان شد، بررسی‌های متعددی در زمینه سقوط ذرات درون سیال انجام پذیرفته است که جز معدودی از آنها که تمرکز آن بر یک اندازه گلوله بوده بقیه بصورت عددی انجام گرفته است.

هزاب و همکاران[15] به بررسی ته‌نشینی ذرات با اشکال و اندازه‌های مختلف (کره، مکعب، استوانه و دیسک) با چگالی یکسان در آب و محلول روغن پرداخته و سرعت سقوط بر حسب اندازه و شکل ذرات را گزارش و با مقادیر بدست آمده از روابط ارائه شده مقایسه و تحلیل شده است. خلوف و لونیس[16] نیز با روشی جدید و بصورت نوری از پدیده سقوط ذره برای یافتن ویسکوزیته سیال استفاده نمودند، آنها در پژوهش خود با سقوط یک گلوله کروی درون یک تیوب نازک و تصویر برداری از حرکت گلوله و با استفاده از طیف نوری به استخراج ویسکوزیته سیال پرداختند. ابید و همکاران[17] بصورت آزمایشگاهی به مطالعه سقوط یک گلوله فلزی درون یک سیال با ویسکوزیته متغیر که از بالا به پایین زیاد می‌شود پرداختند، بررسی رفتار حرکتی گلوله طی مسیر بسیار جالب بود، آنها دریافتند که گلوله در این شرایط حالت برگشتی به خود گرفته یعنی ابتدا به سمت پایین سقوط و پس از طی مسیر به سمت بالا برگشت و سپس دوباره سقوط می‌کند. راشد و همکاران[18] تاثیر غلظت سیال غیر نیوتنی بر سرعت سقوط گلوله فولادی (کوچکتر از ٦ میلی‌متر) را بصورت آزمایشگاهی مورد بررسی قرار داده‌اند. آنها از مدل‌های مختلفی برای پیش بینی ضریب پسا و سرعت حدی ذره استفاده و درنهایت مدل نهایی خود برای عددهای رینولدز بالاتر از ۱۰ ارائه نمودند.

با توجه به گستردگی روش‌های عددی و موجود بودن روش‌های جدید در زمینه‌های مختلف در مقایسه با روش‌های آزمایشگاهی پژوهش‌های بیشتری صورت گرفته است. در زمینه سقوط ذرات درون سیال از جمله سقوط تک ذره، دو ذره، چند ذره و حتی ذرات با اشکال غیر دایروی مطالعات بسیاری انجام شده است که اکثر آنها از روش شکبه بولتزمن (LBM) بهره برده‌اند. روش شبکه بولتزمن پیچیدگی‌های سابق روش‌های دینامیک سیالات محاسباتی را ندارد و و برخلاف روش‌های قدیمی در برخورد با مزرهای پیچیده، محیط‌های متخلخل یا بعبارتی محیط‌های دوفازی بسیار ساده‌تر قابلیت تحلیل مساله را دارد. اولین موضوعی که تقریبا غالب مقالات گذشته به آن پرداخته‌اند، یافتن سرعت حد گلوله هنگام سقوط با توجه به مشخصات سیستم تعریف شده براساس دو پارامتر بی‌بعد اصلی و مهم اینگونه مسائل یعنی ضریب پسا و عدد رینولدز می‌باشد. از جمله این پژوهش‌ها می‌توان به[19,20] اشاره نمود که در آن ضریب پسا برای اشکال عمومی از کره تا بیضوی شکل در محدوده رینولدز بیشتر از ۱ را شامل می‌شود. البته مقادیر یافته شده در مقالات مختلف در شرایط متفاوت می‌تواند خطای زیادی را ایجاد نماید. دوغانچی و همکاران[21] مطالعه‌ای را بر روی حرکت گذرای سقوط یک گلوله کروی جامد با اندازه‌های مختلف درون سیال غیر نیوتنی را با تکیه بر روابط عددی و از طریق روش همنشینی مورد بررسی قرار دادند. حرکت گلوله آلومینیومی درون سیال نیوتنی (آب، اتیلن گیلکول و محلول اتیلن گیلکول) بصورت عددی توسط جلال و همکاران[22] مورد مطالعه قرار گرفته است، این پژوهشگران از روابط پیشنهادی مطالعات گذشته در روابط حاکم بر مساله استفاده و معادلات به دست آمده با چندین روش عددی حل و نتایج حاصله با یکدیگر مقایسه شده‌اند، پژوهش آنها نشان داد روابط ضریب پسا ارائه شده توسط اوسین و همکاران[23] از دقت بیشتری برخودار است. همچنین مطالعه مشابهی بر روی سقوط گلوله‌های مس، آلومینیوم و سرب در اندازه ۱ تا ۵ میلی‌متر درون آب توسط نوری و همکاران[24] انجام پس از ساده‌سازی روابط حاکم و انتخاب ضریب پسا مناسب جهت حل مساله روش‌های مختلف عددی جهت حل معادله و مقایسه نتایج مورد استفاده قرار گرفته است. نتایج آنها از تطابق بسیار خوب روش دی تی ام (DTM) و تخمین پد (Padé approximation) با سایر حل‌های عددی است. مطالعه مشابهی نیر توسط فکور و همکاران[25] برروی مقایسه روش‌های مختلف عددی برای حل مسأله انجام شده است. در این گونه حل‌های عددی پارامتر ضریب پسا از اهمیت بسیاری برخوردار است که روابط مختلفی در این زمینه توسط پژوهشگران پیشنهاد شده است، مقایسه از نتایج پیشنهادی توسط پژوهشگران پیشن توسط یانگ و همکاران[26] ارائه شده است.

کیت و همکاران[27] مقایسه‌ای بین نتایج آزمایشگاهی و عددی ناشی از سقوط گلوله درون روغن سیلکون مابین عدد رینولدز ۱/۵ تا ۳۱/۹ را انجام دادند. سرعت و مختصات ذره با گذشت زمان مورد بررسی قرار گرفته است. از شبکه بولتزمن بعنوان روشی برای حل رفتار ناپایای حرکت سیال و ذره استفاده شده است. هپیانت و همکاران[28] تمرکز خود را بر روی مطالعه عددی و آزمایشگاهی سقوط تک ذره دورن سیال ویسکوز قرار داند. آنها از روش تک-سیال بعنوان راهی برای مطالعه عددی پژوهش خود استفاده و از نتایج کیت و همکاران[27] برای صحت سنجی نتایج خود استفاده کردند. هدف پژوهش‌های یاد شده بهبود و مقایسه عملکرد روش عددی مورد استفاده با نتایج آزمایشگاهی بود. مقایسه‌ای بین روش‌های انجام شده نشان داد که روش تک-سیال دقت عددی بسیار خوبی را از خود نشان می‌دهد در مقابل روش بولتزمن بیش

از یک مرتبه سریعتر در برابر دقت کار بود اما نیاز به تفکیک فضایی بیشتری دارد تا به دقت روش تک- سیال نزدیک شود.

رفتار ته‌نشینی ذرات در نزدیکی دیواره متفاوت است. در بسیاری از مقالات که تمرکز آنها بر سقوط ذرات در سیال ساکن است، پژوهشگران در ابتدا از زیاد بودن فاصله گلوله از دیواره (با در نظر گرفتن نسبت گلوله به عرض کانال) برای جلوگیری از اثرات دیواره اطمینان پیدا می‌کنند. هو و همکاران[29] به بررسی تاثیر فاصله از مرکز بر سقوط آزاد ذره درون سیال پرداختند، آنها همچنین فرایند دی کا تی (DKT) را در خصوص سقوط دو ذره مشاهده و بررسی نمودند. لو و همکاران[30] با استفاده از روش مرز غوطه ور رفتار چرخشی یک و دو ذره با فواصل مختلف دو ذره و ذره از دیواره و با چگالی‌های متفاوت، در نزدیکی یک دیواره حاوی سیال نیوتنی را مورد بررسی قراردادند. رفتارهای جالبی از جمله چرخش‌های غیر منظم و جابجایی جهت چرخش و رفتار انتقالی زیک زاک که متاثر از عدد رینولدز و فاصله اولیه نسبت به دیواره هستند، از جمله مشاهدات آنها بود. مطالعات دیگری ازجمله[31] لیانگ و همکاران نیز بررسی اثیر دیواره بر حرکت جسم در یک کانال افقی را مورد بررسی قرار داده‌اند.

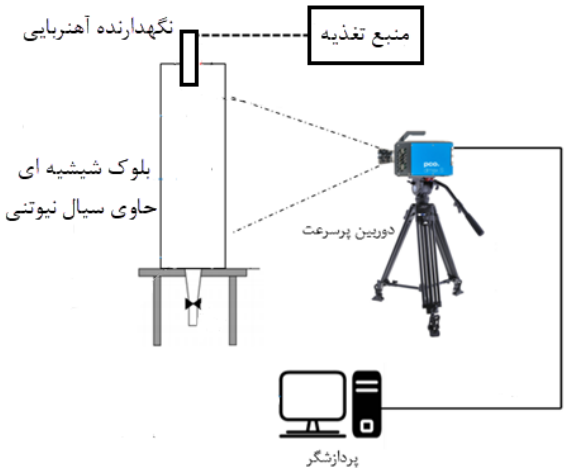
هدف این پژوهش بررسی آزمایشگاهی سرعت لحظه‌ای و حدی گلوله فولادی با اندازه‌های مختلف در حال سقوط درون سیال نیوتنی (آب) و محاسبه ضریب پسا وارد بر گلوله است. همانطور که بیان شد بیشتر تمرکز پژوهش‌های آزمایشگاهی پیشین بر روی سرعت حدی گلوله و محاسبه ضریب درگ آن بوده است، بررسی سرعت لحظه‌ای بصورت آزمایشگاهی تاکنون توسط پژوهشگران پیشین به ثبت نرسیده است، همچنین نتایج مربوط به سرعت لحظه‌ای و حدی بدست آمده با نتایج حل عددی انجام شده نیز برای اولین بار مقایسه شده است؛ همچنین تاثیر دیواره بر روی مسیر حرکت گلوله نیز به عنوان یک مطالعه موردی بررسی و نتایج مربوط به سرعت و مسیر حرکت با حالت دور از دیواره مقایسه شده است.

۲- سیستم آزمایشگاهی

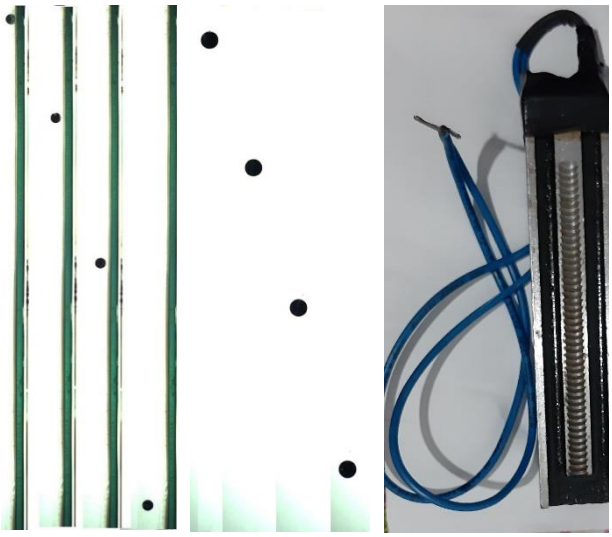
در این مقاله سقوط یک گلوله کروی فولادی با قطر مشخص در یک محفظه شیشه‌ای مورد بررسی قرار گرفته است. محفظه‌ای شیشه‌ای کاملا شفاف با ابعاد ۱۵×۱۵×۷۰ سانتی‌متر که توسط آب با دمای محیط پر شده جهت سقوط گلوله‌ها با قطر ۸ تا ۲۵ میلی‌متر و مشخصات ذکر شده در جدول ۱ استفاده شده است. جهت جلوگیری از نوسانات دمای آب و تاثیرات احتمالی آن بر آزمایش دمای آب توسط سنسور تعبیه شده کنترل می‌شود. گلوله‌ها توسط یک مکانیزم الکترومگنت القایی (شکل ۱-ب) که بصورت دقیقی در بالای سطح آب نصب شده است در کمترین فاصله ممکن به سطح آب (کمتر از ۵ میلی‌متر) نگهداری می‌شوند. الکترومگنت مورد استفاده با جریان برق ۲۴ ولت، ۱/۵ آمپر طراحی و مکانیزم رهاسازی توسط یک کلید که منجر به قطع مگنت شده کنترل می‌شود، جنس فلز مورد استفاده در مگنت (آلیاژ M530) بگونه‌ای انتخاب شده است که تقریبا هیچ ماند مغناطیسی بعد از قطع جریان الکتریکی در آن باقی نماند. بعبارت دیگر با قطع جریان تمام قدرت آهنربایی خود را از دست

جدول ۱) مشخصات گلوله‌های فولادی مورد استفاده در آزمایش (a, b, c ,d پارامترهای معاله ۱۱ هستند)

قطر گلوله (mm)	چگالی (kg/m³)	وزن (gr)	a	b	c	d
۸	۷۸۳۲	۲	۰/۰۰۲۲۲۴	۰/۰۰۰۰۷۵۳	۰/۰۱۲۵۲	۰/۰۱۷۸۷
۱۰		۴/۰۸	۰/۰۰۴۳۴۴	۰/۰۰۰۰۹۴۲۴	۰/۰۱۹۵۶	۰/۰۳۴۹۰
۱۲		۷/۰۵	۰/۰۰۷۵۰۷	۰/۰۰۰۱۱۳۰	۰/۰۲۸۱۷	۰/۰۶۰۳۲
۲۰		۳۲	۰/۰۳۴۷۵	۰/۰۰۰۱۸۸۴	۰/۰۷۸۲۶	۰/۲۷۹۲
۲۲		۴۳/۵	۰/۰۴۶۲۶	۰/۰۰۰۲۰۷۳	۰/۰۹۴۶۹	۰/۳۷۱۷
۲۵		۶۳/۸	۰/۰۶۷۸۸	۰/۰۰۰۲۳۵۶	۰/۱۲۲۲۸	۰/۵۴۵۴



الف



ب ج د

شکل ۱) الف) شماتیک دستگاه آزمایشگاهی ب) تصویر الکترو مگنت استفاده شده بعنوان نگهدانده اولیه گلوله‌ها ج) تصاویر مربوط به سقوط گلوله با قطر ۲۰ میلی‌متر در زمان ۴۰، ۱۵۰، ۲۵۰ و ۳۵۰ میلی‌ثانیه د) تصاویر مربوط به سقطو گلوله با قطر ۱۲ میلی‌متر در نزدیکی دیواره در زمان ۴۰، ۱۵۰، ۲۷۵ و ۴۰۰ میلی ثانیه

می‌دهد. بررسی حرکت گلوله در دو موقعیت رهاسازی متفاوت مورد بررسی قرار گرفته است، حالت اول رهاسازی دقیقا در وسط محفظه و به دور از تأثیرات دیواره انجام شده و همچنین در یک مطالعه موردی نیز گلوله ۱۲ میلی‌متری در فاصله بسیار کم (کمتر از یک چهارم قطر گلوله) تا دیواره جهت بررسی اثر دیواره و مقایسه آن با حالت اول در نظر گرفته شده است.

۲-۱- پردازش تصویر

در این پژوهش توسط تصویربرداری با دوبین پر سرعت، موقعیت گلوله در هر لحظه در قالب یک تصویر ثبت شده و سپس تصاویر مربوطه توسط الگوریتم نوشته در نرم افزار متلب مورد پردازش قرار گرفته، مختصات گلوله سرعت و شتاب آن مشخص می‌شود. تصویر برداری توسط دوربین پرسرعت پیکو دایمکس (PCO Dimax) و لنز کارل- زایس (Carl-Zeiss) ۸۵ میلی‌متر و فاصله کانونی ۱/٤ انجام شده است. این دوربین قابلیت انجام تصویربرداری ٥٤٠٠ فریم بر ثانیه در حداکثر رزولوشن تصویر ۱۰۰۸ در ۱۰۰۸ پیکسل و بیش از ۱۰۰ هزار فریم بر ثانیه در رزولوشن‌های پایین‌تر را داراست. دوربین در فاصله ۱۵۰ سانتی‌متری با ارتفاع ۱۱۰سانتی‌متر نصب و طول تصویر ۵۵ سانتی‌متر از لبه ورودی گلوله را پوشش می‌دهد. تصویر شماره ۱-الف شماتیک دستگاه آزمایشگاهی مورد استفاده و جزییات آن را نمایش می‌دهد. ثبت نتایج تصویر برداری با سرعت ۱۰۰۰ فریم بر ثانیه انجام و تصاویر حاصله ذخیره سازی می‌گردد. به منظور سهولت و دقت بیشتر در نتایج حاصله از پردازش تصویر، نورپردازی و چینش صحنه بگونه‌ای انجام شده که در هنگام رهاسازی، تنها گلوله در تصویر مشخص بوده و حداقل نویز در تصویر وجود داشته باشد. نمونه تصاویر گرفته شده برای حالت دور از دیواره و نزدیک دیواره در شکل ۱-ج و شکل ۱-د به ترتیب نمایش داده شده است. در هر آزمایش طول تصویر اندازه گیری و به تبع آن اندازه هر پیکسل استخراج می‌شود. پردازش تصاویر حاصله توسط کد نوشته شده نرم افزار متلب انجام و در هر تصویر موقیعت ذره در مختصات دکارتی استخراج و به تبع آن سرعت و شتاب گلوله محاسبه می‌گردد. برای پردازش تصویر و استخراج موقعیت ذره و درنتیجه سرعت و شتاب گلوله از کدنویسی انجام شده در نرم افزار متلب استفاده شده است.

۲-۲- آنالیز خطا

در این پژوهش سعی شده اندازه گیری‌ها بصورت دقیق انجام و در معادلات اعمال شوند، اما به منظور افزایش دقت و اطمینان داده‌های ثبت شده هر آزمایش حداقل ۳ مرتبه تکرار و نتایج حاصل از آزمایش‌ها بصورت بازه اطمینان (Confidence Interval) ۹۵ درصد در شکل‌ها نمایش داده شده است. از طرفی عدم قطعیت نتایج بر پایه روش مافی [32] انجام و اندازه گیری عدم قطعیت برای پارامتر x_i در n بار تکرار آزمایش از رابطه فاین و همکاران [33] (معادله شماره ۱) محاسبه گردیده است:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})}{n-1}}$$
$$\sigma_e = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \qquad (۱)$$
$$\frac{U_v}{v} = \sqrt{\sum\left(\frac{U_p}{p}\right)^2}$$

نتایج مرتبط با خطای دستگاه‌های اندازه‌گیری و حداکثر عدم‌قطعیت اندازه‌گیری شده در آزمایش‌ها در جدول ۲ نشان داده شده است.

۳- تحلیل داده‌ها

تئوری پای باکینگهام جهت استخراج پارامترهای بی‌بعد مساله بکار گرفته شده است. معادله ۲ نیروی وارد بر ذره و پارامترهای وابسته تئوری فوق را نشان می‌دهد:

$$F = g(\rho.\mu.y.D.u) \qquad (۲)$$

در نتیجه پارامترهای بی‌بعد اصلی مساله شامل عدد رینولدز (معادله ۳) و ضریب پسا اصطکاکی (معادله ٤) است:

$$Re = \frac{\rho u D}{\mu} \qquad (۳)$$

$$C_D = \frac{1}{2}\frac{F}{\rho u^2 A} \qquad (۴)$$

همچنین در نمودارها، پارامتر بی بعد سرعت و زمان بصورت معادله ٦ و ۷ بیان می‌شود:

$$V^* = \frac{V}{V_t} \qquad (۵)$$

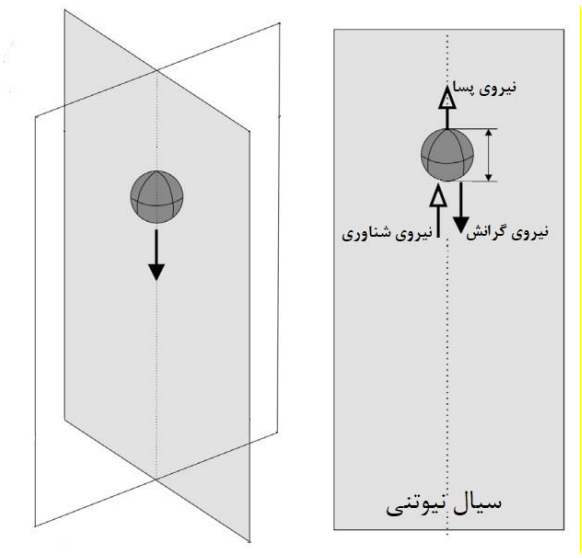
$$t^* = \frac{t}{T} \qquad (۶)$$

که در آن V_t سرعت حدی (سرعتی که گلوله پس از آن تغییرات سرعت ندارد) و T زمان پایداری (زمانی که گلوله به سرعت حدی خود می‌رسد) در نظر گرفته شده است.

از طرفی دیگر محاسبه ضریب پسا (C_D) نیازمند رجوع به معادلات حاکم بر مساله می‌باشد. هدف از این تحقیق بررسی سرعت یک گلوله کوچک فولادی با قطر D، جرم m، چگالی ρ_s، که در یک کانال حاوی سیال نیوتنی آب با چگالی ρ و ویسکوزیته μ سقوط میکند می‌باشد. نیروهای وارد بر جسمه غوطه ور در آب در شکل ۲ نمایش داده شده است که شامل نیروی گرانش، شناوری و پسا می‌باشد. طبق معادله بست (Basset) [34] (معادله ۷) برای حرکت ناپایدار (حرکت گذرا) یک ذره درون سیال بعنوان معادله حاکم بر مساله داریم:

جدول ۲) خطای عدم قطعیت پارامترهای مساله

پارامتر	خطای دستگاه اندازه گیری	خطای عدم قطعیت
طول	±۰/۱ میلی متر	--
سرعت	--	۱/۵ %
رینولدز	--	۲/۲ %
ضریب پسا	--	۲/۱ %



شکل۲) نیروهای وارد بر گلوله در حال سقوط درون سیال نیوتنی ساکن

$$m_s\frac{du}{dt}=(m_s-m_f)g-\frac{C_D}{2}\rho u^2\left(\frac{\pi D^2}{4}\right)-C_{A0}m_f\frac{du}{dt}-\frac{3}{2}D^2(\pi\rho u)^{1/2}\int_0^t\frac{du}{dt_1}\frac{dt_1}{(t-t_1)^{1/2}} \quad (۷)$$

برای ذره سنگین که درون یک سیال سبک سقوط می‌کند (با فرض ρ<<ρs) ترم تاریخچه زمانی بست (Basset History force) قابل صرف نظر بوده و معادله ۷ به شکل معادله ۸ بازنویسی خواهد شد [24]:

$$m_s\frac{du}{dt}=mg\left(1-\frac{\rho}{\rho_s}\right)-\frac{C_D}{8}\pi D^2\rho u^2-\frac{1}{12}\pi D^3\rho\frac{du}{dt} \quad (۸)$$

سمت راست معادله ۸ اولین جمله بیانگر نیروی شناوری، جمله دوم نیروی پسا و آخرین جمله مربوط به وزن اضافه مربوط به شتاب سیال حول ذره می‌باشد. مشکل اصلی حل معادله ۸ مربوط به غیرخطی بودن معادله با توجه به طبیعت غیرخطی عبارت ضریب پسا می‌باشد. فرریا [35] رابطه‌ای از داده‌های آزمایشگاهی جهت تقریب ضریب پسا در محدوده وسیعی از عددهای رینولدز (رینولدز کمتر از ۱۰۵) به صورت معادله ۹ پیشنهاد داده است.

$$C_D=\frac{24}{Re}(1+\frac{Re}{48}) \quad (۹)$$

معادلات مختلفی برای تقریب ضریب پسا پیشنهاد شده‌اند با این حال جلال و همکاران[22] نشان دادند که معادله ۹ بالاترین دقت را در تخمین ضریب پسا در مقایسه با سایر پیشنهادات از جمله [23] دارد. از طرفی وزن گلوله به شکل معادله ۱۰ بیان می‌شود:

$$m=\frac{1}{6}\pi D^3\rho_s \quad (۱۰)$$

با در نظر گرفتن معادلات ۹ و ۱۰، معادله ۸ به شکل زیر بازنویسی خواهد شد:

$$a\frac{du}{dt}+bu+cu^2-d=0\,;u(0)=0 \quad (۱۱)$$

که در آن:

$$a=\frac{1}{12}\pi D^3(2\rho_s+\rho) \quad (۱۲)$$

$$b=3\pi D\mu \quad (۱۳)$$

$$c=\frac{1}{16}\pi D^2\rho \quad (۱۴)$$

$$d=\frac{1}{6}\pi D^3 g(\rho_s+\rho) \quad (۱۵)$$

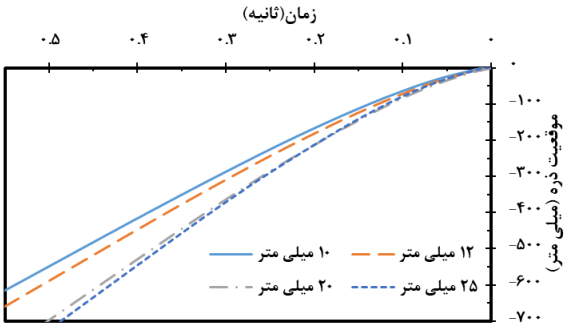
محاسبات پارامترهای فوق (a,b,c,d) با توجه به شرایط فیزیکی و مشخصات سیال و گلوله‌ها به تفکیک اندازه در جدول ۱ نشان داده شده است. معادله ۱۱ یک معادله غیر خطی با شرایط مرزی اولیه است که می‌تواند بصورت عددی و یا تحلیلی حل گردد. در این مقاله با توجه به تمرکز پژوهش بر روش آزمایشگاهی، معادله فوق با روش عددی و توسط نرم افزار میپل جهت صحت‌سنجی و مقایسه با نتایج بدست آمده حل گردیده است. روش عددی رانگه- کوتا- فلبرگ (rkf45) با خطای مرتبه ۵ برای حل معادله دیفرانسیل شماره ۱۱ مورد استفاده قرار گرفته است و نتایج بدست آمده با نتایج آزمایشگاهی استخراج شده بصورت تابعی از زمان مقایسه شده است.

۴- نتایج

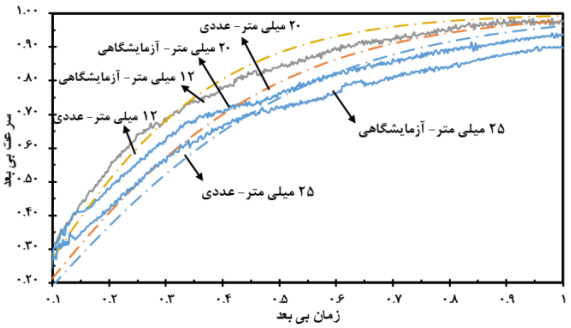
اولین قدم در پردازش نتایج بدست آمده آزمایشگاهی، استخراج مختصات مکانی گلوله حین سقوط است. همانطور که پیشتر گفته شده تصاویر ذخیره شده توسط الگوریتم تعریف شده پردازش و در نتیجه مختصات مرکز هر گلوله در هر تصویر استخراج می‌شود، شکل ۳ مسیر حرکت گلوله در راستای عمودی بر حسب زمان برای اندازه‌های مختلف گلوله را نشان می‌دهد. براساس داده‌های استخراجی امکان محاسبه سرعت لحظه‌ای از رابطه زیر وجود دارد:

$$V=\frac{\Delta y}{\Delta t} \quad (۱۶)$$

که در آن Δy فاصله مکانی استخراج شده از دو تصویر پی در پی و Δt فاصله زمانی دو تصویر (۰/۰۰۱ ثانیه) است. سرعت لحظه‌ای بی‌بعد بر حسب زمان بی‌بعد به همراه سرعت لحظه‌ای بی‌بعد حاصل از حل عددی رابطه ۱۱ در شکل ٤ نشان داده شده است



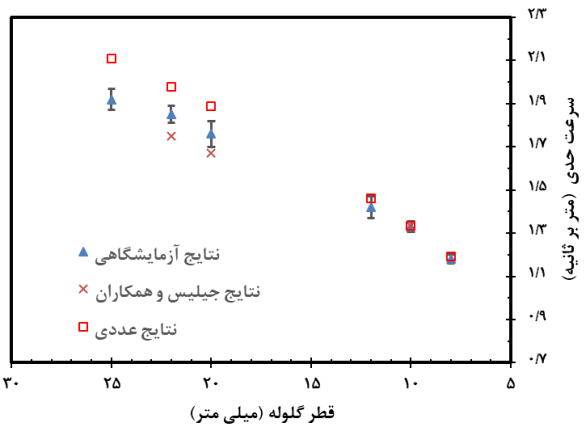
شکل ۳) موقعیت گلوله بر حسب زمان برای اندازه های مختلف



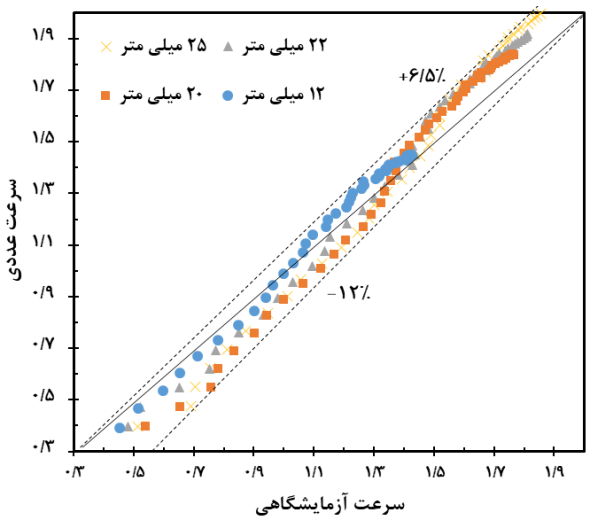
شکل ۴) سرعت بی بعد بر حسب زمان بی بعد برای گلوله‌ها با اندازه‌های مختلف

(برای نمایش بهتر سه اندازه ۱۲، ۲۰ و ۲۵ میلی‌متر انتخاب شده‌اند). نتایج بدست آمده عددی همگرایی قابل توجهی با نتایج آزمایشگاهی از خود نشان می‌دهند، حداکثر اختلاف بدست آمده در خصوص اختلاف نتایج آزمایشگاهی و عددی سرعت لحظه‌ای مربوط به گلوله با اندازه ۲۵ میلی‌متر حدود ۱۲ درصد است.

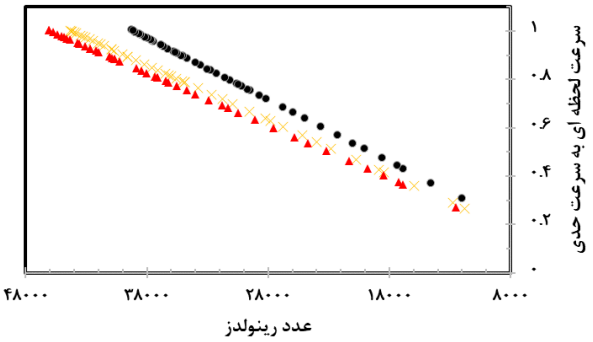
پراکندگی میزان انحراف نتایج عددی از آزمایشگاهی در شکل ۵ نمایش داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود بیشترین اختلاف مربوط به لحظات اولیه سقوط بوده و بعد از میانه مسیر نتایج با اختلاف کمتری (حداکثر ٦/٥ درصد) نسبت به نتایج عددی انحراف پیدا می‌کند. این اختلاف به وجود آمده بین نتایج آزمایشگاهی و عددی از دو منظر قابل تفسیر است، اول اینکه محاسبات عددی بر مبنای روابط پیشنهادی ضریب پسا انجام شده و معادلات پیشنهادی ضریب پسا با یکدیگر اختلافاتی دارند و از سوی دیگر اختلاف جزئی که ممکن از نتایج حاصل از پردازش تصویر به دلیل ایجاد نوسانات در نورپردازی ایجاد شود، در هر صورت نتایج آزمایشگاهی تکرار پذیر بوده و در بازه خطای گزارش شده قابل اتکا می‌باشند. یکی از پارامترهای مهم مورد بررسی در خصوص سقوط ذرات، سرعت حدی سقوط می‌باشد، حرکت گلوله زمانی که برایند نیروی شناوری و پسا برابر نیروی گرانش گردد، گلوله به حداکثر سرعت قابل دستیابی یا بعبارتی سرعت حدی خود خواهد رسید. سرعت حدی هر گلوله نسبت به اندازه گلوله در شکل ٦ به همراه بازه اطمینان اندازه‌گیری شده حاصل از تعدد آزمایش‌ها نمایش داده شده است. همچنین بازه اعداد رینولدز مورد بررسی با توجه به سرعت و سایز گلوله بین ۱۰۰۰ تا حدود ۵۰۰۰۰ متغیر است. نتایج عددی محاسبه شده و نتایج آزمایشگاهی پژوهش جیلیس و همکاران[36] نیز در این نمودار نمایش داده شده است. حداکثر اختلاف سرعت حدی با نتایج عددی و پژوهش پیشین به ترتیب برابر ٦ و ٤/٥ درصد است. همچنین نمودار مربوط به نسبت سرعت لحظه‌ای به سرعت حدی در برابر عدد رینولدز بعنوان دو پارامتر بی‌بعد مساله برای نتایج استخراج شده در شکل ۷ نمایش داده شده است. شکل ۸ نمایانگر مقایسه ضریب پسا محاسبه شده بر مبنای سرعت حدی آزمایشگاهی استخراج شده توسط رابطه موازنه نیرو (معادله ۸) و معادله ۹ (معادله عمومی پیشنهاد شده توسط فرریا[35]) می‌باشد. تغییرات ضریب پسا در عددهای رینولدز بدست آمده بسیار ناچیز می‌باشد و ضریب پسا محاسبه شده در بازه ۰/٥٦-۰/۵ قرار می‌گیرد که انطباق قابل توجهی با بازه‌های مورد انتظار در مقالات پیشین دارد. از آنجایی که رابطه پیشنهادی برای ضریب پسا در پژوهش‌های مختلف متفاوت گزارش شده است، نتایج خروجی روبط مختلف نیز با هم تفاوت‌هایی دارند، بخصوص اینکه معمولا روابط پیشنهادی در رینولدزهای پایین‌تر همپوشانی بیشتری دارند (در این خصوص مقایسه‌ای بین روابط مختلف توسط یانگ و همکاران[26] انجام شده است)، بنابراین اختلافات گزارش شده در خصوص میزان ضریب پسا نشان داده شده در شکل ۸ می‌تواند ناشی از اختلاف مابین روابط پیشنهادی و محاسبات عددی انجام شده باشد.



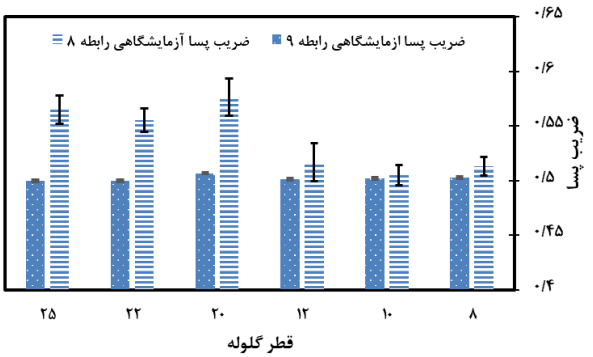
شکل ۵) سرعت حدی گلوله‌ها بر حسب اندازه گلوله و مقایسه با سرعت حدی محاسبه شده و پژوهش جیلیس و همکاران [36]



شکل ۶) پراکندگی سرعت(نتیجه شده از حل عددی) و سرعت (نتیجه شده از بررسی آزمایشگاهی و انحراف از یکدیگر

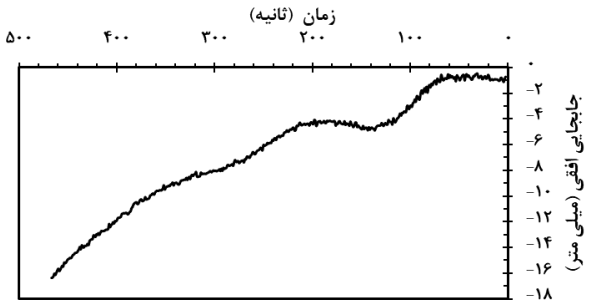


شکل ۷) نسبت سرعت (لحظه‌ای به سرعت حدی) بر حسب عدد رینولدز برای قطرهای مختلف گلوله



شکل ۸) ضریب پسا محاسبه شده بر اساس رابطه ۸ و رابطه ۹

جهت بررسی حرکت گلوله و تاثیرات دیواره بر حرکت گلوله، گلوله با قطر ۱۲ میلی‌متر در نزدیکی دیواره (فاصله کمتر از نصف قطر گلوله) رهاسازی شده است. نتیجه آزمایش از نظر مسیر و سرعت حرکت با نتایج حالت دور از دیواره مقایسه شده است، مسیر حرکت در این حالت بعد از لحظاتی از شروع سقوط شروع به تغییر کرده و در نهایت حدود ۱۶ میلی‌متر از مرکز اولیه رهاسازی (در راستای افق) فاصله می‌گیرد (شکل ۹) این رفتار در تمامی تکرار ازمایش‌های انجام شده رخ داده و می‌تواند تاثیر حضور دیواره بر حرکت گلوله باشد. از طرفی با تغییر مسیر ایجاد شده، گلوله دارای سرعت در راستای افق نیز خواهد شد، محاسبات انجام شده بر روی نتایج استخراجی حاکی از سرعت بسیار کم



شکل ۹) موقعیت افقی ذره بر حسب زمان گلوله با اندازه ۱۲ میلی‌متر برای سقوط گلوله نزدیک دیواره

گلوله در راستای افق (حداکثر مقدار گزارش شده کمتر از ۰/۷ متر بر ثانیه) می‌باشد لذا تاثیر چندانی بر سرعت سقوط نداشته و سرعت لحظه‌ای و سرعت حدی با حالت دور از دیواره تقریبا برابر و در بازه اختلاف کمتر از ۱ درصد قرار می‌گیرد. بررسی‌های بیشتر در این زمینه نیاز به آزمایش‌های دقیق‌تر و با اندازه‌های مختلف پیشنهاد می‌گردد.

۵- نتیجه‌گیری

هدف از این پژوهش بررسی سرعت سقوط گلوله فولادی با اندازه ۸ تا ۲۵ میلی‌متر درون سیال نیوتنی (آب) و اندازه‌گیری سرعت حدی و محاسبه ضریب پسا حرکت گلوله درون سیال است. بدین منظور سیستم آزمایشگاهی طراحی و پس از رهاسازی گلوله با مکانیزم دقیق آهنربایی در فاصله دور از دیواره، اندازه‌گیری سرعت توسط تصویربرداری با دوربین پرسرعت انجام و توسط پردازش انجام شده سرعت لحظه‌ای و در نهایت سرعت حدی محاسبه می‌شود. همچنین سرعت لحظه‌ای نیز توسط حل روابط موجود بصورت عددی محاسبه و با نتایج بدست آمده مقایسه شده است. تمامی آزمایش‌ها حداقل ۳ مرتبه انجام و نتایج بصورت بازه اطمینان ۹۵ درصد محاسبه گردیده است. نتایج مربوط به سرعت لحظه‌ای حل عددی و آزمایشگاهی حداکثر ۱۲ درصد با یکدیگر اختلاف دارند، در حالی که در انتهای حرکت و رسیدن به سرعت حدی حداکثر این اختلاف به ٦ درصد میل می‌کند. این اختلاف را می‌توان به دلیل اختلاف‌ها در روابط پیشنهادی ضریب پسا در معادلات عددی حل شده و همچنین خطای جزئی ناشی از پردازش تصویر انجام شده تفسیر پذیر دانست. ضریب پسا حرکت گلوله نیز با دو روش ذکر شده در مقاله محاسبه و گزارش گردیده است که انطباق خوبی با نتایج روابط پیشنهادی دارد. در یک مطالعه موردی حرکت گلوله در نزدیکی دیواره نیز مورد بررسی قرار گرفته است، گلوله با اندازه ۱۲ میلی‌متر در فاصله بسیار نزدیک به دیواره رهاسازی شده و نتایج آن با حالت دور از دیواره مقایسه گردیده است، مسیر گلوله در این حالت اندکی پس از رهاسازی در راستای افقی به سمت مرکز محفظه منحرف می‌شود اما با توجه به تغییرات کم و سرعت افقی ناچیز ایجاد شده نتایج بدست آمده سرعت لحظه‌ای و حدی تفاوت زیادی را با حالت دور از دیواره نشان نمی‌دهند.

فهرست علائم

A	سطح مقطع (متر مربع)
F	نیرو (نیوتن)
u	سرعت (متر بر ثانیه)
V	سرعت حرکت گلوله(متر بر ثانیه)
D	قطر گلوله (میلی‌متر)
t	زمان (ثانیه)

T	زمان پایداری (ثانیه)
C_D	ضریب پسا
m	جرم گلوله (کیلوگرم)
y	موقعیت ذره در راستای عمودی (میلی‌متر)
g	گرانش (متر بر مجذور ثانیه)
Re	عدد رینولدز
ρ	چگالی (کیلوگرم بر متر مکعب)
μ	ویسکوزیته
a, b, c, d	پارامتر های تعریف شده معادله ۱۱

زیرنویس‌ها

s	جامد
t	حدی

تشکر و قدردانی: نویسندگان این مورد را بیان نکردند.

تاییدیه اخلاقی: نویسندگان تأیید می‌نمایند که تمامی نتایج این مقاله حاصل فعالیت‌های پژوهشی نویسندگان مقاله است.

تعارض منافع: پژوهش فوق هیچ گونه تعارض منافعی با سازمان‌ها و اشخاص ندارد.

سهم نویسندگان: نویسندگان این مورد را بیان نکردند.

منابع مالی: نویسندگان این مورد را بیان نکردند.

منابع

1- Ghasemi A, Pathak A, Raessi M. Computational simulation of the interactions between moving rigid bodies and incompressible two-fluid flows. Computers & Fluids. 2014;94:1-13.
2- Cronin K, Çatak M, Tellez-Medina D, Cregan V, O'Brien S. Modelling of particle motion in an internal re-circulatory fluidized bed. Chemical Engineering Journal. 2010;164(2-3):393-402.
3- He C, Scott E, Rochfort Q. Enhancing sedimentation by improving flow conditions using parallel retrofit baffles. Journal of environmental management. 2015;160:1-6.
4- Vigolo D, Griffiths IM, Radl S, Stone HA. An experimental and theoretical investigation of particle–wall impacts in a T-junction. Journal of Fluid Mechanics. 2013;727:236-55
5- Zhu C, Liu G, Ye J, Xu H. Experimental investigation of non-stationary motion of single small spherical particles in an upward flow with different velocities. Powder Technology. 2015;273:111-7.
6- Fedosov DA, Dao M, Karniadakis GE, Suresh S. Computational biorheology of human blood flow in health and disease. Annals of biomedical engineering. 2014;42(2):368-87.
7- Djukic T. Particle Dynamics and Design of Nano-drug Delivery Systems. InComputational Medicine in Data Mining and Modeling 2013 (pp. 309-347). Springer, New York, NY.
8- Florio LA. Direct particle motion and interaction modeling method applied to simulate propellant burn. Applied Mathematical Modelling. 2013;37(8):5606-26.
9- Van Cauwenberghe L, Devriese L, Galgani F, Robbens J, Janssen CR. Microplastics in sediments: a review of techniques, occurrence and effects. Marine environmental research. 2015;111:5-17.
10- Powers MC. A new roundness scale for sedimentary particles. Journal of Sedimentary Research. 1953;23(2):117-9.
11- Choi C, Yoon HS, Ha MY. Flow and motion characteristics of a freely falling square particle in a channel. Computers & Fluids. 2013;79:1-2.
12- Mehrabian S, Acosta E, Bussmann M. Oil-particle separation in a falling sphere configuration: Effect of viscosity ratio & interfacial tension. International Journal of Multiphase Flow. 2018;98:120-7.
13- Mehri A, Akbarzadeh P. Hydrodynamic characteristics of heated/non-heated and grooved/un-grooved spheres during free-surface water entry. Journal of Fluids and Structures. 2020;97:103100.
14- Chu CR, Wu TR, Tu YF, Hu SK, Chiu CL. Interaction of two free-falling spheres in water. Physics of Fluids. 2020;32(3):033304.
15- Hazzab A, Terfous A, Ghenaim A. Measurement and modeling of the settling velocity of isometric particles. Powder Technology. 2008;184(1):105-13.
16- Kheloufi N, Lounis M. Viscosity measurement using optical tracking of free fall in Newtonian fluid. Acta Physica Polonica. 2015;128:123-7.
17- Abaid N, Adalsteinsson D, Agyapong A, McLaughlin RM. An internal splash: Levitation of falling spheres in stratified fluids. Physics of Fluids. 2004;16(5):1567-80.
18- Rushd S, Hassan I, Sultan RA, Kelessidis VC, Rahman A, Hasan HS, Hasan A. Terminal settling velocity of a single sphere in drilling fluid. Particulate Science and Technology. 2018:1-10.
19- Yow HN, Pitt MJ, Salman AD. Drag correlations for particles of regular shape. Advanced Powder Technology. 2005;16(4):363-72.
20- Bagheri G, Bonadonna C. On the drag of freely falling non-spherical particles. Powder Technology. 2016;301:526-44.
21- Dogonchi AS, Seyyedi SM, Hashemi-Tilehnoee M, Ganji DD. Investigation of sedimentation process of soluble spherical particles in a non-Newtonian medium. Journal of colloid and interface science. 2018;530:532-7.
22- Jalaal M, Ganji DD, Ahmadi G. Analytical investigation on acceleration motion of a vertically falling spherical particle in incompressible Newtonian media. Advanced Powder Technology. 2010;21(3):298-304.
23- Oseen CW. Neuere methoden und ergebnisse in der hydrodynamik. Leipzig: Akademische Verlagsgesellschaft mb H.. 1927.
24- Nouri R, Ganji DD, Hatami M. Unsteady sedimentation analysis of spherical particles in Newtonian fluid media using analytical methods. Propulsion and Power Research. 2014;3(2):96-105.
25- Fakour M, Rahbari A, Moghadasi H, Rahimipetroudi I, Domairry-Ganji D, Varmazyar M.

Analytical study of unsteady sedimentation analysis of spherical particle in Newtonian fluid media. Thermal science. 2018;22(2):847-55.
26- Yang H, Fan M, Liu A, Dong L. General formulas for drag coefficient and settling velocity of sphere based on theoretical law. International Journal of Mining Science and Technology. 2015;25(2):219-23.
27- Ten Cate A, Nieuwstad CH, Derksen JJ, Van den Akker HE. Particle imaging velocimetry experiments and lattice-Boltzmann simulations on a single sphere settling under gravity. Physics of Fluids. 2002;14(11):4012-25.
28- Pianet G, Ten Cate A, Derksen JJ, Arquis E. Assessment of the 1-fluid method for DNS of particulate flows: Sedimentation of a single sphere at moderate to high Reynolds numbers. Computers & fluids. 2007;36(2):359-75.
29- Hu HH, Joseph DD, Crochet MJ. Direct simulation of fluid particle motions. Theoretical and Computational Fluid Dynamics. 1992;3(5):285-306.
30- Luo K, Wei A, Wang Z, Fan J. Fully-resolved DNS study of rotation behaviors of one and two particles settling near a vertical wall. Powder technology. 2013;245:115-25.
31- Tsai LH, Chang CC, Pan TW, Glowinski R. Numerical study of the wall effect on particle sedimentation. International Journal of Computational Fluid Dynamics. 2018;32(2-3):158-66.
32- Moffat RJ. Describing the uncertainties in experimental results. Experimental thermal and fluid science. 1988;1(1):3-17.
33- Kline SJ. Describing uncertainty in single sample experiments. Mech. Engineering. 1953;75:3-8.
34- Guo J. Motion of spheres falling through fluids. Journal of Hydraulic Research. 2011;49(1):32-41.
35- Ferreira JM, Duarte Naia M, Chhabra RP. An analytical study of the transient motion of a dense rigid sphere in an incompressible Newtonian fluid. Chemical Engineering Communications. 1998;168(1):45-58.
36- Gylys J, Skvorcinskiene R, Paukstaitis L, Gylys M, Adomavicius A. Water temperature influence on the spherical body's falling velocity. International Journal of Heat and Mass Transfer. 2015;89:913-9.