ISSN: 2476-6909; Modares Mechanical Engineering. 2021;21(4):247-261

# Forming Limit Curves Prediction of Low-Carbon Steel Sheets Using Ductile Fracture Criteria

**ARTICLE INFO**

***Article Type***
Original Research

***Authors***
Mamusi H.[1] *MSc*,
Bakhshi M.[1] *PhD*,
Gorji H.[1*] *PhD*,
Hashemi R.[2] *PhD*,

**How to cite this article**
Mamusi H, Bakhshi M, Gorji H, Hashemi R. Forming Limit Curves Prediction of Low-Carbon Steel Sheets Using Ductile Fracture Criteria. Modares Mechanical Engineering. 2021;21(4):247-261.

**ABSTRACT**

Forming Limit Diagrams (FLDs) are very useful measures for safe forming of sheet metals without failure due to necking or fracture under different loading conditions. This paper uses ductile fracture criteria to predict the formability of low carbon steel sheets to evaluate their accuracy in predicting the FLDs. In addition, the fracture forming limit curves (FFLD) and necking forming limit curves (NFLD) for St12 low-carbon steel have been extracted experimentally and numerically. In the experimental procedure, the Nakazima stretching test was used. In the numerical procedure, by defining six phenomenological ductile fracture criteria in ABAQUS / Explicit finite element software, the failure is predicted and compared with the experimental results. These criteria were calibrated using 6 tests namely as In-plane shear, uniaxial tensile test, circle hole test, notched tension test, plane strain test, and Nakazima stretching test. The results showed that the criteria, which include both the stress triaxiality (η) and Lode parameter (L), provide a more accurate prediction of failure. Also to predict necking during numerical simulation of Nakazima test and also to extract the NFLD, three criteria of the second derivative of major strain, the second derivative of thickness strain and the second derivative of equivalent plastic strain have been used.

**Keywords** Sheet Metal Formability, Forming Limit Diagrams (FLDs), Ductile Fracture Criteria, Necking Criteria

[1] Faculty of mechanical engineering, Babol Noshirvani University of Technology, Babol, Iran
[2] Faculty of mechanical engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran

***Correspondence***
Address: Faculty of mechanical engineering, Babol Noshirvani University of Technology, Babol, Iran
*Phone*: -
*Fax*: -
hamidgorji@nit.ac.ir

***Article History***
Received: June 21, 2020
Accepted: January 22, 2021
ePublished: March 25, 2021

**CITATION LINKS**

[1] Modeling of ductile fracture from shear to balanced biaxial tension for sheet metals. [2] On fracture locus in the equivalent strain and stress triaxiality space. [3] An investigation into the fracture mechanisms of twinning-induced-plasticity steel sheets under various strain paths. [4] Numerical prediction of failure in single point incremental forming using a phenomenological ductile fracture criterion. [5] A new model of metal plasticity and fracture with pressure and Lode dependence. [6] New ductile fracture criterion for prediction of fracture forming limit diagrams of sheet metals. [7] Modeling of shear ductile fracture considering a changeable cut-off value for stress triaxiality. [8] Evaluation of ductile fracture criteria in a general three-dimensional stress state considering the stress triaxiality and the lode parameter. [9] A Novel Approach to the Determination of Forming Limit Diagrams for Tailor-Welded Blanks. [10] Determination of the plastic anisotropy r in sheet metal using automatic tensile test equipment. [11] International Standard ISO 12004-2 Metallic Materials—Guidelines For The Determination Of Forming-Limit Diagrams. [12] A comparative study of three groups of ductile fracture loci in the 3D space. [13] Fracture prediction in plastic deformation processes. [14] On the ductile enlargement of voids in triaxial stress fields. [15] Criteria for ductile fracture and their applications. [16] Facture-based forming limit criteria for anisotropic materials in sheet metal forming. [17] Forming severity concept for predicting sheet necking under complex loading histories. [18] Prediction of fracture in hub-hole expanding process using a new ductile fracture criterion. [19] Prediction of forming limit in hydro-mechanical deep drawing of steel sheets using ductile fracture criterion. [20] A method for determining the coefficient of friction in punch stretching of sheet metals. [21] A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals. [22] ABAQUS Analysis User's Manual.

*opyright© 2020, TMU Press. This open-access article is published under the terms of the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License which permits Share (copy and redistribute the material in any medium or format) and Adapt (remix, transform, and build upon the material) under the Attribution-NonCommercial terms.*

# پیش‌بینی نمودارهای حد شکل‌دهی ورق‌های فولادی کم‌کربن به کمک معیارهای شکست نرم

**حسین ماموسی MSc**
دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، بابل، ایران
**محمد بخشی PhD**
استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، بابل، ایران
**حمید گرجی* PhD**
دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، بابل، ایران
**رامین هاشمی PhD**
دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

## چکیده
نمودارهای حد شکل‌دهی (FLD) معیارهای بسیار سودمندی جهت اطمینان از شکل‌دهی بدون خرابی ناشی از گلویی شدن و یا شکست ورق‌های فلزی تحت بارگذاری‌های مختلف هستند. این مقاله معیارهای شکست را برای پیش‌بینی شکل‌پذیری ورق‌های فولادی کم‌کربن مورد استفاده قرار می‌دهد تا دقت آن‌ها در پیش‌بینی نمودارهای حد شکل‌دهی (FLDs) ارزیابی شود. به علاوه، منحنی‌های حد شکل‌دهی در شکست (FFLD) و گلویی شدن (NFLD) برای فولاد کم‌کربن St12 به روش تجربی و همچنین عددی استخراج‌شده‌اند. در رویه تجربی، آزمون کشش ناکازیما استفاده شده است. در رویه عددی، با به‌کار بردن شش معیار شکست نرم پدیدار شناختی در نرم‌افزار اجزای محدود ABAQUS/Explicit، شکست پیش‌بینی‌شده و با نتایج تجربی مقایسه شده است. این معیارها به کمک شش آزمون تجربی، برش درون صفحه‌ای، کشش تک‌محوری، کشش نمونه با برش دایره وسط، کشش نمونه با برش نیم‌دایره جانبی، کشش نمونه کرنش صفحه‌ای و همچنین آزمون کشش دو محوری خالص ناکازیما کالیبره شده‌اند. نتایج نشان داده است که معیارهایی که شامل هر دو پارامتر تنش سه‌محوره (η) و پارامتر لود (L) هستند، پیش‌بینی درست‌تری از شکست را ارائه می‌دهند. همچنین برای پیش‌بینی گلویی شدن در حین شبیه‌سازی عددی آزمون ناکازیما و همچنین استخراج نمودارهای حد شکل‌دهی در گلویی شدن از معیار مشتق دوم کرنش بزرگ استفاده شده است.
**کلیدواژه‌ها**: شکل‌پذیری ورق‌های فلزی، نمودارهای حد شکل‌دهی(FLD)، معیارهای شکست نرم، معیارهای گلویی شدن

تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۰۴/۰۱
تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۱۱/۰۳
*نویسنده مسئول: hamidgorji@nit.ac.ir

## ۱- مقدمه
خرابی (Failure) در شکل‌دهی ورق‌های فلزی معمولاً به سه حالت گلویی شدن (Necking)، شکست (Fracture) و چروکیدگی (Wrinkling) مشاهده می‌شود. گلویی شدن، همواره در ورق‌های با قابلیت شکل‌پذیری بالا رخ می‌دهد و پیشرفت آن به شکست ورق می‌انجامد، درحالی‌که در ورق‌های با نسبت استحکام به چگالی بالا مانند فولادهای با استحکام خیلی زیاد (AHSS)، با کشش نمونه، شکست نرم همراه با مقدار اندکی گلویی شدن مشاهده می‌شود[1]. پیش‌بینی گلویی شدن و شکست یکی از مهم‌ترین مسایل در تحلیل و طراحی فرآیندهای شکل‌دهی ورق‌های فلزی است. در شکل‌دهی ورق‌های فلزی، گلویی شدن به عنوان یک مکانیزم شکست غالب دیده می‌شود، زیرا دلیل عمده برای از دست دادن قابلیت تحمل بار در حین شکل‌دهی است. اگرچه شکست همواره به عنوان پارامتر آسیب ورق مطرح است اما در بسیاری از فرآیندهای شکل‌دهی، گلویی شدن به عنوان حد شکل‌دهی در نظر گرفته می‌شود. نمودارهای حد شکل‌دهی، ابزاری سودمند برای پیش‌بینی شکل‌پذیری موفقیت‌آمیز ورق‌های فلزی هستند که در بسیاری از صنایع شکل‌دهی ورق، مانند خودروسازی کاربردی گسترده دارند. با در نظر گرفتن دو پارامتر محدودکننده گلویی شدن و شکست در شکل‌دهی ورق، به ترتیب دو نوع منحنی حد شکل‌دهی با عنوان‌های NFLC (Necking Forming Limit Curve) و FFLC (Fracture Forming Limit Curve)وجود دارد.

در سال‌های اخیر پژوهش‌های گسترده‌ای برای مطالعه شکست نرم به صورت تجربی، تحلیلی و عددی انجام شده است. بائو و ورزبیکی، ۱۵ آزمون مختلف شامل فشار، برش و کشش بر روی آلیاژ AA2024-T351 انجام دادند که نتایج تجربی مناسبی برای توسعه معیارهای شکست نرم و همچنین توصیف شکست نرم تحت بارگذاری‌های مختلف فراهم آورده است[2]. محدودیت این پژوهش این است که ابعاد نمونه‌های آزمون ارائه نشده همچنین عدم اطمینان از کرنش شکست که گزارش‌شده، مورد تجزیه و تحلیل قرار نگرفته است[1]. حبیبی و همکاران سازوکارهای شکست ورق‌های فولادی TWIP را که در صنعت خودروسازی کاربرد وسیعی دارند، با مسیرهای کرنش گوناگون مورد مطالعه قراردادند[3]. آن‌ها در این تحقیق ابتدا شکل‌پذیری این ورق‌ها را با آزمون کشش، با سنبه سر کروی ارزیابی کردند و سپس منحنی‌های حد شکل‌دهی در شکست را هم به صورت تجربی و هم به روش عددی به کمک نرم‌افزار اجزای محدود استخراج کردند. در این مطالعه، سه دسته معیار شکست نرم، شکست برشی و شکست ترکیبی (نرم و برشی) برای پیش‌بینی عددی شکست مورد استفاده قرار گرفته است. میرنیا و شمساری شکست در فرآیند شکل‌دهی تدریجی تک نقطه‌ای را به روش عددی و با استفاده از یک معیار شکست نرم پیش‌بینی کردند[4]. آن‌ها در این پژوهش ضمن بررسی و دسته‌بندی کلی و جامع معیارهای شکست نرم به سه دسته میکرو مکانیکی، آسیب پیوسته و پدیدار شناختی، از معیار شکست موهر-کولمب اصلاح‌شده (MMC3) که یک معیار شکست نرم پدیدار شناختی است، برای پیش‌بینی شکست استفاده کردند و با فرض صفحه‌ای بودن تنش در فرآیند شکل تدریجی تک نقطه‌ای، رابطه بین تنش سه‌محوره (η) (Stress triaxiality) و پارمتر لود (L) (Lode parameter) را در حالت‌های متداول تنش بدست آوردند.

اخیراً معیارهای پدیدار شناختی متعددی بر اساس نتایج تجربی ارائه شده است. بای و ورزبیکی[5] کرنش‌های شکست را به کمک

معیار موهر-کولومب اصلاح‌شده (MMC) مدل کردند. لو و همکاران میکرومکانیزم‌های شکست نرم را بر اساس جوانه زنی، رشد و به هم پیوستن حفره‌ها مورد تجزیه و تحلیل قراردادند و یک مدل شکست نرم با سه ضریب ثابت وابسته به η و L را با عنوان DF2012 برای فلزات پیشرفته معرفی کردند[6]. لو و همکاران، این مدل شکست را برای در نظر گرفتن مقادیر متغیر برای حداقل مقدار η (Cut-off value) ارتقا دادند، که هدف از آن پیش‌بینی شکست برشی از ناحیه کشش دو محور متقارن تا برش خالص بوده است. معیار توسعه‌یافته به عنوان معیار DF2014 معرفی شده است[7].

لو و هاه[8] برای اولین بار هفت معیار شکست نرم را در فضای سه‌بعدی کرنش معادل شکست ($\varepsilon_f$ ، η و L ارزیابی کردند. ماموسی و همکاران[9] از سه معیار لحظه‌ای به قرار مشتق دوم کرنش بزرگ، مشتق دوم کرنش ضخامت و همچنین مشتق دوم کرنش پلاستیک معادل برای پیش‌بینی گلویی شدن استفاده کرده و نشان دادند که هر سه معیار نتایج یکسانی دارند و بر همین اساس نمودارهای حد شکل‌دهی در گلویی شدن را برای ورق‌های ترکیبی ((Tailor Welded Blanks(TWBs) و ساده استخراج کردند.

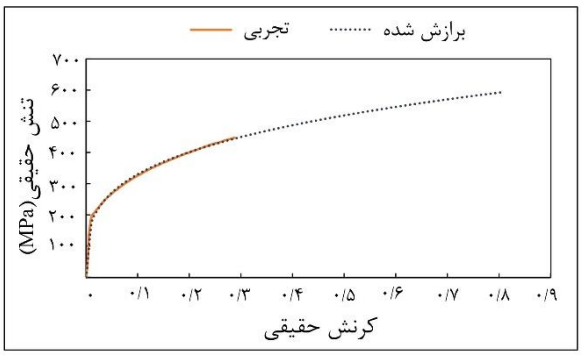
در این مقاله شکل‌دهی ورق فولادی کم کربن St12 به ضخامت ۱ mm مورد بررسی قرار گرفته است. ابتدا به کمک آزمون کشش با سنبه سر کروی ناکازیما، نمودارهای حد شکل‌دهی در گلویی شدن و شکست استخراج شدند. در رویه عددی نیز با در نظر گرفتن معیار لحظه‌ای مشتق دوم کرنش بزرگ، گلویی شدن پیش‌بینی شده است. به منظور پیش‌بینی شکست، ابتدا شش آزمون کالیبراسیون شامل آزمون‌های برش درون صفحه‌ای، کشش ساده، کشش نمونه با برش دایره وسط، کشش نمونه با برش جانبی، کرنش صفحه‌ای و همچنین آزمون ناکازیما به صورت تجربی و تا لحظه شکست انجام شده است. سپس با شبیه‌سازی هر کدام از آزمون‌های کالیبراسیون به کمک نرم‌افزار اجزای محدود ABAQUS/Explicit و با داشتن ازدیاد طول و یا ارتفاع بالج در لحظه شکست، مقادیر پارامترهای مهم η میانگین، L میانگین و کرنش شکست مؤثر در لحظه شکست از نرم‌افزار استخراج می‌شوند. با داشتن این پارامترها به سادگی می‌توان ضرایب ثابت معیارهای شکست نرم مختلف را محاسبه و رویه شکست سه‌بعدی هر کدام از این معیارها را ترسیم کرد و همچنین وابستگی کرنش شکست به پارامترهای η و یا L را تحلیل نمود. با داشتن ضرایب معیارهای شکست و با کد نویسی این معیارها در زیر روال (Subroutine) برنامه می‌توان شکست در حین فرآیند را تشخیص داد. بدین منظور شش معیار شکست رایس-تریسی، اُیانه-ساتو، کو-هاه، DF2012، DF2014 و DF2015 به عنوان معیارهای شکست انتخاب‌شده و پس از شبیه‌سازی آزمون ناکازیما و اعمال زیر روال مطلوب، لحظه شکست را مطابق هر یک از این معیارها تعیین و متعاقباً کرنش‌های کوچک و بزرگ را استخراج و نمودار حد شکل‌دهی در شکست را ترسیم نمود.

پژوهش حاضر هم شامل معیارهای قدیمی و هم معیارهای به نسبت پیچیده و جدید می‌باشد و لذا می‌توان کاربردی بودن همه آن‌ها را برای پیش‌بینی شکست در ورق‌های فولادی کم‌کربن St12 بررسی کرد، در صورتی در پژوهش‌های پیشین این معیارهای شکست جدید جهت استخراج FFLD مورد استفاده قرار نگرفته‌اند. از سویی دیگر در این پژوهش عوامل آسیب در شکل‌دهی ورق‌های فولادی کم‌کربن St12 که شامل هم نمودارهای حد شکل‌دهی در شکست و هم نمودارهای حد شکل‌دهی در گلویی شدن می‌باشد، هم به صورت تجربی و هم به صورت عددی به صورت یکجا استخراج‌شده‌اند که به پژوهش جامعیت خاصی می‌بخشد.

## ۲- روش تحقیق

### ۲-۱- مراحل آزمایشگاهی

با توجه به کاربردهای عمده ورق‌های فلزی کم کربن در صنایع خودروسازی به دلیل شکل‌پذیری خوب و هزینه نسبتاً پایین جهت استفاده در قسمت‌های مختلف بدنه خودرو و ساخت قطعات مختلف صنعتی، در این پژوهش از ورق فولادی کم‌کربن St12 استفاده شده است که با عنوان تجاری ورق‌های کششی شناخته می‌شوند. برای تعیین خواص مکانیکی نمونه، آزمون کشش تک‌محوره با سرعت کشش ۵ mm/min و تا لحظه شکست انجام شد. نمونه‌ها مطابق استاندارد ASTM E8 با لیزر برش داده شدند. خواص مکانیکی ورق St12 استخراج‌شده از آزمون کشش تک‌محوره، در جدول ۱ آورده شده است. خواص پلاستیک ماده نیز که در جدول ۱ آورده شده، به کمک درون‌یابی نمودار تنش -کرنش حقیقی تا نقطه استحکام کششی نهایی محاسبه شده است. نمودارهای تنش-کرنش حقیقی بدست آمده از نتایج تجربی و منحنی برازش شده در شکل ۱ نمایش داده شده است. جهت برازش نمودار از رابطه کارسختی هولومون استفاده شده است که پس از استخراج نمودار تنش-کرنش تجربی تا نقطه تغییر شکل یکنواخت، ضریب استحکام (K) و توان کرنش‌سختی (n) به صورت عددی محاسبه‌شده‌اند که همان‌گونه که در شکل ۱ مشاهده می‌شود برازش عددی از دقت مطلوبی برخوردار است.




**شکل ۱)** منحنی تجربی تنش-کرنش حقیقی و منحنی برازش شده

**جدول ۱)** خواص مکانیکی ورق فولاد کم کربن St12

| جنس | ضخامت (mm) | تنش تسلیم (MPa) | استحکام کششی نهایی (MPa) | ضریب استحکام (K) | توان کرنش سختی (n) |
|---|---|---|---|---|---|
| St12 (DC01) | ۱ | ۱۸۲ | ۳۳۶ | ۶۳۰/۷۸۸ | ۰/۲۸ |

برای انجام آزمون ناهمسانگردی از آزمون کشش تک محوره و تا حد ۱۵% ازدیاد طول نهایی و در سه راستای ۰ (راستای نورد)، ۴۵ و ۹۰ درجه استفاده شده است[10]. پس انجام آزمون‌ها ، ضرایب ناهمسانگردی در هر راستا با اندازه‌گیری کرنش‌های طولی و عرضی و استفاده از رابطه (۱) تعیین و در جدول ۲ آورده شده است.

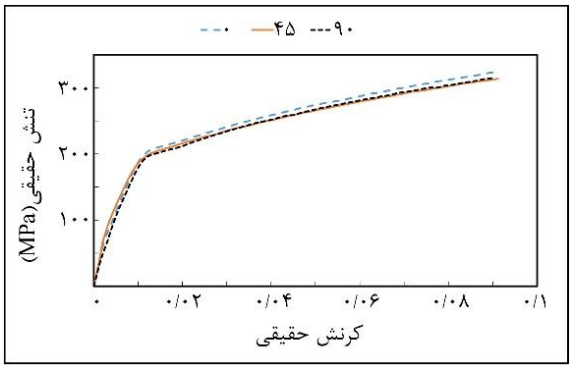
$$r = \frac{\varepsilon_w}{\varepsilon_t} = -\frac{\varepsilon_w}{\varepsilon_w + \varepsilon_l} \qquad (۱)$$

در رابطه بالا r ضریب ناهمسانگردی در یک راستای خاص و $\varepsilon_w$، $\varepsilon_l$ و $\varepsilon_t$ به ترتیب کرنش‌ها در راستای طول، عرض و ضخامت نمونه هستند. نمودارهای تنش-کرنش حاصل از کشش نمونه‌ها در راستاهای مختلف در شکل ۲ آورده شده است.

برای انجام آزمون نمودار حد شکل‌دهی، ۷ نمونه ورق با ابعاد نشان داده‌شده در شکل ۳-الف استفاده شده است. از آنجا که برش نمونه‌ها به روش‌های ماشین‌کاری سنتی باعث ایجاد ترک‌های بسیار ریز در لبه‌های ورق می‌شود و در کشش نمونه‌های با عرض کم مشکل‌ساز است، ازاین‌رو تمامی نمونه‌ها به کمک برش لیزر تهیه‌شده‌اند. برش‌های کناری نمونه‌ها که در شکل ۳ قابل مشاهده است به طول ۳۰ میلی‌متر و به شعاع ۱۰میلی‌متر هستند که به منظور جلوگیری از تمرکز تنش در ناحیه تماس ورق با دهانه ماتریس و برش ناخواسته در این ناحیه اعمال‌شده‌اند. به منظور انجام آزمون کشش دو محوره ، قالب ناکازیما با سنبه به قطر ۵۰ میلی‌متر و قطر ماتریس ۵۶ میلی‌متر از جنس Ck45 مطابق شکل ۳-ب ساخته شده است. در این چیدمان، ورق‌گیر و ماتریس به کمک چهار عدد پیچ M12 و با اعمال پیش بار توسط پرس برای

**جدول ۲)** ضرایب ناهمسانگردی ورق St12

| $r_0$ | $r_{45}$ | $r_{90}$ |
|---|---|---|
| ۱/۳۷ | ۱/۰۸ | ۱/۲۰ |



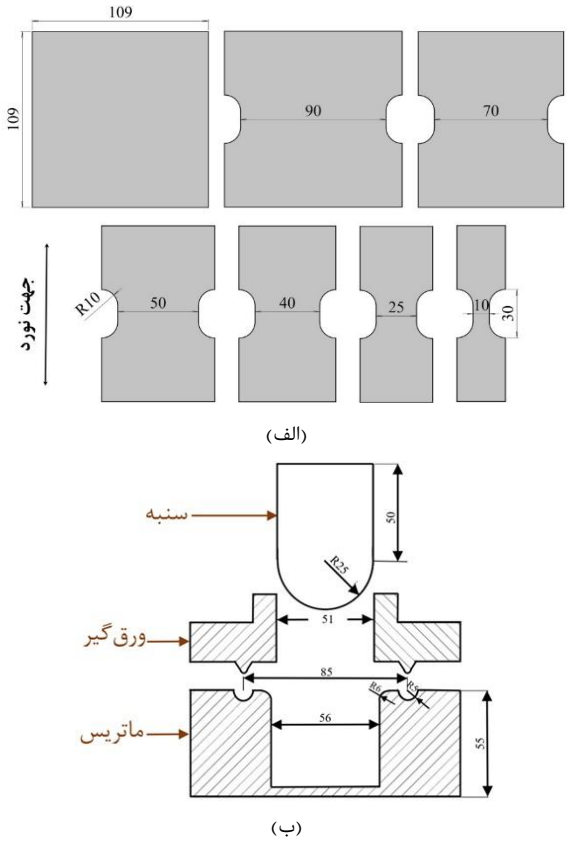

**شکل ۲)** نمودارهای تنش-کرنش حقیقی بدست آمده از آزمون کشش در راستاهای ۰، ۴۵ و ۹۰ درجه

جلوگیری از سر خوردن نمونه در حین فرآیند به هم متصل می‌شوند. مطابق استاندارد استخراج تجربی نمودارهای حد شکل‌دهی، هرچه محل شکست نمونه به رأس سنبه نزدیک‌تر باشد، مطلوب‌تر است که با کاهش اصطکاک بین سنبه و ورق می‌توان به این هدف دست یافت[11]. بدین منظور از یک لایه پلی اورتان یک‌بار مصرف به ضخامت ۲mm در بین سنبه و ورق استفاده شد و برای کاهش بیشتر اصطکاک هر دوطرف این لایه‌ها به روغن هیدرولیک آغشته شده است.

از یک دستگاه آزمایش اونیورسال هیدرولیک (Denison DMG Mayes Group) با ظرفیت ۶۰۰kN برای انجام آزمون‌ها استفاده شده است. این دستگاه به یک واحد کامپیوتری متصل است که حرکت‌های دستگاه را کنترل می‌کند. سرعت پیشروی آن در طی تمامی آزمایش‌ها ثابت و برابر با ۲۰mm/min بوده و لحظه افت نمودار نیرو-جابجایی که از طریق نمایشگر دستگاه قابل مشاهده است، به عنوان عامل توقف آزمون در نظر گرفته شده است.

**۲-۲- معیارهای شکست نرم**

شکست نرم به‌طور ذاتی یک پدیده سه بعدی است که بایستی در فضای سه بعدی ارائه شود. به‌طور کلی، حالت‌های مختلف بارگذاری را می‌توان به کمک سه تنش اصلی $\sigma_1$، $\sigma_2$ و $\sigma_3$ بیان کرد. همچنین وضعیت تنش را می‌توان به کمک نامتغیرهای تانسور




**شکل ۳)** الف- ابعاد نمونه‌های آزمون حد شکل‌دهی ب- مجموعه قالب آزمون ناکازیما

تنش (Invariants of the stress tensor) و یا نسبت آن‌ها به کمک دو پارامتر بدون بعد η و پارامتر زاویه لود ((Lode angle ($\bar{\theta}$) parameter یا L توصیف کرد که روابط آن‌ها در زیر آمده است[12].

$$\eta = \frac{\sigma_m}{\bar{\sigma}_{von}} \quad (۲)$$

$$\sigma_m = \sigma_h = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \quad (۳)$$

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \quad (٤)$$

$$\bar{\theta} = 1 - \frac{2}{\pi}\arccos(\xi) \quad (٥)$$

$$\theta = \frac{1}{3}\arccos(\xi) \quad (٦)$$

$$\xi = \frac{27}{2}\frac{J_3}{\bar{\sigma}_{von}} \quad (٧)$$

$$L = \frac{2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \quad (٨)$$

که در این روابط $\sigma_1$، $\sigma_2$ و $\sigma_3$ تنش‌های اصلی، $\sigma_m$ تنش میانگین و $\bar{\sigma}$ تنش مؤثر وُن میسز و ξ و $J_3$ نیز به ترتیب ناوردای تنش سوم انحرافی نرماله شده (Normalized third deviatoric stress invariant) و ناوردای تنش سوم انحرافی (Third invariant of the deviatoric stress ) هستند. با در نظر گرفتن توضیحات فوق می‌توان کرنش مؤثر در شکست را به دو پارامتر تنش سه‌محوره و پارامتر لود وابسته دانست. تاکنون معیارهای زیادی برای بررسی شکست معرفی‌شده‌اند. در ساده‌ترین حالت این معیارها، همانند معیار کلیفت[13]، کرنش شکست در تمامی حالت‌های تنش و بدون در نظر گرفتن پارامترهای تنش سه‌محوره و پارامتر لود، یکسان در نظر گرفته می‌شود. در معیارهای به نسبت پیچیده‌تر از این معیار، مانند معیارهای رایس-تریسی و اُیانه-ساتو، کرنش شکست تنها وابسته به تنش سه‌محوره معرفی شده است و تاثیر پارامتر لود همچنان نادیده گرفته می‌شود[14, 15]. در کامل‌ترین حالت ممکن، که در معیارهای جدیدتر مانند معیارهای DF2012، DF2014، DF2015 و همچنین MMC3 مشاهده می‌شود، کرنش شکست وابسته به هر دو پارامتر تنش سه‌محوره و پارامتر لود تعریف می‌شود[6, 7, 16, 17].

به منظور پیش‌بینی لحظه شروع شکست در ورق مورد نظر از شش معیار شکست نرم غیر کوپل رایس-تریسی، اُیانه-ساتو، کو-هاه، DF2012، DF2014 و DF2015 استفاده شده است. معیارهای شکست آورده شده با دو هدف انتخاب‌شده‌اند. نخست از آنجایی که دو پارامتر موثر بر کرنش شکست، همان‌گونه که در بالا نیز آورده شد η و L می‌باشند لذا به منظور ارزیابی میزان وابستگی کرنش شکست به هر یک از این دو پارامتر، ترکیبی از معیارهای ساده- تنها وابسته به η- و معیارهای پیچیده – هم وابسته به η و هم به L- در نظر گرفته‌شده‌اند. دلیل دوم نیز ارزیابی عملکرد معیارهای نوین تازه توسعه‌یافته و مقایسه آن‌ها با معیارهای پرکاربرد قدیمی می‌باشد.

با کالیبره کردن این معیارها به کمک نتایج ٦ آزمون و استخراج ضرایب ثابت آن‌ها و همچنین اعمال این معیارها در زیر برنامه VUSDFLD می‌توان لحظه شکست در حین شبیه‌سازی را تشخیص داد. کاربرد عمده زیربرنامه VUSDFLD در تعریف خروجی‌های جدیدی می‌باشد که به صورت وابسته به متغیرهای موجود در پیش‌فرض نرم‌افزار هستند.

به منظوره کالیبره کردن ضرایب ثابت معیارهای شکست مزبور رابطه (۹) مورد استفاده قرار گرفته است که در آن با حداقل کردن مقدار خطا (err) می‌توان به مقادیر بهینه ضرایب ثابت دست یافت. برای حداقل کردن این مقدار خطا از نرم‌افزار متلب استفاده شده است.

$$err = \sum\left(\frac{\bar{\varepsilon}_f^{exp}}{\bar{\varepsilon}_f^{pred}} - 1\right)^2 \quad (۹)$$

### ۲-۲-۱- معیار رایس-تریسی

رایس و تریسی رشد تک حفره کروی در یک جسم جامد بی‌نهایت تحت تأثیر تنش‌های طبیعی را بررسی کردند[14]. رشد حفره برای تنوع گسترده‌ای از حالت‌های تنش، به واسطه معادله نیمه تجربی زیر منطبق شده است. بر اساس معیار شکست رایس-تریسی کرنش شکست تنها وابسته به η است و در این رابطه تأثیر L در شکست نادیده گرفته شده است.

$$\int_0^{\bar{\varepsilon}_f} 0.283\, exp\left(\frac{3}{2}\eta\right) d\bar{\varepsilon} = C_1 \quad (۱۰)$$

### ۲-۲-۲- معیار اُیانه-ساتو

ایانه و ساتو یک معیار شکست نرم برای مواد متخلخل مطابق رابطه (۱۱) معرفی کردند[15]:

$$\int_0^{\bar{\varepsilon}_f} (\eta + C_2)\, d\bar{\varepsilon} = C_3 \quad (۱۱)$$

در این معیار فرض بر این بود که شکست تنها به η وابسته است و وابستگی شکست به L نادیده گرفته شده است. فرض این معیار مشابه فرض معیار رایس-تریسی در رابطه (۱۰) است.

### ۲-۲-۳- معیار کو-هاه

کو و همکارانش تأثیر تنش حداکثر و همچنین η به جهت تشریح رفتار شکست نرم فلزات را باهم ترکیب کردند و معیار شکست نرم رابطه (۱۲) را معرفی کردند[18].

$$\int_0^{\bar{\varepsilon}_f} \frac{\sigma_1}{\bar{\sigma}}(\langle 1 + 3\eta\rangle) d\bar{\varepsilon} = \int_0^{\bar{\varepsilon}_f} \left[\eta + \frac{(3-L)}{3\sqrt{L^2+3}}\right](\langle 1 + 3\eta\rangle) d\bar{\varepsilon} = C_4 \quad (۱۲)$$

$$\langle x\rangle = \begin{cases} x & when\ x \geq 0 \\ 0 & when\ x < 0 \end{cases}$$

در این معیار تنش حداکثر به صورت تابعی از L بازنویسی شده است. بدین وسیله این معیار با تنها یک ضریب ثابت ماده، شکست نرم را با در نظر گرفتن هر دو پارامتر η و L پیش‌بینی می‌کند. علاوه بر این، در معیار کو-هاه یک حداقل مقدار برای η در نظر گرفته‌شده است که به ازای مقادیر کمتر از آن شکست رخ نمی‌دهد. مطابق رابطه (۱۲) این حداقل مقدار η برابر $-\frac{1}{3}$ است و برای مقادیر کمتر، تابع شکست برابر با صفر در نظر گرفته می‌شود.

**۲-۲-۴- معیار DF2012**

لو و همکاران یک معیار شکست نرم بر اساس مکانیزم‌های میکروسکوپی تجمع آسیب ناشی از جوانه زنی، رشد و همبستگی برشی حفره‌ها را مطابق زیر پیشنهاد کردند[6].

$$\int_0^{\bar{\varepsilon}_f^p}\left(\frac{2}{\sqrt{L^2+3}}\right)^{C_5}\left(\frac{\langle 1+3\eta\rangle}{2}\right)^{C_6} d\,\bar{\varepsilon}^p = C_7 \qquad (۱۳)$$

در این معیار جوانه‌زنی حفره‌ها به عنوان تابعی از کرنش پلاستیک معادل مدل شده است، رشد حفره‌ها به کمک η تشریح شده و به‌هم پیوستن حفره‌ها نیز با L کنترل می‌شود. ازاین‌رو، این معیار با داشتن سه ضریب ثابت ماده، کرنش پلاستیک معادل در شکست را بر اساس هر دو پارامتر η و L بیان می‌کند.

**۲-۲-۵- معیار DF2014**

لو و همکاران[7] با انجام آزمون‌های فشار تک‌محوری و فشار کرنش صفحه‌ای برای آلیاژهای AA5083-H32 و AZ31 نتیجه گرفتند که الزامی به مقدار ثابت 1/3- فرض کردن حداقل مقدار η جهت شکست نرم نیست بلکه این مقدار می‌تواند با درنظر گرفتن میکرو ساختارهای فلزات، دمای شکل‌دهی، نرخ کرنش و . . . تغییر کند.

$$\int_0^{\bar{\varepsilon}_f^p}\left(\frac{2}{\sqrt{L^2+3}}\right)^{C_8}\left(\langle\frac{f(\eta,L,C)}{f(1/3,-1,C)}\rangle\right)^{C_9} d\bar{\varepsilon}^p = C_{10}$$
$$f(\eta,L,C) = \eta + \frac{(3-L)}{3\sqrt{L^2+3}} + C \qquad (۱۴)$$

در این رابطه ضریب ثابت C بیانگر حداقل مقدار η قابل‌تغییر برای ماده است. علاوه بر این، سه ضریب ثابت ماده دیگر وجود دارد که به کمک آزمون‌های تجربی تعیین می‌شوند. معیار DF2014 می‌تواند کرنش‌های شکست در سه حالت بارگذاری برش، کشش تک‌محوری و کشش با کرنش صفحه‌ای را به دقت نمایش دهد، اگرچه در شکل‌دهی ورق چهار حالت بحرانی شکل‌دهی به قرار برش، کشش تک‌محوری، کشش کرنش صفحه‌ای و کشش دو محوری وجود دارد[1]. ازاین‌رو، این معیار در پیش‌بینی شکست در حالت کشش دو محوری دقت لازم را نخواهد داشت.

**۲-۲-۶- معیار DF2015**

از آنجا که معیار DF2014 باوجود داشتن دقت لازم جهت پیش‌بینی شکست در حالت‌های برش، کشش تک‌محوری و کشش یا کرنش صفحه‌ای از پیش‌بینی شکست در حالت کشش دومحوری از دقت لازم برخوردار نبوده است، ازاین‌رو، حداقل مقدار η وابسته به L به صورت زیر اصلاح و تحت عنوان معیار DF2015 معرفی شده است[1].

$$\int_0^{\bar{\varepsilon}_f^p}\left(\frac{2}{\sqrt{L^2+3}}\right)^{C_{11}}\left(\langle\frac{f(\eta,L,C)}{f(1/3,-1,C)}\rangle\right)^{C_{12}} d\bar{\varepsilon}^p = C_{13}$$
$$f(\eta,L,C) = \eta + C_{14}\frac{(3-L)}{3\sqrt{L^2+3}} + C \qquad (۱۵)$$

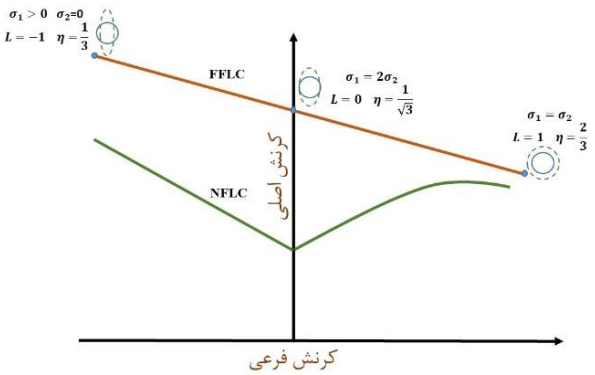
در این مدل اصلاح‌شده، وابستگی حداقل مقدار η به L، با ضریب ثابت ماده $C_{14}$ کنترل می‌شود. این معیار شکست نرم با داشتن ۵ ضریب ثابت ماده بیشترین کنترل را بر روی η، L و همچنین حداقل مقدار η را دارد.

**۲-۳- کالیبره کردن ضرایب معیارهای شکست**

برای بررسی شکست نرم و همچنین تعیین ضرایب ثابت معیارهای شکست نرم در نظر گرفته‌شده، از شش نوع آزمون، یعنی آزمون‌های آزمون برش درون صفحه‌ای (In-plane shear)، کشش ساده، کشش نمونه با سوراخ دایره‌ای مرکزی (Circle hole specimen tension)، کشش نمونه با برش جانبی (Notched tension)، کشش نمونه کرنش صفحه‌ای (Plane strain tension) و همچنین کشش با سنبه سر کروی ناکازیما استفاده شده است.

بدیهی است که هرچه آزمون‌های کالیبراسیون محدوده وسیع‌تری از تنش سه‌محوره (η) و پارامتر لود (L) یا پارامتر زاویه لود را پوشش دهند، در معیارهای شکست، به‌ویژه معیارهای دارای ضرایب ثابت بیشتر، دقت پیش‌بینی شکست نیز بالاتر خواهد بود. در حالت کلی منحنی‌های حد شکل‌دهی مختلف برای گستره بارگذاری از کشش تک محور تا کشش دو محور متعادل (Balanced biaxial tension) تعریف می‌شوند. طرح‌واره منحنی‌های FFLC و NFLC در شکل ٤ آورده شده است[19]. با محاسبه نظریه به کمک روابط (۲) تا (۸) و در حالت ایده‌آل، با فرض صفحه‌ای بودن تنش و همچنین خطی بودن مسیر کرنش تا لحظه شکست، در آزمون نمودار حد شکل‌دهی همان‌گونه که در شکل ٤ مشاهده می‌شود، گستره η بین ۰/۳۳ تا ۰/٦٦ و همچنین گستره L از ۱- تا ۱+ می‌باشد. ازاین‌رو جهت دستیابی به دقت بالاتر در استفاده از معیارهای شکست نرم، بهتر است که آزمون‌های کالیبراسیون گستره وسیع‌تری از پارامترهای η و L را پوشش دهند.

جهت انجام آزمون‌های کالیبراسیون، نمونه‌ها به کمک برش لیزر آماده شدند. تمامی آزمون‌های برش درون صفحه‌ای، کشش ساده، کشش نمونه با سوراخ دایره‌ای مرکزی، نمونه با برش نیم‌دایره جانبی، نمونه با کرنش صفحه‌ای به کمک دستگاه کشش تک‌محور انجام‌شده و تغییر طول نمونه در لحظه شکست ثبت شده است. آزمون ناکازیما نیز به کمک قالب شکل ۳ انجام‌شده و ارتفاع گنبد در لحظه شکست اندازه‌گیری شده است.

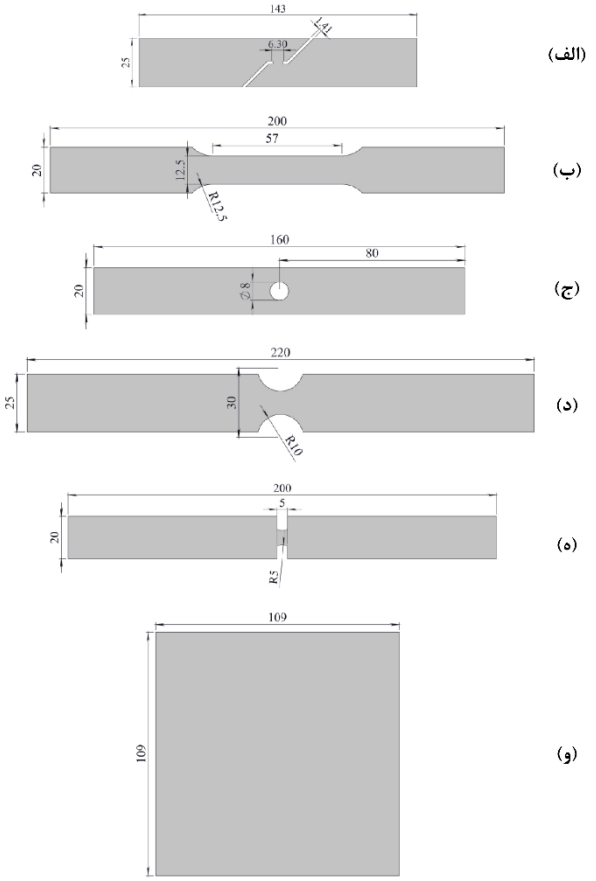



**شکل ۴)** شماتیک وضعیت منحنی‌های حد شکل‌دهی در گلویی شدن و شکست نسبت به هم و تغییرات تنش سه‌محوره و پارامتر لود (L) در مسیرهای کرنش مختلف

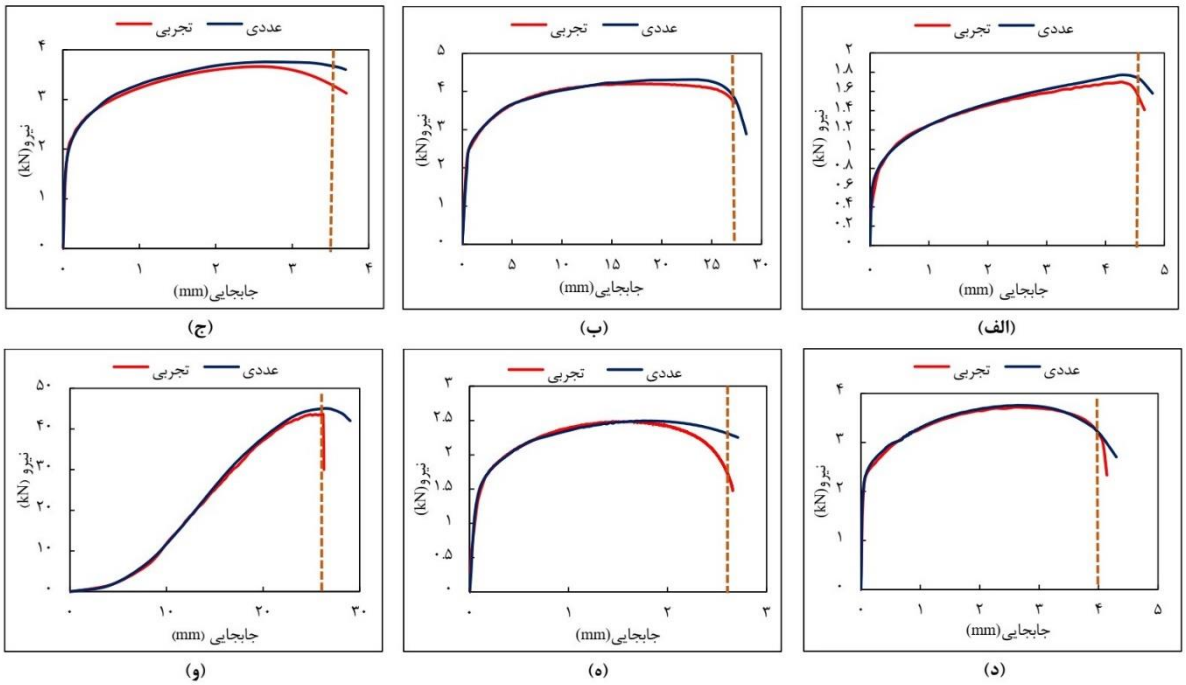
ابعاد نمونه‌های آزمون در شکل ۵ آورده شده است. به منظور انجام آزمون‌های تجربی کالیبراسیون، ۵ نمونه اول تا لحظه شکست تحت آزمون کشش تک‌محور قرار می‌گیرند و ازدیاد طول نمونه‌ها در لحظه شکست ثبت می‌شود. نمونه آخر نیز به کمک قالب ناکازیما شکل ۳ تحت کشش دومحور قرارگرفته و ارتفاع نمونه در نقطه شکست اندازه‌گیری می‌شود.

هدف از انجام آزمون‌های کالیبراسیون به‌دست آوردن پارامترهای η ، L و همچنین کرنش مؤثر پلاستیک در لحظه شکست ($\bar{\varepsilon}_f$) در حالت‌های مختلف تنش است، از این رو پس از انجام آزمون‌های تجربی، تمامی آن‌ها به کمک نرم‌افزار اجزای محدود ABAQUS/Explicit شبیه‌سازی شده و با داشتن تغییر طول و یا ارتفاع گنبد نمونه‌ها در لحظه شکست پارامترهای مذکور محاسبه‌شده‌اند. برای اطمینان از صحت شبیه‌سازی آزمون‌های کالیبراسیون، مقایسه نمودارهای نیرو-جابجایی تجربی و عددی با همدیگر به عنوان معیار مورد ملاک قرارگرفته که در شکل ٦ این نمودارها آورده شده است.

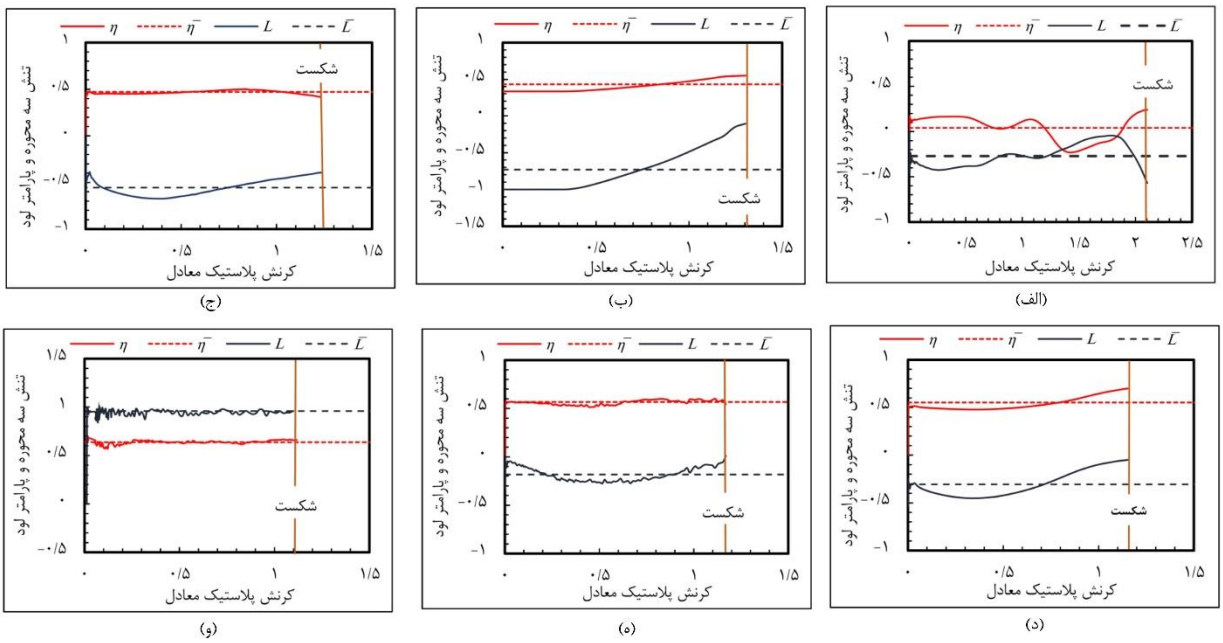
از آنجا که در نتایج شبیه‌سازی عددی مشاهده شده است، مقادیر η و L تا لحظه شکست ثابت نبوده و با تغییراتی همراه است. برای بدست آوردن مقادیر میانگین این دو پارامتر بر حسب کرنش پلاستیک معادل از روابط (١٦) و (١٧) استفاده شده است. نمودارهای تغییرات η و L بر حسب کرنش مؤثر پلاستیک ($\bar{\varepsilon}_f$) تا لحظه شکست برای آزمون‌های کالیبراسیون انجام‌شده در شکل ۷ آورده شده است.




**شکل ۵)** نمودارهای نیرو-جابجایی تجربی و عددی آزمون‌های کالیبراسیون الف) آزمون برش درون صفحه‌ای ب) کشش ساده ج) نمونه با برش دایره‌ای وسط د) نمونه با برش نیم‌دایره جانبی ه) نمونه با کرنش صفحه‌ای و) آزمون ناکازیما




**شکل ۶)** نمودارهای نیرو-جابجایی تجربی و عددی آزمون‌های کالیبراسیون الف) آزمون برش درون صفحه‌ای ب) کشش ساده ج) نمونه با برش دایره‌ای وسط د) نمونه با برش نیم‌دایره جانبی ه) نمونه با کرنش صفحه‌ای و) آزمون ناکازیما




**شکل ۷)** نمودارهای تغییرات η و L آزمون‌های کالیبراسیون الف) آزمون برش درون صفحه‌ای ب) کشش ساده ج) نمونه با برش دایره‌ای وسط د) نمونه با برش نیم‌دایره جانبی ه) نمونه با کرنش صفحه‌ای و) آزمون ناکازیما

$$\eta_{ave} = \frac{1}{\bar{\varepsilon}_u^p}\int_0^{\bar{\varepsilon}_u^p} \eta(\bar{\varepsilon}^p)d\bar{\varepsilon}^p \qquad (۱۶)$$

$$\bar{\theta}_{ave} = \frac{1}{\bar{\varepsilon}_u^p}\int_0^{\bar{\varepsilon}_u^p} \bar{\theta}(\bar{\varepsilon}^p)d\bar{\varepsilon}^p \qquad (۱۷)$$

مقادیر پارامترهای ضروری جهت پیش‌بینی شکست از جمله میانگینی η و L تا لحظه شکست در جدول ۳ آورده شده است. همان‌گونه که مشهود است رابطه معناداری بین η و کرنش مؤثر پلاستیک در شکست ($\bar{\varepsilon}_f$) وجود دارد، بدین ترتیب که با کاهش η کرنش مؤثر پلاستیک در شکست افزایش می‌یابد.

در حالت تنش صفحه‌ای، با توجه به صفر بودن هر یک از مقادیر تنش‌های اصلی، η و L با همدیگر رابطه دارند که به کمک معادلات (۱۸)، (۱۹) و (۲۰) می‌توان این دو پارامتر را بر حسب همدیگر محاسبه کرد[7, 5]. شکل ۸ نمودار رابطه بین η با L محاسبه‌شده به صورت عددی و همچنین موقعیت این دو پارامتر استخراج‌شده از نتایج آزمون‌های کالیبراسیون تجربی را نمایش می‌دهد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود با تقریب خوبی نتایج تجربی بر نمودار عددی مطابقت دارند.

**جدول ۳)** نتایج تجربی آزمون‌های کالیبراسیون ورق فولاد کم کربن St12

| آزمون کالیبراسیون | تنش سه‌محوره (η) | نامتغیر سوم نرمال شده (ξ̄) | زاویه لود(θ̄) | زاویه لود نرمال شده (θ̄) | پارامتر لود(L) | کرنش پلاستیک مؤثر شکست ($\bar{\varepsilon}_f$) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **برش درون صفحه‌ای** | ۰/۰۴۰۶ | ۰/۴۴۷۴ | ۰/۳۶۸۵ | ۰/۲۹۶۰ | -۰/۲۷۰۹ | ۲/۱۰۳۹ |
| **کشش ساده** | ۰/۴۲۹۱ | ۰/۹۳۰۹ | ۰/۱۲۴۵ | ۰/۷۶۲۲ | -۰/۷۳۰۱ | ۱/۳۰۳۰ |
| **نمونه با برش دایره وسط** | ۰/۴۶۴۷ | ۰/۷۸۸۷ | ۰/۲۲۰۴ | ۰/۵۷۸۹ | -۰/۵۴۱۳ | ۱/۲۳۱۹ |
| **نمونه با برش نیم‌دایره جانبی** | ۰/۵۵۱۹ | ۰/۵۰۰۹ | ۰/۳۴۸۳ | ۰/۳۳۴۶ | -۰/۳۰۶۰ | ۱/۱۵۲۴ |
| **نمونه کرنش صفحه‌ای** | ۰/۵۶۸۶ | ۰/۳۱۰۴ | ۰/۴۱۷۹ | ۰/۲۰۱۷ | -۰/۱۸۲۹ | ۱/۱۶۹۸ |
| **آزمون ناکازیما** | ۰/۶۳۷۲ | -۰/۹۹۷۸ | ۱/۰۲۴۴ | -۰/۹۵۶۶ | ۰/۹۵۰۵ | ۱/۱۱۷۲ |

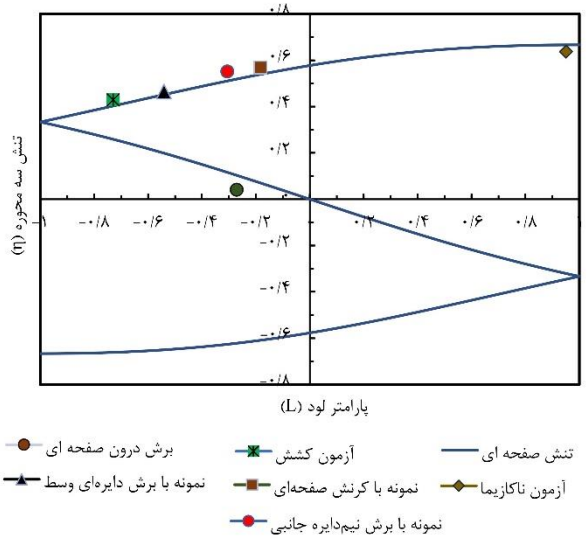
## ۲-۴- معیارهای گلویی شدن

برای پیش‌بینی گلویی شدن از معیار مشتق دوم کرنش بزرگ

$$\sigma_1 = 0 \qquad \eta = \frac{L-3}{3\sqrt{L^2+3}} \qquad (۱۸)$$

$$\sigma_2 = 0 \qquad \eta = -\frac{2L}{3\sqrt{L^2+3}} \qquad (۱۹)$$

$$\sigma_3 = 0 \qquad \eta = \frac{L+3}{3\sqrt{L^2+3}} \qquad (۲۰)$$



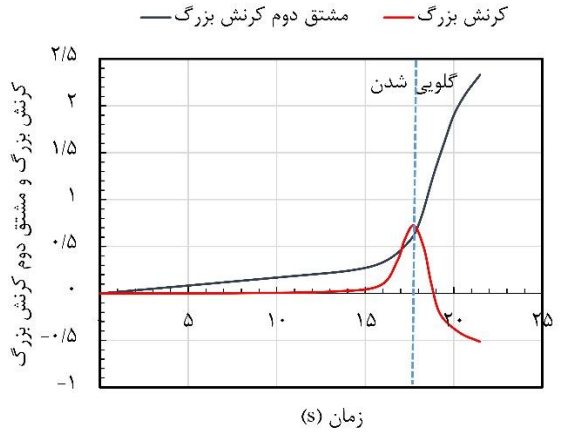

**شکل ۸)** نمودار رابطه بین تنش سه‌محوره و پارامتر لود(L) در حالت تنش صفحه‌ای و وضعیت این دو پارامتر استخراج‌شده از آزمون‌های کالیبراسیون

استفاده شده است. بر اساس این معیار هرگاه مشتق دوم این کمیت به مقدار بیشینه برسد، گلویی شدن شروع می‌شود. یک نمونه از نمودار کرنش بزرگ و مشتق دوم آن در شکل ۹ آورده شده است. با داشتن زمان شروع گلویی شدن در اجزا بحرانی برای یک نمونه آزمون تعیین نمودار حد شکل‌دهی، می‌توان کرنش کوچک و بزرگ در لحظه گلویی شدن را تعیین کرد. با تکرار همین رویه برای تمامی دیگر نمونه‌های آزمون تعیین منحنی حد شکل‌دهی، می‌توان تمامی گستره منحنی را پیش‌بینی کرد.

**۲-۵- شبیه‌سازی اجزای محدود**

برای شبیه‌سازی اجزای محدود آزمون ناکازیما، از نرم‌افزار اجزای محدود ABAQUS/Explicit استفاده شده است. به منظور مدل‌سازی اجزای فرآیند، کلیه اجزای قالب شامل سنبه، ورق‌گیر و ماتریس صلب فرض شده و تنها ورق به صورت شکل‌پذیر مدل‌سازی شده است. طرح‌واره اجزای مدل‌سازی شده فرآیند در شکل ۱۰ آورده شده است. شبیه‌سازی فرآیند در نرم‌افزار شامل دو مرحله اعمال نیرو به ورق با جابجایی ورق‌گیر و سپس جابجایی سنبه و انجام عملیات کشش نمونه است. ضریب اصطکاک تماس ورق با ورق‌گیر و همچنین با ماتریس به مقدار ۰/۱۵ در نظر گرفته شده است[20]. ضریب اصطکاک بین ورق و سنبه که از اهمیت بالاتری برخوردار است با در نظر گرفتن دو پارامتر تغییرات نمودار نیرو-جابجایی و همچنین تغییرات محل شکست و پس از چندین مرحله شبیه‌سازی و مقایسه با نتایج آزمون تجربی به ازای مقادیر ضریب اصطکاک مختلف به مقدار ۰/۰۱ تعیین شده است.

به منظور مدل‌سازی ورق از اجزا شش وجهی C3D8R با انتگرال کاهش‌یافته استفاده شده است. جهت اعمال ناهمسانگردی ورق در شبیه‌سازی عددی از معیار تسلیم هیل ۱۹۴۸ استفاده شده است. معیار تسلیم هیل ۱۹۴۸ و ضرایب آن بر حسب ناهمسانگردی‌های اندازه‌گیری شده در جهات ۰، ۴۵ و ۹۰ درجه در معادلات (۲۱) الی (۲۵) آورده شده است[21].




**شکل ۹)** یک نمونه از منحنی‌های کرنش بزرگ و مشتق دوم آن در یک المان بحرانی

$$f(\sigma) = \sqrt{\begin{matrix} F(\sigma_{22}-\sigma_{33})^2 + G(\sigma_{33}-\sigma_{11})^2 \\ +H(\sigma_{11}-\sigma_{22})^2 + 2L\sigma_{23}^2 + 2M\sigma_{31}^2 + 2N\sigma_{12}^2 \end{matrix}} \quad (۲۱)$$

$$H = \frac{r_0}{1+r_0} \quad (۲۲)$$

$$F = \frac{H}{r_{90}} \quad (۲۳)$$

$$G = \frac{H}{r_0} \quad (۲۴)$$

$$N = \frac{(r_{90}+r_0)(2r_{45}+1)}{2r_{90}(1+r_0)} \quad (۲۵)$$

در این روابط σij مؤلفه‌های تنش در راستاهای خاص و ضرایب F، G، H، L، M و N ضرایب آن هستند، این ضرایب در نرم‌افزار اجزای محدود آباکوس به‌صورت Rij اعمال می‌شوند که صورت کلی این ضرایب برای حالت تنش سه بعدی و رابطه‌ی آن‌ها با ضرایب اصلی معیار تسلیم در زیر آورده شده است[22].

$$F = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_{22}^2}+\frac{1}{R_{33}^2}-\frac{1}{R_{11}^2}\right) \quad (۲۶)$$

$$G = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_{33}^2}+\frac{1}{R_{11}^2}-\frac{1}{R_{22}^2}\right) \quad (۲۷)$$

$$H = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_{11}^2}+\frac{1}{R_{22}^2}-\frac{1}{R_{33}^2}\right) \quad (۲۸)$$

$$L = \frac{3}{2R_{23}^2} \quad (۲۹)$$

$$M = \frac{3}{2R_{13}^2} \quad (۳۰)$$

$$N = \frac{3}{2R_{12}^2} \quad (۳۱)$$

صورت ساده‌شده ضرایب فوق برای حالت تنش صفحه‌ای و بر حسب ضرایب ناهمسانگردی در راستاهای ۰، ٤٥ و ۹۰ درجه در زیر آورده شده است.

$$R_{11} = R_{13} = R_{23} = 1 \quad (۳۲)$$

$$R_{22} = \sqrt{\frac{r_y(r_x+1)}{r_x(r_y+1)}} \quad (۳۳)$$

$$R_{33} = \sqrt{\frac{r_y(r_x+1)}{(r_x+r_y)}} \quad (۳۴)$$

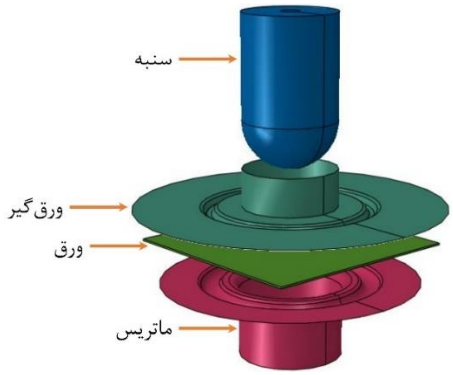
$$R_{12} = \sqrt{\frac{3(r_x+1)r_y}{(2r_{45}+1)(r_x+r_y)}} \quad (۳۵)$$

ضرایب Rij محاسبه‌شده برای نمونه به‌کاررفته به منظور اعمال در نرم‌افزار اجزای محدود در جدول ٤ نشان داده شده است.

پس از استخراج کردن ضرایب ثابت تمامی معیارهای شکست که رویه انجام آن در بالا آورده شد، تمامی معیارهای شکست در زیر روال VUSDFLD کد نویسی شده‌اند. کاربرد عمده زیر روال VUSDFLD در تعریف خروجی‌های جدید مورد نظر است که این خروجی‌های جدید به صورت وابسته به متغیرهای موجود در پیش‌فرض نرم‌افزار هستند. با اعمال زیر روال VUSDFLD در نرم‌افزار ABAQUS/Explicit،

**جدول ۴)** ضرایب لازم جهت اعمال ناهمسانگردی ورق St12 در نرم‌افزار ABAQUS

| R11 | R22 | R33 | R12 | R13 | R23 |
|---|---|---|---|---|---|
| ۱ | ۰/۹۷ | ۱/۰۵ | ۱/۰۲ | ۱ | ۱ |

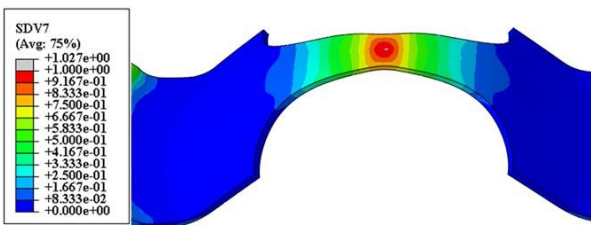



**شکل ۱۰)** اجزای مدل‌سازی شده فرآیند آزمون ناکازیما در نرم‌افزار ABAQUS

هر معیار شکست مورد نظر به صورت یک متغیر وابسته به حل (Solution Dependent Variable (SDV)) مستقل در خود نرم‌افزار قابل‌مشاهده خواهد بود که از این طریق می‌توان لحظه شکست در شبیه‌سازی هر کدام از آزمون‌های نمودار حد شکل‌دهی را تشخیص داد. با داشتن لحظه شروع شکست اجزا بحرانی نمونه در هر کدام از آزمون‌های نمودار حد شکل‌دهی، می‌توان کرنش کوچک و بزرگ را استخراج کرده و منحنی حد شکل‌دهی در شکست پیش‌بینی‌شده را ترسیم نمود. شکل ۱۱ یک نمونه آزمون تعیین نمودار حد شکل‌دهی مربوط به نمونه با عرض ۱۰mm را نشان می‌دهد که در آن کانتور توزیع تابع شکست DF2015 نمایش داده شده است.

## ۳- نتایج و بحث

پس از انجام آزمون‌های کشش با سنبه سر کروی، نمودارهای حد شکل‌دهی در گلویی شدن و همچنین شکست تجربی استخراج‌شده‌اند. پس از انجام آزمون‌های کالیبراسیون تجربی، شبیه‌سازی عددی انجام‌شده و پارامترهای تنش سه‌محوره میانگین ($\bar{\eta}$) ، پارامتر لود میانگین ($\bar{L}$) و کرنش مؤثر پلاستیک در لحظه شکست ($\bar{\varepsilon}_f$) استخراج شده است. سپس با داشتن این مقادیر، ضرایب ثابت هر کدام از معیارهای در نظر گرفته‌شده، به‌دست آمده است. از آنجا که برازش عددی معیارهای مختلف همواره با مقادیری خطا همراه است، ازاین‌رو، به کمک رابطه (۹) این مقادیر خطای حداقل محاسبه شده است. در زیر نتایج هر کدام از این معیارهای شکست نرم مورد بحث قرارگرفته‌اند.



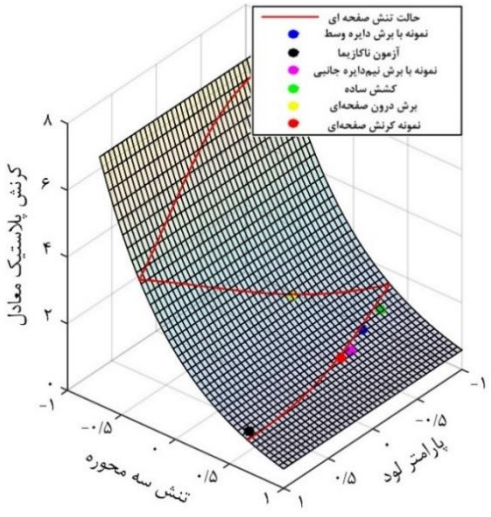

**شکل ۱۱)** پیش‌بینی شکست در نمونه آزمون تعیین منحنی حد شکل‌دهی

### ۳-۱- معیار شکست رایس-تریسی

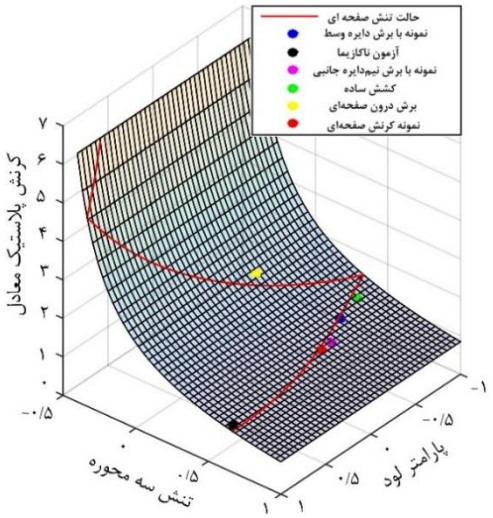
با در نظر گرفتن داده‌های به‌دست آمده از آزمون‌های کالیبراسیون تجربی جدول ٤ ضریب ثابت $C_1$ رابطه شکست رایس-تریسی برای ورق St12 برابر با ۰/۷۳۷۱ با مقدار تابع خطای برابر با ۰/۰٤۲۱۰۵ محاسبه شده است. همان‌گونه که در بالا نیز ذکر شد در رابطه شکست رایس-تریسی حساسیت L به شکست نادیده گرفته‌شده و با افزایش η سطح کرنش پلاستیک معادل شکست کاهش می‌یابد. در شکل ۱۲ موقعیت شکست بر اساس معیار رایس-تریسی و همچنین نتایج تجربی شکست در آزمون‌های کالیبراسیون در فضای ($\eta, L, \bar{\varepsilon}$) آورده شده است، موقعیت شکست بر اساس این معیار نشان می‌دهد که با کاهش η کرنش شکست افزایش می‌یابد و این افزایش کرنش مؤثر شکست تقریباً یکنواخت می‌باشد. با توجه به عدم وابستگی معیار شکست رایس-تریسی به L در تمامی محدوده η، L هیچ‌گونه تأثیری در کرنش مؤثر شکست ندارد. خطای پیش‌بینی بر اساس این معیار به نسبت بالا بوده و میزان خطا برای آزمون‌های کالیبراسیون ناکازیما و همچنین برش درون صفحه‌ای بالاتر از دیگر آزمون‌های کالیبراسیون است.

### ۳-۲- معیار شکست اُیانه-ساتو

دو ثابت ماده $C_2$ و $C_3$ معیار شکست اُیانه-ساتو به کمک نتایج آزمون‌های کالیبراسیون جدول ٤ و با اعمال در رابطه (۱۱) محاسبه‌شده‌اند. این مقادیر کالیبره شده برای ورق St12 به ترتیب به قرار ۰/٦۱٤٦ و ۱/۳۵۹۹ و با حداقل مقدار تابع خطای ۰/۰۰۱٦۱۲ بهینه‌سازی شده‌اند. در شکل ۱۳ موقعیت شکست بر اساس معیار اُیانه-ساتو همچنین نتایج تجربی شکست در آزمون‌های کالیبراسیون در فضای ($\eta, L, \bar{\varepsilon}$) آورده شده است، همان‌گونه که مشاهده می‌شود، با کاهش η کرنش شکست افزایش می‌یابد و این افزایش کرنش مؤثر شکست با کاهش بیشتر η بیشتر خودنمایی می‌کند. از سویی دیگر در تمامی محدوده η، L هیچ‌گونه تأثیری در کرنش مؤثر شکست ندارد که با توجه به عدم دخالت L




**شکل ۱۲)** موقعیت شکست بر اساس معیار رایس-تریسی

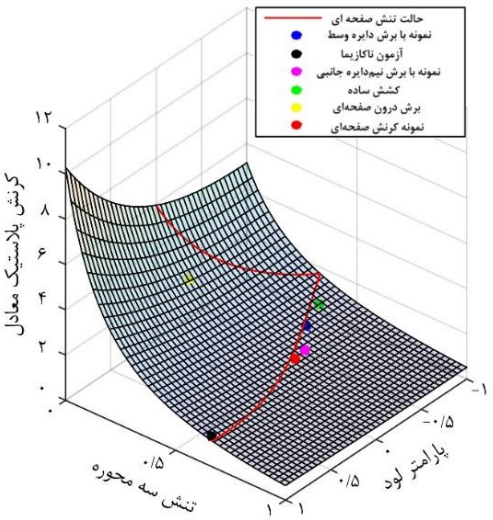



**شکل ۱۳)** موقعیت شکست بر اساس معیار اُیانه-ساتو

در معیار شکست اُیانه-ساتو این امر کاملاً بدیهی است. با وجود سادگی معیار اُیانه-ساتو و عدم حساسیت به L ، میزان خطا در پیش‌بینی شکست به کمک این معیار به نسبت مطلوب است و در تمامی آزمون‌های کالیبراسیون خطای پیش‌بینی تقریباً یکنواخت است.

**۳-۳- معیار شکست کو-هاه**

در این معیار شکست ضریب ماده $C_4$ که همان مقدار آسیب بحرانی (Critical damage value) است با درون‌یابی داده‌های آزمون‌های کالیبراسیون برابر ۳/٤۳۱۲ تعیین‌شده که میزان حداقل خطا به ازای این مقدار ۰/۳٤۲٤ است. با در نظر گرفتن رابطه (۱۲) و مقدار ثابت ماده محاسبه‌شده، موقعیت شکست مبتنی بر معیار کو-هاه در شکل ۱٤ ترسیم‌شده و نتایج تجربی آزمون‌های کالیبراسیون نیز جهت قیاس آورده شده است. مطابق موقعیت شکست آورده شده، با کاهش η، کرنش پلاستیک مؤثر در شکست افزایش می‌یابد. به منظور ارزیابی تأثیر L نیز باید ذکر کرد که در مقادیر بالای η تأثیری از خود نشان نمی‌دهد اما در مقادیر η پایین با افزایش L، کرنش مؤثر پلاستیک در شکست نیز افزایش می‌یابد. با مقایسه نتایج تجربی آزمون‌های کالیبراسیون با موقعیت شکست ترسیم‌شده، مشاهده می‌شود که در این معیار با وجود در نظر گرفتن تأثیر هر دو پارامتر تنش η و L، میزان خطا به نسبت بالا است و این اختلاف در مقادیر پایین η بیشتر خودنمایی می‌کند و این معیار مقادیری بالاتر از نتایج تجربی پیش‌بینی می‌کند.



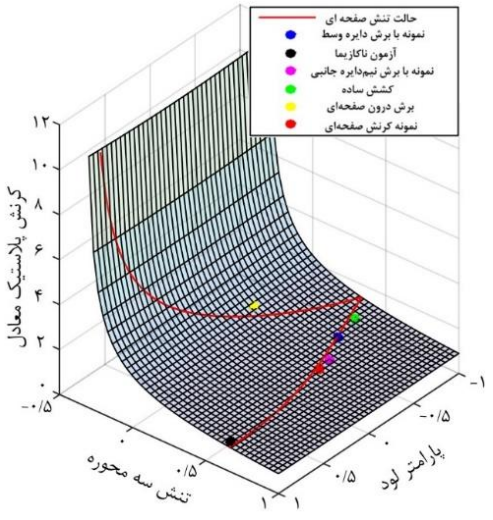

**شکل ۱٤)** موقعیت شکست بر اساس معیار کو-هاه

**۳-۴- معیار شکست DF2012**

ضرایب ثابت کالیبره شده $C_5$، $C_6$ و $C_7$ در معیار شکست DF2012 به کمک آزمون‌های کالیبراسیون به ترتیب عبارت‌اند از ۰/۰۸۳۷، ۰/٦۸٦۷ و ۱/٤۲۹ محاسبه‌شده‌اند که میزان حداقل خطا به ازای این مقادیر ۰/۰۰۰۵۸٤ می‌باشد. موقعیت شکست نرم معیار DF2012 با ضرایب کالیبره شده برای فولاد کم‌کربن St12 به همراه نتایج تجربی آزمون‌های کالیبراسیون در شکل ۱۵ آورده شده است. کاملاً مشهود است که با کاهش η کرنش پلاستیک مؤثر در شکست افزایش می‌یابد و البته برای مقادیر منفی η، این افزایش کرنش در شکست شدت می‌یابد. اگرچه حساسیت شکست به L در معیار DF2012 گنجانده شده است، اما با ضرایب ثابت محاسبه‌شده این حساسیت به سختی قابل مشاهده است. از آنجا که در رابطه (۱۳) مقدار حساسیت شکست به L با ضریب ثابت $C_5$ کنترل می‌شود ازاین‌رو، می‌توان این حساسیت اندک به L در این معیار کالیبره شده را با مقدار بسیار اندک ضریب ثابت محاسبه‌شده $C_5$ مرتبط دانست. مقایسه موقعیت شکست عددی ترسیم‌شده با نتایج تجربی آزمون‌های کالیبراسیون نشان می‌دهد که به کمک این معیار می‌توان با مقدار خطایی اندک به برازشی قابل‌قبول دست یافت و حداکثر اختلاف بین کرنش پلاستیک نتایج تجربی و نتایج عددی در نمونه آزمون ناکازیما مشاهده می‌شود که البته خود این اختلاف نیز بسیار ناچیز است.

**۳-۵- معیار شکست DF2014**

در معیار شکست نرم DF2014 ضرایب ثابت کالیبره شده $C_8$، $C_9$ و

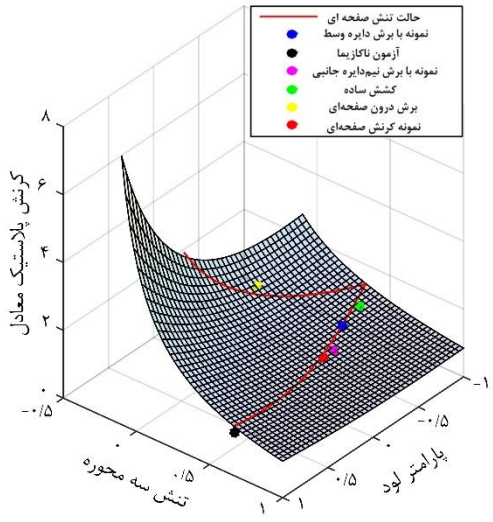



**شکل ۱۵)** موقعیت شکست بر اساس معیار DF2012

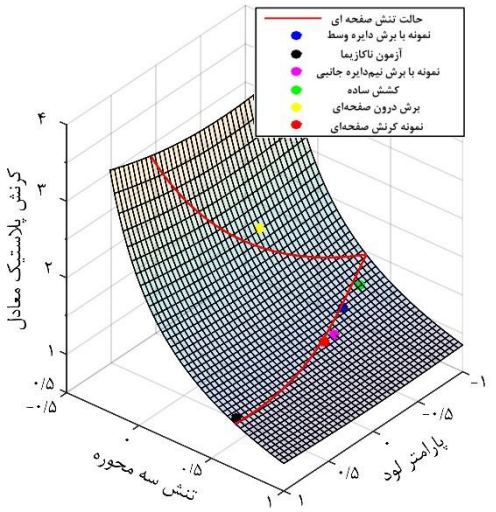
$C_{10}$ برای ورق St12 به ترتیب برابر با ۰/۰۳۶، ۱/۱۸۱ و ۱/۳۷ تعیین شده‌اند. و میزان خطای بین نتایج عددی و تجربی به ازای این مقادیر مطابق رابطه (۹) به مقدار ۰/۰۶۱۳۷ محاسبه شده است. موقعیت شکست نرم معیار DF2014 و همچنین نتایج تجربی آزمون‌های کالیبراسیون در شکل ۱۶ نمایش داده شده است. همانند تمامی معیارهای پیشین مشاهده می‌شود که به ازای مقادیر پایین‌تر η، کرنش پلاستیک مؤثر در شکست نرم افزایش می‌یابد و این افزایش کرنش شکست تقریباً با نرخ یکنواختی رخ می‌دهد. آنچه که در این معیار نسبت به معیارهای پیشین بیشتر خودنمایی می‌کند تأثیر L بر شکست است که در مقادیر کمتر η با افزایش L، کرنش پلاستیک مؤثر در شکست نیز افزایش می‌یابد. مقایسه بین نتایج تجربی و عددی نشان می‌دهد که در تمامی نقاط آزمون‌های کالیبراسیون بجز آزمون ناکازیما خطا بسیار ناچیز است و در آزمون ناکازیما نیز معیار DF2014 فراتر از مقدار تجربی پیش‌بینی می‌کند و مقدار خطا نیز قابل توجه است.

### ۳-۶- معیار شکست DF2015

ضرایب ثابت ماده $C_{11}$ ، $C_{12}$ ، $C_{13}$ و $C_{14}$ در معیار شکست نرم DF2015، برای ورق St12 با داشتن نتایج تجربی استخراج‌شده از آزمون‌های کالیبراسیون به ترتیب ۰/۲۲، ۰/۰۵۵٤۲۲، ۱/۳۵۰٤٤ و ۰/۰۰۰۱۱۲محاسبه‌شده‌اند که مقدار حداقل خطا به ازای این مقادیر برابر با ۰/۰۰۱۱٦٦ است. موقعیت شکست مبتنی بر نتایج عددی براساس معیار شکست نرم DF2015 به همراه موقعیت نقاط نتایج آزمون‌های کالیبراسیون تجربی در شکل ۱۷ آورده شده است. مشهود است که همانند تمامی معیارهای دیگر با کاهش η کرنش مؤثر پلاستیک در شکست افزایش می‌یابد و این افزایش کرنش شکست با نرخ تقریباً یکنواختی انجام می‌شود. نتایج عددی نشان می‌دهند که باوجود دخالت L در معیار DF2015 تغییرات کرنش شکست به ازای مقادیر مختلف η بسیار ناچیز است و تأثیر این پارامتر تنها در مقادیر بسیار کم η و آن هم بسیار اندک قابل




**شکل ۱۶)** موقعیت شکست بر اساس معیار DF2014




**شکل ۱۷)** موقعیت شکست بر اساس معیار DF2015

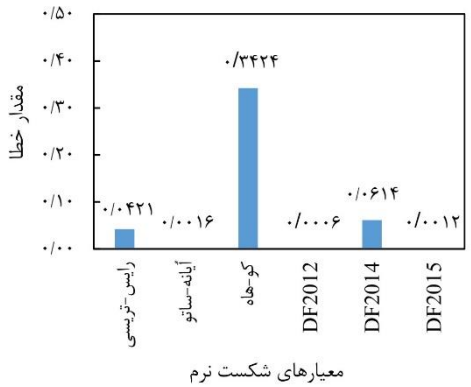
مشاهده است و لذا می‌توان گفت مطابق این معیار برای ورق فولادی کم کربن St12 شکست نرم عمدتاً توسط η کنترل می‌شود. میزان خطای بین نتایج تجربی و موقعیت شکست عددی ترسیم‌شده نیز بیانگر این است که میزان اختلاف در حد مطلوبی پایین است و این اختلاف تقریباً در تمامی نقاط به صورت یکنواختی پراکنده شده است.

### ۳-۷- مقایسه نتایج معیارهای شکست نرم

خطای بین نتایج تجربی و نتایج عددی در جدول ۵ و همچنین نمودار شکل ۱۸ آورده شده است. مشهود است که معیار کو-هاه علیرغم در برگرفتن هر دو پارامتر η و L ، حداکثر مقدار خطا را در برازش داده‌های تجربی از خود نشان می‌دهد و از سویی دیگر معیار ایانه-ساتو، تنها با در نظر گرفتن η جهت پیش‌بینی شکست، از

**جدول ۵)** مقادیر خطای مقادیر تجربی و عددی آزمون‌های کالیبراسیون

| معیار شکست | رایس-تریسی | ایانه-ساتو | کو-هاه | DF2012 | DF2014 | DF2015 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| میزان خطا | ۰/۰۴۲۱۰۵ | ۰/۰۰۱۶۱۲ | ۰/۳۴۲۴ | ۰/۰۰۰۵۸۴ | ۰/۰۶۱۳۷ | ۰/۰۰۱۱۶۶ |

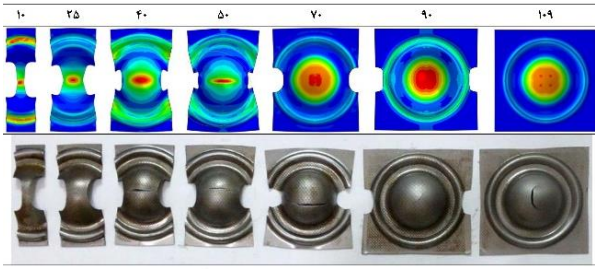



**شکل ۱۸)** نمودار خطای کرنش پلاستیک مؤثر در شکست بین نتایج تجربی و مقادیر عددی محاسبه‌شده آزمون‌های کالیبراسیون

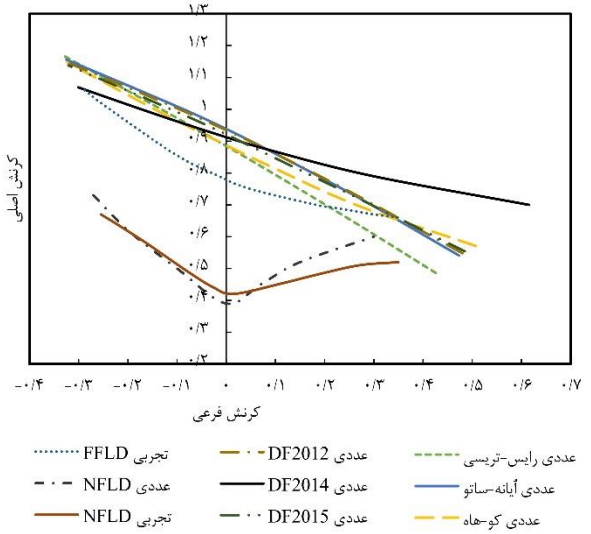
صحت نسبتاً قابل قبولی برخوردار است. در این بین معیار DF2012 دارای حداقل خطا بوده که این خود به معنی توانایی برازش نتایج تمامی گستره آزمون‌های کالیبراسیون با خطایی قابل اغماض است. معیار DF2014 نیز اگرچه تعداد ضرایب ثابت بیشتری نسبت به DF2012 دارد لکن خطای به نسبت بالایی دارد که عمده این خطا به‌علت آزمون کالیبراسیون ناکازیما است، لذا معیار شکست DF2014 در پیش‌بینی شکست ورق تحت بارگذاری دومحوره خطایی قابل‌توجه دارد.

**۳-۸- نمودارهای حد شکل‌دهی تجربی و عددی**

در شکل ۱۹ نمونه‌های شبیه‌سازی شده به کمک معیارهای شکست نرم در لحظه شکست و همچنین نمونه‌های تجربی آزمون تعیین نمودار حد شکل‌دهی ناکازیما آورده شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود در اغلب نمونه‌های تجربی پدیده شکست در قسمت نوک گنبد رخ داده که موقعیت شکست مطلوبی در آزمون‌های تجربی تعیین منحنی‌های حد شکل‌دهی محسوب می‌شود. نتایج شبیه‌سازی نیز در مقایسه با نمونه‌های تجربی با تقریب خوبی محل شکست را به درستی پیش‌بینی می‌کنند.




**شکل ۱۹)** شماتیک نمونه‌های شبیه‌سازی و شکل‌دهی شده به روش آزمون ناکازیما




**شکل ۲۰)** منحنی‌های حد شکل‌دهی استخراج‌شده به روش تجربی و پیش‌بینی‌شده به کمک معیارهای شکست نرم مختلف

سرانجام تمامی منحنی‌های حد شکل‌دهی مبتنی بر گلویی شدن و شکست تجربی و همچنین منحنی‌های پیش‌بینی‌شده به کمک روش‌های عددی در شکل ۲۰ آورده شده است. نتایج تجربی و عددی نشان می‌دهند که نمودار حد شکل‌دهی در گلویی شدن برای فولاد کم‌کربن St12 به همان فرم متداول دیگر منحنی‌های حد شکل‌دهی است که کمترین مقدار کرنش بزرگ آن تقریباً در نقطه با کرنش کوچک معادل صفر رخ می‌دهد. مستقیم نتایج عددی با تقریب خوبی منحنی حد شکل‌دهی در گلویی شدن را پیش‌بینی می‌کند، اگرچه اختلاف بین نتایج تجربی و پیش‌بینی عددی در سمت راست به نسبت بیشتر است.

در مورد منحنی حد شکل‌دهی در شکست تجربی و همچنین منحنی‌های پیش‌بینی‌شده به کمک معیارهای شکست نرم نیز این‌گونه یافت می‌شود که منحنی حد شکل‌دهی در شکست برای فولاد کم‌کربن St12 تقریباً به صورت خطی است. اُه و همکارانش بیان داشتند که نمودارهای حد شکل‌دهی در شکست ورق‌های فلزی با قابلیت شکل‌پذیری بالا نیز همچنین رفتاری دارند[19]. علیرغم سادگی اندازه‌گیری کرنش‌های حدی در حالت گلویی شدن، اندازه‌گیری کرنش‌های شکست پیچیدگی خاص خود را دارد که خطای زیادی به همراه دارد. مقایسه منحنی‌های حد شکل‌دهی در شکست تجربی با منحنی‌های پیش‌بینی‌شده عددی نشان می‌دهد که تقریباً در تمامی نتایج سطح منحنی‌های پیش‌بینی‌شده بالاتر از منحنی تجربی است و این اختلاف در حالت کرنش صفحه‌ای ($\varepsilon_2 = 0$) به حداکثر مقدار خود می‌رسد که این مقادیر کرنش بزرگ شکست $\varepsilon_1$ در حالت کرنش صفحه‌ای و همچنین مقدار خطای نتایج عددی نسبت به اندازه‌گیری تجربی در جدول ٦ آورده شده است. حداقل اختلاف بین نتایج تجربی و عددی نیز در حالت کشش دو محور که همان سمت راست منحنی است رخ می‌دهد که این صحت در پیش‌بینی را می‌توان با توجه به اینکه یکی از آزمون‌های کالیبراسیون نمونه‌ای با همان ابعاد و همان رویه بود مرتبط دانست. نمودارهای پیش‌بینی‌شده به کمک معیارهای شکست نرم اُیانه ساتو، DF2012 و DF2015 نتایج تقریباً یکسانی را نشان می‌دهند. معیارهای رایس-تریسی و DF2014 در پیش‌بینی سمت راست نمودار از دقت کافی برخوردار نیستند. همانند نتایج گزارش‌شده در اینجا، لو و همکارانش نیز گزارش دادند عدم دقت مناسب در تعیین شکست در حالت تنش دومحوره از معایب عمده معیار شکست DF2014 می‌باشد که این نقص در معیارDF2015 مرتفع گردیده است[1].

**جدول ۶)** مقادیر کرنش بزرگ شکست ($\varepsilon_1$) در حالت کرنش صفحه‌ای ($\varepsilon_2 = 0$)

| روش | تجربی | رایس-تریسی | اُیانه-ساتو | کو-هاه | DF2012 | DF2014 | DF2015 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| مقدار $\varepsilon_1$ | ۰/۷۸ | ۰/۸۸ | ۰/۹۴ | ۰/۸۹ | ۰/۹۳ | ۰/۹۱ | ۰/۹۲ |
| مقدار خطا | | ۱۲/۸ | ۲۰ | ۱۴/۱ | ۱۹/۲ | ۱۶/۶ | ۱۷/۹ |

## ۴- نتیجه‌گیری

در این پژوهش بررسی منحنی‌های حد شکل‌دهی در گلویی شدن (NFLD) و شکست (FFLD) ورق کم کربن St12 مورد بررسی قرار گرفته است. منحنی‌ها مورد نظر به صورت تجربی و به روش آزمون ناکازیما بدست آمدند. جهت پیش‌بینی عددی گلویی شدن از سه معیار لحظه‌ای مشتق‌های دوم کرنش بزرگ، کرنش ضخامت و کرنش معادل پلاستیک استفاده شده است. برای پیش‌بینی شکست از شش معیار رایس-تریسی، اُیانه-ساتو، کو-هاه، DF2012، DF2014 و همچنین DF2015 استفاده‌شده که ضرایب ثابت این معیارها با استفاده از شش آزمون کالیبراسیون محاسبه‌شده‌اند. نتایج عددی این پژوهش چه در حالت گلویی شدن و چه در حالت شکست، تطابق به خوبی با منحنی‌های تجربی دارند. به طور کلی نتایج زیر از این تحقیق بدست می‌آید:

۱. برای ورق فولادی کم کربن St12 در تمامی معیارهای استفاده‌شده η نقشی اساسی داشته و با کاهش آن کرنش مؤثر شکست افزایش می‌یابد، این در حالی است که L تأثیر چشمگیری نداشت.
۲. معیار شکست نرم DF2012 به خوبی نتایج تجربی آزمون‌های کالیبراسیون را برازش کرده و کمترین خطا برابر با ۰/۰۰۰۵۸۴ را در بین شش معیار داشته، معیار اُیانه ساتو نیز باوجود سادگی از دقت بالایی برخوردار است.
۳. معیارهای پیش‌بینی گلویی به خوبی سمت چپ نمودار حد شکل‌دهی در گلویی شدن را پیش‌بینی کرده و در پیش‌بینی گلویی شدن در سمت راست منحنی با اندکی خطا همراه هستند.
٤. معیارهای شکست نرم DF2012، DF2015 و اُیانه-ساتو نتایج تقریباً یکسانی را پیش‌بینی کرده و به نسبت دقت بالایی در تشخیص شکست داشتند و خطای آن‌ها به ترتیب برابر با ۰/۰۰۰۵۸۴، ۰/۰۰۱۱۶۶ و ۰/۰۰۱۶۱۲ می‌باشد.

**تشکر و قدردانی:** نویسندگان این مورد را بیان نکردند.

**تأییدیه اخلاقی:** این مقاله تاکنون در نشریه دیگری به چاپ نرسیده است. همچنین برای بررسی یا چاپ به نشریه دیگری ارسال نشده است. محتویات علمی مقاله حاصل فعالیت علمی نویسندگان بوده است.

**تعارض منافع:** مقاله حاضر از رساله دکتری حسین ماموسی با عنوان "پیش‌بینی منحنی‌های حد شکل‌دهی ورق‌های فلزی در فرآیند هیدروفرمینگ به کمک معیار شکست نرم " در دانشگاه نوشیرانی بابل می‌باشد و هیچ‌گونه تعارض منافع با سازمان یا اشخاص حقیقی و حقوقی وجود ندارد.

**سهم نویسندگان**: حسین ماموسی (نویسنده اول)، پژوهشگر اصلی، تحلیل گر داده‌ها، نگارنده مقدمه، نگارنده بحث، درصد مشارکت ٤٠%؛ محمد بخشی (نویسنده دوم)، پژوهشگر فرعی، تحلیل گر داده‌ها، روش شناس، درصد مشارکت ۲۵%؛ حمید گرجی (نویسنده سوم)، پژوهشگر فرعی، تحلیل گر داده‌ها، روش شناس، درصد مشارکت ۲۵%؛ رامین هاشمی (نویسنده چهارم)، پژوهشگر فرعی، تحلیل گر داده‌ها، روش شناس، درصد مشارکت ۱۰%.

**منابع مالی:** منابع مالی توسط دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل تأمین شده است.

## منابع

1- Lou Y, Chen L, Clausmeyer T, Tekkaya AE, Yoon JW. Modeling of ductile fracture from shear to balanced biaxial tension for sheet metals. International Journal of Solids and Structures. 2017;112:169-84.
2- Bao Y, Wierzbicki T. On fracture locus in the equivalent strain and stress triaxiality space. International Journal of Mechanical Sciences. 2004;46(1):81-98.
3- Habibi N, Zarei-Hanzaki A, Abedi HR. An investigation into the fracture mechanisms of twinning-induced-plasticity steel sheets under various strain paths. Journal of Materials Processing Technology. 2015;224:102-16.
4- Mirnia MJ, Shamsari M. Numerical prediction of failure in single point incremental forming using a phenomenological ductile fracture criterion. Journal of Materials Processing Technology. 2017;244:17-43.
5- Bai Y, Wierzbicki T. A new model of metal plasticity and fracture with pressure and Lode dependence. International journal of plasticity. 2008;24(6):1071-96.
6- Lou Y, Huh H, Lim S, Pack K. New ductile fracture criterion for prediction of fracture forming limit diagrams of sheet metals. International Journal of Solids and Structures. 2012;49(25):3605-15.
7- Lou Y, Yoon JW, Huh H. Modeling of shear ductile fracture considering a changeable cut-off value for stress triaxiality. International Journal of plasticity. 2014;54:56-80.
8- Lou Y, Huh H. Evaluation of ductile fracture criteria in a general three-dimensional stress state considering the stress triaxiality and the lode parameter. Acta Mechanica Solida Sinica. 2013;26(6):642-58.
9- Mamusi H, Masoumi A, Hashemi R, Mahdavinejad R. A novel approach to the determination of forming limit diagrams for tailor-welded blanks. Journal of Materials Engineering and Performance. 2013;22(11):3210-21.
10- Danckert J, Nielsen KB. Determination of the plastic anisotropy r in sheet metal using automatic tensile test equipment. Journal of materials processing technology. 1998;73(1-3):276-80.
11- International Standard ISO 12004-2 ‘‘Metallic Materials - Sheet and strip - Determination of forming-limit curves - Part 2: Determination of forming-limit curves in the laboratory. 2008.
12- Bai Y, Wierzbicki T. A comparative study of three groups of ductile fracture loci in the 3D space. Engineering Fracture Mechanics. 2015;135:147-67.

13- Clift SE, Hartley P, Sturgess CE, Rowe GW. Fracture prediction in plastic deformation processes. International Journal of Mechanical Sciences. 1990;32(1):1-7.
14- Rice JR, Tracey DM. On the ductile enlargement of voids in triaxial stress fields∗. Journal of the Mechanics and Physics of Solids. 1969;17(3):201-17.
15- Oyane M, Sato T, Okimoto K, Shima S. Criteria for ductile fracture and their applications. Journal of Mechanical Working Technology. 1980;4(1):65-81.
16- Park N, Huh H, Lim SJ, Lou Y, Kang YS, Seo MH. Fracture-based forming limit criteria for anisotropic materials in sheet metal forming. International journal of plasticity. 2017;96:1-35.
17- Bai Y, Wierzbicki T. Forming severity concept for predicting sheet necking under complex loading histories. International Journal of Mechanical Sciences. 2008;50(6):1012-22.
18- Ko YK, Lee JS, Huh H, Kim HK, Park SH. Prediction of fracture in hub-hole expanding process using a new ductile fracture criterion. Journal of materials processing technology. 2007;187:358-62.
19- Oh ST, Chang HJ, Oh KH, Han HN. Prediction of forming limit in hydro-mechanical deep drawing of steel sheets using ductile fracture criterion. Metals and Materials International. 2006;12(2):121-9.
20- Ghosh AK. A method for determining the coefficient of friction in punch stretching of sheet metals. International Journal of Mechanical Sciences. 1977;19(8):457-70.
21- Hill R. A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals. Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences. 1948;193(1033):281-97.
22- Documentation AJMOpmC. ABAQUS Analysis User's Manual. 2010;113.