ISSN: 2476-6909; Modares Mechanical Engineering. 2021;21(9):615-628

Analysis of the Effects of Machining Loads on Online Values of Reaction Forces in Fixture Locating System

ARTICLE INFO

Article Type
Original Research

Authors
Parvaz H.[1*],
Heidari M.[1],
Hosseini S.V.[1]

How to cite this article
Parvaz H, Heidari M, Hosseini S V. Analysis of the Effects of Machining Loads on Online Values of Reaction Forces in Fixture Locating System. Modares Mechanical Engineering. 2021;21(9):615-628.

[1] Assistant Professor, Department of Manufacturing, Production, and Mechatronics, Faculty of Mechanical and Mechatronics Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran.

Correspondence
Address: Faculty of Mechanical and Mechatronics Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran
Phone: -
P. O. Box: 36199-95161
h.parvaz@shahroodut.ac.ir

Article History
Received: April 21, 2021
Accepted: June 13, 2021
ePublished: July 28, 2021

ABSTRACT

The magnitude of reaction forces in locating points is considered as one of the basic parameters in the fixture planning and element design stages of the fixture design procedure. The magnitude of these forces depends on the intensity, position, and orientation of the transient clamping and active machining forces and torque. Analysis of the effect of machining force and torque on reaction forces is a complex process because the magnitude, position, and orientation of machining loads change at any given time. In this paper, an analytical model is presented to investigate the effect of machining loads on online values of reaction forces in the contact points between the workpiece and the fixturing elements. The magnitude and direction of machining forces and torque are calculated on the tool path and using these parameters as inputs to the analytical model, the reaction forces are calculated in each of the six locators at each moment. A finite element analysis is performed to validate the values predicted by the analytical model. For this purpose, the necessary subroutines are prepared and the values of the reaction forces obtained from the simulation are compared to their corresponding values from the analytical model. A three-dimensional workpiece with a 3-2-1 locating system was used as a case study to evaluate the performance of the proposed model. The maximum error in calculating the reaction forces was obtained as 10.85% from the proposed analytical model which indicates the accuracy of the theoretical predictions.

Keywords Force Analysis; Locating; Jig and Fixture; Reaction Force; Machining Load.

CITATION LINKS

[1] A Mathematical Approach to Automatic Configuration of Machining Fixtures: Analysis and Synthesis. [2] Fixture Planning With Friction. [3] Deformable Sheet Metal Fixturing: Principles, Algorithms, and Simulations. [4] Optimal Placement of Fixture Clamps: Minimizing the Maximum Clamping Forces. [5] A model for synthesis of the fixturing configuration in pin-array type flexible machining fixtures. [6] Computer-Aided Fixture Design Verification. [7] The Application of Chip Removal and Frictional Contact Analysis for Workpiece-Fixture Layout Verification. [8] Principles of Process Planning. [9] Machining fixture locating and clamping position optimization using genetic algorithms. [10] Finite element modeling of fixture–workpiece contacts: single contact modeling and experimental verification. [11] Optimisation of machining fixture layout under multi-constraints. [12] Deformation control through fixture layout design and clamping force optimization. [13] A pilot framework developed as a common platform integrating diverse elements of computer aided fixture design. [14] A multi-objective optimization and decision algorithm for locator layout continuous searching in checking fixture design. [15] Fixture layout optimization for flexible aerospace parts based on self-reconfigurable swarm intelligent fixture system. [16] Development of locating system design module for freeform workpieces in computer-aided fixture design platform. [17] Development of computer aided clamping system design for workpieces with freeform surfaces. [18] Analytical and Numerical Investigation of Reaction Forces in Fixturing of Rigid Workpiece with Polyhedral Geometry. [19] Manufacturing Automation. [20] Prediction of Milling Force Coefficients From Orthogonal Cutting Data [21] Materials Properties Handbook: Titanium Alloys.

Copyright© 2020, TMU Press. This open-access article is published under the terms of the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License which permits Share (copy and redistribute the material in any medium or format) and Adapt (remix, transform, and build upon the material) under the Attribution-NonCommercial terms.

آنالیز اثر نیرو و گشتاور ماشین‌کاری بر روی مقادیر برلحظه نیروهای عکس‌العمل در سیستم جاسازی قید و بندها

هادی پروز*
گروه ساخت و تولید و مکاترونیک، دانشکده مهندسی مکانیک و مکاترونیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران.
مهدی حیدری
گروه ساخت و تولید و مکاترونیک، دانشکده مهندسی مکانیک و مکاترونیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران.
سیدوحید حسینی
گروه ساخت و تولید و مکاترونیک، دانشکده مهندسی مکانیک و مکاترونیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران.

چکیده
مقادیر نیروهای عکس‌العمل در قید و بندها جزو شاخصه‌های اساسی در مراحل طرح‌ریزی و طراحی اجزای قید و بند به شمار می‌رود. مقدار این نیروها در هریک از نقاط جاسازی ثابت نبوده و تابعی از مقدار و جهت نیروی برآیند بست (به عنوان نیروی گذرا) و نیرو و گشتاور ماشین‌کاری (به‌عنوان نیروی فعال) است. از آنجا که بزرگی، موقعیت و جهت نیرو و گشتاور ماشین‌کاری در هر لحظه متغیر است، مطالعه اثر آن بر روی نیروهای عکس‌العمل، فرآیندی پیچیده به شمار می‌رود. در این مقاله، یک مدل تحلیلی برای بررسی اثر نیروها و گشتاور ماشین‌کاری بر روی مقادیر برلحظه نیروهای عکس‌العمل در جاسازها ارائه شده است. در این مدل، ابتدا مقادیر و جهت نیروها و گشتاورهای ماشین‌کاری در هرلحظه بر روی مسیر حرکت ابزار محاسبه شده و سپس با استفاده از این شاخصه‌ها به‌عنوان ورودی مدل تحلیلی، مقادیر برلحظه نیروهای عکس‌العمل در هریک از جاسازهای شش‌گانه محاسبه شده است. تحلیل اجزا محدود برای صحت‌سنجی مقادیر پیش‌بینی‌شده توسط مدل تحلیلی اجرا شده است. برای این منظور، کدهای لازم نوشته شده و مقادیر نیروهای عکس‌العمل به‌دست آمده از شبیه‌سازی با مقادیر متناظر آن‌ها از مدل تحلیلی مقایسه شده است. یک قطعه‌کار سه‌بعدی با سیستم جاسازی ۱-۲-۳ که تحت عملیات فرزکاری قرار گرفته است، به‌عنوان مطالعه موردی برای بررسی کارایی مدل پیشنهادی استفاده شد. بیشینه مقدار خطا در محاسبه نیروهای عکس‌العمل از مدل تحلیلی پیشنهادی برابر با ۱۰/۹ درصد به‌دست آمد که بیانگر دقت بالای نتایج تحلیلی است.

کلیدواژه‌ها: آنالیز نیرویی؛ جاسازی؛ قید و بند؛ نیروی عکس‌العمل؛ نیروی ماشین‌کاری

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۰۲/۰۱
تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۳/۲۳
*نویسنده مسئول: h.parvaz@shahroodut.ac.ir

۱- مقدمه
طراحی قید و بندها معمولاً در چهار مرحله طرح‌ریزی ستاپ، طرح‌ریزی قید و بند، طراحی اجزای قید و بند و صحت‌سنجی اجرا می‌شود. اندازه نیروهای عکس‌العمل به‌عنوان یک شاخصه کلیدی در همه این مراحل استفاده می‌شود. در طرح‌ریزی قید و بندها، تصمیم‌گیری درباره کلیت طرح قید و بند بسته به هندسه قطعه‌کار، درجه صلبیت آن و امکانات موجود در کارگاه انجام شده و سپس سیستم‌های جاسازی، بست و تکیه‌گاه طراحی می‌شوند. اندازه نیروهای عکس‌العمل نقش مهم و کلیدی در محاسبه موقعیت جاسازها، موقعیت و جهت اعمال بست‌ها و در نتیجه مقدار تغییر شکل قطعه‌کار ناشی از اعمال نیروهای بست و ماشین‌کاری دارند. به‌عنوان مثال، موقعیت و جهت نیروی بست باید به‌گونه‌ای انتخاب شود که نیروهای عکس‌العمل مثبت بر روی همه جاسازها ایجاد شوند. در مرحله طراحی اجزای قید و بند، اندازه نیروهای عکس‌العمل بر روی هریک از نقاط جاسازی، دقیقاً به‌عنوان ورودی مرحله طراحی عمل کرده و مقادیر اندازه‌های هندسی جاسازها همراه با جنس ماده مورد استفاده در آن‌ها، با استفاده از این داده‌ها محاسبه می‌شوند. در مرحله آخر از طراحی قید و بندها که صحت‌سنجی است، اندازه نیروهای عکس‌العمل نقش مهمی را در آنالیزهای پایداری، صحت سیستم جاسازی و بست، و اجتناب از وقوع گیر قطعه‌کار در حین جاسازی در قید و بند دارد. لذا، داده‌های مربوط به اندازه نیروهای عکس‌العمل در مراحل مختلف طراحی قید و بندها استفاده شده و می‌توان این داده‌ها را به‌عنوان یکی از اصلی‌ترین ابزارهای طراح قید و بند دانست.

محاسبه تحلیلی مقادیر این نیروها در قید و بند قطعات با هندسه چندوجهی یک فرآیند نسبتاً پیچیده به‌شمار می‌رود. چراکه امکان استفاده از معادلات تعادل استاتیک با توجه به نامعین بودن استاتیکی سامانه وجود ندارد. در سامانه جاسازی یک قطعه سه‌بعدی، سه مؤلفه نیروی عکس‌العمل در هر نقطه تماس وجود دارد که شامل یک مؤلفه عمودی و دو مؤلفه مماسی است. لذا، مجموعاً تعداد هجده مجهول در یک سیستم جاسازی ۱-۲-۳ وجود خواهد داشت که امکان محاسبه آن‌ها با داشتن شش معادله تعادل استاتیک وجود ندارد. برای حل این مسأله در مقاله حاضر، از اصل کمینه اندازه نیروها استفاده شده است. از سوی دیگر، نیروهای خارجی وارده بر قطعه‌کار در یک قید و بند ماشین‌کاری به دو دسته استاتیکی (شامل نیروی بست و وزن قطعه‌کار) و دینامیکی (ماشین‌کاری) تقسیم‌بندی می‌شود. محاسبه نیروهای عکس‌العمل با درنظر گرفتن صرفاً نیروهای استاتیک منجر به نیل به جواب در محدوده استاتیک خواهد شد. به عبارت دیگر، ممکن است طراحی سیستم جاسازی و بست با استفاده از این داده‌ها انجام شده و منجر به جواب حتی نادرست شود. به‌عنوان مثال، ممکن است سیستم بست بدون در نظر گرفتن نیروهای ماشین‌کاری و با اعمال نیروهای بست و وزن قطعه‌کار طراحی شده و به ظاهر درست، نیز باشد. ولی اعمال نیروی ماشین‌کاری، که اندازه و جهت آن در هر لحظه متغیر است، منجر به تغییر جهت مؤلفه عمودی نیروی عکس‌العمل در یکی از جاسازها شده و باعث جدایش قطعه‌کار از آن جاساز شود. استدلال مشابهی را نیز می‌توان در طراحی استاتیکی و دینامیکی اجزای جاسازی بدون در نظر گرفتن نیروهای ماشین‌کاری برای محاسبه نیروهای عکس‌العمل مطرح نمود. لذا، نیروی ماشین‌کاری باید به‌عنوان اصلی‌ترین نیروی خارجی اعمالی بر قطعه‌کار در قید و بندها در محاسبه

نیروهای عکس‌العمل در نظر گرفته شود. مقاله حاضر، به بررسی اثر نیروها و گشتاور ماشین‌کاری بر روی مقادیر نیروهای عکس‌العمل در قید و بندها با سیستم جاسازی ۱-۲-۳ می‌پردازد.

در بررسی پیشینه پژوهش، مقاله‌هایی که نیروهای عکس‌العمل در نقاط جاسازی را برای استفاده در هریک از مراحل طراحی قید و بندها محاسبه کرده‌اند، ارائه می‌شود. همچنین، پژوهش‌هایی که در آن تحلیل اجزا محدود در زمینه طراحی قید و بندها اجرا شده است، بررسی می‌شود. چو و همکاران[1] مدلی را برای طراحی سیستم جاسازی قطعات چندوجهی با استفاده از تئوری پیچ ارائه کردند. با محاسبه نیروهای عکس‌العمل در حالت دوبعدی، حفظ تماس بین قطعه‌کار و جاسازها به‌صورت شرط مثبت بودن مؤلفه عمودی این نیروها مطرح شد. لی و کاتکوسکی[2]، مقادیر مؤلفه مماسی نیروی عکس‌العمل در نقاط جاسازی را با استفاده از تعریفی به نام سطح حدی در حالت لغزش محاسبه کردند. برای محاسبه مقدار این نیرو، عنوان شد که رابطه مستقیمی بین سرعت لغزش قطعه‌کار روی جاساز و مؤلفه مماسی نیروی عکس‌العمل در آن نقطه وجود دارد. جای و همکاران[3]، مقادیر نیروهای عکس‌العمل در نقاط جاسازی را برای آنالیز پایداری قطعه‌کار غیرصلب استفاده کردند. برای این نوع از قطعات، تعداد بیشتر از سه جاساز بر روی سطح پایه استفاده شد و پایداری آن با وجود تعداد مختلفی از جاسازهای پایه بررسی شد. در مرجع[4]، تئوری پیچ برای مدل‌سازی نیروهای خارجی اعمالی به قطعه‌کار در قالب پیچه‌های (Twist) اغتشاشی استفاده شد و با تعیین موقعیت جاسازها به‌گونه‌ای که بیشترین حالت تقابل را با این پیچه‌ها داشته باشند، به طراحی سیستم جاسازی برای قطعات با هندسه چندوجهی پرداخته شد. هورتادو و ملکوته[5]، تحلیل پایداری یک قطعه‌کار با هندسه شکل-آزاد را که با استفاده از آرایه‌های پینی‌شکل موقعیت‌دهی شده بود، انجام دادند. یک بهینه‌سازی چندمنظوره برای محاسبه بهترین ترکیب پین‌ها برای رسیدن به حالت بهینه انطباق بین سطح و پین‌ها همراه با کمینه مقدار تغییر شکل قطعه‌کار اجرا شد. در مرجع[6]، تحلیل پایداری قطعه‌کار بر روی قید و بند با محاسبه مقادیر نیروهای عکس‌العمل در جاسازها انجام شد. ماتریس سفتی مجموعه قطعه‌کار و قید و بند از طریق نرم‌افزار تحلیل اجزا محدود محاسبه شده و با داشتن اندازه نیروهای خارجی، مقادیر جابجایی در هریک از نقاط تماس محاسبه شد. با استفاده از مقادیر این جابجایی‌ها، اندازه نیروهای عکس‌العمل بر روی هریک از این نقاط محاسبه شده و در تحلیل پایداری استفاده شد. در پژوهشی مشابه با پژوهش حاضر، مقادیر مؤلفه عمودی نیروهای عکس‌العمل در نقاط تماس بین قطعه‌کار و جاسازها با اجرای تحلیل اجزا محدود و با درنظر گرفتن نیروهای ماشین‌کاری محاسبه شدند[7]. هدف اصلی اجرای این تحلیل، بهینه‌سازی موقعیت اعمال جاسازها و بست‌ها بود. محدودیت اصلی این روش علاوه بر استفاده از تحلیل سنگین اجزا محدود در هربار از تکرار فرآیند بهینه‌سازی، عدم محاسبه مقادیر نیروها و گشتاورهای ماشین‌کاری به‌صورت لحظه به لحظه بود. نحوه درنظرگرفتن اثرات بار ماشین‌کاری در پژوهش مزبور به این صورت بود که مقدار بیشینه نیروی ماشین‌کاری از یک رابطه تحلیلی که برای فرآیند شیارتراشی ارائه شده بود[8]، محاسبه شده و به‌صورت بارهای استاتیکی در مسیر ماشین‌کاری به قطعه‌کار اعمال شد. این موضوع امکان استفاده از داده‌های به‌دست آمده برای نیروهای عکس‌العمل را در طراحی دینامیکی و خستگی اجزای جاسازی و تحلیل ارتعاشی بدنه قید و بند از بین می‌برد. در پژوهشی مشابه، کایا[9] از الگوریتم ژنتیک برای بهینه‌سازی موقعیت جاسازها، بست و تکیه‌گاه با در نظر گرفتن نیروهای بست و ماشین‌کاری به‌عنوان نیروهای خارجی استفاده کرد. نیروهای ماشین‌کاری به‌صورت بیشینه نیرو از تحلیل ارائه شده در مرجع[8] محاسبه شده، به قطعه کار اعمال گردید و از تحلیل اجزا محدود در هربار تکرار فرآیند بهینه‌سازی استفاده شد. تحلیل پایداری قطعه بر روی قید و بند نیز به عنوان یک شرط لازم در هر جواب جدید تولید شده توسط الگوریتم ژنتیک اجرا شد. تماس بین یک قطعه‌کار و یک جاساز را به‌صورت تحلیلی و شبیه‌سازی با اعمال شرایط مرزی مختلف و هندسه تماس تخت-تخت و تخت-کروی توسط ساتیانارایانا و ملکوته[10] مورد بررسی قرار گرفت. شاخصه‌های خروجی شامل تغییر شکل الاستیک قطعه‌کار و نیروهای عکس‌العمل بودند. با صرف‌نظر کردن از اصطکاک بین قطعه‌کار و جاسازها، وانگ و همکاران[11] یک مدل بهینه‌سازی چند هدفه برای بیشینه‌سازی دقت موقعیت‌دهی و تکرارپذیری جاسازی ارائه دادند. در هر مرحله از بهینه‌سازی، پایداری قطعه‌کار نیز بر روی سیستم جاسازی بررسی شد. چن و همکاران[12] مدلی برای کمینه‌سازی اندازه نیروهای بست با درنظر گرفتن اثرات اصطکاک بین قطعه‌کار و سیستم جاسازی و اثرات برداشت براده ارائه کردند. از روش تحلیل اجزا محدود برای محاسبه مقادیر تغییر شکل‌ها در هربار تکرار استفاده شد. روش بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک برای نیل به جواب بهینه برای سیستم جاسازی استفاده گردید. در مرجع[13]، طراحی سامانه تکیه‌گاه با اجرای تحلیل اجزا محدود بر روی یک قطعه‌کار با هندسه چندوجهی انجام شد. برای اجرای این تحلیل، نیروی بست و وزن قطعه‌کار به‌عنوان تنها نیروهای خارجی وارد بر قطعه در نظر گرفته شده و با صرف‌نظر کردن از اصطکاک بین قطعه و جاسازها، بیشینه تغییر شکل قطعه‌کار برای اعمال تکیه‌گاه مشخص شد. جیانگ و همکاران[14] یک مدل بهینه‌سازی چند هدفه برای طراحی سیستم جاسازی برای قید و بندهایی که برای بررسی کیفیت قطعه‌کار استفاده می‌شد، ارائه دادند. هدف بهینه‌سازی نیل همزمان به دقت جاسازی، حفظ پایداری قطعه‌کار در قید و بند و قابلیت باربرداری سریع و ساده قطعه‌کار در سیستم جاسازی بود. الگوریتم جستجو پیشنهادی به‌جای گسسته‌سازی سطح، از روش جستجوی پیوسته بر روی سطح قطعه‌کار استفاده می‌کرد تا خطای گسسته‌سازی از بین برود. شرط حفظ پایداری قطعه‌کار بر روی سیستم جاسازی نیز به‌عنوان شرط لازم در هر مرحله از تکرار فرآیند بهینه‌سازی رعایت می‌شد. ژیونگ و همکاران[15] از روش بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک برای محاسبه چینش بهینه جاسازی برای قطعات غیرصلب مورد استفاده در صنایع هوا و فضا استفاده کردند. مقدار تغییر شکل قطعه‌کار در

ناحیه نزدیک به منطقه فعال ماشین‌کاری با استفاده از تحلیل اجزا محدود محاسبه شده و اثرات انواع هندسه برخورد قطعه‌کار و جاساز بر روی مقادیر تغییر شکل مطالعه گردید. پروز و ناطق[16,17] مدل‌هایی را برای طراحی سیستم جاسازی و بست برای قطعات صلب با هندسه شکل‌آزاد ارائه کردند. در طراحی سیستم جاسازی، مقادیر نیروهای عکس‌العمل برای تحلیل پایداری و اجتناب از وقوع گیر استفاده شد. همچنین، مقادیر مثبت این نیروها برای اطمینان از درستی سیستم بستِ طراحی‌شده استفاده شد. در مرجع[18]، مقادیر نیروهای عکس‌العمل در جاسازها با درنظر گرفتن نیروهای وزن و بست به‌عنوان تنها نیروهای خارجی وارده بر قطعه‌کار با هندسه چندوجهی محاسبه شد. تماس اصطکاکی بین قطعه‌کار و جاسازها به‌صورت صفحه به صفحه مدل‌سازی شده و مقادیر نیروهای عکس‌العمل از تحلیل اجزا محدود محاسبه شده و با مقادیر تحلیلی مقایسه شدند. مقادیر نیروها و گشتاور ماشین‌کاری به‌عنوان یک بار خارجی تأثیرگذار بر روی نیروهای عکس‌العمل در نظر گرفته نشدند. با توجه به مشابهت پژوهش مزبور با پژوهش حاضر، لازم‌به‌ذکر است که در پژوهش مزبور، نیروی بست به‌عنوان تنها نیروی خارجی وارد بر قطعه‌کار در نظر گرفته شد و از اثرات نیروها و گشتاور ماشین‌کاری صرف‌نظر شد. این در حالی است که بار ماشین‌کاری یکی از اصلی‌ترین نیروهای خارجی وارد بر مجموعه قید و بندها به‌شمار می‌آید که باید در محاسبات مربوط به نیروهای عکس‌العمل در نظر گرفته شود.

با بررسی پژوهش‌های پیشین می‌توان مشاهده کرد که پژوهش‌هایی در زمینه محاسبه تحلیلی و عددی مقادیر نیروهای عکس‌العمل در نقاط جاسازی قید و بندها منتشر شده است. ولیکن، کمبودهایی برای هریک از این پژوهش‌ها وجود دارد که استفاده از آن‌ها را محدود به حالت‌ها و شکل‌بندی‌های خاص می‌کند. به‌عنوان مثال، در محاسبه تحلیلی مقادیر این نیروها، به حالت دوبعدی بسنده شده و صرفاً مؤلفه عمودی نیروی عکس‌العمل در هر نقطه تماس محاسبه شده است. همچنین، در برخی تحلیل‌ها، از اثرات نیروها و گشتاورهای ماشین‌کاری کاملاً صرف‌نظر شده و یا پیاده‌سازی آن در تحلیل‌ها بصورت قرار دادن مقادیر بیشینه نیرو بر روی یک یا چند گره در مسیر ماشین‌کاری انجام شده است. نیروهای عکس‌العملِ محاسبه‌شده در این روش‌ها، جامعیت نداشته و تنها مقدار نیروی عکس‌العمل در چند لحظه خاص را در اختیار طراح قرار می‌دهند. در محاسبه نیروهای عکس‌العمل از تحلیل اجزا محدود نیز کمبودهایی همچون اعمال شرایط مرزی به‌صورت مستقیم در گره‌ها و عدم استفاده از تماس اصطکاکی بین سطوح قطعه‌کار و جاسازها محسوس است. برای پوشش دادن این خلاءها در مقاله حاضر نیروها و گشتاور ماشین‌کاری بصورت پیوسته و برلحظه محاسبه شده و به‌عنوان ورودی نیروی فعال همراه با نیروهای بست و وزن قطعه‌کار در تحلیل پیشنهادی در نظر گرفته شده است. مقادیر برلحظه نیروهای عکس‌العمل در نقاط جاسازی شش‌گانه برای یک قطعه‌کار با هندسه چندوجهی محاسبه شده است. برای صحت‌سنجی نتایج تحلیلی، از شبیه‌سازی در نرم‌افزار اجزا محدود استفاده شده و مقادیر تحلیلی با مقادیر عددی مقایسه شده است. محاسبه سریع همه مؤلفه‌های عمودی و مماسی در نقاط جاسازی شش‌گانه، محاسبه تحلیلی مقادیر برلحظه نیروهای عکس‌العمل در نقاط جاسازی با احتساب نیروهای برلحظه ماشین‌کاری و بررسی مقایسه‌ای نتایج بر روی یک مطالعه موردی سه‌بعدی، نوآوری‌های اصلی مقاله حاضر به‌شمار می‌رود.

۲- مدل‌سازی تحلیلی

برای حل مسأله محاسبه نیروهای عکس‌العمل در جاسازهای یک قید و بند در پژوهش حاضر، از اصل کمینه اندازه نیروها استفاده می‌شود. این اصل بیان می‌دارد که از بین همه گزینه‌هایی که برای یک مسأله نامعین استاتیکی به‌عنوان پاسخ مطرح هستند، جواب قابل قبول آن جوابی است که کمترین اندازه ممکن را داشته باشد. فرض بر این است که شش دستگاه مختصات محلی $n-t_1-t_2$ در نقاط تماس شش‌گانه بین قطعه‌کار و جاسازها تعریف شده و یک دستگاه مختصات جهانی $X-Y-Z$ برای مجموعه تعریف شده است. پیاده‌سازی ریاضیاتی این مسأله منجر به یک مسأله بهینه‌سازی می‌شود که تابع هدف آن کمینه‌سازی بزرگی بردار برآیند $\|\mathrm{R}\| = \sum_{i=1}^{6}\|\mathrm{R}_i\|$ به‌گونه‌ای است که:

$$|\mathrm{JR}| = |\mathrm{W}_e|$$
$$\forall i \in \{1,2,\dots,6\} \rightarrow \begin{cases} R_{i_n} > 0 \\ \sqrt{R_{i_{t1}}^2 + R_{i_{t2}}^2} < \mu R_{i_n} \end{cases} \quad (۱)$$

در این معادله، R بردار برآیند نیروهای عکس‌العمل است که دارای شش مؤلفه R_i می‌باشد. R_i بردار برآیند نیروی عکس‌العمل در نقطه جاسازی iام است که دارای سه مؤلفه عمودی (R_{i_n})، مماسی اول $(R_{i_{t1}})$ و مماسی دوم$(R_{i_{t2}})$ می‌باشد. J ماتریس تبدیل از دستگاه مختصات محلی $n-t_1-t_2$ به دستگاه مختصات جهانی $X-Y-Z$ بوده و W_e آچار (Wrench) برآیند نیروها و گشتاورهای خارجی وارد بر قطعه‌کار است. قید اول در رابطه (۱)، همان شرط برقراری تعادل استاتیکی بین نیروهای خارجی و داخلی در دستگاه مختصات جهانی است. قید دوم نیز دارای دو شرط است که شرط اول لزوم مثبت بودن مؤلفه عمودی نیروی عکس‌العمل در تمام جاسازها (شرط لازم برای پایداری قطعه‌کار بر روی قید و بند) و شرط دوم لزوم برقراری قانون اصطکاک کولمب در نقاط تماس بین قطعه‌کار و جاسازها است. ماتریس تبدیل J از رابطه (۲) محاسبه می‌شود.

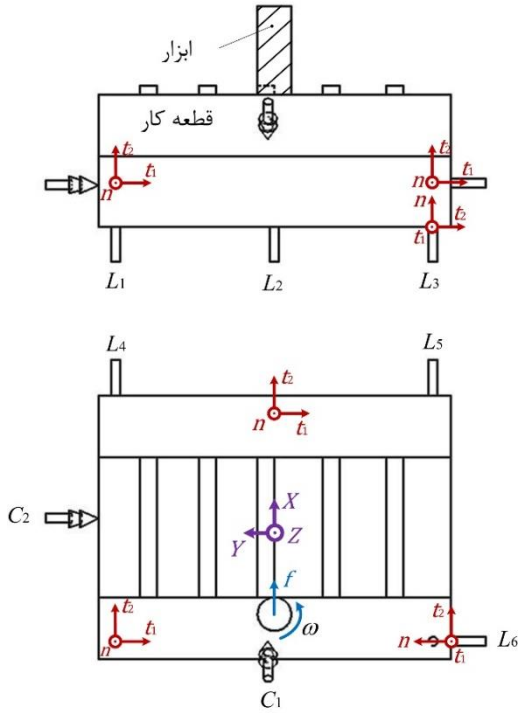
$$\mathrm{J} = [\mathrm{J}_1, \mathrm{J}_2, \dots, \mathrm{J}_6]$$
$$\mathrm{J}_i = [\mathrm{J}_{i_n}, \mathrm{J}_{i_{t1}}, \mathrm{J}_{i_{t2}}]$$
$$\mathrm{J}_{i_n} = \begin{bmatrix} \mathrm{n}_i{}^{\mathrm{T}} \\ (\mathrm{r}_i \times \mathrm{n}_i)^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}, \mathrm{J}_{i_{t1}} = \begin{bmatrix} \mathrm{t}_{1i}{}^{\mathrm{T}} \\ (\mathrm{r}_i \times \mathrm{t}_{1i})^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}, J_{i_{t2}} = \begin{bmatrix} \mathrm{t}_{2i}{}^{\mathrm{T}} \\ (\mathrm{r}_i \times \mathrm{t}_{2i})^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} \quad (۲)$$

در این رابطه، J_i ماتریس تبدیل از دستگاه مختصات محلی به جهانی برای نقطه جاسازی iام است که دارای سه مؤلفه عمودی (J_{i_n}) ، مماسی اول $(\mathrm{J}_{i_{t1}})$ و مماسی دوم $(\mathrm{J}_{i_{t2}})$ می‌باشد. r_i

موقعیت نقطه جاسازی iام در دستگاه مختصات جهانی بوده و n_i، t_{1i} و t_{2i} بردارهای یکه در راستای عمودی، مماسی اول و مماسی دوم در نقطه جاسازی iام هستند.

آچار برآیند نیروها و گشتاورهای خارجی از دو بخش کلی نیروها و گشتاورهاي استاتیکی و دینامیکی تشکیل می‌شود. بخش اول شامل حاصل جمع آچار برآیند نیروهای بست و آچار ناشی از نیروی وزن قطعه‌کار می‌شود. آچار ناشی از نیرو و گشتاور ماشین-کاری در هر لحظه شاکله بخش دوم را تشکیل می‌دهد. از آنجا که وزن قطعه‌کار و اندازه و جهت نیروی بست در یک سیستم قید و بند مشخص است، آچار ناشی از آن‌ها به‌راحتی به‌دست می‌آید. برای محاسبه آچار ماشین‌کاری، باید نیروها و گشتاور ماشین‌کاری در هر لحظه به‌صورت دقیق محاسبه شود. برای این کار، از پیاده-سازی و منطبق‌سازی تئوری ارائه‌شده توسط آلتینتاش[19] برای محاسبه نیروها و گشتاور ماشین‌کاری در عملیات فرزکاری با تیغ فرز انگشتی بر روی شکل‌بندی استفاده‌شده در پژوهش حاضر استفاده می‌شود. قطعه‌کار مورد نظر برای اجرای عملیات ماشین-کاری به‌صورت شکل ۱ نشان داده شده است.

در این تئوری، مؤلفه‌های نیروی ماشین‌کاری به‌صورت حاصل جمع اثر هریک از لبه‌های درگیر ابزار با قطعه‌کار در راستاهای شعاعی (F_r)، مماسی (F_t) و محوری (F_a) محاسبه شده و با تصویر کردن آن در راستای X، Y و Z مؤلفه‌های نیرویی در راستاهای پیشروی ابزار (F_x)، عمود بر پیشروی ابزار (F_y) و محور ابزار (F_z) محاسبه می‌شود. در محاسبه نیروها، D قطر ابزار، N تعداد لبه‌های

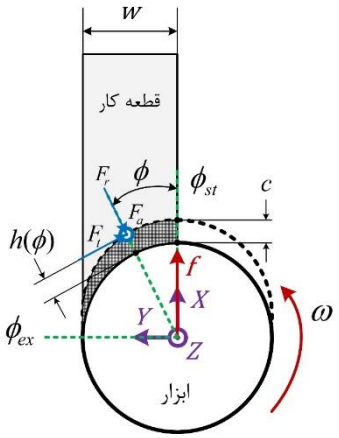


شکل ۱) مدل قطعه‌کار صلب به‌عنوان مطالعه موردی همراه با سیستم جاسازی و بست

برنده و β زاویه مارپیچ ابزار است. a طول درگیری لبه ابزار با قطعه‌کار در راستای محور ابزار، c بیشینه ضخامت براده تغییر شکل نیافته، ϕ_{st} زاویه شروع درگیری و ϕ_{ex} زاویه پایان درگیری ابزار با قطعه‌کار است (شکل ۲). K_{tc}، K_{rc} و K_{ac} ثوابت نیروی برش‌کاری مرتبط با برش‌کاری در راستای (به ترتیب) مماسی، شعاعی و محوری بوده و K_{te}، K_{re} و K_{ae} ثوابت نیروی برش‌کاری مرتبط با لبه ابزار در راستای (به ترتیب) مماسی، شعاعی و محوری است. z عمق درگیری لحظه‌ای بین ابزار و قطعه‌کار است ($0 < z < a$). با توجه به هندسه مارپیچ لبه‌های برنده ابزار، هر نقطه روی لبه ابزار دارای تأخیر زاویه‌ای در برخورد با قطعه‌کار نسبت به نقطه موجود در انتهای ابزار است. این زاویه تأخیر با ψ نشان داده شده و با توجه به هندسه یک ابزار تیغ فرز انگشتی با لبه‌های مارپیچ، بصورت $\psi = k_\beta z = 2z\tan(\beta)/D$ قابل محاسبه است. می‌توان تانژانت زاویه β را در عمق درگیری z به‌صورت $\tan(\beta) = D\psi/2z$ نوشت. یک ضریب به نام k_β به‌صورت $2\tan(\beta)/D$ تعریف می‌شود تا با استفاده از آن بتوان مقدار زاویه تأخیرِ (ψ) هر نقطه روی لبه برنده ابزار در ارتفاع z را نسبت به نقطه موجود در انتهای ابزار محاسبه نمود. ϕ_p زاویه گام ابزار است که به‌صورت $2\pi/N$ محاسبه می‌شود. j شماره لبه برنده ابزار بوده و z_j عمق درگیری لحظه‌ای لبه برنده jام است. $\phi_j(z)$ زاویه درگیری لحظه‌ای لبه برنده jام ابزار در عمق درگیری z است که به‌صورت $\phi_j(z) = \phi + j\phi_p - k_\beta z$ محاسبه می‌شود. ϕ زاویه درگیری لحظه‌ای بین ابزار و قطعه‌کار است که نیروهای ماشین‌کاری باید در این زاویه محاسبه شوند (شکل ۲).

ضخامت براده تغییر شکل نیافته در این زاویه $h(\phi)$ است که بصورت $c\sin(\phi)$ محاسبه می‌شود.

برای محاسبه مقادیر نیروهای ماشین‌کاری، باید مؤلفه‌های نیروی ماشین‌کاری ناشی از درگیری لبه jام در زاویه درگیری لحظه‌ای ϕ محاسبه شود. سپس، بایستی درگیری بین همه لبه‌های برنده ابزار و قطعه‌کار مشخص شده و مقادیر مؤلفه‌های نیروی هریک از آن‌ها



شکل ۲) مدل ماشین‌کاری فرزکاری موافق در حالت نصف درگیری ابزار و قطعه‌کار

در جهات مماسی، شعاعی و محوری محاسبه شود. برای این منظور، با توجه به هندسه مارپیچی لبه‌ها، یک جزء به ضخامت dz از ابزار در نظر گرفته شده و نیروهای دیفرانسیلی dF_t، dF_r و dF_a به‌صورت رابطه (۳) محاسبه می‌شوند:

$$\begin{aligned} dF_{t,j}\left(\phi_j(z)\right) &= \left[K_{tc}\,h_j\left(\phi_j(z)\right) + K_{te}\right]dz \\ dF_{r,j}\left(\phi_j(z)\right) &= \left[K_{rc}\,h_j\left(\phi_j(z)\right) + K_{re}\right]dz \\ dF_{a,j}\left(\phi_j(z)\right) &= \left[K_{ac}\,h_j\left(\phi_j(z)\right) + K_{ae}\right]dz \end{aligned} \quad (۳)$$

با تصویرکردن نیروهای دیفرانسیلی رابطه (۳) در جهات سه‌گانه استاندارد می‌توان مؤلفه‌های نیروهای دیفرانسیلی در جهات X، Y و Z را برای لبه jام بصورت dF_x، dF_y و dF_z محاسبه کرد. با انتگرال‌گیری از طرفین معادله‌های حاصل شده در طول درگیری لحظه‌ای لبه jام، که به‌صورت $[z_{j,1} - z_{j,2}]$ است، و جاگذاری $dz = -d\phi_j/k_\beta$، می‌توان مؤلفه‌های نیروهای ماشین‌کاری را برای لبه jام محاسبه نمود:

$$\begin{aligned} F_{x,j}(\phi_j) &= \left\{\frac{c}{4k_\beta}\left[-K_{tc}\cos 2\phi_j + K_{rc}\left[2\phi_j - \sin 2\phi_j\right]\right] + \frac{1}{k_\beta}\left[K_{te}\sin\phi_j - K_{re}\cos\phi_j\right]\right\}\Bigg|_{\phi_j(z_{j,1})}^{\phi_j(z_{j,2})} \\ F_{y,j}(\phi_j) &= \left\{\frac{-c}{4k_\beta}\left[K_{tc}(2\phi_j - \sin 2\phi_j) + K_{rc}\cos 2\phi_j\right] + \frac{1}{k_\beta}\left[K_{te}\cos\phi_j + K_{re}\sin\phi_j\right]\right\}\Bigg|_{\phi_j(z_{j,1})}^{\phi_j(z_{j,2})} \\ F_{z,j}(\phi_j) &= \left\{\frac{1}{k_\beta}\left[K_{ac}c\cos\phi_j - K_{ae}\phi_j\right]\right\}\Bigg|_{\phi_j(z_{j,1})}^{\phi_j(z_{j,2})} \end{aligned} \quad (۴)$$

با محاسبه نیروی هریک از لبه‌های ابزار و جمع آن‌ها می‌توان مقادیر برلحظه نیروهای برآیند ماشین‌کاری را در زاویه درگیری ϕ به‌صورت $F_x(\phi)$ ، $F_y(\phi)$ و $F_z(\phi)$ محاسبه کرد. از آنجا که مؤلفه‌های نیروی ماشین‌کاری مزبور در لبه ابزار عمل می‌کنند، با انتقال آن‌ها به مرکز ابزار، گشتاور ماشین‌کاری نیز ایجاد خواهد شد. مقدار این گشتاور با استفاده از رابطه (۵) محاسبه می‌شود:

$$T_c = \frac{D}{2}\sum_{j=1}^{N} F_{t,j}(\phi_j) \quad (۵)$$

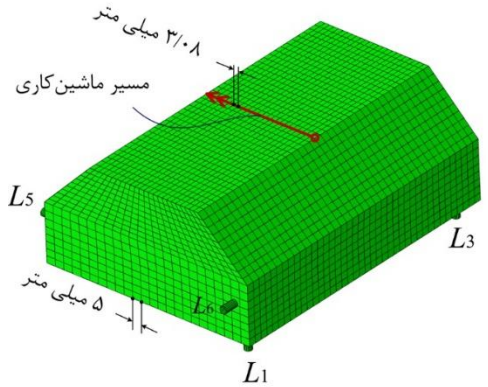
که در آن، مقدار $F_{t,j}$ با جاگذاری $h_j\left(\phi_j(z)\right) = c\sin\phi$ در رابطه (۳) و انتگرال‌گیری از آن در بازه $[z_{j,1} - z_{j,2}]$ در زاویه درگیری ϕ به‌دست می‌آید. برای تعیین لبه‌های فعال ماشین‌کاری و در نتیجه کرانه‌های انتگرال برای هر لبه، از الگوریتم ارائه شده در[19] استفاده شده است. مقادیر مؤلفه‌های نیروی ماشین‌کاری در یک دور کامل دوران ابزار $(0 < \phi < 360)$ محاسبه شده و به‌عنوان بخشی از ورودی W_e همراه با نیروهای بست درج می‌شود. با حل مسأله بهینه‌سازی، مقادیر تحلیلی نیروهای عکس‌العمل به‌صورت برلحظه محاسبه می‌شود.

۳- شبیه‌سازی

تحلیل عددی با استفاده از نرم‌افزار آباکوس برای صحت‌سنجی نتایج تحلیلی اجرا شد. برای این منظور، کدهای لازم در زبان برنامه‌نویسی پایتون نوشته شده و با اجرای آن، مقادیر نیروهای عکس‌العمل در هریک از جاسازهای شش‌گانهِ نشان داده شده در شکل ۱ (L_1 تا L_6) محاسبه شدند. هندسه مدل در نرم‌افزار مدل‌سازی، آماده شده و با استفاده از فرمت خنثی استپ (STEP) در قالب یک قطعه سه‌بعدیِ تغییر شکل‌پذیر به نرم‌افزار تحلیل منتقل شد. جاسازها بصورت یک قطعه صلب تحلیلی با هندسه پوسته استوانه‌ای به قطر و طول (به ترتیب) ۵ و ۱۰ میلی‌متر در نرم‌افزار آباکوس تعریف شده و استفاده شدند. با توجه به اینکه جنس قطعه‌کار در مرجع[20] آلیاژ تنگستن Ti_6Al_4V است، جنس قطعه از همین آلیاژ تعریف شده و مدول یانگ و ضریب پوآسون آن به ترتیب برابر با ۱۱۰ گیگاپاسکال و ۰/۳۴ درج گردید[21]. در پژوهش حاضر به تعریف خصوصیات قطعه‌کار در محدوده الاستیک بسنده شد. قطعه‌کار در قید و بند علاوه بر اینکه به هیچ وجه مجاز نیست که وارد محدوده تغییر شکل پلاستیک شود، بلکه مقدار تغییر شکل الاستیک آن نیز باید دقیقاً کنترل شود تا دقت موقعیت‌دهی قطعه‌کار حفظ شود. این موضوع با بهینه‌سازی چیدمان جاسازی و بست انجام می‌شود. یک نمونه از قطعه‌کار و شش نمونه از جاساز در مرحله مونتاژ ایجاد شده و با قیدگذاری مناسب در موقعیت مشخص شده در شکل ۱ قرار گرفتند. برای حل مسأله، یک گام حل تعریف شده و از حل‌گر استاندارد در حالت عمومی استاتیک با زمان حل ۱ ثانیه استفاده شد. همچنین، مقادیر نمو اولیه، کمترین و بیشترین اندازه نمو زمانی به ترتیب برابر با ۱، ۰/۰۰۰۰۱ و ۱ ثانیه در نظر گرفته شد. لازم به‌ذکر است که در مسأله حاضر، نیروی ماشین‌کاری در هر لحظه به صورت یک نیروی مجزا با مقدار مشخص به قطعه‌کار اعمال شده و تحلیل عددی انجام می‌شود. لذا، ماهیت حل مدل استاتیک بوده و علت استفاده از حل‌گر استاندارد نیز همین است. با پیشروی ابزار، مقدار و موقعیت نیروی ماشین‌کاری نیز به‌روزرسانی شده و مجدداً حل انجام می‌شود. تماس قطعه‌کار با جاسازهای سرتخت به‌صورت سطح به سطح برقرار شده و ضریب اصطکاک در تمام نقاط تماس برابر با ۰/۲۵ در نظر گرفته شد. هرچند اثر تغییر ضریب اصطکاک بر روی اندازه نیروهای عکس العمل نیز بررسی شده و نتیجه بر آن شده است که اندازه نیروهای عکس‌العمل تقریباً مستقل از مقدار ضریب اصطکاک است[18]. پس از تعریف تماس‌ها، نیروهای خارجی بصورت نیروی بست و نیروها و گشتاور ماشین‌کاری به قطعه‌کار در موقعیت‌های نشان داده شده در شکل ۱ اعمال شدند. بست‌ها با نیرویی برابر با ۱۵۰۰ نیوتن در موقعیت‌های مشخص

شده به قطعه‌کار اعمال شدند. مؤلفه‌های نیروی ماشین‌کاری همراه با گشتاور ماشین‌کاری، که در هر دور کامل ابزار از مدل تحلیلی ارائه‌شده در بخش ۲ به‌دست آمده بود، در موقعیت مشخص حرکت ابزار بر روی مسیر ماشین‌کاری و بر روی مسیری که نقطه مرکز ابزار پیمایش می‌کرد، به قطعه‌کار اعمال شد. مقدار دقیق نیروها و گشتاور ماشین‌کاری که در یک فایل ذخیره شده بود، توسط کد پایتون در هر پیشروی ابزار خوانده شده و به قطعه‌کار اعمال گردید. لازم به‌ذکر است که میزان پیشروی ابزار (برای مطالعه موردی اول در جدول ۲) برابر با ۰/۰۵ میلی‌متر بر دور به ازای هر لبه (۰/۲ میلی‌متر بر دور برای ابزار با چهار لبه برنده) است که معادل ۰/۰۰۰۵۵ میلی‌متر بر هر درجه دوران ابزار خواهد بود. هرچند مقدار نیرو و گشتاور ماشین‌کاری در هر درجه از دوران ابزار به‌صورت تحلیلی وجود دارد، ولی اجرای شبیه‌سازی در هر درجه از دوران ابزار منطقی بنظر نمی‌رسد. چراکه اولاً امکانات سخت‌افزاری بالایی را نیاز خواهد داشت و ثانیاً جواب‌هایی که برای نیروهای عکس‌العمل به‌دست می‌آید، با تغییرات یک درجه‌ای دوران ابزار تغییر چندانی نخواهد کرد. از سوی دیگر، امکان اعمال نیرو صرفاً بر روی نقاط گره در شبکه‌بندی قطعه‌کار وجود دارد. هرچقدر شبکه‌بندی مدل ریزتر شود، امکان اعمال نیرو در نقاط بیشتری فراهم می‌شود. ولیکن، ریزکردن بیش از اندازه مش‌بندی منجر به افزایش قابل توجه حجم محاسبات می‌شود. با توجه به تمامی این ملاحظات، مش‌بندی مدل قطعه‌کار با نوع جزء *C3D20R*، که یک جزء شش‌وجهی ۲۰ گره هیبرید است، با اندازه بیشینه مش برابر با ۵ میلی‌متر انجام شد. مدل مش‌بندی شده در شکل ۳ قابل مشاهده است.

اندازه مش بر روی خط پیمایش ابزار روی قطعه‌کار برابر با ۳/۰۸ میلی‌متر به‌دست آمده است. با توجه به اینکه در اجزا استفاده شده، امکان اعمال نیرو در گره موجود در وسط اجزا نیز وجود دارد، نیرو را می‌توان در فواصل ۱/۵۴ میلی‌متر به قطعه‌کار اعمال کرد. این فاصله دقت کافی را برای محاسبه مقادیر نیروهای عکس‌العمل و مقایسه آن‌ها با مقادیر تحلیلی فراهم می‌کند. لذا، نیروها و گشتاور



شکل ۳) مدل مش‌بندی‌شده قطعه‌کار همراه با اندازه مش در طول مسیر ماشین‌کاری

ماشین‌کاری در ۵۲ نقطه در مسیر پیمایش ابزار روی قطعه‌کار اعمال می‌شود.

شرایط مرزی به‌صورت محدود کردن کامل شش درجه آزادی بر روی جاسازها اعمال شد. با اجرای کد نوشته‌شده در زبان برنامه‌نویسی پایتون و اعمال نیرو و گشتاور ماشین‌کاری با اندازه و جهت مشخص در طول مسیر ماشین‌کاری، مقادیر برلحظه نیروهای عکس‌العمل بر روی هریک از جاسازها در طول زمان ماشین‌کاری محاسبه شدند.

با توجه به اینکه ماشین‌کاری به‌صورت ذاتی یک عملیات دینامیکی است و در محاسبه نیروهای عکس‌العمل از حل‌گر استاتیک (در هر لحظه از دوارن ابزار) استفاده شده است، باید ارزیابی‌های مربوط به وقوع رزونانس نیز انجام شود. به عبارت دیگر بایستی فرکانس‌های طبیعی مجموعه قطعه‌کار و جاسازها در حالت واقعی و در مودهای مختلف ارتعاشی محاسبه شده و اطمینان حاصل شود که فرکانس تحریک اعمال‌شده توسط ابزار در محدوده نزدیک به فرکانس طبیعی مجموعه قطعه‌کار و جاسازها نیست. برای این کار، یک تحلیل اجزا محدود برای محاسبه فرکانس طبیعی مجموعه با استفاده از نرم‌افزار آباکوس انجام شد. شرایط اجرای این تحلیل تقریباً مشابه با شرایط ذکر شده فوق بوده و تمام تماس‌ها بین قطعه‌کار و جاسازها بصورت اصطکاکی با شرایط ذکر شده در نظر گرفته شدند. مقدار دانسیته قطعه‌کار برابر با ۴/۴ گرم بر سانتی‌متر مکعب استفاده شد[21]. یک گام حل از زیرمجموعه اغتشاش خطی (Linear perturbation) و از نوع فرکانس تعریف شده و درخواست حل برای شش مود ارتعاشی صادر شد. مسأله با شرایط مرزی و مش‌بندی مشابه با حل استاتیکی با استفاده از یک رایانه با پردازنده هشت هسته‌ای و رَم هشت گیگابایت حل شد.

۴- نتایج و بحث

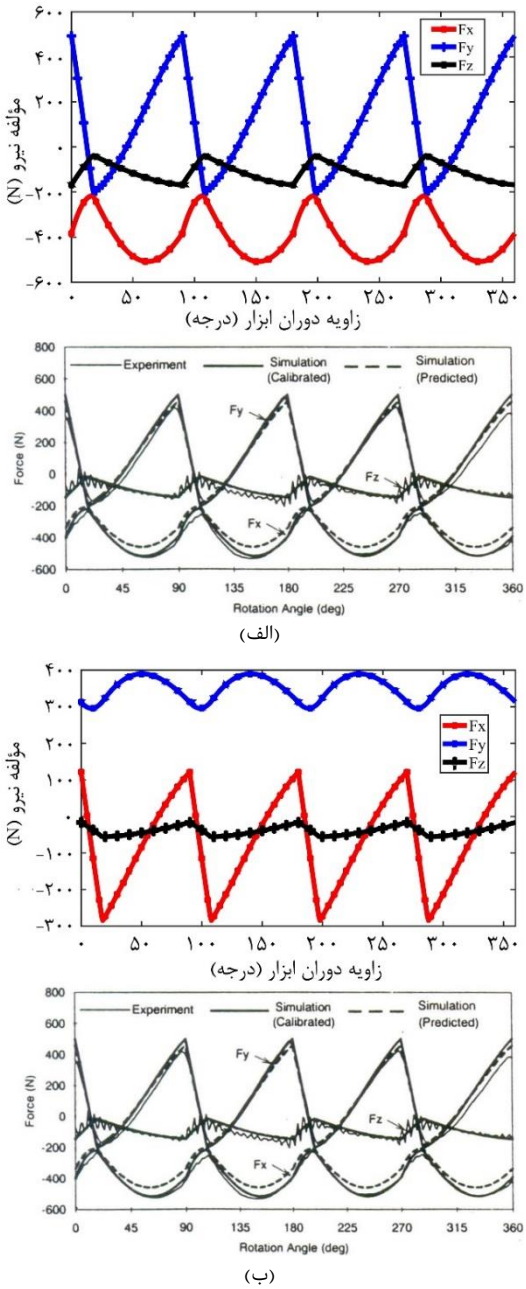
برای مقایسه مقادیر نیروهای عکس‌العمل محاسبه‌شده از تحلیل با مقادیر متناظر آن‌ها از شبیه‌سازی ، ابتدا باید مقادیر نیرو و گشتاور ماشین‌کاری محاسبه شود. برای این منظور از تحلیل ارائه‌شده در بخش ۲ استفاده شده و کدنویسی در نرم‌افزار متلب برای محاسبه دقیق مقادیر مؤلفه‌های نیروی ماشین‌کاری و مقدار گشتاور ماشین‌کاری انجام شد. برای صحت‌سنجی نتایج حاصل برای نیرو و گشتاور ماشین‌کاری، فرضیات و مقادیر شاخصه‌های ورودی منطبق بر دو نمونه مطالعه موردی ارائه‌شده در مرجع[20] استفاده شد. این فرضیات در جدول ۱ نشان داده شده است. با جاگذاری پارامترهای جدول ۱ در کد نوشته‌شده و اجرای آن، مقادیر مؤلفه‌های نیروی ماشین‌کاری در سه جهت X، Y و Z همراه با گشتاور ماشین‌کاری برای دو مطالعه موردی مزبور به‌صورت شکل ۴ قابل مشاهده است.

جدول ۱) فرضیات و مقادیر پارامترهای ورودی برای دو مطالعه موردی

پارامتر		واحد	مطالعه موردی	
			اول	دوم
قطر ابزار، D		mm	۱۹/۰۵	۱۹/۰۵
تعداد لبه ابزار، N		-	۴	۴
زاویه مارپیچ ابزار، β		°	۳۰	۳۰
عمق ماشین‌کاری، a		mm	۵/۰۸	۵/۰۸
پیشروی، c		mm/rev-tooth	۰/۰۵	۰/۰۱۲۷
حالت درگیری		–	نصف درگیری	نصف درگیری
نوع فرزکاری		–	مخالف	موافق
نوع روانکاری		–	خشک	خشک
زاویه شروع درگیری، ϕ_{st}		°	۰	۹۰
زاویه پایان درگیری، ϕ_{ex}		°	۹۰	۱۸۰
ثوابت برش‌کاری	K_{tc}	-	۱۷۳۱	۱۸۲۵
	K_{rc}	-	۳۱۷	۷۷۰
	K_{ac}	-	۶۲۳	۷۳۵
	K_{te}	-	۲۲/۷	۲۹/۷
	K_{re}	-	۴۴/۵	۵۵/۷
	K_{ae}	-	۲/۴	۱/۸
زاویه براده ابزار، α		°	۱۲	۰
سرعت برش		m/min	۳۰	۳۰
جنس قطعه‌کار		-	Ti_6Al_4V	Ti_6Al_4V
جنس ابزار		–	کاربیدی	کاربیدی

هریک از شکل‌های ۴(الف) و ۴(ب) مشتمل بر دو گراف است که گراف اول نشان‌دهنده نتایج حاصل از پیاده‌سازی تحلیلِ ارائه‌شده در بخش ۲ برای نیروهای ماشین‌کاری در سه جهت X، Y و Z بوده و گراف دوم نشان‌دهنده نتایج ارائه‌شده در مرجع[20] با فرضیات و ورودی‌های کاملاً مشابه است. با *مقایسه* منحنی‌های به‌دست آمده برای مؤلفه‌های نیروی ماشین‌کاری در هربار دوران کامل ابزار در مطالعه‌های موردی اول و دوم با منحنی‌های ارائه‌شده در مرجع [20]می‌توان نتیجه گرفت که کد نوشته‌شده کاملاً صحیح بوده و نتایج آن در تحلیل نیروهای عکس‌العمل قابل استفاده است. با توجه به اینکه نتایج در قالب داده‌های عددی در مرجع[20] گزارش نشده است، امکان مقایسه عدد به عدد بین نتایج تحلیلِ پیاده‌سازی شده و نتایج ارائه‌شده در مرجع مزبور وجود ندارد. ولیکن، با مقایسه نمودارها می‌توان به صحت نتایج تحلیل پیاده‌سازی‌شده در پژوهش حاضر پی برد.

با توجه به اینکه نیروهای ماشین‌کاری در تحلیل ارائه‌شده در بخش ۲ در نقطه درگیری بین ابزار و قطعه‌کار در جهات مماسی، شعاعی و محوری محاسبه می‌شوند، با انتقال این مؤلفه‌ها به نقطه مرکز ابزار، ضمن محاسبه مؤلفه‌های ماشین‌کاری در سه جهت X، Y و Z، گشتاور ماشین‌کاری نیز ناشی از مؤلفه مماسی نیرو ایجاد می‌شود. مقدار و جهت این گشتاور نقش تعیین‌کننده‌ای در مقادیر نیروهای عکس‌العمل در جاسازها دارد. با توجه به صحت مقادیر مؤلفه‌های نیروی ماشین‌کاری، با محاسبه اندازه مؤلفه مماسی می‌توان گشتاور ماشین‌کاری را با استفاده از رابطه (۵) در هریک از مطالعات موردی اول و دوم محاسبه نمود. منحنی‌های مربوط به

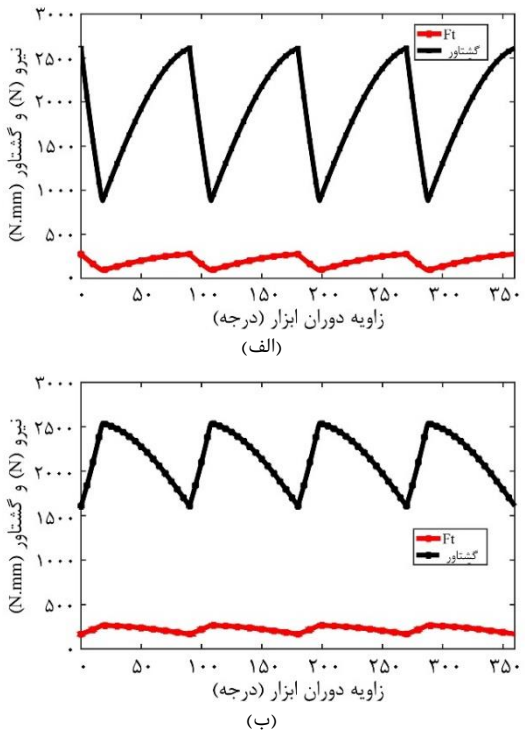


شکل ۴) مقایسه نتایج حاصل از پیاده‌سازی تحلیل با نتایج ارائه‌شده در مرجع[20] برای مؤلفه‌های نیرو و گشتاور ماشین‌کاری در مطالعه موردی (الف) اول و (ب) دوم (با فرضیات ارائه‌شده در جدول ۱)

مؤلفه مماسی نیرو همراه با گشتاور ماشین‌کاری برای دو مطالعه موردی مذکور در شکل ۵ قابل مشاهده است.

موقعیت، جهت و اندازه نیروی بست‌ها، مؤلفه‌های نیروی ماشین‌کاری و گشتاور ماشین‌کاری در هر لحظه هستند. مقادیر این پارامترها در جدول ۲ نشان داده شده است.

برای محاسبه نیروهای عکس‌العمل در جاسازهای شش‌گانه برای قطعه‌کار ارائه‌شده در شکل ۱، تحلیل ارائه‌شده در بخش ۲ استفاده شد. کد این تحلیل در نرم‌افزار متلب نوشته شده و ورودی‌های لازم اعمال شد. ورودی‌های مسأله شامل موقعیت و جهت جاسازها،



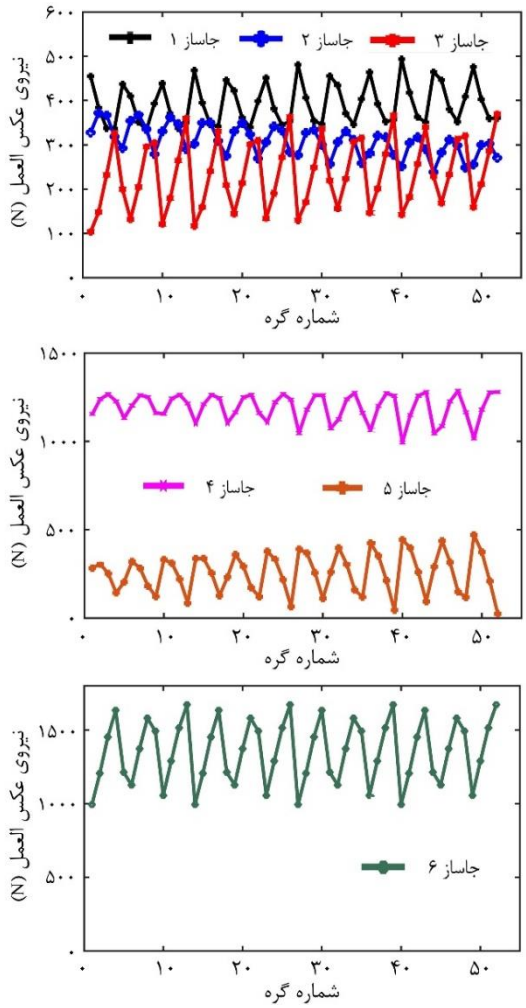
شکل ۵) نتایج حاصل از پیاده‌سازی تحلیل برای مؤلفه مماسی نیرو و گشتاور ماشین‌کاری در مطالعه موردی (الف) اول و (ب) دوم (با فرضیات ارائه‌شده در جدول ۲)

جدول ۲) پارامترهای ورودی تحلیل ارائه‌شده برای محاسبه نیروهای عکس‌العمل

پارامتر		واحد	اندازه
سیستم جاسازی	L_1	mm	$r=[-65,-90,0], n=[0,0,1]$ $t_1=[1,0,0], t_2=[0,1,0]$
	L_2		$r=[65,0,0], n=[0,0,1]$ $t_1=[1,0,0], t_2=[0,1,0]$
	L_3		$r=[-65,90,0], n=[0,0,1]$ $t_1=[1,0,0], t_2=[0,1,0]$
	L_4		$r=[75,-90,25], n=[-1,0,0]$ $t_1=[0,1,0], t_2=[0,0,1]$
	L_5		$r=[75,90,25], n=[-1,0,0]$ $t_1=[0,1,0], t_2=[0,0,1]$
	L_6		$r=[-65,-100,25], n=[0,1,0]$ $t_1=[1,0,0], t_2=[0,0,1]$
سیستم بست	C_1	mm, N	$r=[-65,3.64,50], \|\|C_1\|\|=1500\ N$ $n=[cos\,45°, 0, -sin\,45°]$
	C_2		$r=[5,100,24], \|\|C_2\|\|=1500\ N$ $n=[0,-1,0]$
مرکز ثقل قطعه‌کار	$C.G$	mm	[0,0,34.79]
نیروهای ماشین‌کاری	$F_x(\phi)$ $F_y(\phi)$ $F_z(\phi)$	N	از تحلیل ماشین‌کاری
گشتاور ماشین‌کاری	$T(\phi)$	$N.mm$	از تحلیل ماشین‌کاری

با جاگذاری مقادیر ورودی‌ها، اندازه نیروهای عکس‌العمل در هریک از نقاط جاسازی محاسبه شد. بر اساس نتایج ارائه‌شده در مرجع[18]، نتایج حاصل از تحلیل به روش اصل کمینه اندازه نیروها صرفاً برای مؤلفه عمودی نیروی عکس‌العمل صحیح بوده و دقت کافی را برای محاسبه مؤلفه‌های مماسی ندارد. لازم بذکر است که اندازه مؤلفه‌های مماسی نیروی عکس‌العمل معمولاً کم است؛ با این وجود می‌توان از تحلیل اجزا محدود برای محاسبه مقدار دقیق این نیروها استفاده کرد. برای اینکه امکان مقایسه بین نتایج تحلیلی و شبیه‌سازی وجود داشته باشد، نیروهای عکس‌العمل تحلیلی دقیقاً در شرایط و شکل‌بندی مشابه با شرایط شبیه‌سازی محاسبه شدند. از آنجا که ۵۲ نقطه گره در مسیر ماشین‌کاری وجود دارد، اندازه نیروهای عکس‌العمل در حالتی که نیروها و گشتاور ماشین‌کاری در این نقاط اعمال می‌شوند، محاسبه شد.

شکل ۶ نشان‌دهنده مقادیر مؤلفه عمودی نیروی عکس‌العمل در جاسازهای شش‌گانه در پیمایش ابزار بر روی مسیر ماشین‌کاری نشان داده شده در شکل ۳ است. لازم به‌ذکر است که در محاسبه نیروهای عکس‌العمل در این شکل، از نیروهای ماشین‌کاری به‌دست آمده در شکل ۴(الف)، که حالت فرزکاری مخالف است، استفاده شده است. مقادیر نیروهای عکس‌العمل در هریک از جاسازهای شش‌گانه همراه با نوسان برلحظه آن در شکل ۶ مشخص است. علت نوسان در مقادیر نیروهای عکس‌العمل بر روی جاسازها، تغییرات دوره‌ای است که نیرو و گشتاور اعمالی توسط



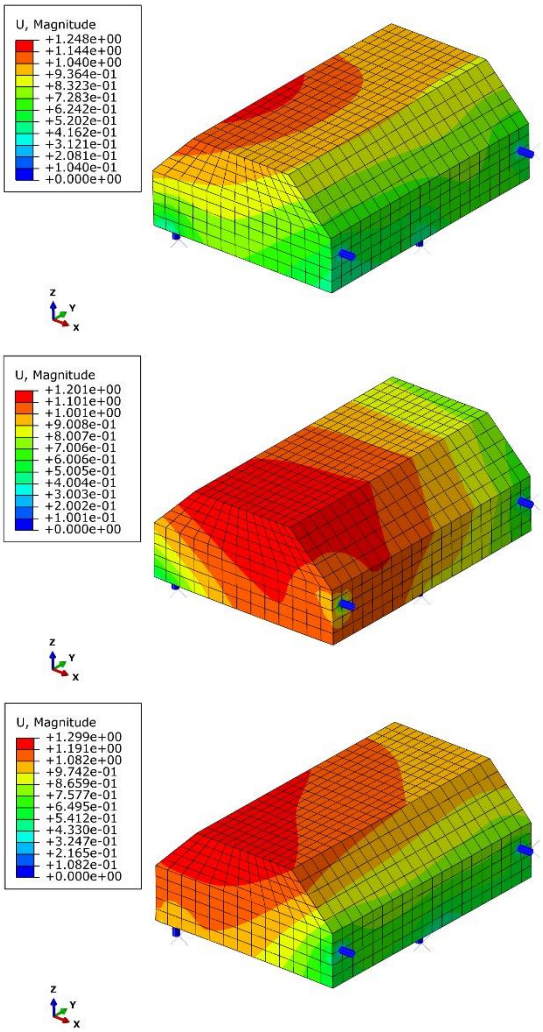
شکل ۶) اندازه برلحظه نیروهای عکس‌العمل در جاسازهای شش‌گانه محاسبه‌شده از تحلیل با اعمال نیروها و گشتاور ماشین‌کاری مطابق با شکل ۴(الف) و نیروهای بست با اندازه ۱۵۰۰ نیوتن

ابزار به قطعه‌کار وارد می‌آورد. مقادیر این نیروها و گشتاور که در شکل‌های ۴ و ۵ نشان داده شده‌اند، در هر لحظه از دوران ابزار تغییر می‌کنند. اعمال این نیروها و گشتاور به قطعه‌کار توسط ابزار منجر به ایجاد نیروهای عکس‌العمل نوسانی می‌شود. نامنظم بودن نوسان نیروهای عکس‌العمل در جاسازها نیز کاملاً طبیعی است. هرچند مقدار نیروها و گشتاور ماشین‌کاری به‌صورت دوره‌ای و در دامنه منظمی تغییر می‌کند، ولی با توجه به تغییر موقعیت اعمال آن‌ها بر قطعه‌کار در هر لحظه، درصدی از نیرو و گشتاور که توسط هر جاساز تحمل می‌شود، تغییر می‌کند. لذا، نوسان نیروهای عکس‌العمل و نامنظم بودن آن با توجه به ذات مسأله یک پدیده طبیعی است.

اندازه نیروهای عکس‌العمل در جاسازهای پایه (جاسازهای شماره ۱، ۲ و ۳) نسبتاً پایین‌تر از بقیه جاسازها است. اندازه این نیروها به مقدار مؤلفه نیروی ماشین‌کاری و نیروی بست اول در راستای Z بستگی دارد. از آنجا که مقدار نیروی محوری ماشین‌کاری معمولاً کمتر از مؤلفه‌های شعاعی و مماسی است، مقدار نیروهای عکس‌العمل بر روی جاسازهای پایه نیز کمتر از سایر جاسازها است.

اندازه مؤلفه‌های نیروی ماشین‌کاری و بست در راستاهای X و Y همراه با اندازه و جهت گشتاور ماشین‌کاری مستقیماً بر روی اندازه نیروهای عکس‌العمل در جاسازهای کناری و توقف اثر می‌گذارد. با تحلیل منحنی‌های اندازه نیروی عکس‌العمل در جاسازهای شماره ٤ و ٥ می‌توان مشاهده نمود که اندازه نیروی عکس‌العمل در جاساز شماره ٤ به مراتب بیشتر از جاساز شماره ٥ است. علت این اختلاف مربوط به جهت گشتاور ماشین‌کاری است. با توجه به شکل ٤ و با درنظر گرفتن فرزکاری مخالف و جهت گشتاور ماشین‌کاری ناشی از آن، که به‌صورت ساعتگرد با دید از بالا است، می‌توانبه‌راحتی نتیجه گرفت که نیروی تحمل‌شده توسط جاساز شماره ٤ باید بیشتر از جاساز شماره ٥ باشد. اندازه نیروی عکس‌العمل در جاساز شماره ۶ نیز به بزرگی نیروی بست شماره ۲، بزرگی و جهت مؤلفه‌های نیروی ماشین‌کاری در راستای X و Y و همچنین اندازه و جهت گشتاور ماشین‌کاری بستگی دارد. از آنجا که بزرگی نیروی بست برابر با ۱۵۰۰ نیوتن بوده و بخشی از مؤلفه‌های نیرو و گشتاور ماشین‌کاری در لحظات مختلف بر روی آن اثر می‌کند، مقدار نیروی عکس‌العمل جاساز در هر لحظه با استفاده از بهینه‌سازی اجرا شده به‌صورت منحنیِ نشان داده شده در شکل ۶ به‌دست آمده است. لازم به‌ذکر است که در پژوهش حاضر، نیروها و گشتاور ماشین‌کاری برای حالت فرزکاری با تیغ فرز انگشتی مارپیچی محاسبه شده و در مدل تحلیلی اعمال شد. در صورت تغییر نوع ابزار به حالت‌های دیگر همچون ابزارهای سرکروی و یا حتی تغییر نوع عملیات ماشین‌کاری به سوراخ‌کاری نیز به‌راحتی می‌توان مقادیر نیروها و گشتاور ماشین‌کاری را از مدل‌های تحلیلی یا نیمه‌تحلیلی ارائه‌شده برای آن عملیات یا آن ابزار خاص محاسبه نموده و با اعمال نیروها و گشتاورهای به‌دست‌آمده به قطعه‌کار، به محاسبه نیروهای عکس‌العمل در نقاط جاسازی پرداخت. به‌عنوان مثال، نیروها و گشتاور ماشین‌کاری را در حالت استفاده از ابزارهای سرکروی می‌توان از تحلیل ارائه‌شده در مرجع[19] محاسبه کرده و به مدل تحلیلی اعمال نمود.

برای صحت‌سنجی پیش‌بینی تحلیلی از مدل‌سازی عددی استفاده شد. ابتدا، آنالیز فرکانس بر روی مجموعه قطعه‌کار و جاسازها انجام شد و شکل مودها همراه با فرکانس طبیعی در هریک از آن‌ها محاسبه شد. نتایج در شکل ۸ نشان داده شده است. با توجه به داده‌های جدول ۲، سرعت برشی برای هر دو مطالعه موردی برابر با ۳۰ متر بر دقیقه است. با در نظر گرفتن قطر ابزار برابر با ۱۹/۰۵ میلی‌متر، مقدار دور ابزار برابر با ۵۰۱ دور بر دقیقه (معادل با ۸/۳۵ دور بر ثانیه) به‌دست می‌آید. از آنجا که ابزار دارای چهار لبه برنده است، فرکانس تحریک اعمالی به قطعه‌کار برابر با ۳۳/۴ هرتز خواهد بود. با مقایسه این فرکانس تحریک با فرکانس‌های طبیعی قطعه‌کار در مودهای اول، دوم و سوم (شکل ۷) که به ترتیب برابر



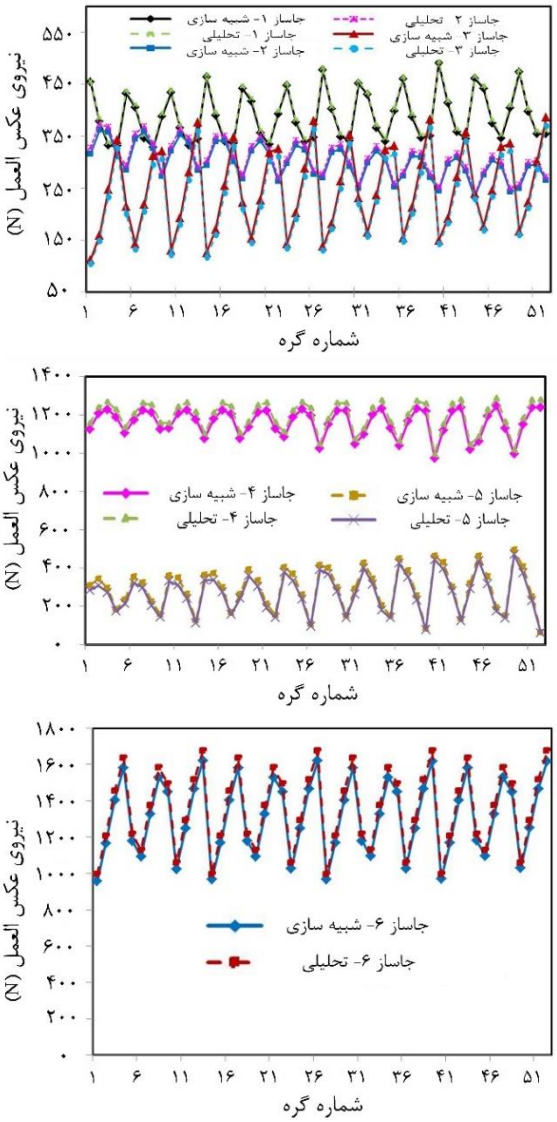
شکل ۷) نتایج حاصل از آنالیز فرکانس مجموعه قطعه‌کار و جاسازها همراه با شکل مودهای اول، دوم و سوم و و فرکانس‌های طبیعی در هریک از مودها

با ۲۳۲۲، ۲۴۳۷ و ۲۵۰۸ هرتز است، می‌توان نتیجه گرفت که شرایط ماشین‌کاری کاملاً پایدار بوده و امکان وقوع رزونانس و ابزار لرزه وجود ندارد. لازم به‌ذکر است که فرکانس طبیعی قطعه در مودهای چهارم تا ششم به ترتیب برابر با ۳۵۱۵، ۳۸۰۸ و ۴۱۲۰ هرتز به‌دست آمد. با توجه به دور بودن فرکانس تحریک از فرکانس طبیعی قطعه‌کار، می‌توان از حل‌گر استاتیکی در هر لحظه از دوران ابزار برای محاسبه نیروهای عکس‌العمل در جاسازها استفاده نمود. برای مقایسه پیش‌بینی تحلیلی با نتایج شبیه‌سازی، منحنی‌های شکل ۸ رسم شدند. در این منحنی‌ها، می‌توان اختلاف داده‌های تحلیلی و شبیه‌سازی را در جاسازهای پایه، کناری و توقف مشاهده نمود. با مقایسه منحني‌ها مي‌توان نتیجه گرفت که مقادیر پیش‌بینی تحلیلي انطباق مناسبی با نتایج به‌دست‌آمده از شبیه‌سازی دارند. با این وجود، خطای پیش‌بینی تحلیلی در مقایسه با نتایج شبیه‌سازی بایستی محاسبه شده و علت وقوع خطاها بررسی شود. با فرض اینکه مقادیر نیروهای عکس‌العمل از شبیه‌سازی صحیح هستند، مقادیر خطا در پیش‌بینی تحلیل ارائه‌شده محاسبه شد. مقادیر این خطا در محاسبه نیروی عکس‌العمل در هریک از نقاط جاسازی همراه با مقدار خطای میانگین در محاسبه نیروي عکس‌العمل در تمام نقاط جاسازي در هر بار اجرای شبیه‌سازی در نقاط گره محاسبه شد. نتیجه در قالب منحنی‌های شکل ۹ نشان داده شده است.

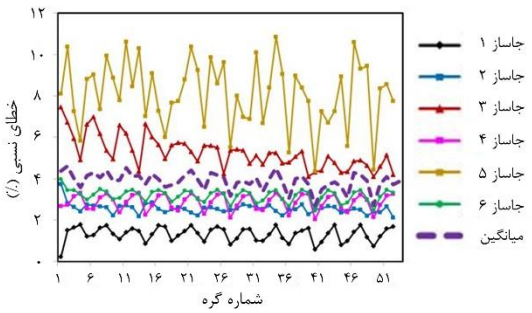
مقدار خطای متوسط در محاسبه نیروي عکس‌العمل در تمام نقاط جاسازي در هر بار اجرای شبیه‌سازی با اعمال نیروهای ماشین‌کاری در نقاط گره در قالب منحنی خط‌چین در شکل ۹ نشان داده شده است. بیشینه مقدار این خطا برابر با ۴/۶ درصد است. همچنین، بیشینه مقدار خطا در محاسبه مؤلفه عمودی نیروی عکس‌العمل در جاساز شماره پنج برابر با ۱۰/۹ درصد بدست آمد. مقدار نسبتاً کم خطا در پیش‌بینی تحلیلی بیانگر قابلیت استفاده از خروجی‌های آن در قالب یک داده قابل اعتماد در مراحل مختلف طراحی قید و بندها است.

منابع احتمالی خطا در محاسبه مقادیر نیروهای عکس‌العمل از تحلیل پیشنهادی شامل فرض صلب کامل بودن قطعه‌کار، صلبیت کامل جاسازها، فرض اعمال نیروهای بست و نیروها و گشتاور ماشین‌کاری به‌صورت متمرکز است. این در حالی است که قطعه‌کار در فضای واقعی دارای درجه‌ای از صلبیت بوده و امکان تغییر شکل در اثر نیروهای وارده بر آن را دارد که این تغییر شکل اثر مستقیمی بر روی سطح تماس واقعی بین قطعه‌کار و جاسازها در نقط تماس داشته و بر روی بزرگی نیروی عکس‌العمل تأثیر مستقیم دارد. همچنین، فرض صلبیت کامل جاسازها و متمرکز بودن نیروها و گشتاورهای ماشین‌کاری در تحلیل نیز منجر به ایجاد خطا در محاسبه نیروهای عکس‌العمل خواهد شد.

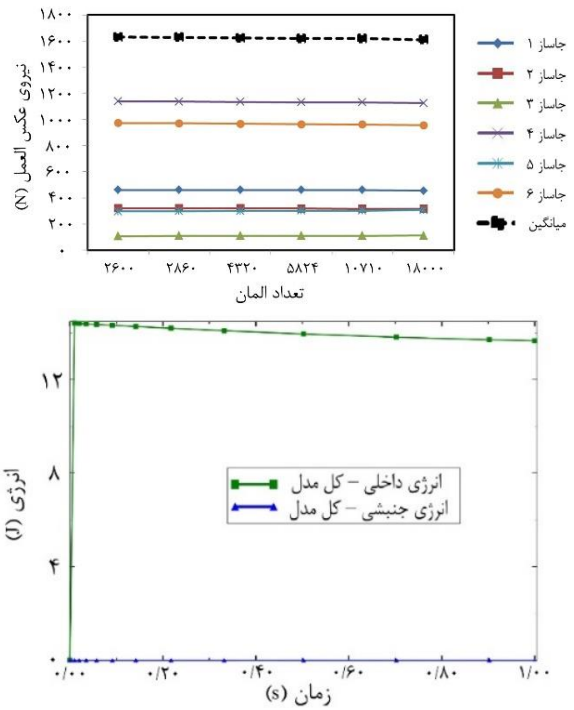
شکل ۱۰ نشان‌دهنده منحنی‌های آنالیز استقلال شبیه‌سازی انجام‌شده از اندازه مش و همچنین منحنی‌های انرژی جنبشی و انرژی داخلی کل در طول مدت زمان شبیه‌سازی است. اندازه مش‌بندی در بازه [۱۰-۵] میلی‌متر تغییر کرد که معادل بازه [۲۶۰۰-۱۸۰۰۰] برای تعداد اجزای مدل بود. اندازه مش بالاتر از ۱۰ میلی‌متر دارای



شکل ۸) مقایسه مقادیر تحلیلی و عددی نیروهای عکس‌العمل در جاسازهای شش‌گانه



شکل ۹) مقادیر خطای بدست‌آمده از تحلیل ارائه‌شده برای نیروهای عکس‌العمل در جاسازهای شش‌گانه و مقدار میانگین خطای شش جاساز در هربار شبیه‌سازی در هر نقطه گره



شکل ۱۰) منحنی‌های آنالیز استقلال شبیه‌سازی از اندازه مش و منحنی‌های انرژی جنبشی و انرژی داخلی کل

دقت کافی نبوده و کاهش اندازه مش به پایین‌تر از ۵ میلی‌متر منجر به افزایش قابل توجه حجم معادله‌ها به‌صورتی می‌شد که امکان حل وجود نداشت. با مشاهده گراف‌های شکل ۱۰ می‌توان نتیجه گرفت که نتایج شبیه‌سازی مستقل از اندازه مش‌بندی است. همچنین، گراف دوم در شکل ۱۰ نشان می‌دهد که تقریباً هیچ انرژی جنبشی در قطعه‌کار ذخیره نشده و آنالیز در حالت استاتیک کامل انجام شده است. این دو گراف می‌تواند به عنوان مؤیدی بر دقت کافی تنظیمات مدل شبیه‌سازی و نتایج خروجی آن باشد.

۵- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، یک مدل تحلیلی بر پایه اصل کمینه اندازه نیروها برای محاسبه مقادیر برلحظه نیروهای عکس‌العمل در نقاط تماس بین قطعه‌کار و جاسازها برای یک قطعه‌کار با هندسه چندوجهی با درنظر گرفتن نیروها و گشتاور ماشین‌کاری ارائه شد. مقادیر نیروها و گشتاور ماشین‌کاری با استفاده از مدل ارائه‌شده در یك پژوهش پیشین و با اجرای کدنویسی‌های لازم محاسبه شده و از عملکرد آن اطمینان حاصل شد. برای راستی‌آزمایی پیش‌بینی تحلیلی از شبیه‌سازی عددی با نرم‌افزار اجزا محدود استفاده گردید. با مقایسه مقادیر مؤلفه عمودی نیروی عکس‌العمل در جاسازها از تحلیل و شبیه‌سازی، نتیجه بر آن شد که پیش‌بینی تحلیل تا حد زیادی منطبق بر نتایج شبیه‌سازي است. در مدل استفاده شده به‌عنوان مطالعه موردی، بیشینه خطا در جاساز شماره پنج به‌دست آمد که برابر با ۱۰/۹ درصد بود. همچنین، بیشینه مقدار خطای متوسط در محاسبه نیروي عکس‌العمل در تمام نقاط جاسازي در هربار اجرای شبیه‌سازی با اعمال نیروها و گشتاور ماشین‌کاری در نقاط گره برابر با ۴/۶ درصد به‌دست آمد. مقادیر کم خطا نشان‌دهنده دقت بالای تحلیل ارائه‌شده در محاسبه مؤلفه عمودی نیروهای عکس‌العمل در نقاط جاسازی قطعه‌کار است. منحنی‌های به‌دست آمده برای اندازه برلحظه نیروهای عکس‌العمل در جاسازها یک داده ارزشمند در طراحی قید و بند به‌شمار می‌روند. از مقدار متوسط (یا بیشینه) نیروی عکس‌العمل در هریک از جاسازها می‌توان برای طراحی استاتیکی جاسازها، بدنه قید و بند و حتی طراحی روش اتصال جاسازها به بدنه استفاده نمود. همچنین، از مقادیر این نیروها می‌توان در بازطراحی چیدمان جاسازی و بست برای تقسیم بهینه نیروهای خارجی بر روی همه جاسازها و یکنواخت شدن تحمل نیروهای خارجی توسط جاسازها استفاده نمود.

به‌عنوان پژوهش‌های آینده، نویسندگان مقاله در حال طراحی و ساخت مجموعه آزمایشگاهی برای اجرای آزمون‌های تجربی با هدف صحت‌سنجی پیش‌بینی تحلیلی و نتایج عددی هستند. همچنین، مطالعه تأثیر پارامترهای ابزار همچون شعاع نوک ابزار و نوع روانکاری در عملیات ماشین‌کاری بر روی مقادیر نیروها و گشتاور ماشین‌کاری و نهایتاً مقادیر نیروهای عکس‌العمل می‌تواند به‌عنوان زمینه‌ای فعال برای پژوهش‌های آتی مدنظر قرار گیرد.

تشکر و قدردانی: نویسندگان این مورد را بیان نکردند.

تاییدیه اخلاقی: این مقاله تاکنون در نشریه دیگری)به طور کامل یا بخشی از آن) به چاپ نرسیده و همچنین جهت بررسی یا چاپ برای نشریه دیگری فرستاده نشده است. همچنین، محتویات علمی مقاله حاصل پژوهش نویسندگان و صحت نتایج آن نیز بر عهده آن ها است.

تعارض منافع: بدینوسیله نویسندگان اعلام می کنند که این اثر حاصل یک پژوهش مستقل بوده و هیچگونه تضاد منافعی با سازمان ها و اشخاص دیگری ندارد.

سهم نویسندگان: نویسندگان این مورد را بیان نکردند.

منابع مالی: پژوهش حاضر هیچ حمایت مالی از سوی سازمان ها و نهادها دریافت نکرده است.

۶- فهرست علائم

a	طول درگیری لبه ابزار با قطعه‌کار در راستای محور ابزار، mm
c	بیشینه ضخامت براده تغییر شکل نیافته، mm
$C.G$	مختصات مرکز ثقل قطعه‌کار، mm
C_{1_x} و C_{1_z}	مؤلفه بردار بست در راستای X و Z، N
r_i	بردار موقعیت جاساز iام، m
R	بردار برآیند نیروهای عکس‌العمل، N
R_i	نیروی عکس‌العمل در جاساز iام ، N
R_{i_n}	مؤلفه عمودی نیروی عکس‌العمل در جاساز iام، N

dz	ضخامت المان در نظر گرفته شده در راستای عمود بر محور ابزار، mm
D	قطر ابزار، mm
E	مدول یانگ، GPa
f	سرعت پیشروی، mm/rev
F	بردار نیرو، N
F_r, F_t, F_a	مؤلفه نیروی ماشین‌کاری در راستاهای محوری، مماسی و شعاعی، N
F_x, F_y, F_z	مؤلفه نیروی ماشین‌کاری در راستاهای X، Y و Z، N
$h(\phi)$	ضخامت براده تغییر شکل نیافته در زاویه درگیری ϕ، mm
i	اندیس جاساز
j	شماره لبه برنده ابزار
J	ماتریس تبدیل کلی از مختصات محلی به جهانی
J_i	ماتریس تبدیل از مختصات محلی به جهانی برای جاساز iام
J_{i_n}	مؤلفه ماتریس تبدیل از مختصات محلی به جهانی در راستای عمود برای جاساز iام
$J_{i_{t1}}$	مؤلفه ماتریس تبدیل از مختصات محلی به جهانی در راستای مماسی اول برای جاساز iام
$J_{i_{t2}}$	مؤلفه ماتریس تبدیل از مختصات محلی به جهانی در راستای مماسی دوم برای جاساز iام
K_{tc}, K_{rc}, K_{ac}	ثوابت نیروی برش‌کاری مرتبط با برش‌کاری در راستای (به ترتیب) مماسی، شعاعی و محوری
K_{te}, K_{re}, K_{ae}	ثوابت نیروی برش‌کاری مرتبط با لبه ابزار در راستای (به ترتیب) مماسی، شعاعی و محوری
$L_1, L_2, \dots, L_6$	جاسازهای اول، دوم تا ششم
M	بردار گشتاور، N.m
$\hat{n},\ \hat{t}_1,\ \hat{t}_2$	جهات عمودی، مماسی اول و مماسی دوم در هر جاساز
n_i	بردار نرمال جاساز iام
N	تعداد لبه برنده ابزار
r	بردار موقعیت اعمال نیرو، m
RF_i^t	بردار برآیند مؤلفه مماسی نیروی عکس‌العمل، N
$R_{i_{t1}}$	مؤلفه مماسی اول نیروی عکس‌العمل در جاساز iام، N
$R_{i_{t2}}$	مؤلفه مماسی دوم نیروی عکس‌العمل در جاساز iام، N
T_c	گشتاور ماشین‌کاری، N.mm
w	پهنای ماشین‌کاری، mm
W_e	بردار آچار برآیند خارجی
W_c	آچار نیروی بست
W_g	آچار وزن قطعه‌کار
W_m	آچار نیروی ماشین‌کاری
z	عمق درگیری لحظه‌ای بین ابزار و قطعه‌کار، mm
$[z_{j,1} - z_{j,2}]$	طول درگیری لحظه‌ای لبه زام، mm

علائم یونانی

α	زاویه براده ابزار
β	زاویه مارپیچ ابزار
μ	ضریب اصطکاک
ν	نسبت پوآسون
ϕ	زاویه درگیری لحظه‌ای بین ابزار و قطعه‌کار
ϕ_{ex}	زاویه پایان درگیری ابزار با قطعه‌کار
$\phi_j(z)$	زاویه درگیری لحظه‌ای لبه برنده زام ابزار در عمق درگیری z
ϕ_p	زاویه گام ابزار
ϕ_{st}	زاویه شروع درگیری ابزار با قطعه‌کار
ψ	زاویه تاخیر
ω	سرعت دوران ابزار، rpm

منابع

1- Chou YC, Chandru V, Barash MM. A mathematical approach to automatic configuration of machining fixtures: analysis and synthesis.

2- Lee SH, Cutkosky MR. Fixture planning with friction.

3- Cai W, Hu SJ, Yuan J. Deformable sheet metal fixturing: Principles, algorithms, and simulations. InThe 1994 International Mechanical Engineering Congress and Exposition 1994 (pp. 13-20).

4- Marin RA, Ferreira PM. Optimal placement of fixture clamps: Minimizing the maximum clamping forces. J. Manuf. Sci. Eng.. 2002;124(3):686-94.

5- Hurtado JF, Melkote SN. A model for synthesis of the fixturing configuration in pin-array type flexible machining fixtures. International Journal of Machine Tools and Manufacture. 2002;42(7):837-49.

6- Kang Y, Rong Y, Yang JC. Computer-aided fixture design verification. Part 3. Stability analysis. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. 2003;21(10-11):842-9.

7- Kaya NE, Öztürk F. The application of chip removal and frictional contact analysis for workpiece–fixture layout verification. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. 2003; 21(6):411-9.

8- Halevi G, Weill R. Principles of process planning: a logical approach. Springer Science & Business Media; 1994.

9- Kaya N. Machining fixture locating and clamping position optimization using genetic algorithms. Computers in industry. 2006;57(2):112-20.

10- Satyanarayana S, Melkote SN. Finite element modeling of fixture–workpiece contacts: single contact modeling and experimental verification. International journal of machine tools and manufacture. 2004; 44(9):903-13.

11- Wang Y, Chen X, Liu Q, Gindy N. Optimisation of machining fixture layout under multi-constraints. International Journal of Machine Tools and Manufacture. 2006;46(12-13):1291-300.

12 Chen W, Ni L, Xue J. Deformation control through fixture layout design and clamping force optimization. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. 2008;38(9-10):860.

13- Parvaz H, Nategh MJ. A pilot framework developed as a common platform integrating diverse elements of computer aided fixture design. International Journal of Production Research. 2013;51(22):6720-32. 14 Jiang K, Zhou X, Li M, Kong X. A multi-objective optimization and decision algorithm for locator layout continuous searching in checking fixture design. The International

Journal of Advanced Manufacturing Technology. 2013;67(1-4):357-66.
15- Xiong L, Molfino R, Zoppi M. Fixture layout optimization for flexible aerospace parts based on self-reconfigurable swarm intelligent fixture system. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. 2013;66(9-12):1305-13.
16- Parvaz H, Nategh MJ. Development of locating system design module for freeform workpieces in computer-aided fixture design platform. Computer-Aided Design. 2018;104:1-4.
17- Nategh MJ, Parvaz H. Development of computer aided clamping system design for workpieces with freeform surfaces. Computer-Aided Design. 2018 ;95:52-61.
18- Parvaz H. Analytical and numerical investigation of reaction forces in fixturing of the rigid workpiece with polyhedral geometry. Journal of Solid and Fluid Mechanics. 2020;10(1):17-29.
19- Altintas Y, Ber AA. Manufacturing automation: metal cutting mechanics, machine tool vibrations, and CNC design. Appl. Mech. Rev.. 2001;54(5):B84-.
20- Budak E, Altintas Y. Prediction of milling force coefficients from orthogonal cutting data. ASME PROD ENG DIV PUBL PED, ASME, NEW YORK, NY,(USA), 1993,. 1993;64:453-60.
21- Welsch G, Boyer R, Collings EW, editors. Materials properties handbook: titanium alloys. ASM international; 1993.