ISSN: 2476-6909; Modares Mechanical Engineering. 2021;21(9):629-640

Design, Construction, Control and Implementation of Unstable Nonlinear One Degree of Freedom Cube with Reaction Wheel Actuator

ARTICLE INFO

Article Type
Original Research

Authors
Novinzadeh A. B.*[1],
Arab Telgerd Z.[1]

How to cite this article
Novinzadeh A B, Arab Telgerd Z. Design, Construction, Control and Implementation of Unstable Nonlinear One Degree of Freedom Cube with Reaction Wheel Actuator. Modares Mechanical Engineering. 2021;21(9):629-640.

ABSTRACT

In this paper, the mathematical modeling, construction, control, and implementation of a one-degree-of-freedom cube dynamic system with a reaction wheel actuator will be discussed. The innovation of this paper is the implementation of the proportional-integral-derivative controller on the experimental system of one degree of freedom with a reaction wheel. First, equations of system are expressed, then the system is analyzed in time and frequency domain. Then, the proportional-integral-derivative controller will be designed and implemented on the constructed system. The system response is compared in six steps for different control gains. The control gains of the best answer are proportional gain of -20, integral gain of -30 and derivative gain of 3- in system theory answers it has 1 degree of superiority and in experimental answer it has 7 degrees of overshoot. The steady-state error is zero for both experimental and theoretical system. The rise time of the simulation theory is 10 time steps, each time step is equal to 0.001 seconds, and the experimental response of the system is 10 time steps. The simulation session time is 180 time steps and the experimental response is 100 time steps. In the next step, the stability of the control designed with the selected gains from the previous step is tested by inserting the perturbation, and the system is stabilized by 4 degrees overshoot. By changing the angle of the bottom plane, the response will have 3 degrees overshoot, but the system will remain stable. The control results show that the constructed system is well stable and appropriate time responses have been obtained.

Keywords PID Controller; Reaction Wheel; One DOF Cube, Control

[1] Space engineering group, Faculty of Aerospace Engineering, K. N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran.

Correspondence
Address: Space engineering group, Faculty of Aerospace Engineering, K. N. Toosi University of Technology, P.O.B. 16765-3381, Tehran, Iran.

novinzadeh@kntu.ac.ir

Article History
Received: February 13 2021
Accepted: May 05, 2021
ePublished: July 31, 2021

CITATION LINKS

[1] A reaction wheel based 3D inverted pendulum. [2] Fuzzy PID Control for a Cubic Robot Balancing on Its Corner. [3] Cubi: Dynamic Contro of a Reaction Wheel Inverted Pendulum. [4] Unmanned Explorer for Deep Space Exploration. [5] Development of a nonlinear mechatronic cube-The jumping and balancing cube [6] Research on Fuzzy Control Algorithm of Cube System. [7] Research on Control of Cube System Based on Observer. [8] A cube that can jump up and balance. [9] Momentum-driven, magnetic modular robots. [10] Nonlinear analysis and control of a reaction-wheel-based 3-D inverted pendulum. [11] Reaction Wheel Balanced Robot: Design and Sensor Analysis of Inverted Pendulum Robot. [12] Mechatronic design of a self-balancing three-dimensional inertia wheel pendulum. [13] Development of a nonlinear mechatronic cube-The jumping and balancing cube. [14] Dynamic modeling of a self-balancing cubical robot balancing on its edge. [15] Dynamical Analysis of a Tip Balancing Cube. [16] Robust $\mathcal{H}$ 2 controller with parametric uncertainties applied to a reaction wheel unicycle. [17] Attitude control system for the Mars cube one spacecraft. [18] A Design for Self Balancing Scale Model Bicycle. [19] Modern control engineering. [20] Applied nonlinear control. [21] Modeling, design, build and test a reaction wheel inverted pendulum.

Copyright© 2020, TMU Press. This open-access article is published under the terms of the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License which permits Share (copy and redistribute the material in any medium or format) and Adapt (remix, transform, and build upon the material) under the Attribution-NonCommercial terms.

طراحی، ساخت، کنترل و پیاده‌سازی سیستم غیرخطی ناپایدار مکعب یک درجه آزادی با عملگر چرخ عکس‌العملی

علی‌رضا باصحبت نوین‌زاده*
گروه مهندسی فضایی، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران.
زهرا عرب تلگرد
گروه مهندسی فضایی، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران.

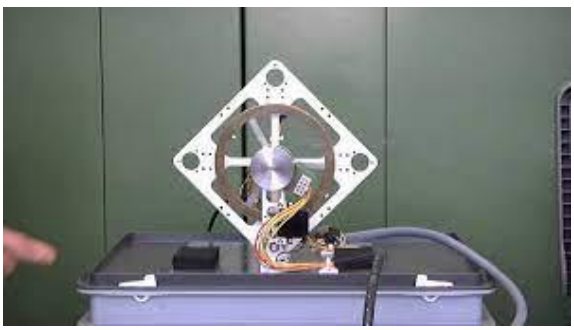
چکیده
در این مقاله، به مدلسازی ریاضی، ساخت، کنترل و پیاده‌سازی سیستم دینامیکی مکعب یک درجه آزادی با عملگر چرخ عکس‌العملی، پرداخته شده است. نوآوری این مقاله پیاده¬سازی کنترل‌کننده تناسبی- انتگرالی- مشتقی روی سیستم تجربی مکعب یک درجه آزادی با چرخ عکس‌العملی است. ابتدا معادلات مربوط به سیستم بیان می‌شوند، سپس سیستم در حوزه زمان و فرکانس تحلیل می‌شود. پس از آن به طراحی کنترل‌کننده تناسبی- انتگرالی- مشتقی و پیاده‌سازی آن روی سیستم ساخته شده پرداخته خواهد شد. پاسخ سیستم در شش مرحله به ازای بهره‌های کنترلی مختلف مقایسه می‌شود. بهره‌های بهترین پاسخ یعنی بهره تناسبی ۲۰-، بهره انتگرالی ۳۰- و بهره مشتقی ۳- در پاسخ‌های تئوری سیستم دارای ۱ درجه فراجهش و در پاسخ تجربی ۷ درجه فراجهش است. خطای ماندگار سیستم برای هر دو حالت تجربی و تئوری صفر است. زمان برخاست شبیه‌سازی تئوری ۱۰ گام زمانی، که هر گام زمانی برابر با ۰٫۰۰۱ ثانیه، و پاسخ تجربی سیستم ۱۰ گام زمانی است. زمان نشست شبیه‌سازی نیز ۱۸۰ گام زمانی و پاسخ تجربی ۱۰۰ گام زمانی است. در مرحله بعد، پایداری کنترل طراحی‌شده با بهره‌های انتخابی از مرحله پیشین از طریق وارد کردن اغتشاش مورد آزمایش قرار گرفته است و سیستم بعد از یک فراجهش ۴ درجه‌ای پایدار شده است. با تغییر زاویه صفحه زیرین فراجهش پاسخ ۳ درجه خواهد بود ولی سیستم همچنان پایدار باقی می‌ماند. نتایج کنترل نشان می‌دهد که سیستم ساخته‌شده به خوبی پایدار شده و پاسخ‌های زمانی مناسب به دست آمده است.

کلیدواژه‌ها: فشار گرم، رفتار سیلانی، تبلور مجدد دینامیکی، سینوس هایپربولیک، انرژی فعال‌سازی

تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۱۱/۲۵
تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۲/۱۵
*نویسنده مسئول: novinzadeh@kntu.ac.ir

۱- مقدمه
کیوبلی (cubli) یک مکعب است که روی هر وجه آن یک چرخ عکس‌العملی نصب شده است. با اعمال گشتاور کنترل شده روی چرخ‌های عکس‌العملی، کیوبلی قادر به تعادل روی گوشه یا یالش است[1]. این ربات مکعبی یک سامانه پیچیده چند متغیره، غیر خطی و دارای کوپل شدید است[2]. معمولا برای یادگیری و آزمایش پیش از ساخت یک نمونه کیوب کامل، ابتدا ساده‌شده این ساختار به شکل یک درجه آزادی ساخته می‌شود. به این ساختار ساده‌شده به اصطلاح قاب متعادل یا چرخ عکس‌العملی جهشی مطابق شکل ۱ می‌گویند. قاب متعادل ساختاری با عملکرد مشابه پاندول معکوس است، با این تفاوت که از گشتاور ناشی از چرخ عکس-العملی برای پایدارسازی قاب روی یکی از گوشه‌هایش استفاده می‌کند و قادر به مهار اغتشاشات وارده به قاب با استفاده از کنترل‌کننده‌های از پیش طراحی‌شده است. در واقع ویژگی‌ای که قاب متعادل را نسبت به پاندول‌های معکوس متداول، متمایز می‌سازد، توانایی بالاپریدن از یک نقطه تعادل بدون هیچ نیروی خارجی و با کمک ترمز ناگهانی چرخ‌های عکس‌العملی با سرعت بالا است. پایدارسازی یک قاب با استفاده از چرخ عکس‌العملی یک مثال از قانون سوم حرکت نیوتون است که برای حرکت دورانی به کار گرفته شده است.

همانطور که اشاره شد، قاب متعادل را می‌توان نوعی پاندول معکوس یا پاندول چرخ عکس‌العملی در نظر گرفت. پاندول چرخ عکس‌العملی برای اولین بار توسط اسپونج ای در سال ۱۹۹۹ میلادی معرفی شد. پاندول چرخ عکس‌العملی یک سامانه کم-تحرک (Sedentary) است، که از یک پاندول بدون تحرک به همراه یک چرخ عکس‌العملی متصل به انتهای آن تشکیل شده‌است. پاندول با تحریک چرخ عکس‌العملی و تبدیل شتاب چرخشی چرخ به گشتاور اعمالی روی پاندول کنترل می‌شود. هدف چرخ عکس‌العملی پایدارسازی پاندول و تعادل در راستای قائم آن است[3]. به علت اختلاف مقدار شتاب گرانشی روی زمین و در فضا بسیاری از سامانه های جدید ساخت بشر دچار مشکل می‌شدند، تا این که در سال ۲۰۰۵ موسسه فضایی و علوم فناوری ژاپن یک سامانه جهنده به نام هایابوسا (Hayabusa) ساخت[4]. این سامانه با توجه به مقدار شتاب اعمالی به چرخ عکس‌العملی‌اش آهسته یا سریع حرکت می‌کرد و می‌توانست از روی اجسام عبور کند. همچنین قادر به حرکت به سمت جلو و عقب نیز بود. این سیستم از لحاظ استفاده از چرخ عکس‌العملی به منظور اعمال شتاب، شبیه به کیوبلی بود و یکی از اولین نمونه‌های استفاده از شتاب اعمالی در این قالب بود. اما این پروژه در اثر نیروی یک سیارک، از مسیر خود خارج شد[5]. در سال ۲۰۰۶ تیان.ال در دانشگاه نانجینگ روی الگوریتم کنترل فازی (fuzzy) یک کیوب کار کرد. این کیوب دارای یک پاندول معکوس فعال بود و یک کنترل‌کننده



شکل ۱) نمونه یک کیوبلی جهشی

تعادل برای کنترل فازی داشت[6]. پس از آن در سال ۲۰۰۹ کیو.زد در همان دانشگاه تحقیقی روی کنترل کیوب بر پایه مشاهده‌گر انجام داد[7]. این مشاهده‌گر، غیرخطی و از مرتبه پایین‌تر نسبت به تحقیق تیان.ال بود.

موهاناراجاح گاجاموهان (Mohanarajah Gajamohan) در سال ۲۰۱۲ روی مدل‌سازی یک ربات مکعبی برای دو حالت تعادل روی یال و گوشه کار کرد و عوامل سیستم غیر خطی در حوزه فرکانس را، در حالی‌که ربات مکعبی روی یالش با یک کنترل‌کننده نامی در تعادل بود، استخراج کرد. وی روی مقاله‌ای با عنوان "کیوبلی، مکعبی که می‌تواند بپرد و به تعادل برسد" کار کرد. او یک مکعب ۱۵×۱۵×۱۵ساخت که توانایی بالا پریدن و تعادل روی گوشه‌اش را داشت. سه چرخ مومنتومی، که با سرعت زاویه‌ای بالا می‌چرخیدند، نیز روی سه وجه آن نصب شده بودند. ترمز ناگهانی این چرخ‌ها باعث بالا پریدن کیوبلی می‌شد. وقتی کیوبلی به نقطه بالا می‌رسید، گشتاور کنترل شده موتور اعمال می‌شد تا کیوبلی را روی گوشه‌اش در تعادل نگه دارد. این کیوبلی که با استفاده از تبادل مومنتوم زاویه‌ای به تعادل می‌رسید، جنبه‌های مهمی از یک سیستم مانند سخت‌افزار، بالاپریدن با استفاده از اثرضربه، تخمین کجی (tilt) با استفاده از شتاب سنج، کنترل، و نرم افزار را نشان داد[8]. سال بعد بار دیگر او به همراهی سه همکارش در زوریخ سوییس روی پروژه‌ای که به تعبیر خودشان یک پاندول معکوس سه بعدی بود، کار کردند. در ابتدا آن‌ها طراحی مکاترونیک این پاندول را انجام دادند. پس از آن دینامیک دو جسم را با استفاده از معادله کین (Kane)استخراج کردند. برای تخمین عوامل سامانه از رویکرد حوزه فرکانس استفاده کردند و میزان کجی سیستم با استفاده از شتاب‌سنج تخمین زده شد. در نهایت طراحی کنترل‌کننده برای تعادل روی گوشه همراه با نتایج آزمایشگاهی ارائه شد. در واقع عوامل غیرخطی سیستم با رویکرد حوزه فرکانس، در حالتی که کیوبلی روی یک یالش با یک کنترل‌کننده نامی در تعادل باشد، شناسایی شدند و در انتها یک کنترل‌کننده فیدبک خطی برای تعادل روی گوشه یا راس این مکعب با استفاده از نتایج آزمایشگاهی ارائه شد[1].

در سال ۲۰۱۳ پروژه مشابه دیگری که توسط شخصی به نام رومانیشین (ROMANISHIN) و همکارانش، روی مکعب‌های مغناطیسی که با تکانه کار می‌کردند، انجام شد. این مکعب‌ها از چرخ عکس‌العملی و یک سیستم ترمز برای حرکت در جهت‌های مختلف استفاده می‌کردند[9].

در سال ۲۰۱۳ موئل باخ (MUEHLEBACH)و دو همکارش در مورد تحلیل و کنترل غیرخطی یک پاندول معکوس سه بعدی بر پایه چرخ عکس‌العملی تحقیق کردند. آن‌ها روی مدل‌سازی دینامیکی سامانه کار کردند آن‌ها در یک مقاله، الگوریتم‌های کنترل و یادگیری پاندول‌های معکوس با چرخ عکس‌العملی را ارائه دادند. این الگوریتم‌ها دارای دو ویژگی تعادل روی گوشه یا یال و پریدن روی گوشه با ترمز ناگهانی چرخ‌های عکس‌العملی هستند. آن‌ها برای تعادل، یک کنترل‌کننده گام به عقب (backstepping controller) و پایداری مجانبی (globally stable) و یک روش ساده بر پایه تحلیل نتایج سیستم حلقه بسته طراحی کردند. یک کنترل کننده بر پایه خطی سازی فیدبک(feedback linearization) طراحی شد و برای تعقیب یک مسیر دلخواه در طول بالاپریدن استفاده می‌شد و مقاومت (robustness) و قابلیت اطمینان را بالا می‌برد. دو رویکرد مختلف کنترل غیرخطی مورد بحث قرار گرفتند و در نهایت جنبه‌های مربوط به بالا پریدن در جایی که اثر اغتشاشات تکرار پذیر با الگوریتم تکرار یادگیری، کاهش یافته بود، ارائه شد. برای مقاومت بیشتر ، خطی سازی فیدبک برای هدایت سیستم پاندول معکوس به تعادل رو به بالا روی مسیر از پیش تعیین شده، استفاده شد. تمامی الگوریتم‌های کنترل و یادگیری در آزمایش ارزیابی شدند و اثر بخشی آن‌ها تأیید شد[10].

پروژه دیگری با موضوع مشابه در دپارتمان مکاترونیک موسسه رویال تکنولوژی سوئد در سال ۲۰۱۵ توسط الکساندر رام (Alexander RAMM)انجام شد. این پروژه که شامل طراحی یک ربات مکعبی و مطالعه تاثیر مکان حسگرها بود، متشکل از چرخ عکس‌العملی با هدف حفظ تعادل بود. نتایج این تحقیق نشان داد که مکان حسگرها از اهمیت بالایی برخوردار است و بهترین محل برای نصب حسگرها، نزدیکترین نقطه به مرکز و دور از چرخ عکس‌العملی است. سرانجام چون این مکعب تعادل نداشت، یک موتور قوی‌تر یا دنده به صرفه مشکل را رفع می‌کرد. اما بایستی در نظر داشت که افزایش سایز موتور نتایج را غیرمعتبر می‌سازد. در واقع برای دست‌یابی به تعادل، یک سیستم سریع‌تر با گشتاور بالاتر مورد نیاز است[11].

جوهانس میر (Johannes MAYR)و دو تن دیگر از هم‌کلاسی‌هایش در سال ۲۰۱۵ در دانشگاه جوهانس کپلر لینز اتریش روی کنترل و ساخت یک پاندول چرخی اینرسی سه بعدی خود متعادل کار کردند. این کیوب با سه عدد چرخ اینرسی عمود برهم با موتور جریان مستقیم براشلس کار می‌کرد. در طول این پروژه، مناسب‌ترین و تکنیکی‌ترین طراحی برای کیوب و اجزای داخلی آن، به منظور بهینه‌سازی ابعاد و پارامترها ارائه شد. همچنین برای تاب خوردن کیوب به سمت بالا و تعادل در نقطه ناپایدار، یک قانون کنترلی نسبی فنر مجازی با کنترل پیش‌رو (feedforward) معرفی شد و با موفقیت در شبیه‌سازی‌ها و سیستم واقعی آزمایش شد[12].

در سال ۲۰۱۶ اریک بیجرک (Erik BJERKE) و هم‌کلاسی‌اش در دانشگاه تکنولوژی چارملس در گوتنبرگ سوئد روی یک سیستم با اقتباس از سیستم هایابوسا، که در پیش‌تر تشریح شد، به عنوان پایان‌نامه دوره کارشناسی ارشد خود کار کردند. تفاوت کار آن‌ها با پروژه هایابوسا، استفاده از سه چرخ عکس‌العملی در نتیجه دقت بالاتر و توانایی حرکت در همه جهات بود. پروژه آن‌ها شامل

مدل‌سازی، شبیه سازی، طراحی نرم‌افزار و سخت‌افزار و ساخت بود. هدف آن‌ها ساخت یک سیستم مکاترونیک که توانایی بالاپریدن بدون هیچ نیروی خارجی و ایستادن در حالت تعادل روی یکی از یال‌هایش بیشتر از ۲۵ ثانیه بود. از بین ۲۵ تکرار، آن‌ها چهار بار موفق به رسیدن به این هدف شدند. سامانه کنترلی شامل دو بخش بالا پریدن و تعادل بود. برای هر بخش دو کنترل‌کننده فعال مجزا طراحی شده بود. کنترل‌کننده‌ها، کنترل‌کننده تناسبی-انتگرالی-مشتقی و کنترل‌کننده مربعی خطی بهینه بودند که حالت یکپارچگی به سیستم می‌دادند[13].

در سال ۲۰۱۷ ژیگانگ چن (Zhigang CHEN)و همکارانش در دانشگاه پکن روی مدل‌سازی و ساخت یک سامانه دینامیکی مشابه کار کردند. تصحیح نظریه مدل از طریق تطابق نتیجه دو روش لاگرانژ و کین اثبات شد. همچنین با مقایسه نتایج عددی شبیه سازی و نتایج تجربی، که مطابق انتظار بود، شبیه سازی‌ها نیز تایید شدند[14].

در زمینه کنترل ساختارهای مشابه در سال ۲۰۱۷ هوبرت گترینگر (Hubert GATTRINGER)و همکارانش در موسسه رباتیک اتریش در مورد برخی جنبه‌های دینامیکی یک کیوب خود متعادل پروژه-ای، انجام دادند. در این پروژه از چرخ های دوار استفاده شد و با کم و زیاد کردن شتاب اعمالی به آن‌ها، مکعب چرخی- اینرسی هنگام تعادل روی یکی از گوشه‌هایش پایدار شد. موقعیت و سرعت چرخشی با استفاده از واحد (سیستم) اندازه گیری اینرسی (IMU) اندازه‌گیری و معادله حرکت سیستم از معادله تصویرگر (Projection) استخراج شد. آن‌ها با استفاده از سرعت چرخشی مکعب چرخی- اینرسی، به عنوان بخشی از سرعت عمومی، به یک معادله دینامیکی قابل تفسیر دست یافتند. این معادله‌ها اساس شبیه سازی و شناسایی عوامل برای کنترل و تحلیل پایداری هستند. در این پروژه، پایداری یک حالت تعادل ناپایدار با هدف خطی سازی معادله حرکت، مورد مطالعه قرار گرفت. آن‌ها به این نتیجه رسیدند که بنا به قانون بقای مومنتوم، همواره مقادیر غیرقابل کنترل وجود دارند. در انتها آن‌ها نتایج آزمایش تجربی و شبیه سازی را نیز ارائه دادند[15].

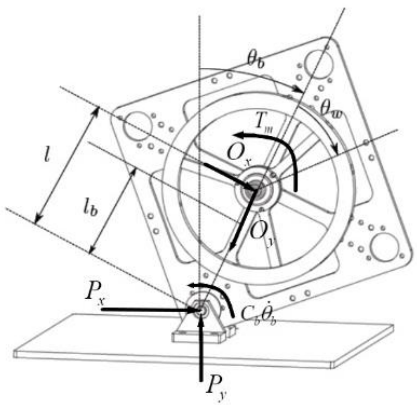
در سال ۲۰۱۸ شیائو گنگ (Xiao-Gang) و همکارانش در دانشگاه تکنولوژی پکن روی ساختار مشابهی که یک مکعب با سه چرخ عکس‌العملی روی سه وجه عمود برهم آن بود کار کردند. آن‌ها از روش لاگرانژ برای مدل‌سازی ریاضی استفاده کردند و دو کنترل-کننده تناسبی-انتگرالی-مشتقی مرسوم و تناسبی-انتگرالی-مشتقی فازی را با هدف مقایسه طراحی کردند. نتایج تحقیق‌ها و آزمایش‌های آن‌ها حاکی از این بود که کنترل‌کننده تناسبی-انتگرالی-مشتقی فازی اثر کنترلی بهتر، فراجهش کمتر و پاسخ سریع‌تری نسبت به کنترل‌کننده تناسبی-انتگرالی-مشتقی مرسوم دارد[2]. در همان سال گابریل پی (Gabriel P)کنترل‌کننده مقاوم $\mathcal{H}_2$ را با عدم قطعیت‌های پارامتری روی ربات تک‌چرخ با عملگر چرخ عکس‌العملی پیاده سازی کرد[16]. در سال ۲۰۱۹ یک کیوب به نام مریخ برای کنترل وضعیت از ساختار چرخ عکس‌العملی استفاده کرد. کنترل این کیوب با ترکیب سه چرخ عکس‌العملی و پیشران انجام می‌شد[17]. در سال ۲۰۲۱ عمر تیسانی (Umar Tsani)روی یک ربات دوچرخه سوار، که با استفاده از چرخ عکس-العملی داخل بدنه‌اش به تعادل می‌رسید، تحقیق کرد[18].

در این مقاله ابتدا سامانه مدل‌سازی می‌شود و معادله‌های آن استخراج می‌شوند. پس از آن قطعات استفاده شده برای ساخت این سامانه معرفی خواهد شد و مشخصات سامانه بیان می‌شود. سپس به خطی‌سازی معادله‌های سامانه پرداخته خواهد شد و تحلیل‌های خطی و غیرخطی روی سامانه انجام خواهند شد. کنترل‌کننده تناسبی-انتگرالی-مشتقی طراحی و شش بهره‌ی مختلف از تلفیق ابزار تنظیم کنترل‌کننده تناسبی-انتگرالی-مشتقی نرم‌افزار سیمولینک و روش گرادیان انتخاب و روی سامانه تجربی آزمایش و مقایسه و بهترین بهره‌ها انتخاب می‌شوند. پایداری سامانه شبیه‌سازی شده از طریق وارد کردن نویز و اغتشاش اثبات می‌شود و سامانه تجربی نیز با تغییر زاویه صفحه زیرین و وارد کردن اغتشاش مورد آزمایش پایداری قرار خواهد گرفت.

۲- مدلسازی ریاضی

در مسائل کنترلی که طراح قصد طراحی کنترل‌کننده برای یک سامانه را دارد، اولین ابزار مورد نیاز، یک مدل دقیق ریاضی از سامانه مورد مطالعه است. طراح باید یک مصالحه بین دقت و سادگی مدل ریاضی برقرار کند. به عبارتی مدل، نه آنقدر پیچیده و شامل تعداد زیادی معادله باشد که تحلیل و طراحی دشوار گردد، نه آنقدر ساده باشد که مشخصه‌های مهم سامانه در مدل ریاضی وارد نشوند[19]. در شکل ۲ نمودار آزاد سامانه قاب متعادل با عملگر چرخ عکس‌العملی مشاهده می‌شود.

در این شکل θ_b زاویه قاب با محور عمودی، θ_w زاویه چرخ با محور بدنه قاب، l فاصله نقطه لولا تا محور چرخ عکس‌العملی و l_b فاصله نقطه لولا تا مرکز جرم است.



شکل ۲) قاب متعادل با عملگر چرخ عکس‌العملی

برای بدنه و چرخ، قانون نیوتون را نوشته و با ساده‌سازی‌ها و جای‌گذاری‌ها می‌توان به معادله شتاب برای بدنه و چرخ رسید. ابتدا مجموع ممان‌ها حول نقطه لولا و مرکز موتور محاسبه می‌شوند و با جای‌گذاری‌ها وساده‌سازی‌ها معادله شتاب برای بدنه و قاب به صورت معادله (۱) و (۲) بیان می‌شود[9].

$$\ddot{\theta}_b = \frac{(m_b l_b + m_w l) g \sin\theta_b - T_m - C_b\dot{\theta}_b + C_w\dot{\theta}_w}{I_b + m_w l^2} \quad (۱)$$

$$\ddot{\theta}_w = \frac{(I_b + I_w + m_w l^2)(T_m - C_w\dot{\theta}_w)}{I_w(I_b + m_w l^2)} - \frac{(m_b l_b + m_w l) g \sin\theta_b - C_b\dot{\theta}_b}{(I_b + m_w l^2)} \quad (۲)$$

در این معادلات m_b و m_w جرم قاب و چرخ عکس‌العملی، I_b و I_w نیز ممان‌های اینرسی قاب حول نقطه لولا و ممان اینرسی چرخ عکس‌العملی حول محور چرخشی موتور هستند. g شتاب گرانشی است. T_m گشتاور تولید شده توسط موتور، C_w و C_b ضرایب اصطکاک دینامیکی چرخ و بدنه هستند. چون از موتوری استفاده شده که امکان تنظیم جریان از طریق یک حلقه داخلی را می‌دهد، رابطه جریان گشتاور را می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت.

$$T_m = k_m u \quad (۳)$$

در این رابطه k_m گشتاور ثابت موتور براشلس و u جریان ورودی است.

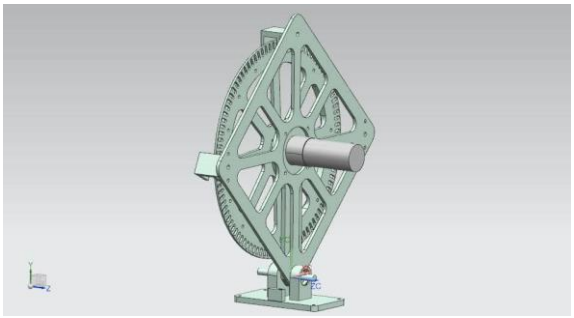
۳- مشخصات سیستم

سامانه ساخته‌شده شامل یک موتور جریان مستقیم با حداکثر ولتاژ کاری ۲۴ ولت و حداکثر سرعت نامی ۲۰۰۰ دور در دقیقه، راه‌انداز (Driver) با ولتاژ ورودی ۵ ولت و حداکثر ولتاژ خروجی ۲۷ ولت و جریان خروجی ۳۰ آمپر، که قابلیت فرمان دهی دوجهته را دارد، برد آردوینو دیو (Due) که از پردازنده آرم (ARM) استفاده می‌کند، واحد اندازه‌گیری اینرسی ام‌پی‌یو ۹۲۵۰ (MPU9250)، که یک حسگر ۹ محوره است، می‌باشد. منبع تغذیه مورد استفاده در این پروژه که متعلق به دانشگاه صنعتی خواجه‌نصیرالدین‌طوسی است. این منبع تغذیه دارای دو کانال متغیر با ولتاژ ۳۰ ولت و جریان ۵ آمپر دیجیتال و یک کانال ثابت با ولتاژ ۵ ولت و ۳ آمپر است. از سیستمی با پردازنده اینتل (Intel) با مشخصات ۷ هسته‌ای (Core i7)، مدل ۶۵۰۰ یو (6500U)، با بازه فرکانسی ۲٫۵ تا ۲٫۵۹ گیگا هرتز و حافظه ۸ گیگابایتی استفاده شده‌است. مشخصات جرمی و ابعادی سیستم در جدول ۱ آمده‌است. نمونه فایل CAD سیستم که در نرم افزار NX طراحی شده، به صورت شکل ۳ و نحوه اتصال قطعات در شکل ۴ نمایش داده شده است.

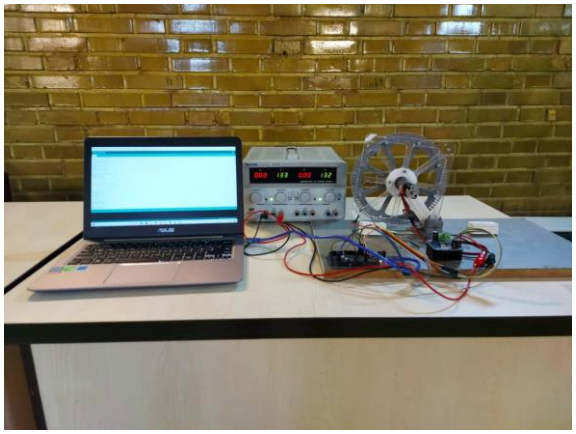
در این سامانه درایور (driver) با توجه با دستور صادره از آردوینو به موتور فرمان می‌دهد. حسگر نیز با اندازه گیری خروجی موتور و مکان قاب، اطلاعات جدید را به آردوینو می‌دهد. نحوه ارتباط این اجزا به صورت طرحواره در شکل ۵ قابل مشاهده است.

جدول ۱) مشخصات سیستم آزمایشگاهی ساخته شده

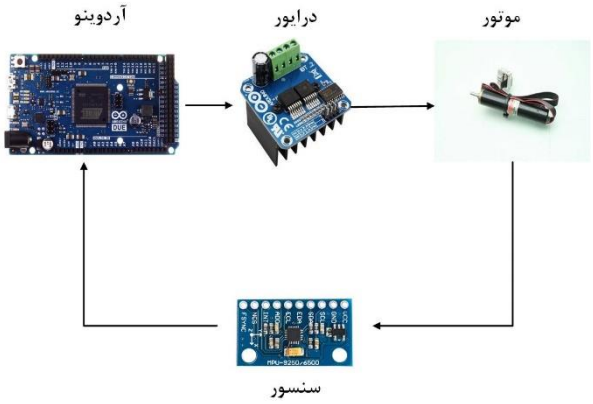
پارامتر	مقدار (واحد)
جرم قاب (m_b)	۰٫۰۶ کیلوگرم
جرم چرخ عکس‌العملی (m_w)	۰٫۱۲ کیلوگرم
ضریب اصطکاک دینامیکی قاب (C_b)	۰٫۰۰۱۰۲ کیلوگرم متر مربع بر ثانیه
ضریب اصطکاک دینامیکی چرخ (C_w)	۰٫۰۰۰۰۵ کیلوگرم متر مربع بر ثانیه
ممان اینرسی قاب (I_b)	۰٫۰۰۱۹۸۹ کیلوگرم متر مربع
ممان اینرسی چرخ (I_w)	۰٫۰۰۰۳۷۸ کیلوگرم متر مربع
فاصله نقطه لولا تا مرکز جرم (l_b)	۰٫۱۱۳ متر
فاصله نقطه لولا تا محور چرخ عکس‌العملی (l)	۰٫۰۱۴۵ متر
ثابت گشتاور موتور (k_m)	۰٫۱ نیوتون متر بر آمپر



شکل ۳) تصویر تجمیع سیستم طراحی شده در نرم افزار NX



شکل ۴) سیستم آزمایشگاهی ساخته شده



شکل ۵) دیاگرام بلوکی شماتیک سیستم

۴- خطی سازی

برای تحلیل سامانه نیاز است ابتدا معادله‌ها استخراج شده، خطی شوند تا ماتریس دینامیک سامانه به دست آید. در اینجا معادله‌ها با استفاده از روش ژاکوبین خطی می‌شوند. برای این پروژه متغیرهای حالت به صورت معادله (۴) هستند.

$$X = [\theta_b \quad \dot{\theta}_b \quad \dot{\theta}_w]^T \tag{۴}$$

در این پژوهش، خطی‌سازی حول نقطه (۰،۰،۰)، که نقطه تعادل ناپایدار است، انجام می‌شود. معادله‌های خطی‌سازی‌شده در قالب فضای حالت به صورت معادله (۵) است.

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{(m_b l_b + m_w l)g}{I_b + m_w l^2} & -\frac{C_b}{I_b + m_w l^2} & \frac{C_w}{I_b + m_w l^2} \\ -\frac{(m_b l_b + m_w l)g}{I_b + m_w l^2} & \frac{C_b}{I_b + m_w l^2} & -\frac{(I_b + I_w + m_w l^2)}{I_w(I_b + m_w l^2)} \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{k_m}{I_b + m_w l^2} \\ \frac{k_m(I_b + I_w + m_w l^2)C_w}{I_w(I_b + m_w l^2)} \end{bmatrix} \boldsymbol{u} \tag{۵}$$

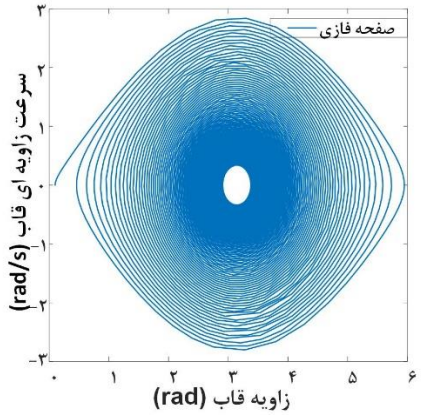
تابع تبدیل حلقه باز سامانه به صورت معادله (۶) است.

$$G = \frac{-22.16s + 6.92 \times 10^{-16}}{s^3 + 0.3694s^2 - 52.54s - 6.954} \tag{۶}$$

۵- تحلیل سامانه

برای تحلیل سامانه، ابتدا از تحلیل صفحه فازی، که یک روش گرافیکی برای مطالعه سامانه‌های مرتبه دوم است، استفاده می‌شود. در این روش ابتدا یک سری مسیرهای حرکتی بر حسب شرایط اولیه متفاوت در فضای حالت مرتبه دوم سیستم دینامیکی، که همان صفحه‌ی دوبعدی که صفحه فاز نامیده می‌شود، ایجاد می‌گردد. سپس با بررسی ویژگی‌های کیفی این مسیرها، می‌توان اطلاعات مربوط به پایداری و سایر الگوهای حرکتی سیستم را به دست آورد[20]. نمودار صفحه فازی حلقه باز سیستم، شکل ۶، نشان می‌دهد که این سیستم دارای دو نقطه تعادل در نقاط صفر و پی (Pi) است. نقطه صفر، نقطه تعادل ناپایدار سیستم و نقطه پی، نقطه تعادل پایدار سیستم است. در واقع بر حسب الگوهای حرکت مسیرها نیز در نزدیکی چرخه حدی، دیده می‌شود هنگامی که زمان به بی‌نهایت میل می‌کند، مسیر حرکت متغیرهای حالت از نقطه تعادل ناپایدار که نقطه صفر است، دور می‌شود. به طور متقابل دیده می‌شود که مسیر حرکت متغیرهای حالت به نقطه پی همگرا می‌شود، پس این نقطه، نقطه تعادل پایدار سامانه است.

با توجه به غیرخطی بودن سامانه، پاسخ سامانه وابسته به شرایط اولیه خواهد بود. با توجه به کنترلر استفاده شده که کنترل‌کننده تناسبی- انتگرالی- مشتقی است، هدف مقاله کنترل و پایداری سامانه در بازه خطی سامانه است. به همین دلیل شرایط اولیه به صورت (۰/۱،۰،۰) گذاشته شده است و شرایط اولیه متفاوت باعث



شکل ۶) نمودار صفحه فازی سامانه غیرخطی مکعب یک درجه آزادی ناپایدار

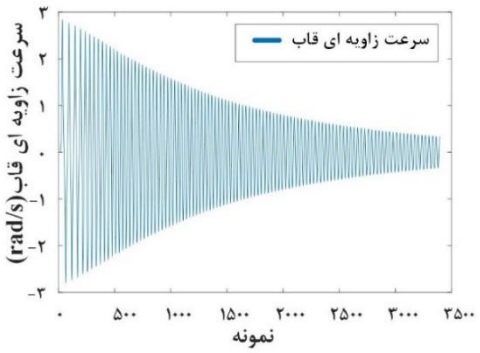
می شود که سامانه در بازه غیرخطی قرار گرفته و با توجه به خطی بودن کنترلر تضمین پایداری نخواهد داد. طبق شکل ۷-الف زاویه بدنه سیستم در طول زمان با شرایط اولیه (۰/۱،۰،۰) ابتدا تا نزدیکی نقطه تعادل ناپایدار می‌رود و با گذشت زمان این نوسان زاویه کمتر می‌شود تا در اطراف نقطه (۰/۱،۰،۰) تعادل پایدار، بازه نوسانات کوچک‌تر می‌شود. طبق شکل ۷-ب سرعت سیستم با رها کردن قاب از نقطه اولیه (۰/۱،۰،۰) بین ۳+ و ۳- رادیان بر ثانیه نوسان می‌کند و در یک بازه ۳ ثانیه‌ای این نوسان کاهش یافته و بازه نوسان به بین ۰/۳+ و ۰/۳- رادیان بر ثانیه می‌رسد. با توجه به حرکت نوسانی زاویه قاب و شکل ۷-ج، رفتار سرعت قاب به صورت نوسانی بوده و در نهایت سرعت قاب به سمت صفر میل می‌کند که نشان می‌دهد سیستم در نقطه تعادل پایدار به حالت سکون در می‌آید. همچنین دیده می‌شود با رها کردن سیستم از نقطه با شرایط اولیه ابتدا بین یک بازه نوسان کرده و پس از آن این نوسان کاهش یافته و به صفر میل می‌کند.

قطب‌های حلقه‌باز سامانه در نقاط ۷/۳۷۰۳-، ۷/۱۳۳۲ و ۰/۱۳۲۳- و صفر سیستم نیز در نقطه $۳/۱۲۲۵\times۱۰^{-۷}$ واقع شده‌است.

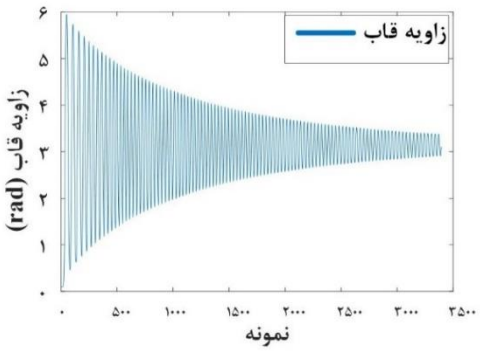
این سامانه دارای یک قطب مثبت است. وجود این قطب مثبت در سامانه نشان‌دهنده ناپایدار بودن سامانه است و یک قطب دیگر آن نزدیک به صفر بوده که در مجموع کنترل سامانه را دشوارتر می‌سازد. همچنین وجود یک صفر در ناحیه مثبت نشان می‌دهد که سامانه غیر کمینه فاز (Non-minimum phase) است. در شکل ۸ نمودار بود و در شکل ۹ نمودار نایکوئیست سامانه مشاهده می‌شود.

۶- طراحی کنترل‌کننده

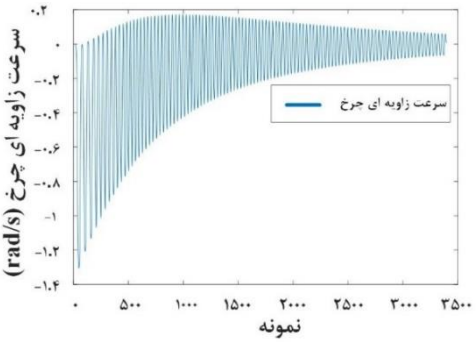
یکی از مرسوم‌ترین کنترل‌کننده‌های خطی که برای سامانه های کنترلی مشابه طراحی می‌شود، کنترل کننده تناسبی-انتگرالی-مشتقی(PID) است. اساس کار این کنترل‌کننده، محاسبه و به حداقل رساندن مقدار خطا بین خروجی و مقدار مطلوب، از طریق



(ب)

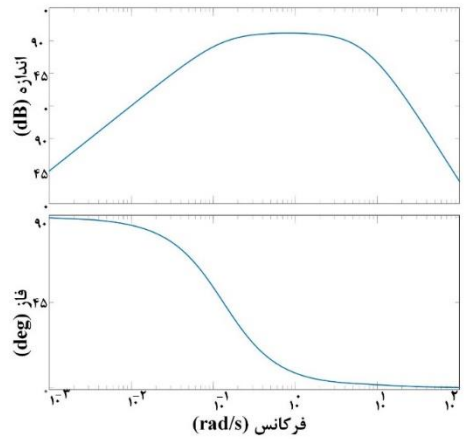


(الف)

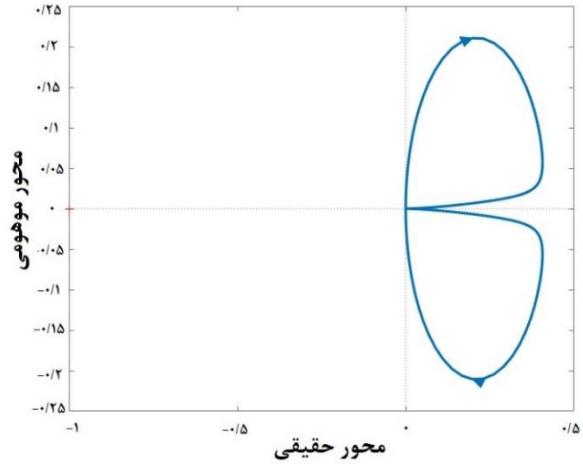


(ج)

شکل ۷) نمودار پاسخ زمانی، الف) زاویه قاب حلقه باز سامانه غیرخطی مکعب یک درجه آزادی ؛ ب) سرعت زاویه‌ای قاب حلقه باز سیستم غیرخطی مکعب یک درجه آزادی ؛ ج) سرعت زاویه‌ای چرخ حلقه باز سامانه غیرخطی مکعب یک درجه آزادی



شکل ۸) نمودار بود سیستم حلقه باز



شکل ۹) نمودار نایکوئیست سامانه

تنظیم ورودی‌های کنترل است. معادله کنترل‌کننده تناسبی-انتگرالی-مشتقی به صورت معادله (۷) تعریف می‌شود و تابع تبدیل آن به صورت (۸) است.

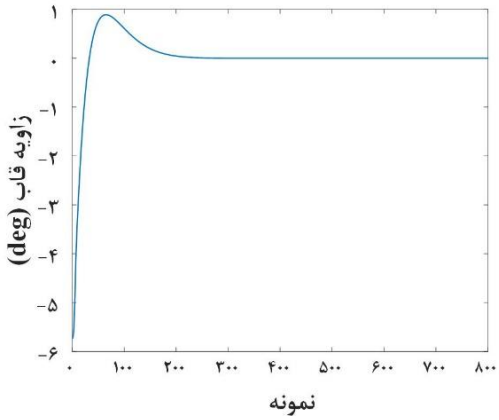
$$u(t) = k_p\left(e(t) + \frac{1}{T_i}\int_0^t e(\tau)d\tau + T_d\frac{de}{dt}\right) \quad (۷)$$

$$G_c = k_p\left(e(t) + \frac{T_i}{s} + k_d s\right) \quad (۸)$$

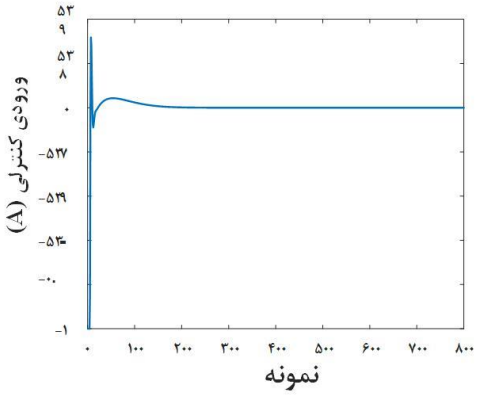
قسمت اول یا همان k_p یک بهره ثابت، قسمت دوم یک تابع انتگرال‌گیر با بهره k_i و قسمت سوم یک تابع مشتق‌گیر با بهره k_d است. هرکدام ضرایب k_i یا k_d می‌توانند صفر باشند و تابع مربوط به خود را حذف کنند. معمولا در بسیاری از کنترل‌کننده‌ها، به علت حساسیت عبارت مشتق نسبت به نویز و دشواری اجرا آن، از آن صرف نظر می‌شود. سیگنال خروجی این کنترل‌کننده، که به سامانه وارد می‌شود، بر اساس نسبتی از خطای فعلی سامانه، به اضافه مجموع خطاهای سیستم، به اضافه مشتق خطای کنونی محاسبه می‌شود و برای اصلاح خطا به سامانه اعمال می‌گردد[21].

۷- تفسیر و تحلیل نتایج

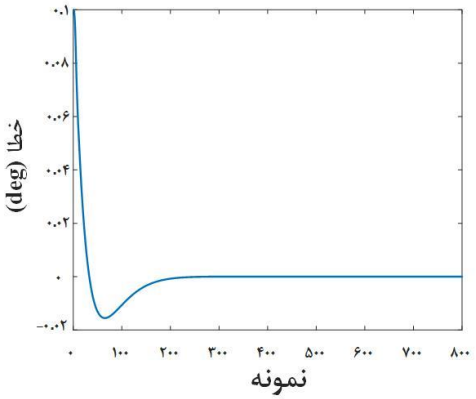
در این قسمت ابتدا نتایج شبیه‌سازی کنترل‌کننده تناسبی-انتگرالی-مشتقی بررسی می‌شود. در شکل ۱۰-الف مشاهده می‌شود کنترل‌کننده خروجی مورد نظر طراح یعنی زاویه قاب را در نمونه ۲۰۰ یا مدت ۰/۲ ثانیه به نقطه تعادل ناپایدار که صفر درجه قاب است، می‌برد.



(الف)



(ب)



(ج)

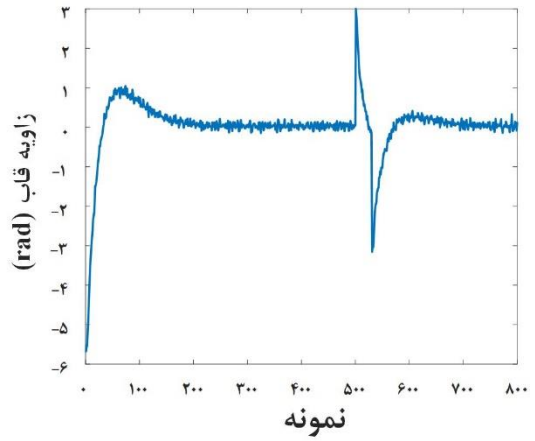
شکل ۱۰) - پاسخ زمانی در نرم افزار متلب با کنترل کننده، الف) زاویه قاب سیستم غیرخطی حلقه بسته؛ ب) ورودی کنترلی سامانه غیرخطی حلقه بسته؛ ج) خطای سامانه غیرخطی حلقه بسته

همچنین شکل ۱۰-ب نشانگر این است که با محدودکردن ورودی کنترلی نیز پس از مدت زمان کوتاهی ورودی کنترلی صفر می‌شود. به این معنا که سیستم پایدار شده‌است و دیگر نیازی به تلاش کنترلی یا ورودی کنترلی نیست.

شکل ۱۰-ج نشان می‌دهد میزان خطا نیز به صفر می‌رسد که نشان می‌دهد زاویه قاب به مقدار دلخواه، یعنی صفر درجه، رسیده‌است. صفر درجه در واقع حالتی است که قاب رو به بالا در نقطعه تعادل ناپایدارش است. در این حالت ضلع‌های قاب با صفحه زیرین زاویه ۴۵ درجه دارند.

در شکل ۱۱ برای شبیه‌سازی دقیق‌تر شرایط واقعی به سامانه نویز و اغتشاش وارد می‌شود. اغتشاش در فاصله زمانی ۶ ثانیه و نوع نویز، نویز سفید است. اضافه کردن نویز به این علت است که انتظار می‌رود حسگر در حالت واقعی دارای نویز باشد و خروجی را تحت تاثیر قرار دهد. اضافه کردن اغتشاش نیز برای شبیه‌سازی حالتی است که سیستم به طور اتفاقی توسط ضربه از حالت تعادل خارج شود.

پاسخ‌های سامانه نشان می‌دهند که کنترل‌کننده قادر به مهار اغتشاشات در مدت زمان کوتاهی است. کنترل‌کننده با وجود نویز و اغتشاش نیز می‌تواند سامانه را پایدار کند.



شکل ۱۱) پاسخ زمانی زاویه قاب سامانه غیرخطی حلقه بسته با کنترل کننده همراه با نویز و اغتشاش در نرم افزار متلب

در این قسمت سامانه به ازای بهره‌های کنترلی مختلف به صورت نظری و تجربی مقایسه می‌شود. بهره‌های مورد آزمایش طبق جدول ۲ هستند.

جدول ۲) بهره‌های انتخابی برای آزمایش عملکرد سیستم

	الف	ب	ج	د	ه	ی
بهره تناسبی	-۱۵	-۲۰	-۳۰	-۲۰	-۲۰	-۲۰
بهره انتگرالی	-۳۰	-۳۰	-۳۰	-۴۰	-۳۰	-۳۰
بهره مشتقی	-۳	-۴	-۳	-۳	-۲	-۳

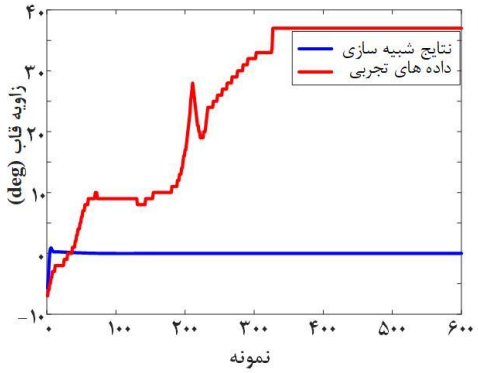
طبق شکل ۱۲-الف سیستم با بهره‌های کنترلی ستون الف جدول ۲ ناپایدارمی‌شود. احتمالا علت این اتفاق کم بودن بهره تناسبی در نتیجه کم بودن تلاش کنترلی است و در نهایت سامانه نمی‌تواند در نقطه تعادل باقی بماند. پاسخ سامانه تجربی با بهره‌های انتخابی ناپایدار است در حالی که در شبیه‌سازی، پاسخ‌ها پایدار شده‌اند. علت این تفاوت، دینامیک‌های مدل‌نشده مانند حسگر، پیچ و مهره‌ها است.

پاسخ سیستم با بهره‌های ستون ب جدول ۲ در شکل ۱۲-ب آمده است. دیده می‌شود که اضافه کردن اندازه بهره تناسبی و مشتقی تاثیر مثبتی روی پایدار شدن سامانه در پاسخ‌های تجربی داشته است. بار دیگر پاسخ سامانه به ازای بهره تناسبی بیشتر مورد آزمایش قرار می‌گیرد، با این تفاوت که بهره انتگرالی به حالت اولیه برمی‌گردد. نتایج این تغییر بهره در شکل ۱۲-ج آمده‌است و نشان می‌دهد که این تغییر بهره باعث افزایش نوسان سامانه تجربی شده است.

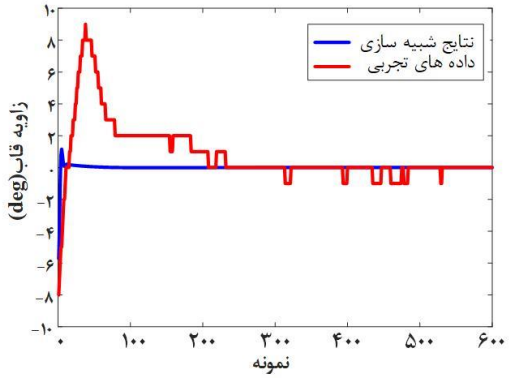
در مرحله بعد افزایش اندازه بهره انتگرالی مورد آزمایش قرار می‌گیرد و پاسخ‌های سامانه به صورت شکل ۱۲-د است و نشانگر دو فراجهش در سامانه تجربی است.

برای مطالعه تاثیر بهره مشتقی در شکل ۱۲-ه پاسخ‌ها به ازای کاهش اندازه این بهره آمده‌اند و نشان می‌دهد که فراجهش سامانه تجربی در زمان بیشتری نسبت به حالت قبل اتفاق می‌افتد.

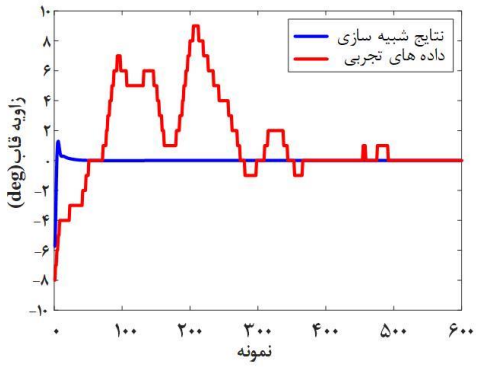
در نهایت پاسخ سامانه به ازای افزایش اندازه بهره مشتقی نسبت به مرحله پیشین در شکل ۱۲-ی نشان داده شده است و دیده می‌شود که نوسان سامانه تجربی کمتر و فراجهش نیز کمتر شده است و به طور کلی پاسخ تجربی بهبود یافته‌است.



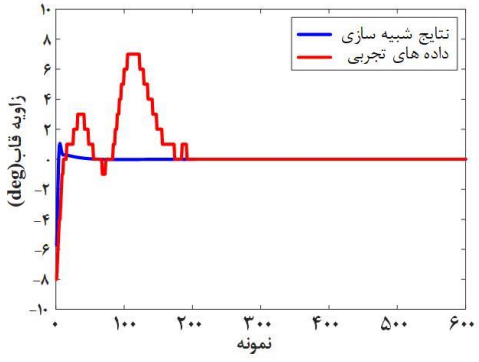
(الف) بهره تناسبی ۱۵-، انتگرالی ۳۰-، مشتقی ۳-



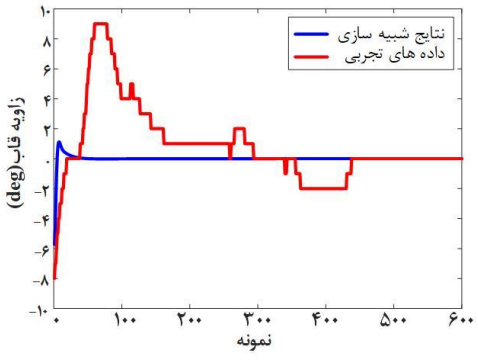
(ب) بهره تناسبی ۲۰-، انتگرالی ۳۰-، مشتقی ۴-



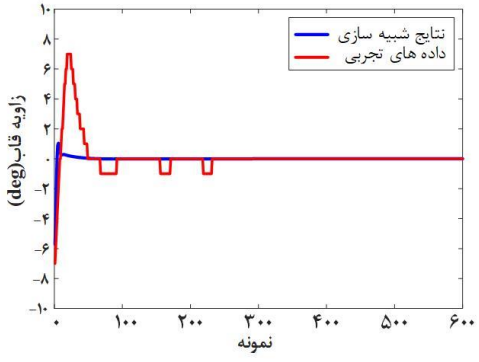
(ج) بهره تناسبی ۳۰-، انتگرالی ۳۰-، مشتقی ۳-



(د) بهره تناسبی ۲۰-، انتگرالی ۴۰-، مشتقی ۳-



(ه) بهره تناسبی ۲۰-، انتگرالی ۳۰-، مشتقی ۲-



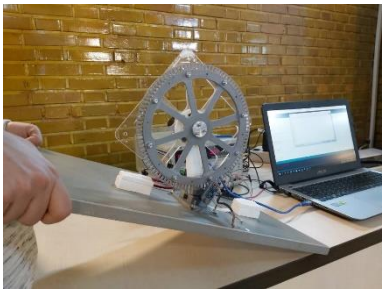
(ی) بهره تناسبی ۲۰-، انتگرالی ۳۰-، مشتقی ۳-

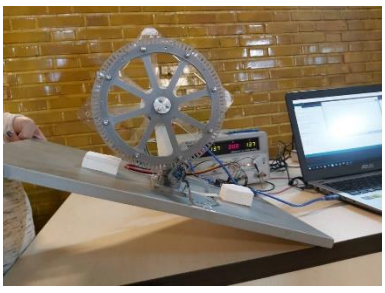
شکل ۱۲) مقایسه پاسخ نظری و سامانه ساخته شده

در بین بهره‌های آزمایش‌شده، بهترین پاسخ سامانه تجربی مربوط به آخرین بهره‌ها یعنی بهره تناسبی ۲۰-، بهره انتگرالی ۳۰- و بهره مشتقی ۳- است.

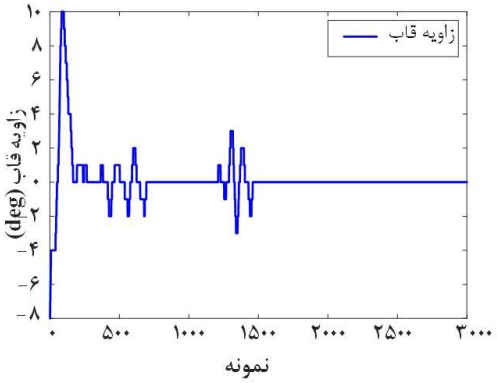
برای اطمینان حاصل کردن از عملکرد صحیح کنترل‌کننده، پس از پایداری سامانه در نقطه (۰،۰،۰) صفحه زیرین سیستم به اندازه ۳۵ درجه از یک طرف مانند شکل ۱۳ بالا برده شده‌است که پس از چند تلاش سیستم دوباره پایدار می‌شود.

نتیجه این آزمایش در شکل ۱۴ نشان می‌دهد سیستم دو بار از نقطه تعادل منحرف می‌شود. بار نخست زمانی است که سیستم می‌خواهد بدون انحراف صفحه زیرین در نقطه تعادل پایدار شود. در شکل دیده می‌شود که در نمونه ۷۵۰ سامانه پایدار می‌شود. پس از آن در نمونه ۱۲۵۰ زاویه صفحه زیرین تغییر می‌کند و باعث می‌شود سامانه مشابه موقعیتی رفتار کند که به آن اغتشاش وارد شده است. در این حالت نیز سامانه پس از مدت کوتاهی پایدار می‌شود. با توجه به ساختار متقارن سامانه، رفتار آن در رها کردن از نقطه تعادل در جهت مثبت و منفی، همچنین تغییر زاویه صفحه زیرین از هر دو جهت مشابه است و به ارائه نتایج تنها در یک جهت بسنده شده‌است.





شکل ۱۳) تغییر زاویه صفحه زیرین قاب جهت اثبات پایداری



شکل ۱۴) پاسخ زاویه قاب در حالت زاویه صفحه زیرین ۳۰ درجه

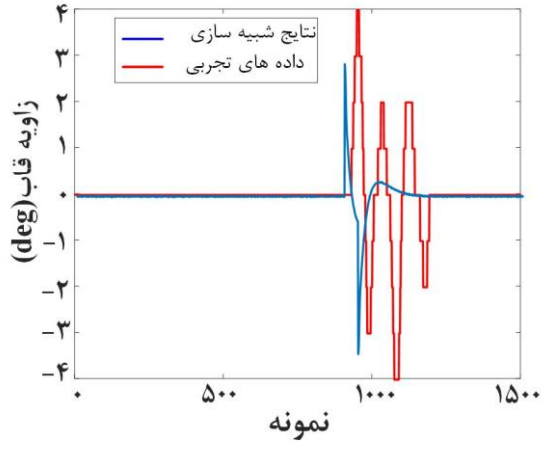
برای مقایسه رفتار سامانه نظری و عملی، در شبیه‌سازی‌های سامانه یک اغتشاش از نوع ضربه وارد می‌شود و در سامانه آزمایشگاهی نیز یک ضربه به سامانه در همان زمان وارد می‌شود. نتایج این عمل در شکل ۱۵ با یکدیگر مقایسه شدند و مشاهده می‌شود که پاسخ سامانه تجربی به علت نویز و تاخیر حسگر دارای تاخیر، فراجهش و نوسان بیشتر، پیش از پایدار شدن است.

۸- نتیجه‌گیری

در این مقاله به طراحی، ساخت، پیاده‌سازی و کنترل یک سیستم تجربی مکعب غیرخطی ناپایدار یک درجه آزادی پرداخته شده‌است. برای پیاده‌سازی کنترل‌کننده، سامانه تجربی مذکور طراحی و ساخته شد. کنترل‌کننده تناسبی-انتگرالی-مشتقی طراحی و روی سامانه پیاده‌سازی شد.

این کنترل‌کننده با پنج گروه بهره از شش گروه بهره مورد بررسی، با اعمال نویز، اغتشاش و تغییر زاویه صفحه زیرین سامانه تجربی را پایدار کرد. دلیل ناپایداری سامانه تجربی با گروه بهره اول و تفاوت با نتایج شبیه‌سازی وجود نویز و تاخیر حسگر و دینامیک‌های مدل نشده سامانه است. در پایان نتایج مربوط به شبیه‌سازی و پیاده‌سازی عملی ارائه شده‌است. در تمامی مقایسه‌های انجام‌شده، بین نتایج نظری و تجربی اختلافی وجود دارد که این اختلاف به علت وجود دینامیک‌های مدل‌نشده، نویز و تاخیر حسگر است.

در کارهای پیش‌رو می‌توان کنترل‌کننده‌های مودلغزشی، بهینه مربعی خطی و خطی‌سازی فیدبک روی سامانه ساخته‌شده پیاده‌سازی گردد و بهترین کنترل‌کننده برای سامانه انتخاب شود. همچنین می‌توان سامانه را در حالت‌های مختلف مانند اضافه کردن وزنه به یک جهت قاب و در نتیجه نامتقارن بودن هندسه سامانه و وجود گشتاور ثابت آزمایش کرد. ساخت مکعب کامل با جای‌گذاری سه عدد از سامانه مشابه و کنترل سامانه بدون اتصال سیم و با اضافه کردن سامانه تله‌متری نیز می‌تواند در ادامه این پژوهش انجام شود.



شکل ۱۵) پاسخ زاویه قاب در حالت اغتشاش

فهرست علائم و نشانه‌ها

l	فاصله نقطه لولا تا محور چرخ عکس‌العملی
l_b	فاصله نقطه لولا تا مرکز جرم
P	نقطه لولا
M_P	ممان حول نقطه لولا
I_b	ممان اینرسی بدنه حول نقطه لولا
C_b	ضریب اصطکاک دینامیکی بدنه
C_w	ضریب اصطکاک دینامیکی چرخ عکس‌العملی
g	شتاب گرانشی
O	مرکز قاب
m_b	جرم بدنه
m_w	جرم چرخ عکس‌العملی
T_m	گشتاور موتور
k_m	ثابت گشتاور موتور
M_O	ممان حول مرکز قاب
I_w	ممان اینرسی چرخ عکس‌العملی حول محور چرخشی موتور
a_0	شتاب حول مرکز قاب
u	جریان ورودی
k_p	بهره تناسبی
k_i	بهره انتگرالی
k_d	بهره مشتقی
θ_b	زاویه قاب با محوری عمودی
$\dot{\theta}_b$	سرعت زاویه‌ای قاب
$\ddot{\theta}_b$	شتاب زاویه‌ای قاب
θ_w	زاویه چرخ با محور بدنه قاب
$\dot{\theta}_w$	سرعت زاویه‌ای چرخ
$\ddot{\theta}_w$	شتاب زاویه‌ای چرخ

تاییدیه اخلاقی: نویسندگان مقاله تعهد می‌نمایند که این مقاله حاصل دستاوردهای پژوهشی ایشان بوده و این مقاله یا بخشی از آن در هیچ مجله دیگری به چاپ نرسیده است.

تعارض منافع: این مقاله مستخرج از پایان‌نامه "طراحی، ساخت و کنترل سیستم آزمایشگاهی چرخ عکس‌العملی جهشی" به نوشته زهرا عرب تلگرد و استاد راهنمایی دکتر علیرضا باصحبت نوین زاده است.

سهم نویسندگان: علیرضا باصحبت نوین زاده (نویسنده اول)، پژوهشگر اصلی /نگارنده بحث (۵۰ درصد)، زهرا عرب تلگرد (نویسنده دوم)، پژوهشگر اصلی/ نگارنده مقاله/ تحلیل‌گر داده‌ها/سازنده سیستم تجربی (۵۰درصد)

منبع مالی: منابع مالی انجام این پروژه از طریق دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی تامین شد.

منابع

1- Gajamohan M, Muehlebach M, Widmer T, D'Andrea R. The Cubli: A reaction wheel based 3D inverted pendulum. IMU. 2013;2(2).

2- RUAN, Xiao-gang; YUAN, L. I.; CHEN, Zhi-gang. Fuzzy PID Control for a cubic robot balancing on its corner. DEStech Transactions on Computer Science and Engineering, 2018, CCNT.

3- Villarmarzo Arruñada N, Skov Vestergaard N, Sander M, Brèhin J, Kitz B. Cubli: Dynamic Control of a Reaction Wheel Inverted Pendulum. 2016.

4- Kubota T, Yoshimitsu T. Intelligent Unmanned explorer for deep space exploration. arXiv preprint arXiv:0804.4717. 2008.

5- Bjerke E, Pehrsson B. Development of a nonlinear mechatronic cube-The jumping and balancing cube (Master's thesis), Division of Automatic control, Automation and Mechatronics, Chalmers University of Technology. 2016.

6- Tian, L. Research on Fuzzy Control Algorithm of Cube System. In: Nanjing University of Science and Technology. 2006.

7- QIU, Z. B. Research on Control of Cube System Based on Observer. Nanjing University of Science and Technology, 2009, 2009.

8- Gajamohan M, Merz M, Thommen I, D'Andrea R. The cubli: A cube that can jump up and balance. In2012 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems 2012 (pp. 3722-3727). IEEE.

9- Romanishin JW, Gilpin K, Rus D. M-blocks: Momentum-driven, magnetic modular robots. In2013 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems 2013 (pp. 4288-4295). IEEE.

10- Muehlebach M, D'Andrea R. Nonlinear analysis and control of a reaction-wheel-based 3-D inverted pendulum. IEEE Transactions on Control Systems Technology. 2016; 25(1):235-46.

11- Sjöstedt, Mikael; Ramm, Alexander. Reaction wheel balanced robot: Design and sensor analysis of inverted pendulum robot. 2015.

12- Mayr J, Spanlang F, Gattringer H. Mechatronic design of a self-balancing three-dimensional inertia wheel pendulum. Mechatronics. 2015; 30:1-0.

13- Bjerke, Erik; Pehrsson, Björn. Development of a nonlinear mechatronic cube-The jumping and balancing cube. 2016. Master's Thesis.

14- Chen Z, Ruan X, Li Y, Bai Y, Zhu X. Dynamic modeling of a self-balancing cubical robot balancing on its edge. In2017 2nd International Conference on Robotics and Automation Engineering (ICRAE) 2017(pp. 11-15). IEEE.

15- Gattringer H, Reiter A, Stöger C, Jörgl M, Müller A. Dynamical Analysis of a Tip Balancing Cube. PAMM. 2017;17(1):147-8.

16- Neves GP, Angélico BA, Agulhari CM. Robust $\mathcal{H}$ 2 controller with parametric uncertainties applied to a reaction wheel unicycle. International Journal of Control. 2020 ;93(10):2431-41.

17- Sternberg D, Essmiller J, Colley C, Klesh A, Krajewski J. Attitude control system for the Mars

cube one spacecraft. In2019 IEEE Aerospace Conference 2019 (pp. 1-10). IEEE.
18- Abdurrahman UT, Sukamto P, Sobarnas MA. A Design for Self Balancing Scale Model Bicycle. In Journal of Physics: Conference Series 2021 (Vol. 1764, No. 1, p. 012171).
19- Ogata, Katsuhiko. Modern control engineering. Prentice hall, 2010.
20- Slotine JJ, Li W. Applied nonlinear control. Englewood Cliffs, NJ: Prentice hall; 1991.
21- Issa Sepahvand, Dr. Alireza Basohbat Novin Zadeh, " Modeling, design, build and test a reaction wheel inverted pendulum. K. N. Toosi University of Technology Faculty of Mechanical Engineering 2019 Master's Thesis in Persian.