ISSN: 2476-6909; Modares Mechanical Engineering. 2021;21(11):783-795

Dynamic Modeling and Identification of ARAS-Diamond: A Vitreoretinal Eye Surgery Robot

ARTICLE INFO

Article Type
Original Research

Authors
Hassani A. [1],
Bataleblu A. [1],
Khalilpour S. A. [1],
Taghirad H. D. [1*]

How to cite this article
Hassani A. Bataleblu A. Khalilpour S A. Taghirad H D. Dynamic Modeling and Identification of ARAS-Diamond : A Vitreoretinal Eye Surgery Robot. Modares Mechanical Engineering. 2021;21(11):783-795.

[1]Advanced Robotics and Automated Systems (ARAS), Faculty of Electrical Engineering, K.N. Toosi University of Technology.

***Correspondence**
Address: Faculty of Electrical Engineering, K.N. Toosi University of Technology, Seyed-Khandan bridge, Shariati Ave, Tehran, Iran. P.O Box: 16315-1355.
taghirad@kntu.ac.ir

Article History
Received: 14, March 2021
Accepted:01 June, 2021
ePublished: 29 September, 2021

ABSTRACT

Deriving the accurate dynamic model of robots is pivotal for robot design, control, calibration, and fault detection. To derive an accurate dynamic model of robots, all the terms affecting the robot's dynamics are necessary to be considered, and the dynamic parameters of the robot must be identified with appropriate physical insight. In this paper, first, the kinematics of the ARAS-Diamond spherical parallel robot, which has been developed for vitreoretinal ophthalmic surgery, are investigated, then by presenting a formulation based on the principle of virtual work, a linear form of robot dynamics is derived, and the obtained results are validated in SimMechanics environment. Furthermore, other terms affecting the robot dynamics are modeled, and by using the linear regression form of the robot dynamics with the required physical bounds on the parameters, the identification process is accomplished adopting the least-squares method with appropriate physical consistency. Finally, by using the criteria of the normalized root mean squared error (NRMSE) and using different trajectories, the accuracy of the identified dynamic parameters is evaluated. The experimental validation results demonstrate a good fitness for the actuator torques (about 75 percent), and a positive mass matrix in the entire workspace, which allows us to design the common model-based controllers such as the computer torque method, for precise control of the robot in vitreoretinal ophthalmic surgery.

Keywords Spherical Parallel Robots, Linear Form of Spherical Parallel Robot Dynamics, Dynamic Identification of Robots with Physical Consistency, Dynamic Calibration of Spherical Parallel Robots

CITATION LINKS

[1] Kinematic and workspace analysis of diamond: An innovative eye surgery robot. [2] Robust H∞-based control of ARAS-diamond: A vitrectomy eye surgery robot. [3] Vision-based kinematic calibration of spherical robots. [4] ARAS-IREF: An Open-Source Low-Cost Framework for Pose Estimation. [5] Robust H∞ control of a 2rt parallel robot for eye surgery. [6] Joint-space position control of a deployable cable driven robot... [7] A review of spherical motion generation... [8] Closed-form dynamic formulation of spherical parallel manipulators by Gibbs-Appell method. [9] Kinematics and dynamics modeling of spherical parallel manipulator. [10] Kinematics and dynamics analysis of a 2-dof spherical parallel robot. [11] Dynamic modeling and base inertial parameters determination... [12] A body-oriented method for finding a linear form of the dynamic equation... [13] An overview of dynamic parameter identification of robots. [14] Adaptive control of mechanical manipulators. [15] On the adaptive control of robot manipulators. [16] Modelling and identification of the da Vinci research kit robotic arms. [17] A convex optimization-based dynamic model identification package for the da Vinci Research Kit. [18] Robot dynamics identification: a reproducible comparison with experiments on the kinova jaco2. [19] Physical feasibility of robot base inertial parameter identification: A linear matrix inequality approach. [20] Dynamic identification of the franka emika panda robot with retrieval of feasible parameters using penalty-based optimization. [21] Robot analysis: the mechanics of serial and parallel manipulators. [22] Parallel robots: mechanics and control. [23] Nonlinear friction and dynamical identification for a robot manipulator with improved cuckoo search algorithm. [24] A closed-form approach to determine the base inertial parameters... [25] Modeling, performance analysis and control of robot manipulators. [26] Parameter identification of the KUKA LBR iiwa robot... [27] Optimal robot excitation and identification. [28] Version 8 of the MATLAB system identification toolbox.

Copyright© 2020, TMU Press. This open-access article is published under the terms of the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License which permits Share (copy and redistribute the material in any medium or format) and Adapt (remix, transform, and build upon the material) under the Attribution-NonCommercial terms.

مدل‌سازی و شناسایی دینامیک ربات ارس دیاموند: ربات جراح عمل ویترورتینال چشم

علی حسنی
گروه رباتیک ارس، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه خواجه‌نصیرالدین طوسی، تهران، ایران
عباس بطالبلو
گروه رباتیک ارس، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه خواجه‌نصیرالدین طوسی، تهران، ایران
سید احمد خلیل‌پور
گروه رباتیک ارس، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه خواجه‌نصیرالدین طوسی، تهران، ایران
حمیدرضا تقی راد*
گروه رباتیک ارس، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه خواجه‌نصیرالدین طوسی، تهران، ایران

چکیده
استخراج مدل دینامیکی دقیق بازوان رباتیکی به‌منظور استفاده در فرآیند طراحی ربات، کنترل، کالیبراسیون و شناسایی خطا امری ضروری است. به‌منظور استخراج مدل دینامیکی دقیق از بازوان رباتیکی، نیاز است تا تمامی ترم‌های مؤثر بر دینامیک ربات مورد بررسی قرار گرفته و سپس شاخصه‌های دینامیکی ربات با سازگاری فیزیکی مناسب مورد شناسایی قرار گیرند. در این مقاله، در ابتدا سینماتیک ربات موازی کروی ارس دیاموند، که به‌منظور عمل ویترورتینال چشم‌پزشکی توسعه داده شده است، مورد مدل‌سازی قرار گرفته، سپس با ارائه فرمول‌بندی مبتنی بر اصل کار مجازی، فرم خطی از مدل دینامیکی ربات حاصل‌شده و نتایج با استفاده از نرم‌افزار سیم مکانیکس متلب مورد صحت سنجی قرار می‌گیرند. افزون بر این، سایر ترم‌های مؤثر بر دینامیک ربات بررسی و مدل‌سازی شده و با استفاده از فرم خطی دینامیک ربات و درنظرگرفتن قیدهای فیزیکی مناسب، شاخصه‌های دینامیکی ربات توسط روش کمترین مربع‌ها با سازگاری فیزیکی مناسب شناسایی می‌شوند. درنهایت، با استفاده از معیار درصد سازگاری ریشه میانگین مربع‌ها خطای نرمال شده و استفاده از مسیرهای مختلف حرکت ربات، کیفیت شاخصه‌های دینامیکی شناسایی‌شده مورد ارزیابی قرار می‌گیرند. نتایج صحت سنجی تجربی نشان‌دهنده تخمین هفتاد و پنج درصدی گشتاور ربات و مثبت معین شدن ماتریس جرمی ربات بوده، که استفاده از کنترلرهای مدل مبنای رایجی نظیر گشتاور محاسبه‌شده، به‌منظور کنترل دقیق حرکت ربات در عمل جراحی ویترورتینال چشم را میسر می‌سازد.

تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۱۲/۲٤
تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۳/۱۱
*نویسنده مسئول: taghirad@kntu.ac.ir

۱- مقدمه
استفاده از بازوان رباتیکی به‌منظور استفاده در کاربردهایی که نیازمند دقت و سرعت بالایی است، در حال افزایش است. یکی از فعالیت‌هایی که در آن‌ها استفاده از بازوان رباتیکی رو به توسعه است، انجام عمل جراحی به کمک ربات (Robot Assisted Surgery) است. در کاربردهای پزشکی و جراحی، بهره‌مندی از ابزار رباتیکی موجب می‌شود تا جراح بتواند نقاط قوت خود را تقویت و محدودیت‌های خود، نظیر خطاهای انسانی، لرزش دست و عدم دقت کافی را مرتفع سازد. دقت بالای بازوان رباتیکی، سبب می‌شود که بتوان عمل جراحی‌های بسیار دشواری نظیر عمل ویترورتینال (Vitreoretinal) و ویترکتومی (Vitrectomy) چشم را به طرز مطلوبی انجام داد.

ربات ارس دیاموند، یک ربات موازی کروی با پیکربندی RT۲ است که در گروه رباتیک ارس، به‌منظور بستری برای عمل ویترورتینال چشم توسعه داده شده است[1]. این ربات از ۴ لینک و ۳ درجه آزادی تشکیل‌شده است که در آن، ویترکتور (سوزن مورداستفاده از عمل جراحی چشم) صرفاً حول نقطه دوران دور (Remote Center of Motion)، در حال حرکت چرخشی خالص است. این امر سبب می‌شود که نقطه ورود ویترکتور به چشم همواره ثابت بماند که یکی از ویژگی‌های مهم در عمل جراحی کم تهاجمی (Minimally Invasive Surgery) است.

ازجمله مهم‌ترین ویژگی‌های این ربات، نداشتن تکینگی (Singularity) در فضای کاری، ساختار قرینه به‌منظور سادگی در تحلیل و ساخت ربات، سختی بالا به دلیل وجود زنجیره سینماتیکی بسته و طراحی دقیق اجزای مکاترونیکی ربات است که سبب می‌شود استفاده از چنین رباتی در فرآیند بسیار دقیقی نظیر عمل جراحی ویترورتینال چشم امکان‌پذیر باشد[2]. ازجمله پژوهش‌های انجام‌شده بر روی ربات موازی کروی ارس دیاموند، می‌توان به تحلیل سینماتیکی و ژاکوبین[1]، کالیبراسیون سینماتیکی[3, 4] و کنترل مقاوم[2, 5] آن اشاره کرد.

به‌منظور استفاده از بازوان رباتیکی در فعالیت‌های مربوط به جراحی به کمک ربات، کنترل حرکت ربات با دقت مطلوب امری ضروری است. یکی از عوامل مهم در ایجاد دقت کافی در کنترل ربات، دقت کافی و شناخته‌شده بودن مدل دینامیکی ربات است که سبب می‌شود با استفاده از کنترل‌های مدل مبنای رایج، بتوان بازه دقت مطلوبی را در حرکت ربات ایجاد کرد[6]. اما استخراج مدل دینامیکی ربات‌های موازی کروی، به دلیل وجود زنجیره‌های سینماتیکی بسته، امری چالش‌برانگیز است[7]. ازجمله پژوهش‌های انجام‌شده بر دینامیک ربات‌های موازی کروی مختلف، می‌توان به روش تحلیلی گیبس اَپِل [8](Gibbs-Appell)، روش تحلیلی لاگرانژ [9](Lagrange)، روش نیوتون اولر (Newton - Euler) [10] و استفاده از اصل کار مجازی (Virtual work) [11] اشاره کرد. باید اشاره کرد که عموماً مدل دینامیکی هر ربات، صرفاً محدود به دینامیک لینک‌ها نیست و عومل دیگری نظیر اصطکاک، کشسانی لینک‌ها، لقی مفاصل، سیستم انتقال قدرت و غیره در دینامیک ربات اثر بسزایی دارند که این امر سبب می شود مدل دینامیکی ربات دارای نامعینی های ساختاری شود. افزون بر این، پارامترهای دینامیکی هر لینک نیز که به‌صورت جرم، بردار مرکز جرم و ممان اینرسی هر لینک تعریف می‌شوند دارای نامعینی

پارامتری هستند. همه این موارد سبب می شود تا مدل دینامیکی ربات، دارای نامعینی های ساختاری و پارامتری شده و استفاده از آن در کنترل های مدل مبنا رایجی نظیر گشتاور محاسبه شده، عملکرد مطلوب کنترلی را فراهم نسازد.

پس به‌منظور استخراج مدل دینامیکی دقیق از ربات، نیاز است تا عواملی که باتوجه‌به ساختار ربات بر دینامیک ربات مؤثر هستند، مدل‌سازی شده و سپس شاخصه‌های این عوامل و همچنین مقادیر پارامترهای عوامل دینامیکی هر لینک مورد شناسایی قرار گیرند. پس استفاده از روش کار مجازی، به‌عنوان روشی برای تحلیل دینامیک ربات، می‌تواند امری سودمند باشد[11, 12]، چراکه می‌توان دینامیک ربات را به‌صورت رگرسور خطی نسبت به عوامل دینامیکی فرمول‌بندی کرد که سبب می‌شود طیف گسترده از روش‌های شناسایی خطی خارج خط (Offline) و برخط (Online) را بتوان برای شناسایی عوامل دینامیکی ربات، استفاده نمود[13]. از جمله این روش ها می توان به ترتیب، به تخمین کمترین مربع‌های خطا و کنترلر های تطبیقی، به منظور تخمین شاخصه‌های دینامیکی ربات اشاره کرد. اما عموماً استفاده از روش های شناسایی برخط، امری دشوار است، چرا که برخی از کنترل های تطبیقی رایج، نیازمند اندازه گیری شتاب و کران‌دار باقی ماندن معکوس ماتریس جرمی[14] و یا استخراج رگرسور اسلاتین-لی (Slotine-Li Regressor) به منظور عدم اندازه گیری شتاب[15] هستند. از سویی دیگر، تنظیم مناسب بهره (Gain) های کنترلر های تطبیقی و نیاز به تطبیق تعداد زیادی شاخصه‌های دینامیکی در هر نمونه زمان (Sample Time) سبب می شود تا پیاده سازی این کنترلر ها، سخت باشد. این معایب سبب می شود تا پیاده سازی روش های شناسایی خارج خط دینامیک بازوان رباتیکی بیشتر مورد توجه پژوهشگران قرار گیرد[13].

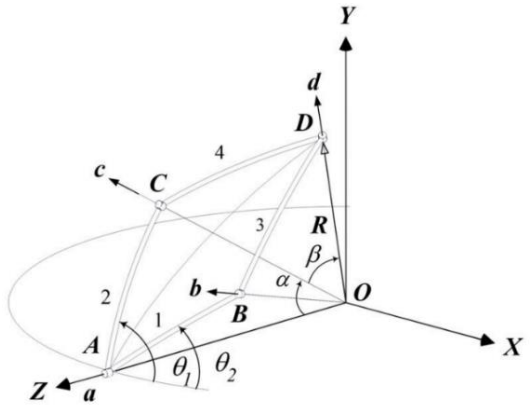
ازجمله پژوهش‌های شاخص انجام‌شده بر موضوع شناسایی خارج خط دینامیک ربات‌های کمک جراحی مختلف، می‌توان به مراجع [۱۶، ۱۷] اشاره کرد که از روش کمترین مربع‌های خطا برای شناسایی مدل دینامیکی دقیق ربات داوینچی، که دارای ساختار ربات‌های سری است، استفاده می‌کنند. باید اشاره کرد که در حوزه شناسایی خارج خط دینامیک ربات‌های موازی کروی مختلف، تحقیقات اندکی انجام‌شده است و از مراجع شاخص در این حوزه، می‌توان به مرجع [۱۱] برای ربات‌های موازی کروی اشاره کرد. نتایج نشان داده‌شده در این مرجع نشان‌دهنده این است که در صورت تحریک مناسب ربات، انجام پردازش سیگنال خارج خط مناسب به‌منظور حذف حداکثری نویز و استفاده از روش کمترین مربع‌ها می‌توان تخمینی مناسب از شاخصه‌های دینامیکی ربات به دست آورد.

اما یکی از چالش‌های اصلی در موضوع تخمین شاخصه‌های دینامیکی ربات به روش کمترین مربع‌ها و سایر روش‌ها، مسئله سازگاری فیزیکی (Physical Consistency) شاخصه‌های دینامیکی شناسایی‌شده است. به‌عنوان‌مثال، درروش شناسایی کمترین مربع‌های خطا، ممکن است جرم و تانسور اینرسی لینک¬ها منفی نتیجه شود که سبب می‌شود ماتریس جرمی کل ربات دارای مقادیر ویژه منفی شده و استفاده از کنترلرهای مدل مبنایی نظیر کنترل گشتاور محاسبه‌شده، غیرممکن شود. راه‌حل‌های مختلفی در ادبیات موضوع برای این رفع این مشکل پیشنهادشده است که عمده این روش‌ها قرارداد قیدهای مناسب در فرآیند حداقل کردن خطا به‌منظور یافتن شاخصه‌های دینامیکی با سازگاری فیزیکی مناسب است[18-20].

در این مقاله، در ابتدا مدل سینماتیکی ربات دیاموند به‌اختصار بیان‌شده و سپس مدل‌سازی دینامیک ربات با استفاده از اصل کار مجازی مورد بررسی قرار می‌گیرد و نتایج صحت سنجی می‌شوند. سپس، سایر عوامل مؤثر بر دینامیک ربات مدل‌سازی شده و با استفاده از فرم خطی دینامیک ربات و درنظرگرفتن قیدهای مناسب به‌منظور ایجاد سازگاری فیزیکی، شاخصه‌های دینامیکی ربات به‌صورت خارج خط شناسایی می‌شوند. افزون بر این، کیفیت شاخصه‌های دینامیکی تخمین زده‌شده با استفاده از معیارهای مختلف مورد ارزیابی قرار گرفته و درنهایت ویژگی مثبت معین بودن ماتریس جرمی ربات به‌ازای شاخصه‌های دینامیکی شناسایی‌شده مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

۲- تحلیل سینماتیکی ربات

به‌منظور تحلیل معادله‌های حرکتی ربات، بردار موقعیت ویترکتور در دستگاه مختصات کروی به‌عنوان بردار مختصات فضای کاری $\boldsymbol{X} = [\phi, \gamma]^{\mathrm{T}}$ انتخاب‌شده و بردار زوایای مفصل‌های محرک ربات به‌صورت $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1, \theta_2]^{\mathrm{T}}$ نمادگذاری می‌شود. در این مقاله، از حرکت خطی ویترکتور صرفه نظر شده است که سبب می‌شود نوک ویترکتور همواره در نقطه دوران به‌صورت ثابت قرار گیرد. باید اشاره کرد که به دلیل محصور بودن تمامی لینک‌ها در یک کره، مقدار شعاعی در دستگاه مختصات کروی همواره ثابت است و نمی‌تواند به‌عنوان یک متغیر مختصات فضای کاری انتخاب شود[10]. به‌علاوه، در ساختار سینماتیکی ربات چهار زاویه غیرفعال $\boldsymbol{\theta_p} = [\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{D}]^{\mathrm{T}}$ وجود دارد که مربوط به زاویه بین لینک‌ها



شکل ۱) شماتیک سینماتیکی ربات ارس دیاموند[8]

با یکدیگر است. دو زاویه α=45° و β=45° نیز بیانگر دو زاویه هندسی موجود در ساختار ربات هستند. نمایی از ساختار سینمانیکی ربات ارس دیاموند در شکل ۱ نشان داده‌شده است.

۲-۱- سینماتیک وارون

در سینماتیک وارون، فرض می‌شود که $\mathbf{X}$ مشخص بوده و هدف یافتن بردار زوایای مفصل‌های محرک ربات است. در مرجع[1]، نشان داده‌شده است که با استفاده از قوانین مثلثات کروی، سینماتیک وارون ربات ارس دیاموند به‌صورت زیر قابل‌استخراج است:

$$\theta_1 = \phi + arccos\left(\frac{cos(\beta) - cos\,(\gamma)cos\,(\alpha)}{sin(\gamma)\,sin(\alpha)}\right) \quad (۱)$$

$$\theta_2 = \phi - arccos\left(\frac{cos(\beta) - cos\,(\gamma)cos\,(\alpha)}{sin(\gamma)\,sin(\alpha)}\right) \quad (۲)$$

از سویی دیگر، باتوجه‌به شکل ۱، زاویه‌های غیرفعال ربات نیز به‌صورت زیر قابل استخراج هستند:

$$C\hat{A}D = D\hat{A}B = \hat{A} = \frac{1}{2}(\theta_1 - \theta_2) \quad (۳)$$

$$C\hat{C}D = A\hat{B}D = \hat{B} = \hat{C} = arccos\left(\frac{cos(\gamma) - cos(\beta)\,cos(\alpha)}{sin(\beta)\,sin(\alpha)}\right) \quad (٤)$$

$$B\hat{D}A = C\hat{D}A = \hat{D} = arccos\left(\frac{cos(\alpha) - cos(\gamma)\,cos(\beta)}{sin(\gamma)\,sin(\beta)}\right) \quad (٥)$$

۲-۲- سینماتیک مستقیم

در سینماتیک مستقیم، فرض می‌شود که $\boldsymbol{\theta}$ مشخص است و هدف یافتن بردار مختصات فضای کاری است. در مرجع[1]، نشان داده‌شده است که سینماتیک مستقیم ربات دیاموند به‌صورت صریح زیر قابل‌استخراج است:

$$\gamma = 2 \times atan2\left(\frac{sin(\alpha)\,cos(\hat{A}) \pm \sqrt{sin(\beta)^2 - \left(sin(\alpha)\,sin(\hat{A})\right)^2}}{cos(\alpha) + cos(\beta)}\right) \quad (٦)$$

$$\phi = \frac{1}{2}(\theta_1 + \theta_2) \quad (۷)$$

۲-۳- تحلیل ژاکوبین و سرعت هر لینک

با مشتق‌گیری از فرمول‌های (۱) و (۲)، نرخ تغییرات زاویه‌های مفصل‌های محرک ربات به‌صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\dot{\theta}_1 = \dot{\phi} + R\,\dot{\gamma} \quad (۸)$$

$$\dot{\theta}_2 = \dot{\phi} - R\,\dot{\gamma} \quad (۹)$$

با بازنویسی فرمول فوق به‌صورت $\dot{\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{J}\,\dot{\boldsymbol{X}}$، ماتریس ژاکوبین ربات به‌صورت زیر استخراج می‌شود:

$$\boldsymbol{J} = \begin{bmatrix} 1 & +R \\ 1 & -R \end{bmatrix} \quad (۱۰)$$

که پارامتر اسکالر R به‌صورت زیر تعریف‌شده است:

$$R = \frac{cot(\alpha) - cos(\hat{A})\,cot(\gamma)}{sin\,(\hat{A})} \quad (۱۱)$$

به‌منظور استخراج سرعت زاویه‌ای هر لینک، زنجیره سینماتیکی بسته ربات به دوزنجیره سینماتیکی باز تقسیم می‌شود. پس‌سرعت زاویه‌ای هر لینک به‌صورت زیر قابل استخراج است:

$$^0\boldsymbol{\Omega}_1 = \dot{\theta}_2\,\boldsymbol{a} \quad (۱۲)$$

$$^0\boldsymbol{\Omega}_2 = \dot{\theta}_1\,\boldsymbol{a} \quad (۱۳)$$

$$^0\boldsymbol{\Omega}_3 = \dot{\theta}_2\,\boldsymbol{a} - \dot{\hat{B}}\,\boldsymbol{b} \quad (١٤)$$

$$^0\boldsymbol{\Omega}_4 = \dot{\theta}_1\,\boldsymbol{a} + \dot{\hat{C}}\,\boldsymbol{b} \quad (١٥)$$

که نرخ تغییرات زاویه‌های $\hat{B}$ و $\hat{C}$ و به‌صورت زیر قابل‌استخراج است:

$$\dot{\hat{B}} = -\dot{\hat{C}} = G\dot{\gamma} \quad (١٦)$$

و شاخصه اسکالر G به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$G = \frac{sin(\gamma)}{sin(\beta)\,sin(\alpha)\,sin(\hat{B})} \quad (۱۷)$$

باتوجه‌به روابط (۱۲-۱۵)، ژاکوبین هر لینک به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\boldsymbol{J}_1 = [\boldsymbol{a} \quad -R\boldsymbol{a}] \quad (۱۸)$$

$$\boldsymbol{J}_2 = [\boldsymbol{a} \quad +R\boldsymbol{a}] \quad (۱۹)$$

$$\boldsymbol{J}_3 = [\boldsymbol{a} \quad -R\boldsymbol{a} - G\boldsymbol{b}] \quad (۲۰)$$

$$\boldsymbol{J}_4 = [\boldsymbol{a} \quad +R\boldsymbol{a} - G\boldsymbol{c}] \quad (۲۱)$$

۲-۴- تحلیل شتاب هر لینک

به‌منظور تحلیل شتاب هر لینک، از فرمول‌های (۱۲-۱۵)، مشتق گرفته می‌شود. بنابراین، می‌توان به‌سادگی نشان داد که:

$$^0\dot{\boldsymbol{\Omega}}_1 = \ddot{\theta}_2\,\boldsymbol{a} \quad (۲۲)$$

$$^0\dot{\boldsymbol{\Omega}}_2 = \ddot{\theta}_1\,\boldsymbol{a} \quad (۲۳)$$

$$^0\dot{\boldsymbol{\Omega}}_3 = \ddot{\theta}_2\,\boldsymbol{a} - \left(\boldsymbol{b}\,\ddot{\hat{B}} + \dot{\boldsymbol{b}}\dot{\hat{B}}\right) \quad (٢٤)$$

$$^0\dot{\boldsymbol{\Omega}}_4 = \ddot{\theta}_1\,\boldsymbol{a} + \left(\boldsymbol{c}\,\ddot{\hat{C}} + \dot{\boldsymbol{c}}\dot{\hat{C}}\right) \quad (٢٥)$$

که شاخصه‌های اسکالر $\ddot{\hat{B}}$ و $\ddot{\hat{C}}$ و مشتق بردارهای $\dot{\boldsymbol{b}}$ و $\dot{\boldsymbol{c}}$ با استفاده از نرم‌افزارهای پردازش نمادین (Symbolic) به‌سادگی قابل‌محاسبه هستند.

۳- تحلیل دینامیکی ربات ارس دیاموند

۳-۱- استخراج فرمول‌بندی دینامیک وارون لینک‌ها

می‌توان نشان داد که دینامیک وارون ربات‌های موازی که صرفاً از تعدادی لینک تشکیل‌شده‌اند، با استفاده از اصل کار مجازی به‌صورت زیر قابل استخراج است[21]:

$$\boldsymbol{F}_{Links} = \boldsymbol{J}^T\boldsymbol{\tau}_{Links} = -\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{J}_i{}^T\,\boldsymbol{F}_i \quad (٢٦)$$

که $\boldsymbol{F}_{Links}$ بیانگر نیروهای عمومی در فضای کاری، $\boldsymbol{J}$ بیانگر ماتریس ژاکوبین کل ربات، $\boldsymbol{\tau}_{Links}$ معرف بردار گشتاور ناشی از لینک‌های ربات، n تعداد لینک‌ها، $\boldsymbol{J}_i$ بیانگر ماتریس ژاکوبین هر لینک و $\boldsymbol{F}_i$ نیروی اینرسی است که بر هر لینک وارد می‌شود. از طرفی دیگر، نیروهای اینرسی واردشده به هر لینک، درکلی‌ترین

حالت و نسبت به چهارچوبی دلخواه به‌صورت زیر قابل‌تعریف است[12]:

$$\boldsymbol{F}_i = -\begin{bmatrix} m_i\left({}^0\dot{\boldsymbol{\Omega}}_i \times {}^0\boldsymbol{\rho}_i + {}^0\boldsymbol{\Omega}_i \times \left({}^0\boldsymbol{\Omega}_i \times {}^0\boldsymbol{\rho}_i\right) + \left({}^0\boldsymbol{a}_i - \boldsymbol{g}\right)\right) \\ {}^0\boldsymbol{I}_i\ {}^0\dot{\boldsymbol{\Omega}}_i + {}^0\boldsymbol{\Omega}_i \times \left({}^0\boldsymbol{I}_i\ {}^0\boldsymbol{\Omega}_i\right) + m_i\left({}^0\boldsymbol{\rho}_i \times \left({}^0\boldsymbol{a}_i - \boldsymbol{g}\right)\right) \end{bmatrix} \quad (۲۷)$$

که ${}^0\boldsymbol{\Omega}_i$، ${}^0\dot{\boldsymbol{\Omega}}_i$، ${}^0\boldsymbol{a}_i$ بیانگر سرعت زاویه‌ای، شتاب زاویه‌ای و شتاب خطی چهارچوبی دلخواه از هر لینک نسبت به دستگاه مختصات پایه است. از طرفی دیگر، ${}^0\boldsymbol{I}_i$ و ${}^0\boldsymbol{\rho}_i$ بیانگر ممان اینرسی و فاصله چهارچوب فوق تا دستگاه مختصات پایه است. برای نگاشت ممان اینرسی هر لینک از چهارچوب مرکز جرم آن به هر چارچوب دلخواه، از قضیه محورهای موازی به‌صورت زیر استفاده می‌شود:

$${}^i\boldsymbol{I}_i = {}^i\boldsymbol{I}_{G_i} + m_i\ {}^i\boldsymbol{\rho}_{i_\times}{}^T\ {}^i\boldsymbol{\rho}_{i_\times} \quad (۲۸)$$

که در اینجا، ${}^i\boldsymbol{I}_{G_i}$ و ${}^i\boldsymbol{\rho}_{i_\times}$ ، به ترتیب بیانگر ممان اینرسی هر لینک نسبت به مرکز جرم آن در دستگاه مختصات بدنی و توصیف ماتریس پادمتقارن (Skew-Symetric) از بردار مرکز جرم هر لینک نسبت به دستگاه مختصات بدنی آن است. باید اشاره کرد که در تمام این مقاله، نماد زیرنویس × برای یک بردار، بیانگر ماتریس پادمتقارن از بردار فوق است و برای برداری نظیر $\boldsymbol{a} = [a_1, a_2, a_3]^T$ صورت زیر قابل‌تعریف است[22]:

$$\boldsymbol{a}_\times = \begin{bmatrix} 0 & -a_3 & a_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (۲۹)$$

افزون بر این، برای محاسبه ممان اینرسی و ماتریس پادمتقارن مرکز جرم هر چهارچوب دلخواهی از هر لینک نسبت به دستگاه مختصات پایه، از نگاشت‌های زیر استفاده می‌شود:

$${}^0\boldsymbol{I}_i = {}^0\boldsymbol{R}_i\ {}^i\boldsymbol{I}_i\ {}^0\boldsymbol{R}_i{}^T \quad (۳۰)$$

$${}^0\boldsymbol{\rho}_{i_\times} = {}^0\boldsymbol{R}_i\ {}^i\boldsymbol{\rho}_{i_\times}\ {}^0\boldsymbol{R}_i{}^T \quad (۳۱)$$

که در اینجا، ${}^0\boldsymbol{R}_i$ بیانگر ماتریس دوران چهارچوب دلخواه هر لینک نسبت به دستگاه مختصات پایه است. اکنون، باید محل این چهارچوب دلخواه از هر لینک مشخص شود. در ربات موازی کروی ارس دیاموند، مشابه سایر ربات‌های موازی کروی، هر لینک صرفاً حرکت دورانی خالص حول نقطه دوران دور دارد. پس قرارگیری این چارچوب دلخواه، در محل نقطه دوران دور که نقطه‌ای ایستا و مستقر در مبدأ دستگاه مختصات است، روابط را به‌شدت ساده می‌کند. بدین ترتیب می‌توان نوشت:

$${}^0\boldsymbol{v}_i = {}^0\boldsymbol{a}_i = 0 \rightarrow \boldsymbol{J}_i = \boldsymbol{J}_{\omega_i} \quad (۳۲)$$

پس با استفاده از روابط (۲۶)، (۲۷) و (۳۲)، دینامیک وارون ربات ارس دیاموند به‌صورت زیر قابل استخراج خواهد بود:

$$\boldsymbol{F}_{Links} = \boldsymbol{J}^T\boldsymbol{\tau}_{Links} = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{J}_{\omega_i}{}^T\big({}^0\boldsymbol{I}_i\ {}^0\dot{\boldsymbol{\Omega}}_i + {}^0\boldsymbol{\omega}_i \times \left({}^0\boldsymbol{I}_i\ {}^0\boldsymbol{\omega}_i\right) - m_i\ {}^0\boldsymbol{\rho}_{i_\times}\boldsymbol{g}\big) \quad (۳۳)$$

۳-۲- استخراج دینامیک ربات به فرم رگرسور خطی

برای استخراج فرم رگرسور خطی با استفاده از فرمول دینامیک وارون، نیاز است تا تمامی شاخصه‌های دینامیکی لینک‌ها نسبت به دستگاه مختصات بدنی خود توصیف شوند[12]. بدین منظور، به‌سادگی می‌توان نوشت:

$${}^0\boldsymbol{\Omega}_i = {}^0\boldsymbol{R}_i\ {}^i\boldsymbol{\Omega}_i \quad (۳٤)$$

$${}^0\dot{\boldsymbol{\Omega}}_i = {}^0\boldsymbol{R}_i\ {}^i\dot{\boldsymbol{\Omega}}_i \quad (۳۵)$$

و با جایگزینی (۳۴) و (۳۵) در (۳۳)، می‌توان نوشت:

$$\boldsymbol{F}_{Links} = \boldsymbol{J}^T\boldsymbol{\tau}_{Links} = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{J}_{\omega_i}{}^T\big({}^0\boldsymbol{R}_i\ {}^i\boldsymbol{I}_i\ {}^i\dot{\boldsymbol{\Omega}}_i + {}^0\boldsymbol{R}_i\ {}^i\boldsymbol{\Omega}_{i_\times}\ {}^i\boldsymbol{I}_i\ {}^i\boldsymbol{\Omega}_i - m_i\ {}^0\boldsymbol{\rho}_{i_\times}\boldsymbol{g}\big) \quad (۳٦)$$

افزون بر این، برای تبدیل شرایط مرکز جرم هر لینک از دستگاه مختصات پایه به دستگاه مختصات بدنی در رابطه (۳۶)، از خاصیت (۳۱) و ${}^i\boldsymbol{g} = {}^0\boldsymbol{R}_i{}^T\boldsymbol{g}$ استفاده می‌شود. پس می‌توان نوشت:

$$\boldsymbol{F}_{Links} = \boldsymbol{J}^T\boldsymbol{\tau}_{Links} = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{J}_{\omega_i}{}^T\big({}^0\boldsymbol{R}_i\ {}^i\boldsymbol{I}_i\ {}^i\dot{\boldsymbol{\Omega}}_i + {}^0\boldsymbol{R}_i\ {}^i\boldsymbol{\Omega}_{i_\times}\ {}^i\boldsymbol{I}_i\ {}^i\boldsymbol{\Omega}_i + {}^0\boldsymbol{R}_i\ {}^i\boldsymbol{g}_\times\left(m_i\ {}^i\boldsymbol{\rho}_i\right)\big) \quad (۳۷)$$

باید اشاره کرد که در رابطه (۳۷)، باوجود نگاشت تمامی شاخصه‌ها از دستگاه مختصات پایه به دستگاه مختصات بدنی، جمله‌های ممان اینرسی همچنان دارای فرم خطی نیستند. در مراجع[11, 12] نشان داده‌شده است که عوامل حاصل‌ضرب ماتریس ممان اینرسی در بردار سرعت یا شتاب زاویه‌ای، قابل نگاشت به حاصل‌ضرب ماتریس سرعت یا شتاب زاویه‌ای در بردارممان اینرسی خواهد بود:

$${}^i\boldsymbol{I}_i\ {}^i\dot{\boldsymbol{\Omega}}_i = {}^i\dot{\tilde{\boldsymbol{\Omega}}}_i\ {}^i\bar{\boldsymbol{I}}_i\ ,\ {}^i\boldsymbol{I}_i\ {}^i\boldsymbol{\Omega}_i = {}^i\tilde{\boldsymbol{\Omega}}_i\ {}^i\bar{\boldsymbol{I}}_i \quad (۳۸)$$

که ${}^i\bar{\boldsymbol{I}}_i$ و ${}^i\tilde{\boldsymbol{\Omega}}_i$ به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$${}^i\tilde{\boldsymbol{\Omega}}_i = \begin{bmatrix} {}^i\Omega_{x_i} & {}^i\Omega_{y_i} & {}^i\Omega_{z_i} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & {}^i\Omega_{x_i} & 0 & {}^i\Omega_{y_i} & {}^i\Omega_{z_i} & 0 \\ 0 & 0 & {}^i\Omega_{x_i} & 0 & {}^i\Omega_{y_i} & {}^i\Omega_{z_i} \end{bmatrix} \quad (٤۰)$$

پس با استفاده از نگاشت (۳۸)، رابطه (۳۷) به‌صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\boldsymbol{F}_{Links} = \boldsymbol{J}^T\boldsymbol{\tau}_{Links} = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{J}_{\omega_i}{}^T\ {}^0\boldsymbol{R}_i\big({}^i\boldsymbol{\Lambda}_i\left({}^i\bar{\boldsymbol{I}}_i\right) + {}^i\boldsymbol{g}_\times\left(m_i\ {}^i\boldsymbol{\rho}_i\right)\big) \quad (٤۱)$$

که شاخصه ${}^i\boldsymbol{\Lambda}_i$ به‌صورت ${}^i\boldsymbol{\Lambda}_i = {}^i\dot{\tilde{\boldsymbol{\Omega}}}_i + {}^i\boldsymbol{\Omega}_{i_\times}\ {}^i\tilde{\boldsymbol{\Omega}}_i$ تعریف‌شده است. پس معادله (۳۳) به‌صورت زیر قابل بازنویسی است:

$$\boldsymbol{\tau}_{Links} = \boldsymbol{Y}_{Links}\left(\boldsymbol{X}, \dot{\boldsymbol{X}}, \ddot{\boldsymbol{X}}\right)\boldsymbol{\beta}_{Links} \quad (٤۲)$$

که $\boldsymbol{Y}_{Links}\left(\boldsymbol{X}, \dot{\boldsymbol{X}}, \ddot{\boldsymbol{X}}\right)$ بیانگر ماتریس رگرسور خطی دینامیک ربات و $\boldsymbol{\beta}_{Links}$ بیانگر بردار شاخصه‌های دینامیکی ربات بوده و به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\boldsymbol{Y}_{Links} = [\boldsymbol{Y}_{Link_1}\ \ \cdots\ \ \boldsymbol{Y}_{Link_n}] \quad (٤۳)$$

$$\boldsymbol{\beta}_{Links} = [\boldsymbol{\beta}_{Link_1}{}^T \quad \cdots \quad \boldsymbol{\beta}_{Link_n}{}^T]^T \tag{٤٤}$$

که هر بخش ماتریس رگرسور و بردار شاخصه اینرسی هر لینک نیز، به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\boldsymbol{Y}_{Links_i} = (\boldsymbol{J}^T)^{-1}\boldsymbol{J}_{\omega_i}{}^T\,{}^0\boldsymbol{R}_i[\,{}^i\boldsymbol{\Lambda}_i \quad {}^i\boldsymbol{g}_\times] \tag{٤٥}$$

$$\boldsymbol{\beta}_{Links_i} = [\,{}^i\bar{\boldsymbol{I}}_i{}^T \quad (m_i\,{}^i\boldsymbol{\rho}_i)^T]^T \tag{٤٦}$$

۳-۳- راستی‌آزمایی دینامیک ربات

به‌منظور راستی‌آزمایی فرمول‌بندی دینامیکی ارائه‌شده ربات، از محیط سیم مکانیکس (SimMechanics) در سیمولینک متلب (MATLAB Simulink) استفاده می‌شود. به‌منظور صحت سنجی، ابتدا مدل دقیق ربات در نرم‌افزار سالیدورکس (SolidWorks) طراحی‌شده و سپس از طریق پلاگین مربوطه، وارد نرم‌افزار سیم مکانیکس می‌شود. اصلی‌ترین دلیل استفاده از پلاگین فوق، شناسایی خودکار قیدهای مفصلی ربات بوده که سبب می‌شود دیگر نیازی به مدل کردن دوباره ربات در محیط خود نرم‌افزار سیم مکانیکس نباشد. از مسیر زمانی زیر به‌عنوان مسیر صحت سنجی استفاده می‌شود:

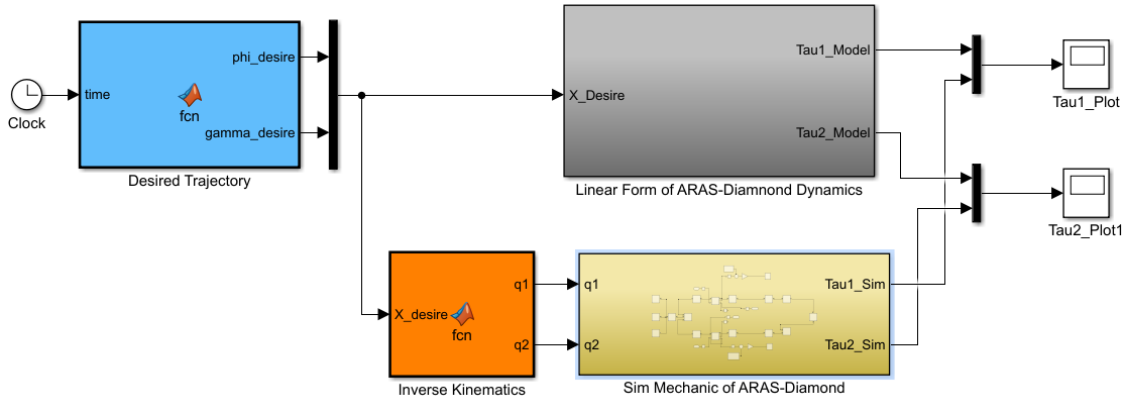
$$\phi = 80^\circ \sin(2t) + 90^\circ \tag{٤٧}$$

$$\gamma = 40^\circ \sin(2t) + 45^\circ$$

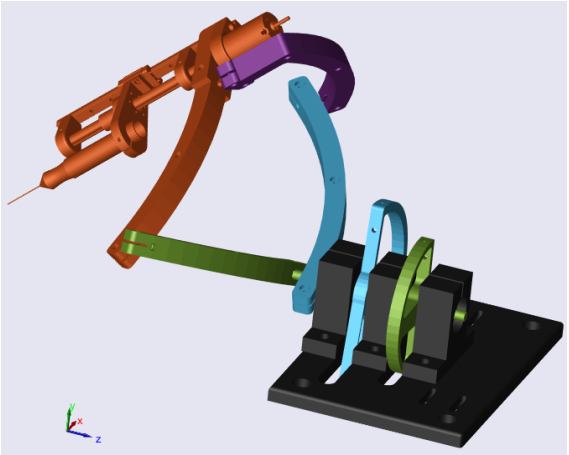
سپس این مسیر به هر دو مدل سیم مکانیک و مدل دینامیکی توسعه داده در نرم‌افزار متلب داده می‌شود. باید اشاره کرد در این مقاله، مختصات فضای کاری مجری نهایی ربات ارس دیاموند در دستگاه مختصات کروی تعریف‌شده است. اما ایجاد حرکت در دستگاه مختصات کروی برای مجری نهایی در سیم مکانیکس، امری دشوار است. برای حل این مشکل، از مدل سینماتیک مستقیم استفاده می‌شود و زوایای مفصلی متناظر با مسیر مطلوب طراحی‌شده در دستگاه مختصات کروی، به مفصل‌های محرک ربات اعمال می‌شود. نمایی از طرح‌واره فرآیند راستی‌آزمایی و مدل ربات ارس دیاموند در محیط سیم مکانیکس در شکل ۲ و ۳ نشان‌داده‌شده است.

پس از اعمال فرآیند راستی‌آزمایی، نتیجه گشتاور عملگرها و خطای پروسه صحت سنجی در شکل‌های ۴ و ۵ نشان‌داده‌شده است.

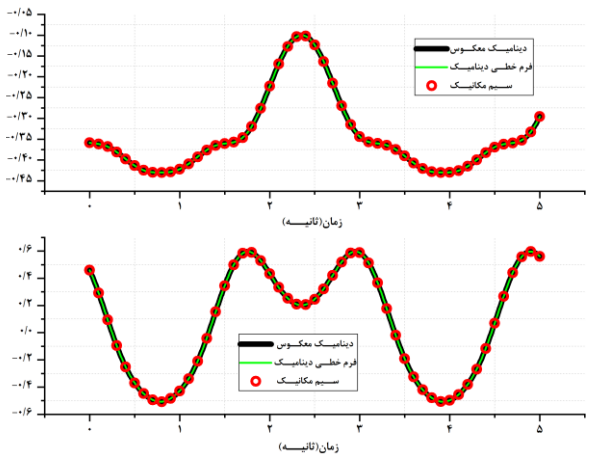
همان‌طور که از نمودارهای ۴ و ۵ مشخص است، مدل دینامیک وارون و فرم خطی دینامیک ربات ارس دیاموند با دقت مناسبی



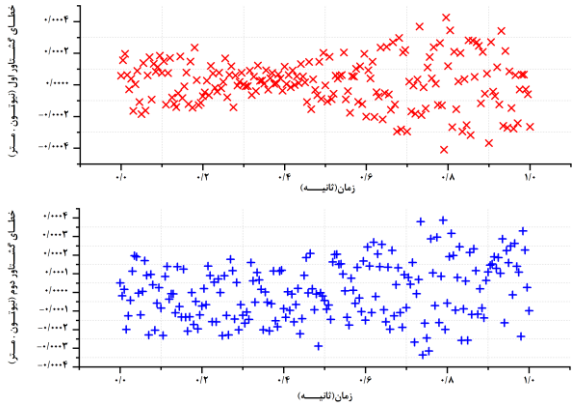
شکل ۲) نمایی از پروسه صحت سنجی دینامیک ربات با استفاده از سیم مکانیکس



شکل ۳) نمایی از مدل واردشده به محیط سیم مکانیکس به‌منظور انجام فرایند راستی‌آزمایی



شکل ۴) صحت سنجی دینامیک معکوس و حالت خطی دینامیک ربات ارس دیاموند با نرم‌افزار سیم مکانیکس



شکل ۵) خطای راستی‌آزمایی با استفاده از نرم‌افزار سیم مکانیکس

(در مرتبه 10^{-4}) با نرم‌افزار سیم مکانیکس صحت سنجی شده است که نشان‌دهنده درستی روابط سینماتیک و دینامیک استخراج‌شده است. همچنین باید اشاره کرد که در این راستای آزمایی، مقدار میانگین شتاب خطی هر لینک، برابر با ۱/۰۴، ۰/۲۸۹۸، ۱/۹۸و ۰/۶۷ (همه مقادیر متر بر مجذور ثانیه) بودند. افزون بر این، برای اطمینان از پروسه صحت سنجی با نرم‌افزار سیم مکانیکس، مسیرهای دیگری نظیر سینوسی(با فرکانس‌های مختلف) و چندجمله‌ای مرتبه ۳ نیز به‌عنوان مسیر صحت سنجی در نظر گرفته شدند. در تمامی این مسیرها، دقت صحت سنجی در مرتبه 10^{-4} باقی ماند که نشان‌دهنده این است که پروسه راستی‌آزمایی وابسته به مسیر نبوده و فرمول‌بندی سینماتیکی و دینامیکی ربات ارس دیاموند به‌درستی استخراج شدند.

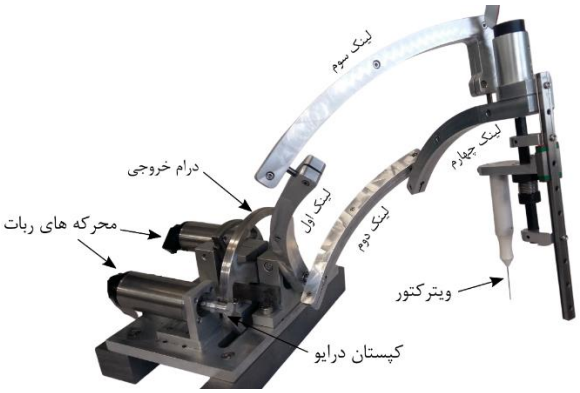
۴- استخراج مدل دینامیکی کل ربات به‌منظور شناسایی

۴-۱- درنظرگرفتن سایر شرایط مؤثر بر دینامیک ربات

در این مقاله باتوجه‌به ساختار مکانیکی ربات که در شکل ۶ نشان‌داده‌شده است، دینامیک کلی ربات به‌صورت زیر توسعه می‌یابد:

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{Y}_{Links}\,\boldsymbol{\beta}_{Links} + \boldsymbol{\tau}_f + \boldsymbol{\tau}_e \qquad (۴۸)$$

که در آن $\boldsymbol{\tau}_f$ بیانگر اصطکاک و $\boldsymbol{\tau}_e$ بیانگر کشسانی مؤثر بازوان ربات است و از اثر سایر عوامل، به دلیل ناچیز بودن مقدار نهایی آن، صرفه نظر شده است.



شکل ۶) نمایی از ساختار مکانیکی ربات موازی کروی ارس دیاموند

باید اشاره کرد که شرایط اصطکاک، به‌طورکلی شرایطی غیرخطی، پیچیده و وابسته به زمان هستند و به دست آوردن مدلی کاملاً دقیق از اصطکاک، امری دشوار است[23]. در این مقاله، از مدل رایج کلمب-ویسکوز به‌صورت زیر استفاده می‌شود:

$$\boldsymbol{\tau}_f = \boldsymbol{F}_v\,\dot{\boldsymbol{\theta}} + \boldsymbol{F}_c sign(\dot{\boldsymbol{\theta}}) \qquad (۴۹)$$

افزون بر این، شرایط کشسانی مؤثر بر دینامیک ربات؛ که در ربات موازی کروی دیاموند عمده این شرایط از سیستم انتقال قدرت کپستان درایو (Capstan drive) ربات ناشی می‌شود، به‌صورت خطی زیر مدل‌سازی می‌شوند:

$$\boldsymbol{\tau}_e = \boldsymbol{K}_e\boldsymbol{\theta} \qquad (۵۰)$$

پس به‌منظور استخراج فرم خطی از دینامیک ربات، به‌سادگی می‌توان نوشت:

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{Y}(\boldsymbol{X},\dot{\boldsymbol{X}},\ddot{\boldsymbol{X}})\boldsymbol{\beta} \qquad (۵۱)$$

که در اینجا $\boldsymbol{Y}(\boldsymbol{X},\dot{\boldsymbol{X}},\ddot{\boldsymbol{X}})$ بیانگر ماتریس رگرسور کل ربات و $\boldsymbol{\beta}$ بردار شاخصه‌های دینامیکی کل ربات است و به ترتیب به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\boldsymbol{Y} = [\boldsymbol{Y}_{Links} \quad \boldsymbol{Y}_f \quad \boldsymbol{Y}_e] \qquad (۵۲)$$

$$\boldsymbol{\beta} = [\boldsymbol{\beta}_{Links}{}^T \quad \boldsymbol{\beta}_f{}^T \quad \boldsymbol{\beta}_e{}^T]^T \qquad (۵۳)$$

که در این روابط، ماتریس رگرسور شرایط اصطکاک و کشسانی به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\boldsymbol{Y}_f = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 & sign(\dot{\theta}_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dot{\theta}_2 & sign(\dot{\theta}_2) \end{bmatrix} \qquad (۵۴)$$

$$\boldsymbol{Y}_e = \begin{bmatrix} \theta_1 & 0 \\ 0 & \theta_2 \end{bmatrix} \qquad (۵۵)$$

افزون بر این، بردار شاخصه‌های دینامیکی مربوط به شرایط اصطکاک و کشسانی به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\boldsymbol{\beta}_f = [F_{v_1} \quad F_{c_1} \quad F_{v_2} \quad F_{c_2}]^T \qquad (۵۶)$$

$$\boldsymbol{\beta}_e = [K_{e1} \quad K_{e2}]^T \qquad (۵۷)$$

۴-۲- کاهش ابعاد فرم خطی دینامیک ربات:

به‌ازای مقادیر زیادی از مشاهدات مسیر، معادله خطی دینامیک ربات به‌صورت یک دستگاه معادلات خطی به‌صورت زیر فرمول‌بندی شود:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau}(t_1) \\ \vdots \\ \boldsymbol{\tau}(t_k) \end{bmatrix} = \boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{Y}(t_1) \\ \vdots \\ \boldsymbol{Y}(t_k) \end{bmatrix} \boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{P}(\boldsymbol{X},\dot{\boldsymbol{X}},\ddot{\boldsymbol{X}})\,\boldsymbol{\beta} \qquad (۵۸)$$

با بررسی دقیق ماتریس رگرسور کل ربات، می‌توان فهمید که تعداد زیادی از درایه‌های ماتریس رگرسور صفر یا به‌هم‌وابسته خطی به هم هستند که سبب می‌شود ماتریس رگرسور انباشته‌شده $\boldsymbol{P}$(Stacked Regressor Matrix) دارای رتبه کامل نباشد که این موضوع سبب می‌شود تا شاخصه‌های دینامیکی ربات غیرقابل‌شناسایی شوند. به‌منظور کاهش ابعاد ماتریس رگرسور ربات و حذف درایه‌های صفر یا وابسته خطی آن، از روش ذکرشده در مرجع[24] استفاده می‌شود که دارای حل یکتا است. در این روش، ابتدا شکل سطری پلکانی (Row Echelon Form) ماتریس

$\boldsymbol{P}$ محاسبه‌شده و سپس سطرهای صفر آن حذف می‌شوند و ماتریس نتیجه شده با نماد $\mathbf{Q}$ نام‌گذاری می‌شود. بدین ترتیب، ماتریس رگرسور کاهش‌یافته و بردار شاخصه‌های اینرسی کاهش‌یافته به‌صورت زیر قابل‌استخراج خواهند بود:

$$\boldsymbol{Y}_r = \boldsymbol{Y}\boldsymbol{Q}^{\dagger} \tag{۵۹}$$

$$\boldsymbol{\beta}_r = \boldsymbol{Q}\boldsymbol{\beta} \tag{۶۰}$$

که در اینجا، نماد † بیانگر اپراتور شبه وارون است. ازنقطه‌نظر پیاده‌سازی الگوریتم فوق، از مقادیر اتفاقی زیاد $\boldsymbol{X}$، $\dot{\boldsymbol{X}}$ و $\ddot{\boldsymbol{X}}$ واقع در فضای کاری ربات، استفاده می‌شود و برای محاسبه شکل سطری پلکانی ماتریس $\boldsymbol{P}$ نیز از دستور rref در نرم‌افزار متلب استفاده می‌شود. در این صورت، معادله خطی دینامیک ربات به‌صورت زیر قابل بازنویسی خواهد بود:

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{Y}_r\,\boldsymbol{\beta}_r \tag{۶۱}$$

۴-۳- تخمین شاخصه‌های دینامیکی ربات به‌وسیله روش کمترین مربع‌های خطا

به‌منظور شناسایی شاخصه‌های دینامیکی ربات، معادله خطی کاهش‌یافته دینامیک ربات به‌صورت یک دستگاه معادلات خطی به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{\tau}(t_1)\\ \vdots \\ \boldsymbol{\tau}(t_k)\end{bmatrix} = \boldsymbol{T} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{Y}_r(t_1)\\ \vdots \\ \boldsymbol{Y}_r(t_k)\end{bmatrix}\boldsymbol{\beta}_r + \boldsymbol{\rho} = \boldsymbol{W}(\boldsymbol{X},\dot{\boldsymbol{X}},\ddot{\boldsymbol{X}})\,\boldsymbol{\beta}_r + \boldsymbol{\rho} \tag{۶۲}$$

که در این معادله، $\boldsymbol{W} \in R^{r\times c}$ و $\boldsymbol{\rho} \in R^{r}$ ، به ترتیب بیانگر ماتریس مشاهدات و بردار انباشته نویز اندازه‌گیری است، که فرض می‌شود که بردار انباشه نویز اندازه‌گیری، نویز میانگین صفر گوسی افزایشی (Additive Zero Mean Gaussian) است[25]. در این صورت، یکی از ساده‌ترین و مؤثرترین روش‌ها برای تخمین $\boldsymbol{\beta}_r$ ، استفاده از روش کمترین مربع‌ها به شرح زیر است:

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_r = (\boldsymbol{W}^T\boldsymbol{W})^{-1}\boldsymbol{W}^T\boldsymbol{T} = \boldsymbol{W}^{\dagger}\boldsymbol{T} \quad \in R^c \tag{۶۳}$$

حال به‌منظور بررسی کیفیت تخمین $\widehat{\boldsymbol{\beta}}_r$ درروش کمترین مربع‌ها، از روش ذکرشده در مرجع[25] استفاده می‌شود. در این روش، درصد انحراف از معیار هر شاخصه دینامیکی تخمین زده‌شده به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\sigma_{\widehat{\beta}_{r_i}}\% = 100\,\frac{\sigma_{\widehat{\beta}_{r_i}}}{\left|\hat{\beta}_{r_i}\right|} \tag{۶۴}$$

که انحراف از معیار هر مقداری از بردار تخمین شاخصه‌های دینامیکی ربات، به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\sigma_{\widehat{\beta}_{r_i}} = \sqrt{diag\left(\sigma_{\rho}^2(\boldsymbol{W}^T\boldsymbol{W})^{-1}\right)} \tag{۶۵}$$

و انحراف از معیار σ_{ρ} را می‌توان به‌صورت زیر تخمین زد:

$$\sigma_{\rho}^2 = \frac{\left\|\boldsymbol{T} - \boldsymbol{W}(\boldsymbol{X},\dot{\boldsymbol{X}},\ddot{\boldsymbol{X}})\widehat{\boldsymbol{\beta}}\right\|_2^2}{r-c} \tag{۶۶}$$

۴-۴- تخمین شاخصه‌های دینامیکی ربات به‌وسیله روش کمترین مربع‌های خطا مقید

به‌منظور تضمین مثبت معین شدن ماتریس جرمی ربات، لازم است قیدهای زیر در نظر گرفته شوند:

$$m_i > 0 \tag{۶۷}$$

$$^{i}\boldsymbol{I}_{G_i} = \begin{bmatrix} ^{i}I_{G_{xx_i}} & ^{i}I_{G_{xy_i}} & ^{i}I_{G_{xz_i}} \\ ^{i}I_{G_{xy_i}} & ^{i}I_{G_{yy_i}} & ^{i}I_{G_{yz_i}} \\ ^{i}I_{G_{xz_i}} & ^{i}I_{G_{yz_i}} & ^{i}I_{G_{zz_i}} \end{bmatrix} > 0 \tag{۶۸}$$

می‌توان نشان داد که قید (۶۸)، قابل بازنویسی به‌صورت یک نامساوی ماتریس خطی است[19]:

$$\frac{tr(\,^{i}\boldsymbol{I}_{G_i})}{2} - \lambda_{max}(\,^{i}\boldsymbol{I}_{G_i}) > 0 \tag{۶۹}$$

که در اینجا، $tr(\,^{i}\boldsymbol{I}_{G_i})$ ، بیانگر اثر(Trace) ماتریس بوده و λ_maxمعرف بیشترین مقدار ویژه‌ماتریس فوق است. افزون بر قیدهای فوق، قیدهای زیر نیز باید در نظر گرفته شوند:

$$\boldsymbol{F}_{c_i} > 0\ , \quad \boldsymbol{F}_{v_i} > 0\ , \quad \boldsymbol{K}_{e_i} > 0 \tag{۷۰}$$

بدین ترتیب تابع هدف بهینه‌سازی را می‌توان به‌صورت زیر تعریف نمود:

$$Objective\ Function = \min\left\|\mathbf{T} - \boldsymbol{W}\widehat{\boldsymbol{\beta}}\right\|_2^2 \tag{۷۱}$$

به‌منظور بهینه‌سازی مسئله فوق، از روش بهینه‌سازی Active-Set توسط دستور fmincon متلب استفاده می‌شود. برای تعریف شرایط اولیه، از مقدار زیر استفاده می‌شود:

$$Initial = LB + (UB - LB) \times rand(0,1) \tag{۷۲}$$

و برای تعریف کران بالا و پائین مقادیر تخمین شاخصه‌های دینامیکی، از مقادیر نامه طراحی به‌صورت زیر استفاده می‌شود:

$$\begin{aligned} &\boldsymbol{LB}_{Links} = 0.8\,\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{Links_{CAD}}\ , \quad \boldsymbol{UB}_{Links} = 1.25\,\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{Links_{CAD}} \\ &\boldsymbol{LB}_f = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T\ , \quad \boldsymbol{UB}_f = [0.7 \quad 0.7 \quad 0.7 \quad 0.7]^T \\ &\boldsymbol{LB}_e = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T\ , \quad \boldsymbol{UB}_e = [1 \quad 1 \quad 1 \quad 1]^T \end{aligned} \tag{۷۳}$$

به دلیل حساس بودن مسئله بهینه‌سازی به شرایط اولیه تخمین شاخصه‌های دینامیکی، از یک مقدار اتفاقی در بازه ۰ تا ۱ استفاده‌شده است تا در هر بار اجرای فرآیند بهینه‌سازی، مقدار اولیه متفاوتی ایجاد شود. سپس مسئله بهینه‌سازی فوق در یک حلقه با تعداد اجرای نسبتاً بالا اجرا می‌شود و درنهایت مقادیری از مسئله بهینه‌سازی انتخاب می‌شوند که افزون بر رعایت قیدهای لحاظ شده، کمترین میزان خطای تابع هدف را ایجاد کرده باشند.

۵- پیاده‌سازی

۵-۱- تولید مسیر بهینه به‌منظور تحریک دینامیک ربات

یکی از موضوعات مهم در کیفیت تخمین شاخصه‌های دینامیکی ربات، تحریک مناسب دینامیک ربات است. این تحریک باید به‌گونه‌ای باشد که در کنار تحریک کافی دینامیک ربات، شرایط مدل نشده ربات مورد تحریک قرار نگیرند[26]. در این مقاله، از مسیر جمع متناهی سری فوریه ذکرشده در مرجع[27] به‌صورت زیر استفاده‌شده است:

$$\boldsymbol{X}_i(t) = \sum_{l=1}^{L} \frac{\boldsymbol{a}_l^i}{w_f\, l} sin(\omega_f\, l\, t) - \frac{\boldsymbol{b}_l^i}{w_f\, l} cos(\omega_f\, l\, t) + \boldsymbol{X}_{i_0} \quad (۷۴)$$

$$\dot{\boldsymbol{X}}_i(t) = \sum_{l=1}^{L} \boldsymbol{a}_l^i\, cos(\omega_f\, l\, t) + \boldsymbol{b}_l^i\, sin(\omega_f\, l\, t) \quad (۷۵)$$

$$\ddot{\boldsymbol{X}}_i(t) = \sum_{l=1}^{L} -\boldsymbol{a}_l^i\, \omega_f\, l\, sin(\omega_f\, l\, t) + \boldsymbol{b}_l^i\, \omega_f\, l\, cos(\omega_f\, l\, t) \quad (۷۶)$$

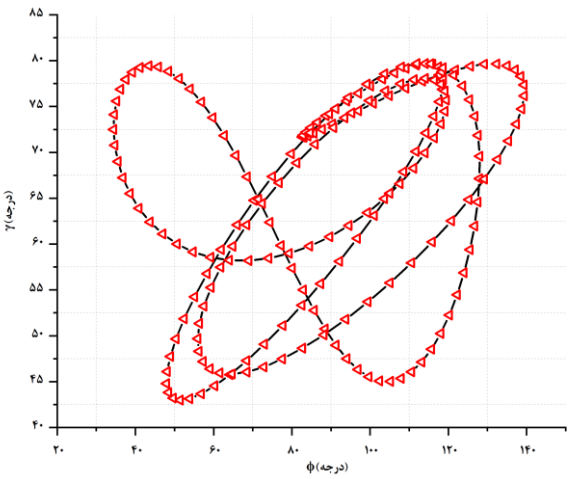
در این مسیر، بسامد اساسی ω_f و تعداد جمع مسیرL مقادیر طراحی‌شده توسط کاربر هستند. حال مقادیر $\boldsymbol{a}_l^i$، $\boldsymbol{b}_l^i$ و $\boldsymbol{X}_{i_0}$ باید به‌گونه‌ای محاسبه شوند که هم مسیر ایجادشده در فضای کاری ربات قرار گیرد و هم ماتریس رگرسور نرمال شده ربات دارای عدد وضعیت کمینه شود[16, 27]. برای یافتن ضرایب فوق، از یک بهینه‌سازی غیرخطی مقید استفاده می‌شود. قیدهای مورداستفاده، باتوجه‌به محدودیت‌های مکانیکی ربات، به‌صورت زیر انتخاب‌شده‌اند:

$$[30°, 40°]^T \leq \boldsymbol{X} \leq [140°, 80°]^T \quad (۷۷)$$
$$|\dot{\boldsymbol{X}}| \leq [200°/sec\,, 200\,°/sec]^T$$

افزون بر این، مقدار بسامد اساسی $w_f = \frac{2\pi}{10}$ و تعداد جمع مسیر $L = 5$ طراحی‌شده‌اند و برای بهینه‌سازی مسئله فوق مجدداً از روش بهینه‌سازی Active-Set استفاده‌شده است. نمایی از مسیر بهینه‌سازی شده، در شکل ۷ نشان داده‌شده است.

۵-۲- اعمال مسیر بهینه به ربات و پردازش سیگنال داده‌های جمع‌آوری‌شده

در این مقاله، برای اندازه‌گیری $\boldsymbol{X}$ از زوایای اندازه‌گیری شده توسط انکودر (Encoder) و نگاشت سینماتیک مستقیم استفاده می‌شود. افزون بر این، مقادیر اندازه‌گیری شده جریان موتورها، توسط ضریب تبدیل مربوط به هر موتور، به گشتاور تبدیل می‌شوند. سپس ربات با استفاده از یک کنترلر PD به‌گونه‌ای کنترل می‌شود که مسیر طراحی‌شده را با دقت مناسبی ردیابی کند. مسیر طراحی‌شده در مدت ۱۶۰ ثانیه ردیابی می‌شود تا مسیر فوق ۱۶ بار



شکل ۷) مسیر بهینه‌سازی در فضای کاری، به‌منظور تحریک مناسب دینامیک ربات ارس دیاموند

به‌صورت تناوبی تکرار شده و پس از میانگین‌گیری مقادیر اندازه‌گیری شده، اثر نویز تا حد ممکن کاهش یابد.

به‌منظور حذف اختلال از مقادیر اندازه‌گیری شده، از یک پالایه پائین گذر صفر فاز غیرعِلی (non causal zero-phase low pass filter) استفاده می‌شود. پالایه فوق، یک پالایه پائین گذر باترورث (low-pass Butterworth filter) است که در جهت جلو و عقب اعمال می‌شود و ازنظر پیاده‌سازی، از طریق دستور filtfilt در متلب، قابل‌دسترسی است. علاوه بر این، برای محاسبه مقادیر سرعت و شتاب از الگوریتم تفاضل مرکزی استفاده می‌شود. نمایی از بستر پیاده‌سازی ربات در شکل ۸ مشاهده می‌شود.

پس از استخراج داده‌های پالایه شده، ماتریس رگرسور کاهش‌یافته انباشته تشکیل‌شده و مسئله از روش کمترین مربع‌ها و کمترین مربع‌ها مقید حل می‌شود. بررسی کیفیت تخمین در بخش بعدی مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

۵-۳- صحت سنجی

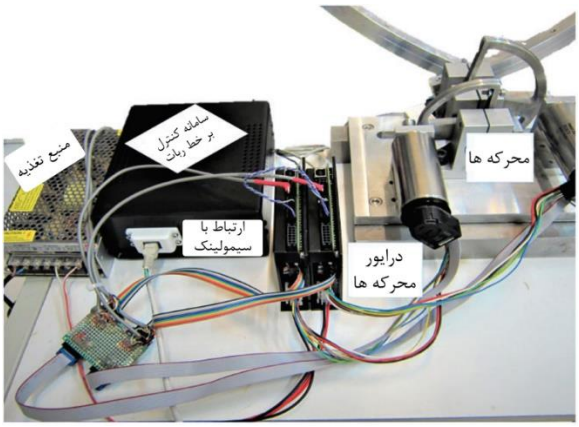
۵-۳-۱- صحت سنجی با استفاده از درصد انحراف از معیار

در ابتدا، به‌منظور بررسی کیفیت تخمین روش کمترین مربع‌ها، از درصد انحراف معیار هر شاخصه دینامیکی تخمین زده‌شده ربات استفاده می‌شود. نتایج انحراف از معیار شاخصه‌های دینامیکی تخمین زده‌شده در جدول ۱ گزارش‌شده است.

همان‌طور که از جدول ۱ دیده می‌شود، تمامی درصدهای انحراف از معیار تخمین روش کمترین مربع‌ها زیر ۱۵٪ است که نشان‌دهنده کیفیت بالای تخمین دارد.

۵-۳-۲- صحت سنجی به‌ازای مسیر تحریک

به‌منظور بررسی کیفیت تخمین به روش کمترین مربع‌ها و کمترین مربع‌های مقید، نمودار پیش‌بینی گشتاور توسط هر دو روش به‌ازای مسیر تحریک، در نمودار ۹ نشان‌داده‌شده است. برای تعریف مقیاسی کمی برای مقایسه نتایج، از درصد سازگاری ریشه میانگین مربع‌های خطا نرمال شده (NRMSE Fitness Percentage) به‌صورت زیر استفاده می‌شود[28]:



شکل ۸) بستر پیاده‌سازی ربات ارس دیاموند [۸]

جدول ۱) مشخصات تخمین شاخصه‌های دینامیکی ربات ارس دیاموند به روش کمترین مربعات

شماره	تخمین کمترین مربعات خطا	درصد انحراف معیار	شماره	تخمین کمترین مربعات خطا	درصد انحراف معیار
۱	۰/۰۰۹۲	%۳/۷۹۱۹	۱۲	۰/۳۲۷۵	%۷/۳۲۹۱
۲	۰/۰۳۴۱	%۰/۸۳۵۲	۱۳	-۰/۶۴۵۶	%۵/۸۵۲۳
۳	۰/۰۴۹۳	%۵/۰۱۹۶	۱۴	-۰/۰۰۷۷	%۹/۳۰۸۷
۴	-۰/۰۱۳۵	%۶/۱۷۷۴	۱۵	۰/۱۰۳۵	%۰/۸۷۹۴
۵	۰/۸۸۹۹	%۶/۳۶۶۰	۱۶	-۰/۳۹۴۹	%۷/۰۹۲۹
۶	۰/۲۲۱۷	%۴/۳۵۰۱	۱۷	۰/۰۱۸۹	%۴/۸۸۲۲
۷	۰/۳۲۰۸	%۷/۴۱۴۱	۱۸	-۰/۰۱۳۹	%۳/۷۸۸۸
۸	۰/۵۹۶۹	%۶/۲۹۴۰	۱۹	۰/۴۵۹۰	%۶/۱۶۵۲
۹	-۰/۰۱۹۱	%۱۲/۶۳۴۶	۲۰	-۰/۰۰۸۴	%۴/۹۰۵۵
۱۰	۰/۸۶۹۶	%۶/۴۹۰۸	۲۱	۰/۰۸۶۵	%۰/۲۶۷۳
۱۱	-۰/۲۳۶۲۰	%۴/۱۲۴۰			

$$fit = 100\left(1 - \frac{\|\boldsymbol{\tau}_{Measure} - \boldsymbol{\tau}_{Estimate}\|}{\|\boldsymbol{\tau}_{Measure} - mean(\boldsymbol{\tau}_{Measure})\|}\right) \quad (۷۸)$$

پس درصد سازگاری ریشه میانگین مربع‌های خطا نرمال شده هر دو روش، در فهرست شکل ۹ گزارش‌شده است.

همان‌طور که از نمودار شکل ۹ مشاهده می‌شود، در هر دو روش کمترین مربع‌های خطا و کمترین مربع‌های خطا مقید، گشتاور عملگرها با حدود هفتاد و پنج و هفتاد و هشت درصد سازگاری ریشه میانگین مربع‌های خطا نرمال شده تخمین زده‌شده است. با این تفاوت که درروش کمترین مربع‌های خطا، تضمینی برای مثبت معین شدن ماتریس جرمی وجود ندارد. افزون بر این، باید اشاره کرد که بررسی کیفیت تخمین دو روش فوق به‌ازای مسیر تحریک کافی نیست و استفاده از مسیرهای مختلف در بخش بعدی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۵-۳-۳- صحت سنجی متقابل

به‌منظور بررسی کیفیت تخمین، از چند سری مسیر مختلف استفاده می‌شود. مسیرهای فوق به‌صورت زیر یک مسیر دایروی با بسامد متغیر تعریف می‌شوند:

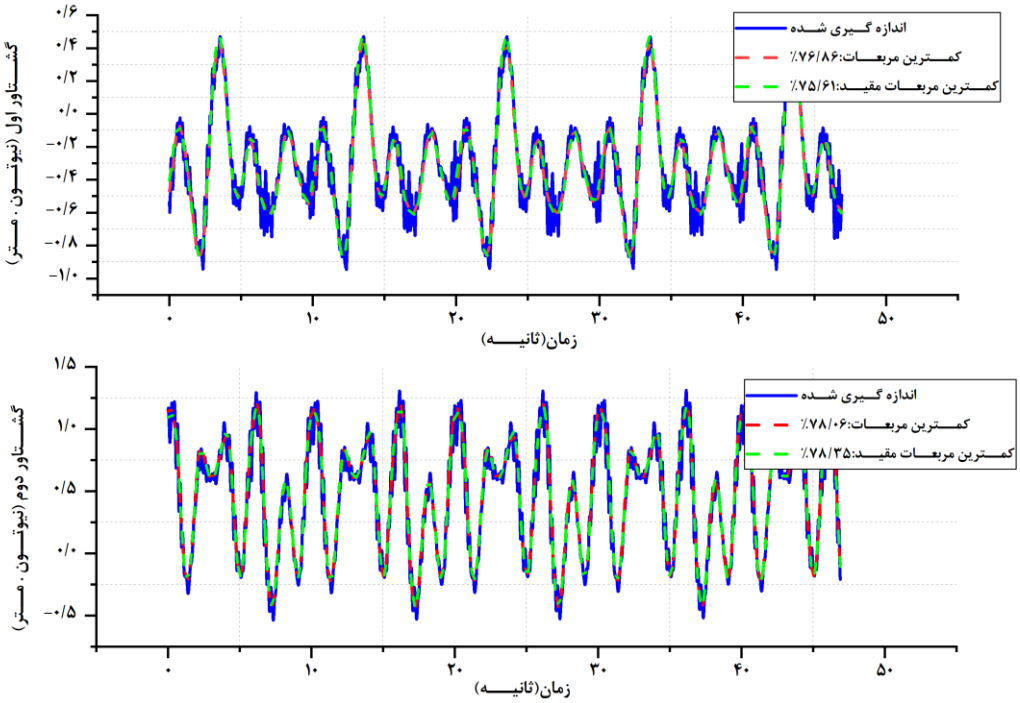
$$\phi = 30^\circ \cos(\omega t) + 85^\circ$$
$$\gamma = 20^\circ \sin(\omega t) + 60^\circ \quad (۷۹)$$

مسیر فوق یک‌بار به ربات و بار دیگر به مدل دینامیکی که از شاخصه‌های دینامیکی شناسایی‌شده استفاده می‌کند اعمال می‌شود. درصد سازگاری ریشه میانگین مربع‌های خطا نرمال شده در جدول ۲ گزارش‌شده است.

همان‌طور که از جدول ۲ دیده می‌شود، میزان خطای گشتاورها به‌ازای مسیر دایروی مقدار مطلوبی است و درصد سازگاری ریشه میانگین مربع‌های خطا نرمال شده در حدود ۷۵ % باقی می‌ماند. باید اشاره کرد با افزایش حدود ۴ برابری بسامد مسیر دایروی نسبت به بسامد مسیر تحریک، درصد سازگاری ریشه میانگین مربع‌های خطا بهینه شده کاهش می‌یابد. این امر به دلیل این است که در بسامدهای بالاتر، عوامل اصطکاک و سایر عوامل مدل‌سازی نشده، بسیار بیشتر تحریک‌شده و باعث کاهش دقت

جدول ۲) مقادیر درصد سازگاری ریشه میانگین مربع‌های خطا نرمال شده به‌ازای مسیرهای دایروی با بسامدهای مشخص

	۰/۵ هرتز	۰/۷ هرتز	۱/۸ هرتز	۲/۵ هرتز
گشتاور اول	% ۸۵/۲	% ۸۵/۰	% ۸۲/۱	% ۷۸/۵
گشتاور دوم	% ۷۷/۹	% ۷۸/۷	% ۷۸/۰	% ۶۵/۷



شکل ۹) تخمین گشتاور، به‌ازای مسیر تحریک

تخمین مدل دینامیکی خواهند شد. بااین‌وجود، باید اشاره کرد که به دلیل نوع کاربری ربات ارس دیاموند، این ربات هرگز در مسیرها با بسامد بالای ۱هرتز قرار نخواهد گرفت.

۵-۳-۴- صحت سنجی مثبت معین بودن ماتریس جرم کل ربات

به‌منظور بررسی مثبت معین شدن ماتریس جرمی ربات، مقادیر ویژه ماتریس جرمی به‌ازای شاخصه‌های دینامیکی شناسایی‌شده با روش کمترین مربع‌های خطا مقید باید مورد بررسی قرار گیرند. در مرجع[8]، نشان داده‌شده است که ماتریس جرمی ربات‌های موازی کروی به‌صورت زیر قابل‌استخراج است:

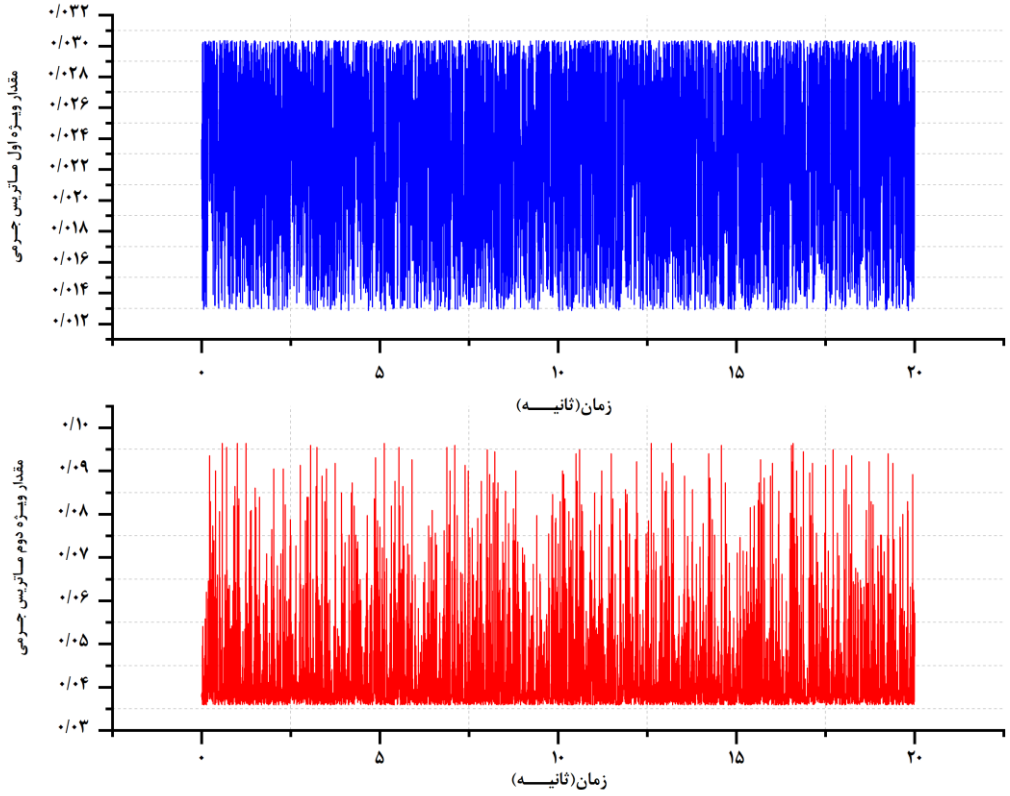
$$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{X}) = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{J}_{w_i}{}^{T}\ {}^{0}\boldsymbol{I}_i\ \boldsymbol{J}_{w_i} \tag{۸۰}$$

به‌منظور بررسی کل فضای کاری ربات، از مسیر اتفاقی برای مقادیر $\boldsymbol{X}$ استفاده می‌شود. مقادیر ویژه‌ماتریس جرمی در شکل ۱۰ نشان داده‌شده است.

همان‌طور که در نمودار شکل ۱۰ نشان‌داده‌شده است، مقادیر ویژه ماتریس جرمی به‌ازای تمامی مقادیر اتفاقی $\boldsymbol{X}$ در فضای کاری ربات، مثبت حاصل‌شده است که نشان‌دهنده این است که ماتریس جرمی همواره مثبت است. از طرفی دیگر، ماتریس جرمی حاصل‌شده همواره دارای حد بالا و پائین مشخص است که از ویژگی‌های اصلی ماتریس جرمی در طراحی کنترلر های مدل مبنا است.

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله، استخراج مدل دینامیکی دقیق ربات موازی کروی ارس دیاموند که به‌منظور عمل ویترورتینال چشم توسعه داده شده است، مورد بررسی قرار گرفته شده است. در ابتدا فرمول‌بندی سینماتیک ربات مورد بررسی قرار گرفته، سپس فرمول‌بندی دینامیک وارون و فرم خطی دینامیک ربات با استفاده از اصل کار مجازی مورد استخراج قرار گرفته شده و نتایج با استفاده از نرم‌افزار سیم مکانیکس صحت سنجی می‌شوند. افزون بر این، سایر شرایط مؤثر بر کل دینامیک ربات مدل‌سازی شده و فرمول‌بندی کل دینامیک ربات به‌صورت فرم رگرسور خطی نوشته‌شده است. شاخصه‌های دینامیکی کل ربات به روش کمترین مربع‌های خطی مقید به‌صورت تجربی شناسایی‌شده تا مقادیر به‌دست‌آمده، موجب مثبت معین شدن ماتریس جرمی ربات که یکی از ویژگی‌های اصلی در ساختار فیزیکی ربات است، شوند. در پایان، از این مقادیر برای کالیبراسیون دینامیکی ربات استفاده‌شده و نتایج نشان‌دهنده تخمین هفتاد و پنج درصدی سازگاری ریشه میانگین مربع‌های خطا نرمال شده گشتاور پیش‌بینی‌شده و گشتاور اندازه‌گیری شده است. با استفاده از شاخصه‌های دینامیکی شناسایی‌شده این مقاله، امکان استفاده از طیف گسترده‌ای از کنترلرهای مدل مبنا، نظیر گشتاور محاسبه‌شده، به‌منظور کنترل دقیق و قابل‌اطمینان ربات ارس دیاموند در فرآیندی نظیر عمل جراحی ویترکتومی چشم، فراهم می‌شود.



شکل ۱۰) مثبت معین شدن ماتریس جرمی به‌ازای مقادیر بهینه‌سازی پارامترهای دینامیکی

تشکر و قدردانی :از آقایان روح الله خرمبخت و سینا الله کرم، به دلیل نظرات ارزشمندشان در طی این پژوهش، قدردانی می شود.

تأییدیهٔ اخلاقی :محتویات علمی مقاله حاصل پژوهش نویسندگان است و صحت نتایج آن نیز بر عهده آن ها است.

تعارض منافع: هیچ تعارض منافعی بین عوامل مشارکت کننده وجود ندارد.

حمایت‌ها و منابع مالی: این پژوهش توسط صندوق حمایت از پژوهشگران و فناوران کشور که تحت عنوان قرارداد ۹۹۰۲۱۹۲۶ صورت پذیرفته است، حمایت مالی شده است.

منابع

1- Molaei A, Abedloo E, Taghirad HD, Marvi Z. Kinematic and workspace analysis of diamond: An innovative eye surgery robot. In2015 23rd Iranian conference on electrical engineering 2015 (pp. 882-887). IEEE.

2- Bataleblu A, Khorrambakht R, Taghirad HD. Robust H∞-based control of ARAS-diamond: A vitrectomy eye surgery robot. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science. 2020:0954406220979334.

3- Agand P, Taghirad HD, Molaee A. Vision-based kinematic calibration of spherical robots. In2015 3rd RSI International Conference on Robotics and Mechatronics (ICROM) 2015 (pp. 395-400). IEEE.

4- Damirchi H, Khorrambakht R, Taghirad HD. ARAS-IREF: An Open-Source Low-Cost Framework for Pose Estimation. In2019 7th International Conference on Robotics and Mechatronics (ICRoM) 2019 (pp. 303-308). IEEE.

5- Bataleblu A, Motaharifar M, Abedlu E, Taghirad HD. Robust H∞ control of a 2rt parallel robot for eye surgery. In2016 4th international conference on robotics and mechatronics (ICROM) 2016 (pp. 136-141). IEEE.

6- Khalilpour Seyedi SA, Khorrambakht R, Bourbour AR, Taghirad HR. Joint-space position control of a deployable cable driven robot in joint space using force sensors and actuator encoders. Modares Mechanical Engineering. 2019;19(11):2615-25.

7- Bai S, Li X, Angeles J. A review of spherical motion generation using either spherical parallel manipulators or spherical motors. Mechanism and Machine Theory. 2019;140:377-88.

8- Abedloo E, Molaei A, Taghirad HD. Closed-form dynamic formulation of spherical parallel manipulators by Gibbs-Appell method. In2014 Second RSI/ISM International Conference on Robotics and Mechatronics (ICRoM) 2014 (pp. 576-581). IEEE.

9- Mahdizadeh O, Meymand AZ, Mollahossein M, Moosavian SA. Kinematics and dynamics modeling of spherical parallel manipulator. In2018 6th RSI International Conference on Robotics and Mechatronics (IcRoM) 2018 (pp. 406-412). IEEE.

10- Arian A, Danaei B, Masouleh MT. Kinematics and dynamics analysis of a 2-dof spherical parallel robot. In2016 4th international conference on robotics and mechatronics (ICROM) 2016 (pp. 154-159). IEEE.

11- Danaei B, Arian A, Masouleh MT, Kalhor A. Dynamic modeling and base inertial parameters determination of a 2-DOF spherical parallel mechanism. Multibody System Dynamics. 2017;41(4):367-90.

12- Codourey A, Burdet E. A body-oriented method for finding a linear form of the dynamic equation of fully parallel robots. InProceedings of international conference on robotics and automation 1997 (Vol. 2, pp. 1612-1618). IEEE.

13- Wu J, Wang J, You Z. An overview of dynamic parameter identification of robots. Robotics and computer-integrated manufacturing. 2010;26(5):414-9.

14- Craig JJ, Hsu P, Sastry SS. Adaptive control of mechanical manipulators. The International Journal of Robotics Research. 1987;6(2):16-28.

15- Slotine JJ, Li W. On the adaptive control of robot manipulators. The international journal of robotics research. 1987;6(3):49-59.

16- Fontanelli GA, Ficuciello F, Villani L, Siciliano B. Modelling and identification of the da Vinci research kit robotic arms. In2017 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS) 2017 (pp. 1464-1469). IEEE.

17- Wang Y, Gondokaryono R, Munawar A, Fischer GS. A convex optimization-based dynamic model identification package for the da Vinci Research Kit. IEEE Robotics and Automation Letters. 2019;4(4):3657-64.

18- Golluccio G, Gillini G, Marino A, Antonelli G. Robot dynamics identification: a reproducible comparison with experiments on the kinova jaco2. IEEE Robot. Autom Mag. 2020.

19- Sousa CD, Cortesao R. Physical feasibility of robot base inertial parameter identification: A linear matrix inequality approach. The International Journal of Robotics Research. 2014;33(6):931-44.

20- Gaz C, Cognetti M, Oliva A, Giordano PR, De Luca A. Dynamic identification of the franka emika panda robot with retrieval of feasible parameters using penalty-based optimization. IEEE Robotics and Automation Letters. 2019;4(4):4147-54.

21- Tsai LW. Robot analysis: the mechanics of serial and parallel manipulators. John Wiley & Sons; 1999.

22- Taghirad HD. Parallel robots: mechanics and control. CRC press; 2013.

23- Ding L, Li X, Li Q, Chao Y. Nonlinear friction and dynamical identification for a robot manipulator with improved cuckoo search algorithm. Journal of Robotics. 2018;2018 .

24- Klodmann J, Lakatos D, Ott C, Albu-Schäffer A. A closed-form approach to determine the base inertial parameters of complex structured robotic systems. IFAC-PapersOnLine. 2015;48(1):316-21.

25- Dombre E, Khalil W, editors. Modeling, performance analysis and control of robot manipulators. London: Iste; 2007.

26- Stürz YR, Affolter LM, Smith RS. Parameter identification of the KUKA LBR iiwa robot including

constraints on physical feasibility. IFAC-PapersOnLine. 2017;50(1):6863-8.
27- Swevers J, Ganseman C, Tukel DB, De Schutter J, Van Brussel H. Optimal robot excitation and identification. IEEE transactions on robotics and automation. 1997;13(5):730-40.
28- Ljung L, Singh R. Version 8 of the MATLAB system identification toolbox. IFAC Proceedings Volumes. 2012;45(16):1826-31.