ISSN: 2476-6909; Modares Mechanical Engineering. Proceedings of 3rd Iranian National Conference on Advanced Machining and Machine Tools (CAMMT). 2023;23(10):209-221.

Analysis and Modeling of Damage and Crack Growth in Composite Workpieces under Machining Process using the Bond-Based Peridynamic Theory

ARTICLE INFO

Authors
Rashmehkarim.R[1*],
Jafari M.[2]
Heidari M.[2]

[1] Faculty of Mechanical Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran
[2] Faculty of Mechanical Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran
[2] Faculty of Mechanical Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran

*** Correspondence**
Address: Faculty of Mechanical Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran
rezarashmehkarim321@yahoo.com

How to cite this article
Rashmehkarim.R, Jafari M, Heidari M. Analysis and modeling of damage and crack growth in composite workpieces under machining process using the bond-based peridynamic theory. Proceedings of 3rd Iranian National Conference on Advanced Machining and Machine Tools (CAMMT). 2023;23(10):209-221.

ABSTRACT

Analyzing and modeling damage and crack growth in bodies and structures is one of the important issues in designing methods to prevent crack growth or stop it in order to avoid sudden fracture and increase the lifetime of structures. Extensive research has been performed in the field of modeling fracture, crack growth, and damage in bodies and structures. However, there are still many problems in modeling crack growth and damage in bodies with points of singularity and discontinuities. In recent years, a new theory called peridynamic has been proposed to model and analyze such problems. The formulation framework of peridynamic theory is based on integral equations. In addition, points of singularity and discontinuities and damage in the body and modeling them are another type of deformation and part of the structural equations of this theory. As a result, the peridynamic theory is used directly, without the need for additional relations to model crack growth in problems involving points of singularity and discontinuities. In this paper, a bond-based peridynamic modeling for unidirectional carbon fiber reinforced polymer material(UDCFRP) orthogonal cutting process is proposed, and the corresponding composite material bond failure criterion is also investigated for better revealing the machining mechanism of UD-CFRP machining. From comparing between simulation and experimental results, it can be indicated that the peridynamic modeling is capable for predicting the chip formation and surface crack and damages in UD-CFRP machining.

Keywords: Surface damage, Crack, CFRP Composite, Peridynamic Theory

ماهنامه علمی مهندسی مکانیک مدرس، ویژه نامه مجموعه مقالات سومین کنفرانس ملی ماشین‌کاری و ماشین‌های ابزار پیشرفته
مهر ۱۴۰۲، دوره ۲۳، شماره ۱۰، صفحه ۲۰۹-۲۲۱

تحلیل و مدل‌سازی آسیب و رشد ترک در قطعه‌کار کامپوزیتی تحت فرآیند ماشین‌کاری با استفاده از تئوری پری‌داینامیک مبتنی بر پیوند

مشخصات مقاله

نویسنده‌ها
رضا رشمه کریم[1*]
محمد جعفری[2]
مهدی حیدری[3]

[1] دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران
[1] دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران
[1] دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران

*** نویسنده مسئول**
آدرس: دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران
rezarashmehkarim321@yahoo.com

چکیده

تحلیل و مدل‌سازی نحوه رشد ترک و آسیب در اجسام و سازه ها یکی از موارد مهم برای طراحی روش‌های جلوگیری رشد ترک و یا توقف آن جهت جلوگیری از وقوع شکست ناگهانی و در نتیجه افزایش عمر سازه‌ها می‌باشد. تا کنون تحقیقات گسترده‌ای در زمینه مدل‌سازی شکست، رشد ترک و آسیب در اجسام و سازه‌ها، توسط پژوهشگران صورت گرفته است. با وجود این پژوهش‌ها هنوز مشکلات زیادی در زمینه مدل‌سازی رشد ترک و آسیب در اجسامی که دارای نقاط منفرد و ناپیوستگی‌ها می‌باشند، وجود دارد. در سال‌های اخیر نظریه جدیدی تحت عنوان تئوری پری¬داینامیک برای مدل سازی و تحلیل چنین مسائلی ارائه شده است. چارچوب فرمول‌بندی تئوری پری‌داینامیک بر اساس معادلات انتگرالی می باشد. همچنین نقاط منفرد، ناپیوستگی‌ها و آسیب در جسم و مدل‌سازی آن‌ها به عنوان نوعی دیگر از تغییر شکل و جزیی از معادلات ساختاری این تئوری می باشند. در نتیجه می‌توان از تئوری پری‌داینامیک بطور مستقیم و بدون نیاز به روابط تکمیلی جهت مدل‌سازی رشد ترک در مسائلی که شامل نقاط منفرد و ناپیوستگی ها هستند، استفاده کرد. در این پژوهش به ارزیابی تئوری پری‌داینامیک مبتنی بر پیوند در تحلیل و مدل‌سازی آسیب در قطعه‌کار کامپوزیتی پلیمری تک‌لایه تقویت شده با الیاف تک‌جهته کربن پرداخته شده‌است و نتایج حاصل از این پژوهش با نتایج منابع در دسترس مورد مقایسه قرار گرفته شده است. با توجه به نتایج حاصل از این پژوهش می‌توان بیان کرد که تئوری پری‌داینامیک بخوبی و بدون تغییر درمعیار و بدون نیاز به روابط تکمیلی قادر به تحلیل و مدل‌سازی رشد ترک، آسیب و شکست در قطعه‌کار کامپوزیتی پلیمری تقویت شده با الیاف کربن می‌باشد. همچنین می‌توان بیان کرد که جهت الیاف در قطعه‌کار کامپوزیتی موردنظر تاثیر بسزایی بر آسیب و رشد ترک ایجاد شده در آن و نیروی وارد بر آن از طرف ابزار طی فرآیند ماشین‌کاری دارد.

کلیدواژه‌ها: آسیب سطحی، ترک، کامپوزیت پلیمری تقویت شده با الیاف کربن، تئوری پری‌داینامیک

۱- مقدمه

تحلیل و مدل‌سازی شکست و رشد ترک در سازه‌های مختلف یکی از مسائل مهم مکانیک شکست است. این مسئله به دلیل جلوگیری از وقوع شکست ناگهانی در اجسام و سازه‌ها از اهمیت بسیار بالایی برخوردار می‌باشد. با پیش بینی و کنترل جهت گیری رشد و گسترش آسیب و ترک در سازه و هدایت ترک و آسیب در راستای یک منحنی خاص می توان مانع از رسیدن آسیب و ترک به نواحی ضعیف سازه موردنظر و در نتیجه افزایش عمر سازه شد. در سال‌های اخیر مطالعات و پژوهش‌های زیادی در زمینه تحلیل و مدل‌سازی آسیب، رشد ترک و شکست در اجسام و سازه‌ها به خصوص پیش‌بینی و کنترل مسیر رشد ترک در اجسام و سازه‌ها تحت شرایط مختلف بارگذاری و ساختاری توسط بسیاری از پژوهشگران قرار گرفته‌است. بطور کلی تئوری‌ها و روش‌هایی که تاکنون توسط پژوهشگران جهت تحلیل و مدل‌سازی شکست و رشد ترک در اجسام و سازه‌ها استفاده شده به دو دسته تقسیم می‌شوند. دسته اول، روش‌ها و مدل‌هایی بر مبنای تئوری مکانیک محیط‌های پیوسته (تئوری کلاسیک مکانیک جامدات) و دسته دوم، روش‌هایی بر اساس تئوری دینامیک مولکولی می‌باشند که هر کدام از این روش‌ها دارای نقص‌ها و مشکلات خاصی در زمینه تحلیل و مدل‌سازی آسیب و رشد ترک در اجسام و سازه‌ها می‌باشند. به عنوان مثال، همانطور که می‌دانیم اساس فرمول‌بندی ریاضی تئوری مکانیک محیط‌های پیوسته بر اساس معادلات مشتقات جزئی می‌باشد، بنابراین روش‌ها و مدل‌هایی که بر اساس تئوری مکانیک محیط‌های پیوسته می‌باشند، نمی‌توانند بطور مستقیم برای تحلیل و مدل‌سازی اجسامی که دارای نقاط منفرد و ناپیوستگی در هندسه جسم و یا میدان جابجایی هستند، بکار روند و نیاز به روابط و معیارهای تکمیلی و اضافی جهت تحلیل و مدل‌سازی چنین مسائلی دارند. در روش‌هایی بر مبنای تئوری مکانیک کلاسیک جامدات جهت مدل‌سازی رشد ترک و آسیب در اجسام اغلب از روش اجزای محدود و... استفاده می‌شود که برای استفاده از این روش باید محل اولیه ترک و مسیر رشد آن مشخص باشد که این امر موجب وابستگی شدید این روش‌ها به نوع مش و هندسه آن می‌شود. همچنین روش‌ها و مدل‌هایی که بر مبنای تئوری دینامیک مولکولی می‌باشند و در زمینه تحلیل و مدل‌سازی شکست و رشد ترک در اجسام بکار می‌روند، دارای مشکلاتی مانند کوچک بودن مقیاس طولی و زمانی می‌باشند. در واقع مقیاس طولی که تئوری دینامیک مولکولی می‌تواند پوشش دهد، بسیار کمتر از ابعاد واقعی اجسام و سازه‌های مورد بررسی می‌باشد. همچنین مقیاس زمانی که در مدل‌ها بکار می‌رود، بسیار کوتاه است. از این رو، جهت تحلیل و مدل‌سازی رشد ترک و شکست در اجسام و سازه‌ها در روش‌هایی که بر مبنای تئوری دینامیک مولکولی می‌باشند، از نرخ بارگذاری‌های بسیار زیاد در شبیه‌سازی‌ها استفاده می‌شود که در واقعیت اینگونه نیست.

محدودیت‌های روش‌های مرسوم در زمینه تحلیل آسیب، شکست و رشد ترک در اجسام و سازه‌های دارای نقاط منفرد و ناپیوستگی انگیزه‌ای شد تا سیلینگ در سال ۲۰۰۰ طی مطالعه‌ای تحت عنوان بازنویسی فرمول‌بندی تئوری الاستیسیته برای ناپیوستگی‌ها و نیروهای بلند برد، نظریه جدیدی تحت عنوان تئوری پری‌داینامیک را ارائه کند که می‌تواند به خوبی شروع ترک و شکست در سازه و گسترش آن در نقاط مختلف جسم و اثرات آن بر دینامیک سازه را در اجسام و سازه‌هایی که دارای هرگونه نقاط منفرد و ناپیوستگی‌ها هستند تحلیل و مدل‌سازی کند[۱]. فرمول‌بندی تئوری پری‌داینامیک بر پایه معادلات انتگرالی و انتگرالی- دیفرانسیلی می‌باشد. نقاط منفرد، ناپیوستگی‌ها و آسیب در اجسام و مدل‌سازی آن ها در تئوری پری‌داینامیک به عنوان نوعی دیگر از تغییر شکل در نظر گرفته شده و جزئی از معادله ساختاری این تئوری می باشند. به عبارتی دیگر در تئوری پری‌داینامیک بین نقاطی از جسم که جابجایی یا هر کدام از مشتقات جابجایی در آن نقطه ناپیوسته باشند، تمایزی وجود ندارد. همچنین در این تئوری نیاز به تعریف معیار جداگانه برای شروع ترک، رشد، رشد، چندشاخه شدن، ناپایداری، سرعت و جهت ترک نیست و تمام این پدیده‌ها در معادلات حرکت و معادلات ساختاری سازه در نظر گرفته می‌شود. در نتیجه تئوری پری‌داینامیک می‌تواند بطور مستقیم و بدون نیاز به روابط تکمیلی جهت مدل‌سازی شکست، رشد ترک در مسائلی که اجسام و سازه‌ها دارای نقاط منفرد و ناپیوستگی‌های مختلف می‌باشند، بکار رود. معادلات تئوری پری‌داینامیک با مفهوم پیوستگی در یک فاصله متناهی که خط افق (δ) نام دارد، گسترش یافته و بر اساس یک مدل از نیروهای داخلی میان ذرات موجود در جسم بیان می‌شوند که در آن نقاط مادی (ذرات) به طور مستقیم در فاصله‌ای نزدیک به هم نیرو وارد می‌کنند. درحالی که تئوری مکانیک کلاسیک جامدات بر اساس توزیع پیوسته جرم در یک جسم می‌باشد و بر این فرضیه استوار است که تمام نیروهای داخلی، نیروهای تماسی هستند که دو ذره در فاصله صفر از یکدیگر (دو ذره مجاور) بر هم وارد می‌کنند. با توجه به مطالب گفته‌شده، می‌توان نظریه مکانیک کلاسیک جامدات را حالت خاصی از تئوری پری‌داینامیک به شمار آورد. در واقع، زمانی که مقدار خط افق (δ) در تئوری پری‌داینامیک به صفر میل کند ($\delta \to 0$)، تئوری پری‌داینامیک به نظریه مکانیک کلاسیک جامدات همگرا می‌شود.

در سال‌های اخیر پژوهش های زیادی روی مسائل مختلف مهندسی مکانیک در زمینه تحلیل رفتار الاستیک مواد، رفتار غیرخطی مواد[۲]، رفتار پلاستیک[۳،۴]، رفتار ویسکوالاستیک[۵،۶]، رفتار هایپرالاستیک[۷،۸] و مدل‌سازی آسیب، رشد ترک و شکست در آن‌ها با استفاده از تئوری پری‌داینامیک صورت گرفته است[۹،۱۰]. به عنوان مثال، سیلینگ و عسکری[۱۱] روش بدون مش بر پایه نظریه پری‌داینامیک را که برای حل عددی مسائل دینامیکی در این تئوری به کار می‌رود، ارائه نمودند. همچنین آن ها در این پژوهش، پایداری و دقت تئوری پری‌داینامیک را مورد بررسی قرار داده و با بررسی مثال‌هایی ویژگی‌های این تئوری را در مدل سازی آسیب و رشد ترک در شکست ترد دینامیکی نشان دادند. اجرای تئوری پری داینامیک در کد دینامیک مولکولی در نرم افزار ای ام یو[۱۲] و همچنین پیاده سازی نظریه پری‌داینامیک در نرم افزار لمپس[۱۳] توسط سیلینگ و همکارانش از دیگر پژوهش‌های انجام شده در زمینه نظریه پری‌داینامیک می‌باشد. در سال ۲۰۰۷ سیلینگ و همکاران[۳] به توسعه نظریه پری‌داینامیک و رفع محدودیت های آن پرداختند. آن‌ها تئوری پری‌داینامیک را بر اساس نیروی بین نقاط مادی (ذرات ماده) به سه مدل تقسیم کردند. مدل اول، تئوری پری‌داینامیک است که در آن نیروی

پیوند بین دو نقطه مادی در راستای خط واصل آن دو نقطه مادی موردنظر و مستقل از پیوندهای میان دیگر نقاط مادی می‌باشد. مدل دوم، تئوری پری‌داینامیک مبتنی بر حالت نوع اول (حالت- مبنا نوع معمولی) است که در آن نیروی پیوند بین دو نقطه مادی در راستای خط واصل آن دو نقطه مادی و وابسته به پیوندهای میان دیگر نقاط مادی می‌باشد. مدل سوم، تئوری پری‌داینامیک مبتنی بر حالت نوع دوم (حالت- مبنا نوع مضاعف) است که نیروی پیوند بین دو نقطه مادی در هر راستایی می‌تواند باشد و وابسته به پیوندهای میان دیگر نقاط مادی می‌باشد. ها و بوبارو طی پژوهش‌هایی به مدل‌سازی رشد ترک و شکست ترد دینامیکی و تحلیل عوامل موثر بر نحوه رشد ترک در جسم با استفاده از تئوری پری‌داینامیک پرداختند[۱۴،۱۵]. آگوای و همکاران[۱۶] به مقایسه نتایج تحلیل و مدل‌سازی رشد ترک با استفاده از تئوری پری‌داینامیک را با نتایج حاصل از روش المان محدود توسعه یافته و مدل‌های ناحیه چسبنده پرداخت. نتایج حاصل از این پژوهش حاکی از آن است که سرعت‌های محاسبه شده برای رشد ترک در تمام روش‌ها تقریبا برابر است. با این حال پیش‌بینی شکست مسیرهای رشد ترک و چندشاخه شدن آن توسط تئوری پری‌داینامیک به مشاهدات تجربی نزدیک‌تر است. سیلینگ و همکاران[۱۷] شرطی برای شروع ترک و جوانه‌زنی آن در جسم الاستیک ارائه کردند. آن‌ها نشان دادند که برای رشد ترک تنها نیاز به داشتن پارامتر بحرانی شکست در ماده هستیم. این پارامتر در مواد ترد، تغییر طول بحرانی بردار پیوند میان نقاط مادی تشکیل دهنده جسم می‌باشد. ژائو و همکاران[۱۸] طی پژوهشی به مدل‌سازی رشد ترک با استفاده از تئوری پری‌داینامیک مبتنی بر پیوند در مسائل مختلف پرداختند. آن‌ها در این پژوهش نشان دادند که تئوری پری‌داینامیک بدون تغییر در معیار قادر به تحلیل و پیش‌بینی مسیر رشد ترک در مسائل و حالت‌های مختلف می‌باشد. ژائو و همکاران[۱۹] تئوری پری‌داینامیک و روش المان محدود توسعه یافته را در مدل‌سازی رشد ترک در مسائل شبه استاتیکی مورد مقایسه قرار دادند. آن‌ها در این پژوهش نشان دادند که نتایج حاصل از مدل‌سازی رشد ترک با استفاده از تئوری پری‌داینامیک به نتایج تجربی نزدیک‌تر است. شفیعی[۲۰] در پژوهشی دیگر به مدل‌سازی رشد ترک در حالت دو بعدی با استفاده از تئوری پری‌داینامیک پرداخت. وی در این پژوهش اثر شدت تنش اعمالی بر جسم و زاویه پیش ترک در جسم را بر چگونگی انتشار ترک در آن مورد بررسی قرار داد. هوانگ و همکاران[۲۱] به پیاده سازی تئوری پری‌داینامیک بر پایه روش المان محدود در نرم‌افزار آباکوس پرداختند. باسقلو و همکاران[۲۲] اثر ترک‌های کوچک بر نحوه رشد ترک ناشی از پیش ترک اولیه در جسم را با استفاده از تئوری پری‌داینامیک مورد بررسی قرار دادند. وانگ و همکاران[۲۳] به مدل‌سازی رشد ترک تحت شوک حرارتی و بررسی عوامل موثر بر آن با استفاده از تئوری پری‌داینامیک پرداختند. مهرمشهدی و همکاران[۲۴] عملکرد تئوری پری‌داینامیک و روش میدان فاز در مدل‌سازی رشد ترک مورد مقایسه قرار دادند. انبارلویی و تودشکی[۲۵] به مدل‌سازی آسیب و نحوه گسترش آن در فولادهای دوفازی با استفاده از تئوری پری‌داینامیک پرداختند. کارپنکو و همکاران[۲۶] در پژوهشی دیگر اثر ابعاد نقص‌ها در جسم و همچنین نحوه چیدمان ترک‌های کوچک در جسم را بر چگونگی انتشار ترک ناشی از پیش ترک اولیه مورد بررسی قرار دادند.

مدل‌سازی رشد ترک و آسیب در اجسام و سازه‌های مختلف ناشی از پدیده برخورد و بارگذاری ضربه‌ای از دیگر پژوهش‌های انجام شده در زمینه تئوری پری‌داینامیک می‌باشد[۲۷،۲۸]. به عنوان نمونه سان و هوانگ[۲۹] به مدل‌سازی آسیب در کامپوزیت چندلایه تحت ضربه با استفاده از تئوری پری‌داینامیک پرداختند. لیو و همکاران[۳۰] رشد ترک در تیر دارای ترک اولیه تحت بارگذاری خمش سه نقطه ای را با استفاده از تئوری پری‌داینامیک مورد بررسی قرار دادند. اکبری و کاظمی[۳۱] با استفاده از تئوری پری‌داینامیک به مدل‌سازی رشد ترک در تیرهای ترک‌دار تحت ضربه پرداختند. آن‌ها در این پژوهش اثر مکان ترک، سرعت ضربه زننده و جنس تیر را بر نحوه رشد ترک در آن مورد بررسی قرار دادند.

یکی دیگر از زمینه‌هایی که در سال‌های اخیر مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته است، تحلیل و مدل‌سازی رشد ترک و آسیب در سازه‌های کامپوزیتی با استفاده از تئوری پری‌داینامیک می‌باشد[۳۲،۳۳]. به عنوان مثال، ژو و همکاران[۳۴]، با استفاده از تئوری پری‌داینامیک به مدل‌سازی آسیب و انتشار ترک در صفحه کامپوزیتی دارای پیش ترک تحت پدیده ضربه پرداختند. هو و همکاران[۳۵]، طی پژوهشی با استفاده از تئوری پری‌داینامیک به تحلیل و مدل‌سازی رشد ترک در صفحه کامپوزیتی تک جهته دارای پیش ترک در مرکز آن پرداختند. آن‌ها در این پژوهش تاثیر پارامترهایی مانند جهت الیاف در صفحه کامپوزیتی و میزان شدت تنش اعمالی بر جسم را بر چگونگی رشد و انتشار ترک در صفحه کامپوزیتی موردنظر مورد بررسی قرار دادند. قاجاری و همکاران[۳۶] و همچنین تاستان و همکاران[۳۷] در طی پژوهش هایی به بررسی رشد ترک و آسیب در مواد ارتوتروپیک پرداختند. دیارگولو و همکاران[۳۸]، مدل‌سازی آسیب در کامپوزیت‌های چندلایه تحت بارگذاری انفجاری با استفاده از تئوری پری‌داینامیک را مورد بررسی قرار دادند. چنگ و همکاران طی پژوهش‌های[۳۹،۴۰] به مدل‌سازی رشد ترک و شکست در مواد مدرج تابعی و بررسی عوامل موثر بر آن با استفاده از تئوری پری‌داینامیک پرداختند. مادنسی و همکاران[۴۱] در پژوهشی دیگر به تحلیل و مدل‌سازی رشد ترک در صفحه کامپوزیتی چند لایه با الیاف منحنی با استفاده از تئوری پری‌داینامیک پرداخته شده است. در این مقاله، پس از ارائه مقدمات در بخش اول، در بخش دوم به معرفی اصول و روابط حاکم بر تئوری پری‌داینامیک پرداخته شده‌است و در بخش سوم مثال‌های عددی معرفی شده و به تحلیل و مدل‌سازی آن‌ها پرداخته شده‌است. در نهایت در بخش آخر جمع‌بندی و نتیجه‌گیری نهایی مربوطه بیان شده‌است.

۲- تئوری پری‌داینامیک

هر جسم در تئوری پری‌داینامیک از تعداد بسیار زیادی نقاط مادی (ذرات) تشکیل شده است که در هر لحظه از زمان هر یک از این نقاط مادی دارای موقعیت خاصی می‌باشند. تئوری پری‌داینامیک، حرکت و تغییرشکل جسم و آسیب و رشد ترک در آن را با توجه به اثر متقابل و تعامل بین نقطه مادی $x_{(k)}$ با بسیاری از نقاط مادی (ذرات) احتمالی دیگر از جسم مانند $x_{(j)}$ ($j = 1,2,3,\dots,\infty$) تحلیل و مدل‌سازی می‌کند. در نتیجه تعداد بی‌شماری از اثرات

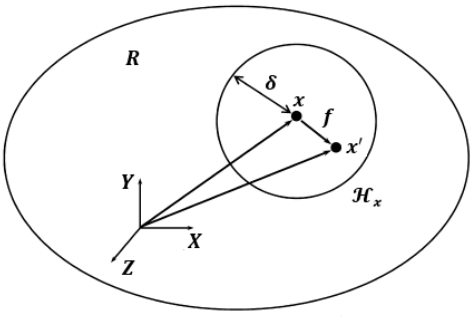
متقابل می‌توانند بین نقاط مادی $x_{(k)}$ و نقاط مادی دیگر وجود داشته‌باشد، در تئوری پری‌دینامیک فرض می‌شود که محدوده تعامل نقطه مادی $x_{(k)}$ توسط خط افق (δ)، با نقاط مادی دیگر تعیین شود($\delta > 0$) و همچنین تمام نقاط مادی که درفاصله ای کمتر از خط افق (δ) از نقطه $x_{(k)}$ می‌باشند، خانواده یا همسایگی نقطه $x_{(k)}$ نامیده می‌شوند و با $\mathcal{H}_{x_{(k)}}$، نشان داده می‌شوند و همچنین فرض می‌شود که اثر نقاط مادی در تعامل با نقطه مادی $x_{(k)}$ در فراتر از ناحیه فامیلی $\mathcal{H}_{x_{(k)}}$ ، محو می‌شوند. در تئوری پری‌دینامیک، تعامل نقطه مادی x با نقطه مادی دیگر x' درون خانواده $\mathcal{H}_x$، از طریق بردار ξ ،که بردار پیوند نامیده دارد، نشان داده می شود. بنابراین بی‌شمار پیوند بین نقطه مادی x و نقاط مادی درون خانواده‌اش وجود دارد. با توجه به مطالب گفته شده، خانواده یا همسایی نقطه مادی x با استفاده از رابطه زیر تعریف می‌شود[۱]:

$$\mathcal{H}_x = \{x' \epsilon B | 0 < |x' - x| \leq \delta\} \qquad (۱)$$

با توجه به رابطه (۱)، خانواده نقطه مادی x، در حالت سه بعدی ناحیه ای به صورت کره ای به مرکز x و به شعاع خط افق (δ) و در حالت دو بعدی، خانواده نقطه مادی x، به صورت دایره ای به مرکز x و به شعاع خط افق (δ) و در حالت یک بعدی، خانواده نقطه مادی x، به صورت یک خط به طول خط افق (δ) می باشد. همانطور که گفته شد در این تئوری عکس العمل بین هر دو ذره x وx' بردار پیوند نامیده می‌شود. همانطور که پیش‌تر اشاره شد، نقاطی که خارج از خط افق نقطه مادی x یا به عبارتی دیگر خارج از خانواده یا همسایگی نقطه مادی x هستند، پیوندی با نقطه مادی x ندارند. بردار پیوند یا که همان بردار موقعیت نسبی دو نقطه مادی x و x' در پیکربندی مرجع (قبل از تغییر شکل) می‌باشد، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\xi = x' - x \qquad (۲)$$

مفهوم همسایگی نقطه مادی x و همچنین مفهوم بردار پیوند میان دو نقطه مادی x وx' در شکل(۱) نشان داده‌شده است.



شکل ۱- مفهوم همسایگی نقطه مادی x و بردار پیوند میان نقاط مادی x و x'

یکی از مفاهیم اساسی در نظریه پری داینامیک این است که پس از تغییر شکل پیکربندی مرجع، علاوه برتغییر شکل بردار پیوند میان نقطه مادی نقاط مادی، خانواده نقطه مادی x نیز تغییر می‌کند. در شکل(۲) مفهوم تغییرشکل بردار پیوند و خانواده نقطه مادی x ، پس از تغییر شکل پیکر بندی مرجع و همچنین بردارهای $u(x,t)$ و $u(x',t)$ که بردار جابجایی نقاط مادی x و x' نسبت به پیکربندی مرجع می‌باشند، نشان داده شده است. اگر y و y' به ترتیب مکان نقطه مادی x و x' در پیکربندی حاضر (بعد از تغییرشکل) باشند، داریم که:

$$y = x + u(x,t) \quad , \quad y' = x' + u(x',t) \qquad (۳)$$

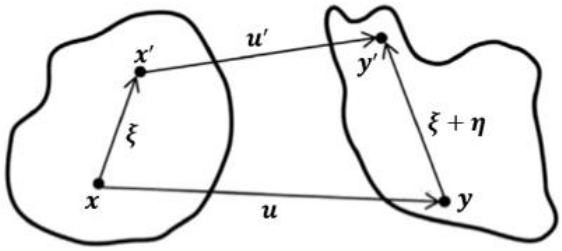
جابه جایی نسبی دو نقطه مادی مادی x و x' در پیکربندی حاضر به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\eta = = u(x',t) - u(x,t) \qquad (۴)$$

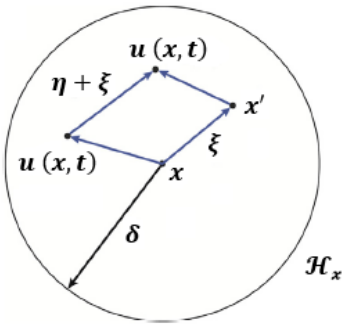
لازم به ذکر است که بردار موقعیت نسبی دو نقطه مادی x و x' در پیکربندی حاضر مطابق شکل (۲) برابر با بردار $\xi + \eta$ می‌باشد. ارتباط بین بردارهای مکان نقاط مادی x و x' در پیکربندی مرجع و مکان آنها در پیکربندی حاضر در شکل (۳) نشان داده شده است. معادله‌ی حرکت هر نقطه مادی x در تئوری پری‌دینامیک مبتنی بر پیوند به صورت زیر است و می‌توان با استفاده از رابطه (٤) می‌توان شتاب نقاط مادی جسم را در هر لحظه دلخواه (t) تعیین نمود:

$$\rho(x)\ddot{u}(x,t) = \int_{\mathcal{H}_x} f(\eta,\xi) dv_{\mathcal{H}_x} + b(x,t) \qquad (۵)$$

در رابطه (۵)، t، بیانگر زمان، ρ، چگالی جرمی جسم در پیکربندی مرجع، ξ، بردار پیوند میان دو نقطه مادی x و x'، η، جابجایی نسبی دو نقطه مادی x و x' و b، نیروی حجمی اعمال شده به جسم می‌باشد و تابع برداری f ، نیرویی است که ذره x' به ذره x وارد می کند و تابع نیروی جفتی نامیده می شود. این نیرو تابعی از جابه حایی نسبی و موقعیت نسبی نقاط مادی x و x' است و شامل همه خواص ساختاری ماده می‌باشد. لازم به ذکر است که در رابطه (٤)، انتگرال روی ناحیه H_x یا همان همسایگی نقطه مادی x گرفته می‌شود.



شکل ۲- مفهوم تغییرشکل پیکربندی مرجع در تئوری پری‌دینامیک



شکل ۳- ارتباط بین بردارهای پیوند و بردارهای جابجایی نقاط مادی x و x' پس از تغییر شکل

همانطور که گفته شد، نقاطی که خارج از همسایگی نقطه مادی x ، قرار دارند پیوندی با نقطه مادی x ندارند. به عبارتی دیگر مقدار نیروی پیوند میان نقطه مادی x و نقاط مادی خارج از خط افق (همسایگی) نقطه مادی x، برابر با صفر می‌باشد. بنابراین می‌توان نوشت:

$$|\xi| > \delta \rightarrow f(\eta,\xi) = 0 \quad , \quad \forall \ \xi, \eta \qquad (٦)$$

قانون سوم نیوتن و شرط بقای مومنتوم خطی و زاویه‌ای شکل کلی تابع نیروی جفتی (f) میان نقاط مادی را تعیین می‌کند. طبق این قانون نیرویی که نقطه مادی x به نقطه مادی x' وارد می‌کند، برابر و در خلاف جهت نیرویی است که نقطه مادی x' به نقطه مادی x، وارد می‌کند، لذا داریم که[4]:

$$f(-\eta,\xi) = -f(\eta,\xi) \quad , \quad \forall\ \xi,\eta \qquad (۷)$$

لازم به ذکر است که رابطه (۷) شرط بقای مومنتوم خطی را روی بردار نیروی جفتی (f) میان دو نقطه مادی x و x' را نیز ارضا می‌کند. با استفاده از قانون بقای مومنتم زاویه‌ای داریم که:

$$(\xi+\eta)\times f(\eta,\xi) = 0 \quad , \quad \forall\ \xi,\ \eta \qquad (۸)$$

با توجه به رابطه (۸) در می‌یابیم که در تئوری پری دینامیک بردار نیروی بین دو نقطه مادی، موازی بردار نسبی آن ها در پیکربندی حاضر (بعد از تغییر شکل) می‌باشد.

در تئوری پری‌دینامیک یک ماده میکروالاستیک است، اگر داشته باشیم که:

$$f(\eta,\xi) = \frac{\partial w}{\partial \eta}(\eta,\xi) \qquad (۹)$$

در رابطه (۹)، w، تابع میکروپتانسیل و تابعی اسکالر می باشد که انرژی درون هر پیوند میان دو نقطه مادی در تئوری پری دینامیک را تعیین می‌کند. با توجه به رابطه (۹)، انرژی لازم برای گسسته شدن پیوند میان دو نقطه مادی در تئوری پری‌دینامیک بصورت زیر بدست می‌آید:

$$W = \frac{1}{2}\int_{H_x} \omega(\eta,\xi)\,dv_\xi \qquad (۱۰)$$

در رابطه (۱۰)، ضریب $1/2$ ظاهر می شود، زیرا هر نقطه مادی در ابتدا و انتهای بردار پیوند فقط دارای نیمی از انرژی درونی پیوند موردنظر می باشد. کار انجام شده توسط نیروهای خارجی روی یک جسم میکرو الاستیک در تئوری پری دینامیک بدون اتلاف به انرژی جنبشی یا چگالی انرژی کرنشی تبدیل می شود. در واقع با استفاده از این می توانیم رفتار ساختاری مواد الاستیک در تئوری کلاسیک مکانیک جامدات و تئوری پری‌دینامیک را مقایسه و انرژی لازم برای گسسته شدن پیوند میان نقاط مادی را بدست آوریم.

با توجه به مفاهیم گفته شده تابع نیروی جفتی موجود در بردار پیوند میان دو نقطه مادی در تئوری پری‌دینامیک را می‌توان بصورت زیر در نظر گرفت:

$$f(\eta,\xi) = \frac{\eta+\xi}{|\eta+\xi|} f(|\eta+\xi|,\xi) \quad , \quad \forall\ \xi,\eta \qquad (۱۱)$$

تغییر طول نسبی بردار پیوند میان دو نقطه مادی در تئوری پری‌دینامیک به صوریت زیر تعریف می‌شود:

$$s = \frac{|\eta+\xi|-|\xi|}{|\xi|} = \frac{|y'-y|-|x-x'|}{|x-x'|} \qquad (۱۲)$$

بنابراین داریم:

$$f(|\eta+\xi|,\xi) = g(s)\,\mu(t,|\xi|) \qquad (۱۳)$$

در رابطه (۱۳)، g، یک تابع اسکالر می باشد و برابر است با:

$$g(s) = cs \qquad (۱۴)$$

در رابطه (۱۴)، c، میکرومدول ماده در تئوری پری دینامیک می باشد که وابسته به جنس و ساختار ماده است. بنابراین تابع نیروی جفتی را می توان به صورت زیر نوشت:

$$f(\eta,\xi) = \frac{\xi+\eta}{|\xi+\eta|} cs\mu(x,t,\xi) \qquad (۱۵)$$

در رابطه (۱۵)، $\mu(x,t,\xi)$، یک تابع اسکالر وابسته به زمان که مقدار آن صفر یا یک می‌باشد و بصورت زیر تعریف می‌شود:

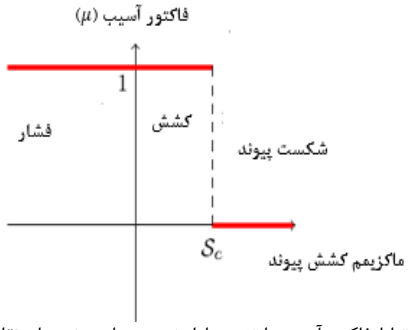
$$\mu(t,\xi) = \begin{cases} 1\ , & s(t,\xi) < s_0 \\ 0\ , & otherwise \end{cases} \qquad (۱۶)$$

در رابطه (۱۶)، s_0، تغییر طول نسبی بحرانی بردار پیوند میان دو نقطه مادی نام دارد. بنابراین با توجه به مطالب گفته شده و رابطه (۱۶) زمانی که تغییر طول نسبی بردار پیوند میان دو نقطه مادی از تغییر نسبی بحرانی بردار پیوند میان دو نقطه مادی بیشتر شود، پیوند میان آن دو نقطه مادی از هم گسسته و آسیب رخ می دهد. ارتباط تابع نیروی جفتی و فاکتور آسیب با تغییر طول نسبی بردار پیوند میان نقاط مادی در شکل (٤) نمایش داده شده است.

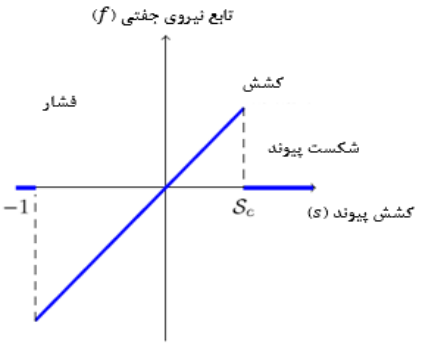
مفهوم آسیب و شکست شکست محلی برای هر نقطه مادی x در تئوری پری‌دینامیک به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\varphi(x,t) = 1 - \frac{\int_{\mathcal{H}_x} \mu(x,t,\xi)\,dv_\xi}{\int_{\mathcal{H}_x} dv_\xi} \qquad (۱۷)$$

با توجه به اینکه طبق رابطه (۱٤)، مقدار $\mu(t,\xi)$ بین صفر تا یک تغییر می کند، بنابراین مقدار $\varphi(x,t)$ در رابطه (۱۵) بین صفر تا یک متغیر می‌باشد. در واقع، مقدار صفر برای تابع $\varphi(x,t)$ بیانگر سالم بودن تمامی پیوندهای متصل به نقطه مادی x و مقدار یک به معنای از بین رفتن و شکسته شدن تمامی پیوندهای متصل به نقطه مادی x می‌باشد. مفهوم آسیب و شکست محلی در تئوری پری‌دینامیک در شکل (۵) نشان داده شده است[4]. لازم به ذکر است که در این پژوهش مقدار شاخص آسیب محلی (φ) در تئوری پری‌دینامیک برابر با مقدار 0.38 در نظر گرفته شده‌است، یعنی برای رشد ترک، تنها نیاز به از بین رفتن 38 درصد از پیوندهای میان یک نقطه مادی با دیگر نقاط مادی در همسایگی آن نقطه مادی است، تا جدایش و به دنبال آن رشد ترک و شکست در ماده رخ دهد.



(ب): ارتباط فاکتور آسیب با تغییر طول نسبی بردار پیوند میان نقاط مادی



(الف): ارتباط تابع نیروی جفتی با تغییر طول نسبی بردار پیوند میان نقاط مادی

شکل ٤- نمایش ارتباط تابع نیروی جفتی و فاکتور آسیب با تغییر طول نسبی بردار پیوند میان نقاط مادی

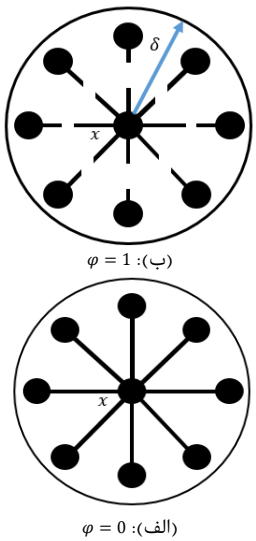
با توجه به اینکه در تئوری پری داینامیک مبتنی بر پیوند ذرات تنها از طریق نیروهای پیوندهای میان یکدیگر می توانند به یکدیگر نیرو وارد کنند. بنابراین یک ذره بدون پیوند تبدیل به یک ذره آزاد می‌شود. برای دربر گرفتن نیروهای تماسی و جلوگیری از برهم نهی، نیروهای رانشی کوتاه برد معرفی شدند. این نیروها با نیروهای جفتی جمع شده و کل نیروی وارد بر یک ذره از جسم را مشخص می کند. این نیروی رانشی از رابطه زیر بدست می-آید[۳۳]:

$$f_s(\eta,\xi)=\frac{\xi+\eta}{|\xi+\eta|}min\left\{0,\frac{c_s}{\delta}(|\xi+\eta|-d_s)\right\} \quad (۱۸)$$

پارامتر d_s در رابطه (۱۸) مقدار از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$d_s=min\{0.9|\xi|\,,1.35\}(r_s+r_s') \quad (۱۹)$$

که در روابط (۱۸) و (۱۹)، $f_s(\eta,\xi)$، نیروی رانشی کوتاه برد می‌باشد و r_s، شعاع گره نام دارد و نصف ضلع مکعب گره یعنی مقدار $\Delta x/2$، انتخاب می‌شود. مقدار c_S نیز معمولا برابر با $c_S=15c$، انتخاب می شود.



(ب): $\varphi=1$

(الف): $\varphi=0$

شکل ۵- نمایش آسیب محلی برای نقطه مادی x

با توجه به روابط فوق و مقایسه نظریه پری داینامیک و تئوری کلاسیک مکانیک جامدات تابع نیروی جفتی موجود در پیوند میان دو نقطه مادی را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$f=cs\quad,\quad \eta=s\xi\quad\Rightarrow\quad f=\frac{c\eta}{\xi} \quad (۲۰)$$

با توجه به روابط فوق، تابع میکروپتانسیل بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$w=\int_0^{\eta}\frac{c\eta}{\xi}d\eta=\frac{c\eta^2}{2\xi}=\frac{cs^2\xi}{2} \quad (۲۱)$$

با توجه به رابطه فوق و رابطه (۱۰)، انرژی لازم برای گسسته شدن پیوند میان دو نقطه مادی در تئوری پری‌داینامیک برای حالت دوبعدی و سه بعدی به ترتیب با استفاده از روابط (۲۱) و (۲۲) بصورت زیر بدست می‌آید[۳۵]:

$$W_{2D}=\frac{1}{2}t\int_0^{\delta}\left(\frac{cs^2\xi}{2}\right)2\pi\xi\,d\xi=\frac{\pi cs^2\delta^3 t}{6} \quad (۲۲)$$

$$W_{3D}=\int_{\mathcal{H}_x}\omega dv_\xi=\frac{1}{2}\int_0^{\delta}\left(\frac{cs^2\xi}{2}\right)4\pi\xi^2 d\xi=\frac{\pi cs^2\delta}{4} \quad (۲۳)$$

همانطور که می دانیم، چگالی انرژی کرنشی در تئوری کلاسیک مکانیک جامدات از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$W_e=\frac{1}{2}\{\sigma\}^T\{\gamma\}=\frac{9ks^2}{2} \quad (۲۴)$$

با برابر قرار دادن چگالی انرژی کرنشی بدست آمده ادر تئوری کلاسیک مکانیک جامدات و تئوری پری‌داینامیک در شرایط یکسان مقدار پارامتر میکرومدول در تئوری پری‌داینامیک به صورت زیر بدست می‌آید:

$$c=\frac{18k}{\pi\delta^4}\qquad for\ 3D \quad (۲۵)$$

$$c=\frac{6E}{\pi\delta^3(1-v)}\qquad for\ 2D \quad (۲۶)$$

با توجه به مفاهیم و روابط گفته شده، انرژی لازم برای شکسته شدن پیوند میان دو نقطه مادی x' و x به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\omega_0(\xi)=\int_0^{s_0}g(s)(\xi ds)\ ,\xi=|\xi|=\frac{cs_0{}^2\xi}{2} \quad (۲۷)$$

انرژی لازم برای شکسته شدن تمامی پیوندهای متصل به نقطه مادی x در تئوری پری‌داینامیک برای حالت دو بعدی و سه بعدی به ترتیب با استفاده از روابط زیر بدست می‌آیند:

$$G_{0_{2D}}=2t\int_0^{\delta}\int_0^{\delta}\int_0^{cos^{-1}z/\xi}\left(\frac{cs_0{}^2\xi}{2}\right)sin\emptyset d\emptyset d\xi dz=\frac{\pi\, cs_0^2 t\delta^4}{4} \quad (۲۸)$$

$$G_{0_{3D}}=\int_0^{\delta}\int_0^{2\pi}\int_0^{\delta}\int_0^{cos^{-1}z/\xi}\left(\frac{cs_0{}^2\xi}{2}\right)sin\emptyset d\emptyset d\xi d\theta dz=\frac{\pi\, cs_0^2\delta^5}{10} \quad (۲۸)$$

با توجه به روابط اخیر مقدار تغییر طول نسبی بحرانی بردار پیوند میان دو نقطه مادی (s_0) در حالت دو و سه بعدی برابر است با[۳۵]:

$$s_0=\sqrt{\frac{4\pi G_0}{9E\delta}}\qquad for\ 2D \quad (۲۹)$$

$$s_0=\sqrt{\frac{10G_0}{\pi c\delta^5}}=\sqrt{\frac{5\pi G_0}{9k\delta}}\qquad for\ 3D \quad (۳۰)$$

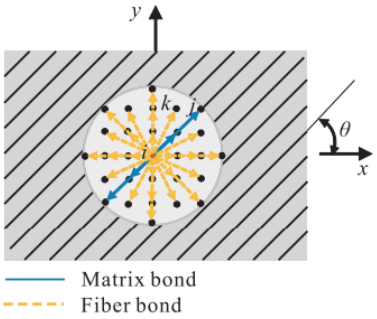
اوثرکاس و مادنسی در مرجع[۴۳] فرمول‌بندی لازم برای تحلیل و مدل‌سازی صفحه و اجسام کامپوزیتی تک‌لایه تقویت شده با الیاف تک‌جهته را ارائه دادند. طبق پژوهش آن‌ها در جسم کامپوزیتی تک‌لایه تقویت شده با الیاف نک‌جهته، نقاط مادی در جسم به دو دسته نقاط مادی در جهت الیاف و نقاط مادی در جهت ماده زمینه تقسیم می‌شوند. در نتیجه جهت تحلیل و مدل‌سازی جسم کامپوزیتی تک‌لایه دو نوع بردار پیوند میان نقاط مادی در جسم کامپوزیتی تک‌لایه تقویت شده با الیاف تحت عنوان بردار پیوند در جهت الیاف و بردار پیوند در جهت ماده زمینه درنظر خواهد گرفته شد. در شکل‌های (۶) و (۷) به ترتیب نحوه قرارگیری بردار پیوند در جهت الیاف و ماده زمینه در جسم کامپوزیتی تک لایه و ارتباط بین نیروی موجود در بردار پیوند در جهت الیاف و ماده زمینه با کشش بردار پیوند در این جهت‌های موردنظر نشان داده شده‌است.

جهت تعریف خواص مکانیکی و مشخص کردن نیروی موجود در بردار پیوند میان نقاط مادی در جهت الیاف و ماده زمینه پارامترهای میکرومدول ماده در جهت الیاف و در جهت ماده زمینه در جسم کامپوزیتی تک‌لایه تقویت شده با الیاف تک جهته به صورت زیر تعریف می‌شوند:

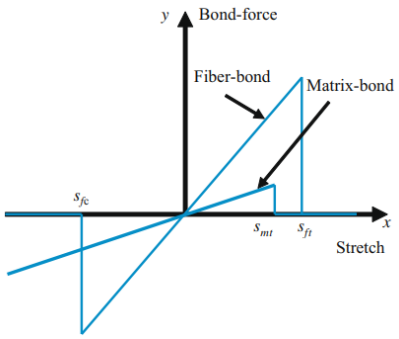
$$c_f = \frac{2E_1(E_1 - E_2)}{(E_1 - \frac{1}{9}E_2)\sum_{j=1}^{M}\varepsilon_{jt}V_j} \quad (۳۱)$$

$$c_m = \frac{8E_1E_2}{(E_1 - \frac{1}{9}E_2)h\pi\delta^3} \quad (۳۲)$$

که در روابط فوق، E_1 و E_2 خواص مکانیکی جسم کامپوزیتی موردنظر، h، ضخامت جسم کامپوزیتی موردنظر و δ، مقدار خط افق می‌باشد. جزئیات محاسبه s_{ft}، s_{mt} و s_{fc} در مرجع[۴۳] بیان شده است.



شکل ٦) نحوه قرارگیری بردار پیوند در جهت الیاف و ماده زمینه در جسم کامپوزیتی تک لایه



شکل ۷) ارتباط بین نیروی موجد در بردار پیوند در جهت الیاف و ماده زمینه با تغییر طول بردار پیوند

۲-۱- گسسته‌سازی فرمول‌بندی تئوری پری‌داینامیک

حل عددی معادله (۵) در تئوری پری‌داینامیک با استفاده از روش بدون مش انجام می‌شود. در این روش ابتدا کل جسم به نقاط گرهی تقسیم می شوند که هر گره در پیکربندی مرجع حجم مشخصی دارد. حجم گره‌ها می تواند غیریکنواخت باشد که برای سادگی حل گره‌ها به صورت مکعبی به ضلع Δx در نظر گرفته می‌شوند. در واقع Δx، فاصله طولی یا عرضی نقاط مادی در تئوری پری‌داینامیک می‌باشد. شکل گسسته معادله (٤) در تئوری پری‌داینامیک با استفاده از روش انتگرال‌گیری نقطه میانی به صورت زیر است[15]:

$$\rho\ddot{u}_i = \sum_j f\left(u_j{}^n - u_i{}^n, x_j - x_i\right)V_j + b_i{}^n \quad (۳۳)$$

که در رابطه (۳۳)، $u_i{}^n = u(x_i, t^n)$، جابه جایی گره i ام در زمان t^n که n شماره گام زمانی است، می‌باشد. همچنین در رابطه فوق، V_j، حجم گره j ام می‌باشد. لازم به ذکر است که حجم گره در حالت دو بعدی و یک بعدی به ترتیب سطح گره و طول گره خواهد بود. سمت چپ معادله (۳۳) را می‌توان با استفاده از رابطه تفاضل مرکزی صریح جایگزین کرد:

$$\ddot{u}_i{}^n = \frac{u_i{}^{n+1} - 2u_i{}^n + u_i{}^{n-1}}{\Delta t^2} \quad (۳٤)$$

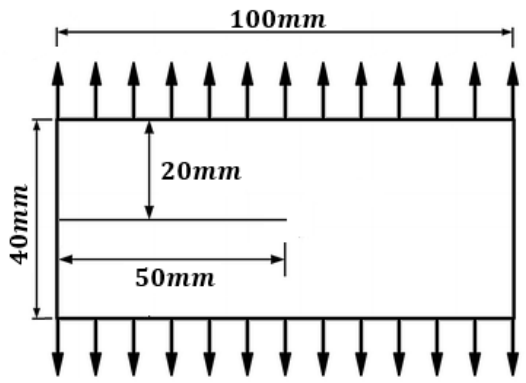
برای حل قسمت دیفرانسیلی (سمت چپ) معادله (۳۳) از الگوریتم سرعت ورلت استفاده می‌شود. این الگوریتم به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \dot{u}_{(k)}^{n+\frac{1}{2}} &= \dot{u}_{(k)}^{n} + \frac{\Delta t}{2}\ddot{u}_{(k)}^{n} \\ u_{(k)}^{n+1} &= u_{(k)}^{n} + \Delta t\, \dot{u}_{(k)}^{(n+1)/2} \\ \dot{u}_{(k)}^{n+1} &= \dot{u}_{(k)}^{(n+1)/2} + \frac{\Delta t}{2}\ddot{u}_{(k)}^{n+1} \end{aligned} \quad (۳۵)$$

که در روابط فوق، u، $\dot{u}$ و $\ddot{u}$ به ترتیب بردار جابه جایی، سرعت و شتاب هستند. در واقع با استفاده از روابط فوق می‌توان شتاب، سرعت و جابه جایی را برای k امین نقطه مادی از جسم را محاسبه نمود.

۳-مثال‌های عددی

در این بخش، در ابتدا جهت اعتبار سنجی کد نوشته شده در نرم افزار لمپس جهت مدل‌سازی رشد ترک در اجسام با استفاده از تئوری پری‌داینامیک مبتنی بر پیوند به مدل‌سازی رشد ترک دینامیکی در یک صفحه مستطیلی شکل که دارای یک پیش ترک افقی می‌باشد، پرداخته شده‌است. صفحه مستطیلی موردنظر از جنس $Duran\ glass50$ که خواص آن در جدول (۱) بیان شده است. مقادیر طول و عرض صفحه مستطیلی موردنظر به ترتیب برابر با $0.1m$ و $0.04m$ می‌باشند. هندسه صفحه مستطیلی مورد نظر به صورت شماتیک در شکل (۸) نشان داده شده است. مطابق با شکل (۷)، طول پیش ترک افقی صفحه مستطیلی موردنظر برابر با $a = 0.05m$ می‌باشد و مرزهای بالا و پایین جسم تحت تنش کششي يكنواخت $12Mpa$ قرار دارند. به منظور گسسته‌سازي صفحه مستطیلی موردنظر برای تحلیل و مدل‌سازی رشد ترک در آن با استفاده از تئوری پری‌داینامیک، صفحه موردنظر به شبکه هايي مربعی شکل با طول ضلع $\Delta x = 0.0005\ m$ تقسیم مي‌شود. در این پژهش مقادیر خط افق و گام زمانی جهت مدل‌سازی رشد ترک در صفحه مستطیلی موردنظر با استفاده از تئوری پری-داینامیک مبتنی بر پیوند به ترتیب برابر با $\delta = 4\Delta x$ و $\Delta t = 50$ ns در نظر گرفته شده‌است. نتایج حاصل از مدل‌سازی رشد ترک در صفحه مستطیلی موردنظر در این بخش در شکل (۹) نشان داده شده است.

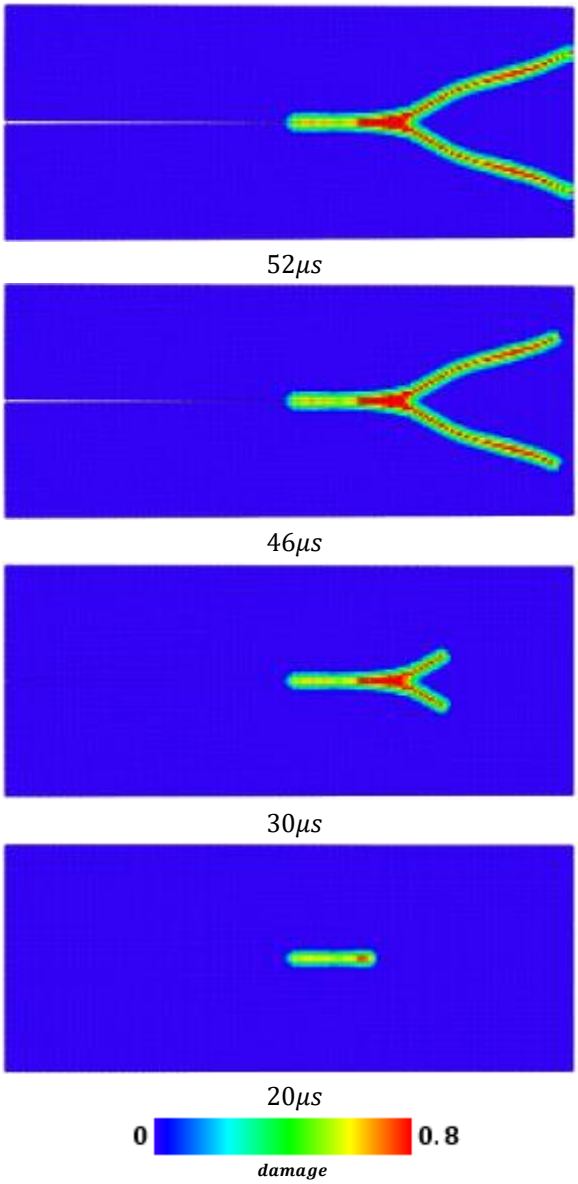


شکل ۸) نمایش صفحه مستطیلی دارای پیش ترک افقی تحت تنش یکنواخت

جدول ۱) خواص مکانیکی ماده Duran glass 50

چگالی (ρ)	$2235\ kg/m^3$
مدول یانگ (E)	$65GPa$
نسبت پواسون (ν)	0.3
انرژی شکست (G_0)	$204\ J/m^2$

لازم به ذکر است که در شکل (۱۰) به مقایسه نتیجه حاصل از مدل‌سازی رشد ترک در این پژوهش با نتایج حاصل در مراجع و پرداخته شده است. همچنین در جدول(۲) مکان و زمان پدیده انشعاب و چندشاخه شدن مسیر رشد ترک ترک در صفحه مستطیلی موردنظر بیان شده است.

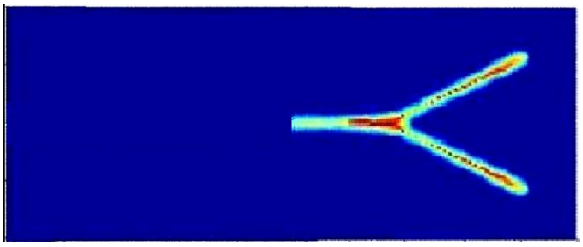


شکل ۹) مسیر رشد ترک در صفحه مستطیلی دارای پیش ترک افقی موردنظر تحت تنش یکنواخت $12Mp$

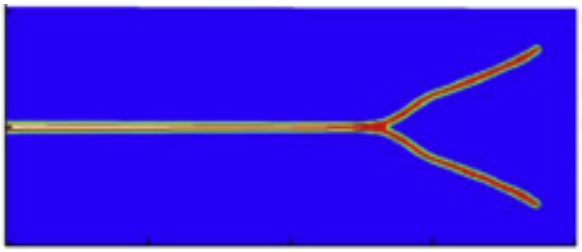
با توجه به شکل (۱۰) و جدول (۲) می‌توان بیان کرد که کد نوشته شده در نرم‌افزار لمپس جهت تحلیل و مدل‌سازی رشد ترک و آسیب در اجسام با استفاده از تئوری پری‌دینامیک مبتنی بر پیوند در این پژوهش از دقت مناسبی برخوردار است.

جدول ۲) زمان و مکان انشعاب مسیر ترک در صفحه مستطیلی موردنظر تحت تنش یکنواخت $12Mpa$

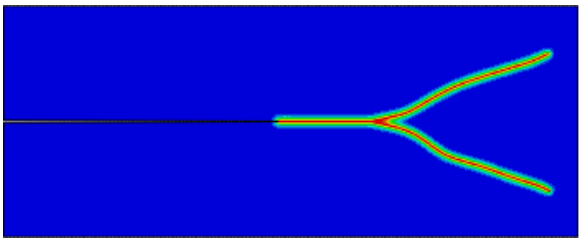
	پدیده انشعاب ترک	
	زمان انشعاب ترک	مکان انشعاب ترک
پژوهش حاضر	$25\mu s$	$0.019m$
شفیعی[۲۰]	$25\mu s$	0.019m
ها و بوبارو[۱۴]	$28\mu s$	0.021m



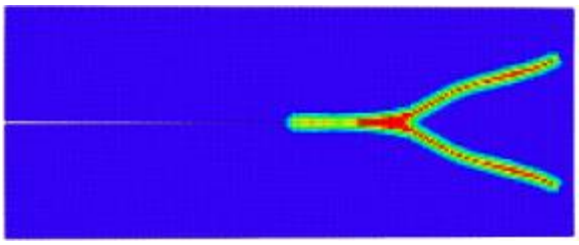
(د): تئوری پری‌دینامیک در پژوهش شفیعی[۲۰]



(ج): تئوری پری‌دینامیک در پژوهش ها و بوبارو[۱۴]



(ب): روش میدان فاز (پژوهش حاضر)



(الف): تئوری پری‌دینامیک (پژوهش حاضر)

شکل ۱۰) مقایسه نتایج حاصل از رشد ترک در صفحه مستطیلی دارای پیش‌ترک افقی تحت تنش $12Mpa$

۳-۲- تحلیل و مدل‌سازی آسیب در قطعه کامپوزیتی تحت فرآیند ماشین‌کاری

در این قسمت به ارزیابی تئوری پری‌دینامیک مبتنی بر پیوند در تحلیل و مدل‌سازی آسیب در قطعه کامپوزیتی پلیمری تقویت شده با الیاف کربن تحت فرآیند ماشین‌کاری پرداخته شده‌است و نتایج حاصل از این پژوهش با نتایج آزمایشگاهی و نتایج حاصل از مدل‌سازی آسیب در قطعه‌کار کامپوزیتی تحت فرآیند ماشین-کاری با استفاده از تئوری پری‌دینامیک مبتنی بر حالت نوع دوم

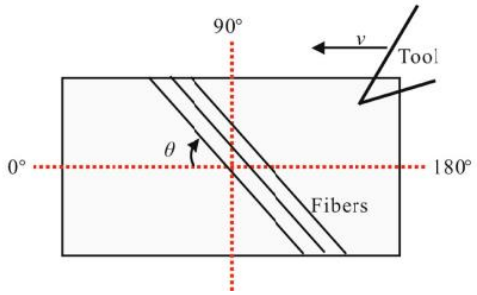
در مرجع[۴۲] مورد مقایسه قرار گرفته شده‌است. خواص مکانیکی قطعه‌کار کامپوزیتی پلیمری تقویت شده با الیاف کربن در پژوهش حاضر در جدول (۳) بیان شده است و هندسه قطعه‌کار کامپوزیتی موردنظر و شرایط مرزی و نحوه فرآیند ماشین‌کاری در این پژوهش و همچنین جهت قرارگیری الیاف در قطعه‌کار کامپوزیتی در پژوهش حاضر و زاویه آن با محورهای مختصات در شکل (۱۲) نشان داده شده‌است. طول (L)، عرض (t) و ارتفاع (W) قطعه‌کار کامپوزیتی موردنظر به ترتیب برابر با $8mm$، $1mm$ و $8mm$ می‌باشند. همچنین سرعت پیش‌روی ابزار (v) و عمق ماشین‌کاری (a_c)، زاویه براده‌برداری (β) و زاویه ابزار (α) به ترتیب برابر با $0.6m/min$، $0.2mm$، 25° و 20° می‌باشند.

جهت بررسی تاثیر زاویه الیاف در جسم بر نیروی وارد بر آن از طرف ابزار طی فرآیند ماشین‌کاری در پژوهش حاضر زاویه الیاف در قطعه‌کار کامپوزیتی موردنظر در چهار حالت متفاوت که به ترتیب برابر با 0°، 45°، 90° و 135° می‌باشند، درنظر گرفته شده‌است. نتایج حاصل از ماشین‌کاری قطعه‌کار کامپوزیتی موردنظر در حالت آزمایشگاهی و تئوری پری دینامیک به ازای جهت‌های متفاوت الیاف به ترتیب در شکل‌های (۱۳) و (۱۴) نشان داده شده‌است. با توجه به شکل‌های (۱۳) و (۱۴) می‌توان بیان کرد که زاویه قرارگیری الیاف در قطعه‌کار کامپوزیتی موردنظر تاثیر بسزایی بر نحوه تشکیل براده و آسیب در قطعه‌کار موردنظر طی فرآیند ماشین‌کاری دارد. همچنین تئوری پری‌داینامیک بخوبی قادر به تحلیل و مدل‌سازی فرآیند ماشین‌کاری بر قطعه‌کار کامپوزیتی موردنظر می‌باشد.

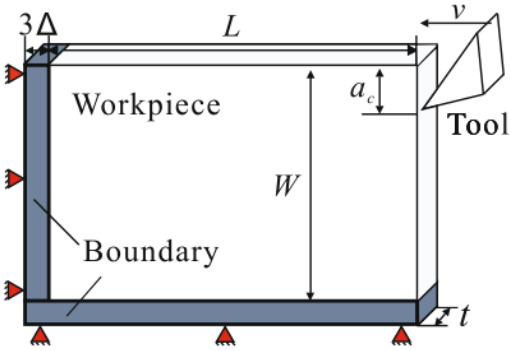
جدول ۳) خواص مکانیکی قطعه‌کار کامپوزیتی پلیمری تقویت شده با کربن

E_1	133000 MPa
E_2	8000 MPa
G_{12}	3700 MPa
v	0.33
X_t	1900 MPa
X_c	1300 MPa
Y_t	41 MPa
Y_c	170 MPa
S_c	81 MPa

نیروی وارد بر قطعه‌کار کامپوزیتی بر حسب زمان برای زوایای متفاوت الیاف در شکل (۱۵) نشان داده شده است. لازم به ذکر است که جهت ارزیابی دقت تئوری پری‌داینامیک مبتنی بر پیوند در پیش‌بینی و تعیین نیروی وارد بر قطعه‌کار کامپوزیتی تحت فرآیند ماشین‌کاری، نتایج حاصل از پژوهش حاضر با نتایج حاصل از دو تست آزمایشگاهی در مرجع و تئوری پری‌داینامیک مبتنی بر حالت نوع دوم در مرجع مورد مقایسه قرار گرفته شده‌است.



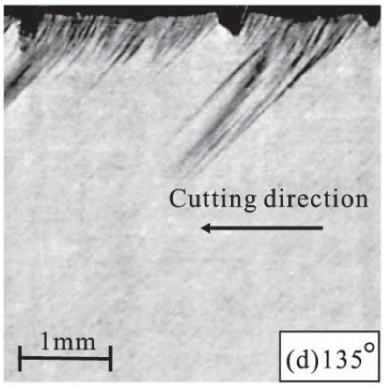
(ب): نحوه قرارگیری الیاف در قطعه‌کار کامپوزیتی موردنظر و زاویه الیاف با محورهای مختصات



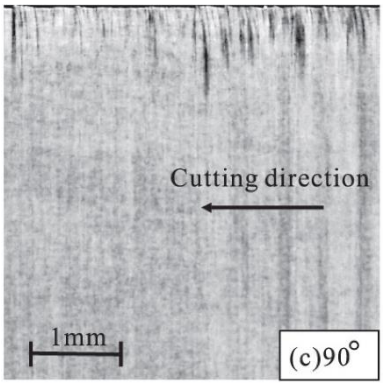
(الف): هندسه قطعه‌کار کامپوزیتی و ابزار و شرایط فرآیند ماشینکاری در پژوهش حاضر

شکل ۱۲) نمایش شماتیک هندسه قطعه‌کار کامپوزیتی و ابزار در فرآیند ماشین‌کاری در پژوهش حاضر

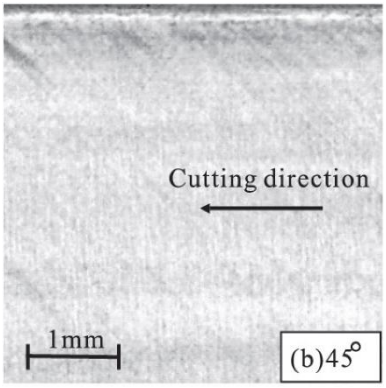
با توجه به شکل (۱۵) می‌توان بیان کرد که تئوری پری‌داینامیک مبتنی بر پیوند قادر به پیش‌بینی و تعیین نیروی وارد بر قطع‌کار کامپوزیتی موردنظر تحت فرآیند ماشین‌کاری می‌باشد. همچنین می‌توان بیان کرد که زاویه قرارگیری الیاف در قطعه‌کار کامپوزیتی تاثیر بسزایی بر نیروی وارد بر آن تحت فرآیند ماشین‌کاری دارد و با تغییر زاویه الیاف در قطعه‌کار کامپوزیتی نیروی وارد بر آن طی فرآیند ماشین‌کاری نیز تغییر خواهد کرد. لازم به ذکر است که با توجه به شکل (۱۵) می‌توان بیان کرد که کمترین و بیشترین میزان نیروی وارد بر قطعه‌کار در طول فرآیند ماشین‌کاری به ترتیب زمانی می‌باشد که جهت قرارگیری الیاف در قطعه‌کار کامپوزیتی موردنظر به ترتیب برابر با و است.



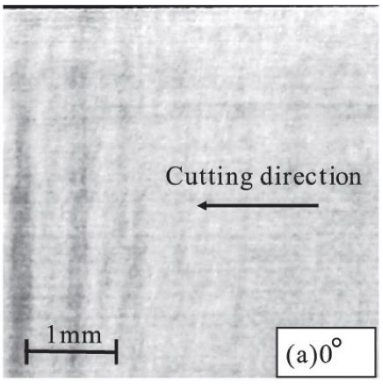
(د): زاویه الیاف 135°



(ج): زاویه الیاف 90°

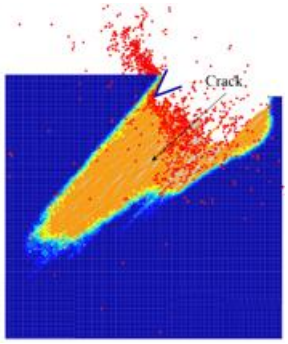


(ب): زاویه الیاف 45°

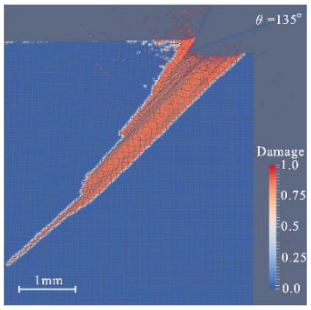


(الف): زاویه الیاف 0°

شکل ۱۳) نتایج آزمایشگاهی حاصل از ماشین‌کاری قطعه‌کار کامپوزیتی پلیمری تقویت شده با الیاف کربن برای جهات متفاوت الیاف در مرجع[۴۲]

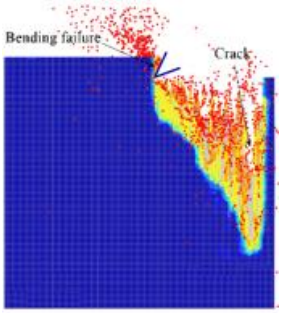


پژوهش حاضر

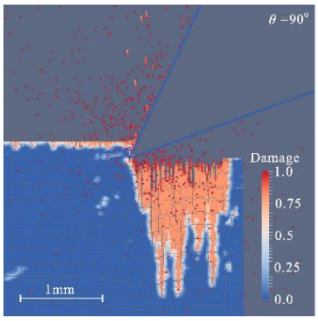


مرجع[۴۲]

(د): زاویه الیاف 135°

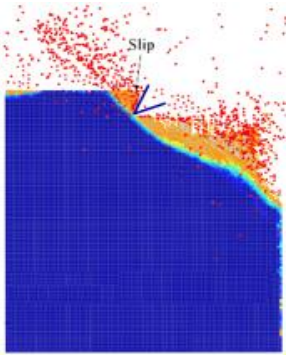


پژوهش حاضر

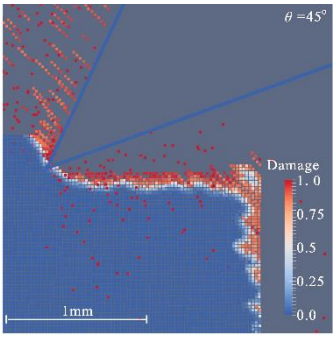


مرجع[۴۲]

(ج): زاویه الیاف 90°

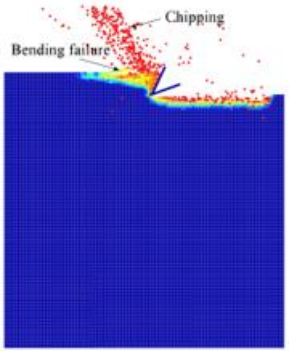


پژوهش حاضر

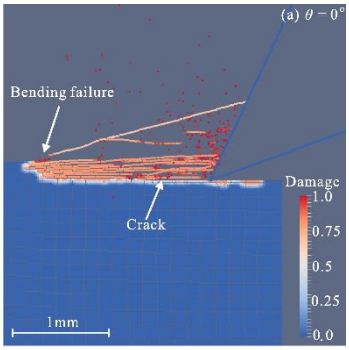


مرجع[۴۲]

(ب): زاویه الیاف 45°



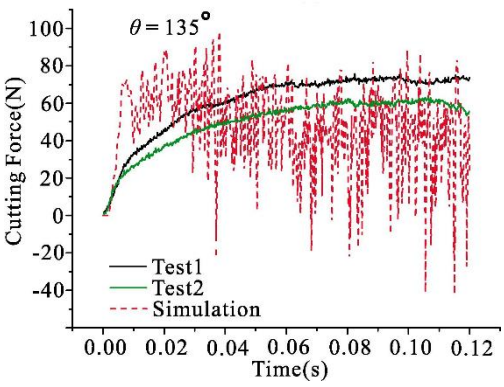
پژوهش حاضر



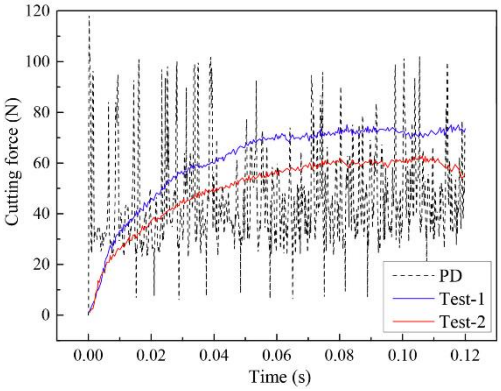
مرجع[۴۲]

(الف): زاویه الیاف 0°

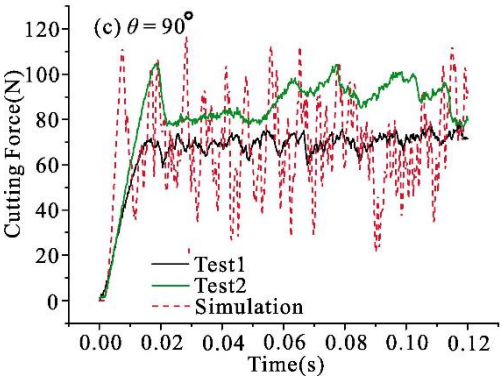
شکل ۱۴) نحوه تشکیل براده و ایجاد آسیب و ترک در قطعه‌کار کامپوزیتی موردنظر طی فرآیند ماشین‌کاری



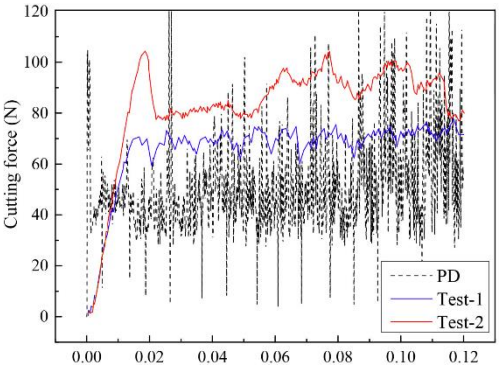
زاویه الیاف 135°



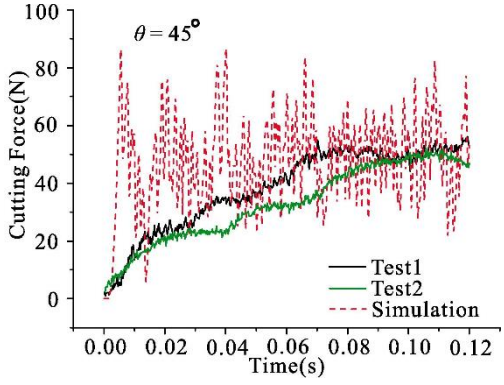
زاویه الیاف 1355°



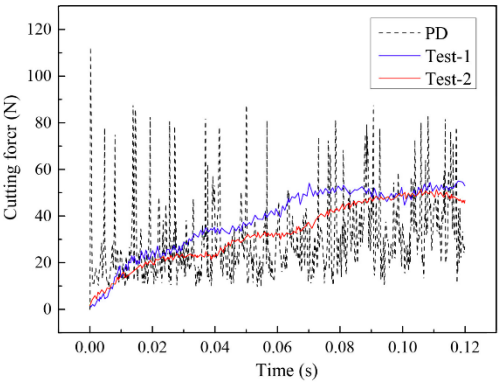
زاویه الیاف 90°



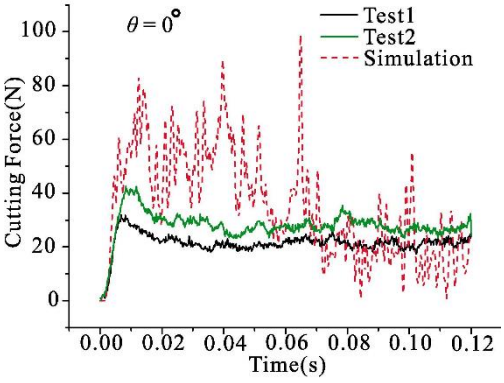
زاویه الیاف 90°



زاویه الیاف 45°

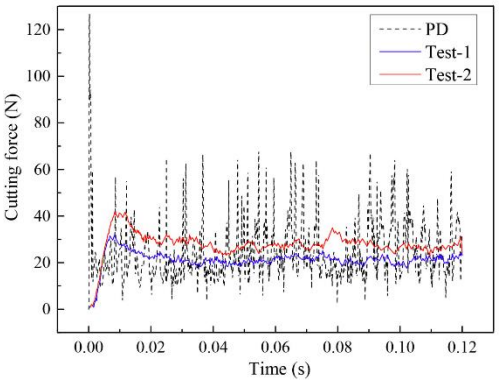


زاویه الیاف 45°



زاویه الیاف 0°

مرجع[۴۷]



زاویه الیاف 0°

پژوهش حاضر

شکل ۱۵) نیروی وارد بر قطعه‌کار کامپوزیتی موردنظر طی فرآیند ماشینکاری

۴-نتیجه‌گیری

امروزه استفاده از قطعات و سازه‌های کامپوزیتی تقویت شده با الیاف کربن به دلیل داشتن خواص مکانیکی مطلوب مورد توجه قرار گرفته‌است. در این پژوهش به ارزیابی تئوری پری‌داینامیک مبتنی بر پیوند در تحلیل و مدل‌سازی آسیب در قطعه‌کار کامپوزیتی پلیمری تقویت شده با الیاف کربن در نرم‌افزار لمپس پرداخته شده است و نتایج حاصل از این پژوهش با نتایج مراجع و منابع در دسترس مورد مقایسه قرار گرفته شده‌است. با توجه به نتایج حاصل از این پژوهش می‌توان بیان کرد که تئوری پری-داینامیک بخوبی و بدون تغییر درمعیار و بدون نیاز به روابط تکمیلی قادر به تحلیل و مدل‌سازی رشد ترک، سیب و شکست در قطعه‌کار کامپوزیتی پلیمری تقویت شده با الیاف کربن می‌باشد. همچنین می‌توان بیان کرد که جهت الیاف در قطعه‌کار کامپوزیتی موردنظر تاثیر بسزایی بر آسیب و رشد ترک ایجاد شده در آن و نیروی وارد بر آن از طرف ابزار طی فرآیند ماشین‌کاری دارد.

مراجع

1- Sobkowiak M, Rebis T, Milczarek G. Electrocatalytic sensing of poly-nitroaromatic compounds on multiwalled carbon nanotubes modified with alkoxysulfonated derivative of PEDOT. Materials Chemistry and Physics. 2017; 186:108-14.

2- da Silva JP, Soares BG, Livi S, Barra GM. Phosphonium–based ionic liquid as dispersing agent for MWCNT in melt-mixing polystyrene blends: Rheology, electrical properties and EMI shielding effectiveness. Materials Chemistry and Physics. 2017; 189:162-8

1. Silling SA. Reformulation of elasticity theory for discontinuities and long-range forces. Journal of the Mechanics and Physics of Solids. 2000;48(1):175-209.

2. Silling SA, Bobaru F. Peridynamic modeling of membranes and fibers. International Journal of Non-Linear Mechanics. 2005;40(2-3):395-409.

3. Silling SA, Epton M, Weckner O, Xu J, Askari E. Peridynamic states and constitutive modeling. Journal of elasticity. 2007;88(2):151-84.

4. Mitchell JA. A nonlocal, ordinary, state-based plasticity model for peridynamics. UNT Digital Library: Sandia National Laboratories (SNL), Albuquerque, NM, and Livermore, CA (United States); 2011.

5. Mitchell JA. A nonlocal, ordinary, state-based plasticity model for peridynamics. Sandia National Laboratories (SNL), Albuquerque, NM, and Livermore, CA …; 2011.

6. Nikabdullah N, Azizi M, Alebrahim R, Singh S. The application of peridynamic method on prediction of viscoelastic materials behaviour. AIP conference proceedings. 2014;1602(1):357-63.

7. Bang D. Peridynamic modeling of hyperelastic materials [text; Electronic Dissertation]: The University of Arizona; 2016.

8. Xu L, He X, Chen W, Li S, Wang G, editors. Reformulating hyperelastic materials with peridynamic modeling. Computer Graphics Forum; 2018: Wiley Online Library.

9. Silling SA. Introduction to peridynamics. Handbook of peridynamic modeling: Chapman and Hall/CRC; 2016. p. 63-98.

10. Diehl P, Prudhomme S, Lévesque M. A review of benchmark experiments for the validation of peridynamics models. Journal of Peridynamics and Nonlocal Modeling. 2019;1(1):14-35.

11. Silling SA, Askari E. A meshfree method based on the peridynamic model of solid mechanics. Computers & structures. 2005;83(17-18):1526-35.

12. Parks ML, Lehoucq RB, Plimpton SJ, Silling SA. Implementing peridynamics within a molecular dynamics code. Computer Physics Communications. 2008;179(11):777-83.

13. Parks ML, Seleson P, Plimpton SJ, Silling SA, Lehoucq RB. Peridynamics with lammps: a user guide, v0. 3beta. Sandia Report (2011–8253). 2011;3532.

14. Ha YD, Bobaru F. Studies of dynamic crack propagation and crack branching with peridynamics. International Journal of Fracture. 2010;162(1):229-44.

15. Ha YD, Bobaru F. Characteristics of dynamic brittle fracture captured with peridynamics. Engineering Fracture Mechanics. 2011;78(6):1156-68.

16. Agwai A, Guven I, Madenci E. Predicting crack propagation with peridynamics: a comparative study. International journal of fracture. 2011;171(1):65-78.

17. Silling SA, Weckner O, Askari E, Bobaru F. Crack nucleation in a peridynamic solid. International Journal of Fracture. 2010;162(1):219-27.

18. Zhou X-P, Gu X-B, Wang Y-T. Numerical simulations of propagation, bifurcation and coalescence of cracks in rocks. international journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. 2015; 80:241-54.

19. Zhao J, Tang H, Xue S. Peridynamics versus XFEM: a comparative study for quasi-static crack problems. Frontiers of structural and civil engineering. 2018;12(4):548-57.

20. Shafiei A. Dynamic crack propagation in plates weakened by inclined cracks: an investigation based on peridynamics. Frontiers of Structural and Civil Engineering. 2018;12(4):527-35.

21. Huang X, Bie Z, Wang L, Jin Y, Liu X, Su G, He X. Finite element method of bond-based peridynamics and its ABAQUS implementation. Engineering Fracture Mechanics. 2019; 206:408-26.

22. Basoglu MF, Zerin Z, Kefal A, Oterkus E. A computational model of peridynamic theory for deflecting behavior of crack propagation with micro-cracks. Computational Materials Science. 2019; 162:33-46.

23. Wang Y, Zhou X, Kou M. Numerical studies on thermal shock crack branching instability in brittle solids. Engineering Fracture Mechanics. 2018; 204:157-84.

24. Mehrmashhadi J, Bahadori M, Bobaru F. On validating peridynamic models and a phase-field model for dynamic brittle fracture in glass. Engineering Fracture Mechanics. 2020; 240:107355.

25. Anbarlooie B, Hosseini-Toudeshky H. Peridynamic micromechanical prediction of nonlocal damage initiation and propagation in DP steels based on real microstructure. International Journal of Mechanical Sciences. 2019; 153:64-74.

26. Karpenko O, Oterkus S, Oterkus E. Influence of different types of small-size defects on propagation of macro-cracks in brittle materials. Journal of Peridynamics and Nonlocal Modeling. 2020;2(3):289-316.

27. Isiet M, Mišković I, Mišković S. Review of peridynamic modelling of material failure and damage due to impact. International Journal of Impact Engineering. 2021; 147:103740.

28. Bobaru F, Ha YD, Hu W. Damage progression from impact in layered glass modeled with peridynamics. Central European Journal of Engineering. 2012;2(4):551-61.
29. Sun C, Huang Z. Peridynamic simulation to impacting damage in composite laminate. Composite Structures. 2016; 138:335-41.
30. Liu N, Liu D, Zhou W. Peridynamic modelling of impact damage in three-point bending beam with offset notch. Applied Mathematics and Mechanics. 2017;38(1):99-110.
31. Akbari M, Kazemi S. Peridynamic Analysis of Cracked Beam Under Impact. Journal of Mechanics. 2020;36(4):451-63.
32. Agwai A, Guven I, Madenci E. Crack propagation in multilayer thin-film structures of electronic packages using the peridynamic theory. Microelectronics Reliability. 2011;51(12):2298-305.
33. Kilic B, Agwai A, Madenci E. Peridynamic theory for progressive damage prediction in center-cracked composite laminates. Composite Structures. 2009;90(2):141-51.
34. Zhou W, Liu D, Liu N. Analyzing dynamic fracture process in fiber-reinforced composite materials with a peridynamic model. Engineering Fracture Mechanics. 2017; 178:60-76.
35. Hu W, Ha YD, Bobaru F. Peridynamic model for dynamic fracture in unidirectional fiber-reinforced composites. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. 2012; 217:247-61.
36. Ghajari M, Iannucci L, Curtis P. A peridynamic material model for the analysis of dynamic crack propagation in orthotropic media. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. 2014; 276:431-52.
37. Taştan A, Yolum U, Güler MA, Zaccariotto M, Galvanetto U. A 2D peridynamic model for failure analysis of orthotropic thin plates due to bending. Procedia Structural Integrity. 2016; 2:261-8.
38. Diyaroglu C, Oterkus E, Madenci E, Rabczuk T, Siddiq A. Peridynamic modeling of composite laminates under explosive loading. Composite Structures. 2016; 144:14-23.
39. Cheng Z, Zhang G, Wang Y, Bobaru F. A peridynamic model for dynamic fracture in functionally graded materials. Composite Structures. 2015; 133:529-46.
40. Cheng Z, Liu Y, Zhao J, Feng H, Wu Y. Numerical simulation of crack propagation and branching in functionally graded materials using peridynamic modeling. Engineering Fracture Mechanics. 2018; 191:13-32.
41. Madenci E, Yaghoobi A, Barut A and Phan N. Peridynamics for failure prediction in variable angle tow composites. Archive of Applied Mechanics 2022: 1-15.
42. Shang S, Qin X, Li H and Cao X. An application of non-ordinary state-based peridynamics theory in cutting process modelling of unidirectional carbon fiber reinforced polymer material. *Composite Structures* 2019; 226: 111194.
43. Oterkus E, Madenci E, Weckner O, et al. Combined finite element and peridynamic analyses for predicting failure in a stiffened composite curved panel with a central slot. *Composite Structures* 2012; 94: 839-850.