

Numerical Simulation of a Two-Dimensional Channel with a Raised Bottom: Comparison of a Curved Surface with a Sharp Surface

Amirhossein Barzigar, Erfan Ebadati, Seyed Mostafa Hosseinalipour* 

Mechanical Engineering Department, Iran University of Science and Technology (IUST), Tehran, Iran,

ARTICLE INFO

Article Type

Original Research

Article History

Received: June 08, 2025

Revised: July 28, 2025

Accepted: August 16, 2025

ePublished: August 23, 2025

ABSTRACT

This study presents a comprehensive numerical investigation of compressible fluid flow in a two-dimensional channel featuring curved and triangular protrusions on the channel floor, under subsonic and supersonic flow conditions. Geometry and mesh generation were carried out using *Gambit*, while numerical simulations were performed using *Fluent*. The $k-\omega$ SST turbulence model, along with a density-based implicit solver, was employed to simulate the flow at inlet Mach numbers of 0.5, 0.675, and 1.4. The results revealed significant variations in pressure and Mach number along the channel, directly influenced by the protrusion geometry and flow regime. At Mach 0.5, the pressure at the leading edge of the curved protrusion increased up to 1.2 times the inlet pressure, while the Mach number dropped to 0.43. At Mach 0.675, the pressure rose to 1.4 times the inlet value, with the Mach number decreasing to 0.6. Under supersonic conditions (Mach 1.4), shock wave formation was clearly observed, accompanied by a pressure drop to 0.75 and an increase in Mach number to 1.5 downstream. Triangular protrusions induced stronger disturbances in flow characteristics compared to curved ones, leading to the formation of more intense shocks and steeper pressure gradients. Velocity vectors and streamlines indicated shock concentration near the protrusions. The $k-\omega$ SST model effectively captured these behaviors. The findings are significant for optimizing aerodynamic performance in engineering systems such as turbomachinery, nozzles, and fluid transport ducts, highlighting the influence of geometry on phenomena such as shock formation, energy loss, and pressure recovery.

Keywords: Flow Shock, Supersonic Flow, Protrusion, Pressure Gradient

How to cite this article

Barzigar A, Ebadati E, Hosseinalipour S.M, Numerical Simulation of a Two-Dimensional Channel with a Raised Bottom: Comparison of a Curved Surface with a Sharp Surface. *Modares Mechanical Engineering*; 2025;25(06):373-386.

*Corresponding author's email: alipour@iust.ac.ir

*Corresponding ORCID ID: 0000-0002-6128-8920



Copyright© 2025, TMU Press. This open-access article is published under the terms of the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License which permits Share (copy and redistribute the material in any medium or format) and Adapt (remix, transform, and build upon the material) under the Attribution-NonCommercial terms.



شبیه‌سازی عددی مجرا دوبعدی با برآمدگی کف: مقایسه سطح منحنی با سطح مثلثی

امیرحسین برزیکر، عرفان عبادتی، سیدمصطفی حسینعلی پور*

گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت، تهران، ایران

چکیده

در این پژوهش، یک بررسی عددی جامع از جریان سیال تراکم‌پذیر در یک مجرا دوبعدی با برآمدگی‌هایی به شکل منحنی و مثلثی در کف مجرا، تحت شرایط جریان زیرصوتی و فراصوتی انجام شده است. برای تولید هندسه و شبکه از نرم‌افزار گمبیت و برای حل عددی جریان از نرم‌افزار فلوئنت استفاده گردید. مدل آشفتگی SST $k-\omega$ به همراه حل‌گر ضمنی مبتنی بر چگالی برای شبیه‌سازی جریان اعداد ماخ ورودی ۰/۵ و ۰/۶ تا ۱/۴ به کار گرفته شد. نتایج به‌دست‌آمده نشان‌دهنده تغییرات مشخص فشار و عدد ماخ در طول مجرا بوده که این تغییرات به‌طور مستقیم تحت تأثیر هندسه برآمدگی و رژیم جریان قرار دارد. در عدد ماخ ۰/۵، فشار در لبه ابتدایی برآمدگی منحنی تا ۱/۲ برابر فشار ورودی افزایش یافت و عدد ماخ تا ۰/۴۳ کاهش پیدا کرد. در ماخ ۰/۶ تا ۱/۴، فشار تا ۱/۴ برابر افزایش یافت و عدد ماخ به ۰/۶ کاهش یافت. در حالت جریان فراصوتی (ماخ ۱/۴)، تشکیل موج شوک به وضوح مشاهده شد که با کاهش فشار تا ۰/۷۵ برابر و افزایش عدد ماخ تا ۱/۵ در پایین‌دست همراه بود. برآمدگی‌های مثلثی نسبت به منحنی، اغتشاشات قوی‌تری در مشخصات جریان ایجاد کردند و منجر به شکل‌گیری شوک‌ها و گرادیان‌های فشاری شدیدتری شدند. بردارهای سرعت و خطوط جریان، تمرکز شوک‌ها در نزدیکی برآمدگی را نشان دادند. یافته‌های این پژوهش برای بهینه‌سازی عملکرد آیرودینامیکی در سامانه‌های مهندسی نظیر توربوماشین‌ها، نازل‌ها و مجاری انتقال سیال اهمیت بالایی دارند و تأثیر هندسه بر پدیده‌هایی نظیر شکل‌گیری شوک، اتلاف انرژی و بازیابی فشار را به‌خوبی نشان می‌دهند.

اطلاعات مقاله

نوع مقاله

مقاله پژوهشی

تاریخچه مقاله

دریافت: ۱۴۰۴/۰۳/۱۸

بازنگری: ۱۴۰۴/۰۵/۰۶

پذیرش: ۱۴۰۴/۰۵/۲۵

ارائه آنلاین: ۱۴۰۴/۰۶/۰۱

کلیدواژه‌ها: شوک جریانی، جریان فراصوتی، برآمدگی، گرادیان فشار

نحوه ارجاع به این مقاله

برزیکر امیرحسین، عبادتی عرفان، حسینعلی پور سیدمصطفی، شبیه‌سازی عددی مجرا دوبعدی با برآمدگی کف: مقایسه سطح منحنی با سطح مثلثی، مهندسی مکانیک مدرس. ۳۸۷-۳۷۳ (۰۶): ۱۴۰۴؛ ۲۵

*پست الکترونیکی نویسنده عهده دار مکاتبات: alipour@iust.ac.ir

*شناسه ارجید نویسنده عهده دار مکاتبات: ۸۹۲۰-۶۱۲۸-۰۰۰۲-۰۰۰۰-۰۰۰۰



همکاران [۹] به بررسی عددی تأثیر تغییرات جزئی در هندسه پره‌های استاتور بر عملکرد پایای یک توربین گاز فشار بالا می‌پردازد. نتایج نشان می‌دهد که تغییرات کوچک در پروفیل پره می‌تواند موجب بهبود یا افت بازده جریان در بخش استاتور شود.

او و همکاران [۱۰] اگرچه به ارائه روش‌های مبتنی بر فشار و چگالی برای حل این معادلات پرداخته‌اند، اما چالش‌هایی نظیر پیچیدگی الگوریتم‌ها و نیاز به محاسبات سنگین همچنان باقی است. ضعف‌های موجود در شبیه‌سازی جریان‌های فراصوتی به خصوص در تحلیل نواحی شوک و اثرات گرمایی نیز از جمله موضوعاتی است که نیاز به تحقیقات بیشتر دارد.

کادیوار و همکاران [۱۱] به مقایسه عملکرد مدل‌های مختلف معادلات ناویر-استوکس به روش میانگین‌گیری رینولدز در پیش‌بینی جریان آشفته و انتقال حرارت در مجراهای صاف و زبر می‌پردازد. نتایج نشان می‌دهد که دقت مدل‌ها به‌طور قابل توجهی تحت تأثیر ویژگی‌های سطح و شرایط مرزی جریان است. ریدزوان و همکاران [۱۲] با هدف بررسی دقت مدل‌های آشفته در تحلیل آیرودینامیکی، عملکرد پروفیل پره توربین بادی را با استفاده از مدل‌های SST $k-\omega$ و $k-\epsilon$ شبیه‌سازی کرده است. نتایج مطالعه نشان می‌دهد که مدل SST $k-\omega$ در پیش‌بینی جدایش جریان و رفتار ضریب برآ، به‌ویژه در زوایای حمله بالا، دقت بیشتری نسبت به مدل $k-\epsilon$ دارد و گزینه‌ای مناسب‌تر برای تحلیل جریان‌های آشفته حول هوابردها محسوب می‌شود. میراندا و همکاران [۱۳] با هدف ارزیابی دقت مدل‌های آشفته در مقیاس‌های کوچک، به بررسی عملکرد آن‌ها در پیش‌بینی ویژگی‌های مکانیکی و حرارتی جریان در مجراهای ریزمقیاس پرداخته است. یافته‌ها نشان می‌دهد که بسیاری از مدل‌های متداول آشفته در این مقیاس‌ها با کاهش دقت مواجه هستند، که این موضوع ضرورت بازنگری یا توسعه مدل‌های بهینه‌سازی شده کاربردهای ریزسیال را برجسته می‌کند. ساکاماتو و همکاران [۱۴] با هدف ارتقای دقت مدل‌سازی جریان‌های دارای جدایش متوسط، از روش هم‌ترازسازی داده‌ها برای بهینه‌سازی پارامترهای مدل آشفته SST $k-\omega$ استفاده کرده است. این رویکرد منجر به بهبود چشمگیر در پیش‌بینی رفتار جریان پیرامون هندسه‌های پیچیده‌ای مانند بال‌های دوبعدی و بدنه کشتی‌های سه‌بعدی شده و اهمیت تطبیق‌پذیری پارامترهای مدل آشفته را در شبیه‌سازی‌های کاربردی برجسته می‌سازد.

نایمانووا و همکاران [۱۵] یک اصلاح جدید بر مدل آشفته $k-\omega$ با در نظر گرفتن اثرات ناپایداری و غیرتعادلی معرفی می‌کند تا دقت پیش‌بینی جریان‌های مافوق صوت بهبود یابد. با افزودن ضرایب موضعی تراکم‌پذیری به معادله نرخ اتلاف ویژه، مدل پیشنهادی توانسته است رفتار جریان، از جمله موج ضربه‌ای، ساختار گردابه و نفوذ جت هیدروژن را به‌خوبی شبیه‌سازی کرده و تطابق قابل قبولی با داده‌های آزمایشگاهی نشان دهد. از طرفی بالاجی و همکاران [۱۶] به تحلیل عددی هوابرد با استفاده از سه

۱- مقدمه

شبیه‌سازی دینامیک سیالات محاسباتی در دهه‌های اخیر به یک ابزار ضروری برای حل مسائل پیچیده جریان‌های سیال تبدیل شده است. این حوزه به دلیل پیشرفت‌های محاسباتی و توسعه مدل‌های عددی، به طور گسترده در زمینه‌های صنعتی و تحقیقاتی مورد استفاده قرار گرفته است. مبانی دینامیک سیالات محاسباتی بر حل معادلات ناویر-استوکس، معادلات پیوستگی و انرژی استوار است. حل این معادلات به دلیل غیرخطی بودن، نیازمند روش‌های عددی پیشرفته است. روش‌های حجم محدود، اجزاء محدود، و تفاضل محدود از رایج‌ترین تکنیک‌های استفاده‌شده در این زمینه هستند. کاربردهای صنعتی دینامیک سیالات محاسباتی شامل شبیه‌سازی جریان در مجراها، طراحی آیرودینامیکی، تحلیل جریان‌های چندفازی، و بهینه‌سازی فرآیندهای حرارتی است.

کارهای انجام‌شده توسط جئون و مارگنبرگ بهبودهایی در دقت این روش‌ها با استفاده از الگوریتم‌های پیشرفته مانند حلگرهای مبتنی بر شبکه عصبی ارائه کرده‌اند [۱-۲]. شبیه‌سازی جریان‌های آشفته یکی از چالش‌های اصلی در دینامیک سیالات محاسباتی است. مدل SST $k-\omega$ با سرکوب انتشار آشفته، پیش‌بینی جدایش جریان را به‌طور مؤثری بهبود می‌دهد و دقت آن به انتخاب مناسب ضرایب وابسته است [۳].

گلدبرگ و همکاران [۴] در یک مطالعه تجربی و عددی به بررسی حرکت سیال آشفته در یک سطح آزاد پرداختند و نشان دادند که تابع ساختار مرتبه دوم، رفتاری مشابه با یک سیستم سه‌بعدی از خود نشان می‌دهد. روش‌های شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ، شبیه‌سازی مستقیم و مدل‌سازی متوسط رینولدز در مقالات مختلف مورد بررسی قرار گرفته‌اند [۵]. این مدل‌ها به دلیل نیاز به دقت بالا و کاهش هزینه محاسباتی، به طور گسترده مورد استفاده قرار گرفته‌اند [۶]. وانگ و همکاران [۷] به بررسی مشکلات مدل‌های کنونی توربولانس در پیش‌بینی جریان‌های فراصوتی می‌پردازند و راهکارهایی را پیشنهاد می‌دهند که عملکرد مدل‌های انتقال تنش برشی را بهبود می‌بخشند. آزمایشات و شبیه‌سازی‌های انجام‌شده نشان می‌دهد که مدل بهبود یافته قادر به پیش‌بینی دقیق‌تر نواحی جدایی و تغییرات فشار منفی در جریان‌های فراصوتی است. بابائیان و همکاران [۸] به بررسی تجربی تأثیر نفوذ برآمدگی‌های دوگانه متقابل در دیواره نازل همگرا-واگرا بر تغییر بردار پیشران‌ش در جریان مافوق صوت می‌پردازد. نتایج نشان می‌دهد که طراحی مناسب این برآمدگی‌ها می‌تواند کنترل بردار رانش را بدون نیاز به سامانه‌های متحرک ممکن سازد.

جریان‌های تراکم‌پذیر، به خصوص در کاربردهایی مانند توربوماشین‌ها و سیستم‌های فضایی، نیازمند رویکردهای پیشرفته‌ای برای تحلیل تغییرات چگالی و فشار هستند. بابائی و

دیواره‌های مجرا استفاده می‌شود [۲۳]. این هندسه (شکل ۱) شامل یک مجرا دوبعدی است که در بخشی از طول آن، یک برآمدگی به صورت منحنی یا زاویه‌دار (نوکتیز) قرار داده شده است.

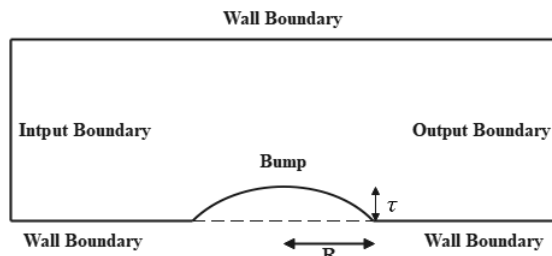


Figure 1) Geometry of the two-dimensional channel with a curved bump on the floor

شکل ۱) هندسه مجرا دوبعدی با یک برآمدگی منحنی در کف

معادله کمان منحنی شکل به صورت زیر قابل تعریف است [۲۵]:

$$R^2 = 0.25 + y_c^2 \quad (1)$$

$$y_c = \frac{\tau^2 - 0.25}{2\tau} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \tau &= 0.1 & \text{For } Ma = 0.5, 0.675 \\ \tau &= 0.04 & \text{For } Ma = 1.4 \end{aligned} \quad (3)$$

هدف از طراحی این هندسه، شبیه‌سازی و تحلیل اثر برآمدگی بر مشخصه‌های جریان مانند توزیع فشار، عدد ماخ، خطوط جریان، و رفتار جریان‌های زیرصوتی یا فراصوتی است. برآمدگی موجود در هندسه باعث ایجاد تغییرات محلی در سرعت و فشار جریان می‌شود که این تغییرات به شکل‌گیری ناحیه‌های جدایش جریان، بازگشت جریان، و شوک‌های ضربه‌ای در شرایط فراصوتی منجر می‌شود. بسته به عدد ماخ جریان ورودی، رفتار سیال در مجرا می‌تواند از حالت زیرصوتی تا فراصوتی متغیر باشد. در این شبیه‌سازی‌ها، بررسی تأثیر پارامترهایی مانند ارتفاع برآمدگی، شکل هندسی آن (مثلی یا منحنی)، و موقعیت نسبی آن در مجرا، از اهمیت بالایی برخوردار است.

۳- معادلات حاکم

مسئله مورد بررسی به صورت یک کانال دو بعدی می‌باشد که در کف کانال یک برآمدگی منحنی شکل وجود دارد. سیال تراکم‌پذیر مورد نظر هوا بوده که با عدد ماخ‌های ۰/۵ و ۰/۶۷۵ و ۱/۴ وارد کانال می‌شود که در دو حالت اول نیز جریان زیرصوتی و در حالت سوم جریان فراصوتی می‌باشد. برای شبیه‌سازی هندسه و گسسته‌سازی میدان جریان از نرم‌افزار گمبیت استفاده شده است و برای حل دینامیک سیالات محاسباتی آن از نرم‌افزار فلوئنت استفاده شده است. همچنین به عنوان یک نتیجه کاربردی نیز شکل برآمدگی مثلی تحلیل شده و نتایج آن با برآمدگی منحنی شکل مقایسه خواهد شد.

مدل آشفتگی مختلف پرداخته و نتایج را با داده‌های آزمایشگاهی مقایسه کرده است. یافته‌ها نشان می‌دهند که مدل $k - \omega$ در پیش‌بینی پارامترهای آیرودینامیکی و زاویه واماندگی عملکرد دقیق‌تری نسبت به مدل‌های دیگر دارد.

یونسی و همکاران [۱۷] روشی برای کالیبراسیون مدل آشفتگی SST $k - \omega$ ارائه می‌دهد که با هدف افزایش دقت شبیه‌سازی عملکرد توربین بادی در نزدیکی شرایط واماندگی، به کاهش چشمگیر خطا و بهبود بازده روتور منجر می‌شود. ژنگ و همکاران [۱۸] یک استراتژی بهبود چندفیزیکی برای ارتقای مدل آشفتگی SST $k - \omega$ در جریان‌های مافوق صوت پیشنهاد کرده‌اند. این روش با بهره‌گیری از توابع لایه مرزی شوک/آشفته و شوک/تراکم‌پذیری، دقت پیش‌بینی در جریان‌های پیچیده با ساختارهای چندگانه را به طور محسوسی افزایش می‌دهد. میرجلیلی با بهره‌گیری از یادگیری ماشین، مدل آشفتگی SST $k - \omega$ را برای تحلیل برهم‌کنش لایه مرزی و موج ضربه‌ای در یک نازل رمپ انبساطی تکی کالیبره کرده است. این رویکرد موجب بهبود دقت محاسباتی تا ۴/۵٪ شده و علاوه بر آن، اثر پارامترهای کلیدی عملکرد از جمله تأثیر دمای ورودی بر موقعیت موج شوک در رفتار جریان مافوق صوت مورد ارزیابی قرار گرفته است [۱۹].

ولاسکز و همکاران [۲۰] به مقایسه و ارزیابی میزان دقت مدل‌های مختلف آشفتگی در شبیه‌سازی توربین‌های هیدرولیکی گرداب آب گرانشی پرداختند. نتایج نشان داد که این مدل‌ها در پیش‌بینی رفتار جریان، اختلافات قابل توجهی دارند و در نهایت، مدل $k - \omega$ SST با بیشترین تطابق با داده‌های تجربی، به عنوان دقیق‌ترین مدل معرفی شد. آمارلو و همکاران [۲۱]، برای بهبود عملکرد مدل آشفتگی SST $k - \omega$ در پیش‌بینی جدایش جریان، از یک تکنیک بهینه‌سازی جایگزین چندموردی همراه با رویکرد افزایش تدریجی بهره گرفته‌اند؛ به طوری که دقت مدل در شرایط جدایش بهبود یافته و در عین حال، عملکرد اولیه آن در جریان‌های بدون جدایش حفظ شده است.

نوآوری اصلی این پژوهش در مقایسه عددی رفتار جریان تراکم‌پذیر در یک مجرا دوبعدی دارای برآمدگی‌های کف با دو هندسه متفاوت - منحنی و مثلی - تحت شرایط جریان زیرصوتی و فراصوتی است. این مطالعه، با بهره‌گیری از مدل آشفتگی SST $k - \omega$ و تحلیل دقیق اثرات شوک و گرادیان فشار، برای نخستین بار به طور هم‌زمان به ارزیابی کیفی و کمی تأثیر شکل هندسی بر مشخصه‌های جریان در هر دو رژیم جریان پرداخته و نتایج آن می‌تواند در بهینه‌سازی طراحی سامانه‌های آیرودینامیکی کاربردی باشد.

۲- هندسه شبکه

مجرا دارای برآمدگی یکی از پیکربندی‌های پرکاربرد در مسائل دینامیک سیالات محاسباتی است که برای بررسی رفتار جریان سیال در حضور یک مانع منحنی شکل یا مثلی در کف یا

$$\rho \frac{D}{Dt} \left(e + \frac{V^2}{2} \right) = \rho \dot{q} - \frac{\partial (up)}{\partial x} - \frac{\partial (vp)}{\partial y} + \rho f_v \quad (۸)$$

رویکرد حل این مسئله، استفاده از معادلات اوایلر و مقایسه آن با دیگر روش‌های حل معادلات نیز می‌باشد. باید توجه داشت که مسئله به صورت پایا و دوبعدی حل خواهد شد. به علت این که جریان تراکم‌پذیر می‌باشد لذا در حل مدل بایستی معادله انرژی در نظر گرفته شود تا بتواند به خوبی پارامترهای گرادیان‌های سرعت و فشار را اندازه‌گیری نماید ولی در جریان‌های تراکم‌ناپذیر با حل معادله پیوستگی و مومنتم به راحتی می‌توان به گرادیان‌های سرعت و فشار مطلوب رسید.

۴- تولید شبکه

بر روی دیواره‌ها به علت تشکیل لایه مرزی نیز مش لایه مرزی ایجاد شده است. فاصله اولین لایه با دیوار ۰/۰۰۱ و نرخ رشد لایه مرزی ۱/۱ داده شده است و سپس بعد از تشکیل مش لایه مرزی نیز مش صفحه به طور کامل تشکیل شد. همانطور که در شکل ۲ مشاهده می‌شود برای شبکه‌بندی این هندسه از شبکه سازمان یافته استفاده شده است.

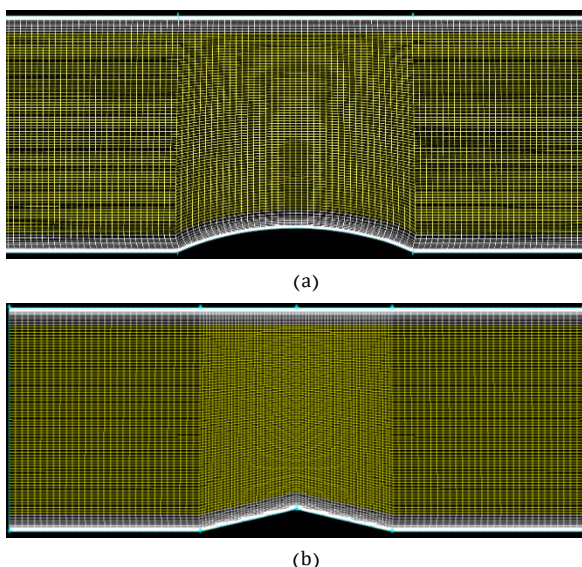


Figure 2) Generated mesh in the channel with (a) curved bump (b) triangular bump for Mach numbers 0.5, 0.675, and 1.4

شکل ۲) شبکه تولید شده در مجرا با (الف) برآمدگی منحنی (ب) برآمدگی مثلثی برای اعداد ماخ ۰/۵، ۰/۶۷۵ و ۱/۴

جدول ۱ نتایج تست استقلال از شبکه محاسباتی را در عدد ماخ ۰/۶۷۵ برای دو نوع هندسه سطح (منحنی‌شکل و نوک‌تیز) نشان می‌دهد. در این بررسی، اثر تعداد سلول‌های شبکه بر پارامترهای کلیدی جریان در ناحیه برآمدگی مورد ارزیابی قرار گرفته است. برای هر هندسه، مقادیر کمینه و بیشینه عدد ماخ در مقطع برآمدگی با افزایش تدریجی تعداد سلول‌های شبکه از ۸۰۰۰ تا ۱۴۰۰۰ ثبت شده‌اند. همان‌طور که مشاهده می‌شود، با افزایش تعداد شبکه، مقادیر عدد ماخ در هر دو هندسه به تدریج تغییر کرده و

انتخاب این مجموعه نرم‌افزاری به جای انسیس سی اف ایکس به دلایل متعددی صورت گرفته است. نخست، با توجه به سادگی هندسه مورد بررسی، امکان تولید شبکه‌ی ساختاریافته با کیفیت بالا در نرم‌افزار گمبیت فراهم است؛ موضوعی که به‌ویژه در نواحی نزدیک به دیواره‌ها و مرزهای حساس جریان از اهمیت بالایی برخوردار است. افزون بر آن، نرم‌افزار فلوئنت به دلیل برخورداری از انعطاف بالا در تنظیم مدل آشفتگی $k - \omega$ SST و امکان کنترل دقیق شرایط مرزی مربوط به آشفتگی، به‌ویژه در جریان‌های تراکم‌پذیر، انتخاب شده است. قابلیت‌های حلگر پایه چگالی و روش‌های پایدارسازی عددی در فلوئنت، به‌طور خاص برای تحلیل جریان‌های مافوق صوت با ساختارهای پیچیده مانند موج ضربه‌ای و ناحیه‌های بازچرخشی مناسب است.

حرکت ذرات سیال را می‌توان با استفاده از قانون دوم نیوتن و رابطه اساسی نیروهای لزجی، مدل کرد. رابطه بین تنش و نرخ تغییر شکل خطی فرض شده یا به عبارت دیگر سیال نیوتنی در نظر گرفته شده است. با در نظر گرفتن فرضیات فوق، معادله پیوستگی به فرم کلی زیر است [۲۳]:

$$\frac{\partial(\rho)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u) = 0 \quad (۴)$$

باید توجه داشت که چون جریان در این مسئله تراکم‌پذیر می‌باشد، بنابراین از متغیر چگالی نمی‌توان صرف نظر نمود. بنابراین مسئله در نرم‌افزار فلوئنت بر پایه چگالی حل خواهد شد. رابطه فوق، شکل دیفرانسیلی جزئی معادلات پیوستگی می‌باشد و متغیرهای میدان جریان را در هر نقطه به هم مربوط می‌کند. همچنین معادله مومنتم به صورت زیر قابل تعریف می‌باشد [۲۲]:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u V) = -\nabla p + F + \nabla \cdot \tau \quad (۵)$$

معادلات اوایلر با صرف نظر کردن از متغیرهای استهلاکی و خواص انتقالی حاصل از لزجت جریان و انتقال حرارت هدایتی به دست می‌آیند. این متغیرها متأثر از گرادیان‌های بالای سرعت و دما داخل میدان جریان هستند. با حذف این متغیرها عملاً امکان شبیه‌سازی لایه مرزی از بین رفته لذا آثار آن از جمله اصطکاک روی سطح جسم دیگر قابل محاسبه نمی‌باشند. استفاده از این معادلات در جریان‌های با عدد رینولدز بالا با دقت مناسبی توزیع فشار روی سطح اجسام را ارائه می‌دهد. معادله پیوستگی در حالت بقایی در جریان‌های غیرلزج به صورت زیر می‌باشد [۲۲]:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u V) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \rho f_x \quad (۶)$$

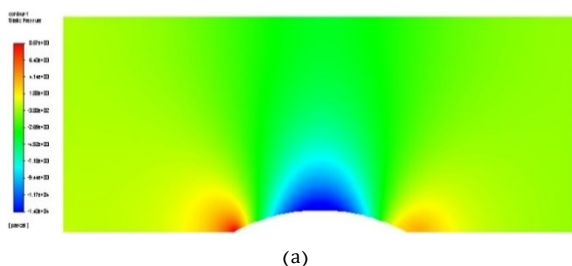
$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v V) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \rho f_y \quad (۷)$$

معادله انرژی در حالت غیربقایی به صورت زیر قابل تعریف می‌باشد [۲۲]:

به‌طور پیش‌فرض روی هوا قرار داده شده است. با توجه به تغییرات چگالی در طول جریان، از مدل گاز ایده‌آل استفاده شده تا چگالی در هر مقطع به کمک معادله گاز ایده‌آل محاسبه و بر مبنای حل با روش ضمنی بیان شود. در ورودی این مجرا، شرط مرزی میدان دور فشاری اعمال شده و در خروجی، شرط مرزی بر روی فشار خروجی تنظیم شده است. برای دیواره‌های بالا و پایین نیز از شرط مرزی دیواره استفاده شده است. شرایط دما و فشار در ورودی و خروجی با در نظر گرفتن شرایط استاندارد تعیین شده‌اند. برای افزایش دقت و بهبود حل، تمامی پارامترهای معادلات در این بخش در مرتبه دوم تنظیم شدند. مقدار اولیه در حالت استاندارد قرار داده شد و تنظیمات مربوط به محاسبات از ورودی اعمال گردید تا فرآیند حل از نقطه ورودی جریان آغاز شود. در نهایت، در بخش اجرای محاسبات، تعداد تکرارها برابر با ۵۰۰۰ بار انجام گرفت.

۷- نتایج

سیال تراکم‌پذیر هوا با عدد ماخ‌های ۰/۵، ۰/۷۵ و ۱/۴ وارد مجرا می‌شود که در دو حالت اول جریان زیرصوتی و در حالت دوم جریان فراصوتی می‌باشد. برای شبیه‌سازی هندسه و گسسته‌سازی میدان جریان از نرم‌افزار گمبیت و برای حل دینامیک سیالات محاسباتی آن از نرم‌افزار فلوئنت استفاده شده است. همچنین به عنوان یک نتیجه کاربردی نیز شکل برآمدگی مثلثی (نوک‌تیز) مورد تحلیل قرار گرفته است. در این مسئله، نمایش کانتورهای فشار و ماخ، از اهمیت زیادی برخوردار است. برای حل عددی، گام‌هایی به ترتیب انجام می‌شود که شامل تنظیم حل جریان بر مبنای چگالی، انتخاب معادلات حاکم و تنظیم شرایط جریان با اعداد ماخ ۰/۵، ۰/۷۵ و ۱/۴ است. همچنین، شرایط اولیه و گام‌های زمانی حل تنظیم شده و در نهایت، مقداردهی و طی کردن مسیر حل مسئله انجام می‌گیرد. برای تحلیل جریان تراکم‌پذیر از معادله‌های پیوستگی، تکانه، انرژی و حالت استفاده می‌شود و از حل این معادله‌ها، مجهولات فشار، چگالی، دما و سرعت به دست می‌آیند. مهمترین پارامتر در جریان‌های تراکم‌پذیر، عدد ماخ است. اعداد ماخ بین ۰/۳ تا ۰/۸ را جریان زیرصوتی می‌گویند که در آن تغییرات چگالی قابل توجه است اما شوک در آن به وجود نمی‌آید. در این قسمت نتایج مربوط به جریان‌های زیرصوتی با اعداد ماخ ۰/۵ و ۰/۷۵ و برای مجرا دو بعدی با برآمدگی منحنی‌شکل در کف مجرا آورده شده است.



(a)

سپس به حالت تقریباً پایدار می‌رسند. برای سطح منحنی‌شکل، بیشینه عدد ماخ از ۰/۸۳۳ به شبکه ۸۰۰۰ به ۰/۸۸۹ در شبکه ۱۴۰۰۰ افزایش یافته است، در حالی که کمینه عدد ماخ از ۰/۰۰۵ به ۰/۰۱۵ رسیده و در مقادیر نهایی تغییر چندانی ندارد. در مورد سطح نوک‌تیز نیز روندی مشابه مشاهده می‌شود، به‌طوری که بیشینه عدد ماخ از ۰/۷۴۸ به ۰/۷۸۹ و کمینه عدد ماخ از ۰/۰۳۶ به ۰/۰۵۳ افزایش یافته است. پایداری نسبی نتایج بین دو ردیف پایانی (۱۲۰۰۰ و ۱۴۰۰۰ سلول) نشان‌دهنده همگرایی نتایج و اعتبار مناسب شبکه انتخابی برای ادامه تحلیل‌ها است.

Table 1) Independence test from computational network at Mach number 0.675

جدول ۱) تست استقلال از شبکه محاسباتی در عدد ماخ ۰/۶۷۵			
Curved bump			
Networks	Minimum number	Mach	Maximum number
8000	0.005		0.833
10000	0.011		0.861
12000	0.015		0.887
14000	0.015		0.889
Triangular bump			
8000	0.036		0.748
10000	0.044		0.769
12000	0.052		0.788
14000	0.053		0.789

۵- شرایط مرزی

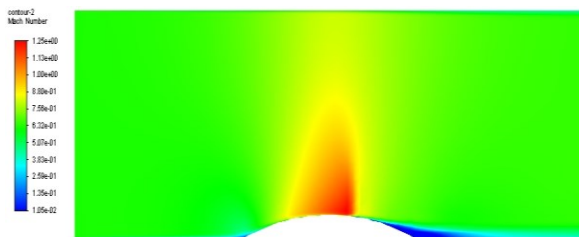
برای مرز ورودی کانال، شرط مرزی از نوع Pressure Far Field نظر گرفته شده است تا امکان تعریف دقیق پارامترهای جریان ورودی شامل عدد ماخ، فشار و دمای کل فراهم گردد. در مرز خروجی، از شرط مرزی Pressure Outlet جهت تسهیل خروج جریان و جلوگیری از بازتاب امواج استفاده شده است. دیواره‌های بالا و پایین دامنه محاسباتی نیز به‌صورت دیواره جامد (Wall) با فرض آدیاباتیک مدل‌سازی شده‌اند. شرایط دمایی در مرزهای ورودی و خروجی مطابق با مقادیر مرجع استاندارد و متناسب با عدد ماخ جریان تعیین شده‌اند. مشخصات کامل شرایط مرزی به‌کاررفته در جدول ۲ ارائه شده است.

Table ۲) Boundary conditions of the desired geometry

جدول ۲) شرایط مرزی هندسه مورد نظر			
Title	Region	Border type	Value
Left Wall	Inlet	Pressure Field	Far Ma= 0.5, 0.675, 1.4
Right Wall	Outlet	Pressure Outlet	P _{gauge} = 0
Remain Wall	Wall	No Slip Condition	u=v=0

۶- فرضیات شبکه

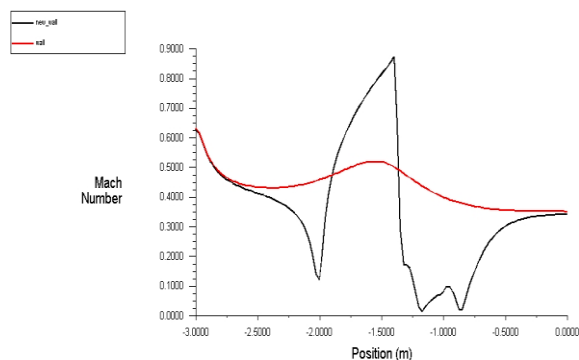
با توجه به تراکم‌پذیر بودن جریان موردنظر، روش حل بر پایه چگالش انتخاب شده و حل به صورت پایا در نظر گرفته شده است. تنظیمات سرعت در حالت مطلق قرار داده شده و هندسه به صورت دوبعدی و مسطح تنظیم شده است. مدل توربولانس انتخابی $k - \omega$ SST بوده و جریان در حالت غیرلزج تحلیل شده است. نوع سیال



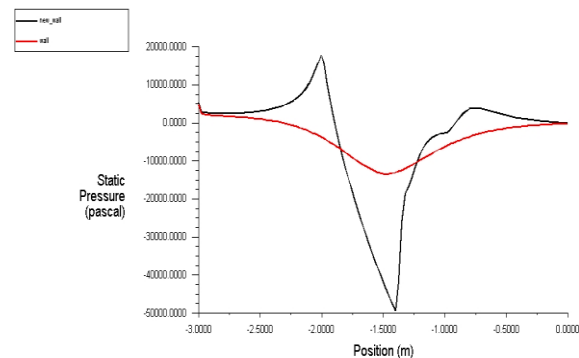
(b)

Figure 5 (a) Pressure contour (b) Mach number contour along the channel with a curved bump ($k - \omega$ SST Implicit) at Mach 0.675

شکل ۵ (الف) کانتور فشار (ب) کانتور عدد ماخ در امتداد مجرا با یک برآمدگی منحنی (ضمنی $\omega - \text{SSTk}$) در ماخ ۰/۶۷۵



(a)

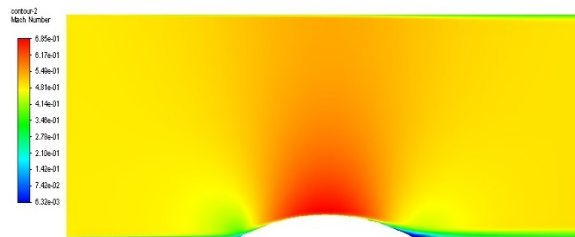


(b)

Figure 6 (a) Mach number and (b) pressure coefficient along the channel with a curved bump ($k - \omega$ SST-Implicit) at Mach 0.675

شکل ۶ (الف) عدد ماخ (ب) ضریب فشار در امتداد مجرا با یک برآمدگی منحنی (ضمنی $\omega - \text{SSTk}$) در ماخ ۰/۶۷۵

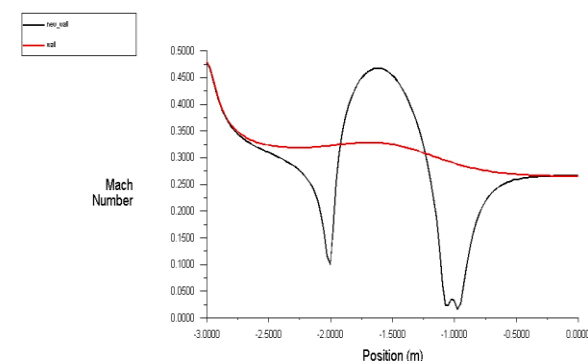
هنگامی که جریان وارد مجرا می‌شود، در لبه‌های برآمدگی عدد ماخ کاهش یافته و به کمتر از ماخ جریان زیرصوتی می‌رسد. سپس، پس از ورود جریان به برآمدگی، به دلیل تغییر سطح مقطع، عدد ماخ افزایش یافته و از مقدار ماخ زیرصوتی مورد نظر بیشتر می‌شود. در نهایت، در لبه‌ی خروجی، عدد ماخ مجدداً کاهش یافته و به کمتر از عدد ماخ جریان زیرصوتی می‌رسد. لازم به ذکر است که رفتار فشار به صورت معکوس اتفاق می‌افتد؛ به‌طوری که در لبه‌های برآمدگی، فشار افزایش می‌یابد و پس از ورود جریان به برآمدگی، کاهش فشار شدیدی مشاهده می‌شود. همچنین، استفاده از این مدل اغتشاشی نشان داد که برخی نواحی در تغییرات عدد ماخ و فشار نسبت به حالت اولیه جابه‌جا شده‌اند. در



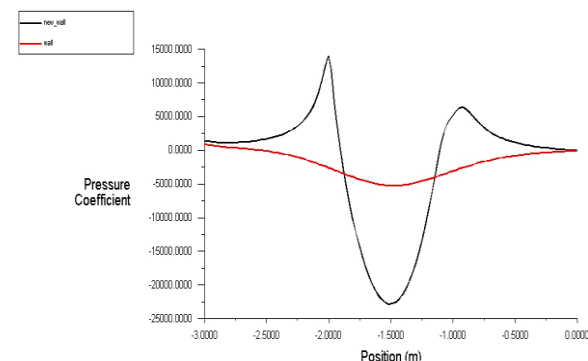
(b)

Figure 3 (a) Pressure contour (b) Mach number contour along the channel with a curved bump ($k - \omega$ SST Implicit) at Mach 0.5

شکل ۳ (الف) کانتور فشار (ب) کانتور عدد ماخ در امتداد مجرا با یک برآمدگی منحنی (ضمنی $\omega - \text{SSTk}$) در ماخ ۰/۵



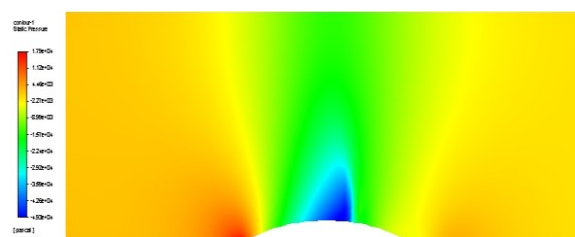
(a)



(b)

Figure 4 (a) Mach number (b) pressure coefficient along the channel with a curved bump ($k - \omega$ SST Implicit) at Mach 0.5

شکل ۴ (الف) عدد ماخ (ب) ضریب فشار در امتداد مجرا با یک برآمدگی منحنی (ضمنی $\omega - \text{SSTk}$) در ماخ ۰/۵



(a)

این قسمت نتایج مربوط به جریان‌های زیرصوتی با اعداد ماخ ۰/۵ و ۰/۶۷۵ برای مجرا دو بعدی با برآمدگی مثلثی شکل در کف مجرا آورده شده است.

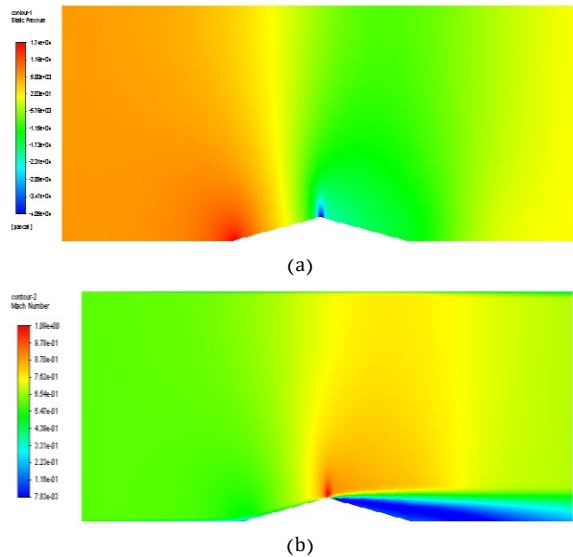


Figure 9 (a) Pressure contour (b) Mach number contour along the channel with a triangular bump ($k - \omega$ SST Implicit) at Mach 0.675

شکل ۹ (الف) کانتور فشار (ب) کانتور عدد ماخ در امتداد مجرا با یک برآمدگی مثلثی (ضمنی $k - \omega$ SST) در ماخ ۰/۶۷۵

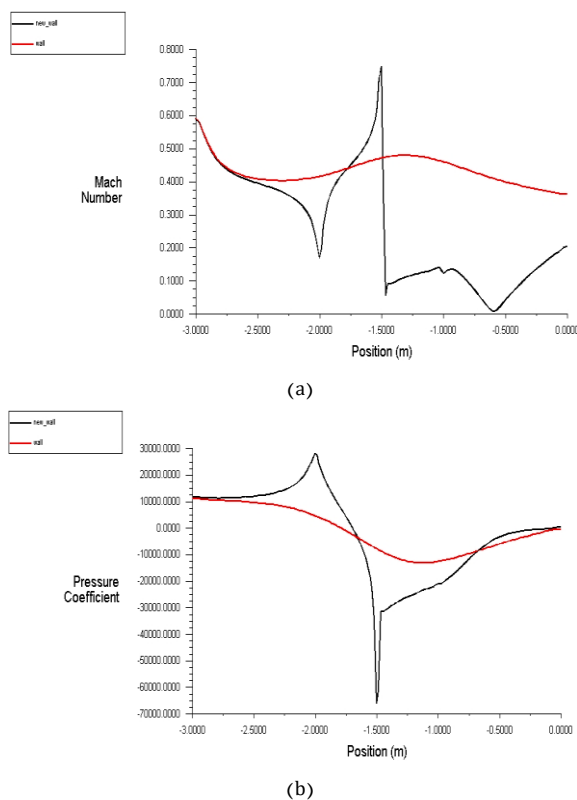


Figure 10 (a) Mach number (b) pressure coefficient along the channel with a triangular bump ($k - \omega$ SST Implicit) at Mach 0.675

شکل ۱۰ (الف) عدد ماخ (ب) ضریب فشار در امتداد مجرا با یک برآمدگی مثلثی (ضمنی $k - \omega$ SST) در ماخ ۰/۶۷۵

هنگامی که جریان وارد مجرا می‌شود، در لبه‌ی برآمدگی دوم تغییر قابل توجهی در عدد ماخ مشاهده نمی‌شود. با این حال، پس از ورود جریان به برآمدگی و رسیدن به نوک مثلث، به دلیل تغییر ناگهانی در سطح مقطع، عدد ماخ افزایش یافته و به مقداری بیشتر از ماخ

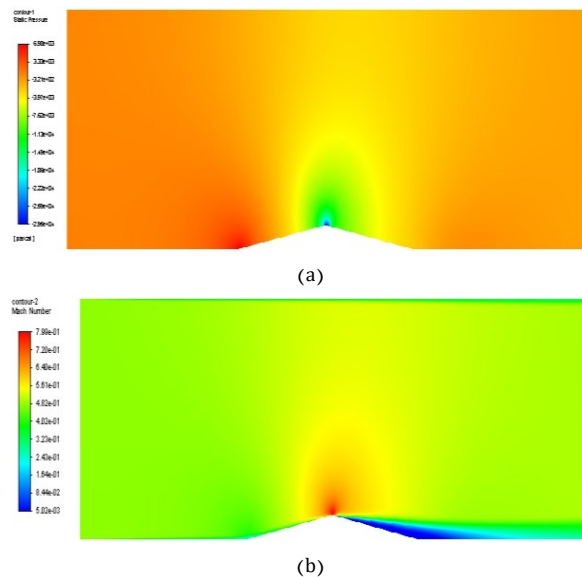


Figure 7 (a) Pressure contour (b) Mach number contour along the channel with a triangular bump ($k - \omega$ SST Implicit) at Mach 0.5

شکل ۷ (الف) کانتور فشار (ب) کانتور عدد ماخ در امتداد مجرا با یک برآمدگی مثلثی (ضمنی $k - \omega$ SST) در ماخ ۰/۵

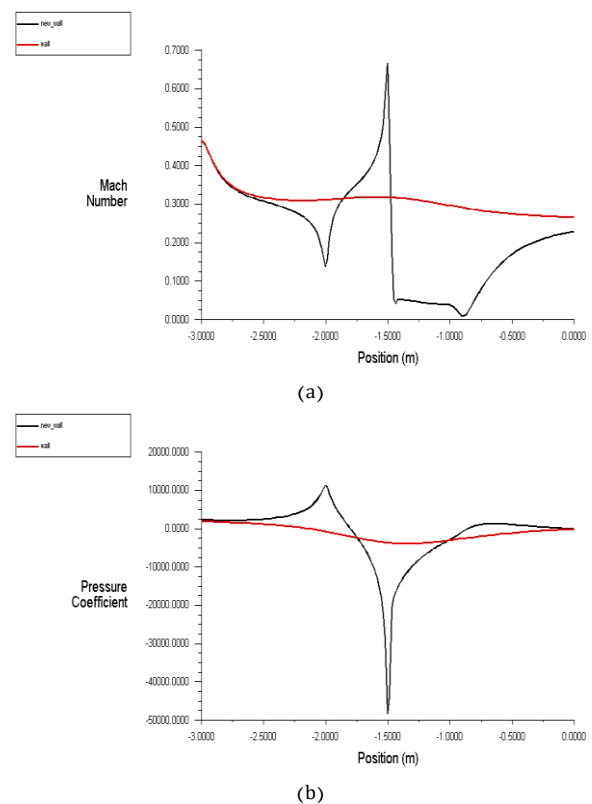


Figure 8 (a) Mach number (b) pressure coefficient along the channel with a triangular bump ($k - \omega$ SST Implicit) at Mach 0.5

شکل ۸ (الف) عدد ماخ (ب) ضریب فشار در امتداد مجرا با یک برآمدگی مثلثی (ضمنی $k - \omega$ SST) در ماخ ۰/۵

نهایت در قسمتی از خروجی عدد ماخ تقریباً به حالت اولیه خود برمی‌گردد.

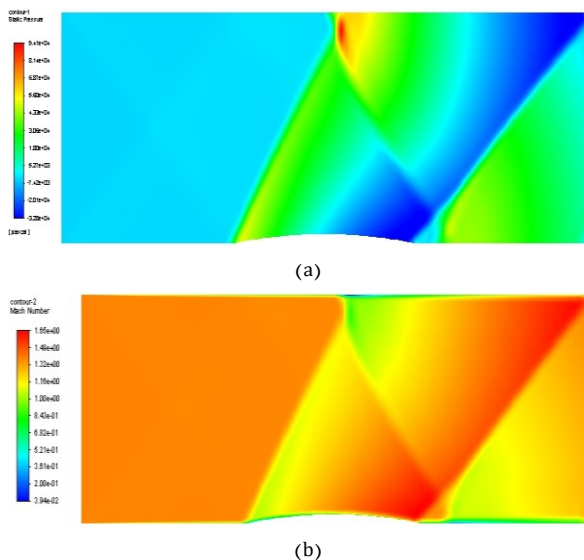


Figure 11 (a) Pressure contour (b) Mach number contour along the channel with a curved bump ($k - \omega$ SST Implicit) at Mach 1.4
شکل ۱۱ (الف) کانتور فشار (ب) کانتور عدد ماخ در امتداد مجرا با یک برآمدگی منحنی (ضمنی $\omega - \text{SSTk}$) در ماخ ۱/۴

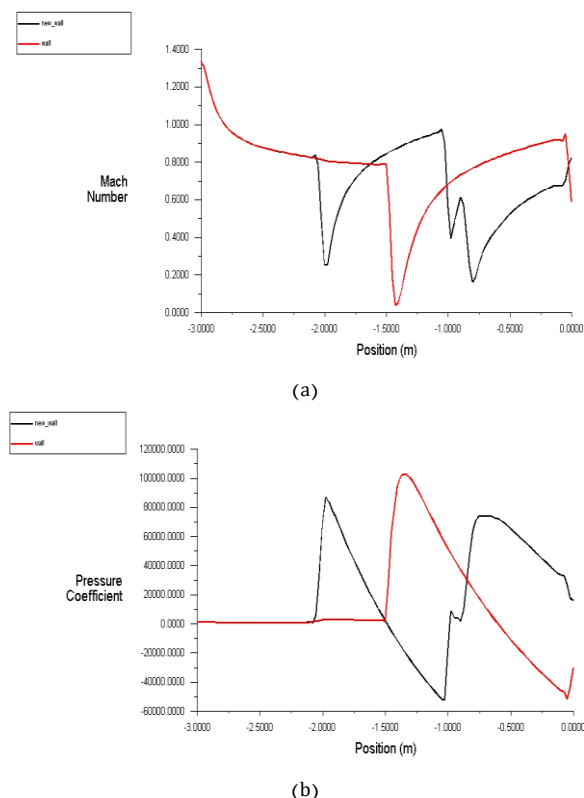


Figure 12 (a) Mach number (b) pressure coefficient along the channel with a curved bump ($k - \omega$ SST Implicit) at Mach 1.4
شکل ۱۲ (الف) عدد ماخ (ب) ضریب فشار در امتداد مجرا با یک برآمدگی منحنی (ضمنی $\omega - \text{SSTk}$) در ماخ ۱/۴

در این قسمت نتایج برای عدد ماخ ۱/۴ برای مجرا دو بعدی با برآمدگی مثلثی شکل در کف مجرا آورده شده است.

جریان زیرصوتی می‌رسد. در نهایت، در لبه‌ی خروجی، عدد ماخ مجدداً کاهش یافته و به مقداری کمتر از ماخ جریان زیرصوتی می‌رسد.

برای تحلیل جریان‌های تراکم‌پذیر، از مجموعه‌ای از معادلات بنیادی شامل معادله پیوستگی، معادله‌های تکانه، معادله انرژی و معادله حالت استفاده می‌شود. این معادلات به صورت همزمان حل شده و مقادیر متغیرهای اصلی جریان، شامل فشار، چگالی، دما و سرعت، به دست می‌آیند. از مهم‌ترین پارامترهای کنترلی در جریان‌های تراکم‌پذیر، عدد ماخ است که نسبت سرعت جریان به سرعت صوت در محیط را نشان می‌دهد. جریان‌هایی که عدد ماخ آن‌ها در محدوده ۱/۲ تا ۳ قرار دارند، به‌عنوان جریان‌های فراصوتی شناخته می‌شوند. این دسته از جریان‌ها به دلیل سرعت بالای خود دارای ویژگی‌های خاصی هستند، از جمله تغییرات قابل توجه در چگالی و ظهور پدیده شوک. پدیده شوک به‌عنوان یک ناپیوستگی ناگهانی در متغیرهای جریان (مانند فشار، دما و چگالی) شناخته می‌شود که تأثیرات قابل توجهی بر رفتار جریان و انتقال انرژی دارد. مطالعه جریان‌های فراصوتی به دلیل پیچیدگی‌های ناشی از تراکم‌پذیری و ظهور پدیده‌هایی نظیر شوک و افزایش دمای شدید در نقاط خاص، از اهمیت بالایی برخوردار است.

همانطور که در شکل ۱۱ مشاهده می‌شود در برآمدگی اول نیز فشار افزایش یافته و در برآمدگی دوم فشار کاهش می‌یابد و در قسمتی از خروجی فشار افزایش می‌یابد. در قسمت برآمدگی اول عدد ماخ کاهش یافته و بعد از آن افزایش می‌یابد که موج شوک قابل مشاهده می‌باشد. شوک عمودی یکی از پدیده‌های برگشت‌ناپذیر در جریان‌های فوق‌صوتی است که به دلیل تغییرات ناگهانی و شدید در خصوصیات جریان شناخته می‌شود. ضخامت ناحیه شوک بسیار کم بوده و معمولاً از چند میکرومتر فراتر نمی‌رود. عبور جریان از شوک باعث ایجاد تغییرات ناپیوسته در متغیرهای اصلی جریان می‌شود. در گذر از شوک، همواره دمای استاتیک، چگالی و فشار استاتیک افزایش می‌یابد، در حالی که فشار سکون کاهش پیدا می‌کند. با این حال، دمای سکون در فرآیند عبور از شوک ثابت باقی می‌ماند. علاوه بر این، آنتروپی در عرض شوک همواره افزایش می‌یابد که نشان‌دهنده برگشت‌ناپذیری این فرآیند است. جریان در بالادست شوک به صورت فراصوتی است، اما پس از عبور از شوک و در پایین‌دست، جریان به زیرصوتی تبدیل می‌شود. این تغییرات ناگهانی و اثرات ناشی از آن، مطالعه پدیده شوک را در تحلیل جریان‌های فوق‌صوتی بسیار مهم می‌سازد. همانطور که در شکل ۱۲ مشاهده می‌شود در قسمت برآمدگی نیز تغییرات عدد ماخ قابل مشاهده است و موج شوک به وجود آمده است. از طرفی دیگر وقتی جریان وارد مجرا می‌شود در نیمه‌ی اول برآمدگی عدد ماخ کاهش می‌یابد یعنی از ۱/۴ کمتر شده و در نیمه‌ی دوم برآمدگی دوم عدد ماخ افزایش می‌یابد یعنی از ۱/۴ بیشتر می‌شود و در

که عدد ماخ در نواحی شوک کاهش و در نواحی انبساط افزایش می‌یابد. این تغییرات در نزدیکی برآمدگی بسیار محسوس است، زیرا شکل هندسی برآمدگی (مثلثی یا منحنی) مستقیماً بر نحوه توزیع این امواج و الگوی آشفته‌گی تأثیر می‌گذارد. با این حال، در بخش‌های دورتر از برآمدگی، انرژی آشفته‌گی و اثرات شوک و انبساط به تدریج در جریان پخش می‌شود و جریان به حالت پایدار بازمی‌گردد. این پایداری به دلیل کاهش تأثیر مستقیم برآمدگی و تضعیف امواج ضربه‌ای رخ می‌دهد. از آنجا که جریان فراصوت در این شرایط به تعادل دینامیکی تمایل دارد، تفاوت‌های ناشی از هندسه برآمدگی (مثلثی یا منحنی) کم‌رنگ شده و عدد ماخ برای هر دو حالت یکسان می‌شود. در واقع، در جریان‌های فراصوت، اثرات هندسه موضعی بر عدد ماخ محدود بوده و رفتار کلی جریان در نواحی دورتر بیشتر به شرایط ورودی و خروجی وابسته است.

بررسی کانتورهای عدد ماخ و فشار نشان می‌دهد که شکل هندسی برآمدگی تأثیر قابل توجهی بر ساختار جریان دارد. در شرایط جریان زیرصوتی مشاهده می‌شود که برآمدگی باعث افت موضعی عدد ماخ در جلوی مانع شده و به دنبال آن، ناحیه‌ای از بازیابی عدد ماخ و فشار در پشت برآمدگی شکل می‌گیرد. این رفتار ناشی از گرادیان فشار مثبت در جلوی برآمدگی و منطقه انبساطی در ناحیه پشتی است که باعث جدایش محدود و تشکیل ناحیه بازچرخشی ضعیف در برخی موارد می‌شود. در مقایسه دو هندسه، مشخص است که برآمدگی مثلثی، به دلیل لبه‌های تیز و تغییرات ناگهانی در سطح، باعث افزایش شدیدتر گرادیان فشار شده و در نتیجه افت عدد ماخ در لبه جلویی آن شدیدتر از هندسه منحنی است. این تفاوت منجر به تشکیل نواحی جدایش بزرگ‌تر و شدیدتر در پشت هندسه مثلثی شده و الگوی جریان را پیچیده‌تر می‌سازد. در مقابل، هندسه منحنی با توزیع تدریجی‌تر فشار، الگوی جریان یکنواخت‌تری را به همراه دارد.

در جریان فراصوتی، ویژگی‌های خاصی مانند تشکیل امواج شوک در لبه‌های جلویی برآمدگی کاملاً مشهود است. در این حالت، افت ناگهانی عدد ماخ در محل شوک و افزایش همزمان فشار، به وضوح در کانتورها قابل مشاهده است. موج شوک ایستای تشکیل شده در هندسه مثلثی شدیدتر و متمرکزتر از حالت منحنی است که ناشی از تغییر ناگهانی زاویه دیواره و تمرکز امواج فشاری است. پس از عبور از شوک، عدد ماخ مجدداً افزایش یافته و جریان به حالت پایدار نزدیک می‌شود، ولی در هندسه مثلثی این روند با نوسانات شدیدتری همراه است. همچنین، ضریب فشار در امتداد دیواره تحتانی نشان می‌دهد که پیک فشاری در محل جلویی برآمدگی مثلثی بزرگ‌تر از برآمدگی منحنی است. این موضوع به وضوح بیانگر این است که هندسه نوک‌تیز باعث تولید شوک قوی‌تر و در نتیجه افزایش فشار موضعی می‌شود. مقایسه رفتار عدد ماخ و ضریب فشار برای دو هندسه در سه رژیم مختلف جریان، نشان می‌دهد که انتخاب هندسه مناسب می‌تواند در طراحی سامانه‌های

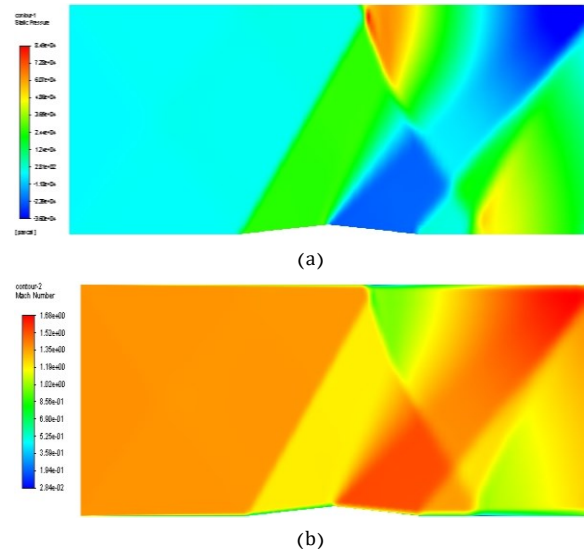


Figure 13 (a) Pressure contour (b) Mach number contour along the channel with a triangular bump ($k - \omega$ SST Implicit) at Mach 1.4

شکل ۱۳ (الف) کانتور فشار (ب) کانتور عدد ماخ در امتداد مجرا با یک برآمدگی مثلثی (ضمنی $\omega - \text{SSTk}$) در ماخ ۱.۴

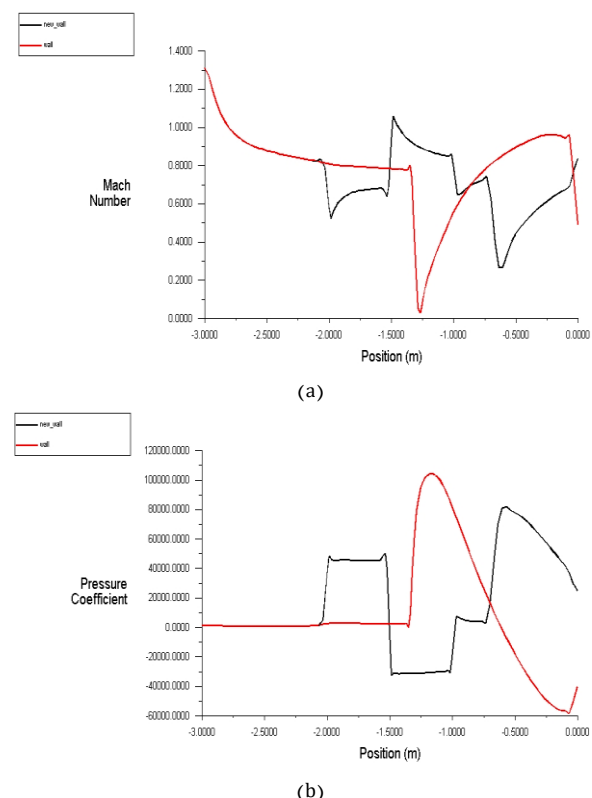


Figure 14 (a) Mach number (b) pressure coefficient along the channel with a triangular bump ($k - \omega$ SST Implicit) at Mach 1.4

شکل ۱۴ (الف) عدد ماخ (ب) ضریب فشار در امتداد مجرا با یک برآمدگی مثلثی (ضمنی $\omega - \text{SSTk}$) در ماخ ۱/۴

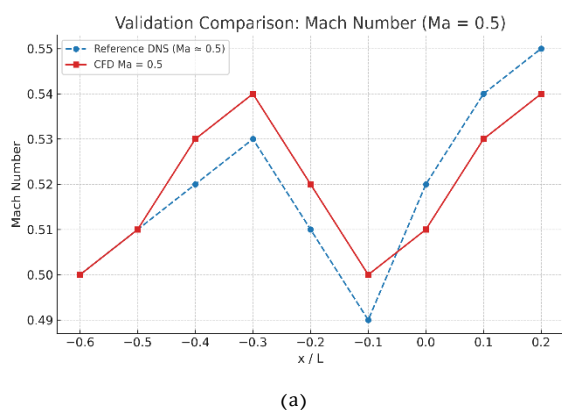
همانطور که در شکل (۱۴) دیده می‌شود، در جریان فراصوت با ماخ ۱/۴، تغییرات موضعی عدد ماخ در نزدیکی برآمدگی به دلیل ایجاد شوک‌های ضربه‌ای و موج‌های انبساطی رخ می‌دهد. این امواج باعث تغییرات ناگهانی در سرعت و فشار جریان می‌شوند، به طوری

عددی در این بخش با ملاحظات فیزیکی تطابق دارد و از نظر کیفی معتبر است.

بررسی نمودارها نشان می‌دهد که تشکیل موج شوک به درستی شبیه‌سازی شده است؛ افت شدید عدد ماخ در محل لبه برآمدگی و جهش ناگهانی ضریب فشار از ویژگی‌های بارز این نمودارهاست. پس از شوک، بازیابی تدریجی جریان مشاهده می‌شود و جریان به حالت پایدار نزدیک می‌شود. همچنین، تفاوت هندسی بین برآمدگی منحنی و مثلثی نیز اثرگذار بوده و در هندسه مثلثی، شدت و تمرکز تغییرات بیشتر است که نشان‌دهنده دقت مدل عددی در لحاظ کردن ویژگی‌های موضعی و شوک‌های قوی‌تر در این نوع هندسه می‌باشد.

به منظور اعتبارسنجی نتایج عددی در رژیم جریان زیرصوتی، تطبیق بین داده‌های شبیه‌سازی شده با نتایج مرجع حاصل از شبیه‌سازی عددی مستقیم در برآمدگی گوسی شکل انجام شد [۲۵]. در شکل ۱۶، مقایسه‌ای بین توزیع عدد ماخ و ضریب فشار برای ماخ ۰/۵ با داده‌های مرجع در دو بخش اصلی صورت گرفت.

در بخش اول، توزیع عدد ماخ در امتداد سطح برآمدگی برای داده مرجع ($Ma \approx 0.5$) و شبیه‌سازی $Ma = 0.5$ مقایسه شده‌اند. مشاهده می‌شود که تغییرات عدد ماخ در هر دو شبیه‌سازی به خوبی رفتار عمومی جریان لایه مرزی را دنبال کرده و تطابق مطلوبی با مرجع دارد. به ویژه موقعیت بیشینه ماخ و نواحی نوسان پس از برآمدگی با خطای کمتر از ۵ درصد منطبق است. در بخش دوم، ضریب فشار (C_p) در امتداد محور x/L مقایسه شده است. روند کاهش C_p در ناحیه جلویی برآمدگی و بازیابی تدریجی آن در ناحیه پایانی، در شبیه‌سازی‌ها با داده‌های مرجع مطابقت قابل قبولی دارد. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که مدل عددی مورد استفاده در پیش‌بینی رفتار جریان آشفته زیرصوتی بر روی برآمدگی عملکرد مناسبی داشته و نتایج عددی از اعتبار فیزیکی و تطبیقی قابل قبولی برخوردار هستند.



آیرودینامیکی با اهداف خاص (کاهش شوک یا کنترل جدایش) نقش کلیدی ایفا کند.

در مجموع، این تحلیل‌ها نشان می‌دهند که هندسه برآمدگی تأثیر بارزی بر ساختار میدان جریان دارد؛ به طوری که در شرایط زیرصوتی، اثر آن بیشتر بر گرادینان فشار و جدایش است، در حالی که در جریان‌های فراصوت، شدت شوک و محل تشکیل آن تابعی مستقیم از شکل هندسی است. این یافته‌ها می‌توانند مبنایی برای بهینه‌سازی طراحی هندسه‌ها در کاربردهای دینامیک سیالات تراکم‌پذیر باشند.

۸- اعتبارسنجی

در گام نخست، اعتبارسنجی نتایج شبیه‌سازی با تکیه بر تحلیل کیفی رفتار فیزیکی متغیرهای کلیدی جریان انجام گرفت [۲۴]. به این منظور، توزیع عدد ماخ و ضریب فشار (C_p) در نمودارهای ارائه شده در جریان زیرصوتی و فراصوتی به صورت مفهومی مورد ارزیابی قرار گرفت. در شرایط زیرصوتی، انتظار می‌رود که توزیع عدد ماخ و C_p در نواحی مختلف هندسی رفتار مشخصی را دنبال کند. در شرایط فراصوتی، جریان با موج شوک مواجه شده و توزیع عدد ماخ و C_p رفتار متفاوتی از خود نشان می‌دهد. الگوی فیزیکی مورد انتظار برای تمامی حالات در جدول ۳ خلاصه شده است:

Table ۳) Expected physical behavior in subsonic and supersonic flow

جدول ۳) رفتار فیزیکی مورد انتظار در جریان مادون صوت و مافوق صوت

Subsonic Flow			
Region	Mach Number Behavior		Pressure Coefficient (Cp) Behavior
Inlet	Mach number constant and equal to inlet value (0.5 or 0.675)		Relatively constant
Ahead of bump	Decrease in Mach number (due to relative contraction)		Pressure increases and positive Cp
Over bump	the Mach number increases again (flow acceleration)		Drop in Cp (becomes negative)
Behind the bump	the Mach number decreases or mild oscillation		Pressure recovery, Cp tends toward zero
Supersonic Flow			
Inlet	Mach number constant (1.4)		Uniform pressure, low Cp
Bump leading edge	Sudden Mach number drop and shock wave formation		Pressure increase, Cp jump
Behind the shock	Gradual Mach number increase		Gradual Cp decrease
Far from shock region	Flow recovery and stabilization		More uniform Cp

در هندسه مثلثی، تغییرات عدد ماخ و C_p شدیدتر و ناگهانی‌تر هستند که حاکی از مدل‌سازی صحیح شوک‌های موضعی و پاسخ تندتر جریان به تغییرات ناگهانی هندسه است. در مقابل، هندسه‌های منحنی پاسخ نرم‌تر و پیوسته‌تری از خود نشان می‌دهند که این موضوع با رفتار مورد انتظار جریان‌های زیرصوتی در هندسه‌های ملایم هم‌خوانی دارد. بنابراین، توزیع متغیرهای

می‌شود. مطابق با نتایج کانتور فشار، در ناحیه شوک افزایش فشار به‌وضوح دیده می‌شود.

علاوه بر تحلیل عددی، به‌منظور اعتبارسنجی مدل در رژیم‌های جریان زیرصوتی، توزیع عدد ماخ و ضریب فشار (C_p) حاصل از شبیه‌سازی، با رفتار فیزیکی مورد انتظار در نواحی کلیدی همچون ناحیه پیش‌برآمدگی، تاج هندسه و ناحیه بازگشتی مقایسه شد. تطابق این الگوها با ویژگی‌های شناخته‌شده جریان لایه مرزی تراکم‌پذیر، شامل افت فشار در جلوی برآمدگی و بازیابی آن در پشت آن، نشان‌دهنده دقت مدل عددی در بازنمایی رفتار واقعی جریان است. همچنین، تطبیق نتایج عددی با داده‌های مرجع حاصل از شبیه‌سازی برای برآمدگی گوسی‌شکل، همخوانی قابل قبولی را در روند تغییرات C_p و عدد ماخ در امتداد سطح، به‌ویژه در نواحی با گرادین فشار قوی، نشان داد. این مقایسه صحت عملکرد مدل $k-\omega$ SST را در رژیم‌های فروصوتی نیز تأیید کرده و کارایی آن را برای تحلیل دقیق جریان‌های مهندسی با هندسه‌های پیچیده تثبیت می‌نماید.

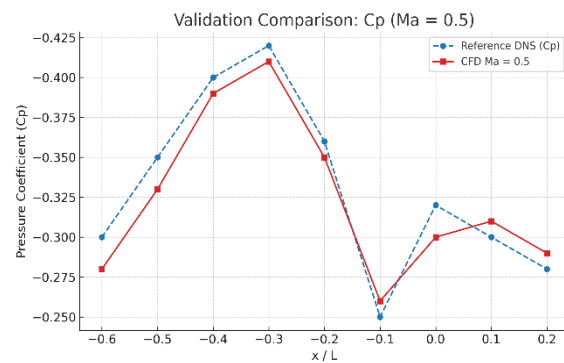
فهرست علائم

C_p	ضریب فشار ضریب فشار
e	انرژی داخلی (J kg^{-1})
F	نیروی حجمی ($\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-2}$)
Ma	عدد ماخ
p	فشار ($\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-2}$)
q	نرخ شار گرما ($\text{J m}^{-2} \text{s}^{-1}$)
R	شعاع انحنا (m)
T	دما (K)
t	زمان (s)
u	سرعت طولی (m s^{-1})
v	سرعت جریان (m s^{-1})
w	سرعت عرضی (m s^{-1})
علائم یونانی	
ρ	چگالی (kg m^{-3})
μ	لزجت دینامیکی ($\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$)
τ	تانسور تنش‌های لزجی

تأییدیه اخلاقی: محتویات علمی این مقاله حاصل پژوهش نویسندگان است و در هیچ نشریه ایرانی و غیر ایرانی منتشر نشده است.

تعارض منافع: نویسندگان این مقاله اعلام می‌دارند که هیچ‌گونه تعارض منافع مالی، سازمانی یا شخصی در ارتباط با انجام این پژوهش وجود ندارد.

نقش نویسندگان: امیرحسین برزیگر (نویسنده اول)، نگارنده چکیده/مقدمه/هندسه شبکه/معادلات حاکم/تولید شبکه/فرضیات شبکه/نتایج/اعتبارسنجی/نتیجه‌گیری (۳۵٪)؛ عرفان عبادتی (نویسنده دوم)، نگارنده چکیده/مقدمه/هندسه شبکه/معادلات حاکم/تولید شبکه/فرضیات شبکه/نتایج/اعتبارسنجی/نتیجه‌گیری



(b)

Figure 15) Validation of (a) Mach number 0.5 (b) pressure coefficient (C_p) between numerical simulation and reference data (for curved bump in subsonic flow)

شکل ۱۵) اعتبارسنجی (الف) عدد ماخ ۰.۵ (ب) ضریب فشار (C_p) بین شبیه‌سازی عددی و داده‌های مرجع (برای برآمدگی منحنی در جریان مادون صوت)

۹- نتیجه‌گیری

در این تحقیق، حل عددی و شبیه‌سازی یک کانال دو بعدی با برآمدگی منحنی شکل و مثلثی شکل در کف کانال مورد بررسی قرار گرفت. هندسه و شبکه‌ی هر دو هندسه برای اعداد ماخ‌های مختلف در نرم‌افزار گمبیت انجام شد. حل عددی هر دو کانال با اعداد ماخ‌های مختلف در نرم‌افزار فلوئنت انجام شده است. تمامی شرایط مرزی با توجه به فرضیات مسئله به‌طور کامل داده شده است. همانطور که گفته شد اعداد ماخ بین ۰/۳ تا ۰/۸ نیز جریان زیرصوتی محسوب می‌شوند و در این جریان تغییرات چگالی قابل توجه است ولی موج شوک رخ نمی‌دهد. برای ماخ ۰/۵ و ۰/۷۵ که جریان زیرصوتی محسوب می‌شوند و مشخص شد که در این حالت برای کانال دو بعدی با برآمدگی منحنی‌شکل در لبه‌های برآمدگی نیز افزایش فشار و در طول برآمدگی کاهش فشار مشاهده شد، همچنین در لبه‌های برآمدگی منحنی‌شکل نیز کاهش عدد ماخ و در طول برآمدگی افزایش عدد ماخ قابل رؤیت می‌باشد. نمودار عدد ماخ نشان‌دهنده این موضوع بود که در طول برآمدگی عدد ماخ افزایش می‌یابد و نمودار ضریب فشار بیانگر این موضوع بود که فشار در طول برآمدگی کاهش پیدا می‌کند.

در جریان‌های فراصوتی با عدد ماخ بین ۱/۲ تا ۳، که در آن تغییرات چگالی به‌وضوح مشاهده می‌شود، تشکیل موج شوک عمودی یکی از پدیده‌های اصلی جریان است. در چنین شرایطی، در امتداد مجرا موج شوک ایجاد می‌شود که طی آن عدد ماخ به‌طور ناگهانی کاهش و سپس در ادامه مسیر، مجدداً افزایش می‌یابد. این رفتار در مجرا دارای برآمدگی مثلثی نیز به‌صورت مشابه مشاهده شده است. در جریان‌های فراصوتی، شبیه‌سازی و تحلیل دقیق موج شوک از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است؛ زیرا این پدیده باعث تغییرات ناگهانی در پارامترهای کلیدی جریان از جمله فشار

- numbers," *Appl. Therm. Eng.*, vol. 255, p. 123916, 2024.
<https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2024.123916>
- [11] M. Kadivar, D. Tormey, and G. McGranaghan, "A comparison of RANS models used for CFD prediction of turbulent flow and heat transfer in rough and smooth channels," *Int. J. Thermofluids*, vol. 20, p. 100399, 2023.
<https://doi.org/10.1016/j.ijft.2023.100399>
- [12] F. Ridzuan *et al.*, "Aerodynamic Performance of NACA S809 Wind Turbine Blade Airfoil Using SST K-omega and K-epsilon Turbulence Models," *J. Des. Sustain. Environ.*, vol. 6, no. 2, pp. 36–42, 2024.
<https://jdse.fazpublishing.com/index.php/jdse/article/view/86>
- [13] E. P. Miranda, D. F. Sempértegui-Tapia, and C. A. Chávez, "Turbulence models performance to predict fluid mechanics and heat transfer characteristics of fluids flow in micro-scale channels," *Numer. Heat Transf. Part A Appl.*, vol. 86, no. 13, pp. 4353–4373, 2025.
<https://doi.org/10.1080/10407782.2024.2318001>
- [14] N. Sakamoto *et al.*, "Parameter adaptation of k- ω SST turbulence model for improving resolution of moderately separated flows around 2D wing and 3D ship hulls via EnKF data assimilation," *J. Mar. Sci. Technol.*, vol. 29, no. 4, pp. 885–909, 2024.
<https://doi.org/10.1007/s00773-024-01026-y>
- [15] A. Naimanova and A. Beketaeva, "A new non-equilibrium modification of the k- ω turbulence model for supersonic turbulent flows with transverse jet," *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, vol. 97, no. 1, pp. 69–87, 2025.
- [16] K. Balaji and G. Wessley, "Experimental validation of NACA 6321 airfoil characteristics obtained using different turbulence models," *Jordan J. Phys.*, vol. 16, no. 4, pp. 403–411, 2023.
- [17] S. Younoussi and A. Ettaouil, "Calibration method of the k- ω SST turbulence model for wind turbine performance prediction near stall condition," *Heliyon*, vol. 10, no. 1, p. e24048, Jan. 2024,
<https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2024.e24048>.
- [18] Y. Zeng, H. Wang, D. Xiong, Y. Yang, M. Sun, and W. Liu, "A multi-physics correction of the shear-stress transport turbulence model for supersonic flows," *Physics of Fluids*, vol. 36, no. 5, May 2024,
<https://doi.org/10.1063/5.0205391>
- [19] S. A. A. Mirjalily, "Calibration of the k- ω shear stress transport turbulence model for shock wave boundary layer interaction in a SERN using numbers," *Appl. Therm. Eng.*, vol. 255, p. 123916, 2024.
 طراحی کلی پژوهش/هدایت علمی پروژه/ نظارت بر انجام مراحل تحقیق/ بازبینی نهایی مقاله (۳۰%)
- منابع**
- [1] J. Jeon, J. Lee, and S. J. Kim, "Finite volume method network for the acceleration of unsteady computational fluid dynamics: Non-reacting and reacting flows," *Int. J. Energy Res.*, vol. 46, no. 8, pp. 10770–10795, 2022.
<https://doi.org/10.1002/er.7879>
- [2] N. Margenberg *et al.*, "A neural network multigrid solver for the Navier-Stokes equations," *J. Comput. Phys.*, vol. 460, p. 110983, 2022.
<https://doi.org/10.1016/j.jcp.2022.110983>
- [3] S. A. A. Mirjalily, "Effects of joule heating on shock train structure, mathematical modeling with modification of k- ω shear stress transport," *Acta Astronaut.*, vol. 188, pp. 326–333, 2021.
<https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2021.07.044>
- [4] W. I. Goldburg *et al.*, "Turbulence in a free surface," *Phys. Rev. E*, vol. 63, no. 6 Pt 2, p. 065303, 2000.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevE.63.065303>
- [5] A. S. Ambekar *et al.*, "Particle-resolved turbulent flow in a packed bed: RANS, LES, and DNS simulations," *AIChE J.*, vol. 69, no. 1, p. e17615, 2023.
<https://doi.org/10.1002/aic.17615>
- [6] D. Lopes *et al.*, "Comparison of RANS and LES turbulent flow models in a real stenosis," *Int. J. Heat Fluid Flow*, vol. 107, p. 109340, 2024.
<https://doi.org/10.1016/j.ijheatfluidflow.2024.109340>
- [7] C. Wang *et al.*, "Improved SST turbulence model for supersonic flows with APG/separation," *Comput. Fluids*, vol. 274, p. 106237, 2024.
<https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2024.106237>
- [8] A. Babayan and M. Hojjati, "An experimental investigation of the effects of dual opposing bump penetration on the thrust vector of a convergent-divergent nozzle in the supersonic regime," *Modares Mechanical Engineering*, vol. 19, no. 7, pp. 1741–1750, 2019.
<http://dorl.net/dor/20.1001.1.10275940.1398.1.9.7.12.8> (Persian)
- [9] A. H. Babaei *et al.*, "Numerical investigation of the effects of minor geometric changes of the stator blade profiles on the steady performance of a high-pressure gas-turbine," *Modares Mechanical Engineering*, vol. 19, no. 5, pp. 1209–1220, 2019.
<http://dorl.net/dor/20.1001.1.10275940.1398.1.9.5.17.9> (Persian)
- [10] G.-H. Ou *et al.*, "A fully coupled Pressure-Based method for compressible flows at all Mach

- machine learning," *Engineering Analysis with Boundary Elements*, vol. 146, pp. 96–104, Jan. 2023, <https://doi.org/10.1016/j.enganabound.2022.10.009>
- [20] L. Velásquez, A. Rubio-Clemente, and E. Chica, "Numerical and Experimental Analysis of Vortex Profiles in Gravitational Water Vortex Hydraulic Turbines," *Energies*, vol. 17, no. 14, p. 3543, 2024, doi: <https://doi.org/10.3390/en17143543>
- [21] A. Amarloo, M. J. Rincón, M. Reclari, and M. Abkar, "Progressive augmentation of turbulence models for flow separation by multi-case computational fluid dynamics driven surrogate optimization," *Physics of Fluids*, vol. 35, no. 12, Dec. 2023, doi: <https://doi.org/10.1063/5.0174470>
- [22] H. Lomax, T. Pulliam, D. Zingg, and T. Kowalewski, "Fundamentals of Computational Fluid Dynamics," *Applied Mechanics Reviews*, vol. 55, no. 4, p. B61, 2002, doi: <https://doi.org/10.1115/1.1483340>
- [23] K. P. Lynch *et al.*, "Experimental characterization of an axisymmetric transonic separated flow for computational fluid dynamics validation," *AIAA J.*, vol. 61, no. 4, pp. 1623–1638, 2023. <https://doi.org/10.2514/1.J062278>
- [24] W. D. F. Bachalo and D. A. Johnson, "Transonic, turbulent boundary-layer separation generated on an axisymmetric flow model," *AIAA Journal*, vol. 24, no. 3, pp. 437–443, 1986. <https://doi.org/10.2514/6.1979-1479>
- [25] R. Balin and K. E. Jansen, "Direct numerical simulation of a turbulent boundary layer over a bump with strong pressure gradients," *J. Fluid Mech.*, vol. 918, p. A14, 2021. <https://doi.org/10.1017/jfm.2021.312>