

## Studying Oblique Penetration Trajectory of Rigid Projectiles in Semi-Infinite Concrete Targets by Analytical and Experimental Methods

Hassan Akhani<sup>1</sup>, Hossein Khodarahmi<sup>1\*</sup> , Milad Sadegh-yazdi<sup>1</sup>, Mojtaba Zia-shemami<sup>1</sup>, Safa Peyman<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Mechanical Engineering Department, Imam Hossein University, Tehran, Iran

<sup>2</sup> Civil Engineering Department, Imam Hossein University, Tehran, Iran

### ARTICLE INFO

#### Article Type

Original Research

#### Article History

Received: April 15, 2025

Revised: June 17, 2025

Accepted: July 27, 2025

ePublished: September 12, 2025

### ABSTRACT

In this paper, the oblique penetration path of a rigid ogive-nosed projectiles into a semi-infinite concrete target with a compressive strength of 35 MPa is investigated. Analytical and experimental results are compared. The projectile is made of high-strength, hardened steel with a yield stress of 1100 MPa, selected to minimize deformation. Ballistic experiments were conducted at velocities of 500 to 1000 m/s and at impact angles of 0°, 5°, 10°, 15° and 20°. Prior to testing, the specimens were scanned to determine the penetration paths of the projectile. In the analytical approach for normal (perpendicular) penetration, the concrete is divided into four zones: plastic, radially cracked, elastic and intact. However, for oblique penetration, these zones are altered due to the influence of the free surface, which is considered in this study to derive analytical relations for concrete under oblique penetration of an ogive-nosed projectile. The effect of weak separation (spalling) is also incorporated into the analytical method. The analytical calculations are performed using MATLAB. The method is applied to determine the oblique penetration path of projectiles into semi-infinite concrete targets. The results show that the analytical model accurately predicts the projectile deflection and penetration path, with a maximum horizontal error of 11.4% and vertical error of 15.8%. Additionally, increasing the impact velocity from 500 to 1000 m/s at an impact angle of 20° leads to an increase in deflection of up to 75%.

**Keywords:** Oblique Contact, Path of Penetration, Free Surface, Concrete Scan

### How to cite this article

Akhani H, Khodarahmi H, Sadegh-yazdi M, Zia-shemami M, Peyman S, Studying Oblique Penetration Trajectory of Rigid Projectiles in Semi-Infinite Concrete Targets by Analytical and Experimental Methods. *Modares Mechanical Engineering*; 2025;25(07):417-427.

\*Corresponding author's email: [hkhdrhmi@ihu.ac.ir](mailto:hkhdrhmi@ihu.ac.ir)

\*Corresponding ORCID ID: 0000-0001-7331-9125



Copyright© 2025, TMU Press. This open-access article is published under the terms of the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License which permits Share (copy and redistribute the material in any medium or format) and Adapt (remix, transform, and build upon the material) under the Attribution-NonCommercial terms.



## مطالعه مسیر نفوذ مایل پرتابه‌های صلب اجایو در اهداف بتنی نیمه بی نهایت به روش تحلیلی و تجربی

حسن آخانی<sup>۱</sup>، حسین خدارحمی<sup>۱\*</sup> , میلاد صادق یزدی<sup>۱</sup>، مجتبی ضیاشمامی<sup>۱</sup>، صفا پیمان<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه جامع امام حسین(ع)، تهران، ایران

<sup>۲</sup> گروه مهندسی عمران، دانشگاه جامع امام حسین(ع)، تهران، ایران

### چکیده

در این مقاله به مطالعه مسیر نفوذ مایل یک پرتابه صلب اجایو در هدف بتنی نیمه بی نهایت با مقاومت فشاری ۳۵ مگاپاسکال و مقایسه نتایج تحلیلی و تجربی پرداخته شده است. پرتابه از جنس فولاد بسیار مستحکم سخت کاری شده با تنش تسلیم ۱۱۰۰ مگاپاسکال در نظر گرفته شده تا کمترین تغییر شکل را داشته باشد. تست‌های تجربی بالستیکی در سرعت‌های ۵۴۶ تا ۶۰۶ متر بر ثانیه و زوایای عمود و ۵، ۱۰، ۱۵، ۲۰ درجه انجام شده است و پس از انجام تست نمونه‌ها اسکن شده است تا مسیر نفوذ پرتابه‌ها تعیین شود. در روش تحلیلی برای حالت نفوذ نرمال بتن چهار ناحیه، پلاستیک، دارای ترک شعاعی، الاستیک و سالم در نظر گرفته می‌شود، اما برای حالت نفوذ مایل این نواحی با در نظر گرفتن اثرات سطح آزاد تغییر پیدا می‌کند که در این تحقیق به محاسبه این اثرات بر نفوذ مایل یک پرتابه اجایو و استخراج روابط تحلیلی مربوط به بتن پرداخته شده است. همچنین در روش تحلیلی اثرات جدایش ضعیف نیز در نظر گرفته شده است. برای حل روش تحلیلی از برنامه متلب استفاده شده است. کاربرد این روش در استخراج مسیر نفوذ مایل پرتابه در اهداف بتنی نیمه بی نهایت است. نتایج نشان می‌دهد که روش تحلیلی به خوبی توانسته است انحراف پرتابه و مسیر نفوذ را نشان دهد به طوری که حداکثر خطا در جهت افقی برابر با ۱۱/۴٪ و در جهت عمودی برابر با ۱۵/۸٪ بود. همچنین با افزایش سرعت از ۵۰۰ تا ۱۰۰۰ متر بر ثانیه در زاویه برخورد ۲۰ درجه میزان انحراف تا ۷۵٪ بیشتر می‌شود.

### اطلاعات مقاله

#### نوع مقاله

مقاله پژوهشی

#### تاریخچه مقاله

دریافت: ۱۴۰۴/۰۱/۲۶

بازنگری: ۱۴۰۴/۰۳/۲۷

پذیرش: ۱۴۰۴/۰۵/۰۵

ارائه آنلاین: ۱۴۰۴/۰۶/۲۱

**کلیدواژه‌ها:** برخورد مایل، مسیر نفوذ، سطح آزاد، اسکن بتن

### نحوه ارجاع به این مقاله

آخانی حسن، خدارحمی حسین، صادق یزدی میلاد، ضیاشمامی مجتبی، پیمان صفا، مطالعه مسیر نفوذ مایل پرتابه‌های صلب اجایو در اهداف بتنی نیمه بی نهایت به روش تحلیلی و تجربی، مهندسی مکانیک مدرس، ۴۲۷-۴۱۷ (۰۷): ۲۵؛ ۱۴۰۴

\* پست الکترونیکی نویسنده عهده‌دار مکاتبات: hkhdrhmi@ihu.ac.ir

\* شناسه ارکید نویسنده عهده‌دار مکاتبات: ۰۰۰۰-۰۰۰۱-۷۳۳۱-۹۱۲۵



## ۱- مقدمه

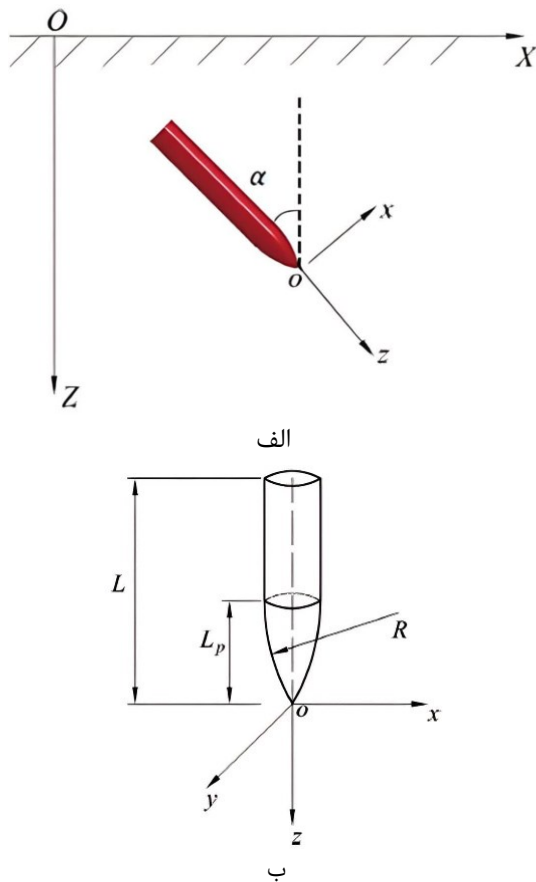
امروزه سازه‌های امن و زیرزمینی ایمن شده با بتن نقش مهمی در توسعه کشورها داشته و از جمله شریانهای حیاتی در شهرهای مهم، به خصوص در مواقع بحرانی به حساب می‌آیند. موضوع نفوذ از مسائل مهم در مباحث نظامی و آفندی و پدافندی است. در زمینه نفوذ عمودی در بتن تحقیقات بسیار گسترده‌ای انجام شده است ولی در مورد نفوذ مایل و بررسی مسیر نفوذ کارهای بسیار کمی انجام شده است. هنگامی که پرتابه‌ای با یک زاویه مایل به یک هدف بتنی نفوذ می‌کند، بارگذاری نامتقارن وارد بر سطح پرتابه منجر به انحراف در طی نفوذ پرتابه می‌شود. بنابراین پیش بینی دقیق مسیر نفوذ یک مسئله مهم در طول نفوذ عمیق است.

در زمینه بررسی تحلیلی نفوذ نرمال در اهداف بتنی مطالعات زیادی صورت گرفته است که از مهمترین آنها می‌توان به مطالعه فوراستال و همکاران [1] برای پیش بینی عمق نفوذ پرتابه در خاک اشاره نمود. برای این کار از یک تفنگ گازی به خاک شلیک شد و نتایج تست تجربی و تحلیلی و عددی با یکدیگر مقایسه شدند. واحدی و همکاران [2,3] یک پژوهش ارائه یک مدل اصلاحی و بررسی تحلیلی نفوذ پرتابه در اهداف نیمه بینهایت سرامیک-فلز پرداختند. همچنین ژیانگ و همکاران [4] به بررسی و ارائه مدل تحلیلی برای مقدار عمق نفوذ یک پرتابه با مقطع بدنه بیضی شکل و دماغه اجایو پرداختند و با استفاده از تئوری انبساط حفره رابطه تحلیلی ارائه کردند و نتایج را با داده‌های تجربی مقایسه کردند که حداکثر اختلاف بین آن‌ها ۱۵/۸ % بود. مسأله برخورد مایل پرتابه و نفوذ آن در هدف، که کاربردهای واقعی بسیاری دارد، مورد توجه محققین بسیاری بوده است. چن و همکاران [5] به بررسی روش تحلیلی نفوذ مایل و عمود یک پرتابه اجایو در هدف بتنی نازک و نیمه بی نهایت پرداختند و برای حالت مایل برای بتن نازک سرعت و زاویه خروج را استخراج و مقایسه کردند و برای حالت بتن نیمه بی نهایت با فرض اینکه بعد از نفوذ کامل قسمت نوک (قسمت اجایو) پرتابه، زاویه نفوذ تا انتها ثابت باشد روابطی را برای مقدار عمق نفوذ استخراج کردند. با ثابت فرض کردن مقدار زاویه انحراف راستای نفوذ بعد از نفوذ نوک پرتابه خطای زیادی در نتایج تحلیلی و در مقایسه با نتایج تجربی وجود داشت. تنگ و همکاران [6] به بررسی عددی نفوذ مایل یک پرتابه اجایو برای محاسبه سرعت باقی مانده و نیز زاویه کمانش با سرعت‌های مختلف برای یک هدف بتنی مسلح با ضخامت کم پرداختند و سپس نتایج کمانش را با فرمول تحلیلی تیت مقایسه نمودند که نتایج تطابق خوبی با یکدیگر داشتند. لیاقت و همکاران [7] نفوذ پرتابه‌های مخروطی در اهداف فلزی نازک تحت برخورد با زاویه مایل را مورد بررسی تحلیلی قرار داده و یک مدل تحلیلی برای آن پیشنهاد دادند. چن و همکاران [8] به بررسی روش تحلیلی برای نفوذ در بتن در حالت عمود ولی دارای زاویه گاما (زاویه بین بردار سرعت و راستای پرتابه) پرداختند. سپس

نتایج را با روش تجربی مقایسه کردند که اختلاف زیادی در نتایج وجود داشت، البته به جز زمانی که مقدار گاما کمتر از ۰/۲ درجه بود. ژوگوانگ و همکاران [9] مجموعه‌ای از آزمایش‌های نفوذ مقیاس شده با پرتابه‌های فولادی با دماغه اجایو که به یک هدف استوانه‌ای با ضخامت کم و مقاومت بتن متوسط بود را انجام دادند. در این آزمایش‌ها سرعت بین ۸۰۰ تا ۹۰۰ متر بر ثانیه در یک زاویه مشخص بود. وضعیت پرواز سه بعدی پرتابه با یک سیستم که از چندین دوربین با قابلیت ثبت سرعت بالا بود انجام می‌شد. همه پرتابه‌ها بین ۳ تا ۶ درصد کاهش جرم داشتند و شبیه سازی با نرم افزار ال اس داینا انجام شد که نفوذ سه بعدی را به خوبی نشان داد. به دلیل انتشار موج از جلو و عقب پدیده اسپالینگ قابل مشاهده بود. دوان و همکاران [10] یک مدل تحلیلی برای پیش‌بینی انحراف در برخورد و عبور یک پرتابه صلب اجایو با اهداف بتنی نازک پرداختند. در نهایت یک طبقه‌بندی جدیدی از اهداف بتنی بر اساس ضخامت هدف پیشنهاد شده است که با استفاده از آن انحراف در انواع مختلف اهداف بتنی مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت. دانگ و همکاران [11] مکانیزمهای حاکم بر نفوذ نرمال و در ادامه نفوذ مایل یک پرتابه هرمی به محیط بتنی نازک را مورد مطالعه قرار دادند. رابطه تنش نرمال و سرعت نرمال روی سطح دماغه پرتابه بر اساس این فرض که شکل بخش تونل مشابه پرتابه است، اصلاح شد. سپس در محدوده سرعت کم، فرمولی برای پیش‌بینی عمق نفوذ نهایی پرتابه هرمی پیشنهاد شده و توانایی نفوذ پرتابه‌های هرمی با و بدون بدنه مورد مطالعه قرار گرفت. نتایج نشان داد که عمق نفوذ با افزایش تعداد اضلاع شکل مقطع پرتابه کاهش می‌یابد و حداکثر عمق نفوذ مربوط به مقطع مثلثی است. ژیانجینگ و همکاران [12] به مطالعه و بررسی عددی انحراف مسیر پرتابه اجایو که در اثر برخورد مایل برای دو نوع هدف بتنی و خاک با استفاده از نرم افزار ال‌اس‌داینا پرداختند و منحنی‌های عمق نفوذ و سرعت نفوذ و تغییرات انرژی را مورد بررسی قرار دادند. نتایج نشان می‌داد که در فرآیند نفوذ مایل در هدف بتنی، پرتابه در ابتدای مسیر بیشتر منحرف می‌شود و سپس در ادامه مسیر کمتر منحرف می‌شود ولی انحراف مسیر پرتابه در ابتدای ورود به هدف خاک کمتر است و سپس در ادامه مسیر درون هدف بیشتر منحرف می‌شود. خدارحمی و همکاران [13] به بررسی عددی و تجربی نفوذ مایل در اهداف بتنی پرداختند. سپس نتایج عددی و تجربی را با یکدیگر مقایسه کردند که نتایج نشان از تطابق خوب بین دو روش داشت.

از آنجا که به علت زاویه‌دار بودن برخورد در حالت مایل، عملاً تقارن محوری از دست می‌رود، لذا در این حالت پیچیدگی دو چندان بوده و ارائه مدل‌های تحلیلی بسیار مشکل‌تر است. بنابراین پیش بینی دقیق مسیر نفوذ یک مسئله مهم در طول نفوذ عمیق است. انحراف پرتابه در طول فرآیند نفوذ می‌تواند تحت‌تاثیر عوامل مختلفی از جمله زاویه برخورد مایل، سرعت برخورد، ساختار پرتابه

سرعت‌های لازم به دست آورده شده که در ادامه روابط مربوط به هر قسمت استخراج و نشان داده شده است.



شکل ۱ الف) دستگاه مختصات کارتزین اصلی و محلی ب) پرتابه در مختصات استوانه‌ای

Fig.1 A) Original and local Cartesian coordinate system B) Projectile in cylindrical coordinates

همان طور که در شکل ۲ مشاهده می‌شود برای هر المان دو مولفه سرعت شامل  $V_a$  که در راستای طولی هر المان و دیگری  $V_L$  که در راستای عمود بر  $V_a$  است در نظر گرفته شده است. سرعت کلی هر المان از رابطه (۳) محاسبه می‌شود، و مولفه‌های آن در هر راستا (مولفه‌های  $V_L$  و  $V_a$ ) استخراج خواهد شد.

$$\vec{V} = \vec{V}_{CG} + \vec{\omega} \times \vec{r} \quad (3)$$

که  $V_{CG}$  سرعت مرکز جرم و  $\omega$  مقدار سرعت زاویه‌ای است. مقدار  $V_L$  و  $V_a$  از رابطه (۳) به صورت زیر به دست می‌آیند.

$$V_a = V_z - \omega_y r_p \cos(\theta) \quad (4)$$

$$V_L = V_x + \omega_y (z_p - z_c) \quad (5)$$

$\gamma$  مطابق شکل (۲) زاویه بین راستای عمود بر سطح هر المان و راستای طولی محور پرتابه است و از رابطه (۶) به دست می‌آید.

$$\cos(\gamma) = \frac{1}{\sqrt{1 + f_r^2}} \quad (6)$$

همچنین  $V_n$  که بردار سرعت عمود بر سطح هر المان است از رابطه (۷) به دست می‌آید.

و مقاومت ماده هدف باشد. به همین دلیل در اکثر تحقیقات انجام شده تنها به بررسی عددی و تجربی این نوع برخورد پرداخته شده و مطالعات تحلیلی در این زمینه بسیار محدود و اغلب برای اهداف نازک و یا با در نظر گرفتن برخی محدودیت‌های ارائه شده است. در روش‌های قبلی فرض شده است که پرتابه با همان زاویه برخورد اولیه و یا پس از برخورد با یک زاویه انحراف ثابت داخل بتن نفوذ می‌کند. یا در محاسبات برخورد مایل برای نواحی آسیب بتن فقط نواحی الاستیک و پلاستیک در نظر گرفته شده است که همه این‌ها باعث خطا در محاسبات می‌شوند. لذا در این مقاله برای حل تحلیلی ضمن در نظر گرفتن اثرات سطح آزاد با لحاظ کردن ناحیه دارای ترک شعاعی و همچنین اثرات جدایش ناقص محاسبات لحاظ شده است که بسیار دقیق‌تر از روش‌های قبلی است. بنابراین در این مقاله به بررسی و ارائه روش تحلیلی برای نفوذ مایل یک پرتابه صلب اجایو در هدف بتنی نیمه بی‌نهایت و مطالعه میزان زاویه انحراف در مسیر نفوذ پرتابه در هدف بتنی پرداخته شده است.

## ۲- روش تحلیلی

### ۲-۱ معادلات سرعت و حرکت

برای حل مسئله نفوذ مایل از دو دستگاه مختصات استفاده شده است. که ابتدا کلیه محاسبات در مختصات محلی بر روی پرتابه انجام می‌شود و سپس از طریق ماتریس انتقال به دستگاه مختصات اصلی منتقل می‌گردد. در شکل ۱-الف نمایی از مختصات در نظر گرفته شده برای پرتابه نشان داده شده است. پرتابه به دو ناحیه دماغه و بدنه تقسیم می‌شود شکل ۱-ب سپس برای هر ناحیه روابط هندسی مرتبط استخراج می‌گردد. نحوه محاسبه این روابط برای قسمت دماغه و بدنه در ادامه آورده شده است. رابطه (۱) در مختصات کارتزین محلی منطبق با شکل ۲-ب و با در نظر گرفتن نوک دماغه پرتابه به عنوان مبدأ مختصات به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} \sqrt{x_p^2 + y_p^2} + R - r_a &= \sqrt{R^2 - (L_p + z_p)^2} ; 0 < z_p < L_p \\ x_p^2 + y_p^2 &= r_a^2 ; L_p < z_p < L \end{aligned} \quad (1)$$

که  $x_p$ ،  $y_p$ ،  $z_p$  مختصات هر نقطه روی سطح پرتابه،  $R$  شعاع انحنای دماغه،  $r_a$  شعاع پرتابه،  $L_p$  طول دماغه و  $L$  طول کل پرتابه است. رابطه (۱) در دستگاه مختصات استوانه‌ای به شکل رابطه (۲) می‌تواند نوشته شود. که در آن  $r$  و  $z'$  شعاع و مختصات طول در امتداد محور استوانه است.

$$z_p = \begin{cases} f(r) = \sqrt{R^2 - (r + R - r_a)^2} - L_p & ; 0 < r \leq r_a \\ z' & ; L_p < z' \leq L, \quad r = r_a \end{cases} \quad (2)$$

برای محاسبه تنش و نیرو و سایر پارامترها می‌بایست سطوح پرتابه به المان‌های ریز تقسیم شود. برای هر المان دلخواه کلیه

$$\begin{cases} F_x = ma_x \\ F_z = ma_z \\ M = I\beta \end{cases} \quad (13)$$

در رابطه (۱۳) مقدار  $I$  ممان اینرسی و  $\beta$  شتاب زاویه‌ای است. با حل روابط بالا در هر بازه زمانی شتاب‌های خطی و زاویه‌ای به دست خواهد آمد و سپس با استفاده از آن مقادیر سرعت‌های خطی و زاویه‌ای و در نهایت مکان نوک پرتابه به دست می‌آید. این فرآیند تا جایی ادامه پیدا می‌کند که سرعت پرتابه صفر شود و در نهایت موقعیت پرتابه و زاویه انحراف نهایی آن مشخص می‌شود.

## ۲-۲ اثرات سطح آزاد

در نفوذ مایل یک پرتابه در هدف بتنی به دلیل وجود سطح آزاد متفاوت در طرفین پرتابه بارگذاری نامتقارن به وجود می‌آید. دلیل این موضوع را می‌توان به وجود زاویه مایل اولیه مرتبط دانست که این امر می‌تواند باعث چرخش پرتابه در حین نفوذ شود. در این بخش، اثر سطح آزاد بر روی سطح بالایی پرتابه برای نفوذ در هدف نیمه بی‌نهایت مورد بررسی قرار خواهد گرفت. در شکل ۳-الف شماتیکی از حالت نفوذ و سطح آزاد نشان داده شده است. فاصله  $d = a + d^*$  فاصله مرکز پرتابه تا سطح آزاد هدف در امتداد خط عمود بر سطح پرتابه است. فشار تئوری انبساط حفره با این فرض محاسبه می‌شود که ماده هدف محدود نیست. هنگامی که فاصله بین سطح بالایی پرتابه و سطح آزاد هدف کوچک باشد، فشار وارد شده به پرتابه در مقایسه با حالت عادی کمتر است، بنابراین می‌بایست اثر کاهش فشار حفره روی سطح پرتابه مطابق شکل ۳-ب در محاسبات لحاظ شود.

همانطور که در بالا اشاره شد معادله (۹) براساس مدل انبساط حفره کروی با گسترش دینامیکی نامحدود به دست آمده‌است. با این حال، هنگامی که پرتابه به طور مایل به هدف برخورد و نفوذ می‌کند، رابطه (۹) به دلیل اثرات سطح آزاد باید اصلاح شود.

برای مواد هدف شکننده، مانند بتن و سنگ، در اثر انبساط حفره معمولاً مناطق پلاستیک، ترک‌خورده، الاستیک و سالم به صورت شعاعی ایجاد می‌شود. در شکل ۴-الف این مورد نشان داده شده است. مواد ترد پس از رسیدن ناحیه پلاستیک به سطح آزاد مقاومتی در برابر نفوذ ندارند و این عدم مقاومت شامل دهانه هدف نیز می‌شود، در تئوری انبساط حفره تنها زمانی فقط ناحیه پلاستیک به وجود می‌آید که فاصله  $d$  نسبتاً کوچک باشد. در شکل ۴-ب این مورد نشان داده شده است.

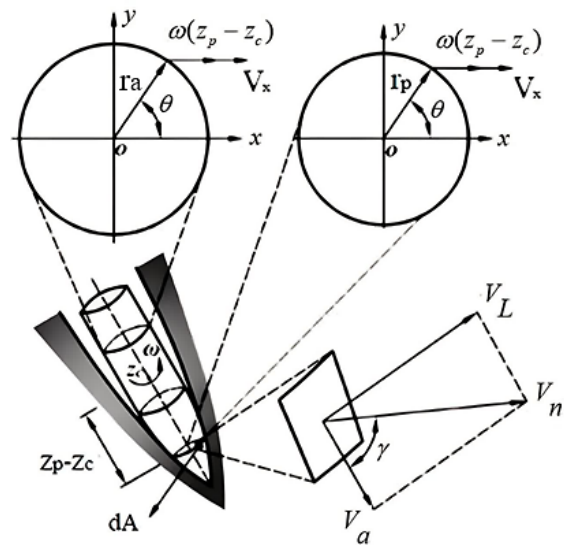
برای استخراج تنش شعاعی از معادلات تکانه و پایداری جرم در مختصات اویلری با تقارن کروی استفاده می‌کنیم که در ادامه تعریف شده اند [16]:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{2(\sigma_r - \sigma_\theta)}{r} = -\rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} \right) \quad (14)$$

$$\rho_0 \frac{\partial}{\partial r} [(r - u)^3] = 3\rho r^2 \quad (15)$$

که در آن  $\sigma_r$  و  $\sigma_\theta$  به ترتیب مولفه‌های شعاعی و محیطی تنش کوشی هستند و  $\rho_0$  و  $\rho$  نشان‌دهنده چگالی در حالت‌های

$$V_n = V_a \cos(\gamma) + V_L \sin(\gamma) \cos(\theta) \quad (7)$$



شکل ۲) تحلیل سرعت المان سطحی پرتابه

Fig.2) Projectile surface element velocity analysis

حال در ادامه برای حل مسئله نیاز به محاسبه است. مولفه‌های تنش  $\sigma_n$  در جهت  $x$  و  $z$  از رابطه (۸) به دست می‌آید.

$$\begin{cases} \sigma_x = -\sigma_n \sin(\gamma) \cos(\theta) \\ \sigma_z = -\sigma_n \cos(\gamma) \end{cases} ; \quad \begin{matrix} 0 < \theta < 2\pi \\ 0 < \gamma < 2\pi \end{matrix} \quad (8)$$

که  $\sigma_n$  تنش نرمال وارد بر هر المان روی سطح پرتابه است که با  $\sigma_T$  به دست آمده از تئوری انبساط حفره مطابق رابطه (۹) برابر است [14,15]:

$$\frac{\sigma_r}{f_c} = a_1 + a_2 \left( \frac{V_n}{f_c/\rho} \right) + a_3 \left( \frac{V_n}{f_c/\rho} \right)^2 \quad (9)$$

که در آن  $a_1$  و  $a_2$  و  $a_3$  ضرایب ثابت،  $\rho$  چگالی بتن،  $f_c$  مقاومت فشاری بتن و  $V_n$  مقدار سرعت مطابق رابطه (۴) است. تنش اعمالی بر سطح المان پرتابه  $\sigma_n$  برابر با تنش شعاعی در سطح حفره  $\sigma_r$  و در خلاف جهت آن است. بعد از محاسبه مقدار تنش نرمال در هر المان در جهت‌های  $x$  و  $z$  از رابطه زیر مقادیر نیرو به دست می‌آید.

$$\begin{cases} F_x = \iint_{\Sigma} \sigma_x dA \\ F_z = \iint_{\Sigma} \sigma_z dA \end{cases} \quad (10)$$

همچنین مقدار گشتاور وارده از رابطه (۱۱) به دست می‌آید. تمامی محاسبات در دستگاه محلی است و برای تبدیل در مختصات اصلی از ماتریس انتقال به صورت زیر استفاده می‌شود.

$$\begin{pmatrix} F_x \\ F_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_x \\ F_z \end{pmatrix} \quad (12)$$

حال با استفاده از معادلات حرکت می‌توان نوشت:

$$v = \frac{a^2 \ddot{a}}{r^2} \quad (18)$$

شعاع حفره  $a$  فقط تابعی از زمان است. رفتار ماده در ناحیه پلاستیسیته به کمک معیار موهر-کولمب تراکم ناپذیر [17] به صورت زیر مدل می‌شود:

$$p = \frac{(\sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_\phi)}{3}, \quad \sigma_\theta = \sigma_\phi \quad (19)$$

$$\sigma_r - \sigma_\theta = \lambda p + \tau \quad (20)$$

که در آن  $p$  فشار،  $\lambda$  ضریب برش-فشار و  $\tau$  نیز استحکام برشی وابسته به فشار را نشان می‌دهند و مقدار  $\lambda = 0.25$  برای بتن است. همچنین  $\tau$  از رابطه  $\tau = (3 - \lambda) \frac{f_c}{3}$  برای بتن به دست می‌آید. [18]

برای هر سه ناحیه الاستیک و ترک و پلاستیک تعریف شده در شکل ۴-الف تنش شعاعی را به دست می‌آوریم. در نهایت با استفاده از معادله‌های (۱۹) و (۲۰) مقدار تنش شعاعی وارد بر ناحیه حفره از رابطه (۲۱) به دست می‌آید.

$$\sigma_r = \frac{(2\rho V_n^2)}{(\alpha\lambda - 4)} - \frac{(2\rho V_n^2)}{(\alpha\lambda - 1)} - \frac{\tau}{\lambda} + \left(\frac{a}{b}\right)^{-\alpha\lambda} \times \left[ \frac{(2\rho a V_n^2 c)}{b^2} - \frac{(\rho a^4 V_n^2)}{(c^2 b^2)} - \frac{(2\rho a V_n^2)}{b} + \frac{(\rho a^4 V_n^2)}{b^4} + \frac{\tau}{(\lambda b)} \right] - \frac{(2\rho a^4 V_n^2)}{(\alpha\lambda - 4)b^4} + \frac{\rho(2a V_n^2)}{(\alpha\lambda - 1)b} + \frac{4Ea^3}{9b^2} \left( \frac{1}{c} - \frac{1}{d^3 c^2} \right) + \frac{[\rho(2a V_n^2)(c - \frac{c^2}{d})]}{b^2} - \frac{\rho a^4 V_n^2}{b^2} \left( \frac{1}{c^2} - \frac{c^2}{d^4} \right) \quad (21)$$

در رابطه بالا شعاع حفره،  $c$  شعاع ناحیه دارای ترک و  $b$  شعاع ناحیه پلاستیک و  $\rho$  چگالی هدف و  $E$  مدول یانگ هدف و  $\alpha = \frac{6}{(3 + 2\lambda)}$  است.

اکنون باید یک تابع به دست آید که بتوان با آن با استفاده از نتایج معادلات بالا اثرات سطح آزاد را محاسبه کرد. این کار از طریق نرمال سازی برای از بین بردن اثرات سطح آزاد در فواصل خیلی دور در معادله (۲۱) انجام می‌شود. بنابراین تابع مورد نظر به شکل رابطه (۲۲) به دست می‌آید:

$$f(b, c, d, a, V_n) = \begin{cases} \frac{\sigma_r(a)}{\sigma_r(a)_{(d \rightarrow \infty)}}; & d \geq b \\ 0; & d < b \end{cases} \quad (22)$$

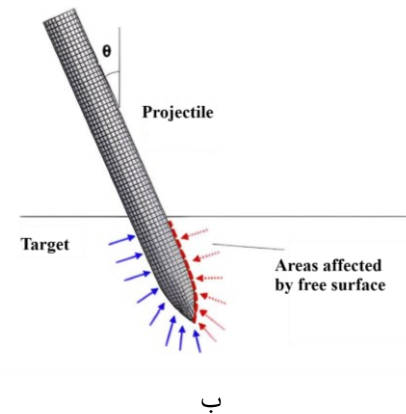
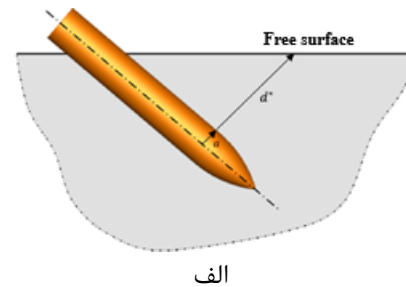
که در آن  $0 \leq f(b, c, d, a, V_n) \leq 1$  است. با اعمال تابع فوق در رابطه (۹) تنش  $\sigma_n$  به دست می‌آید.

$$\sigma_n = f(b, c, d, a, V_n) \times \left( a_1 + a_2 \left( \frac{V_n}{\sqrt{f_c/\rho}} \right) + a_3 \left( \frac{V_n}{\sqrt{f_c/\rho}} \right)^2 \right) \quad (23)$$

### ۲-۳ جدایش ناقص/ضعیف

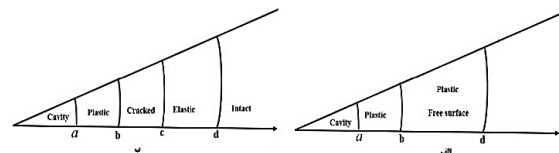
مطالعات نشان می‌دهند که جداسازی/اتصال مجدد بین پرتابه و هدف، تاثیر مستقیم بر روی مسیر نفوذ دارد. به طور کلی نمی‌توان از روش تجربی برای مطالعه مستقیم این موضوع استفاده نمود چون مکان حفره و پرتابه به طور مداوم تغییر می‌کند. در طول نفوذ

تغییر شکل نیافته و تغییر شکل یافته است که برای ماده تراکم ناپذیر برابری.



شکل ۳ الف) شماتیک توصیف اثر سطح آزاد ب) سطوح متأثر از اثرات سطح آزاد

Fig.3 A) Schematic Representation of the free surface effect B) Surfaces affected by free surface effects



شکل ۴ پاسخ نواحی در تئوری انبساط حفره  
Fig.4 Response of regions in cavity expansion theory

رابطه‌ی جابجایی ذره  $u$  و سرعت ذره  $v$  در جهت شعاعی (حرکت به سمت بیرون مثبت فرض می‌شود) به شرح زیر است:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = v \left( 1 - \frac{\partial u}{\partial r} \right) \quad (16)$$

با فرض تراکم ناپذیری  $\rho = \rho_0$  می‌توان با استفاده از رابطه پایستگی جرم (۱۵) جابجایی را به دست آورد. بنابراین جابجایی ذره شعاعی به صورت زیر بدست می‌آید:

$$u = r \left[ 1 - \left( 1 - \frac{a^3}{r^3} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \quad (17)$$

سرعت ذرات در جهت شعاعی از طریق مشتق گرفتن از معادله (۱۷) و جایگزینی آن در معادله (۱۶) بدست می‌آید:



- ۵- استخراج مولفه‌های تنش نرمال وارد بر سطح هر المان در راستای (x) و (z) از رابطه شماره (۸)
- ۶- استخراج نیروها و ممان‌های وارد بر پرتابه از روابط (۱۰) و (۱۱)
- ۷- انتقال نیروها و ممان‌ها با استفاده از رابطه (۱۲) از دستگاه مختصات محلی به اصلی
- ۸- استخراج مقدار شتاب‌های خطی و زاویه‌ای وارد بر پرتابه از رابطه (۱۳)
- ۹- انتگرال‌گیری از مقادیر شتاب و استخراج سرعت‌های خطی و زاویه‌ای.
- ۱۰- انتگرال‌گیری از مقادیر سرعت و استخراج جابجایی و موقعیت نهایی پرتابه

### ۳- روش تجربی

#### ۳-۱ استخراج خواص مکانیکی بتن

مطابق دستورالعمل آبا (آیین‌نامه بتن ایران) [20] مقاومت فشاری مشخصه بتن می‌بایست بر روی حداقل دو عدد نمونه با قطر ۱۵۰ و ارتفاع ۳۰۰ میلی‌متر یا سه عدد نمونه با قطر ۱۰۰ و ارتفاع ۲۰۰ میلی‌متر تعیین شود. همچنین می‌بایست دقت داشت که سن بتن‌های مورد آزمایش می‌بایست ۲۸ روزه باشد. همچنین مدول الاستیسیته بتن نیز می‌بایست با استفاده از انجام آزمون بر روی نمونه‌های با سن ۲۸ روز تعیین شود. مدول الاستیسیته بتن، برای بتن‌های با جرم مخصوص بین ۱۴۰۰ تا ۲۵۵۰ کیلوگرم بر متر مکعب مطابق رابطه تجربی زیر نیز قابل تخمین است.

$$E_c = 0.043 w_c^{1.5} \sqrt{f_c} \quad (26)$$

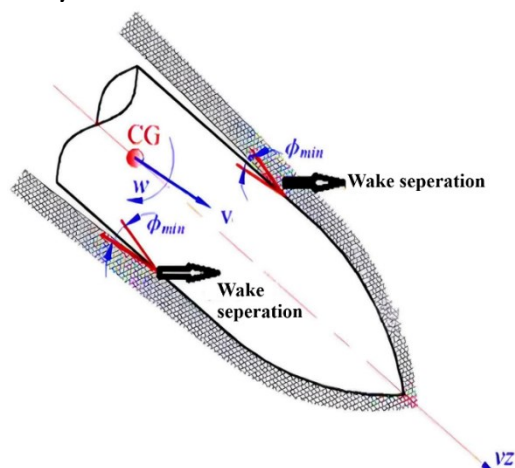
که در رابطه فوق  $E_c$ ،  $w_c$  و  $f_c$  به ترتیب بیانگر مدول الاستیسیته، جرم مخصوص یا چگالی و مقاومت فشاری بتن هستند. بنابراین به منظور تعیین مقاومت فشاری، مدول الاستیسیته و نسبت پواسون بتن، آزمون مقاومت فشاری تک محوری با استفاده از دستگاه سانتام-ساف ۲۰۰۰ بر روی چهار نمونه بتن انجام شده است. دستگاه مذکور دستگاه خودکنترل است و مقادیر نرخ جابه‌جایی در طول آزمون ثابت نگاه داشته شده است. همچنین دقت شده است که نرخ جابه‌جایی به قدری پایین در نظر گرفته شود که نمونه در حالت بارگذاری استاتیکی قرار بگیرد.

#### ۳-۲ تهیه نمونه‌های پرتابه جهت تست

نمونه‌ها با دماغه به شکل اجایو با قطر ۸ میلیمتر و طول ۳۱/۲۷ میلیمتر و نسبت شعاع انحنا دماغه به قطر (R/d) برابر با ۴ مطابق با شکل ۶-الف ساخته شده است. با توجه به اینکه قطر پرتابه‌ها ۸ میلیمتر و قطر لوله پرتاب دستگاه پرتابگر ۱۸/۶ میلیمتر است، برای پرتاب سابوت‌هایی به شکل ۶-ب تهیه شد. جنس سابوت‌ها از جنس تفلون نسوز بوده است که هم کمترین اصطکاک را داخل دستگاه پرتابگر داشته باشد و هم اینکه در اثر احتراق دچار آسیب دیدگی و سوختن نشود.

مایل برخی از المان‌های سطحی پرتابه ممکن است از هدف جدا شوند که به آن اثر جداسازی ضعیف بین پرتابه و هدف نامگذاری می‌شود. فرضیات و معادلات اساسی که اثر جداسازی ضعیف را توصیف می‌کنند توسط برنارد و همکاران [19] تشریح شده است، که به طور خلاصه در اینجا معرفی می‌شوند. همان‌طور که در شکل (۵) نشان داده شده است، حداقل زاویه تقریب  $\phi_{min}$  بین سطح تماس هدف و پرتابه مورد نیاز تماس است.  $\phi$  زاویه بین سرعت مطلق پرتابه و سرعت عمودی خارجی برای یک المان روی سطح پرتابه به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\sin \phi = \frac{V_n}{V} \quad (24)$$



شکل ۵ دیاگرام جدایش ضعیف

Fig.5 Weak separation diagram

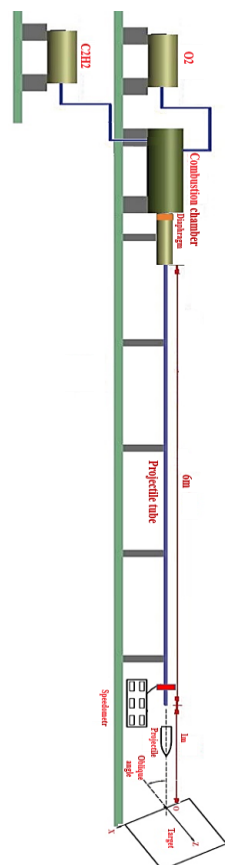
که در آن  $V$  سرعت مرکز جرم و  $V_n$  سرعت المان در امتداد نرمال بیرونی است. برای محاسبه مسیر، لازم است که رابطه بین زاویه  $\phi$  و حداقل زاویه تقریب  $\phi_{min}$  برای هر المان مورد بررسی قرار گیرد. اگر زاویه  $\phi$  کمتر از  $\phi_{min}$  باشد، تنش اعمالی بر پرتابه صفر خواهد بود. در غیر این صورت، تنش برابر با تنش شعاعی در سطح حفره خواهد بود، یعنی:

$$\sigma_n = \begin{cases} \sigma_r & ; \phi > \phi_{min} \\ 0 & ; \phi \leq \phi_{min} \end{cases} \quad (25)$$

در ادامه برای حل معادلات تحلیلی از کد متلب استفاده شده است. فرضیات مورد استفاده در این روش تحلیلی شامل صلب بودن پرتابه، عدم چرخش پرتابه حول محور (z)، عدم زاویه بین راستای سرعت و بدنه پرتابه است. روند حل به صورت زیر است:

- ۱- ابتدا سطح پرتابه به المان‌های کوچکتر تقسیم بندی می‌شود.
- ۲- استخراج مقادیر  $V_n$  و  $V_L$  برای هر المان به ترتیب از روابط (۴) و (۵) و (۶).
- ۳- استخراج مقدار  $V_n$  برای هر المان از رابطه شماره (۷)
- ۴- استخراج تنش‌های نرمال وارد بر هر المان از روابط (۹) و (۲۳) و (۲۵)

پس از خروج گلوله از دهانه لوله پرتابه، سرعت پرتابه توسط سرعت سنج مغناطیسی اندازه‌گیری می‌شود. بعد از انجام تست‌های تجربی نفوذ پرتابه در هدف بتنی نیاز به بررسی مسیر نفوذ پرتابه در هدف است. برای این منظور از روش عکسبرداری x-ray استفاده شده است. برای همه نمونه‌های تست شده عکس برداری از هدف بتنی انجام شد تا مسیر نفوذ، نقطه توقف پرتابه و عمق نفوذ در تمام تست‌ها مشخص شود.



الف



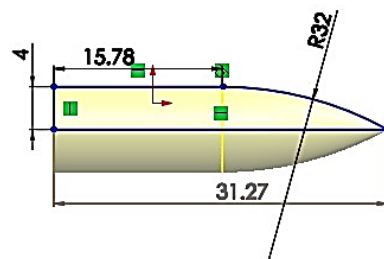
ج

ب

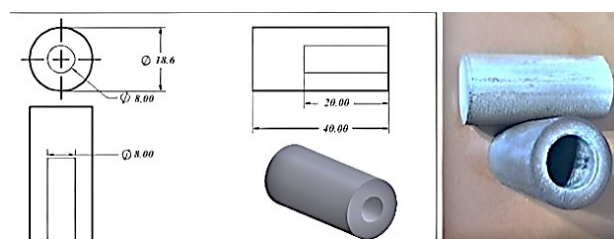
شکل ۷ الف) دستگاه و شماتیک انجام تست بالستیک ب) محل قرارگیری پرتابه و سابوت ج) محل قرارگیری دیافراگم

Fig.7 A) Device and schematic for performing ballistic testing B) Location of projectile and sabot C) Location of diaphragm

با توجه به فرض صلب بودن نمونه‌ها، می‌بایست جنس آن‌ها طوری انتخاب شود که مقاومت به ضربه بالا و نیز تنش تسلیم بالایی داشته باشند لذا فولاد 42CrMo4 انتخاب شده است که از خانواده فولادهای آلیاژی بسیار مقاوم است. وزن هر گلوله حدود ۹/۶ گرم و چگالی آن ۷۹۰۰ کیلوگرم بر متر مکعب در نظر گرفته شده است.



الف



ب

شکل ۶ الف) ابعاد نمونه پرتابه ب) نقشه ساخت و خود سابوت با جنس تفلون نسوز

Fig.6 A) Dimensions of the projectile sample B) Construction diagram and the sabot Made of fireproof Teflon material

به منظور افزایش سختی و مقاومت تسلیم نمونه‌ها عملیات حرارتی بر روی آنها انجام شد و در نهایت سختی آنها به ۴۰ راکول و مقاومت تسلیم آن‌ها به ۱۱۰۰ مگاپاسکال رسید.

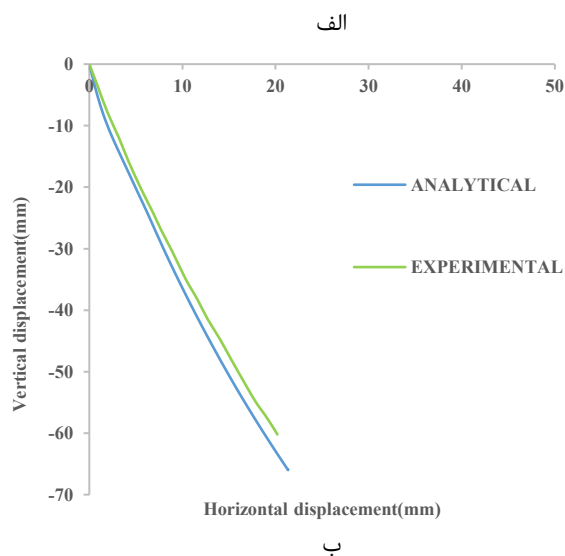
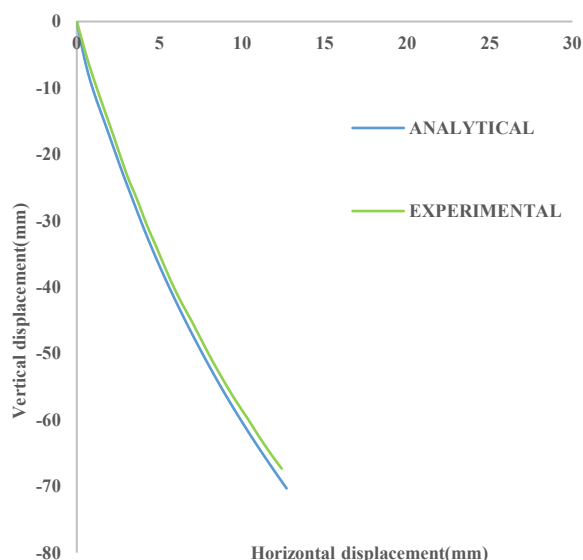
### ۳-۳ انجام تست‌های بالستیکی نفوذ

برای انجام تست‌های بالستیکی نفوذ از دستگاه پرتابگر احتراقی مطابق شکل ۷-الف موجود در آزمایشگاه بالستیک دانشگاه جامع استفاده شده است. نحوه کار دستگاه به این گونه است که پرتابه به همراه سابوت در مکان خاصی مطابق شکل ۷-ب قرار داده می‌شود. سپس مخلوط گاز محترق شونده وارد مخزن دستگاه می‌شود و شمع عمل کرده و عمل انفجار صورت می‌گیرد. در این لحظه دیافراگمی که از قبل مطابق شکل ۷-ج در مسیر و قبل از گلوله قرار داده شده است پاره می‌شود و موج شاک و فشار گاز حاصل از احتراق سبب پرتاب گلوله به سمت جلو و سرعت‌گیری آن درون لوله می‌شود.

### ۴- نتایج و بحث



نیروهای وارد بر قسمت بالایی پرتابه کمتر از قسمت پایینی آن شود و باعث ایجاد انحراف بیشتر شود، بنابراین هرچه زاویه برخورد بزرگتر شود مقدار انحراف بیشتر می‌شود. مقدار زاویه انحراف برای زوایای مختلف برخورد در سرعت ۵۵۰ متر بر ثانیه در شکل ۱۰-ب نشان داده شده که نشان می‌دهد با افزایش زاویه برخورد میزان انحراف بیشتر می‌شود.



**شکل ۹** مقایسه نتایج تحلیلی و تجربی موقعیت لحظه‌ای نوک پرتابه  
**Fig.9** Comparison of analytical and experimental results of the instantaneous position of the projectile tip

مقایسه نتایج تجربی و تحلیلی موقعیت نهایی نوک پرتابه برای سرعت و زوایای مختلف در جدول شماره ۲ داده شده است، که نشان می‌دهد با سرعت‌های برخورد از ۵۴۶ تا ۶۰۶ متر بر ثانیه و زوایای ۰ تا ۲۰ درجه حداکثر خطا در جهت x برابر با ۱۱/۴ درصد و

مقادیر مقاومت فشاری تک‌محوری بتن طی ۴ عدد آزمون انجام شد و مقدار میانگین آن مطابق جدول ۱ ارائه شده است.

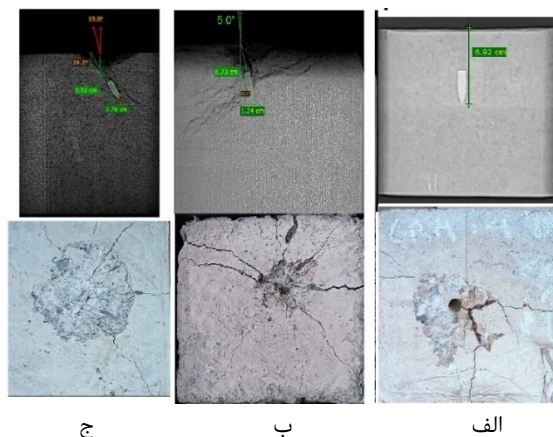
**جدول ۱** مقادیر بدست آمده مقاومت فشاری بتن C35 بر حسب مگاپاسکال

**Table 1** Obtained values of the compressive strength of C35 concrete in MPa

| Compressive strength |         |         |         | Average |
|----------------------|---------|---------|---------|---------|
| Sample1              | Sample2 | Sample3 | Sample4 |         |
| 36.98                | 29.33   | 37.91   | 37.1    | 35.33   |

همچنین مدول الاستیسیته و نسبت پواسون نیز برای بتن C35، به ترتیب برابر با ۲۲/۷۸ گیگاپاسکال و ۰/۱۳۷ اندازه‌گیری شده است.

در شکل ۸ سه نمونه هدف بتنی است که ۸-الف برای برخورد پرتابه با زاویه عمود و سرعت ۵۴۶ متر بر ثانیه ۸-ب برخورد پرتابه با زاویه ۵ درجه و سرعت ۵۵۲ متر بر ثانیه و ۸-ج برخورد پرتابه با زاویه ۱۵ درجه و سرعت ۵۵۰ متر بر ثانیه بعد از تست به همراه نتایج اسکن بتن نشان شده است.



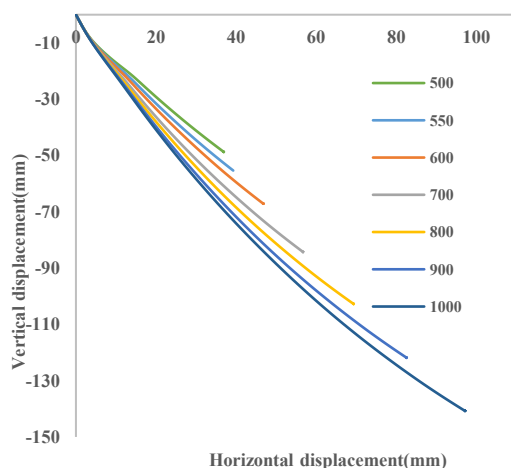
**شکل ۸** نتایج اسکن (بالا) و تصویر هدف بتنی (پایین)  
**Fig.8** Scan results (top) and concrete target image (bottom)

نتایج مربوط به حل تحلیلی برای زاویه برخورد ۵ و سرعت برخورد ۵۵۲ متر بر ثانیه و زاویه برخورد ۱۰ درجه با سرعت برخورد ۵۴۹ متر بر ثانیه به ترتیب در اشکال ۹-الف و ۹-ب ارائه و مقایسه شده است.

همانطور که در شکل‌های بالا مشاهده می‌شود روش تحلیلی به خوبی توانسته است مسیر تست تجربی را پیش بینی کند و تطابق خوبی بین روش تحلیلی و تجربی وجود دارد و دقت پیش‌بینی با افزایش زاویه برخورد نسبت به زاویه نرمال کمتر می‌شود.

در ادامه در شکل ۱۰-الف مسیر نفوذ پرتابه برای سرعت ثابت ۵۵۰ متر بر ثانیه و زوایای مختلف ۵ تا ۶۰ درجه از روش تحلیلی نشان داده شده است که نتایج نشان می‌دهد با افزایش زاویه برخورد میزان انحراف از مسیر اولیه بیشتر شده و عمق نفوذ کمتر می‌شود. علت این را می‌توان در افزایش اثرات سطح آزاد دانست به طوری که زاویه مایل هر چه بزرگتر شود قسمت بیشتری از پرتابه نزدیک سطح آزاد هدف قرار می‌گیرد که این باعث می‌شود برآیند

قرار گرفته است که نتایج آن در شکل ۱۱ نشان می‌دهد که با افزایش سرعت، میزان انحراف و مقدار عمق نفوذ بیشتر می‌شود. به طور کلی در نفوذ مایل پرتابه‌ها در اهداف مختلف، نیروی مقاوم از طرف هدف به پرتابه در نواحی سطح آزاد کمتر و در سمت مقابل آن بیشتر است، و در اثر این عدم تقارن نیروها، نیروی برآیند جانبی سبب انحراف پرتابه از مسیر اولیه آن می‌گردد که با افزایش سرعت و نفوذ، انحراف پرتابه بیشتر می‌شود. در مورد اهداف بتنی با افزایش سرعت نواحی نزدیک به سطح آزاد تخریب بیشتری داشته و منجر به عدم تعادل بیشتر و در نتیجه انحراف بیشتر می‌گردد.



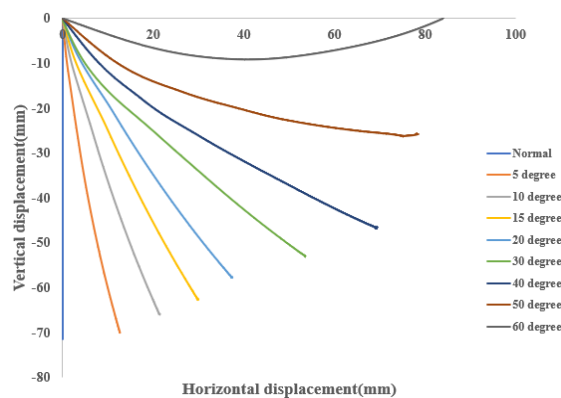
شکل ۱۱: نتایج تحلیلی مسیر و مقدار عمق نفوذ برای سرعت برخورد های مختلف از ۵۰۰ تا ۱۰۰۰ متر بر ثانیه و زاویه برخورد ۲۰ درجه

Fig.11 Analytical results of trajectory and penetration for different impact velocities from 500 to 1000 m/s and impact angle of 20 degrees

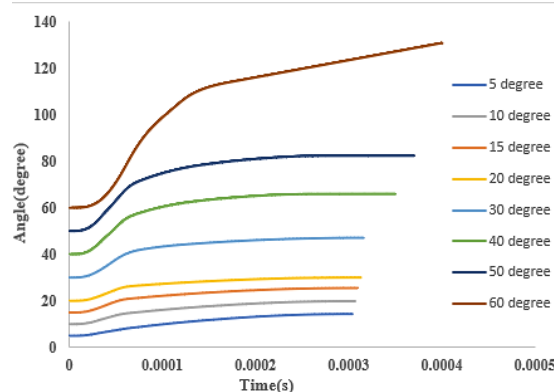
## ۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله به بررسی و مقایسه نتایج تجربی و تحلیلی مسیر نفوذ مایل یک پرتابه صلب در یک هدف بتنی نیمه بی‌نهایت پرداخته شد. تست‌های تجربی برای زوایای مختلف و سرعت‌های مختلف با استفاده از دستگاه پرتابگر احتراقی انجام شد و پس از تست، هدف بتنی اسکن شد تا مسیر نفوذ پرتابه مشخص شود. در روش تحلیلی با توجه به عدم تقارن نیروها در برخورد مایل، در ابتدا نیروها استخراج و در نهایت با در نظر گرفتن اثرات سطح آزاد با لحاظ کردن ناحیه دارای ترک شعاعی و همچنین در نظر گرفتن جدایش ناقص معادلات حرکت پرتابه درون هدف استخراج و سپس با استفاده از نرم افزار متلب حل شد تا مسیر پرتابه تعیین شود. نتایج نشان می‌دهد که روش تحلیلی به خوبی توانسته است انحراف پرتابه و مسیر نفوذ را نشان دهد به طوری که حداکثر خطا در جهت افقی برابر با ۱۱/۴٪ و در جهت عمودی برابر با ۱۵/۸٪ بود. همچنین مقدار زاویه انحراف با افزایش زاویه برخورد در یک سرعت ثابت تا دو برابر زاویه برخورد هم بیشتر می‌شود. همچنین با افزایش سرعت در یک زاویه ثابت میزان انحراف تا ۷۵٪ بیشتر

در جهت z برابر با ۱۵/۸ درصد بوده است و با افزایش زاویه برخورد خطا نیز افزایش داشته است.



الف: مسیر نفوذ نوک پرتابه



ب: زاویه انحراف بر حسب زمان

B) Time-history curves of projectile deviation angle

شکل ۱۰: مقایسه نتایج تحلیلی برای سرعت برخورد ۵۵۰ متر بر ثانیه و زاویه برخوردهای مختلف ۵ تا ۶۰ درجه

Fig.10 Comparison of analytical results for an impact velocity of 550 m/s and different impact angles of 5 to 60 degrees

جدول ۲: مقایسه نتایج تحلیلی و تجربی در زوایا و سرعت های مختلف

Table 2 Comparison of analytical and experimental results at different angles and speeds

| Velocity (m/s) | Impact angle (degree) | Experimental (mm) |      | Analytical (mm) |      | Error x (%) | Error z (%) |
|----------------|-----------------------|-------------------|------|-----------------|------|-------------|-------------|
|                |                       | X                 | Z    | X               | Z    |             |             |
| 546            | 0                     | 0                 | 69.2 | 0               | 71.3 | 0           | 3           |
| 552            | 5                     | 12.4              | 67.3 | 12.7            | 70.3 | 2.4         | 4.3         |
| 549            | 10                    | 20.2              | 60.3 | 21.3            | 66   | 5.4         | 9.4         |
| 550            | 15                    | 27.8              | 55.2 | 29.8            | 62.6 | 7.2         | 13.4        |
| 606            | 20                    | 42                | 57   | 46.8            | 66   | 11.4        | 15.8        |

همچنین مسیر و مقدار عمق نفوذ برای زاویه برخورد ۲۰ درجه در سرعت های مختلف برخورد از ۵۵۰ تا ۱۰۰۰ متر بر ثانیه مورد بررسی

model for the mass loss and nose-blunting of ogive-nosed projectiles," *Acta Mechanica Sinica*, vol. 30, no. 6, pp. 933-942, Dec. 2014, doi:org/10.1007/s10409-014-0090-1.

[9] X. Chen, F. Lu, and D. Zhang, "Penetration of concrete targets by ogive steel projectiles-Experiments and simulations," *International Journal of Impact Engineering*, vol. 120, pp. 202-213, Oct. 2018, doi:org/10.1016/j.ijimpeng.2018.06.004.

[10] Z. Duan, S. Li, Z. Ma, Z. Ou, and F. Huang, "Attitude deflection of oblique perforation of concrete targets by a rigid projectile," *Defence Technology*, vol. 16, no. 3, pp. 596-608, Sep. 2019, doi:org/10.1016/j.dt.2019.09.009.

[11] H. Dong et al., "Penetration characteristics of pyramidal projectile into concrete target," *International Journal of Impact Engineering*, vol. 143, pp. 103583-103583, May 2020, doi:org/10.1016/j.ijimpeng.2020.103583.

[12] X. Zhang, W. Yao, W. Li, X. Wang, and X. Zhu, "Research on Oblique Penetration of Projectiles into Targets of Different Materials," *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 2002, no. 1, p. 012072, Aug. 2021, doi:org/10.1088/1742-6596/2002/1/012072.

[13] Akhane Senejani H, Khodarahmi H, Sadegh-Yazdi M, Zia-Shemami M, Peyman S. "Experimental and numerical analysis of the effect of the angle of impact of rigid projectiles on the depth of penetration and the amount of deflection in semi-infinite concrete targets" *Journal of Solid and Fluid Mechanics*. vol. 14, no. 6, pp. 44-59, Mar. 2025 (In Persian). doi:10.22044/jsfm.2025.15115.3898

[14] Q. Fang, X. Kong, J. Hong, and H. Wu, "Prediction of projectile penetration and perforation by finite cavity expansion method with the free-surface effect," *Acta Mechanica Sinica*, vol. 27, no. 6, pp. 597-611, Dec. 2014, doi:org/10.1016/s0894-9166(15)60005-2.

[15] Q. Zhu, Z. Huang, Q. Xiao, X. Zu, X. Jia, and B. Ma, "Theoretical considerations on cavity diameters and penetration depths of concrete materials generated by shaped charge jets using the targets response modes described by a modified HJC model," *International Journal of Impact Engineering*, vol. 138, pp. 103439-103439, Nov. 2019, doi:org/10.1016/j.ijimpeng.2019.103439.

[16] V. K. Luk, M. J. Forrestal, and D. E. Amos, "Dynamic Spherical Cavity Expansion of Strain-Hardening Materials," *Journal of Applied Mechanics*, vol. 58, no. 1, pp. 1-6, Mar. 1991, doi:org/10.1115/1.2897150.

[17] M. J. Forrestal and D. B. Longcope, "Target strength of ceramic materials for high-velocity penetration," *Journal of Applied Physics*, vol. 67, no. 8, pp. 3669-3672, Apr. 1990, doi:org/10.1063/1.345322.

[18] M. J. Forrestal and D. B. Longcope, "Target strength of ceramic materials for high-velocity penetration," *Journal of Applied Physics*, vol. 67, no. 8, pp. 3669-3672, Apr. 1990, doi:org/10.1063/1.345322.

[19] R. S. Bernard and D. C. Creighton, *Projectile Penetration in Soil and Rock*. 1979.

[20] Building and Housing Research Center (BHRC). "Iranian code of practice for design and construction of concrete buildings (ABA)". 3rd ed. Tehran: Ministry of Roads and Urban Development; 2019

می‌شود. که نشان می‌دهد با افزایش سرعت، میزان انحراف و مقدار عمق نفوذ بیشتر می‌شود. به طور کلی در نفوذ مایل پرتابه‌ها در اهداف مختلف، نیروی مقاوم از طرف هدف به پرتابه در نواحی سطح آزاد کمتر و در سمت مقابل آن بیشتر است، و در اثر این عدم تقارن نیروها، نیروی برآیند جانبی سبب انحراف پرتابه از مسیر اولیه آن می‌گردد که با افزایش سرعت و نفوذ، انحراف پرتابه بیشتر می‌شود. بنابراین می‌توان گفت پارامترهای سرعت و زاویه برخورد بر مقدار زاویه انحراف و عمق نفوذ پرتابه مؤثر است.

**تأییدیه اخلاقی:** محتویات علمی این مقاله حاصل پژوهش نویسندگان است و در هیچ نشریه ایرانی و غیرایرانی منتشر نشده است.

**تعارض منافع:** نویسنده اعلام می‌کند که در مورد انتشار این مقاله تعارض منافع وجود ندارد.

## منابع

[1] M. J. Forrestal and V. K. Luk, "Penetration into soil targets," *International Journal of Impact Engineering*, vol. 12, no. 3, pp. 427-444, Jan. 1992, doi:https://doi.org/10.1016/0734-743x(92)90167-r.

[2] K. Vahedi, R. Hosseini, and Naddaf Oskouei, Alireza, "Optimizing the shape of the penetrator nose into Compressible Concrete in order to achieve the maximum penetration depth," *Aerospace Mechanics*, vol. 17, no. 2, pp. 101-115, Jul. 2021, Accessed: Aug. 01, 2025. (In Persian). doi:https://maj.ihu.ac.ir/article\_206400.html?lang=en

[3] Sayahbadkhor M, Vahedi K, Naddaf Oskouei AR. "Presenting a modified theory and analytical investigation of projectile penetration into ceramic-metal semi-infinite targets," *Journal of Solid and Fluid Mechanics*, vol. 9, no. 2, pp. 31-45, Jul. 2019. (In Persian). doi: 10.22044/jsfm.2019.8173.2855

[4] X. Dai, K. Wang, M. Li, J. Duan, B. Qian, and G. Zhou, "Rigid elliptical cross-section ogive-nose projectiles penetration into concrete targets," *Defence Technology*, vol. 17, no. 3, pp. 800-811, May 2020, doi:org/10.1016/j.dt.2020.05.011.

[5] X. W. Chen, S. C. Fan, and Q. M. Li, "Oblique and normal perforation of concrete targets by a rigid projectile," *International Journal of Impact Engineering*, vol. 30, no. 6, pp. 617-637, Oct. 2003, doi:org/10.1016/j.ijimpeng.2003.08.003.

[6] T. L. Teng, Y. A. Chu, F. A. Chang, and H. S. Chin, "Numerical analysis of oblique impact on reinforced concrete," *Cement and Concrete Composites*, vol. 27, no. 4, pp. 481-492, Dec. 2004, doi:org/10.1016/j.cemconcomp.2004.05.005.

[7] Liyaghat. G., and Pol, M. H. "Analysis of the penetration of inclined projectiles in thin metal plates", *J Aerospace Mechanics*, Vol. 5, No. 2, Dec. 2009. (In Persian). https://maj.ihu.ac.ir/article\_202287.html

[8] H. Wu, X.-W. Chen, L.-L. He, and Q. Fang, "Stability analyses of the mass abrasive projectile high-speed penetrating into concrete target. Part I: Engineering