

Numerical Investigation of the Effect of Pipe Inclination on Annular Flow of Water and Non-Newtonian Crude Oil

MohammadReza Karimi, Ali Jahangiri^{*}, Mohammad Ameri

Faculty of Mechanical and Energy Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran

ARTICLE INFO

Article Type

Original Research

Article History

Received: June 27, 2025

Accepted: September 07, 2025

ePublished: November 18, 2025

ABSTRACT

Transporting heavy crude oil through pipelines is a major challenge due to its high viscosity and the resulting significant pressure drop. Core-annular flow, in which a thin water layer separates the crude oil from the inner pipe wall, has been recognized as an effective method for reducing pressure loss. This study numerically investigates the effect of pipe inclination on the flow pattern of annular two-phase flow of water and non-Newtonian crude oil. The computational domain includes a pipe with an inner diameter of 40 mm and a length of 1.5 meters, where two phases are analyzed for inclination angles ranging from $+90^\circ$ (upward) to -90° (downward). Computational Fluid Dynamics (CFD) simulations were performed using ANSYS Fluent, and the Volume of Fluid (VOF) model was employed to capture the oil–water interface. The results indicate that core-annular flow can reduce the pressure drop by up to 85.5% compared to single-phase oil flow. As the pipe approaches a vertical orientation, the flow pattern transitions from semi-annular to fully annular and symmetric, which significantly reduces the likelihood of crude oil deposition on the pipe wall. In upward flow, increasing the inclination angle reduces the frictional pressure drop while increasing the gravitational component. Beyond 75° , the reduction in frictional component outweighs the gravitational increase, and the combined pressure drop is reduced from 1245 Pa at 75° to 1201 Pa at 90° . In downward flow, increasing inclination leads to higher frictional losses and lower gravitational contribution. For validation, the numerical results were compared with experimental data, and a maximum error of 7% was obtained.

Keywords: Numerical Study, Annular Flow, Pressure Drop, Heavy Crude Oil, Inclination Angle

How to cite this article

Karimi M.R, Jahangiri A, Ameri M, Numerical study on the influence of pipe inclination on annular flow of water and non-Newtonian crude oil. Modares Mechanical Engineering; 2025;25(10):613-623.

*Corresponding author's email: a_jahangiri@sbu.ac.ir

*Corresponding ORCID ID: 0000-0002-8757-612X



Copyright© 2025, TMU Press. This open-access article is published under the terms of the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License which permits Share (copy and redistribute the material in any medium or format) and Adapt (remix, transform, and build upon the material) under the Attribution-NonCommercial terms.



بررسی عددی تاثیر شیب لوله بر جریان حلقوی آب و نفت خام غیرنیوتنی

محمدرضا کریمی، علی جهانگیری*^{ib}، محمد عامری

دانشکده مهندسی مکانیک و انرژی، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران

چکیده

انتقال نفت خام سنگین به دلیل گرانروی بالا و افت فشار زیاد، یکی از چالش‌های اصلی در خط لوله محسوب می‌شود. استفاده از جریان حلقوی که در آن یک لایه‌ی آب بین نفت و دیواره داخلی لوله قرار می‌گیرد به عنوان یک راهکار موثر برای کاهش افت فشار شناخته شده است. در این پژوهش، تاثیر شیب لوله بر الگوی جریان دوفازی حلقوی آب و نفت خام غیرنیوتنی به صورت عددی بررسی شده است. دامنه محاسباتی شامل یک لوله با قطر ۴۰ میلی‌متر و طول ۱/۵ متر است که در آن دو فاز آب و نفت در زوایای مختلف از ۹۰+ درجه تا ۹۰- درجه تحلیل شده‌اند. برای شبیه‌سازی جریان از روش دینامیک سیالات محاسباتی در محیط نرم‌افزار فلوئنت و مدل حجم سیال جهت مدل‌سازی فصل مشترک آب و نفت استفاده شده است. نتایج نشان می‌دهد که جریان حلقوی نسبت به جریان تک‌فاز نفت، افت فشار را تا ۸۵/۵٪ کاهش می‌دهد. همچنین، با نزدیک‌تر شدن شیب لوله به حالت عمودی، الگوی جریان حلقوی از حالت نیمه حلقوی به حالت کاملاً حلقوی و متقارن تغییر می‌یابد که این تغییر باعث کاهش احتمال رسوب نفت خام بر دیواره لوله می‌شود. در جریان رو به بالا با افزایش شیب، افت فشار اصطکاکی کاهش و افت فشار گرانشی افزایش می‌یابد. در زوایای بیش از ۷۵ درجه، کاهش مولفه اصطکاکی بر افزایش مولفه گرانشی غلبه کرده و مجموع این دو مولفه از ۱۲۴۵ پاسکال در زاویه ۷۵ درجه به ۱۲۰۱ پاسکال در زاویه ۹۰ درجه کاهش یافته است. در جریان رو به پایین با افزایش شیب، افت فشار اصطکاکی افزایش و افت فشار گرانشی کاهش می‌یابد. برای اعتبارسنجی، نتایج عددی با داده‌های تجربی مقایسه شده و حداکثر خطای ۷٪ به دست آمده است.

کلیدواژه‌ها: مطالعه عددی، جریان حلقوی، افت فشار، نفت خام سنگین، زاویه شیب

اطلاعات مقاله

نوع مقاله

مقاله پژوهشی

تاریخچه مقاله

دریافت: ۱۴۰۴/۰۴/۰۶

پذیرش: ۱۴۰۴/۰۶/۱۶

ارائه آنلاین: ۱۴۰۴/۰۸/۲۷

نحوه ارجاع به این مقاله

کریمی محمدرضا، جهانگیری علی، عامری محمد، بررسی عددی تاثیر شیب لوله بر جریان حلقوی آب و نفت خام غیرنیوتنی، مهندسی مکانیک مدرس. ۷۱۳-۷۱۴: ۲۵(۱۰): ۱۴۰۴.

*پست الکترونیکی نویسنده عهده‌دار مکاتبات: a_jahangiri@sbu.ac.ir

*شناسه ارجید نویسنده عهده‌دار مکاتبات: 0000-0002-8757-612X



Copyright© 2025, TMU Press. This open-access article is published under the terms of the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License which permits Share (copy and redistribute the material in any medium or format) and Adapt (remix, transform, and build upon the material) under the Attribution-NonCommercial terms.

۱- مقدمه

نفت خام سبک که یکی از انواع نفت خام و دارای چگالی پایین است از آغازین روزهای صنعت پتروشیمی بر عرصه اکتشاف حاکم بوده است. با این حال، چشم انداز آینده از کاهش ذخایر آن خبر می دهد [۱]. کاهش ذخایر نفت خام سبک به دلیل استخراج طولانی مدت در سال های اخیر، توجه بیشتری را به منابعی مانند نفت خام سنگین جلب کرده است که تا کنون کمتر مورد بهره برداری قرار گرفته اند [۲]. نفت خام سنگین در مقایسه با نفت خام سبک دارای چگالی و گرانروی بیشتری است و این نوع نفت را نمی توان با روش های معمول استخراج و حمل کرد [۳].

نفت خام موم دار نوعی نفت سنگین با مقادیر بالای هیدروکربن های پارافینی اشباع است. در دمای پایین تر از دمای تشکیل موم، ترکیبات آن متبلور شده و در نتیجه گرانروی آن به شدت افزایش می یابد و رفتار سیال غیرنیوتنی را نشان می دهد [۴]. گرانروی بالای نفت خام سنگین موجب افزایش افت فشار در لوله می شود. افت فشار بالا نیازمند پمپاژ با قدرت زیاد و مصرف انرژی فراوان است و در نهایت هزینه انتقال را به طرز چشم گیری افزایش می دهد. به منظور کاهش هزینه و بهبود عملکرد انتقال، روش های متعددی برای به حداقل رساندن افت فشار پیشنهاد شده است مانند حرارت دهی، امولسیون سازی، رقیق سازی و به کارگیری افزودنی های کاهنده اصطکاک، اما معایبی مانند هزینه زیاد، احتمال خوردگی لوله، دشوار بودن پایداری امولسیون و تخریب افزودنی ها در لوله، کارایی این روش ها را کاهش می دهند [۵].

یک روش کارآمد برای حمل و نقل نفت خام با گرانروی بالا به کارگیری جریان حلقوی است. در این روش لایه ای از آب بین هسته نفت و دیواره لوله قرار می گیرد و به عنوان یک روان کننده عمل می کند. در چنین شرایطی نفت خام سنگین تماسی با دیواره لوله نخواهد داشت. این مسأله سبب کاهش تنش های برشی در دیواره لوله می شود و می توان انتظار داشت افت فشار و هزینه های انرژی برای پمپاژ به حداقل برسد [۶].

جریان حلقوی مرکزی نخستین بار توسط آیزاک و اسپید [۷] برای کاهش اصطکاک در انتقال نفت سنگین معرفی شد اما مطالعات علمی آن از دهه ۱۹۶۰ آغاز گردید. مطالعات آزمایشگاهی متعددی برای بررسی این جریان انجام شده است. چارلز و همکاران [۸] نشان دادند که این جریان در نسبت های خاصی از سرعت نفت به آب در لوله افقی شکل می گیرد. لوم و همکاران [۹] به بررسی تاثیر شیب های ± 5 و ± 10 درجه بر جریان دوفازی آب و نفت پراختند. نتایج نشان دادند که در شیب های مثبت، نفت سریع تر از آب حرکت می کند و در شیب های منفی، اختلاط فازها افزایش می یابد. همچنین دریافتند که در حالت شیب دار، افت فشار اصطکاکی کمتر از حالت افقی است. البته آن ها جریان حلقوی را مشاهده نکردند.

کولومبو و همکاران [۱۰] با انجام آزمایش هایی بر روی جریان دوفازی نفت و آب در لوله افقی، رفتار گذار جریان از حالت حلقوی پایدار به حالت لایه ای را بررسی کردند. آن ها با استفاده از داده های تجربی خود، یک رابطه نیمه تجربی ارائه کردند که امکان پیش بینی محدوده پایداری جریان حلقوی را بر اساس عدد فرود و سرعت های سطحی فازها فراهم می سازد. نتایج آن ها نشان داد که خروج از حالت حلقوی با افزایش ناگهانی افت فشار و تماس مستقیم نفت با دیواره همراه است. انصاری و همکاران [۱۱] در یک مطالعه تجربی، اثر سه بخش شیب دار متوالی در یک زانویی بزرگ را بر جریان دوفازی آب-هوا تحلیل کردند. نتایج حاصل نشان داد که جریان حلقوی تنها در بخش با بیشترین زاویه نسبت به افق شکل می گیرد و با کاهش شیب، دامنه تشکیل جریان حلقوی مه آلود محدود می شود. کوئلیو و همکاران [۶] از طریق آزمایش تجربی، میزان صرفه جویی انرژی در حمل و نقل نفت سنگین را با استفاده از الگوی جریان حلقوی بررسی کردند. سامانه آزمایشی آن ها شامل دو لوله افقی و یک لوله عمودی بود. نتایج نشان دادند که استفاده از جریان حلقوی می تواند مصرف انرژی را تا ۲/۲ برابر کاهش دهد و در قسمت عمودی، شکل گیری جریان حلقوی راحت تر است. همچنین دریافتند که در مقادیر بالای کسر حجمی نفت (بیش از ۵۰٪)، نفت روی دیواره لوله رسوب می کند و جریان حلقوی مختل می شود. در مطالعه تجربی گنات و همکاران [۱۲]، جریان دوفازی نفت و آب در لوله های افقی، شیب دار ($0.6 \pm$ و $4 \pm$ درجه) و عمودی با قطر بزرگ بررسی شد. یافته ها حاکی از آن است که تغییرات کوچک زاویه شیب، الگوی جریان و افت فشار را به شدت تغییر می دهد. شیب صعودی لغزش و افت فشار را افزایش داد در حالی که شیب نزولی آن ها را کاهش داد. فرانکی و همکاران [۱۳] اثر شیب ۱۵ درجه رو به پایین را بر جریان دوفازی حلقوی آب و نفت بررسی کردند. نتایج بیان کرد که شیب نزولی باعث افزایش پایداری جریان حلقوی و کاهش سرعت بحرانی گذار به جریان لایه ای-موجی می شود. همچنین دریافتند کاهش نیروی شناوری، سرعت هسته نفت را افزایش داده و افت فشار را کاهش می دهد. الصرخی و همکاران [۱۴] با انجام یک مطالعه آزمایشگاهی در بازه زاویه ای ۹۰- تا ۹۰+ درجه، تاثیر شیب لوله را بر گذار بین الگوهای جریان دوفازی نفت و آب بررسی کردند. آن ها نشان دادند در شیب های کم، جریان اغلب لایه ای است در حالی که با افزایش شیب، الگوهای نیمه پراکنده و پراکنده غالب و ناپایداری بیشتر می شوند. در این مطالعه جریان حلقوی مشاهده نشد.

در سال های اخیر، توسعه دینامیک سیالات محاسباتی و استفاده از نرم افزارهای تجاری، پیشرفت تحقیقات در زمینه جریان حلقوی را سرعت بخشیده است. دهکردی و همکاران [۱۵] به بررسی جریان حلقوی آب و نفت در دبی سنج های ونتوری و نازل پرداختند و نتایج شبیه سازی عددی خود را با داده های حاصل از آزمایش

علاوه بر این محدودیت زاویه‌ای، در کارهای قبلی یا اساساً شکل‌گیری جریان حلقوی مشاهده نشده یا تنها در برخی زوایای محدود و به صورت گذرا جریان حلقوی ثبت شده است به طوری که در اغلب موارد، هدف اصلی بررسی الگوی جریان حلقوی نبوده بلکه به صورت کلی به اثر شیب بر رفتار جریان دوفازی پرداخته شده است. در پژوهش حاضر، با تکیه بر نتایج تجربی کولومبو و همکاران [۱۰]، سرعت‌های سطحی آب و نفت به گونه‌ای انتخاب شده است که تشکیل جریان حلقوی پایدار تضمین شود. بدین ترتیب، این مطالعه با تمرکز خاص بر جریان حلقوی و با هدف بررسی دقیق تاثیر شیب لوله، خلا موجود در پژوهش‌های پیشین را پوشش می‌دهد.

۲- شرح مسأله

در این پژوهش، جریان حلقوی دوفازی آب و نفت خام غیرنیوتنی در زوایای مختلف لوله با استفاده از شبیه‌سازی عددی مبتنی بر دینامیک سیالات محاسباتی بررسی شده است. مدل حجم سیال برای رهگیری فصل مشترک دو فاز به کار گرفته شده است. برای ارزیابی تاثیر شیب لوله بر این الگوی جریان، سه شاخص اصلی شامل افت فشار، توزیع سرعت و توزیع مکانی کسر حجمی نفت در زوایای ۰، $\pm 15^\circ$ ، $\pm 30^\circ$ ، $\pm 45^\circ$ ، $\pm 60^\circ$ ، $\pm 75^\circ$ و $\pm 90^\circ$ درجه مورد مطالعه قرار گرفتند. نتایج این تحلیل می‌تواند مبنایی را برای طراحی بهینه خطوط انتقال نفت خام سنگین، در حالت شیب‌دار فراهم کند.

۳- شبیه‌سازی عددی

۳-۱- دامنه محاسباتی و شرایط حاکم بر مسأله

دامنه محاسباتی این پژوهش شامل یک لوله استوانه‌ای با قطر داخلی ۴۰ میلی‌متر و طول ۱/۵ متر است که در آن جریان دوفازی حلقوی آب و نفت خام غیرنیوتنی شبیه‌سازی شده است. همان‌طور که در شکل ۱ مشاهده می‌شود ورودی لوله شامل یک بخش مرکزی با قطر ۲۲ میلی‌متر برای ورود نفت و یک بخش حلقوی برای ورود آب به دامنه محاسباتی می‌باشد. در این مطالعه، شبیه‌سازی به صورت گذرا انجام می‌گیرد و در لحظه اولیه دامنه محاسباتی کاملاً از آب پر شده است و سپس نفت تزریق می‌شود. برای هر دو فاز آب و نفت، شرط مرزی ورودی از نوع سرعت سطحی یکنواخت است. بر این اساس آب با سرعت سطحی ۰/۵۵ متر بر ثانیه و نفت خام با سرعت سطحی ۰/۳۵ متر بر ثانیه از ورودی لوله وارد می‌شوند (انتخاب سرعت بر اساس کولومبو و همکاران [۱۰]). سرعت‌های واقعی برای هر فاز بر اساس نسبت دبی حجمی به مساحت مقطع عبوری توسط آن فاز محاسبه می‌شوند.

مقایسه کردند. آن‌ها مشاهده کردند که نتایج عددی از نظر افت فشار و توزیع فازی، تطابق خوبی با داده‌های تجربی دارد و حداکثر خطای ۱۶٪ گزارش شده است. در مطالعه‌ای دیگر جیانگ و همکاران [۱۶] به صورت عددی، رفتار جریان حلقوی آب و نفت غیرنیوتنی را در زانویی U شکل مورد بررسی قرار دادند و محدوده‌ای بهینه برای نسبت‌های هندسی زانویی (نسبت دو برابر شعاع انحنای زانویی به قطر لوله و قطر ورودی نفت به قطر لوله) ارائه کردند که در آن جریان حلقوی پایدار و افت فشار کمینه است. گرمودی و احمدپور [۴] در پژوهشی عددی، تاثیر متغیرهایی چون زاویه شیب و زاویه انبساط را بر رفتار جریان حلقوی درون دبی‌سنج ونتوری بررسی کردند. وو و همکاران [۱۷] در یک مطالعه عددی، تاثیر خواص نفت و پارامترهای هندسی زانویی ۹۰ درجه را بر پایداری جریان حلقوی آب و نفت بررسی کردند. مطابق نتایج آن‌ها، با افزایش نسبت شعاع خم زانویی به قطر لوله، افت فشار کاهش یافته و کارایی انتقال بهبود می‌یابد؛ به گونه‌ای که مقدار بهینه نسبت R/D برابر با ۴ معرفی شده است. همچنین، با افزایش قطر ورودی فاز نفت، اگرچه افت فشار افزایش یافته اما افزایش کسر حجمی نفت باعث شده کارایی کلی انتقال بیشتر شود. به طور کلی، آن‌ها نتیجه گرفتند که هرچه لایه آب نازک‌تر باشد، جریان حلقوی عملکرد بهتری خواهد داشت. ایوبا و همکاران [۱۸] با شبیه‌سازی عددی، تاثیر نسبت حجمی آب، سرعت نفت و عدد رینولدز را بر پایداری جریان حلقوی در لوله افقی بررسی کردند. آن‌ها نشان دادند که افزایش کسر حجمی آب با تقویت لایه حفاظتی اطراف نفت، پایداری جریان را بهبود می‌دهد. افزایش سرعت نفت، موقعیت مرکزی هسته را حفظ می‌کند و عدد رینولدز بالاتر با غلبه نیروهای اینرسی، ساختار حلقوی را در برابر ناپایداری مقاوم‌تر می‌سازد. مومین و همکاران [۱۹] در یک مطالعه تجربی-عددی، تاثیر تغییر شیب زانویی U شکل را بر ویژگی‌های افت فشار و توزیع فازی جریان حلقوی آب و نفت در چهار زاویه ۰، 15° ، 30° و 45° درجه بررسی کردند. نتایج آن‌ها نشان داد که با افزایش شیب، افت فشار افزایش می‌یابد و ساختار جریان به طور قابل توجهی تغییر می‌کند؛ به گونه‌ای که جریان حلقوی تنها در شیب 15° درجه پایدار باقی ماند و در باقی زاویه‌ها، الگوهای جریان اسلاگ (Slug)، پلاگ (Plug) و قطره‌ای مشاهده شد. این مطالعه نشان می‌دهد که تغییر شیب حتی در مقاطع موضعی مانند زانویی می‌تواند رفتار جریان آب و نفت را تحت تاثیر قرار دهد. پژوهش‌های پیشین اغلب به بررسی جریان حلقوی دوفازی آب و نفت داخل لوله صاف در شرایط افقی، عمودی یا شیب‌های ملایم با زاویه کمتر از 10° درجه محدود شده‌اند. این در حالی است که در مسیرهای واقعی انتقال سیالات، به ویژه در مناطق کوهستانی، فراساحلی و زیرزمینی، وجود بخش‌هایی با شیب‌های قابل توجه امری اجتناب‌ناپذیر است. با وجود این واقعیت، تاثیر شیب لوله در زوایای میانی $\pm 15^\circ$ تا $\pm 75^\circ$ درجه، کمتر مورد توجه قرار گرفته است.

برای محاسبه نیروی کشش سطحی از مدل نیروی سطح پیوسته استفاده شده است و به صورت زیر بیان می‌شود (برکبیل و همکاران [۲۲]):

$$\vec{F}_s = \sigma \frac{\rho \kappa_w \nabla \alpha_w}{0.5(\rho_w + \rho_o)} \quad (۷)$$

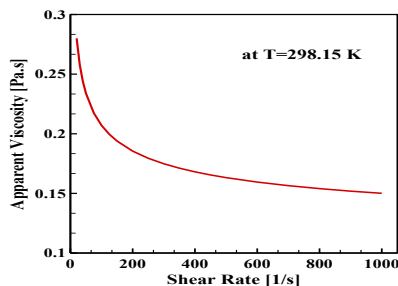
در معادله ۷، σ ضریب کشش بین سطحی است و مقدار آن برابر ۰/۰۲۲ نیوتن بر متر می‌باشد. κ نیز مربوط به خمیدگی سطح است. در این پژوهش، جریان نفت به صورت آرام و جریان آب در ناحیه حلقوی نزدیک دیواره به صورت آشفتنه در نظر گرفته شده است. عدد رینولدز جریان آب حدود ۱۴۱۷۳ می‌باشد که نشان‌دهنده رفتار آشفتنه آن است. برای مدل‌سازی این ناحیه از مدل آشفتگی کا امگا اس اس تی ($k-\omega$ SST) استفاده شده است. گرانروی آشفتنه با حل معادلات انرژی جنبشی آشفتگی و نرخ اتلاف آشفتگی محاسبه می‌شود تا در معادله مومنتوم، نقش پدیده‌های آشفتگی به درستی لحاظ شود.

همان طور که گفته شد نفت خام مومی در دمایی پایین‌تر از دمای تشکیل موم، رفتار غیرنیوتنی از خود نشان می‌دهد. غنایی و مولا [۲۳] با تحلیل داده‌های آزمایشگاهی چندین نمونه نفت خام حاوی موم، مدلی جامع برای گرانروی این نوع نفت ارائه کردند:

$$\mu = \frac{A}{\dot{\gamma} + \varepsilon} + B(\dot{\gamma} + \varepsilon)^{(C-1)} + Ee^{\frac{F}{(\dot{\gamma} + \varepsilon)^D}} \quad (۸)$$

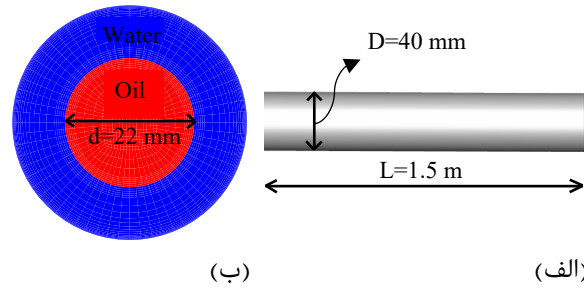
$$\begin{cases} A = 0.04\varphi e^{(1.378\varphi)}, B = 43.549\varphi e^{(0.193\varphi)} \\ \varepsilon = 0.001, C = 0.7, D = 0.225\varphi^{0.934} \\ E = 3.595 \times 10^{-5} API^2 - 0.0018 API + 0.0225 \\ F = 1.589 API^2 - 210.056 API + 7646.454 \\ \dot{\gamma} = \sqrt{2 \sum_{i,j} \left(\frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \right)^2} \end{cases}$$

در معادله ۸، $\dot{\gamma}$ نرخ برش است که از طریق تانسور نرخ کرنش محاسبه می‌شود و φ درصد وزنی موم موجود در نفت خام می‌باشد که به دمای سیال بستگی دارد. شکل ۲ تغییرات گرانروی نفت مورد مطالعه را در دمای ۲۹۸/۱۵ کلوین، بر حسب نرخ برش نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، گرانروی با افزایش نرخ برش کاهش می‌یابد که بیانگر رفتار رقیق‌شونده برشی نفت است.



شکل ۲ تغییرات گرانروی نفت بر حسب نرخ برش در دمای ۲۹۸/۱۵ کلوین

Fig. 2 Variations in Oil Viscosity as a function of shear rate at 298.15 K



شکل ۱ الف) هندسه لوله ب) قرمز ورودی نفت و آبی ورودی آب

Fig. 1 a) Pipe geometry b) Red for oil inlet and blue for water inlet

در خروجی لوله شرط مرزی فشار از نوع فشار نسبی صفر اعمال شده است و همچنین دیواره‌های لوله بدون لغزش در نظر گرفته شده‌اند.

۲-۳ معادلات حاکم و مدل‌سازی فیزیکی

با توجه به هم‌دما بودن دو سیال، معادلات حاکم برای پیوستگی و مومنتوم به صورت زیر بیان می‌شود (علیزاده کاکلر و همکاران [۲۰]):

- معادله پیوستگی

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad (۱)$$

در معادله ۱، ρ چگالی مخلوط و $\vec{u}$ بردار سرعت می‌باشد.

- معادله مومنتوم

$$\frac{\partial \rho \vec{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u} \vec{u}) = -\nabla P + \nabla \cdot [(\mu + \mu_t)(\nabla \vec{u} + (\nabla \vec{u})^T)] + \rho \vec{g} + \vec{F}_s \quad (۲)$$

در معادله ۲، P فشار استاتیکی، μ گرانروی دینامیکی، μ_t گرانروی آشفتنه، $\vec{g}$ شتاب گرانش و $\vec{F}_s$ نیروی حجمی ناشی از کشش سطحی است.

در کار حاضر از مدل حجم سیال برای ردیابی دقیق مرز بین فاز آب و نفت استفاده شده است و از طریق حل معادله کسر حجمی انجام می‌شود (هیرت و نیکولز [۲۱]):

- معادله کسر حجمی

$$\frac{\partial \alpha_w}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_w \vec{u}) = 0 \quad (۳)$$

در معادله ۳، α کسر حجمی و زیرنویس w مربوط به فاز آب می‌باشد. کسر حجمی هر فاز بر اساس نسبت حجم اشغال شده توسط آن فاز در سلول به حجم کل سلول محاسبه می‌شود و عددی بین صفر تا یک می‌باشد. در هر سلول مجموع کسر حجمی هر دو فاز برابر یک است بنابراین:

$$\alpha_o = 1 - \alpha_w \quad (۴)$$

در معادله ۴، زیرنویس o مربوط به فاز نفت است.

خواص موثر مخلوط مانند چگالی و گرانروی دینامیکی در معادله مومنتوم به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\rho = \alpha_w \rho_w + \alpha_o \rho_o \quad (۵)$$

$$\mu = \alpha_w \mu_w + \alpha_o \mu_o \quad (۶)$$

جدول ۱ بررسی استقلال از مش

Table 1 Mesh independence study

Number of cells	Pressure drop (Pa)	Relative error
151335	406	7.6%
298080	391	3.7%
581440	378	0.3%
938505	377	-

بر اساس نتایج این تحلیل که در جدول ۱ قابل مشاهده است شبکه با تعداد المان ۵۸۱۴۴۰ به عنوان شبکه بهینه انتخاب شده است زیرا اختلاف افت فشار آن با شبکه ریزتر کمتر از یک درصد است.

۳-۵- اعتبارسنجی مدل

به منظور ارزیابی دقت شبیه‌سازی عددی، دو مطالعه مرجع برای اعتبارسنجی مدل حاضر استفاده شده است. در گام نخست، نتایج حاصل با داده‌های تجربی دهکردی و همکاران [۱۵] مقایسه شده است. در این مطالعه، افت فشار جریان حلقوی آب و نفت خام نیوتنی در یک ونتوری بین دو نقطه، یکی ۵ میلی‌متر پیش از گلوگاه و دیگری ۳۰ میلی‌متر جلوتر، درون گلوگاه، اندازه‌گیری شده است. این مقایسه در پنج حالت مختلف از سرعت سطحی آب و نفت انجام گرفته و مقادیر افت فشار به دست آمده از نتایج شبیه‌سازی عددی در جدول ۲ تطبیق داده شده است. در حالت یک سرعت سطحی آب و نفت به ترتیب ۰/۴۴ و ۰/۲۵ متر بر ثانیه، در حالت دو ۰/۵۵ و ۰/۴۶ متر بر ثانیه، در حالت سه ۰/۶۶ و ۰/۵۱ متر بر ثانیه، در حالت چهار ۰/۸۸ و ۰/۶۴ متر بر ثانیه و در حالت پنج ۰/۷۷ و ۰/۷۵ متر بر ثانیه می‌باشد. نتایج نشان می‌دهد مدل عددی با حداکثر خطای نسبی ۷ درصد، از دقت مناسبی برخوردار است. در گام دوم، نتایج این پژوهش با داده‌های عددی جیانگ و همکاران [۱۶] برای جریان حلقوی آب و نفت خام غیرنیوتنی مدل قانون توان در یک زانویی U شکل مقایسه گردید. همان‌گونه که در شکل ۴ مشاهده می‌شود، توزیع شعاعی سرعت در یک مقطع مشخص، تطابق مناسبی را بین دو مطالعه نشان می‌دهد.

جدول ۲ مقایسه بین نتایج تجربی دهکردی و همکاران [۱۵] و کار

عددی حاضر

Table 2 Comparison between the experimental results of Dehkordi et al. [15] and the present numerical study

Case number	Experimental pressure drop (Pa)	Numerical pressure drop (Pa)	Relative error
1	570	561	1.6%
2	1210	1162	3.9%
3	1610	1540	4.3%
4	2750	2560	6.9%
5	2580	2563	0.7%

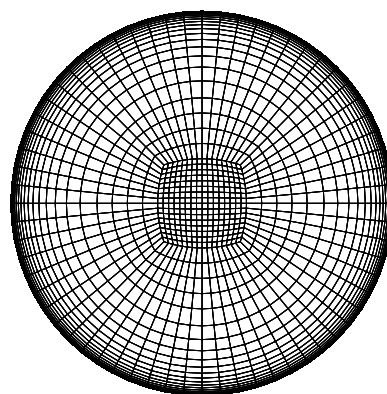
نفت خام مومی مورد استفاده در این پژوهش دارای چگالی ۹۱۱ کیلوگرم بر متر مکعب، درصد وزنی موم ۴/۴ و عدد وزن مخصوص ۲۳/۸ است. سیال آب هم دارای چگالی ۹۹۸/۲ کیلوگرم بر متر مکعب و گرانش ۰/۰۰۱۰۰۳ پاسکال ثانیه می‌باشد.

۳-۳- روش حل عددی و معیار همگرایی

در کار حاضر از نرم‌افزار انسیس فلوئنت نسخه ۲۲/۲ برای حل معادلات حاکم بر جریان با روش حجم محدود استفاده شده است. در این نرم‌افزار از حلگر فشار پایه (Pressure-based) استفاده شده است و مولفه‌های کسر حجمی به صورت صریح فرمول‌بندی شده‌اند. برای گسسته‌سازی معادله فشار از روش پرستو (PRESTO) و برای معادلات مومنتوم و آشفتگی از روش بالادست مرتبه دوم بهره گرفته شده است. کوپلینگ فشار-سرعت از روش پیرو (PISO) صورت گرفته است. معیار همگرایی برای معادله پیوستگی، 10^{-5} و برای مومنتوم و آشفتگی، 10^{-6} در نظر گرفته شده است. همچنین گام زمانی برابر ۰/۰۰۲ ثانیه تعیین شده تا عدد کورانت کمتر از یک باقی بماند و از ایجاد ناپایداری در حل جلوگیری شود. حل عددی تا رسیدن به وضعیت شبه پایا ادامه یافته است.

۳-۴- تحلیل حساسیت شبکه

در این کار، شبکه‌بندی از نوع سازمان یافته است. شکل ۳ نمایی از شبکه تولید شده را نمایش می‌دهد. به منظور افزایش دقت حل در ناحیه نزدیک دیواره، ارتفاع اولین سلول لایه مرزی به گونه‌ای تعیین شده است که مقدار وای پلاس (y^+) کمتر از پنج باشد. این کار سبب می‌شود اولین سلول نزدیک دیواره لوله داخل زیر لایه لزج باشد، جایی که اثر لزجت غالب است و تنش برشی و افت فشار با دقت خوبی محاسبه شوند. همچنین مقدار میانگین معیار اسکیونس (Skewness) شبکه برابر ۰/۰۵۶ می‌باشد که نشان‌دهنده کیفیت مناسب آن است. برای بررسی وابستگی نتایج به شبکه، چهار شبکه با تعداد المان‌های مختلف ایجاد شده و مقدار افت فشار بین ورودی و خروجی لوله برای هر یک محاسبه و با هم مقایسه شده است.



شکل ۳ شبکه سازمان یافته

Fig. 3 Structured O-grid mesh

در جریان‌های رو به بالا با افزایش زاویه شیب لوله، مولفه محوری نیروی گرانش که در خلاف جهت جریان عمل می‌کند افزایش می‌یابد. این نیرو تمایل دارد فاز چگال‌تر (آب) را به سمت پایین بکشد در حالی که جریان به سمت بالا حرکت می‌کند. در نتیجه سرعت آب کاهش یافته و ضخامت فیلم آن افزایش می‌یابد. این موضوع در نمودار سرعت شعاعی در سطح مقطع خروجی لوله واقع در شکل ۶ قابل مشاهده است.

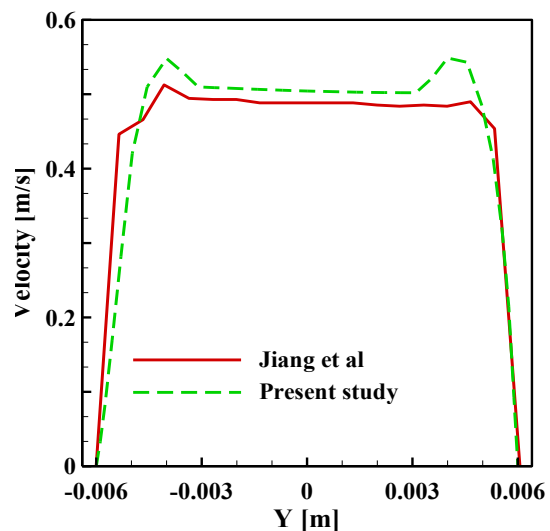
همان‌طور که بیان شد در جریان رو به بالا با افزایش زاویه شیب لوله، سرعت فاز آب که نزدیک دیواره است کمتر می‌شود. در نتیجه تنش برشی روی دیواره و افت فشار اصطکاکی کاهش می‌یابد. البته باید توجه داشت با افزایش زاویه شیب، افت فشار ناشی از گرانش به طرز چشم‌گیری افزایش می‌یابد که اثر کاهش افت فشار اصطکاکی را خنثی می‌کند و افت فشار به‌صورت کلی افزایش می‌یابد (به شکل ۷ مراجعه کنید). باید به این نکته توجه داشت که از زاویه شیب ۷۵ درجه به بعد، تاثیر کاهش افت فشار اصطکاکی بیشتر از تاثیر افزایش افت فشار ناشی از گرانش است که باعث می‌شود از این زاویه به بعد افت فشار به‌صورت کلی کاهش یابد.

۴-۲- تاثیر شیب رو به پایین

برای پی بردن به تاثیر شیب رو به پایین بر الگوی جریان، جریان حلقوی را در همان زوایا شبیه‌سازی کردیم. شکل ۸ تاثیر شیب را بر کانتور کسر حجمی نفت در سطح مقطع خروجی لوله نشان می‌دهد. در جریان عمودی رو به پایین توزیع فازها متقارن محوری است اما فاز نفت در مقایسه با جریان عمودی رو به بالا سطح بیشتری را اشغال کرده است. وقتی زاویه شیب به ۴۵ درجه می‌رسد نفت به دلیل چگالی کمتر تمایل پیدا می‌کند به بخش بالایی لوله حرکت کند و در حالت افقی فاز نفت کمی بالاتر هم می‌رود اما بر خلاف جریان رو به بالا، فاز نفت در زاویه چهل و پنج درجه سطح بیشتری را نسبت به حالت افقی اشغال می‌کند. همانند جریان رو به بالا با نزدیک شدن به حالت عمودی در جریان رو به پایین نیز، احتمال رسوب نفت کم می‌شود.

در جریان‌های رو به پایین با افزایش زاویه شیب لوله، مولفه محوری نیروی گرانش که در جهت جریان عمل می‌کند افزایش می‌یابد. این نیرو تمایل دارد فاز چگال‌تر (آب) را به سمت پایین و در جهت حرکت جریان بکشد. در نتیجه سرعت آب افزایش یافته و ضخامت فیلم آن کاهش می‌یابد. این پدیده را می‌توان در نمودار سرعت شعاعی در مقطع خروجی لوله ارائه شده در شکل ۹ مشاهده کرد. به همین دلیل سرعت فاز نفت در جریان رو به پایین کمتر از جریان رو به بالا است.

در جریان رو به پایین با افزایش زاویه شیب لوله، سرعت فاز آب که نزدیک دیواره است بیشتر می‌شود. در نتیجه تنش برشی روی دیواره و افت فشار اصطکاکی افزایش می‌یابد.



شکل ۴ مقایسه توزیع شعاعی سرعت با شبیه‌سازی عددی جیانگ و همکاران [۱۶]

Fig. 4 Comparison of radial velocity distribution with numerical simulation by Jiang et al. [16]

جدول ۳ مقایسه بین افت فشار دو نوع جریان

Table 3 Comparison of pressure drop between the two flow types

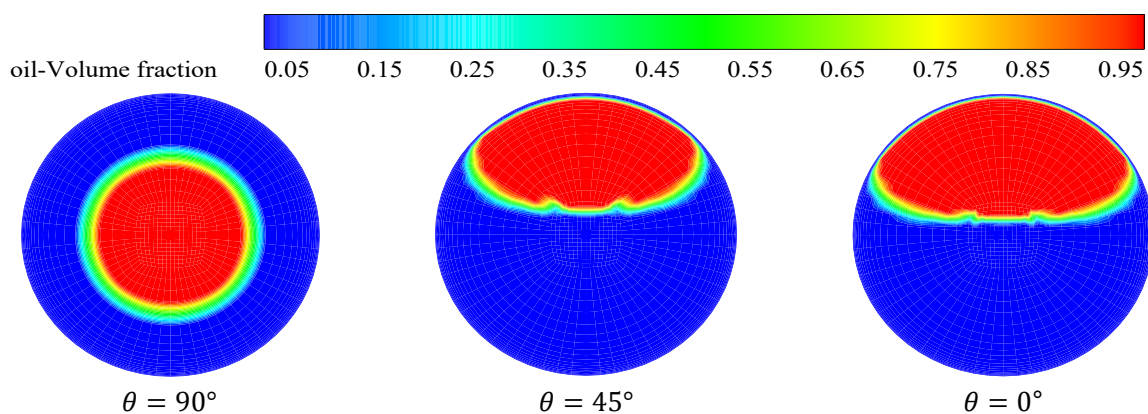
Flow type	Pressure drop (Pa)
Single-phase oil flow	2608
Annular water-oil flow	378

۴- نتایج

یکی از مزایای اصلی جریان حلقوی، بهینه‌سازی افت فشار به دلیل ایجاد لایه روان‌کار آب در اطراف نفت با گرانروی بالا است. در مطالعه حاضر، همان‌طور که داده‌های جدول ۳ نشان می‌دهند، این الگوی جریان توانسته است افت فشار را تا ۸۵/۵٪ کاهش دهد. این کاهش چشم‌گیر، تاثیر مستقیمی بر کاهش هزینه‌های پمپاژ و بهبود کارایی انتقال سیال در خط لوله دارد.

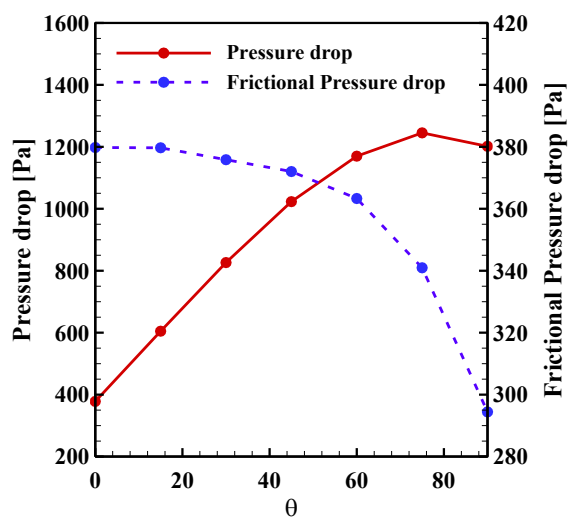
۴-۱- تاثیر شیب رو به بالا

برای درک تاثیر شیب رو به بالا بر الگوی جریان دوفازی آب و نفت، جریان حلقوی در زوایای ۰، ۱۵، ۳۰، ۴۵، ۶۰، ۷۵ و ۹۰ درجه شبیه‌سازی شد. شکل ۵ تاثیر شیب را بر کانتور کسر حجمی نفت در سطح مقطع خروجی لوله نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود در جریان ۹۰ درجه رو به بالا توزیع فازها متقارن محوری است. با کاهش زاویه شیب به ۴۵ درجه، نفت به دلیل چگالی کمتر تمایل پیدا می‌کند به بخش بالایی لوله حرکت کند و در حالت افقی فاز نفت کمی بالاتر هم می‌رود و در راستای جریان کشیده‌تر می‌شود. همچنین با افزایش شیب از حالت افقی، نفت از دیواره فاصله بیشتری پیدا می‌کند و احتمال رسوب نفت روی دیواره لوله کاهش می‌یابد.



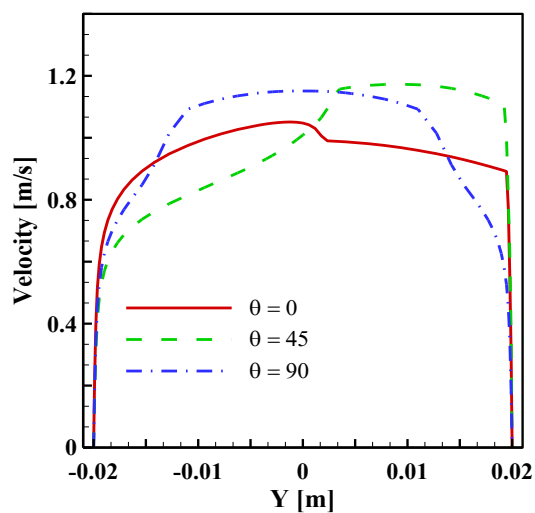
شکل ۵ کانتور کسر حجمی نفت در سطح مقطع خروجی لوله

Fig. 5 Contour plot of oil-volume fraction at the pipe outlet cross-section



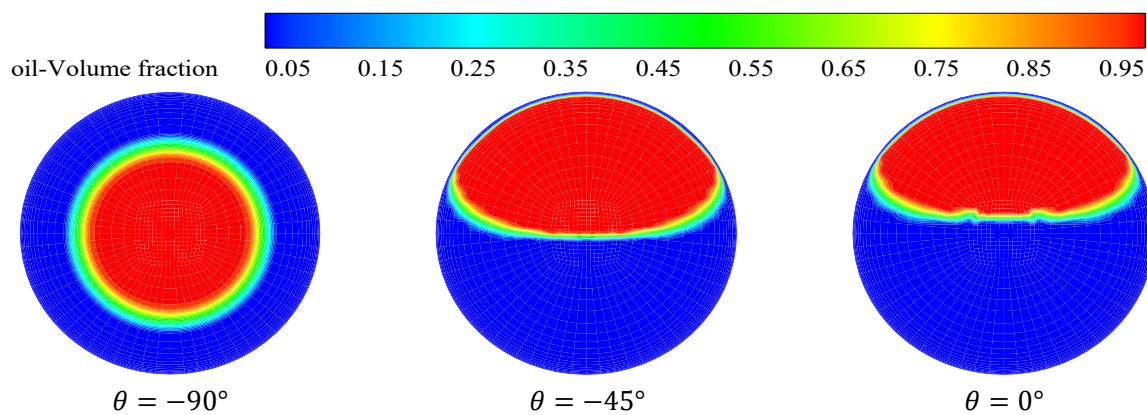
شکل ۷ تاثیر زاویه شیب رو به بالا بر افت فشار

Fig. 7 Effect of upward inclination angle on pressure drop



شکل ۶ نمودار سرعت شعاعی در سطح مقطع خروجی لوله

Fig. 6 Radial velocity profile at the pipe outlet cross-section



شکل ۸ کانتور کسر حجمی نفت در سطح مقطع خروجی لوله

Fig. 8 Contour plot of oil-volume fraction at the pipe outlet cross-section

جریان حلقوی به میزان قابل توجهی سبب حداقل سازی تلفات انرژی می شود و به عنوان یک راهکار اقتصادی برای حمل سیالات با گرانروی زیاد مانند نفت خام سنگین شناخته می شود.

در جریان شیب دار رو به بالا، نفت با سرعت بیشتری نسبت به آب حرکت می کند در حالی که در جریان شیب دار رو به پایین، سرعت آب از نفت بیشتر است.

در جریان رو به بالا با افزایش زاویه شیب، افت فشار اصطکاکی کاهش یافته و در مقابل، افت فشار ناشی از گرانش افزایش می یابد. در جریان رو به پایین نیز، افزایش زاویه شیب باعث افزایش افت فشار اصطکاکی و کاهش مولفه گرانشی افت فشار می گردد.

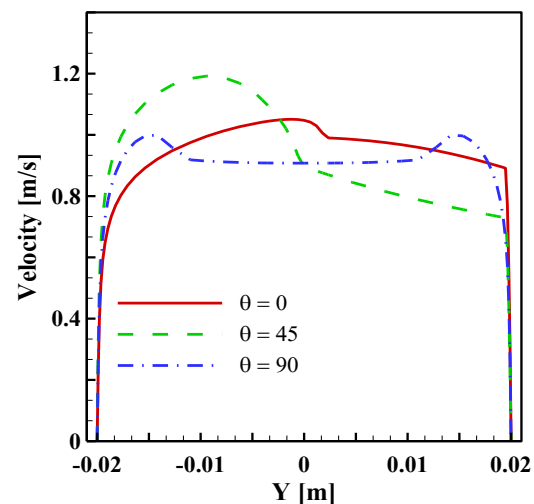
در جریان رو به بالا، زاویه ۹۰ درجه افت فشار کمتری نسبت به ۷۵ درجه دارد، زیرا کاهش افت فشار اصطکاکی بر افزایش افت فشار گرانشی غلبه می کند.

به دلیل چگالی کمتر نفت نسبت به آب، در حالت افقی جریان نیمه حلقوی شکل می گیرد، اما با نزدیک شدن به حالت عمودی، الگوی جریان به سمت جریان حلقوی متقارن تغییر می کند و نفت از دیواره لوله فاصله می گیرد. این تغییر باعث کاهش احتمال رسوب گذاری نفت روی دیواره لوله می شود. در نتیجه، پیش بینی می شود این الگوی جریان در حالت عمودی در برابر تغییرات هندسی داخل لوله، مانند انقباض و انبساط ناگهانی یا وجود شیر، پایداری بیشتری نسبت به حالت افقی داشته باشد. این موضوع می تواند در پژوهش های آینده مورد بررسی قرار گیرد.

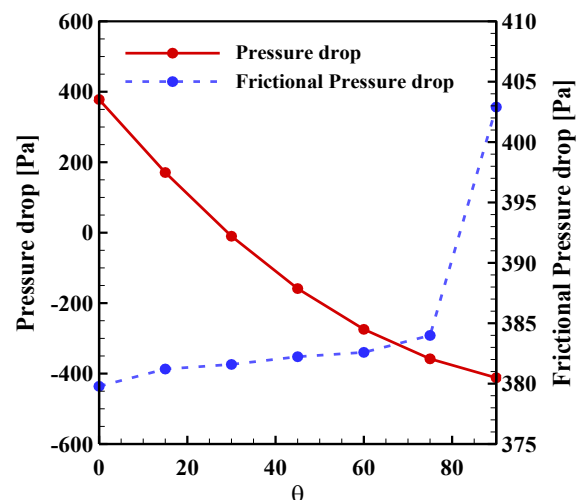
یافته های این پژوهش می تواند راهگشای طراحی کارآمدتر سیستم های انتقال نفت خام سنگین در مسیرهای شیب دار باشد. نتایج عددی ارائه شده، دید دقیق تری نسبت به رفتار جریان و توزیع افت فشار در زوایای مختلف شیب فراهم می آورد و امکان بررسی نقش عوامل موثر بر پایداری جریان دوفازی حلقوی را مهیا می سازد.

فهرست علائم

d	قطر ورودی فاز نفت (m)
D	قطر داخلی لوله (m)
F	نیروی حجمی ($\text{kg/m}^2 \text{s}^2$)
g	شتاب گرانش (m/s^2)
L	طول لوله (m)
P	فشار (Pa)
t	زمان (s)
T	دما (K)
u	سرعت (m/s)



شکل ۹ نمودار سرعت شعاعی در سطح مقطع خروجی لوله
Fig. 9 Radial velocity profile at the pipe outlet cross-section



شکل ۱۰ تاثیر زاویه شیب رو به پایین بر افت فشار
Fig. 10 Effect of downward inclination angle on pressure drop

وجود دو ناهموازی ریز در بخش پایینی کانتور کسر حجمی نفت در حالت افقی و برخی شیب های مایل که در شکل های ۵ و ۸ قابل مشاهده است ناشی از ناپایداری سطح تماس آب و نفت به دلیل اختلاف سرعت و چگالی است. این ناهموازی ها در آزمایش استقلال حل از شبکه ثابت باقی مانده اند که نشان می دهد منشأ فیزیکی دارد و به حل عددی وابسته نیست.

۵- نتیجه گیری

در این پژوهش، اثر تغییر شیب لوله بر الگوی جریان حلقوی آب و نفت خام غیرنیوتنی، توزیع سرعت و افت فشار مورد بررسی قرار گرفت. بر اساس تحلیل های عددی انجام شده در این پژوهش، مهم ترین یافته ها به شرح زیر است:

- 7- J. D. Isaac, J. B. Speed, "U.S. Patent No. 759,374," U.S. Patent and Trademark Office, Washington, DC, 1904.
- 8- M. E. Charles, G. T. Govier, G. W. Hodgson, "The horizontal pipeline flow of equal density oil-water mixtures," *the Canadian Journal of Chemical engineering*, vol. 39, no. 1, pp. 27-36, 1961. doi: [10.1002/cjce.5450390106](https://doi.org/10.1002/cjce.5450390106)
- 9- J. L. Lum, T. Al-Wahaibi, P. Angeli, "Upward and downward inclination oil-water flows," *International journal of multiphase flow*, vol. 32, no. 4, pp. 413-435, 2006. doi: [10.1016/j.ijmultiphaseflow.2006.01.001](https://doi.org/10.1016/j.ijmultiphaseflow.2006.01.001)
- 10- L. P. M. Colombo, M. Guilizzoni, G. M. Sotgia, "Characterization of the critical transition from annular to wavy-stratified flow for oil-water mixtures in horizontal pipes," *Experiments in fluids*, vol. 53, no. 5, pp. 1617-1625, 2012. doi: [10.1007/s00348-012-1378-1](https://doi.org/10.1007/s00348-012-1378-1)
- 11- M. R. Ansari, B. Habibpour, E. Salimi, P. Adibi, "Experimental study of gas-liquid two-phase flow in the consecutive inclinations of large bend," *Modares Mechanical Engineering*, vol. 14, no. 12, pp. 52-60, 2014. (In Persian) dor: [20.1001.1.10275940.1393.14.12.17.8](https://doi.org/20.1001.1.10275940.1393.14.12.17.8)
- 12- T. Ganat, M. Hrairi, R. Gholami, T. Abouargub, E. Motaei, "Experimental investigation of oil-water two-phase flow in horizontal, inclined, and vertical large-diameter pipes: Determination of flow Patterns, holdup, and pressure drop," *SPE Production & Operations*, vol. 36, no. 04, pp. 946-961, 2021. doi: [10.2118/205516-PA](https://doi.org/10.2118/205516-PA)
- 13- R. A. Franchi, I. M. Carraretto, G. Chiarenza, G. Sotgia, L. P. M. Colombo, "Effect of the down-slope on the structure and the pressure loss of an oil-water stream," *International Journal of Multiphase Flow*, vol. 165, p. 104483, 2023. doi: [10.1016/j.ijmultiphaseflow.2023.104483](https://doi.org/10.1016/j.ijmultiphaseflow.2023.104483)
- 14- A. Al-Sarkhi, E. Pereyra, I. Mantilla, C. Avila, "Exploring the correlation between inclination angle and flow pattern transition in oil-water flow," *Chemical Engineering Research and Design*, vol. 203, pp. 697-708, 2024. doi: [10.1016/j.cherd.2024.01.065](https://doi.org/10.1016/j.cherd.2024.01.065)
- 15- P. B. Dehkordi, L. P. M. Colombo, M. Guilizzoni, G. Sotgia, "CFD simulation with experimental validation of oil-water core-annular flows through Venturi and Nozzle flow meters," *Journal of Petroleum science and Engineering*, vol. 149, pp. 540-552, 2017. doi: [10.1016/j.petrol.2016.10.058](https://doi.org/10.1016/j.petrol.2016.10.058)
- 16- F. Jiang, K. Wang, M. Skote, T. N. Wong, F. Duan, "Simulation of non-Newtonian oil-water core annular flow through return bends," *Heat and Mass Transfer*, vol. 54, pp. 37-48, 2018. doi: [10.1007/s00231-017-2093-5](https://doi.org/10.1007/s00231-017-2093-5)
- 17- J. Wu, W. Jiang, Y. Liu, Y. He, J. Chen, L. Qiao, T. Wang, "Study on hydrodynamic characteristics of oil-water annular flow in 90 elbow," *Chemical Engineering Research and Design*, vol. 153, pp. 443-451, 2020. doi: [10.1016/j.cherd.2019.11.013](https://doi.org/10.1016/j.cherd.2019.11.013)
- 18- N. Ayuba, F. R. Machado, C. A. da Rosa, T. J. Lopes, A. da Silva, "3D interface analysis of velocity, volume ratio, and Reynolds number effects on core annular

علامه یونانی

α	کسر حجمی
$\dot{\gamma}$	نرخ برش (1/s)
θ	زاویه شیب لوله از سطح افقی
κ	خمیدگی سطح (1/m)
μ	لزجت دینامیکی (kg/m s)
ρ	چگالی (kg/m ³)
σ	ضریب کشش بین سطحی (N/m)
ϕ	درصد وزنی موم نفت خام

زیرنویس‌ها

o	فاز نفت
s	کشش سطحی
t	آشفستگی
w	فاز آب

تأییدیه اخلاقی: محتویات علمی این مقاله حاصل پژوهش نویسندگان است و در هیچ نشریه ایرانی و غیر ایرانی منتشر نشده است.

تعارض منافع: در این مقاله از برخی نتایج حاصل از پایان‌نامه کارشناسی ارشد نویسنده اول استفاده شده است. هیچ تعارض منافع دیگری برای اظهار وجود ندارد.

منابع مالی: هزینه‌های این پژوهش، توسط بودجه شخصی نویسندگان تأمین شده است.

منابع

- 1- International Energy Agency, "World Energy Outlook 2013," International Energy Agency, Paris, 2013. doi: [10.1787/20725302](https://doi.org/10.1787/20725302)
- 2- A. Archibong-Eso, J. Shi, Y. D. Baba, A. M. Aliyu, Y. O. Raji, H. Yeung, "High viscous oil-water two-phase flow: experiments & numerical simulations," *Heat and Mass Transfer*, vol. 55, pp. 755-767, 2019. doi: [10.1007/s00231-018-2461-9](https://doi.org/10.1007/s00231-018-2461-9)
- 3- D. Gordon, "Understanding unconventional oil," The Carnegie papers, Energy and climate, 2012.
- 4- M. D. Garmroodi, A. Ahmadpour, "A numerical study on two-phase core-annular flows of waxy crude oil/water in inclined pipes," *Chemical Engineering Research and Design*, vol. 159, pp. 362-376, 2020. doi: [10.1016/j.cherd.2020.04.017](https://doi.org/10.1016/j.cherd.2020.04.017)
- 5- A. Hart, "A review of technologies for transporting heavy crude oil and bitumen via pipelines," *Journal of Petroleum Exploration and Production Technology*, vol. 4, pp. 327-336, 2014. doi: [10.1007/s13202-013-0086-6](https://doi.org/10.1007/s13202-013-0086-6)
- 6- N. M. D. A. Coelho, M. E. S. Taqueda, N. M. Q. Souza, J. L. de Paiva, A. R. Santos, L. R. B. Lia, M. S. de Moraes, D. de Moraes Júnior, "Energy savings on heavy oil transportation through core annular flow pattern: An experimental approach," *International Journal of Multiphase Flow*, vol. 122, pp. 103-127, 2020. doi: [10.1016/j.ijmultiphaseflow.2019.103127](https://doi.org/10.1016/j.ijmultiphaseflow.2019.103127)

- of computational physics, vol. 39, no. 1, pp. 201-225, 1981. doi: [10.1016/0021-9991\(81\)90145-5](https://doi.org/10.1016/0021-9991(81)90145-5)
- 22- J. U. Brackbill, D. B. Kothe, C. Zemach, "A continuum method for modeling surface tension," *Journal of computational physics*, vol. 100, no. 2, pp.335-354, 1992. doi: [10.1016/0021-9991\(92\)90240-Y](https://doi.org/10.1016/0021-9991(92)90240-Y)
- 23- E. Ghanaei, D. Mowla, "Prediction of waxy oil rheology by a new model," *Energy & fuels*, vol. 24, no. 3, pp. 1762-1770, 2010. doi: [10.1021/ef9011565](https://doi.org/10.1021/ef9011565)
- flow (CAF)," *Experimental and Computational Multiphase Flow*, vol. 4, pp. 133-141, 2022. doi: [10.1007/s42757-020-0076-3](https://doi.org/10.1007/s42757-020-0076-3)
- 19- M. Momin, F. Rahmani, E. Makki, M. Sharma, J. Giri, T. Sathish, "The impact of 180° return bend inclination on pressure drop characteristics and phase distribution during oil-water flow," *Heliyon*, vol. 10, no. 2, e24251, 2024. doi: [10.1016/j.heliyon.2024.e24251](https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2024.e24251)
- 20- Z. Alizadeh Kaklar, M. Ansari, "Numerical simulation of two-phase flow within an effervescent atomizer using volume of fluid model," *Modares Mechanical Engineering*, vol. 17, no. 7, pp. 59-67, 2017. (in Persian) doi: [20.1001.1.10275940.1396.17.7.44.6](https://doi.org/20.1001.1.10275940.1396.17.7.44.6)
- 21- C. W. Hirt, B. D. Nichols, "Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries," *Journal*