

Transient Radiative Transfer in Variable Index Media Between Concentric Cylinders and Spheres Using the Discrete Transfer Method

Amir Dehghanian^{1*}, Seyed Masoud Hosseini Sarvari²

¹ Department of Mechanical Engineering, Shiraz University of Technology, Shiraz, Iran

² Mechanical Engineering Department, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran

ARTICLE INFO

Article Type

Original Research

Article History

Received: July 02, 2025

Revised: December 13, 2025

Accepted: December 16, 2025

ePublished: December 24, 2025

ABSTRACT

In this study, the transient radiative transfer equation is numerically solved within a semi-transparent medium with a variable refractive index, located between two concentric cylinders or spheres. Utilizing the Discrete Transfer Method (DTM) and considering the geometric symmetry, the computational domain is reduced to a cylindrical or spherical sector. The domain is discretized into annular or spherical elements, and the angular space is divided into numerous discrete solid angles, allowing for the accurate tracking of radiative rays within the medium. To reduce computational time, a fast ray tracing algorithm is employed. The problem is analyzed for absorbing, emitting media with isotropic scattering and various refractive index distributions, including linear and discontinuous profiles. The obtained results demonstrate that the Discrete Transfer Method is a reliable and accurate approach for analyzing transient radiative heat transfer phenomena in such media, and it can effectively predict the behavior of radiative heat flux through such media.

Keywords: Transient Radiative Transfer, Semi-transparent Medium, Discrete Transfer Method, Variable Refractive Index

How to cite this article

Dehghanian A, Hosseini Sarvari S.M, Transient Radiative Transfer in Variable Index Media Between Concentric Cylinders and Spheres Using the Discrete Transfer Method. Modares Mechanical Engineering; 2026;26(01):43-52.

*Corresponding author's email: dehghanian@sutech.ac.ir

*Corresponding ORCID ID:0009-0001-9967-6259



Copyright© 2025, TMU Press. This open-access article is published under the terms of the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License which permits Share (copy and redistribute the material in any medium or format) and Adapt (remix, transform, and build upon the material) under the Attribution-NonCommercial terms.



شماره ۹: ۷۹-۲۴۷۶؛ مهندسی مکانیک مدرس، ۵۲-۴۳: ۲۶(۰۱): ۱۴۰۴

مهندسی مکانیک مدرس

DOI: 10.48311/mme.2025.96882.0

صفحه اصلی مجله: www.mme.modares.ac.ir



انتقال تابش گذرا در محیط‌های با ضریب شکست متغیر واقع بین استوانه‌های هم‌مرکز و کره‌های هم‌مرکز با استفاده از روش انتقال مجزا

امیر دهقانیان^{۱*}، سید مسعود حسینی سروری^۲

^۱ دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شیراز، شیراز، ایران

^۲ گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان، ایران

چکیده

در این پژوهش، حل عددی معادله انتقال تابش گذرا در یک محیط نیمه شفاف با ضریب شکست متغیر، واقع در میان دو استوانه یا کره هم‌مرکز، مورد بررسی قرار گرفته است. با بهره‌گیری از روش انتقال مجزا (Discrete Transfer Method) و در نظر گرفتن تقارن هندسی، ناحیه محاسباتی به یک قطاع استوانه‌ای یا کروی محدود شده است. با تقسیم‌بندی دامنه به المان‌های حلقوی یا کروی و تفکیک زاویه‌ای به زوایای فضایی مشخص، امکان ردیابی دقیق پرتوهای تابشی در محیط فراهم شده است. به‌منظور کاهش زمان محاسبات، از یک الگوریتم سریع برای رهگیری پرتو استفاده شده است. این مسئله برای محیط‌های صادرکننده و جذب‌کننده با پراکندگی آیزوتروپیک، و در شرایط مختلف توزیع ضریب شکست (خطی و ناپیوسته) تحلیل شده است. نتایج به‌دست‌آمده نشان می‌دهد که روش انتقال مجزا قابلیت مناسبی در تحلیل پدیده‌ی تابش گذرا در این‌گونه محیط‌ها دارد و می‌تواند رفتار شار حرارتی را با دقت بالایی پیش‌بینی کند.

اطلاعات مقاله

نوع مقاله

مقاله پژوهشی

تاریخچه مقاله

دریافت: ۱۴۰۴/۰۴/۱۱

بازنگری: ۱۴۰۴/۰۹/۲۲

پذیرش: ۱۴۰۴/۰۹/۲۵

ارائه آنلاین: ۱۴۰۴/۱۰/۰۳

کلیدواژه‌ها: انتقال تابش گذرا، محیط نیمه شفاف، روش انتقال مجزا، ضریب شکست متغیر

نحوه ارجاع به این مقاله

امیر دهقانیان، سید مسعود حسینی سروری، انتقال تابش گذرا در محیط‌های با ضریب شکست متغیر واقع بین استوانه‌های هم‌مرکز و کره‌های هم‌مرکز با استفاده از روش انتقال مجزا، مهندسی مکانیک مدرس، ۵۲-۴۳: ۲۶(۰۱): ۱۴۰۴

* پست الکترونیکی نویسنده عهده دار مکاتبات: dehghanian@sutech.ac.ir

* شناسه / رکورد نویسنده عهده دار مکاتبات: ۹۹۶۷-۶۲۵۹-۰۰۰۹-۰۰۰

Copyright© 2025, TMU Press. This open-access article is published under the terms of the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License which permits Share (copy and redistribute the material in any medium or format) and Adapt (remix, transform, and build upon the material) under the Attribution-NonCommercial terms.

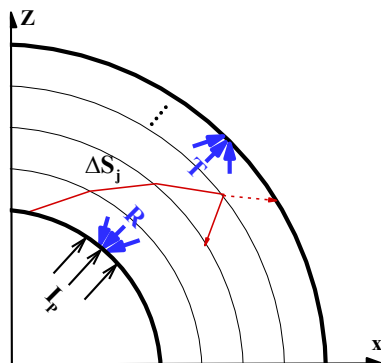


تابش در محیط‌های با ضریب شکست متغیر و هندسه‌های پیچیده داشتند.

در پژوهش حاضر، با بهره‌گیری از همین رویکرد و توسعه آن، تحلیل عددی انتقال تابش گذرا بین دو استوانه و همین‌طور دو کره هم‌مرکز در محیط‌های تابشی با ضریب شکست متغیر انجام شده است. تمرکز اصلی، بررسی دقت و کارایی مدل بیان شده و تحلیل اثر عمق اپتیکی و آلبدو بر رفتار شار حرارتی است.

۲- مبانی نظری و معادلات حاکم

اولین و مهم‌ترین گام در روش انتقال مجزا برای حل معادله انتقال تابش، ردیابی پرتو است. اخیراً حسینی سروری [25] یک روش کلی برای ردیابی پرتوهای تابشی در محیط‌های یک‌بعدی ارائه کرده است. در این روش، دامنه حل به یک هندسه محدود با دیواره‌های بازتابش کننده تقسیم می‌شود که خود نیز به مجموعه‌ای از حجم‌های کنترل تفکیک می‌شود. سپس مسیر پرتوها که از سطوح مرزی ساطع می‌شوند، در سراسر محیط ردیابی می‌گردد (شکل ۱). مزیت این روش ردیابی پرتو، استفاده از روابط هندسی برای یافتن نقاط تقاطع پرتوها با مرزهای محیط است که به طور قابل توجهی سرعت فرآیند ردیابی پرتو را افزایش می‌دهد.



شکل ۱) شماتیکی از دامنه حل در پژوهش حاضر

Fig.1) Schematic representation of the solution domain in the current study

یک محیط صادر کننده، جذب کننده با خاصیت پراکندگی پرتو به صورت آیزوتروپیک که دارای توزیع ضریب شکست متغیر می‌باشد را در هندسه استوانه‌ای مطابق شکل ۱ در نظر بگیرید. مرز داخلی محیط در معرض تابش تک جهته قرار دارد. معادله انتقال تابش گذرا به صورت زیر می‌باشد [11]:

$$\frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{S}}{\partial t} + \frac{\partial \mathfrak{S}}{\partial s} + \beta \mathfrak{S} = \beta \psi \quad (1)$$

۱- مقدمه

انتقال حرارت تابشی یکی از مکانیزم‌های مهم در پدیده‌های فیزیکی و فرایندهای صنعتی است. محیط‌های تاثیرگذار با خواص تابشی متغیر، نظیر ضریب شکست، نیازمند مدل‌سازی دقیق پدیده انتقال تابش هستند. فضای بین دو استوانه و یا کره هم‌مرکز که در آن‌ها خواص تنها در راستای شعاع تغییر می‌کنند، نمونه‌هایی از محیط‌های یک‌بعدی محسوب می‌شوند که در طراحی سامانه‌های اپتیکی و حفاظت حرارتی اهمیت بالایی دارند [2-1].

انتقال حرارت تابشی، از سوی دیگر، در بسیاری از زمینه‌های مهندسی و علمی از جمله پردازش لیزری فلزات، تشخیص پزشکی، درمان با لیزر و طراحی معکوس کوره‌های تابشی نقش حیاتی ایفا می‌کند [6-3]. تحلیل‌های دقیق در این حوزه می‌تواند به بهبود عملکرد سیستم‌های حرارتی کمک شایانی کند.

در این راستا، معادله انتقال تابش پایا (RTE) و یا گذرا (TRTE) در محیط‌های با ضریب شکست متغیر، به دلیل پیچیدگی‌های فیزیکی و ریاضی، به سختی به صورت دقیق حل می‌شود.

روش‌های متنوعی برای حل عددی این معادلات توسعه یافته‌اند؛ از جمله روش‌های حجم محدود (FVM) [7]، المان محدود (FEM) [8]، جهات مجزا (DOM) [9-12]، روش‌های بدون شبکه [13] و مونته کارلو (MCM) [14-16]. هر یک از این روش‌ها مزایا و محدودیت‌هایی دارند، در میان روش‌های عددی، روش انتقال مجزا به دلیل سادگی، کارایی بالا و نیاز محاسباتی کمتر، به عنوان گزینه‌ای مناسب برای تحلیل انتقال تابش در محیط‌های همگن و ناهمگن مطرح شده است [17-20].

پژوهش‌های اخیر نشان داده‌اند که روش انتقال مجزا برای محیط‌های با ضریب شکست متغیر در هر دو حالت پایا و گذرا قابل تعمیم است. پژوهش کریشنا و میشر [21] در توسعه روش انتقال مجزا در محیط‌های تاثیرگذار با در نظر گرفتن ضریب شکست متغیر، بسیار ارزشمند تلقی می‌گردد. بر همین اساس، حسینی سروری [22] یک حل برای مسئله انتقال تابش در محیط‌های یک بعدی بین دو صفحه بلند ارائه کرد. در این پژوهش، تاثیر ضریب شکست محیط بر روی زاویه فضایی و همین‌طور وزن پرتو تابشی در نظر گرفته شد. حسینی سروری [23] سپس روش انتقال مجزا را برای محیط‌های تابشی چند بعدی با ضریب شکست متغیر و با در نظر گرفتن یک روش جدید برای ردیابی پرتو در هندسه‌های پیچیده ارائه داد. سپس دهقانیان و حسینی سروری [24] روش انتقال مجزا را برای مسائل انتقال تابش گذرا با فرض تابش ورودی تک‌جهته یا دیفیوز و با در نظر گرفتن توزیع دلخواه ضریب شکست، توسعه دادند. در ادامه حسینی سروری [25] یک روش ردیابی پرتو گسسته برداری ارائه کرد که به طور قابل ملاحظه‌ای دقت ردیابی پرتو را در انتقال تابش چند بعدی بهبود بخشید. در نهایت دهقانیان و حسینی سروری [26] پرتونگاری با تابش گرمایی را با بازیابی ضرایب جذب و پراکندگی در محیط تابشی با ضریب شکست متغیر مورد تحقیق قرار دادند. ایشان از روش انتقال مجزا برای حل مسئله مستقیم انتقال تابش گذرا استفاده کردند. همکاری‌های بیان شده تاثیر بسزایی در توسعه روش انتقال مجزا برای حل معادله انتقال

$$B_1 \frac{\partial \mathfrak{S}_d^m}{\partial s} + \beta \mathfrak{S}_d^m = B_1 \beta \psi^m + B_2 \mathfrak{S}_d^{m-1} \quad (11)$$

که بالانویس m شمارنده گام‌های زمانی می‌باشد و B_1 و B_2 نیز برابر خواهند بود با:

$$B_1 = \frac{\beta C \Delta t}{1 + \beta C \Delta t} \quad (12-الف)$$

$$B_2 = \frac{\beta}{1 + \beta C \Delta t} \quad (12-ب)$$

در روش عددی انتقال مجزا برای حل معادله انتقال تابش، دامنه فیزیکی حل بایستی به المان‌های مجزا تقسیم شود. دما و خواص تابشی درون هر المان به صورت یکنواخت در نظر گرفته می‌شود. تمام پرتوهای تابشی که سطح داخلی یا خارجی محیط را ترک می‌کنند، به صورت کامل ردیابی می‌شوند. اثرات کاهنده شدت تابشی، جذب تابش و پراکندگی به بیرون می‌باشند و اثرات افزاینده شدت تابشی، صدور تابش توسط محیط و ورود پرتوهای پراکنده از جهات دیگر، به جهت مورد نظر می‌باشد. در نهایت با حل معادله (۱۱) برای یک پرتو تابشی درون المان خواهیم داشت:

$$\mathfrak{S}_{d,jk}^{m,out} = \mathfrak{S}_{d,jk}^{m,in} \exp\left(-\frac{\beta_j \Delta s_{jk}}{B_{1,j}}\right) + \left[\frac{\mathfrak{S}_{d,jk}^{m-1}}{B_{1,j} \psi_j^m + \frac{\mathfrak{S}_{d,jk}^{m-1}}{1 + \beta_j C_j \Delta t}} \right] \left[1 - \exp\left(-\frac{\beta_j \Delta s_{jk}}{B_{1,j}}\right) \right] \quad (13)$$

که زیروندهای j و k به ترتیب شمارنده المان حجمی و پرتو تابشی می‌باشند.

۳- نتایج عددی و تحلیل

در مسائل انتقال تابش گذرا، شار حرارتی تابعی از دما می‌باشد. بنابراین شار حرارتی بی بعد، در زمان‌های مختلف و در یک محیط تابشی استوانه‌ای به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$\Psi_{t,k}(t^*) = \frac{n_k^2 \Theta_k(t^*)}{E_m - E_k}, k = i, o \quad (14)$$

که $t^* = \beta C_0 t$ زمان بی‌بعد می‌باشد.

برای اعتبارسنجی پژوهش حاضر، یک محیط تاثیرگذار تابشی را با در نظر گرفتن تغییرات ضریب شکست درون محیط در نظر بگیرد. فرض می‌شود که توزیع ضریب شکست درون محیط به صورت پیوسته و خطی باشد:

$$n(r^*)/n_o = (1 - \Re)r^* + \Re; r^* = (r - r_i)/(r_o - r_i) \quad (15)$$

که $\Re = n_i/n_o$ می‌باشد.

در ابتدا نتایج روش انتقال مجزا با روش مونته‌کارلو [16] اعتبارسنجی می‌شود. محیط استوانه‌ای جذب‌کننده و صادرکننده با نسبت شعاعی $r_i/r_o = 0.5$ در نظر گرفته می‌شود. مقادیر شار حرارتی بی‌بعد در حالت پایا برای یک محیط در تعادل تابشی با دیواره‌های پخشی و سیاه با $\Re = 3$ در جدول ۱ نشان داده شده‌است. مشاهده می‌شود که

که $\mathfrak{S} = I/n^2$ ، β و C به ترتیب شدت تابش بر مجذور ضریب شکست، ضریب اضمحلال و سرعت پرتو درون محیط می‌باشد.

زمانی که محیط در معرض تابش تک جهته قرار گیرد، شدت تابشی به دو بخش تک جهته و دیفیوز به صورت زیر تقسیم می‌گردد [2]:

$$\mathfrak{S} = \mathfrak{S}_c + \mathfrak{S}_d \quad (2)$$

در رابطه (۱)، ψ معرف ترم تولید حرارت می‌باشد که برای محیط با پراکندگی آیزوتروپیک، به صورت زیر تعریف می‌شود [2]:

$$\psi = \frac{1 - \omega}{\pi} E + \frac{\omega}{4\pi} \Gamma \quad (3)$$

در اینجا $0 \leq \omega \leq 1.0$ ضریب پراکندگی آلبو، $E = \sigma T^4$ توان صدور محیط بر مجذور ضریب شکست و $\Gamma = G/n^2$ تابش فرودی المان بر مجذور ضریب شکست می‌باشد و به صورت زیر بیان می‌گردد [2]:

$$\Gamma = \mathfrak{S}_c + \int_{4\pi} \mathfrak{S}_d d\Omega \quad (4)$$

تغییرات ترم تک جهته شدت تابشی درون محیط از رابطه زیر محاسبه می‌شود [24]:

$$\frac{\partial \mathfrak{S}_c}{\partial s} + \beta \mathfrak{S}_c = 0 \quad (5)$$

که در نهایت با حل معادله بالا به رابطه زیر تبدیل می‌شود:

$$\mathfrak{S}_c = \mathfrak{S}_p \left(t - \int_0^r n dr' / C_0 \right) \exp \left(- \int_0^r \beta dr' \right) \quad (6)$$

که $\mathfrak{S}_p(t) = I_p(t)/n_{w,i}^2$ شدت تابشی بر مجذور ضریب شکست ورودی تابش از دیواره داخلی می‌باشد که در مسئله حاضر از پالس گوسی [24] استفاده شده‌است.

با ترکیب معادلات بالا خواهیم داشت:

$$\frac{1}{C} \frac{\partial \mathfrak{S}_d}{\partial t} + \frac{\partial \mathfrak{S}_d}{\partial s} + \beta \mathfrak{S}_d = \beta \psi \quad (7)$$

شرایط مرزی و اولیه برای حل معادله بالا عبارتست از:

$$\mathfrak{S}_{d,w} = \frac{1}{\pi} [\varepsilon_w E_w + (1 - \varepsilon_w) H_w] \quad (8-الف)$$

$$\mathfrak{S}_{d,w}(t = 0) = 0 \quad (8-ب)$$

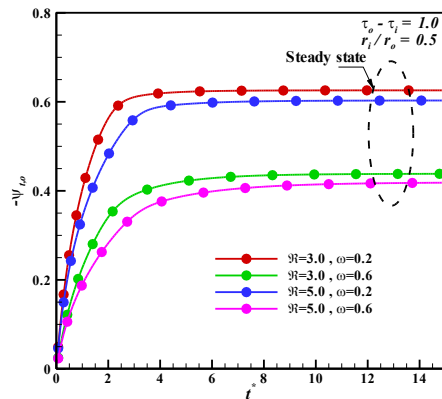
که ε_w ضریب صدور دیواره و H_w نیز تابش فرودی نیم‌کروی دریافت شده توسط سطح می‌باشد [2].

در نهایت و پس از حل کردن معادله انتقال تابش، شار حرارتی دیواره بر مجذور ضریب شکست $\theta_w = Q_w/n_w^2$ برای ترم‌های تک جهته و دیفیوز به صورت زیر بیان می‌گردد [11]:

$$\theta_{d,w} = \varepsilon_w [E_w - H_w] \quad (10-الف)$$

$$\theta_{c,w} = \mathfrak{S}_{c,w} \quad (10-ب)$$

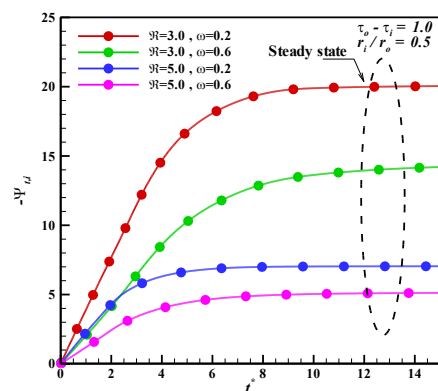
برای حل معادله انتقال تابش به روش انتقال مجزا، دامنه زمان را به M قسمت تقسیم می‌کنیم. معادله (۷) با کمک تقریب پسرو برای مشتق زمانی به فرم زیر درمی‌آید:



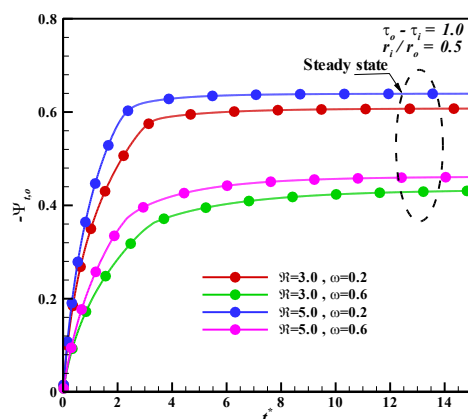
(ب)

شکل ۲) تغییرات شار حرارتی دیواره‌های داخلی و خارجی محیط محصور بین دو استوانه هم مرکز با در نظر گرفتن توزیع خطی ضریب شکست درون محیط مطابق رابطه (۱۵)

Fig.2) Heat flux variations on the inner/outer walls of a concentric cylindrical enclosure with a linear refractive index distribution (Eq. 15)



(الف)



(ب)

شکل ۳) تغییرات شار حرارتی دیواره‌های داخلی و خارجی محیط محصور بین دو کره هم مرکز با در نظر گرفتن توزیع خطی ضریب شکست درون محیط مطابق رابطه (۱۵)

Fig.3) Heat flux variations on the inner/outer walls of a concentric spherical enclosure with a linear refractive index distribution (Eq. 15)

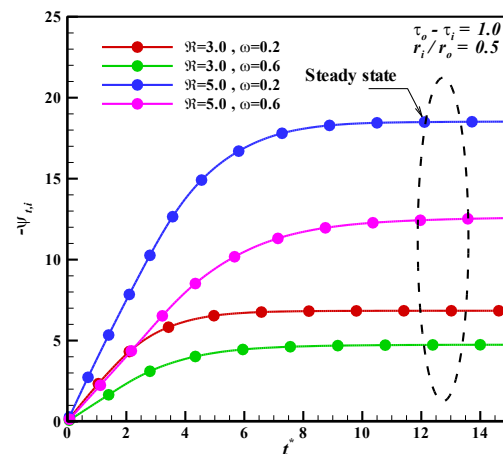
شار حرارتی بی‌بعد در المان‌های حجمی حلقوی و زوایای فضایی متفاوت در نظر گرفته شده با مقادیر به‌دست‌آمده از طریق روش مونته‌کارلو تطابق خوبی دارد و مشاهده می‌شود که تقسیم‌بندی فضایی $90 \times 90 \times N_\theta \times N_\phi$ و در نظر گرفتن ۲۰۰ المان حجمی دقت مناسبی دارد.

جدول ۱) شار حرارتی بی‌بعد برای دیواره داخلی برای یک محیط تاثیرگذار استوانه‌ای با دیواره‌های سیاه و توزیع ضریب شکست متغیر مطابق رابطه ۱۵

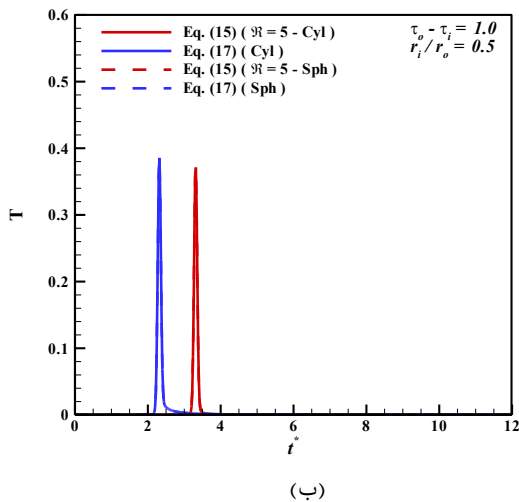
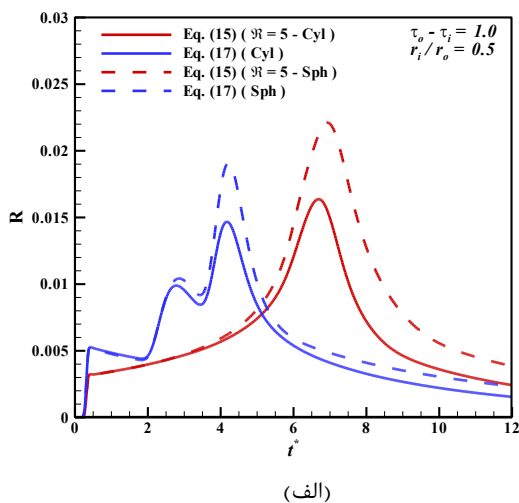
Table 1) Non-dimensional heat fluxes over the inner wall of a concentric cylindrical GIM, with black walls and linear refractive index profile, Eq. (15)

$\tau_o - \tau_i = 1.0$	MCM	100×90 $\times 90$	200×90 $\times 90$	100×180 $\times 180$	200×180 $\times 180$
0.1	1.961	1.981	1.979	1.979	1.973
1.0	1.653	1.672	1.675	1.670	1.670

اینک محیط دارای پراکندگی آیزوتروپیک و دمای ثابت T_m را در نظر بگیرید. نسبت شعاع‌ها $r_i/r_o = 0.5$ و عمق اپتیکی محیط نیز $\tau_o - \tau_i = 1.0$ است. دامنه حل به ۲۰۰ المان حجمی برای حل مسئله حاضر تقسیم شده‌است. با گذشت زمان انتظار می‌رود که حل گذرا به حل پایا میل کند. شار حرارتی بی‌بعد مربوط به هر دو دیواره برای دو مقدار ضریب البدوی متفاوت ۰.۲ و ۰.۶ در شکل‌های ۲ و ۳ برای محیط‌های استوانه‌ای و کره‌ای رسم شده‌است.

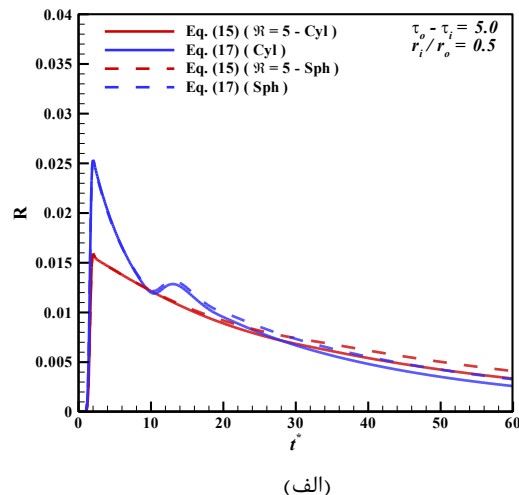


(الف)



شکل ۴) مقادیر رفلکتانس و ترانسسمیتانس در محیط با پراکندگی آیزوتروپیک، ضریب آلبدو $\omega = 1.0$ و عمق اپتیکی $\tau_o - \tau_i = 1.0$

Fig.4) Reflectance and transmittance values in a medium with isotropic scattering, albedo coefficient $\omega = 1.0$, and optical depth $\tau_o - \tau_i = 1.0$



مشاهده می‌گردد که با گذشت زمان، حل گذرای مسئله حاضر به حل پایا برای محیط استوانه‌ای [16] و همین‌طور محیط کروی [27] میل می‌کند.

نتایج مربوط به انتقال حرارت تابشی گذرا تحت شرایطی که دیواره داخلی در معرض تابش تک جهته قرار گرفته باشد با شارهای حرارتی بی بعد مربوط به دیواره‌ها با نام‌های رفلکتانس (Reflectance) و ترانسسمیتانس (Transmittance) بیان می‌گردند:

$$R(t^*) = \frac{\theta_{w,i}(t^*)}{\mathfrak{I}_0} \quad (16\text{-الف})$$

$$T(t^*) = \frac{\theta_{d,w,i}(t^*) + \theta_{c,w,i}(t^*)}{\mathfrak{I}_0} \quad (16\text{-ب})$$

در تمامی مسائل ارائه شده، $r_i/r_o = 0.5$ و $\Delta t = 0.066ns$ در نظر گرفته شده‌است. ابتدا یک محیط با پراکندگی آیزوتروپیک و فاقد خاصیت جذب‌کنندگی در نظر بگیرید. توزیع ضریب شکست محیط مطابق روابط (۱۵) و (۱۷) می‌باشد.

$$n(r^*) = \begin{cases} 3.0 & \text{if } 0.0 \leq r^* < 0.3 \\ 2.0 & \text{if } 0.3 \leq r^* \leq 0.7 \\ 1.0 & \text{if } 0.7 < r^* \leq 1.0 \end{cases} \quad (17)$$

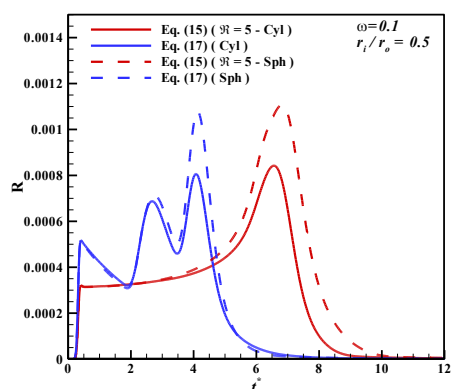
محیط و دیواره‌های آن دارای دمای صفر کلوین هستند. همچنین دیواره‌ها سیاه فرض شده‌اند. تأثیر عمق اپتیکی بر رفتار رفلکتانس و ترانسسمیتانس در شکل‌های ۴ تا ۶ قابل مشاهده است. با افزایش عمق اپتیکی، مسیر مؤثر حرکت پرتو در محیط طولانی‌تر می‌شود و بنابراین زمان رسیدن انرژی تابشی به دیواره‌ها افزایش می‌یابد. این افزایش زمان کاملاً با انتظار فیزیکی مطابقت دارد، زیرا پرتوها تعداد بیشتری برخورد، پراکندگی و جذب را تجربه می‌کنند.

از سوی دیگر، افزایش عمق اپتیکی موجب کاهش مقدار بیشینه ترانسسمیتانس می‌شود. دلیل این موضوع آن است که با افزایش τ ، احتمال جذب و همچنین احتمال تغییر مسیر پرتو در اثر پراکندگی بیشتر می‌شود و تنها بخش کوچک‌تری از انرژی ورودی می‌تواند به دیواره مقابل برسد. در مقابل، بیشینه رفلکتانس افزایش می‌یابد، زیرا بخشی از پرتوها که در عمق کمتر هنوز دچار جذب نشده‌اند، در اثر پراکندگی به سمت دیواره ورودی منحرف می‌شوند و انرژی بازگشتی تقویت می‌گردد. بنابراین افزایش τ هم شدت و هم مدت زمان رفلکتانس را افزایش می‌دهد.

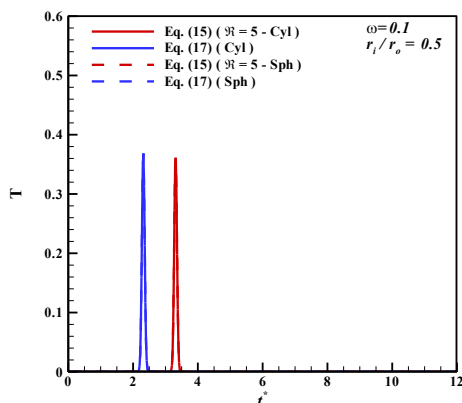
برای بررسی اثر ضریب آلبدو، سه مقدار متفاوت بین 0.1 تا 0.9 در محیطی با پراکندگی ایزوتروپیک و عمق اپتیکی $\tau_L = 1.0$ در نظر گرفته شده‌است (شکل‌های ۷ تا ۹). افزایش ضریب آلبدو نشان‌دهنده کاهش سهم جذب و افزایش سهم پراکندگی است. در نتیجه، با افزایش آلبدو مقدار بیشینه رفلکتانس افزایش می‌یابد، زیرا احتمال آنکه پرتوها بدون جذب شدن و با یک یا چند پراکندگی به سمت دیواره چپ بازگردند بیشتر می‌شود.

این افزایش آلبدو اثر محدودتری بر ترم تک‌جهته ترانسسمیتانس دارد، زیرا برای عبور مستقیم از محیط، پرتو باید کمترین پراکندگی را تجربه کند و این مسیر نسبت به تغییرات آلبدو حساسیت کمتری دارد. با این حال، مؤلفه پخش ترانسسمیتانس افزایش پیدا می‌کند؛ پرتوهایی که پس از چند پراکندگی مسیرشان به سمت دیواره مقابل منحرف می‌شود، فرصت بیشتری برای انتقال خواهند داشت. به همین دلیل میزان رشد ترانسسمیتانس کمتر از رفلکتانس است.

افزایش آلبدو همچنین مدت زمان رخداد هر دو کمیت رفلکتانس و ترانسسمیتانس را طولانی‌تر می‌کند. انرژی تابشی مدت بیشتری در محیط باقی می‌ماند و تنها پس از پراکندگی‌های متوالی از محیط خارج می‌شود، که این رفتار کاملاً با انتظار فیزیکی در محیط‌های با پراکندگی قوی سازگار است.



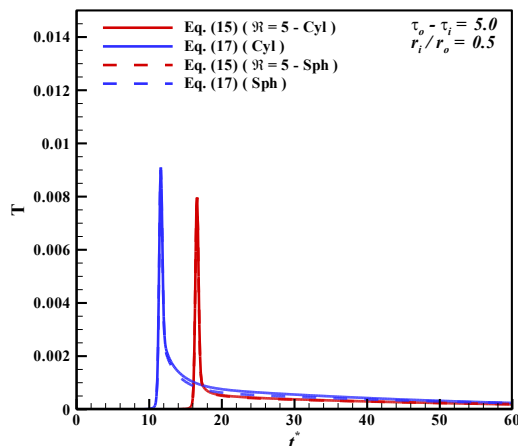
(الف)



(ب)

شکل ۷ مقادیر رفلکتانس و ترانسسمیتانس در محیط با پراکندگی ایزوتروپیک، ضریب آلبدو $\omega = 0.1$ و عمق اپتیکی $\tau_o - \tau_i = 1.0$

Fig.7) Reflectance and transmittance values in a medium with isotropic scattering, albedo coefficient $\omega = 0.1$, and optical depth $\tau_o - \tau_i = 1.0$

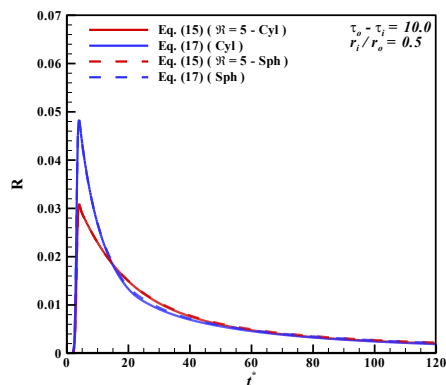


(پ)

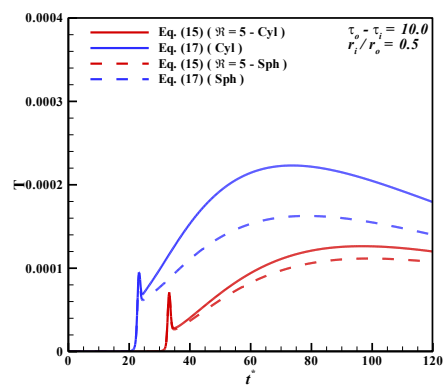
شکل ۵ مقادیر رفلکتانس و ترانسسمیتانس در محیط با پراکندگی

ایزوتروپیک، ضریب آلبدو $\omega = 1.0$ و عمق اپتیکی $\tau_o - \tau_i = 5.0$

Fig.5) Reflectance and transmittance values in a medium with isotropic scattering, albedo coefficient $\omega = 1.0$, and optical depth $\tau_o - \tau_i = 5.0$



(الف)

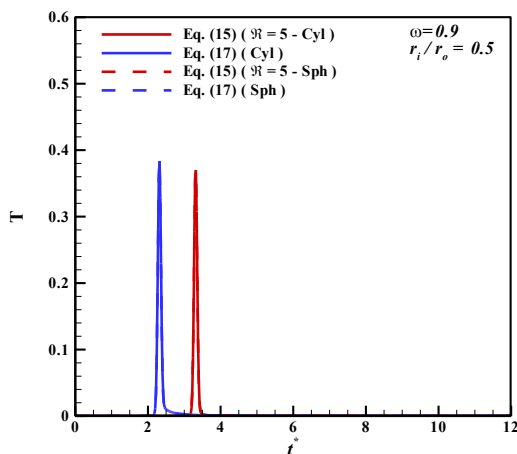


(ب)

شکل ۶ مقادیر رفلکتانس و ترانسسمیتانس در محیط با پراکندگی

ایزوتروپیک، ضریب آلبدو $\omega = 1.0$ و عمق اپتیکی $\tau_o - \tau_i = 10.0$

Fig.6) Reflectance and transmittance values in a medium with isotropic scattering, albedo coefficient $\omega = 1.0$, and optical depth $\tau_o - \tau_i = 10.0$

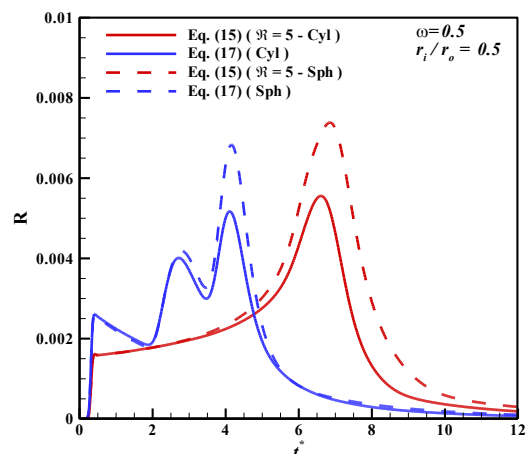


(ب)

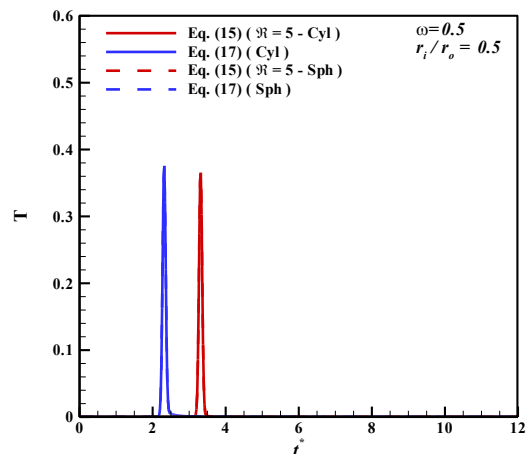
شکل ۹) مقادیر رفلکتانس و ترانسسمیتانس در محیط با پراکندگی

آیزوتروپیک، ضریب آلبو $\omega = 0.9$ و عمق اپتیکی $\tau_0 - \tau_i = 1.0$

Fig.9) Reflectance and transmittance values in a medium with isotropic scattering, albedo coefficient $\omega = 0.9$, and optical depth $\tau_0 - \tau_i = 1.0$



(الف)

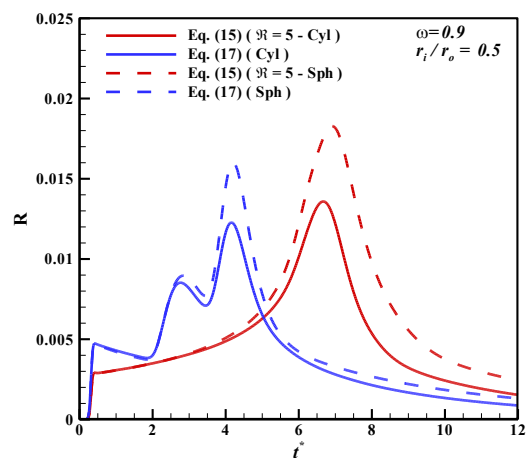


(ب)

شکل ۸) مقادیر رفلکتانس و ترانسسمیتانس در محیط با پراکندگی

آیزوتروپیک، ضریب آلبو $\omega = 0.5$ و عمق اپتیکی $\tau_0 - \tau_i = 1.0$

Fig.8) Reflectance and transmittance values in a medium with isotropic scattering, albedo coefficient $\omega = 0.5$, and optical depth $\tau_0 - \tau_i = 1.0$



(الف)

۴- نتیجه‌گیری

در این تحقیق، حل عددی معادله انتقال تابش گذرا در محیط‌های نیمه‌شفاف با ضریب شکست متغیر، بین دو استوانه و کره هم‌مرکز، با استفاده از روش انتقال مجزا (DTM) توسعه یافته و تحلیل گردید. هدف اصلی، بررسی عملکرد این روش در مدلسازی دقیق رفتار گذرای پرتوهای تابشی در محیط‌های با ضریب شکست دلخواه و غیر یکنواخت بوده است.

روش عددی ارائه شده بر پایه گسسته‌سازی دامنه به المان‌های حلقوی و ردیابی پرتوها در جهات مشخص، امکان حل دقیق معادله را فراهم کرده است. همگرایی مناسب زمانی و مکانی و تطابق نتایج با منابع مرجع، اعتبار روش را تأیید می‌کند. بررسی پارامترهای متفاوت از جمله عمق اپتیکی و ضریب آلبو مورد بررسی قرار گرفت. با محاسبه کمیت‌های رفلکتانس و ترنسسمیتانس مشخص گردید که این سیگنال‌ها قابلیت بالایی در مشخص کردن ویژگی‌های محیط‌های تابشی دارند. در مدل حاضر، تغییرات ضریب شکست به صورت شعاعی در نظر گرفته شده است که منجر به ساده‌سازی مسئله و تحلیل یک‌بعدی آن می‌شود. بدیهی است که این فرض نسبت به حالت کلی‌تر با وابستگی همزمان به شعاع و زاویه فضایی، موجب کاهش دقت می‌شود. با این حال، می‌توان نتیجه گرفت که روش انتقال مجزا، علی‌رغم سادگی نسبی، توانایی بسیار خوبی در تحلیل دقیق رفتار گذرای تابشی در محیط‌های با ضریب شکست متغیر دارد.

تاییدیه اخلاقی: این مقاله تاکنون در نشریه دیگری به چاپ نرسیده است و همچنین برای بررسی یا چاپ به نشریه دیگری فرستاده نشده است.

- [12]-A. Dehghanian and S. M. Hosseini Sarvari, "Reconstruction of Absorption and Scattering Coefficients in a One-Dimensional Parallel Plane Variable Index Media," Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Mechanical Engineering, vol. 47, no. 2, pp. 433-452, 2023/06/01 2023, DOI: [10.1007/s40997-022-00535-8](https://doi.org/10.1007/s40997-022-00535-8).
- [13]-L. H. Liu, "Meshless method for radiation heat transfer in graded index medium," International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 49, no. 1, pp. 219-229, 2006/01/01/ 2006, DOI: [10.1016/j.jheatmasstransfer.2005.07.013](https://doi.org/10.1016/j.jheatmasstransfer.2005.07.013).
- [14]-S. M. Hosseini Sarvari, "Multi-grid Monte Carlo method for radiative transfer in multi-dimensional graded index media with diffuse-specular-gray boundaries," Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer, vol. 219, pp. 61-73, 2018/11/01/ 2018, DOI: [10.1016/j.jqsrt.2018.08.004](https://doi.org/10.1016/j.jqsrt.2018.08.004).
- [15]-J. Shao, K. Zhu, and Y. Huang, "A fast GPU Monte Carlo implementation for radiative heat transfer in graded-index media," Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer, vol. 269, p. 107680, 2021/07/01/ 2021, DOI: [10.1016/j.jqsrt.2021.107680](https://doi.org/10.1016/j.jqsrt.2021.107680).
- [16]-S. M. H. Sarvari, "A general ray tracing approach for solving thermal radiation in regular one-dimensional variable index media via the Monte Carlo method," International Communications in Heat and Mass Transfer, vol. 155, p. 107551, 2024/06/01/ 2024, DOI: [10.1016/j.jheatmasstransfer.2024.107551](https://doi.org/10.1016/j.jheatmasstransfer.2024.107551).
- [17]-F. C. Lockwood and N. G. Shah, "A new radiation solution method for incorporation in general combustion prediction procedures," Symposium (International) on Combustion, vol. 18, no. 1, pp. 1405-1414, 1981/01/01/ 1981, DOI: [10.1016/S0082-0784\(81\)80144-0](https://doi.org/10.1016/S0082-0784(81)80144-0).
- [18]-S. M. Hosseini Sarvari, "Inverse Reconstruction of Path-Length κ -Distribution in a Plane-Parallel Radiative Medium," Numerical Heat Transfer, Part A: Applications, vol. 68, no. 3, pp. 336-354, 2015/08/03 2015, DOI: [10.1080/10407782.2014.985999](https://doi.org/10.1080/10407782.2014.985999).
- [19]-A. Dehghanian and S. M. Hosseini Sarvari, "Inverse Estimation of Main Parameters of Spectral Line-Based Weighted Sum of Gray Gases Model With Few Gray Gases to Simulate the Radiation in Nongray Media," Journal of Heat Transfer, vol. 140, no. 2, 2017, DOI: [10.1115/1.4037496](https://doi.org/10.1115/1.4037496).
- [20]-A. Dehghanian and S. M. H. Sarvari, "Discrete transfer method for radiative transfer in one-dimensional isotropically scattering variable index media: Part I – Concentric-cylindrical geometry," International Communications in Heat and Mass Transfer, vol. 161, p. 108558, 2025/02/01/ 2025, DOI: [10.1016/j.jheatmasstransfer.2024.108558](https://doi.org/10.1016/j.jheatmasstransfer.2024.108558).
- [21]-N. A. Krishna and S. C. Mishra, "Discrete transfer method applied to radiative transfer in a variable refractive index semitransparent medium," Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer, vol. 102, no. 3, pp. 432-440, 2006/12/01/ 2006, DOI: [10.1016/j.jqsrt.2006.02.024](https://doi.org/10.1016/j.jqsrt.2006.02.024).
- [22]-S. M. H. Sarvari, "A new approach to solve the radiative transfer equation in plane-parallel semitransparent media with variable refractive index

تعارض منافع: تمامی مطالب مذکور توسط نویسندگان انجام شده است و هیچ فرد یا نهادی در تهیه آن نقش نداشته‌است.

منابع

- [1]-J. R. Howell, M. P. Mengüç, K. Daun, and R. Siegel, Thermal radiation heat transfer. CRC press, 2020.
- [2]-M. F. Modest and S. Mazumder, Radiative heat transfer. Academic press, 2021.
- [3]-Y. Zhang et al., "A large-area versatile textile for radiative warming and biomechanical energy harvesting," Nano Energy, vol. 95, p. 106996, 2022/05/01/ 2022, DOI: [10.1016/j.nanoen.2022.106996](https://doi.org/10.1016/j.nanoen.2022.106996).
- [4]-S. Bilal, S. Akram, M. Athar, K. Saeed, A. Riaz, and A. Razia, "Dissipative and Multiple Slips on Thermally Radiative Biological Fluid of Magneto-Six-Constant Jeffrey Nanofluid with Double Diffusion Convection: A Numerical Investigation," BioNanoScience, vol. 14, no. 3, pp. 2248-2263, 2024/09/01 2024, DOI: [10.1007/s12668-024-01560-4](https://doi.org/10.1007/s12668-024-01560-4).
- [5]-S. M. E. Shah Amirian, K. Lari, and H. Amiri, "Numerical simulation of thermal effects of continuous wave laser on living tissue with blood perfusion," (in eng), Modares Mechanical Engineering, vol. 17, no. 4, pp. 125-133, 2017. [Online]. DOI: [article-15-5482-fa.html](https://doi.org/article-15-5482-fa.html).
- [6]-S. Mirzaie and S. M. Hoseini Sarvari, "Inverse Design of Radiant Enclosures with Internal Source Distribution and Diffuse-nongray Design Surface," (in eng), Modares Mechanical Engineering, vol. 16, no. 9, pp. 277-286, 2016. [Online]. DOI: [article-15-5851-fa.html](https://doi.org/article-15-5851-fa.html).
- [7]-L. Liu, "Finite volume method for radiation heat transfer in graded index medium," Journal of Thermophysics and Heat Transfer, vol. 20, no. 1, pp. 59-66, 2006, DOI: [10.2514/1.12459](https://doi.org/10.2514/1.12459).
- [8]-L. Zhang, J. L. Si, and J. M. Zhao, "Finite element method for radiative transfer in multi-dimensional graded index media based on second-order form formulation," Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer, vol. 309, p. 108677, 2023/11/01/ 2023, DOI: [10.1016/j.jqsrt.2023.108677](https://doi.org/10.1016/j.jqsrt.2023.108677).
- [9]-S. Zafariyan, S. M. Hosseini Sarvari, and S. H. Mansouri, "Radiative Calculations for Non-Gray Media with Heat Sources by using the Spectral Line-Based Weighted Sum of Gray Gases Model," (in eng), Modares Mechanical Engineering, vol. 17, no. 1, pp. 106-116, 2017. [Online]. DOI: [article-15-9347-fa.html](https://doi.org/article-15-9347-fa.html).
- [10]-S. M. H. Sarvari, "Variable discrete ordinates method for radiation transfer in plane-parallel semi-transparent media with variable refractive index," Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer, vol. 199, pp. 36-44, 2017/09/01/ 2017, DOI: [10.1016/j.jqsrt.2017.05.018](https://doi.org/10.1016/j.jqsrt.2017.05.018).
- [11]-A. Dehghanian and S. M. H. Sarvari, "Transient radiative transfer in semi-transparent slab with arbitrary refractive index and collimated irradiation," International Communications in Heat and Mass Transfer, vol. 117, p. 104731, 2020/10/01/ 2020, DOI: [10.1016/j.jheatmasstransfer.2020.104731](https://doi.org/10.1016/j.jheatmasstransfer.2020.104731).

- based on the discrete transfer method," International Communications in Heat and Mass Transfer, vol. 78, pp. 54-59, 2016/11/01/ 2016, DOI: [10.1016/j.icheatmasstransfer.2016.08.017](https://doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2016.08.017).
- [23]-S. M. Hosseini Sarvari, "Solution of multi-dimensional radiative heat transfer in graded index media using the discrete transfer method," International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 112, pp. 1098-1112, 2017/09/01/ 2017, DOI: [10.1016/j.ijheatmasstransfer.2017.05.037](https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2017.05.037).
- [24]-A. Dehghanian and S. M. H. Sarvari, "Transient radiative transfer in variable index media using the discrete transfer method," Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer, vol. 255, p. 107259, 2020/11/01/ 2020, DOI: [10.1016/j.jqsrt.2020.107259](https://doi.org/10.1016/j.jqsrt.2020.107259).
- [25]-S. M. Hosseini Sarvari, "Vectorial discrete ray tracing approach for solving radiative transfer in irregular variable index media via discrete transfer method," International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 198, p. 123392, 2022/12/01/ 2022, DOI: [10.1016/j.ijheatmasstransfer.2022.123392](https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2022.123392).
- [26]-A. Dehghanian and S. M. H. Sarvari, "Optical Tomography in Variable Index Media Using the Transient Discrete Transfer Method," Journal of Thermophysics and Heat Transfer, vol. 37, no. 1, pp. 182-197, 2023, DOI: [10.2514/1.T6592](https://doi.org/10.2514/1.T6592).
- [27]-S. Dehghani and S. M. Hosseini Sarvari, "Variable discrete ordinates method for radiation transfer in concentric spherical variable index media," Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer, vol. 301, p. 108556, 2023/06/01/ 2023, DOI: [10.1016/j.jqsrt.2023.108556](https://doi.org/10.1016/j.jqsrt.2023.108556).