

Simulation of Regenerative Chatter Incorporating Velocity- and Acceleration-Dependent Terms in Process Damping Using ADAMS Software

Mohammad Ghorbani^{*}, Sayyed Hadi Moallem

Department of Mechanical Engineering, Shahreza Campus, University of Isfahan, Iran

ARTICLE INFO

Article Type

Original Research

Article History

Received: October 11, 2025

Revised: November 29, 2025

Accepted: December 18, 2025

ePublished: December 24, 2025

ABSTRACT

In this paper, regenerative chatter vibrations in orthogonal cutting process are simulated using MSC ADAMS software for the first time. To this end, the governing differential equation of the system's vibrations, caused by wave regeneration mechanism in the presence of process damping and by incorporating velocity- and acceleration-dependent terms, is first derived. The excitation force terms in this equation are then classified into three categories: the excitation force due to static chip thickness, the self-excited force resulting from the difference between the current and previous waves formed on the workpiece (expressed as a delay term), and the frictional force due to process damping, which is a function of the vibration velocity, acceleration, and spindle speed. Subsequently, by developing a vibrational model of the process in ADAMS software, and through an innovative approach using the software's internal functions, all components of the excitation force, including the static, delayed self-excited, and process damping frictional forces, are applied as external forces to the system. Through simulations, time responses of the system's vibrations are extracted with and without the effect of process damping, across stable, critically-stable, and unstable conditions. Comparison of the simulation results with those obtained from numerical solutions of the equations using semi-discretization method shows excellent agreement. In addition, the behavior of the system predicted by the proposed model is validated through comparison with experimental data reported in previous studies. The developed model, while easy to implement, offers extensibility for simulating more complex chatter scenarios in machining processes.

Keywords: Simulation, Regenerative Chatter, Process Damping, MSC ADAMS

How to cite this article

Ghorbani M, Moallem S.H, Simulation of Regenerative Chatter Incorporating Velocity- and Acceleration-Dependent Terms in Process Damping Using ADAMS Software. Modares Mechanical Engineering; 2026;26(01):15-25.

*Corresponding author's email: m.ghorbani@shr.ui.ac.ir

*Corresponding ORCID ID: 0000-0001-8115-6506



Copyright© 2025, TMU Press. This open-access article is published under the terms of the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License which permits Share (copy and redistribute the material in any medium or format) and Adapt (remix, transform, and build upon the material) under the Attribution-NonCommercial terms.



شبیه‌سازی لرزش باززا با لحاظ کردن اثر میرایی فرایند وابسته به سرعت و شتاب در نرم‌افزار آدمز

محمد قربانی*^{ID}، سید هادی معلم

گروه مهندسی مکانیک، پردیس شهرضا، دانشگاه اصفهان، ایران

اطلاعات مقاله

نوع مقاله

مقاله پژوهشی

چکیده

در این مقاله، لرزش باززا (regenerative chatter) در فرایند تراش‌کاری متعامد برای اولین بار با استفاده از نرم‌افزار آدمز (MSC ADAMS) شبیه‌سازی شده است. به این منظور، معادله دیفرانسیل حاکم بر ارتعاشات سیستم ناشی از مکانیزم باززایی امواج (wave regeneration) در حضور میرایی فرایند (process damping) و با در نظر گرفتن جملات وابسته به سرعت و شتاب استخراج شده است. سپس، جملات نیروی تحریک در این معادله به سه دسته تقسیم‌بندی شده‌اند: نیروی تحریک ناشی از ضخامت استاتیکی براده، نیروی خودتحریک ناشی از اختلاف موج فعلی و قبلی ایجاد شده بر روی قطعه‌کار که به صورت جمله تأخیری (delay term) است، و نیروی اصطکاکی ناشی از میرایی فرایند که تابعی از سرعت و شتاب ارتعاش و همچنین سرعت چرخش اسپیندل است. سپس، با ایجاد یک مدل ارتعاشی از فرایند در نرم‌افزار آدمز، به روشی ابتکاری و با استفاده از توابع داخلی نرم‌افزار، تمامی جملات نیروی تحریک ثابت، نیروی خودتحریک تأخیری و نیروی اصطکاکی میرایی فرایند به صورت نیروی خارجی به سیستم اعمال شده‌اند. با انجام شبیه‌سازی، نمودارهای پاسخ زمانی ارتعاشات سیستم با و بدون حضور اثر میرایی فرایند و در حالت‌های پایدار، مرز پایداری و ناپایدار استخراج شده‌اند. با مقایسه نتایج حاصل از شبیه‌سازی با نتایج حل عددی معادلات با استفاده از روش نیمه-گسسته‌سازی (semi-discretization method)، تطابق بسیار خوبی بین نتایج مشاهده شد. همچنین، پیش‌بینی رفتار سیستم با استفاده از مدل ایجاد شده با نتایج تجربی موجود در مراجع قبلی اعتبارسنجی شد. مدل ایجاد شده ضمن سهولت در پیاده‌سازی، قابلیت توسعه برای شبیه‌سازی حالت‌های پیچیده‌تر لرزش باززا در فرایندهای ماشین‌کاری را دارد.

تاریخچه مقاله

دریافت: ۱۴۰۴/۰۷/۱۹

بازنگری: ۱۴۰۴/۰۹/۰۸

پذیرش: ۱۴۰۴/۰۹/۲۷

ارائه آنلاین: ۱۴۰۴/۱۰/۰۳

کلیدواژه‌ها: شبیه‌سازی، لرزش باززا، میرایی فرایند، نرم‌افزار آدمز

نحوه ارجاع به این مقاله

قربانی محمد، معلم سید هادی، شبیه‌سازی لرزش باززا با لحاظ کردن اثر میرایی فرایند وابسته به سرعت و شتاب در نرم‌افزار آدمز، مهندسی مکانیک مدرس. ۲۵-۱۵: ۱۴۰۴؛ ۲۷(۰۱).

*پست الکترونیکی نویسنده عهده‌دار مکاتبات: m.ghorbani@shr.ui.ac.ir

*شناسه ارکید نویسنده عهده‌دار مکاتبات: 0000-0001-8115-6506



۱- مقدمه

ارتعاشات در فرایندهای ماشین‌کاری را می‌توان به سه دسته ارتعاشات آزاد، ارتعاشات اجباری و لرزش تقسیم‌بندی کرد. ارتعاشات آزاد ممکن است در شرایط خاص به لرزش منجر شود، اما به دلیل اثرات میرایی موجود در سیستم معمولاً به سرعت کاهش یافته و حذف می‌شود. ارتعاشات اجباری وابسته به منابع خارجی مانند نابالانسی و یا خروج از مرکزیت ابزار است و با شناسایی این منابع می‌توان آنها را به حداقل رساند. در مقابل، لرزش که مخرب‌ترین نوع ارتعاشات در فرایندهای ماشین‌کاری است، نوعی ارتعاشات خودتحریک است، به این معنی که منبع خارجی ندارد و ناشی از بازخورد دینامیکی خود سیستم است [۱]. وقوع پدیده لرزش می‌تواند در اثر مکانیزم‌های مختلفی مانند مکانیزم‌های اصطکاکی، کوپلینگ مودها (mode coupling) و یا بازایی امواج اتفاق بیفتد. از میان این مکانیزم‌ها، لرزش باززا در اثر مکانیزم بازایی امواج مهم‌ترین منشأ ایجاد ناپایداری در فرایندهای ماشین‌کاری است. این پدیده در ماشین‌کاری سنتی که همچنان بیش از نیمی از تولیدات صنعتی را شامل می‌شود چالشی جدی است، چرا که به وقوع پیوستن آن موجب آسیب قابل توجه به ابزار برشی و ماشین ابزار، از بین رفتن کیفیت و صافی سطح قطعه‌کار، ایجاد سر و صدای زیاد و سایش شدید ابزار می‌شود [۲]. از این رو شبیه‌سازی این پدیده و پیش‌بینی وقوع آن در فرایندهای ماشین‌کاری از منظر افزایش بهره‌وری و یافتن شرایط بهینه ماشین‌کاری از اهمیت ویژه‌ای برخوردار بوده و همواره توجه محققین در این حوزه را به خود جلب کرده است [۳].

بررسی لرزش در هر دو نوع ماشین‌کاری با سرعت بالا و با سرعت پایین حائز اهمیت است. در ماشین‌کاری با سرعت بالا، با استخراج نمودار حلقه‌های پایداری (stability lobes) می‌توان شرایط برشی بهینه و پایدار را به گونه‌ای که بیشترین نرخ براده‌برداری حاصل شود، انتخاب کرد [۴]. به بیان دیگر، در سرعت‌های دوران اسپیندل بالا، نواحی پایدار بزرگی در عمق‌های برشی زیاد وجود دارد که تنها با استخراج نمودار حلقه‌های پایداری می‌توان به آنها دست یافت. در ماشین‌کاری با سرعت پایین نیز مدل‌سازی لرزش به دلیل تماس سطح آزاد ابزار با امواج ارتعاشی باقی‌مانده بر سطح قطعه‌کار، که اثر میرایی فرایند نامیده می‌شود و نقش پایدارکننده در سیستم را ایفا می‌کند، حائز اهمیت است [۵]. نقش میرایی فرایند، به‌ویژه در ماشین‌کاری مواد سخت مورد استفاده در صنایع هوافضا مانند سوپرآلیاژهای پایه نیکل و تیتانیوم که نیاز به سرعت برشی پایین دارند، حیاتی است [۶].

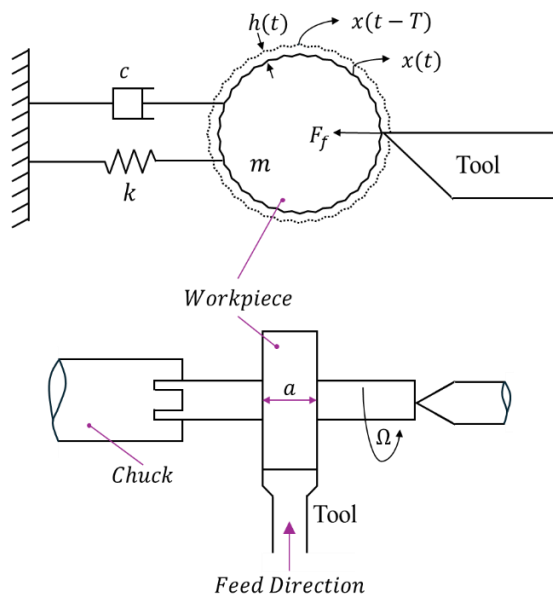
در دو دهه اخیر، بررسی پدیده لرزش در انواع مختلف فرایندهای ماشین‌کاری و با روش‌های مختلف به‌طور گسترده انجام شده است. این روش‌ها را می‌توان به سه دسته روش‌های تحلیلی، روش‌های عددی و روش‌های نرم‌افزاری تقسیم‌بندی کرد. در

روش‌های تحلیلی، پس از استخراج معادلات حاکم بر دینامیک فرایند، با استفاده از تبدیل فوریه، معادلات حاکم در حوزه فرکانس بیان شده و به بررسی پایداری آن پرداخته می‌شود [۷]. این روش در فرایندهایی مانند تراش‌کاری که در آن راستای نیروهای ماشین‌کاری ثابت است، به‌طور دقیق می‌تواند به بررسی پایداری مسئله بپردازد. اما برای فرایندهایی مانند فرزکاری که در آن راستای نیروهای وارده به ابزار متغیر با زمان است، مستلزم استفاده از تقریب‌هایی مانند حل مرتبه صفر (zero-order solution) [۸] و یا حل چند فرکانسی (multi-frequency solution) [۹] است.

در روش‌های عددی، با استفاده از تکنیک‌هایی مانند نیمه-گسسته‌سازی [۱۰]، گسسته‌سازی کامل (full discretization) [۱۱] و سیمپسون (Simpson) [۱۲]، معادلات حاکم بر دینامیک سیستم در حوزه زمان گسسته‌سازی شده و با استخراج ماتریس تبدیل سیستم و محاسبه مقادیر ویژه آن، با استفاده از تئوری فلوکت (Floquet theory) به بررسی پایداری مسئله پرداخته می‌شود. در روش سوم نیز فرایند براده‌برداری در نرم‌افزارهایی مانند آباکوس [۱۳] با استفاده از مدل‌های المان محدود شبیه‌سازی شده و رفتار سیستم بررسی می‌شود.

روش‌های تحلیلی دارای مزایایی از جمله سرعت محاسبات بالا، قابلیت انجام تحلیل پارامتریک و توانایی تفسیر بهتر رفتار سیستم هستند. اما در حضور عواملی با ماهیت فیزیکی پیچیده مانند میرایی فرایند و یا عوامل غیرخطی در نیروهای ماشین‌کاری، استفاده از آنها بسیار دشوار بوده و یا کارایی خود را کاملاً از دست می‌دهند. روش‌های عددی قابلیت واردکردن عوامل غیرخطی را در خود دارند، اما زمان و هزینه محاسباتی بالا برای رسیدن به نتایج با دقت مطلوب مشکل اصلی آنهاست [۱۴]. مدل‌های نرم‌افزاری المان محدود نیز که خود نوعی روش عددی هستند، امکان واردکردن انواع پدیده‌های مختلف در حین براده‌برداری در مسئله را فراهم می‌آورند [۱۵]. اما در حضور لرزش، به دلیل نیاز به بازتولید مکرر شبکه المان‌ها برای شبیه‌سازی جدایش براده در حضور تغییرشکل پلاستیک شدید ماده در اثر نفوذ ابزار در آن و نیز حل معادلات دینامیکی غیرخطی حاکم بر مسئله، دستیابی به یک شبیه‌سازی کامل از فرایند بسیار دشوار است.

علی‌رغم وجود مطالعات قبلی برای تحلیل لرزش در فرایندهای ماشین‌کاری، توسعه روش‌های جدید برای شبیه‌سازی این پدیده به گونه‌ای که بتواند اثر پارامترهای مختلف را در خود جای داده و دارای پتانسیل توسعه به حالت‌های پیچیده و چند درجه آزادی بدون نیاز به کدنویسی‌های زمان‌بر در هنگام پیاده‌سازی را فراهم کند، همچنان دارای اهمیت است. معادله حاکم بر لرزش باززا، یک معادله دیفرانسیل تأخیری (delay differential equation) است که یافتن پاسخ زمانی آن مستلزم استفاده از روش‌های عددی است. اگرچه برای بررسی پایداری این معادله روش‌های تحلیلی وجود دارد (که در بالا به آنها اشاره شد)، اما برای یافتن پاسخ زمانی آن



شکل ۱ مدل ارتعاشی یک درجه آزادی لرزش باززا در فرایند تراشکاری متعامد

Fig. 1 Single-degree-of-freedom vibration model representing regenerative chatter in orthogonal cutting process

در رابطه (۱)، Ω سرعت چرخش اسپیندل بر حسب دور بر دقیقه است. مطابق شکل ۱، اثر جابه‌جایی ارتعاشی $x(t)$ بر روی قطعه‌کار یک موج ارتعاشی است و اختلاف دو موج ارتعاشی متوالی در راستای پیشروی ابزار برابر با $h(t)$ ، یعنی ضخامت دینامیکی براده است.

چنانچه سطح اولیه قطعه‌کار صاف فرض شود و میزان پیشروی به‌ازای یک دور چرخش اسپیندل (ضخامت استاتیکی براده) با h_0 نشان داده شود، در شروع فرایند ضخامت براده (ناشی از پیشروی ابزار) از صفر شروع شده و به‌صورت خطی افزایش می‌یابد تا به مقدار ماکزیمم خود در پایان دور اول برسد. در نتیجه ضخامت دینامیکی براده در دور اول، ناشی از پیشروی و ارتعاشات ابزار، به‌صورت زیر محاسبه خواهد شد:

$$h(t) = \frac{h_0}{T} t - x(t), \quad 0 \leq t < T \quad (2)$$

در دوره‌های بعدی، ضخامت دینامیکی براده طبق رابطه زیر تابعی از ارتعاشات فعلی و ارتعاشات دور قبل است:

$$h(t) = h_0 - x(t) + x(t-T), \quad t \geq T \quad (3)$$

نیروی تبادلی F_f بین ابزار و قطعه‌کار در شکل ۱، به عوامل مختلفی از جمله جنس ابزار و قطعه‌کار، هندسه ابزار، ضخامت و عرض براده بستگی دارد. با استفاده از مدل مکانیستیک (mechanistic) می‌توان مقدار آن را به‌صورت زیر محاسبه کرد [۷]:

$$F_f(t) = K_f a h(t) \quad (4)$$

در رابطه بالا، K_f ثابت برشی (cutting constant) در راستای پیشروی و a عرض براده است. چنانچه اثر میرایی فرایند نیز در نظر گرفته شود، نیروی F_f از رابطه زیر محاسبه می‌شود [۵]:

$$F_f(t) = a \left(K_f [h_0 - x(t) + x(t-T)] - C_i \frac{\dot{x}}{V_c} - \alpha_i \frac{\ddot{x}}{V_c^2} \right) \quad (5)$$

تنها روش‌های عددی کاربرد دارند. از این رو، استفاده از نرم‌افزارهای تخصصی تحلیل دینامیکی و ارتعاشی سیستم‌ها از جمله نرم‌افزار آدمز که دارای روش‌های عددی قوی و پیشرفته برای حل عددی معادلات دیفرانسیل است، حائز اهمیت می‌باشد. محیط این نرم‌افزار امکان تنظیم پارامترهای حل عددی، انیمیشن حرکت و امکان گسترش مدل به حالت‌های پیچیده‌تر مانند افزایش تعداد درجات آزادی را در اختیار کاربر قرار می‌دهد؛ موضوعی که پیاده‌سازی آن با روش‌های عددی معمول، با چالش‌های زیادی همراه است. از طرفی، مدل‌سازی پدیده لرزش در این نرم‌افزار به دلیل ماهیت خودتحریک و تأخیری معادلات حاکم بر آن، مسئله‌ای چالش برانگیز و نیازمند استفاده ابتکاری از توابع داخلی نرم‌افزار است. بر اساس بررسی نویسندگان، تاکنون مدل‌سازی این مسئله در نرم‌افزار آدمز انجام نشده است. همچنین، تحلیل لرزش باززا در حوزه زمان در حالتی که اثر جملات وابسته به سرعت و شتاب به‌طور همزمان در آن لحاظ شده باشد، انجام نشده است.

در این مقاله، به ارائه یک مدل نرم‌افزاری برای شبیه‌سازی لرزش باززا در نرم‌افزار آدمز پرداخته شده است. به این منظور، ابتدا مدل ارتعاشی حاکم بر لرزش در اثر مکانیزم باززایی امواج و در حضور میرایی فرایند استخراج شده است. معادله حاکم بر این مدل از دو بخش کلی تشکیل شده است: یکی دینامیک ماشین‌ابزار شامل پارامترهای جرم، میرایی و سختی معادل ماشین‌ابزار در نقطه تماس ابزار و قطعه‌کار و دیگری نیروهای تحریک وارده شامل نیروی ناشی از ضخامت استاتیکی براده، نیروی خودتحریک ناشی از مکانیزم باززایی امواج و نیروی اصطکاکی ناشی از میرایی فرایند. با استفاده از المان‌های متداول موجود در نرم‌افزار، بخش دینامیک فرایند با استفاده از یک سیستم جرم، فنر و دمپر مدل‌سازی شده است. سپس، با استفاده از توابع داخلی نرم‌افزار شامل تابع تأخیر، توابع جابه‌جایی و سرعت نسبی بین دو نقطه، نیروهای تحریک مختلف به سیستم اعمال شده و با انجام شبیه‌سازی، پاسخ زمانی ارتعاشات سیستم استخراج شده است. به منظور اعتبارسنجی نتایج حاصل، از مقایسه آنها با حل معادلات به روش نیمه-گسسته‌سازی استفاده شده است.

۲- شرح مسأله

در شکل ۱ مدل ارتعاشی فرایند تراشکاری متعامد نشان داده شده است. در این مدل، k و c به‌ترتیب بیان‌گر سختی و میرایی معادل مجموعه ماشین‌ابزار، ابزار، قطعه‌کار و گیره‌بندی در نقطه تماس ابزار و قطعه‌کار است. m نیز بیان‌گر جرم معادل مجموعه در نقطه مذکور است. $x(t)$ نشان دهنده جابه‌جایی نسبی ابزار و قطعه‌کار در لحظه جاری، $x(t-T)$ جابه‌جایی نسبی در یک دور چرخش اسپیندل قبل و T دوره تناوب چرخش اسپیندل بر حسب ثانیه است که از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$T = \frac{60}{\Omega} \quad (1)$$

در دوره‌های دوم به بعد مقدار ثابت $K_f a h_0$ را دارد. عبارت دوم نیروی ناشی از اثر باززایی امواج است که در دور اول برابر $-K_f a h_0 x(t)$ و در دوره‌های بعدی برابر $-K_f a h_0 (x(t-T) - x(t))$ می‌باشد. این نیرو تابعی از ارتعاش لحظه‌ای ابزار و ارتعاشات آن در دور قبل است. عبارت سوم یعنی $-a(C_i \dot{x}(t)/V_c + \alpha_i \ddot{x}(t)/V_c^2)$ نیروی ناشی از اثر میرایی فرایند است و به سرعت و شتاب ارتعاشی لحظه‌ای سیستم بستگی دارد. با توجه به دسته‌بندی بالا، واضح است که اولاً فرمول محاسبه نیرو در دور اول چرخش اسپیندل ($t \leq T$) با دوره‌های بعدی ($t > T$) متفاوت است. ثانیاً، با توجه به وجود عبارت‌های ناشی از باززایی امواج و میرایی فرایند، مقدار نیرو به صورت صریح بر حسب زمان مشخص نیست. به عبارت دیگر، مقدار نیرو به جابه‌جایی لحظه‌ای سیستم یعنی $x(t)$ بستگی دارد که خود مجهول مسئله است. وجود عبارت تأخیری نیز پیچیدگی مسئله را بیشتر می‌کند.

در اینجا برای مقداردهی به نیروی $F_f(t)$ با استفاده از روشی خلاقانه و به کمک توابع داخلی نرم‌افزار آدمز این کار انجام می‌شود. از آنجایی که $x(t)$ بیان‌گر موقعیت لحظه‌ای ابزار نسبت به وضعیت تعادل استاتیکی (مبدأ دستگاه مختصات) است، از تابع جابه‌جایی نسبی DX در نرم‌افزار می‌توان برای محاسبه آن استفاده کرد. دستور کلی این تابع به شکل زیر است:

$$DX(ToMarker, FromMarker, AlongMarker) \quad (۸)$$

طبق رابطه (۸)، این تابع فاصله نسبی بین دو نقطه مشخص شده توسط نشان‌گرها (markers) را محاسبه می‌کند. نشان‌گر اول، نشان‌گر مقصد است که جابه‌جایی آن نسبت به نشان‌گر دوم که نشان‌گر مبدأ می‌باشد، اندازه‌گیری می‌شود. ورودی سوم، دستگاه مختصاتی است که راستای محور x آن برای اندازه‌گیری جابه‌جایی استفاده می‌شود. اگر این ورودی مقداردهی نشود، راستای x دستگاه مختصات مرجع به عنوان پیش‌فرض در نظر گرفته می‌شود. برای مقداردهی به $\dot{x}(t)$ و $\ddot{x}(t)$ در نیروی $F_f(t)$ نیز می‌توان از تابع سرعت نسبی VX و شتاب نسبی AX بین دو نشان‌گر که فرم کلی آنها به صورت زیر است، استفاده کرد:

$$\begin{aligned} & VX(ToMarker, FromMarker, AlongMarker, \\ & \quad ReferenceFrame) \\ & ACCX(ToMarker, FromMarker, AlongMarker, \\ & \quad ReferenceFrame) \end{aligned} \quad (۹)$$

سه ورودی اول توابع بالا همانند تابع جابه‌جایی است. ورودی چهارم، دستگاه مختصاتی است که مشتقات زمانی در آن محاسبه می‌شود و چنانچه مقداردهی نشود، به صورت پیش‌فرض دستگاه مختصات مرجع در نظر گرفته می‌شود.

برای مقداردهی به $x(t-T)$ که یک جمله تأخیری است، از ترکیب تابع جابه‌جایی DX و تابع تأخیر $DELAY$ استفاده می‌شود. فرم کلی تابع تأخیر به صورت زیر است:

$$DELAY(Delayed_Expression, Delayed_Magnitude, Initial_Expression_Value, Delay_Logic_Array) \quad (۱۰)$$

که در رابطه (۵)، C_i ضریب جمله وابسته به سرعت و α_i ضریب جمله وابسته به شتاب مربوط به میرایی فرایند است که به صورت تجربی به دست می‌آیند. V_c سرعت برش بوده و اگر d بیان‌گر قطر قطعه‌کار باشد، به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$V_c = \frac{\pi d \Omega}{60} \quad (۶)$$

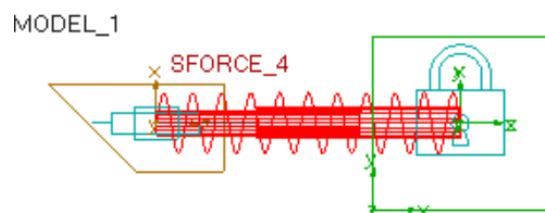
با توجه به مطالب بالا و با در نظر گرفتن معادله ارتعاشی یک سیستم یک درجه آزادی، معادله حاکم بر ارتعاشات سیستم در شکل ۱ به صورت زیر بیان می‌شود:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_f(t) \quad (۷)$$

در محاسبه نیروی برشی $F_f(t)$ در رابطه (۷) باید به وجود یا عدم وجود اثر میرایی فرایند و همچنین زمان t که در دور اول چرخش اسپیندل قرار می‌گیرد و یا دوره‌های بعدی توجه داشت.

۳- شبیه‌سازی در نرم‌افزار آدمز

طبق رابطه (۷)، فرایند تراش کاری متعامد به عنوان یک سیستم ارتعاشی با یک درجه آزادی مدل‌سازی می‌شود. سمت چپ معادله که بیان‌گر ویژگی‌های ذاتی سیستم است، با ایجاد یک مدل ارتعاشی با استفاده از المان‌های موجود در نرم‌افزار امکان‌پذیر است. شکل (۲) مدل ایجاد شده در محیط نرم‌افزار آدمز را نشان می‌دهد. از یک تکیه‌گاه که قید زمین (fixed joint) به آن اعمال شده است، به عنوان تکیه‌گاه ثابت استفاده می‌شود. المان‌های فنر و دمپر از یک طرف به تکیه‌گاه و از طرف دیگر به ابزار متصل شده‌اند. مدل‌سازی به گونه‌ای است که در وضعیت تعادل استاتیکی، ابزار در مبدأ دستگاه مختصات قرار گرفته است. حرکت ابزار نیز با استفاده از اتصال کشویی (translational joint) در جهت x محدود شده است. همچنین، جرم سیستم به مدل ابزار، سختی و میرایی سیستم نیز به ترتیب به فنر و دمپر اختصاص داده شده است.



شکل ۲ مدل ارتعاشی یک درجه آزادی فرایند تراش کاری در نرم‌افزار آدمز
Fig. 2 Single-degree-of-freedom vibration model of the cutting process in ADAMS software

نیروی $F_f(t)$ در سمت راست رابطه (۷) به عنوان یک نیروی متمرکز تک مؤلفه‌ای (single component) به مدل ابزار ایجاد شده در نرم‌افزار اعمال می‌شود. چنانچه رابطه (۵) بار دیگر در نظر گرفته شود، می‌توان جملات این نیروی متمرکز را به موارد زیر دسته‌بندی کرد. عبارت اول نیروی ناشی از ضخامت استاتیکی براده است که در دور اول به صورت خطی با زمان به صورت $(K_f a h_0)t/T$ تغییر می‌کند و

method) دستگاه معادلات جبری حل می‌شوند. همچنین، از آنجایی که در مسئله ارتعاشات ماشین‌های ابزار با یک سیستم با فرکانس نسبتاً بالا سر و کار داریم، نوع فرمول‌بندی معادلات عددی روی حالت SI2 قرار داده می‌شود تا با استفاده از انتگرال‌گیری مرتبه دوم، دقت نتایج حاصل بهبود یابد. در جدول ۱، پارامترهای عددی و تنظیمات انجام‌شده در نرم‌افزار آدمز ارائه شده‌اند. سایر تنظیمات به صورت مقادیر پیش‌فرض نرم‌افزار انتخاب شده‌اند.

جدول ۱ تنظیمات انتخاب‌شده برای حل‌گر در نرم‌افزار آدمز
Table 1 Solver settings implemented in ADAMS software

مقدار	تنظیمات حل‌گر
Dynamics	Category
WSTIFF	Integrator
SI2	Formulation
Modified	Corrector
Inactive	Update graphics display
1.0e-7	Error
1.0e-5	Step size

۴- ارائه و تفسیر نتایج

در این بخش نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌ها برای سه مثال مختلف ارائه شده است. در مثال اول، رفتار سیستم در عدم حضور اثر میرایی فرایند بررسی شده است. در مثال دوم، اثر میرایی فرایند هنگامی که جمله وابسته به سرعت در نظر گرفته شود و در مثال سوم، هنگامی که اثر جملات وابسته به سرعت و شتاب به‌طور همزمان لحاظ شود، بررسی شده است. برای تنوع در ارائه نتایج، پارامترهای عددی مورد استفاده در شبیه‌سازی‌ها در مثال‌های مختلف، متفاوت انتخاب شده است. همچنین، در تمامی قسمت‌ها با مقایسه نتایج به‌دست آمده از نرم‌افزار آدمز با نتایج حاصل از حل معادلات به روش نیمه-گسسته‌سازی، از اعتبار و صحت مدل‌سازی و نتایج به‌دست آمده اطمینان حاصل می‌شود. روش نیمه-گسسته‌سازی یک روش نیمه تحلیلی است که برای حل معادلات دیفرانسیل دارای تأخیر زمانی از جمله معادله حاکم بر لرزش باززا استفاده می‌شود. در اینجا برای پیاده‌سازی آن از فرمول‌بندی ارائه‌شده در مرجع [۷] استفاده شده است. تمامی شبیه‌سازی‌ها بر روی یک رایانه شخصی با مشخصات پردازنده Intel® Core™ i5-8265U 1.60-1.80 GHz، حافظه RAM-16 GB و کارت گرافیک Intel® UHD Graphics 620-8GB Shared Memory انجام شده و نرم‌افزار متلب نسخه R2021b و نرم‌افزار آدمز نسخه 2020 استفاده شده است.

۴-۱- مثال ۱: بدون حضور اثر میرایی فرایند

در این مثال، فرایند تراش متعامد برای یک سیستم با پارامترهای عددی ارائه‌شده در جدول ۲، در عدم حضور اثر میرایی فرایند بررسی می‌شود. نمودار حلقه‌های پایداری مربوط به سیستم با استفاده از روش نیمه-گسسته‌سازی استخراج و در شکل ۳ نمایش داده شده است. به‌کمک این نمودار، در سرعت چرخش ۱۰۰۰۰ دور بر دقیقه، سه نقطه A، B و C به‌ترتیب در نواحی پایدار، مرز پایداری و ناپایدار برای انجام شبیه‌سازی‌ها انتخاب می‌شوند.

در رابطه (۱۰)، اولین ورودی تابعی است که تأخیر آن باید محاسبه شود که در اینجا همان تابع جابه‌جایی DX است. ورودی دوم مقدار تأخیر یعنی T و ورودی سوم مقدار اولیه تابع برای زمان‌های $t < 0$ است که در اینجا برابر صفر می‌باشد. ورودی چهارم نیز آرایه‌ای است که منطق اعمال تأخیر را تعیین می‌کند و در صورت وارد نکردن آن، این ورودی توسط نرم‌افزار نادیده گرفته می‌شود.

برای اینکه بتوان برای دور اول و دوره‌های بعدی چرخش اسپیندل فرمول‌های متفاوتی را به نیروی $F_f(t)$ اختصاص داد، ابتدا دو متغیر در نرم‌افزار تعریف شده و سپس به کمک یک دستور شرطی، مقداردهی به نیروی مذکور انجام می‌شود. اولین متغیر مربوط به محاسبه نیروی $F_f(t)$ در دور اول است که با استفاده از تعریف استاندارد متغیرها در نرم‌افزار، به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$\begin{aligned} & \text{VARIABLE } Var1, \\ & FU = K_f * a * ((h_0/T) * TIME - DX(i,j)) \end{aligned} \quad (11)$$

که در رابطه بالا a بیان‌گر ضرب عددی در نرم‌افزار، $TIME$ زمان لحظه جاری در حل عددی، i نشان‌گر متصل به ابزار و j نشان‌گر متصل به زمین در محل مبدأ است. در دوره‌های دوم به بعد نیز مقدار نیروی $F_f(t)$ توسط متغیر زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} & \text{VARIABLE } Var2, \\ & FU = a * (K_f * (h_0 - DX(i,j) + DELAY(DX(i,j), T, 0) \\ & \quad - C_t * VX(i,j)/V_c - \alpha_t * AX(i,j)/V_c^2) \end{aligned} \quad (12)$$

اکنون با واردکردن دستور شرطی زیر در بخش سازنده تابع (function builder) مربوط به نیروی تک مؤلفه‌ای اعمال‌شده به ابزار، مقدار نیروی $F_f(t)$ متناسب با فرمول‌بندی ارائه‌شده به ابزار وارد می‌شود:

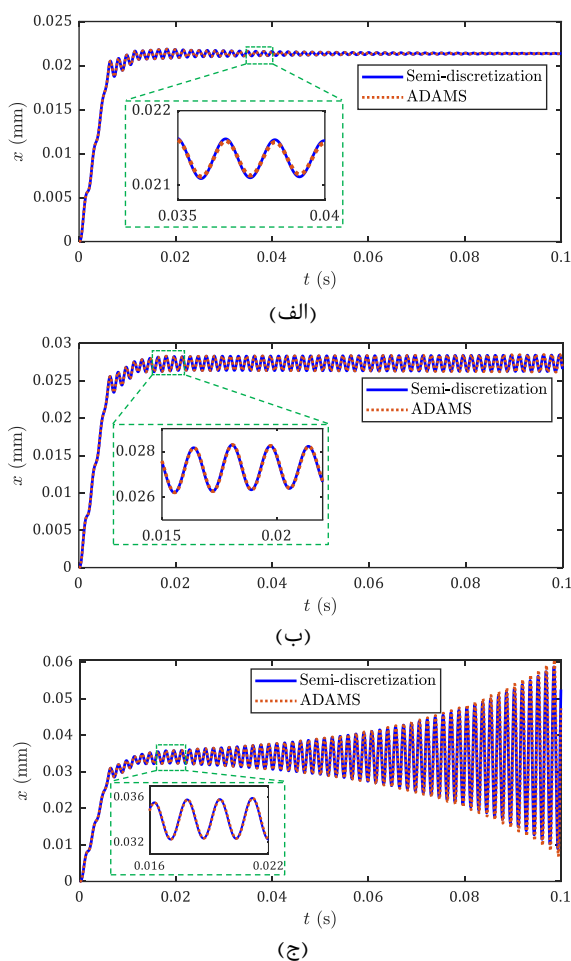
$$\begin{aligned} & IF(TIME - T: VARVAL(Var1), \\ & \quad VARVAL(Var2), VARVAL(Var2)) \end{aligned} \quad (13)$$

در رابطه (۱۳)، چنانچه عبارت شرطی $TIME - T$ کوچک‌تر از صفر باشد، مقدار اولین متغیر ورودی لحاظ می‌شود، چنانچه مساوی صفر باشد دومین ورودی و چنانچه بزرگ‌تر از صفر باشد، سومین ورودی در نظر گرفته می‌شود. از آنجایی که نیروی واردشده به سیستم یک نیروی پیوسته است، در ورودی‌های دوم و سوم از همان متغیر $Var2$ استفاده شده است. تابع $VARVAL$ نیز برای محاسبه مقدار عددی متغیرها به‌کار گرفته شده است.

پس از اتمام مدل‌سازی و تعریف معادلات حاکم بر سیستم در نرم‌افزار، وارد مرحله شبیه‌سازی شده و اجرای شبیه‌سازی تعاملی (Run an interactive simulation) انتخاب می‌شود. با اجرای شبیه‌سازی، پاسخ زمانی و سرعت ارتعاشی سیستم محاسبه خواهد شد. قبل از آن لازم است تنظیمات حل‌گر (solver settings) به‌طور صحیح انجام شده تا بهترین نتیجه از حل عددی معادلات به‌دست آید. در اینجا به برخی از مهمترین تنظیمات لازم که پس از بررسی حالت‌های مختلف در مثال‌های عددی حاصل شده است، اشاره می‌شود. نوع حل‌گر روی حالت دینامیکی قرار گرفته و نوع انتگرال‌گیری از نوع WSTIFF انتخاب می‌شود. در این صورت، با استفاده از روش عددی چندگامی ضمنی (implicit numerical)

ارزیابی می‌شود. پارامترهای عددی استفاده شده در این مثال در جدول ۳ و نمودار حلقه‌های پایداری متناظر با آنها برای دو ابزار نو و کهنه که دارای ضرایب میرایی فرایند متفاوت هستند، در شکل ۵ نشان داده شده است. همچنین، نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌ها در نرم‌افزار آدمز برای نقطه D در این شکل که برای ابزار نو در ناحیه ناپایدار و برای ابزار کهنه در ناحیه پایدار قرار می‌گیرد، به‌ازای پیشروی $h_0 = 0.05 \text{ (mm)}$ در شکل ۶ نمایش داده شده است.

نمودارهای شکل ۶ نشان می‌دهد مدل ارائه‌شده به‌خوبی قادر است رفتار ارتعاشی سیستم را در حضور اثر میرایی فرایند شبیه‌سازی کند. درصد خطای متوسط بین نتایج حاصل از مدل ارائه‌شده و روش نیمه-گسسته‌سازی برای قسمت‌های (الف) و (ب) از شکل ۶ به‌ترتیب برابر 0.096 و 0.01 درصد است. باید توجه داشت که وارد کردن این اثر در مدل حاضر به آسانی با اضافه کردن جمله مربوط به آن طبق رابطه (۱۲) در محیط نرم‌افزار فراهم می‌آید، در صورتی که وارد کردن آن در روش‌های متداول برای عددی حل معادلات دیفرانسیل تأخیری با پیچیدگی‌های خاص خود همراه است.

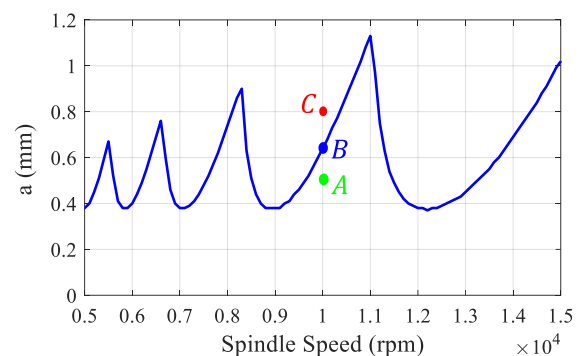


شکل ۴ نمودارهای پاسخ زمانی سیستم برای نقاط مختلف در شکل ۳: (الف) نقطه A - پایدار، (ب) نقطه B - مرز پایداری، (ج) نقطه C - ناپایدار
Fig. 4 Time responses of the system corresponding to various operating points on the stability lobes diagram in Figure 3: (a) Point A - stable, (b) Point B - critically stable, (c) Point C - unstable

مقدار عرض برشی a در نقاط A، B و C در شکل ۳ به‌ترتیب برابر 0.05 ، 0.064 و 0.08 میلی‌متر است. با در نظر گرفتن مقدار پیشروی $h_0 = 0.2 \text{ (mm)}$ شبیه‌سازی‌ها در نرم‌افزار آدمز انجام و پاسخ‌های ارتعاشی سیستم در شکل ۴ ارائه شده است. همچنین، نتایج حاصل از حل معادلات به روش نیمه-گسسته‌سازی نیز با کدنویسی در نرم‌افزار متلب استخراج و در این شکل ارائه شده‌اند.

جدول ۲ پارامترهای عددی استفاده‌شده در شبیه‌سازی‌های مثال ۱ [۷]
Table 2 Numerical parameters used in the simulations of Example 1 [7]

$K_f \text{ (N/m}^2\text{)}$	$k \text{ (N/m)}$	$c \text{ (N.s/m)}$	$m \text{ (kg)}$
1384×10^6	6.48×10^6	145	0.561



شکل ۳ نمودار حلقه‌های پایداری استخراج شده برای سیستم به روش نیمه-گسسته‌سازی با استفاده داده‌های ارائه‌شده در جدول ۲

Fig. 3 Stability lobes diagram generated for the system using the semi-discretization method based on the parameters provided in Table 2

نمودارهای شکل ۴ نشان می‌دهند که مدل ایجادشده در نرم‌افزار آدمز به‌خوبی می‌تواند رفتارهای پایدار، ناپایدار و مرز پایداری سیستم را شبیه‌سازی نماید. همچنین، مقایسه نتایج حاصله با نتایج روش نیمه-گسسته‌سازی نشان می‌دهد مدل توانسته است با دقت قابل قبولی پاسخ ارتعاشی سیستم را محاسبه نماید. اختلافات جزئی که بین نتایج دو روش مشاهده می‌شود، به تفاوت در ماهیت حل عددی معادلات در نرم‌افزار آدمز با روش نیمه-گسسته‌سازی برمی‌گردد.

به‌منظور مقایسه کمی نتایج حاصل از مدل‌سازی انجام‌شده در نرم‌افزار آدمز با نتایج حاصل از روش نیمه-گسسته‌سازی، درصد خطای متوسط بین نتایج به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$e_{avg} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|x_{peak(i)}^{ADAMS} - x_{peak(i)}^{Semi-discretization}|}{x_{peak(i)}^{Semi-discretization}} \times 100 \quad (14)$$

که در رابطه بالا $x_{peak(i)}$ بیان‌گر مقدار پاسخ در قله i ام و n تعداد کل قله‌های ارتعاشی در بازه زمانی مورد بررسی است. بر این اساس، مقدار عددی درصد خطای متوسط متناظر با قسمت‌های (الف)، (ب) و (ج) در شکل ۴ به‌ترتیب برابر 0.096 ، 0.01 و 0.074 درصد است که نشان دهنده دقت بالای نتایج حاصل از مدل ارائه‌شده می‌باشد.

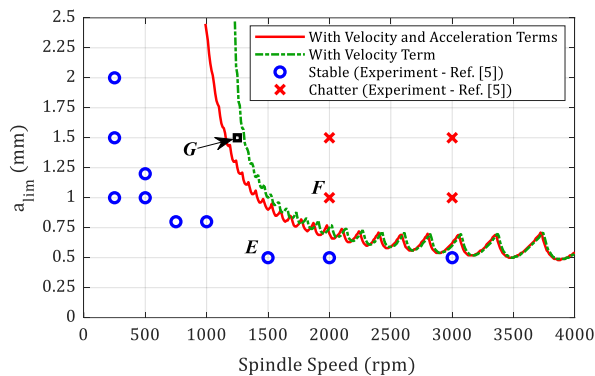
۴-۲-۴ مثال ۲: اعمال اثر میرایی فرایند (اثر سرعت)

در این مثال، با وارد کردن جمله وابسته به سرعت در مدل میرایی فرایند، توانایی مدل در پیش‌بینی رفتار سیستم در این حالت

جدول ۳ پارامترهای عددی استفاده شده در شبیه سازی های مثال ۲ [۷]
Table 3 Numerical parameters used in the simulations of Example 2 [7]

$K_f(N/m^2)$	$k(N/m)$	$c(N.s/m)$	$m(kg)$
2585×10^6	7.92×10^6	176.8	1.742

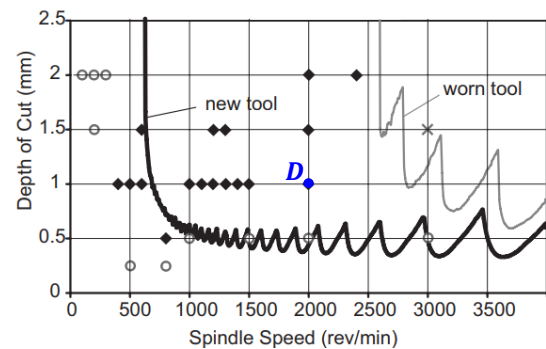
در شکل ۷، $\alpha_i = 332(N)$ و $0.611 \times 10^6(N/m)$ می باشد [۵]. در شکل ۷، نمودار حلقه های پایداری با و بدون اعمال جمله وابسته به شتاب نشان داده شده است. همچنین، در این شکل نتایج تجربی موجود در مرجع [۵] که نشان دهنده وضعیت های پایدار و ناپایدار سیستم در چند سرعت و عمق برشی مختلف است، نمایش داده شده است.



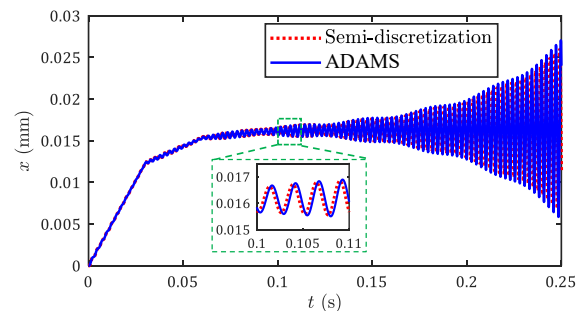
شکل ۷ حلقه های پایداری برای سیستم مطابق با داده های جدول ۲ و با در نظر گرفتن جملات وابسته به سرعت و شتاب در میرایی فرایند $C_i = 0.611 \times 10^6(N/m)$ ، $\alpha_i = 332(N)$ به همراه داده های تجربی از مرجع [۵]
Fig. 7 Stability lobes of the system based on the data provided in Table 2, considering the velocity- and acceleration-dependent terms in process damping ($C_i = 0.611 \times 10^6(N/m)$, $\alpha_i = 332(N)$) together with experimental data from reference [5]

همان طور که از شکل ۷ مشاهده می شود، اضافه شدن جمله وابسته به سرعت موجب افزایش حد پایداری سیستم در سرعت های چرخش اسپیندل پایین شده است؛ در حالی که با اضافه شدن جمله وابسته به شتاب، حد پایداری کمی کاهش یافته است. باید توجه داشت که ماهیت میرایی فرایند از تماس سطح پشتی ابزار (flank face) با سطح موج دار قطعه کار نشأت می گیرد. هنگامی که ابزار در حین براده برداری ارتعاش می کند، بر روی سطح یک موج باقی می گذارد که طول موج ایجاد شده به سرعت تراش وابسته است. در سرعت های بالا، طول موج ایجاد شده بزرگ بوده و به دلیل کم بودن شیب سطح، تماس قابل توجهی بین سطح پشتی ابزار و قطعه کار ایجاد نمی شود. در حالی که در سرعت های پایین، طول موج ایجاد شده کوتاه بوده و با افزایش شیب سطح، تماس بیشتری رخ می دهد. بنابراین، اثر جملات میرایی فرایند با سرعت تراش به صورت معکوس متناسب است و در سرعت های پایین اهمیت بیشتری می یابد [۵].

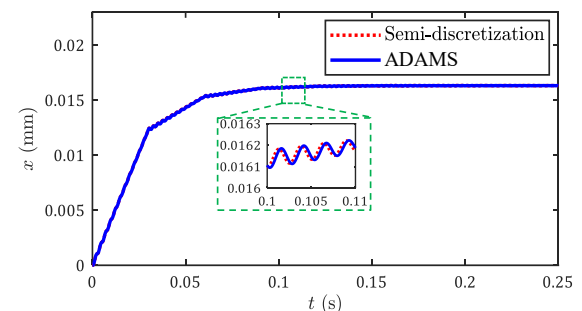
تماس سطح پشتی ابزار با قطعه کار دو اثر اصلی بر سیستم دارد. اثر اول ساییده شدن سطح پشتی ابزار بر روی قطعه کار است که ماهیت اصطکاکی دارد و میزان نیروی حاصل از آن به طول تماس و شیب سطح وابسته است. شیب سطح با نرخ تغییر ارتفاع موج نسبت به مختصه طولی تعیین می شود. به عبارت دیگر، شیب سطح با استفاده از رابطه $dx/du = (dx/dt)(dt/du) = \dot{x}/V$ محاسبه می شود که در آن x بیانگر ارتفاع موج (میزان ارتعاش ابزار) و u مختصه طولی در امتداد موج است. با توجه به توضیحات بالا،



شکل ۵ حلقه های پایداری برای ابزار نو با $C_i = 1.181 \times 10^6(N/m)$ و ابزار کهنه با $C_i = 4.586 \times 10^6(N/m)$ بر اساس داده های جدول ۳ [۷]
Fig. 5 Stability lobes diagram for a new tool with $C_i = 1.181 \times 10^6(N/m)$ and a worn tool with $C_i = 4.586 \times 10^6(N/m)$ based on the data given in Table 3 [7]



(الف)



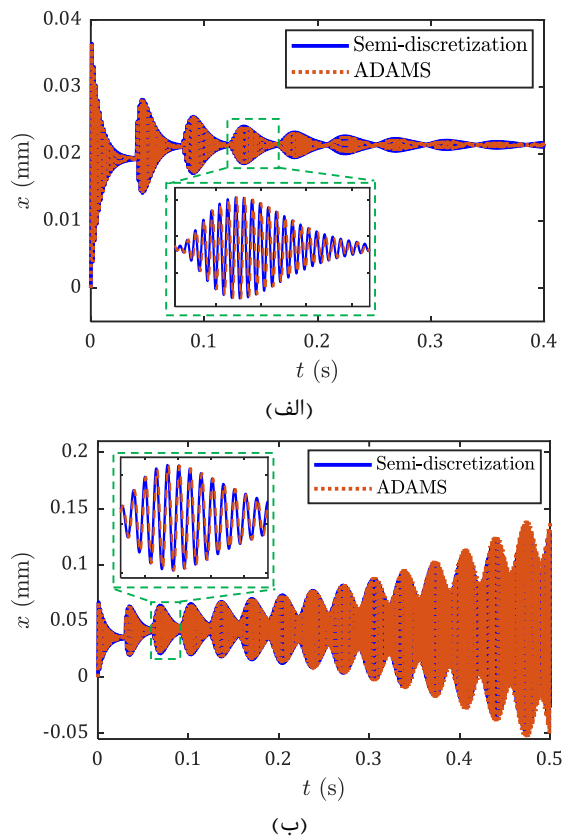
(ب)

شکل ۶ پاسخ های ارتعاشی سیستم استخراج شده از نرم افزار آدمز و مقایسه آنها با روش نیمه-گسسته سازی برای نقطه D در شکل ۵: (الف) ابزار نو - حالت ناپایدار، (ب) ابزار کهنه - حالت پایدار

Fig. 6 Vibration responses of the system obtained from ADAMS software and comparison with the semi-discretization method for Point D in Figure 5: (a) new tool - unstable, (b) worn tool - stable

۳-۴-۳: اعمال اثر میرایی فرایند (اثر سرعت و شتاب)

در این مثال، با وارد کردن جملات وابسته به سرعت و شتاب در مدل میرایی فرایند، توانایی و دقت مدل در پیش بینی رفتار سیستم در حالت های مختلف ارزیابی می شود. پارامترهای عددی استفاده شده در این مثال مطابق با داده های جدول ۲ بوده و ضرایب وابسته به سرعت و شتاب در مدل میرایی فرایند به ترتیب برابر C_i



شکل ۸ پاسخ‌های ارتعاشی سیستم استخراج شده از نرم‌افزار آدمز و مقایسه آنها با روش نیمه-گسسته‌سازی برای نقاط مختلف در شکل ۷: (الف) نقطه E - حالت پایدار، (ب) نقطه F - حالت ناپایدار

Fig. 8 Vibration responses of the system obtained from ADAMS software and comparison with the semi-discretization method for different points in Figure 7: (a) point E - stable, (b) point F - unstable

در شکل ۹ (الف) پاسخ زمانی ارتعاشی سیستم برای نقطه G در شکل ۷ هنگامی که تنها جمله وابسته به سرعت در مدل میرایی فرایند در نظر گرفته شود، ارائه شده است. مطابق شکل ۷، در این حالت نقطه G در ناحیه پایدار قرار می‌گیرد. پاسخ زمانی سیستم در شکل ۹ (الف) نیز حالت پایدار را نشان می‌دهد، چرا که با گذشت زمان دامنه نوسانات سیستم کاهش یافته و به مقدار ثابتی میل می‌کند. در مقابل، هنگامی که جملات وابسته به سرعت و شتاب هر دو در مدل لحاظ شوند، طبق نمودار حلقه‌های پایداری، نقطه G در ناحیه ناپایدار قرار می‌گیرد. در شکل ۹ (ب) پاسخ زمانی ارتعاشی سیستم در این حالت نمایش داده شده است که آن هم وضعیت ناپایدار را نشان می‌دهد، زیرا با گذشت زمان دامنه نوسانات سیستم به‌طور پیوسته در حال افزایش است. نواحی بزرگ‌نمایی شده در شکل ۹ نیز نشان می‌دهد که نتایج حاصل از مدل آدمز با توجه به تطابق آن با روش نیمه-گسسته‌سازی، از دقت بالایی برخوردار هستند. درصد خطای متوسط بین نتایج حاصل از مدل ارائه شده و روش نیمه-گسسته‌سازی برای قسمت‌های (الف) و (ب) از شکل ۹ به ترتیب برابر ۰/۵۸ و ۰/۵۳ درصد است. این مثال نشان می‌دهد روش پیشنهادی برای مدل‌سازی لرزش در نرم‌افزار آدمز به‌خوبی قابلیت اضافه‌کردن حالت‌های پیچیده‌تر را دارد.

نیروی حاصل از اثر ساییده‌شدن به صورت جمله $(C_t \dot{x})/V$ وارد مدل می‌شود و نقش آن مشابه با میرایی ویسکوز بوده و با جذب انرژی باعث افزایش پایداری سیستم می‌شود. اثر دوم، برخورد ضربه‌ای سطح پشتی ابزار با قطعه‌کار است که مقدار نیروی آن به میزان فرورفتگی دو سطح وابسته بوده و میزان فرورفتگی نیز با انحنای سطح موج‌دار متناسب است. انحنای سطح به‌صورت $d^2x/du^2 = \ddot{x}/V^2$ محاسبه می‌شود. بنابراین، نیروی حاصل از این اثر به‌صورت جمله $(\alpha_t \ddot{x})/V^2$ وارد مدل می‌شود که مشابه با یک جرم اضافه عمل کرده و فرکانس بحرانی و فاز پاسخ سیستم را تغییر می‌دهد. این رفتار می‌تواند با تأثیر بر اختلاف فاز امواج ایجاد شده بر روی سطح فعلی و قبلی قطعه‌کار، ناپایداری سیستم را افزایش دهد. لازم به ذکر است که ضریب α_t تحت تأثیر شرایط سطحی و وضعیت سایش ابزار بوده و حتی می‌تواند منفی باشد. در این شرایط این اثر موجب افزایش حد پایداری سیستم می‌شود [۵].

در ادامه به‌طور انتخابی برای نقاط E، F و G از شکل ۷ نتایج شبیه‌سازی ارائه می‌شود. نقاط E و F متناظر با داده‌های تجربی و به‌ترتیب در نواحی پایدار و ناپایدار قرار دارند. نقطه G نیز به‌گونه‌ای انتخاب شده است که هنگامی که جمله شتاب در مدل میرایی فرایند در نظر گرفته شود، در ناحیه ناپایدار و هنگامی که اثر آن لحاظ نشود، در ناحیه پایدار قرار می‌گیرد. به این صورت توانایی مدل پیش‌بینی رفتار سیستم در وضعیت‌های مختلف بررسی خواهد شد. همچنین، در اینجا بر خلاف دو مثال قبل، میزان پیشروی از لحظه صفر برابر مقدار $h_0 = 0.2$ (mm) در نظر گرفته می‌شود تا دقت و پایداری عددی مدل هنگامی که ورودی پله‌ای به سیستم وارد می‌شود نیز نشان داده شود.

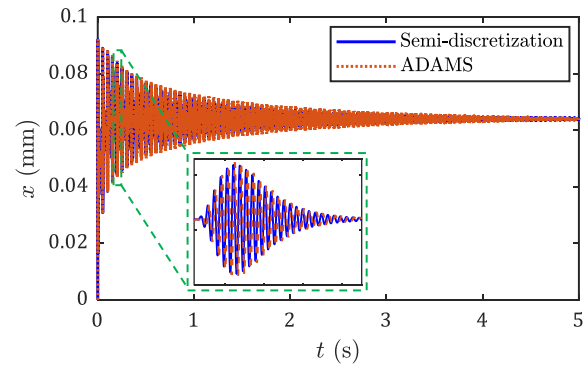
در شکل ۸، پاسخ‌های ارتعاشی سیستم برای نقاط E و F با استفاده از مدل ایجاد شده در نرم‌افزار آدمز و روش نیمه-گسسته‌سازی مقایسه شده‌اند. با توجه به نواحی بزرگ‌نمایی شده در نمودارها مشاهده می‌شود که تطابق بسیار خوبی بین نتایج حاصل از دو روش وجود دارد. درصد خطای متوسط بین نتایج در قسمت‌های (الف) و (ب) از شکل ۸ به ترتیب برابر ۰/۰۸ و ۰/۹۷ درصد است که نشان دهنده دقت بالای مدل در محاسبه پاسخ است. همچنین، پیش‌بینی مدل از رفتار سیستم با نتایج تجربی نیز هم‌خوانی دارد. در نقطه E که طبق نتایج تجربی وضعیت سیستم پایدار است، دامنه نوسانات پاسخ با گذشت زمان کاهش یافته و نهایتاً به مقدار ثابتی میل می‌کند. در مقابل، در نقطه F که طبق نتایج تجربی وضعیت سیستم ناپایدار است، دامنه نوسانات پاسخ نیز در هر دور افزایش یافته است و این روند به‌طور پیوسته ادامه می‌یابد که نشان دهنده حالت ناپایدار است. همچنین، مشاهده می‌شود که با وارد شدن ورودی پله به سیستم و ایجاد دامنه نوسانی شدید در ابتدای حرکت، همچنان مدل توانسته است رفتار ارتعاشی سیستم را به‌خوبی دنبال کند.

همان‌طور که از جدول ۴ مشاهده می‌شود، در مورد نتایج شکل ۴، سرعت مدل‌سازی انجام‌شده در آزمون حدود ۳ برابر روش نیمه-گسسته‌سازی است. در حالی که در مورد نتایج سایر شکل‌ها، سرعت روش نیمه-گسسته‌سازی بین ۱/۵ تا ۲ برابر مدل ایجادشده در آزمون است. بنابراین، صرفاً از نظر زمان انجام شبیه‌سازی می‌توان گفت روش نیمه-گسسته‌سازی در برخی موارد سریعتر عمل می‌کند. اما باید توجه داشت که ایجاد مدل ارتعاشی سیستم در نرم‌افزار آزمون با روش ارائه‌شده در این مقاله به آسانی و در زمان کوتاهی صورت می‌گیرد، درحالی که برای دستیابی به یک کد رایانه‌ای بهینه برای حل معادلات تأخیری با روش نیمه-گسسته‌سازی زمان بسیار بیشتری باید صرف شود.

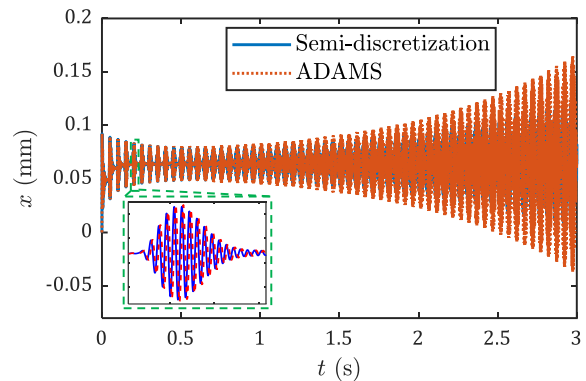
در این مقاله یک چهارچوب کلی برای شبیه‌سازی پدیده لرزش در نرم‌افزار آزمون ارائه شد. مدل استفاده شده یک مدل خطی بوده و اثرات غیرخطی سازه‌ای که از اتصالات بخش‌های مختلف ماشین ابزار می‌تواند نشأت بگیرد، در آن وارد نشده است. همچنین، مدل مکانیستیک استفاده شده یک مدل نیرویی خطی نسبت به ضخامت براده بوده و ضریب برشی K_f در آن یک مقدار ثابت است. برای موادی که تغییرات نیروهای ماشین‌کاری نسبت به ضخامت براده غیرخطی است و یا اثرات حرارتی ناشی از براده‌برداری موجب تأثیر قابل توجه بر تغییر شکل پلاستیک در ناحیه براده‌برداری شده و ضریب برشی را تحت تأثیر قرار می‌دهد، لازم است از مدل‌های پیچیده‌تر استفاده شود. با توجه به عدم محدودیت واردکردن فرم‌های پیچیده و غیرخطی نیرویی در آزمون با روش ارائه‌شده در این مقاله، این مهم می‌تواند موضوع پژوهش‌های آتی در این زمینه باشد.

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله یک روش جدید برای شبیه‌سازی لرزش باززا در فرایند تراش‌کاری متعام با استفاده از نرم‌افزار آزمون ارائه شد. در این روش، ترکیبی از المان‌های متداول ارتعاشی نرم‌افزار به همراه توابع داخلی آن به شیوه‌ای خلاقانه برای مدل‌سازی استفاده شد. نیروی ناشی از مکانیزم باززایی امواج که نیرویی خودتحریک است، با ترکیب تابع داخلی جابه‌جایی نسبی و تابع تأخیر به ابزار اعمال شد. با انجام شبیه‌سازی فرایند در وضعیت‌های پایدار، مرز پایداری و ناپایدار، پاسخ ارتعاشی سیستم استخراج و به‌منظور اعتبارسنجی آنها، با نتایج به‌دست آمده از روش نیمه-گسسته‌سازی مقایسه شد. همچنین، برای نشان‌دادن توانایی مدل برای شبیه‌سازی حالت‌های دیگر، اثر میرایی فرایند با در نظر گرفتن جملات وابسته به سرعت و شتاب نیز به مدل اضافه شد. در این حالت نیز پاسخ‌های ارتعاشی سیستم در حالت‌های پایدار و ناپایدار برای ابزارهای نو و کهنه استخراج شد. نتایج به‌دست آمده نشان می‌دهد مدل به‌خوبی توانایی پیش‌بینی رفتار ارتعاشی سیستم در حالت‌های مختلف را با دقت مناسب دارد. بررسی مثال‌های عددی مختلف نشان‌دهنده خطای نسبی کمتر از ۱ درصد بین نتایج حاصل از مدل ارائه‌شده و روش نیمه-گسسته‌سازی است. مدل ارائه‌شده در این مقاله اگرچه در برخی موارد سرعت محاسبات کمتری نسبت به روش نیمه-گسسته‌سازی نشان می‌دهد، اما پیاده‌سازی آن در



(الف)



(ب)

شکل ۹ پاسخ‌های ارتعاشی سیستم استخراج شده از نرم‌افزار آزمون و مقایسه آنها با روش نیمه-گسسته‌سازی برای نقطه G در شکل ۷: (الف) وارد کردن جمله وابسته به سرعت در میرایی فرایند - حالت پایدار، (ب) وارد کردن جملات وابسته به سرعت و شتاب در میرایی فرایند - حالت ناپایدار

Fig. 9 Vibration responses of the system obtained from ADAMS software and comparison with the semi-discretization method for Point G in Figure 7: (a) incorporating velocity-dependent term in process damping - stable, (b) incorporating both velocity- and acceleration-dependent terms in process damping - unstable

۴-۴- بررسی سرعت عملکرد مدل ارائه‌شده

به‌منظور بررسی عملکرد مدل ایجادشده در نرم‌افزار آزمون از نظر سرعت استخراج نتایج، در جدول ۴ زمان انجام شبیه‌سازی‌های حاصل از مدل با زمان متناظر از روش نیمه-گسسته‌سازی، با انتخاب تنظیمات عددی یکسان برای دو روش ارائه شده است.

جدول ۴ مقایسه زمان شبیه‌سازی بین مدل ایجادشده در نرم‌افزار آزمون و روش نیمه-گسسته‌سازی در نرم‌افزار متلب

Table 4 Comparison of simulation time between the ADAMS model and the semi-discretization method in MATLAB

	زمان شبیه‌سازی (s)		طول بازه زمانی حل (s)	
	آزمون	نیمه-گسسته‌سازی		
شکل ۴	۰/۵۲	۱/۶۵	۰/۱	(الف)
	۰/۵۲	۱/۶۷	۰/۱	(ب)
	۰/۵۲	۱/۷۴	۰/۱	(ج)
شکل ۶	۱/۱۷	۰/۸۱	۰/۲۵	(الف)
	۱/۱۴	۰/۸۳	۰/۲۵	(ب)
شکل ۸	۱/۸۶	۰/۹۷	۰/۴	(الف)
	۲/۳۹	۱/۶۹	۰/۵	(ب)
شکل ۹	۲۲/۲۰	۱۴/۴۰	۵	(الف)
	۱۳/۷۵	۷/۱۵	۳	(ب)

- [13] W. Baklouti, C. Mrad, and R. Nasri, "Numerical study of the chatter phenomenon in orthogonal turning," *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 99, no. 1-4, pp. 755-764, 2018. doi:10.1007/s00170-018-2528-2
- [14] X. Zhang, L. Wan, and X. Ran, "Research progress on the chatter stability in machining systems," *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 131, no. 1, pp. 29-62, 2024. doi:10.1007/s00170-024-13050-8
- [15] M. Sadeghifar, R. Sedaghati, W. Jomaa, and V. Songmene, "A comprehensive review of finite element modeling of orthogonal machining process: chip formation and surface integrity predictions," *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 96, no. 9-12, pp. 3747-3791, 2018. doi:10.1007/s00170-018-1759-6

نرم‌افزار آدمز به آسانی و در زمان بسیار کوتاه‌تری در مقایسه با تهیه کد رایانه‌ای برای حل معادلات به روش نیمه-گسسته‌سازی انجام می‌شود. همچنین، این مدل پتانسیل توسعه برای شبیه‌سازی حالت‌های دیگر مانند لرزش غیرخطی ناشی از وابستگی غیرخطی نیروی تحریک باززا به ضخامت براده که شبیه‌سازی آن با روش‌های عددی موجود با پیچیدگی‌های بسیار زیادی همراه است را دارد.

تأییدیه اخلاقی: محتویات علمی این مقاله حاصل پژوهش نویسندگان است و در هیچ نشریه ایرانی و غیرایرانی منتشر نشده است.

تعارض منافع: هیچ تعارض منافی برای اظهار وجود ندارد.

منابع

- [1] Y. Caixu, G. Haining, L. Xianli, Y. L. Steven, and W. Lihui, "A review of chatter vibration research in milling," *Chinese Journal of Aeronautics*, vol. 32, no. 2, pp. 215-242, 2019. doi:10.1016/j.cja.2018.11.007
- [2] Y. Altintas, G. Stepan, E. Budak, T. Schmitz, and Z. M. Kilic, "Chatter stability of machining operations," *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, vol. 142, no. 11, p. 110801, 2020. doi:10.1115/1.4047391
- [3] M. Mahnama and M. Movahhedy, "Application of FEM simulation of chip formation to stability analysis in orthogonal cutting process," *Journal of manufacturing processes*, vol. 14, no. 3, pp. 188-194, 2012. doi:10.1016/j.jmapro.2011.12.007
- [4] A. Moufki, A. Devillez, M. Segreti, and D. Dudzinski, "A semi-analytical model of non-linear vibrations in orthogonal cutting and experimental validation," *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, vol. 46, no. 3-4, pp. 436-449, 2006. doi:10.1016/j.ijmachtools.2005.04.017
- [5] Y. Altintas, M. Eynian, and H. Onozuka, "Identification of dynamic cutting force coefficients and chatter stability with process damping," *CIRP annals*, vol. 57, no. 1, pp. 371-374, 2008. doi:10.1016/j.cirp.2008.03.048
- [6] C. Cao, X.-M. Zhang, T. Huang, and H. Ding, "An improved semi-analytical approach for modeling of process damping in orthogonal cutting considering cutting edge radius," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture*, vol. 234, no. 3, pp. 641-653, 2020. doi:10.1177/0954405419863605
- [7] Y. Altintas, *Manufacturing automation: metal cutting mechanics, machine tool vibrations, and CNC design*. Cambridge university press, 2012. doi:10.1115/1.1399383
- [8] Y. Altintas and E. Budak, "Analytical prediction of stability lobes in milling," *CIRP annals*, vol. 44, no. 1, pp. 357-362, 1995. doi:10.1016/S0007-8506(07)62342-7
- [9] S. Merdol and Y. Altintas, "Multi frequency solution of chatter stability for low immersion milling," *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, vol. 126, no. 3, pp. 459-466, 2004. doi:10.1115/1.1765139
- [10] X. Dong, X. Shen, and Z. Fu, "Stability analysis in turning with variable spindle speed based on the reconstructed semi-discretization method," *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 117, no. 11, pp. 3393-3403, 2021. doi:10.1007/s00170-021-07869-8
- [11] Y. Dai, H. Li, and B. Hao, "An improved full-discretization method for chatter stability prediction," *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 96, no. 9-12, pp. 3503-3510, 2018. doi:10.1007/s00170-018-1767-6
- [12] D. Zhan, S. Jiang, S. Li, and Y. Sun, "A hybrid multi-step method based on 1/3 and 3/8 Simpson formulas for milling stability prediction," *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 120, no. 1, pp. 265-277, 2022. doi:10.1007/s00170-022-08705-3