

Scaling The Penetration of Rigid Projectiles in Concrete Targets Using the Finite Similitude Method

Davood Lotfi¹, Hossein Khodarahmi^{1*} , Alireza Naddaf Oskouei¹, Seyed Mohammad Vahab Mousavi¹, Tohid Mirzababaie Mostofi²

¹ Mechanical Engineering Department, Imam Hossein University, Tehran, Iran

² Mechanical Engineering Department, Ivankey University, Tehran, Iran

ARTICLE INFO

Article Type

Original Research

Article History

Received: December 29, 2025

Revised: March 05, 2026

Accepted: March 10, 2026

ePublished: October 19, 2026

ABSTRACT

Scaling high strain-rate phenomena in concrete structures remains challenging due to the nonlinear and strain-rate-dependent behavior of concrete, which prevents full similitude between scaled models and prototypes. This study proposes an analytical framework termed the Finite similitude Method for scaling concrete structures subjected to high-rate impact loading. The formulation is derived from the integral forms of the conservation laws of mass, momentum, and energy, while explicitly incorporating strain-rate-dependent material behavior. Scaling factors are established for both purely dimensional and combined dimensional–material scaling, enabling extrapolation from scaled models to full-scale structures. To assess the method's accuracy, numerical simulations were conducted for rigid spherical projectile penetration at one-fifth and one-tenth scales, and rigid ogive-nosed projectile penetration at 1.15 and 1.67 scales, impacting concrete targets with varying compressive strengths. Simulations were performed using Autodyn, and concrete behavior was modeled with the RHT constitutive model. Results show that increasing the scaling factor leads to larger deviations in peak force, absorbed energy, crater diameter and depth, and residual velocity. Maximum deviations reached 8% in dimensional scaling and 24% in dimensional–material scaling for spherical projectiles, and 13.2% and 21.1%, respectively, for ogive-nosed projectiles. The findings confirm that the proposed method provides reliable accuracy within limited scaling ranges and offers a practical tool for designing scaled impact experiments in concrete structures.

Keywords: Projectile Penetration, Finite Similitude, Scaling, RHT Behavioral Model, High-Rate Loading

How to cite this article

Lotfi D, Khodarahmi H, Naddaf Oskouei A, Mousavi S M V, Mirzababaie Mostofi T, Scaling The Penetration of Rigid Projectiles in Concrete Targets Using the Finite similitude Method. *Modares Mechanical Engineering*; 2027;27(01):79-91.

*Corresponding author's email: hkhdrhmi@ihu.ac.ir

*Corresponding ORCID ID: 0000-0001-7331-9125



Copyright© 2027, TMU Press. This open-access article is published under the terms of the Creative Commons Attribution-Noncommercial 4.0 International License which permits Share (copy and redistribute the material in any medium or format) and Adapt (remix, transform, and build upon the material) under the Attribution-Noncommercial terms.



مقیاس‌سازی نفوذ پرتابه‌های صلب در اهداف بتنی به روش تشابه محدود

داود لطفی^۱، حسین خدارحمی^{۱*}، علیرضا نداف اسکویی^۱، سیدمحمدوهاب موسوی^۱، توحید میرزابابای مستوفی^۲

^۱گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه جامع امام حسین (ع)، تهران، ایران

^۲گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه ایوانکی، تهران، ایران

چکیده

مقیاس‌سازی پدیده‌های وابسته به نرخ کرنش بالا در سازه‌های بتنی به دلیل رفتار غیرخطی و وابستگی خواص مکانیکی بتن به نرخ کرنش، همواره با چالش عدم تحقق تشابه کامل میان مدل و نمونه اصلی همراه است. در این پژوهش، چارچوبی تحلیلی تحت عنوان «روش تشابه محدود» برای مقیاس‌سازی سازه‌های بتنی تحت بارگذاری ضربه‌ای با نرخ بالا ارائه شده است. در این رویکرد، با بهره‌گیری از فرم انتگرالی قوانین بقای جرم، مومنتوم و انرژی و با لحاظ رفتار وابسته به نرخ کرنش بتن، ضرایب مقیاس‌سازی در دو حالت ابعادی و ابعادی-مادی استخراج گردید. به‌منظور ارزیابی دقت روش، نفوذ کره صلب در مقیاس‌های یک‌پنجم و یک‌دهم و نیز نفوذ پرتابه سرمخروطی صلب در مقیاس‌های یک و پانزده صدم و یک و شصت و هفت صدم در اهداف بتنی با مقاومت‌های فشاری مختلف به‌صورت عددی شبیه‌سازی شد. تحلیل‌ها با استفاده از نرم‌افزار Autodyn و مدل رفتاری RHT انجام گرفت. نتایج نشان داد با افزایش ضریب مقیاس‌سازی، انحراف پارامترهای پاسخ شامل نیروی بیشینه، انرژی جذب‌شده، عمق و قطر حفره و سرعت باقیمانده افزایش می‌یابد. بیشترین اختلاف در مقیاس‌سازی ابعادی نفوذ کره صلب برابر با ۸ درصد و در مقیاس‌سازی ابعادی-مادی برابر با ۲۴ درصد بود. در نفوذ پرتابه سرمخروطی نیز بیشترین اختلاف در روش ابعادی ۱۳/۲ درصد و در روش ابعادی-مادی ۲۱/۱ درصد به دست آمد. نتایج بیانگر دقت قابل قبول روش تشابه محدود در بازه‌های محدود ضریب مقیاس‌سازی و کارایی آن در طراحی مدل‌های مقیاس کوچک سازه‌های بتنی تحت بارگذاری ضربه‌ای است.

اطلاعات مقاله

نوع مقاله

مقاله پژوهشی

تاریخچه مقاله

دریافت: ۱۴۰۴/۱۰/۰۸

بازنگری: ۱۴۰۴/۱۲/۱۴

پذیرش: ۱۴۰۴/۱۲/۱۹

ارائه آنلاین: ۱۴۰۵/۰۷/۲۷

کلیدواژه‌ها: نفوذ پرتابه، تشابه محدود، مقیاس‌سازی، مدل رفتاری RHT و بارگذاری نرخ بالا

نحوه ارجاع به این مقاله

لطفی داود، خدارحمی حسین، نداف اسکویی علیرضا، موسوی سیدمحمدوهاب، میرزابابای مستوفی توحید، مقیاس‌سازی نفوذ پرتابه‌های صلب در اهداف بتنی به روش تشابه محدود، مهندسی مکانیک مدرس. ۹۱-۷۹: ۲۷(۰۱): ۱۴۰۵.

*پست الکترونیکی نویسنده عهده‌دار مکاتبات: hkhdrhmi@ihu.ac.ir

*شناسه اراکید نویسنده عهده‌دار مکاتبات: ۹۱۲۵-۷۳۳۱-۰۰۰۱-۰۰۰۰

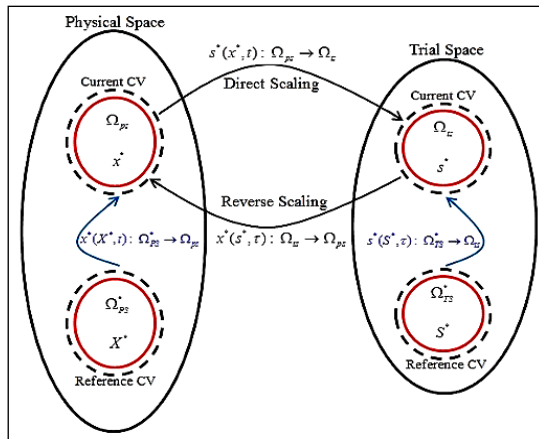


۱- مقدمه

تعیین پاسخ سازه اصلی از طریق انجام آزمایش بر روی مدلی مشابه که از نظر ابعادی نسبت به نمونه واقعی کوچک‌تر است، به عنوان مقیاس‌سازی شناخته می‌شود. در پدیده‌هایی نظیر ضربه و شکست، عدم مقیاس‌پذیری اثرات نرخ کرنش و مکانیزم‌های گسیختگی می‌تواند منجر به بروز اختلاف‌های قابل توجهی میان نتایج مدل مقیاس‌شده و سازه اصلی شود [۱]. رفتار مواد در شرایط بارگذاری دینامیکی با نرخ کرنش بالا، با رفتار آن‌ها در شرایط استاتیکی یا نرخ‌های کرنش پایین تفاوت اساسی دارد. اگرچه ممکن است برخی مواد در بازه محدودی از نرخ‌های کرنش رفتار مشابهی نشان دهند، این تشابه با تغییر نرخ بارگذاری از بین می‌رود. در مدل‌سازی و مطالعات آزمایشگاهی، اصول تشابه به منظور پیش‌بینی رفتار سیستم در مقیاس‌ها یا شرایط مختلف به کار گرفته می‌شود؛ با این حال، در بارگذاری‌های با نرخ بالا، عواملی نظیر اینرسی، انتشار موج تنش و تغییرات خواص مکانیکی مواد مانع از برقراری تشابه کامل می‌شود [۲]. مقیاس‌سازی سازه‌های تحت بار دینامیکی توسط پژوهشگران متعددی مورد بررسی قرار گرفته است که مبانی نظری آن در کتاب جونز تشریح شده است [۳]. بوس و همکاران سیزده آزمایش سقوط با نرخ کرنش متوسط بر روی سازه‌های حساس به نرخ کرنش، شامل فولاد نرم و فولاد زنگ‌نزن، در مقیاسی چهار برابر کوچک‌تر از نمونه اصلی انجام دادند. نتایج آن‌ها نشان داد تفاوت قابل ملاحظه‌ای در پدیده کماتش بین مدل مقیاس‌شده و سازه اصلی وجود دارد [۴]. جیانگ و همکاران نیز با بررسی تجربی مقیاس‌گذاری ابعادی پوسته‌های مخروطی جدار نازک گیردار ساخته‌شده از فولاد ملایم تحت ضربه محوری گزارش کردند که میزان انحراف نتایج با افزایش سرعت ضربه و ضریب مقیاس‌گذاری افزایش می‌یابد و اثرات نرخ کرنش به عنوان عامل اصلی این اختلاف شناسایی شد [۵]. در مقیاس‌گذاری ابعادی سازه‌های تحت ضربه، به دلیل مقیاس‌ناپذیری اثرات نرخ کرنش، نوعی تشابه غیرکامل ایجاد می‌شود. برای کاهش این ناهماهنگی، مفهوم تشابه غیرمستقیم معرفی شد که بر پایه مجموعه‌ای جدید از اعداد بی‌بعد شامل جرم ضربه‌زننده، سرعت اولیه ضربه و تنش تسلیم دینامیکی تعریف می‌شود. در ادامه، آشپرو و آلوز با معرفی ضریب تصحیحی برای سرعت ضربه، اثرات نرخ کرنش را در مقیاس‌سازی پوسته‌های استوانه‌ای ساخته‌شده از ماده صلب-پلاستیک کامل تحت بار ضربه محوری لحاظ کردند و نشان دادند که با اعمال این اصلاح، انطباق مناسبی میان نتایج مدل اصلی و مدل مقیاس‌شده حاصل می‌شود [۶]. نوام و همکاران نشان دادند که مقیاس‌سازی شکست سازه‌های تحت بارگذاری دینامیکی می‌تواند با استفاده از پارامترهای حداکثر تنش عمودی (Maximum normal stress) و چگالی انرژی کرنشی (density Strain energy)، به جای پارامتر چقرمگی شکست (Fracture toughness)، انجام شود [۷]. در مقیاس‌سازی ابعادی، یکسان بودن

جنس ماده در مدل اصلی و مدل مقیاس‌شده الزامی است؛ با این حال، تحقق این شرط در بسیاری از کاربردهای عملی با محدودیت مواجه است. افزون بر این، تعیین پاسخ سازه اصلی بر مبنای مدلی مقیاس‌شده که از ماده‌ای متفاوت ساخته شده باشد، همچنان به عنوان یک مسئله حل‌نشده (Open problem) مطرح است [۸]. مازاریول و همکاران روشی ارائه کردند که امکان استفاده از چگالی‌ها و سایر ویژگی‌های مکانیکی متفاوت در مدل‌های اصلی و مقیاس‌شده را فراهم می‌سازد؛ در حالی که در روش‌های پیشین چنین امکانی وجود نداشت [۹]. همچنین آلوز و آشپرو رویکردی برای سازه‌های ساده با رفتار الاستیک-پلاستیک کامل ارائه دادند که مبتنی بر تصحیح عواملی است که منجر به اختلاف نتایج میان مدل‌های ساخته‌شده از مواد متفاوت می‌شود [۱۰]. با وجود این پیشرفت‌ها، اغلب روش‌های پیشنهادی برای مقیاس‌گذاری مواد حساس به نرخ کرنش تنها در شرایط خاص قابل استفاده بوده و فاقد یک چارچوب نظام‌مند و جامع هستند. روش تشابه محدود پیش‌تر برای پیش‌بینی رفتار سیستم‌های فلزی تحت بارگذاری دینامیکی با نرخ بالا توسعه یافته و در آن ضرایب مقیاس‌سازی مرتبط با ابعاد، جرم و زمان مدنظر قرار گرفته است. صادقی و همکاران این روش را در بررسی رفتار دینامیکی سازه‌های فلزی تحت بار ضربه‌ای به کار برده و مدلی با ابعاد و جنس متفاوت نسبت به سازه اصلی ارائه کردند. در آن پژوهش، روابط مربوط به مقیاس‌سازی ابعادی و مقیاس‌سازی همزمان ابعادی/مادی استخراج شد [۱۱]. همچنین در مطالعه‌ای دیگر، مدل‌های مقیاس‌شده برای بررسی شکست سازه‌های فلزی تحت بار ضربه‌ای ارزیابی گردید و نقش آزمایش‌های مقیاس کوچک در تحلیل رفتار سازه‌های بزرگ مقیاس مورد تأکید قرار گرفت [۱۲].

در پژوهش حاضر، روشی نظام‌مند برای ایجاد مدل‌های مقیاس‌شده از سازه‌های بتنی حساس به نرخ کرنش تحت بارگذاری ضربه‌ای با نرخ بالا، با عنوان «روش تشابه محدود» ارائه شده است. در این چارچوب، با بهره‌گیری از قوانین بقاء جرم، مومنتوم و انرژی و با اتکا به مدل‌های رفتاری حاکم بر پاسخ دینامیکی سیستم، مشخصات ابعادی و مادی مدل‌های مقیاس‌شده تعیین می‌شود. سپس با استفاده از ضرایب مقیاس‌سازی استخراج‌شده، امکان تعمیم نتایج حاصل از مدل‌های مقیاس‌شده به پاسخ سازه اصلی فراهم می‌گردد. به منظور ارزیابی کارایی روش پیشنهادی، شبیه‌سازی‌های عددی نفوذ کره صلب در بتن در مقیاس‌های یک‌پنجم و یک‌دهم و نیز نفوذ پرتابه سرخروطی صلب در مقیاس‌های یک و پانزده صدم و یک و شصت و هفت صدم برای اهداف بتنی با مقاومت‌های فشاری مختلف انجام شد. نوآوری پژوهش حاضر در توسعه چارچوبی منسجم برای مقیاس‌سازی همزمان ابعادی و مادی در سازه‌های بتنی حساس به نرخ کرنش نهفته است؛ موضوعی که در مطالعات پیشین عمدتاً محدود به



شکل ۱ فضاهای فیزیکی و مقیاس شده در تئوری تشابه محدود [۱۱]
Fig. 1 Physical and scaled spaces in finite similitude theory [11]

رابطه (۱)، معادله (۵) و با جایگذاری در رابطه (۲)، معادلات (۶) بدست می آیند [۱۱].

$$\frac{1}{h(\tau)} \frac{D^*}{D^* \tau} = \int_{\Omega_{ps}^*} \rho_{ps} \psi_{ps} |F_s| dV_{ts} + \int_{\Gamma_{ts}^*} \rho_{ps} \psi_{ps} |F_s| F_s^{-1} (\underline{v}_{ps} - \underline{v}_{ps}^*) \cdot \underline{n}_{ts} \cdot d\Gamma_{ts} = - \int_{\Gamma_{ts}^*} |F_s| F_s^{-1} \underline{p}_{ps} \cdot \underline{n}_{ts} \cdot d\Gamma_{ts} + \int_{\Omega_{ps}^*} \rho_{ps} b_{ps}^{\psi} |F_s| dV_{ts} \quad (5)$$

$$\rho_{ts} \psi_{ts} = \alpha^{\psi} \rho_{ps} \psi_{ps} |F_s| \quad (6)$$

$$\underline{v}_{ts} - \underline{v}_{ts}^* = h F_s^{-1} (\underline{v}_{ps} - \underline{v}_{ps}^*)$$

$$\rho_{ts} b_{ts}^{\psi} = \alpha^{\psi} h \rho_{ps} b_{ps}^{\psi} |F_s|$$

برای جدا کردن سرعت های حجم کنترل و ماده، رابطه دوم (۶) به صورت $\underline{v}_{ts}^* = h F_s^{-1} \underline{v}_{ps}^*$ و $\underline{v}_{ts} = h F_s^{-1} \underline{v}_{ps}$ نوشته می شود. در مقیاس سازی ایزوتروپیک (Isotropic scaling)، پارامترهای فیزیکی با نسبت های یکسان در تمامی جهات مقیاس می گردند. این شرط تانسور مرتبه دوم F_s را به βI ساده می کند که β ضریب مقیاس سازی اسکالر و I تانسور واحد می باشد. بنابراین برای مقیاس سازی ایزوتروپیک، روابط (۶) به روابط (۷) تبدیل می شوند [۹].

$$\underline{v}_{ts}^* = h \beta^{-1} \underline{v}_{ps}^* \quad (7)$$

$$\underline{v}_{ts} = h \beta^{-1} \underline{v}_{ps}$$

$$\rho_{ts} b_{ts}^{\psi} = \alpha^{\psi} h \beta^3 \rho_{ps} b_{ps}^{\psi}$$

مشخص است که مجموعه ای از متغیرهای فیزیکی $\underline{v}_{ts}^*, \psi_{ts}, \rho_{ts}$ و b_{ts}^{ψ} همراه با پارامترهای مقیاس سازی α^{ψ} و h وجود دارند که می توانند روابط (۱) و (۲) را با یکدیگر منطبق کنند.

۲-۲- روابط بنیادی در روش تشابه محدود

سه معادله بقاء برای فرآیندهای مکانیکی عبارتند از بقای جرم، بقای مومنتوم و بقای انرژی. برای فرآیندهای مکانیکی تعداد معادلات بقاء به دو معادله کاهش می یابد که عبارتند از بقای جرم و بقای مومنتوم و فرم ریاضی آنها به صورت روابط (۸) و (۹) بیان می شوند [۱۱].

$$\frac{D^*}{D^* t} = \int_{\Omega_{ps}} \rho_{ps} dV_{ps} + \int_{\Gamma_{ps}} \rho_{ps} (\underline{v}_{ps} - \underline{v}_{ps}^*) \cdot \underline{n}_{ps} \cdot d\Gamma_{ps} = 0 \quad (8)$$

$$\frac{D^*}{D^* t} = \int_{\Omega_{ps}} \rho_{ps} \underline{v}_{ps} dV_{ps} + \int_{\Gamma_{ps}} \rho_{ps} \underline{v}_{ps} (\underline{v}_{ps} - \underline{v}_{ps}^*) \cdot \underline{n}_{ps} \cdot d\Gamma_{ps} = \int_{\Gamma_{ps}} \underline{\sigma}_{ps} \cdot \underline{n}_{ps} \cdot d\Gamma_{ps} + \int_{\Omega_{ps}} \rho_{ps} b_{ps}^{\underline{v}} dV_{ps} \quad (9)$$

که $\underline{\sigma}$ تانسور تنش کوشی و $\underline{b}$ نیروی حجمی است.

مواد فلزی یا شرایط خاص بوده و برای بتن تحت بارگذاری ضربه ای با نرخ بالا به صورت نظام مند بررسی نشده است.

۲- شرح مساله

۱-۲- روش تشابه محدود

شکل (۱) دو ناحیه مختلف از فضاها، یکی فضای فیزیکی (مدل اصلی یا مدل مقیاس نشده یا p_s) و دیگری فضای آزمایشی (مدل مقیاس شده یا t_s) که بین آنها معادلات انتقال برقرار است، نشان می دهد. معادلات انتقال بر پایه حجم است که این امر انعطاف پذیری بیشتری را برای تئوری تشابه محدود در تحلیل مسائل فراهم می سازد [۱۱].

از طرفی تئوری تشابه محدود بر اساس فرم انتگرالی عمومی معادلات بقاء است. فرم انتگرال عمومی معادلات بقا (معادلات انتقال) به صورت ریاضی برای فضاهای فیزیکی و آزمایشی به ترتیب مطابق روابط (۱) و (۲) بیان می شوند [۱۱]:

$$\frac{D^*}{D^* t} = \int_{\Omega_{ps}} \rho_{ps} \psi_{ps} dV_{ps} + \int_{\Gamma_{ps}} \rho_{ps} \psi_{ps} (\underline{v}_{ps} - \underline{v}_{ps}^*) \cdot \underline{n}_{ps} \cdot d\Gamma_{ps} = - \int_{\Gamma_{ps}} \underline{p}_{ps} \cdot \underline{n}_{ps} \cdot d\Gamma_{ps} + \int_{\Omega_{ps}} \rho_{ps} b_{ps}^{\psi} dV_{ps} \quad (1)$$

$$\frac{D^*}{D^* t} = \int_{\Omega_{ps}} \rho_{ps} \psi_{ps} dV_{ps} + \int_{\Gamma_{ps}} \rho_{ps} \psi_{ps} (\underline{v}_{ps} - \underline{v}_{ps}^*) \cdot \underline{n}_{ps} \cdot d\Gamma_{ps} = - \int_{\Gamma_{ps}} \underline{p}_{ps} \cdot \underline{n}_{ps} \cdot d\Gamma_{ps} + \int_{\Omega_{ps}} \rho_{ps} b_{ps}^{\psi} dV_{ps} \quad (2)$$

که در آن $\rho, \psi, \underline{v}, \underline{p}, \underline{b}$ به ترتیب بیانگر چگالی، میدان فیزیکی (Physical field)، حجم، میدان سرعت، شار (Flux)، منبع (Source) و بردار نرمال واحد مرز Γ از حجم کنترل (volume Control) Ω هستند.

مشتق ستاره-زمان در فضای فیزیکی بصورت $\frac{D^*}{D^* t} = \frac{\partial}{\partial t} \Big|_{\underline{x}^*}$ نقش مشتق مادی و منجر به تعریف سرعت حجم کنترل به صورت $\underline{v}_{ps}^* = \frac{D^* \underline{x}^*}{D^* t}$ می گردد که در آن $\Omega_{ps}^*(X^*, t): \Omega_{ps}^* \rightarrow \Omega_{ps}$ نگاشتی است که حجم کنترل مرجع Ω_{ps}^* را به حجم کنترل جاری Ω_{ps} مرتبط می نماید [۱۱]. برای فضای آزمایشی نیز $\frac{D^*}{D^* t} = \frac{\partial}{\partial \tau} \Big|_{\underline{s}^*}$ مشتق مادی است و منجر به تعریف سرعت حجم کنترل به صورت $\underline{v}_{ts}^* = \frac{D^* \underline{s}^*}{D^* \tau}$ می گردد که در آن $\Omega_{ts}^*(X^*, t): \Omega_{ts}^* \rightarrow \Omega_{ts}$ نگاشتی است که حجم کنترل مرجع Ω_{ts}^* را به حجم کنترل جاری Ω_{ts} مرتبط می نماید. برای مرتبط نمودن فضاهای فیزیکی و آزمایشی، باید نگاشتی بین Ω_{ps} و Ω_{ts} در نظر گرفته شود. فضاهای فیزیکی و آزمایشی می توانند با نگاشتی مانند $x^*(s^*, \tau)$ که به صورت رابطه (۳) تعریف شده، مرتبط گردند. همچنین متغیرهای زمان در فضاهای فیزیکی و آزمایشی با استفاده از معادله (۴) مرتبط می شوند [۱۱].

$$dx_i^* = \frac{\partial x_i^*}{\partial s_j^*} ds_j^* + \frac{\partial x_i^*}{\partial \tau} \Big|_{s^*} d\tau \quad (3)$$

$$dt = h(\tau) d\tau \quad (4)$$

که در آن h تابع تبدیل و x^* تابعی از s^* است، بنابراین معادله (۳) به رابطه $dx^* = F_s \cdot ds^*$ تبدیل می شود که در آن $F_s = \frac{\partial x_i^*}{\partial s_j^*}$ است. تانسور تغییر شکل منجر به روابط $dV_{ps} = |F_s| dV_{ts}$ ، $\underline{n}_{ps} = |F_s| F_s^{-1} \cdot \underline{n}_{ts}$ و $d\Gamma_{ps} = |F_s| d\Gamma_{ts} \cdot F_s^{-1}$ می گردد که در نتیجه می توان نوشت: $d\Gamma_{ps} = \underline{n}_{ps} d\Gamma_{ps}$ و $d\Gamma_{ts} = \underline{n}_{ts} d\Gamma_{ts}$ با جایگذاری این معادلات در

۲-۲-۱- مقیاس سازی جرم

$$(\sigma_Y)_{d_{ps}} = (\sigma_Y)_{st_{ps}} \times 10^{\left(\left(\frac{6.156}{5 + \left(\frac{9(\sigma_Y)_{st_{ps}}}{10^{+7}} \right)} \right) \right)^{-2}} \times \left(\frac{\dot{\epsilon}_{ps}}{30} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (19)$$
$$\rho_{ts} = \alpha^\rho \beta^3 \rho_{ps} \quad (10)$$
$$(\sigma_Y)_{d_{ts}} = (\sigma_Y)_{st_{ts}} \times 10^{\left(\frac{6.156}{5 + \frac{9(\sigma_Y)_{st_{ts}}}{10^{+7}}} \right)^{-2}} \times \left(\frac{\dot{\epsilon}_{ts}}{30} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (1\lambda)$$

با مقایسه معادله انتقال (۱) و معادله بقاء جرم (۹) مشخص است
 ترم‌های مربوط به میدان فیزیکی، شار و نیروی حجمی به ترتیب
 عبارتند از $\underline{v} = \underline{\psi}$, $\underline{l} = 0$ و $\underline{b} = \underline{b}$ با جایگذاری این ترم‌ها در دسته
 روابط (۷) منجر به معادلات $\rho_{ps} \underline{v}_{ts} = \alpha^{\underline{v}} \beta^3 \rho_{ps} \cdot \underline{v}_{ps}$ ،
 $\underline{v}_{ts}^* = h \beta^{-1} \underline{v}_{ps}^*$ ، $\underline{\sigma}_{ts} = \alpha^{\underline{v}} h \beta^2 \underline{\sigma}_{ps}$ و $\rho_{ts} \cdot \underline{b}_{ts} = \alpha^{\underline{v}} h \beta^3 \rho_{ps} \cdot \underline{b}_{ps}$
 می‌شوند. روابط (۷) و (۱۰) همراه با رابطه
 $\rho_{ts} \underline{v}_{ts} = \alpha^{\underline{v}} \beta^3 \rho_{ps} \cdot \underline{v}_{ps} \rho_{ts} \underline{v}_{ts} = \alpha^{\underline{v}} \beta^3 \rho_{ps} \cdot \underline{v}_{ps}$ معادله (۱۱) منتهی
 می‌شود [۱۳].

$$\alpha^{\underline{v}} = h\beta^{-1}\alpha^{\rho} \quad (11)$$
$$\underline{\sigma}_{fs} = \alpha^\rho h^2 \beta \underline{\sigma}_{ps} \quad (12)$$
$$h = \sqrt{\frac{1}{\alpha^\rho \beta} \frac{Y_{ts}}{Y_{ps}}} \quad (13)$$

به منظور افزایش دقت در ناحیه برخورد، در مرکز هدف ناحیه‌ای به ابعاد $30.0 \times 30.0 \times 120.0$ میلی‌متر با اندازه المان ۵ میلی‌متر در نظر گرفته شد. با افزایش فاصله از محل برخورد، اندازه المان‌ها به تدریج افزایش یافت تا ضمن حفظ دقت پاسخ در ناحیه مؤثر، هزینه محاسباتی کاهش یابد. قیود مرزی نیز مطابق شرایط آزمایشگاهی اعمال شد تا از حرکت صلب هدف جلوگیری شود. جدول (۱) ضرایب مدل جانشون-کوک برای پرتابه و جدول (۲) ضرایب مدل RHT برای بتن با مقاومت ۳۵ مگاپاسکال را ارائه می‌کند. به منظور کمی‌سازی میزان انطباق، خطای نسبی پارامترهای کلیدی بر اساس رابطه اختلاف مقدار عددی و آزمایشگاهی تقسیم بر مقدار آزمایشگاهی محاسبه شد. نتایج نشان داد اختلاف عمق نفوذ کمتر از ۵ درصد و اختلاف قطر حفره کمتر از ۷ درصد است. همچنین تطابق مناسب منحنی نیرو-زمان در دو روش، بازتولید صحیح رفتار دینامیکی سیستم را تأیید می‌کند. این میزان انطباق، صحت

$$\sigma_{cd} = \sigma_{cst} \cdot \gamma_c \left(\frac{\dot{\epsilon}}{30} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (14)$$

γ_c از رابطه (۱۵) بدست می‌آید [۱۳].

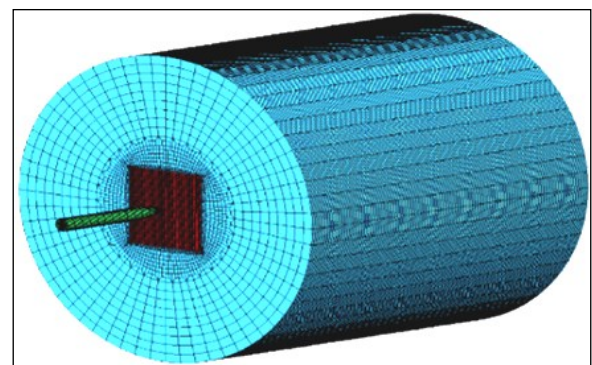
$$(\sigma_Y)_d = (\sigma_Y)_{st} \times 10^{\left(\left(\frac{6.156}{5 + \left(\frac{9(\sigma_Y)_{st} p_s}{10^{+7}} \right)} \right) \right)^{-2}} \times \left(\frac{\varepsilon}{30} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (16)$$

جدول ۱ ضرائب مدل رفتاری جانسون- کوک برای پرتابه [۱۶]

Parameters	amount	Parameters	amount
RO (gr/cm ³)	7.8	Sfmax	1.0E-6
G(GPa)	9.24	Tr(K0)	300
A(GPa)	2.0	EPS0	1.0E+4
B(GPa)	4.62	EPSfmin	0.1
C	4.62	CP	4.77E+6
n	21.6	PC	-9.0
m	2.236	Spall	3.0
IT	0.0	D4	0
D1	0.4	D5	0
D2	0	C2/P	0
D3	0	EROD	0

جدول ۲ ضرائب مدل RHT برای هدف بتنی [۱۶]

Parameters	amount	Parameters	amount
RO(gr/cm ³)	2.32	EOT	1.0E-6
G(GPa)	9.24	EC	3.0E+22
EPSF	2.0	ET	3.0E+22
B0	4.62	Cβ	-
B1	4.62	tβ	-
T1(GPa)	21.6	PTF	1.0E-3
A	2.236	G*C	1.0E0
N	0.481	G*T	1.0E0
FC(MPa)	37.7	X1	0.5
F*S	0.447	D1	4.0E-2
F*T	0.0907	D2	1.0E0
Q0	0.68	EPM	1.0E-2
B	0.0105	AF	0.5
T2(KPa)	0	NF	1.0E0
E0C	3E-8	γ	4.62
A1(GPa)	21.6	PEL(MPa)	25.1
A2(GPa)	131	NP	3
A3(GPa)	290	α	1.19



شکل ۲ نمایی از پرتابه و هدف بتنی در نرم افزار

Fig. 2 View of the projectile and concrete target in the software

انتخاب مدل های رفتاری، شرایط مرزی و راهبرد مش بندی را نشان داده و اعتبار مدل توسعه یافته را برای انجام تحلیل های مقیاس سازی در ادامه پژوهش تأیید می کند.

۲-۵- مقیاس سازی نفوذ پرتابه کروی و پرتابه سرمخروطی صلب در هدف بتنی به روش تشابه محدود

بررسی رفتار بتن تحت تأثیر برخورد پرتابه های با سرعت بالا، به ویژه در حوزه های نظامی و عمرانی، از اهمیت قابل توجهی برخوردار است. استفاده از روش های مقیاس سازی می تواند انجام مطالعات آزمایشگاهی و عددی در این زمینه را تسهیل کرده و هزینه و پیچیدگی آزمایش های تمام مقیاس را کاهش دهد. با این حال، مقیاس سازی پدیده های وابسته به نرخ کرنش بالا به دلیل ماهیت

غیرخطی رفتار مواد و حساسیت آن ها به شرایط بارگذاری دینامیکی، چالشی اساسی محسوب می شود و مستلزم به کارگیری همزمان رویکردهای تجربی، عددی و تحلیلی برای پیش بینی دقیق پاسخ بتن است. برخورد پرتابه های سرعت بالا با ایجاد تنش های دینامیکی شدید، می تواند منجر به تخریب موضعی یا کلی سازه های بتنی شود. تحلیل این فرآیند مستلزم در نظر گرفتن عواملی نظیر سرعت برخورد، هندسه و جنس پرتابه، مشخصات مکانیکی هدف و رفتار ناهمگن و وابسته به نرخ کرنش بتن است. در این چارچوب، روش تشابه محدود با لحاظ غیرخطی بودن رفتار مواد و اثرات نرخ کرنش، رویکرد متداول مقیاس سازی مبتنی بر تشابه هندسی را اصلاح می کند. در حالی که روش های ابعادی کلاسیک عمدتاً بر پارامترهای هندسی تمرکز دارند، روش تشابه محدود پارامترهای دینامیکی و مکانیکی را نیز در روابط مقیاس سازی وارد می کند. در تحلیل نفوذ پرتابه در بتن، اتکا به تشابه هندسی به تنهایی برای پیش بینی دقیق عمق نفوذ کافی نیست، زیرا اثرات نرخ کرنش و مکانیزم های آسیب در بتن لحاظ نمی شود. روش تشابه محدود با اصلاح ضرایب مقیاس سازی و در نظر گرفتن این عوامل، امکان برقراری تشابه واقع بینانه تری میان مدل و سازه اصلی را فراهم می سازد.

در این پژوهش، به منظور بررسی تئوری مقیاس سازی ابعادی در مسئله نفوذ پرتابه کروی و پرتابه سرمخروطی صلب در بلوک بتنی، از شبیه سازی عددی با استفاده از نرم افزار Autodyn بهره گرفته شده است. هدف بتنی به صورت استوانه ای مدل سازی شده و لبه خارجی آن به صورت گیردار در نظر گرفته شده است. برای توصیف رفتار دینامیکی بتن تحت بارگذاری با نرخ کرنش بالا، از مدل رفتاری RHT استفاده شد؛ زیرا این مدل با لحاظ اثرات نرخ کرنش، آسیب تدریجی، نرم شوندگی و وابستگی مقاومت به فشار هیدرواستاتیکی، قابلیت مناسبی در بازنمایی رفتار غیرخطی بتن تحت ضربه دارد. به منظور شبیه سازی تماس میان پرتابه صلب و بلوک بتنی در حین نفوذ، از الگوریتم تماس سطح به سطح استفاده شد تا انتقال تنش و نیرو در ناحیه تماس با دقت بیشتری مدل سازی گردد. ضرایب اصطکاک استاتیکی و دینامیکی بین سطوح تماس به ترتیب ۰/۳ و ۰/۲۵ در نظر گرفته شد که بر اساس مطالعات پیشین در زمینه تماس فولاد و بتن تحت بارگذاری ضربه ای انتخاب گردید. به منظور اطمینان از استقلال نتایج نسبت به اندازه شبکه، تحلیل حساسیت مش انجام شد. بدین منظور، اندازه المان در ناحیه برخورد به صورت تدریجی کاهش یافته و تغییرات پارامترهای کلیدی نظیر عمق نفوذ و نیروی بیشینه مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان داد با کاهش اندازه المان به ۵ میلی متر، تغییرات پاسخ کمتر از حد قابل قبول مهندسی بوده و همگرایی عددی حاصل می شود. بر این اساس، شبکه انتخاب شده دقت مناسب را با هزینه محاسباتی معقول تأمین می کند. لازم به ذکر است از المان های مکعبی هشت گره ای در این تحلیل ها استفاده گردید.

جدول ۳ روابط مربوط به معکوس سازی پارامترهای مورد بررسی در مقیاس سازی ابعادی و ابعادی/مادی [۱۰]

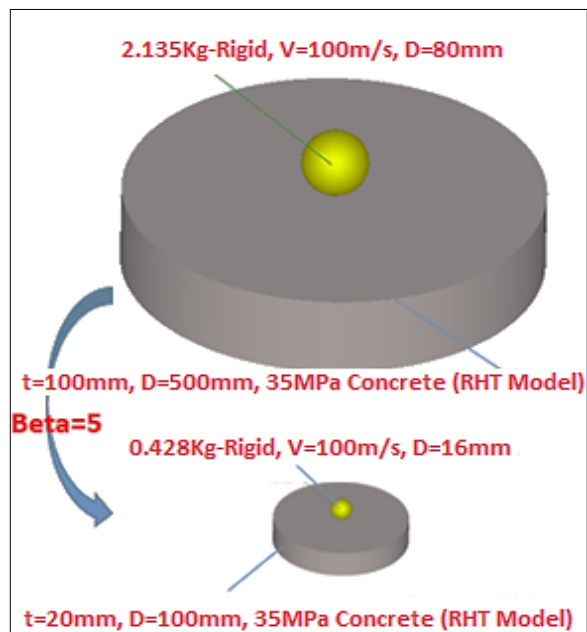
Table 3 Relations related to the inversion of the parameters under consideration in dimensional and dimensional/material scaling [10]

Scaling	Reversal			
	Hole diameter and depth	Residual velocity	Projectile force	Energy absorption
Dimensional	$h_{ps} = \beta \times h_{ts}$ $\phi_{ps} = \beta \times \phi_{ts}$	$V_{ps} = V_{ts}$	$F_{ps} = \beta^2 \times F_{ts}$	$E_{ps} = \beta^3 \times E_{ts}$
Dimensional/ Material	$h_{ps} = \beta \times h_{ts}$ $\phi_{ps} = \beta \times \phi_{ts}$	$V_{ps} = h^{-1} \times \beta \times V_{ts}$	$F_{ps} = \frac{\beta}{\alpha^p \times h^2} \times F_{ts}$	$E_{ps} = \frac{\beta^2}{\alpha^p \times h^2} \times E_{ts}$

جدول ۴ ضرایب مقیاس سازی ابعادی و ابعادی/مادی نفوذ پرتابه کروی صلب در بتن در مقیاس های مختلف

Table 4 Dimensional and Dimensional/Material Scaling Factors of Penetration of Rigid Spherical Projectile in Concrete at Different Scales

Concrete (MPa)	Projectile Mass (gr)	Projectile Velocity (m/s)	h	α^p	β	$\frac{\epsilon_{ts}}{\epsilon_{ps}}$
35	2140	100	1	1	1	1
35	428	100	5	0.008	5	11.2
35	214	100	10	0.001	10	31.6
48	535	125	6.25	0.008	5	11.2
48	268	125	12.5	0.001	10	31.6



شکل ۳ مقیاس سازی مدل های اصلی و مقیاس شده ۱ نفوذ پرتابه کروی صلب در هدف بتنی

Fig. 3 Scaling of original and scaled models 1 Penetration of a rigid spherical projectile into a concrete target

۲۵ میلی متر است که در مرکز آن کره صلبی با جرم ۰/۲۱۴ کیلوگرم و شعاع ۴ میلی متر با سرعت ۱۰۰ متر بر ثانیه اعمال می شود. ضرایب مقیاس سازی طول، چگالی و زمان برای این مدل به ترتیب ۱۰، ۰/۰۰۱ و ۱۰ در نظر گرفته شده است. شکل (۳) نحوه مدل سازی سیستم در مقیاس اصلی و مدل مقیاس شده ۱ را نشان می دهد که در آن تشابه هندسی و شرایط مرزی یکسان بین مدل ها برقرار شده است.

۲-۵-۱- مقیاس سازی ابعادی نفوذ پرتابه کروی صلب در هدف بتنی

در مقیاس سازی ابعادی به روش تشابه محدود، فقط ابعاد جسم با در نظر گرفتن تأثیرات نرخ کرنش مقیاس می شود و ماده مدل های اصلی و مقیاس شده یکسان است. برای مقیاس سازی ابعادی از درجه آزادی اول برای تعیین ضریب مقیاس سازی ابعادی (β)، از درجه آزادی دوم برای تعیین ضریب مقیاس سازی چگالی (α^p) و از درجه آزادی سوم برای تعیین ضریب مقیاس سازی زمان (h) استفاده می شود. روابط (۱۹) و (۲۰) ضرایب مقیاس سازی چگالی و زمان را بر حسب ضریب مقیاس سازی ابعادی نشان می دهند.

$$\rho_{ts} = \alpha^p \beta^3 \rho_{ps} \xrightarrow{\rho_{ts} = \rho_{ps}} \alpha^p = \frac{1}{\beta^3} \quad (19)$$

$$h = \sqrt{\frac{1}{\alpha^p \beta} \frac{Y_{ts}}{Y_{ps}}} \xrightarrow{Y_{ts} = Y_{ps}} h = \sqrt{\frac{1}{\alpha^p \beta}} \xrightarrow{\alpha^p = \frac{1}{\beta^3}} h = \beta \quad (20)$$

هدف بتنی به صورت صفحه دایره ای با لبه خارجی گیردار، دارای ضخامت ۱۰۰ میلی متر و شعاع ۲۵۰ میلی متر، به عنوان مدل اصلی در نظر گرفته شده است. این هدف تحت برخورد یک کره صلب فولادی با جرم ۲/۱۴ کیلوگرم و شعاع ۴۰ میلی متر، با سرعت اولیه ۱۰۰ متر بر ثانیه قرار می گیرد. در این مدل، پرتابه به صورت صلب فرض شده و مقاومت فشاری بتن برابر ۳۵ مگاپاسکال در نظر گرفته شده است. همان گونه که بیان شد، در مقیاس سازی ابعادی مبتنی بر روش تشابه محدود، تنها ابعاد هندسی اجسام تغییر می کند و جنس ماده در مدل اصلی و مدل مقیاس شده ثابت باقی می ماند. بدین ترتیب، پارامترهای مکانیکی ماده بدون تغییر در مدل های مقیاس شده اعمال شده و روابط مقیاس سازی صرفاً بر پایه ضرایب هندسی استخراج می شود. جدول (۳) روابط مربوط به معکوس سازی نتایج شامل قطر و عمق حفره ایجاد شده، سرعت باقیمانده پرتابه پس از عبور از هدف، نیروی وارد بر پرتابه و میزان جذب انرژی در مقیاس های مختلف را در چارچوب مقیاس سازی ابعادی ارائه می کند. استفاده از فرآیند معکوس سازی این امکان را فراهم می سازد که پاسخ حاصل از مدل مقیاس شده به مقیاس واقعی بازگردانده شده و میزان انطباق آن با نتایج مدل اصلی به صورت کمی ارزیابی شود. این رویکرد نقش مهمی در سنجش دقت و اعتبار روابط مقیاس سازی و بررسی میزان تحقق تشابه میان مدل و سازه اصلی ایفا می کند.

در جدول (۴)، مشخصات هندسی و فیزیکی مدل های مقیاس شده ۱ و ۲ بر اساس روش تشابه محدود ابعادی ارائه شده است. در این رویکرد، تنها ابعاد هندسی سازه تغییر یافته و جنس و مدل رفتاری مواد در مدل اصلی و مقیاس شده یکسان در نظر گرفته شده است. مدل مقیاس شده ۱ شامل بلوک بتنی با لبه خارجی گیردار، دارای ضخامت ۲۰ میلی متر و شعاع ۵۰ میلی متر است که در مرکز آن، کره صلبی با ۰/۴۲۸ کیلوگرم و شعاع ۸ میلی متر با سرعت ۱۰۰ متر بر ثانیه برخورد می کند. ضرایب مقیاس سازی طول، چگالی و زمان برای این مدل به ترتیب ۵، ۰/۰۰۸ و ۵ تعیین شده است. مدل مقیاس شده ۲ شامل بلوک بتنی با ضخامت ۱۰ میلی متر و شعاع

۲-۵-۲- مقیاس‌سازی ابعادی/مادی نفوذ پرتابه کروی صلب در هدف

بتنی

در مقیاس‌سازی تشابه محدود ابعادی/مادی، هر دو ابعاد و جنس جسم تغییر می‌کند لذا ماده‌های متفاوتی برای مدل‌های مقیاس شده می‌تواند استفاده گردد. بر اساس تشابه محدود ایزوتروپیک برای فرآیند مکانیکی سه درجه آزادی وجود دارد که عبارتند از ضریب مقیاس‌سازی ابعادی (β)، ضریب مقیاس‌سازی چگالی (α^p) و ضریب مقیاس‌سازی زمان (h). برای تعیین درجات آزادی (ضرائب مقیاس‌سازی)، چگالی (ρ) و تنش تسلیم استاتیکی به منظور مقیاس نمودن اثر اینرسی $\sigma(\varepsilon) d\varepsilon$ و برای کنترل نمودن ضریب مقیاس‌سازی ابعادی و تنش تسلیم دینامیکی ثابت در نظر گرفته می‌شوند. ضرائب مقیاس‌سازی مستقل از هندسه مطابق با روابط (۲۱) و (۲۲) تعیین می‌شوند [۱۰].

$$h = \frac{\int_0^{\varepsilon} \sigma_{dts}(\varepsilon) d\varepsilon}{\frac{1}{\beta^2} \cdot \frac{\rho_{ts}}{\rho_{ps}} \cdot \int_0^{\varepsilon} \sigma_{dps}(\varepsilon) d\varepsilon} \quad (21)$$

$$h = \sqrt{\frac{1}{\alpha^p \beta} \frac{\sigma_{yts}}{\sigma_{yps}}} \rightarrow \beta = h \sqrt{\frac{\rho_{ts}}{\rho_{ps}} \frac{\sigma_{yts}}{\sigma_{yps}}} \quad (22)$$

از مدل رفتاری RHT برای محاسبه $\sigma(\varepsilon)$ استفاده می‌شود. کران بالایی انتگرال از تقسیم سرعت اولیه پرتابه صلب بر ضخامت هدف بتنی تقریب زده می‌شود. از معادلات (۲۱) و (۲۲) می‌توان به رابطه زیر رسید [۱۰].

$$h = \frac{\frac{\sigma_{yts}}{\sigma_{yps}}}{\frac{\rho_{ts}}{\rho_{ps}} \cdot \frac{\int_0^{\varepsilon} \sigma_{dps}(\varepsilon) d\varepsilon}{\int_0^{\varepsilon} \sigma_{dts}(\varepsilon) d\varepsilon}} \quad (23)$$

با تنظیم نسبت نرخ کرنش فضایی مقیاس شده بر نرخ کرنش فضایی واقعی $\frac{\dot{\varepsilon}_{ts}}{\dot{\varepsilon}_{ps}}$ ، ضرائب مقیاس‌سازی ابعادی می‌توانند کنترل شوند.

در مقیاس‌سازی تشابه محدود ابعادی/مادی، علاوه بر ابعاد هندسی، خواص مکانیکی و فیزیکی مواد نیز متناسب با ضرایب مقیاس‌سازی تغییر می‌یابد. بدین ترتیب، برخلاف مقیاس‌سازی صرفاً ابعادی که در آن جنس ماده در مدل اصلی و مقیاس‌شده یکسان فرض می‌شود، در این روش امکان استفاده از مواد متفاوت برای مدل‌های اصلی و مقیاس‌شده فراهم می‌گردد. این رویکرد با اصلاح همزمان پارامترهای هندسی و مادی، تلاش می‌کند اثرات نرخ کرنش و رفتار غیرخطی ماده را به صورت دقیق‌تری بازتولید کند. در جدول (۱)، روابط معکوس‌سازی پارامترهای پاسخ شامل قطر و عمق حفره ایجادشده، سرعت باقیمانده پس از عبور از هدف بتنی، نیروی وارد بر پرتابه و میزان جذب انرژی در مقیاس‌های مختلف ارائه شده است. این روابط امکان تبدیل نتایج به دست‌آمده از مدل مقیاس‌شده به مقادیر متناظر در مقیاس اصلی را فراهم می‌سازد و مبنای ارزیابی دقت روش مقیاس‌سازی ابعادی/مادی قرار می‌گیرد. مشخصات مدل‌های اصلی و مقیاس‌شده ۱ و ۲ در بخش پیشین ارائه شد. در ادامه، به منظور بررسی اثر تغییر مقاومت بتن و سرعت

برخورد در چارچوب مقیاس‌سازی ابعادی/مادی، دو مدل آزمایشی دیگر تعریف گردید.

مدل آزمایشی ۳ شامل بلوک بتنی استوانه‌ای با مقاومت فشاری ۴۸ مگاپاسکال، لبه خارجی گیردار، ضخامت ۲۰ میلی‌متر و شعاع ۵۰ میلی‌متر است که در مرکز آن کره صلبی با جرم ۰/۵۳۵ کیلوگرم و شعاع ۸ میلی‌متر با سرعت ۱۲۵ متر بر ثانیه برخورد می‌کند. همچنین مدل آزمایشی ۴ شامل بلوک بتنی دایره‌ای با مقاومت فشاری ۴۸ مگاپاسکال، ضخامت ۱۰ میلی‌متر و شعاع ۲۵ میلی‌متر است که در مرکز آن کره صلبی با جرم ۰/۲۱۴ کیلوگرم و شعاع ۴ میلی‌متر با سرعت ۱۲۵ متر بر ثانیه اعمال می‌شود. ضرایب مقیاس‌سازی طول، چگالی و زمان برای مدل آزمایشی ۳ به ترتیب ۵، ۰/۰۰۸ و ۶/۲۵ و برای مدل آزمایشی ۴ به ترتیب ۱۰، ۰/۰۰۱ و ۱۲/۵ است که در جدول (۱) ارائه شده‌اند. بر این اساس، ابعاد مدل‌های ۱ و ۳ با $\beta = 5$ به میزان یک‌پنجم و ابعاد مدل‌های ۲ و ۴ با $\beta = 10$ به میزان یک‌دهم ابعاد مدل اصلی کاهش یافته است. نتایج به دست‌آمده از تحلیل مدل‌های اصلی و مقیاس‌شده (۱ تا ۴) با استفاده از ضرایب ارائه‌شده در جدول (۴)، از فضای مدل به فضای فیزیکی اصلی معکوس‌سازی شده و مبنای مقایسه و ارزیابی دقت روش قرار گرفته‌اند.

۲-۵-۳- مقیاس‌سازی ابعادی نفوذ پرتابه سرمخروطی صلب در هدف

بتنی

مدل اصلی شامل بلوک بتنی استوانه‌ای با مقاومت فشاری ۳۵ مگاپاسکال، لبه خارجی گیردار، قطر ۱۵۰ و ارتفاع ۳۰۰ میلی‌متر است که در مرکز آن پرتابه‌ای صلب با سرمخروطی و بدنه استوانه‌ای به جرم ۲۵/۲ گرم (کالیبر ۷/۵ میلی‌متر) با سرعت ۳۰۰ متر بر ثانیه برخورد می‌کند. ضرایب مقیاس‌سازی طول، چگالی و زمان برای مدل اصلی برابر با ۱ در نظر گرفته شده است. مدل مقیاس‌شده ۱ شامل بلوک بتنی استوانه‌ای با همان مقاومت فشاری و با ارتفاع ۲۶۰/۹ و قطر ۱۳۰/۴ میلی‌متر است که در مرکز آن پرتابه‌ای سرمخروطی صلب با جرم ۲۱/۹ گرم (کالیبر ۶/۵ میلی‌متر) و سرعت ۳۰۰ متر بر ثانیه اعمال می‌شود. بر اساس روش تشابه محدود، ضرایب مقیاس‌سازی طول، چگالی و زمان برای این مدل به ترتیب ۱/۱۵، ۰/۶۶ و ۱/۱۵ به دست آمده است. شکل (۴) مشخصات هندسی پرتابه‌های سرمخروطی صلب را در مقیاس‌های مختلف نشان می‌دهد. مدل مقیاس‌شده ۲ شامل بلوک بتنی با ارتفاع ۳۰۰ و قطر ۱۵۰ میلی‌متر است که در مرکز آن پرتابه سرمخروطی صلبی با جرم ۱۵/۴ گرم (کالیبر ۴/۵ میلی‌متر) و سرعت ۳۰۰ متر بر ثانیه برخورد می‌کند. شکل (۵) نحوه مدل‌سازی مدل مقیاس‌شده ۱ را نشان می‌دهد. همچنین جدول (۳) مشخصات مربوط به مقیاس‌سازی ابعادی نفوذ پرتابه سرمخروطی صلب در بتن بر اساس روش تشابه محدود را ارائه می‌کند.

جدول ۵ ضرائب مقیاس‌سازی ابعادی و ابعادی/مادی نفوذ پرتابه سرمخروطی صلب در هدف بتنی

Table 5 Dimensional and Dimensional/Material Scaling Factors of Penetration of Rigid Conical Head Projectile in Concrete Target

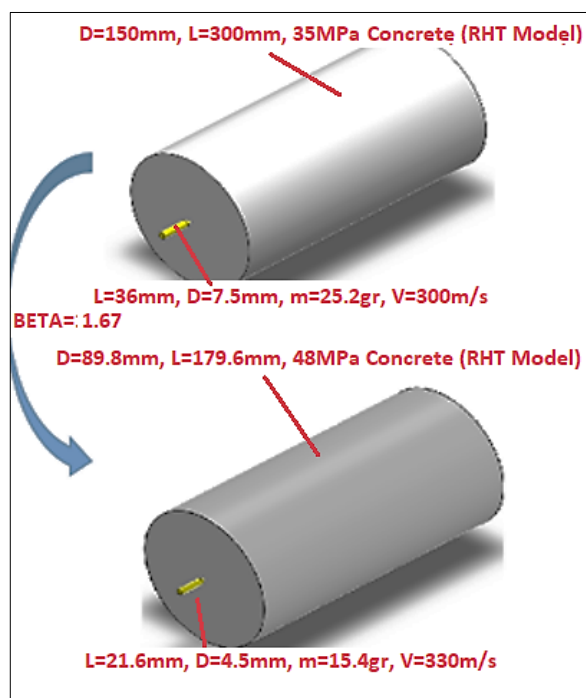
Model	Concrete Type (MPa)	Projectile Mass (gr)	Projectile Velocity (m/s)	h	α^p	β
-	35	25.2	300	1	1	1
1	35	21.9	300	1.15	0.66	1.15
2	35	15.4	300	1.67	0.22	1.67
3	48	21.9	320	1.24	0.61	1.15
4	48	15.4	330	1.83	0.2	1.67

۳- نتیجه‌گیری

۳-۱- نتایج صحت‌سنجی تحلیل‌های شبیه‌سازی با خروجی‌های آزمایشگاهی

شکل (۶) مقایسه‌ای از الگوی آسیب ایجادشده در هدف بتنی پس از اصابت پرتابه در آزمایش‌های هاگان هانسون [۱۵] و نتایج شبیه‌سازی عددی انجام‌شده با حل لاگرانژی و مدل رفتاری RHT برای بتن را نشان می‌دهد.

نتایج حاصل از مقایسه کیفی بیانگر تطابق مناسب در نحوه گسترش ناحیه خردشدگی، شکل حفره نفوذ و توزیع کلی آسیب در دو روش آزمایشگاهی و عددی است. مقایسه کمی پارامترهای پاسخ نشان می‌دهد که اختلاف قطر نفوذ پرتابه بین نتایج شبیه‌سازی و داده‌های تجربی حدود ۲/۷ درصد بوده است، در حالی که عمق نفوذ در هر دو روش مقدار یکسانی به‌دست آمده است.



شکل ۵ مدل‌های اصلی و مقیاس‌شده ۴ نفوذ پرتابه سرمخروطی در هدف بتنی

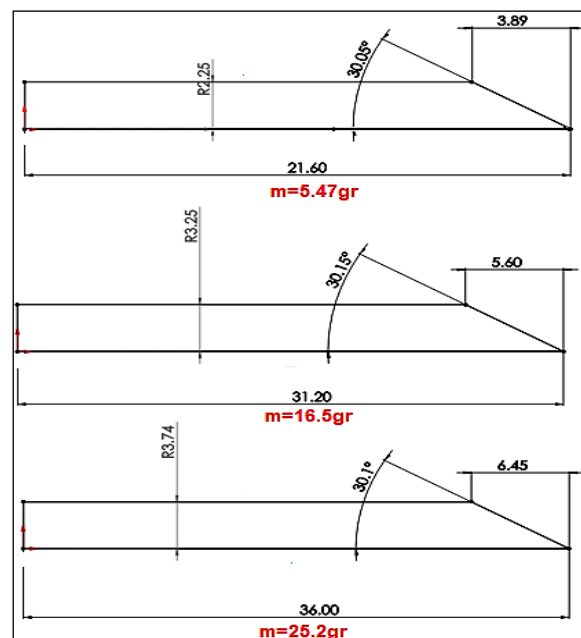
Fig.5 Original and scaled models of 4 cone-headed projectile penetration in a concrete target

۲-۵-۴- مقیاس‌سازی ابعادی/مادی نفوذ پرتابه سرمخروطی صلب در هدف بتنی

در مقیاس‌سازی تشابه محدود ابعادی/مادی، علاوه بر ابعاد هندسی، خواص مکانیکی و فیزیکی ماده نیز متناسب با ضرایب استخراج‌شده تغییر می‌یابد. مشخصات هندسی و مادی مدل‌های اصلی و مقیاس‌شده ۱ و ۲ در بخش پیشین ارائه گردید. در ادامه، به‌منظور بررسی اثر تغییر مقاومت بتن و شرایط برخورد، دو مدل مقیاس‌شده دیگر تعریف شده است. مدل مقیاس‌شده ۳ شامل بلوک بتنی استوانه‌ای با مقاومت فشاری ۴۸ مگاپاسکال، لبه خارجی گیردار، ارتفاع ۲۶۰/۹ و قطر ۱۳۰/۴ میلی‌متر است که در مرکز آن پرتابه سرمخروطی صلب با جرم ۲۱/۹ گرم (کالیبر ۶/۵ میلی‌متر) و سرعت ۳۲۰ متر بر ثانیه برخورد می‌کند. ضرایب مقیاس‌سازی طول، چگالی و زمان برای این مدل به‌ترتیب ۱/۱۵، ۰/۶۱ و ۱/۲۴ به‌دست آمده است.

مدل مقیاس‌شده ۴ شامل بلوک بتنی استوانه‌ای با مقاومت فشاری ۴۸ مگاپاسکال، ارتفاع ۱۷۹/۶ و قطر ۸۹/۸ میلی‌متر است که در مرکز آن پرتابه سرمخروطی صلب با جرم ۱۵/۴ گرم (کالیبر ۴/۵ میلی‌متر) و سرعت ۳۳۰ متر بر ثانیه اعمال می‌شود. ضرایب مقیاس‌سازی متناظر برای این مدل به‌ترتیب ۱/۶۷، ۰/۲ و ۱/۸۳ محاسبه شده است.

جدول (۵) مشخصات مربوط به مقیاس‌سازی ابعادی/مادی نفوذ پرتابه سرمخروطی صلب در بتن را ارائه می‌کند و شکل (۵) نحوه مدل‌سازی مدل اصلی و مدل مقیاس‌شده ۴ را نشان می‌دهد.

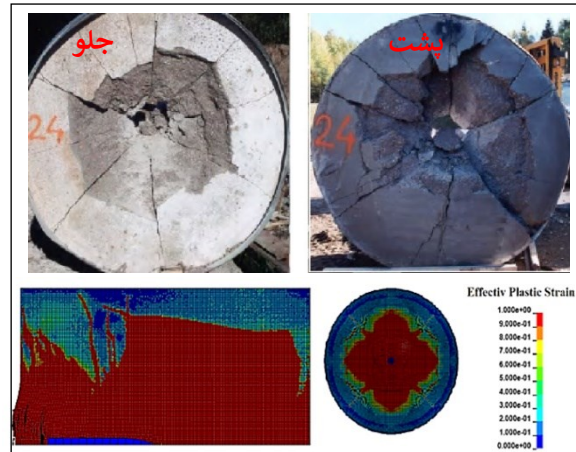


شکل ۴ مشخصات هندسی پرتابه سرمخروطی‌های صلب در سه مقیاس
Fig. 4 Geometrical characteristics of rigid conical projectiles at three scales

کرنش مختلف است. این رابطه بر اساس داده‌های آزمایشگاهی منابع گوناگون استخراج شده و دارای ضریب همبستگی ۰/۸۵ می‌باشد. پراکندگی موجود در این داده‌ها ناشی از ناهمگنی ذاتی بتن و ویژگی‌های مواد معدنی تشکیل‌دهنده آن است. با توجه به آنکه رابطه مذکور یکی از روابط اساسی در استخراج ضرایب مقیاس‌سازی (بخش ۲-۵-۲) به‌شمار می‌رود، عدم قطعیت موجود در آن می‌تواند به‌عنوان یکی از عوامل اصلی افزایش خطا در روش مقیاس‌سازی ابعادی/مادی تلقی شود.

شایان ذکر است درصد خطای پارامترهای خروجی مدل‌های مقیاس‌شده نسبت به مقادیر متناظر در مدل اصلی محاسبه شده و در جدول با نماد «مدل -» مشخص گردیده است.

نتایج حاصل از مقیاس‌سازی ابعادی نشان می‌دهد که با کاهش مقیاس هندسی، مقادیر پارامترهای پاسخ پس از معکوس‌سازی به مقیاس اصلی، انحراف محدودی نسبت به مدل مرجع دارند؛ با این حال، میزان این انحراف با افزایش ضریب مقیاس‌سازی روندی افزایشی را نشان می‌دهد. بیشترین اختلاف مشاهده‌شده مربوط به پارامترهای وابسته به میدان آسیب موضعی، از جمله قطر و عمق حفره ایجادشده، است. تحلیل روند تغییرات بیانگر آن است که در مقیاس‌های کوچک‌تر، به دلیل تغییر در توزیع نرخ کرنش در ناحیه برخورد و تأثیر اینرسی موضعی، شرایط تنش سه‌محوره در بتن به‌طور کامل مشابه مدل اصلی بازتولید نمی‌شود. در حالی که در مقیاس‌سازی ابعادی فرض بر تغییر صرف ابعاد هندسی است، وابستگی مقاومت دینامیکی بتن به نرخ کرنش مانع از برقراری تشابه کامل می‌گردد. این مسئله به‌ویژه در پارامترهایی که مستقیماً با فرآیند خردشدگی و گسترش آسیب مرتبط هستند، نمود بیشتری دارد. در مقابل، پارامترهایی نظیر سرعت باقیمانده پرتابه که عمدتاً تابع موازنه کلی انرژی سیستم هستند، انحراف کمتری را نشان می‌دهند. این امر بیانگر آن است که مقیاس‌سازی ابعادی در پیش‌بینی پاسخ‌های کلی انرژی‌محور عملکرد مناسب‌تری نسبت به پاسخ‌های موضعی وابسته به شکست دارد. به‌طور کلی، نتایج حاکی از آن است که روش مقیاس‌سازی ابعادی در چارچوب تشابه محدود، در ضرایب مقیاس کوچک از دقت قابل قبولی برخوردار است؛ لیکن با افزایش ضریب مقیاس‌سازی، اثرات غیرخطی رفتار بتن و حساسیت آن به نرخ کرنش موجب افزایش خطا می‌شود. این یافته بر ضرورت لحاظ هم‌زمان پارامترهای دینامیکی و مادی در توسعه روابط مقیاس‌سازی دقیق‌تر تأکید دارد.



شکل ۶ نمایشی از آسیب بتن در روش‌های آزمایشگاهی و شبیه‌سازی

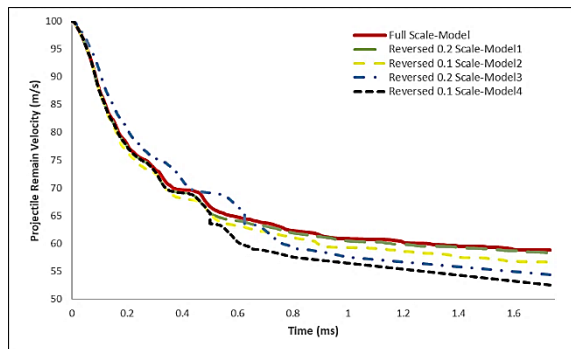
Fig. 6 A view of concrete damage in laboratory and simulation methods

۲-۳- نتایج شبیه‌سازی مقیاس‌سازی ابعادی و ابعادی/مادی نفوذ پرتابه کروی صلب در هدف بتنی

شکل (۷) نمودارهای جذب انرژی پرتابه کروی در هدف بتنی را بر حسب جابجایی برای مدل اصلی و مدل‌های مقیاس‌شده ۱، ۲، ۳ و ۴ نشان می‌دهد. میزان جذب انرژی و نیروی محوری وارد بر پرتابه از طریق محاسبه مساحت زیر نمودارهای جذب انرژی-جابجایی و نیروی محوری-جابجایی استخراج شده است.

مقادیر حاصل از مقیاس‌سازی پارامترهایی نظیر بیشینه ابعاد حفره، جذب انرژی و نیروی بیشینه در مدل‌های مقیاس‌شده ۱ و ۲، مطابق جدول (۶)، با نتایج مدل اصلی مقایسه گردیده است. نتایج ارائه‌شده در جدول مذکور بیانگر وجود اختلاف میان پاسخ‌های معکوس‌سازی‌شده مدل‌های مقیاس‌شده و مقادیر متناظر در مدل اصلی است. انحراف مشاهده‌شده عمدتاً ناشی از مقیاس‌ناپذیری اثرات نرخ کرنش و وابستگی رفتار دینامیکی بتن به شرایط بارگذاری است. همچنین نتایج نشان می‌دهد که با افزایش ضریب مقیاس‌سازی، میزان اختلاف در پیش‌بینی پارامترهای پاسخ افزایش می‌یابد که بیانگر محدودیت‌های مقیاس‌سازی صرفاً ابعادی در تحلیل پدیده‌های ضربه‌ای با نرخ کرنش بالا است.

بر اساس جدول (۶)، مدل‌های ۱ و ۲ به‌عنوان مدل‌های مقیاس‌شده ابعادی و مدل‌های ۳ و ۴ به‌عنوان مدل‌های مقیاس‌شده ابعادی/مادی، به‌ترتیب در مقیاس‌های یک‌پنجم ($\beta=5$) و یک‌دهم ($\beta=10$) تعریف شده‌اند. نتایج نشان می‌دهد که در هر دو رویکرد، با افزایش ضریب مقیاس‌سازی، میزان خطای پارامترهای پاسخ شامل قطر بیشینه حفره، نیروی بیشینه، جذب انرژی و سرعت باقیمانده روند افزایشی دارد. مطابق داده‌های ارائه‌شده در جدول (۶)، میزان انحراف نتایج در روش مقیاس‌سازی ابعادی/مادی در تمامی پارامترهای مورد بررسی بیشتر از روش مقیاس‌سازی صرفاً ابعادی است. این موضوع را می‌توان به رابطه (۱۶) نسبت داد که بیانگر نسبت تنش دینامیکی به تنش استاتیکی بتن در نرخ‌های



شکل ۸ مقایسه نمودارهای نیروی محوری نسبت به جابجایی مدل های مقیاس سازی شده ۱، ۲، ۳ و ۴ با مدل اصلی

Fig. 8 Comparison of axial force versus displacement diagrams of scaled models 1, 2, 3, and 4 with the original model

جدول ۷ مقایسه نیروی بیشینه و جذب انرژی، نیروی بیشینه و قطر و عمق حفره در مقیاس سازی مدل های ۱، ۲، ۳ و ۴ با مدل اصلی

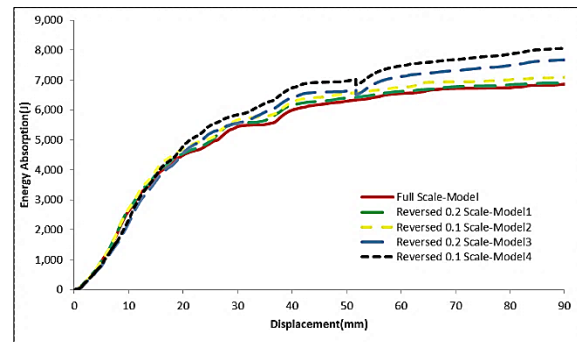
Table 7 Comparison of maximum force and energy absorption, maximum force and hole diameter and depth in scaling models 1, 2, 3 and 4 with the original model

Model	Energy Absorption (J)		Maximum Force (KN)		Maximum hole Depth (mm)		Maximum hole Diameter (mm)	
	RMS	Value	RMS	Value	RMS	Value	RMS	Value
-	-	1270	-	950	-	50	-	10.2
1	+9.6	1405	+7.9	1050	+3.5	51.8	+8.9	11.2
2	+13.2	1460	+12.9	1090	+8.4	54.6	-7.8	9.3
3	+15.1	1495	+16.7	1160	+12.6	57.2	+9.7	11.3
4	+17.3	1535	+21.1	1240	+15.7	59.3	-8.8	9.4

استفاده در استخراج ضرایب مقیاس سازی بازمی گردد که در روش ابعادی/مادی تأثیر بیشتری بر نتایج نهایی دارد.

نتایج حاصل از مقیاس سازی ابعادی/مادی نشان می دهد که پس از اعمال ضرایب معکوس سازی، پارامترهای پاسخ در مقیاس اصلی با مقادیر متناظر در مدل مرجع دارای اختلاف هستند و میزان این اختلاف با افزایش ضریب مقیاس سازی افزایش می یابد. در این رویکرد، با تغییر هم زمان ابعاد هندسی و خواص مکانیکی ماده، تلاش می شود تشابه دینامیکی دقیق تری برقرار گردد؛ با این حال، بیشترین انحراف در پارامترهای وابسته به میدان آسیب موضعی، از جمله قطر و عمق حفره ایجاد شده، مشاهده می شود.

تحلیل نتایج بیانگر آن است که تغییر هم زمان ویژگی های مادی، به ویژه مقاومت دینامیکی وابسته به نرخ کرنش، موجب تغییر در توزیع تنش سه محوره و الگوی گسترش آسیب در ناحیه برخورد می گردد. از آنجا که رفتار بتن تحت بارگذاری ضربه ای ماهیتی غیرخطی و وابسته به نرخ کرنش دارد، عدم قطعیت موجود در روابط حاکم بر تغییرات مقاومت دینامیکی می تواند به افزایش اختلاف بین نتایج مدل مقیاس شده و مدل اصلی منجر شود. این اثر در پارامترهایی که مستقیماً با فرآیند خردشدگی، نرم شوندگی و تکامل آسیب مرتبط هستند، بارزتر است. در مقابل، پارامترهایی نظیر سرعت باقیمانده که عمدتاً تابع موازنه کلی انرژی و اندازه حرکت سیستم هستند، حساسیت کمتری نسبت به تغییرات خواص مادی نشان می دهند؛ هرچند میزان انحراف آن ها نیز با



شکل ۷ مقایسه نمودارهای جذب انرژی نسبت به جابجایی مدل های مقیاس سازی شده ۱، ۲، ۳ و ۴ با مدل اصلی

Fig. 7 Comparison of energy absorption versus displacement diagrams of scaled models 1, 2, 3, and 4 with the original model

جدول ۶ مقایسه سرعت باقیمانده، جذب انرژی، نیروی بیشینه و قطر حفره بیشینه در مقیاس سازی مدل های ۱، ۲، ۳ و ۴ با مدل اصلی

Table 6 Comparison of residual velocity, energy absorption, maximum force and maximum hole diameter in scaling models 1, 2, 3 and 4 with the original model

Model	Residual velocity (m/s)		Energy Absorption (J)		Maximum Force (KN)		Maximum hole Diameter (mm)	
	RMS	Value	RMS	Value	RMS	Value	RMS	Value
-	-	58.8	-	5900	-	5100	-	92
1	-1	58.4	+1.3	5973	+1.2	5160	+6.1	98
2	-3.6	56.7	+3.7	6120	+5.7	5390	+8	100
3	-7.8	54.2	+7	6310	+19.2	6080	+16	108
4	-10.5	52.6	+12.1	6710	+24	6324	+16.4	110

۳-۳- نتایج شبیه سازی مقیاس سازی ابعادی و ابعادی/مادی نفوذ پرتابه سرمخروطی صلب در هدف بتنی

شکل (۸) نمودارهای نیروی محوری وارد بر پرتابه را بر حسب جابجایی در هدف بتنی برای مدل اصلی و مدل های مقیاس شده ۱، ۲، ۳ و ۴ نشان می دهد. در این بخش، مقادیر جذب انرژی و نیروی بیشینه از طریق محاسبه مساحت زیر نمودارهای جذب انرژی-جابجایی و نیروی محوری-جابجایی تعیین شده است. داده های مربوط به مقیاس سازی پارامترهای نظیر قطر و عمق بیشینه حفره، جذب انرژی و نیروی بیشینه برای مدل های مقیاس شده ۱ و ۲ مطابق جدول (۷) با نتایج مدل اصلی مقایسه گردیده است.

بر اساس جدول (۷)، اختلاف جذب انرژی در مدل های مقیاس شده ۱، ۲، ۳ و ۴ نسبت به مدل اصلی به ترتیب برابر با $+9/6$ ، $+13/2$ ، $+10/1$ و $+17/3$ درصد است. همچنین میزان اختلاف نیروی بیشینه برای این مدل ها به ترتیب $+7/9$ ، $+12/9$ ، $+16/7$ و $+21/1$ درصد گزارش شده است. در خصوص قطر بیشینه حفره، اختلاف مقادیر به ترتیب $+8/9$ ، $-7/8$ ، $+9/7$ و $-8/8$ درصد و برای عمق بیشینه حفره به ترتیب $+3/5$ ، $+8/4$ ، $+12/6$ و $+10/7$ درصد به دست آمده است. نتایج نشان می دهد که میزان انحراف در روش مقیاس سازی ابعادی/مادی (مدل های ۳ و ۴) نسبت به روش مقیاس سازی صرفاً ابعادی (مدل های ۱ و ۲) بیشتر است. این موضوع، همان گونه که پیش تر بیان شد، به عدم قطعیت موجود در روابط وابسته به نرخ کرنش و پراکندگی داده های تجربی مورد

خاص، در مصالح معدنی نظیر بتن که رفتار آن‌ها به نرخ کرنش وابسته است، اتکا به تشابه صرفاً هندسی نمی‌تواند تضمین‌کننده بازتولید دقیق پاسخ باشد و در نظر گرفتن قیود دینامیکی در چارچوب روش تشابه محدود ضرورتی اساسی دارد.

از منظر نوآوری، این پژوهش با ارائه یک بستر تحلیلی یکپارچه برای ارزیابی کمی دامنه خطای مقیاس‌سازی در شرایط تغییر همزمان پارامترهای هندسی و مادی، گامی فراتر از رویکردهای متداول مبتنی بر تشابه کلاسیک برداشته است. استخراج و مقایسه کمی خطا در کمیت‌های کلیدی پاسخ، حدود اعتبار کاربرد روش تشابه محدود در مسائل ضربه و نفوذ در بتن را تبیین نموده و چارچوبی کاربردی برای طراحی آزمایش‌های مقیاس کوچک فراهم آورده است.

با این حال، نتایج این پژوهش مبتنی بر تحلیل عددی بوده و دامنه اعتبار آن به محدوده پارامترهای بررسی‌شده (نوع هندسه هدف، بازه مقاومت فشاری بتن و سرعت‌های برخورد مورد مطالعه) محدود می‌شود. توسعه این چارچوب در مطالعات آتی از طریق اعتبارسنجی تجربی، بررسی سایر هندسه‌های هدف و گسترش دامنه نرخ‌های کرنش می‌تواند به تعمیم‌پذیری بیشتر نتایج منجر شود. با وجود این محدودیت‌ها، نتایج حاصل نشان می‌دهد که روش تشابه محدود، در صورت اعمال دقیق قیود مادی و دینامیکی، می‌تواند به عنوان ابزاری قابل اتکا در کاهش هزینه و پیچیدگی مطالعات تجربی سازه‌های بتنی تحت بارگذاری‌های شدید مورد استفاده قرار گیرد. بطور کلی این روش می‌تواند کاربردهای زیادی در مسائل صنعتی و نظامی داشته باشد.

تأییدیه اخلاقی: محتویات علمی این مقاله حاصل پژوهش نویسندگان است و در هیچ نشریه ایرانی و غیر ایرانی منتشر نشده است.

بیانیه هوش مصنوعی: در این تحقیق از هیچ ابزار هوش مصنوعی استفاده نشده است.

تقدیر و تشکر: ندارد.

نقش نویسندگان: داود لطفی: ساماندهی داده‌ها، تحلیل رسمی، بررسی، روش‌شناسی، منابع، نرم‌افزار، اعتبارسنجی، مصورسازی، نگارش - پیش‌نویس اصلی، نگارش - بازبینی و ویرایش - ۷۵٪ - حسین خدارحمی: مفهوم‌سازی، روش‌شناسی، مدیریت پروژه، راهنمایی، نگارش - بازبینی و ویرایش - ۱۰٪ - علیرضا نذاف اسکویی: مفهوم‌سازی، روش‌شناسی، مدیریت پروژه، راهنمایی، نگارش - بازبینی و ویرایش - ۱۰٪ - سیدمحمود هاب موسوی: مفهوم‌سازی، روش‌شناسی، راهنمایی، نگارش - بازبینی و ویرایش - ۱۰٪ - توحید میرزایی مستوفی: مفهوم‌سازی، روش‌شناسی، راهنمایی، نگارش - بازبینی و ویرایش - ۵٪.

تعارض منافع: این پژوهش در چارچوب فعالیت‌های تحقیق و توسعه صنعتی انجام شده است. نویسندگان اعلام می‌کنند که

افزایش ضریب مقیاس‌سازی روندی افزایشی دارد. به‌طور کلی، نتایج حاکی از آن است که اگرچه مقیاس‌سازی ابعادی/مادی از نظر تئوریک امکان لحاظ اثرات دینامیکی ماده را فراهم می‌کند، اما به دلیل وابستگی ضرایب مقیاس‌سازی به روابط تجربی دارای پراکندگی و نیز ناهمگنی ذاتی بتن، میزان خطا در این روش می‌تواند از مقیاس‌سازی صرفاً ابعادی بیشتر باشد. این موضوع ضرورت بازنگری و بهبود روابط وابسته به نرخ کرنش را در توسعه چارچوب‌های مقیاس‌سازی دقیق‌تر نشان می‌دهد.

۴- نتیجه‌گیری نهایی

در این پژوهش، چارچوبی نظام‌مند برای مقیاس‌سازی پدیده‌های دینامیکی با نرخ کرنش بالا تحت عنوان روش تشابه محدود ارائه و کارایی آن در مسائل ضربه و نفوذ در سازه‌های بتنی حساس به نرخ کرنش مورد ارزیابی عددی قرار گرفت. تحلیل همزمان چهار سناریو شامل مقیاس‌سازی ابعادی و ابعادی-مادی برای پرتابه‌های کروی و سرمخروطی، امکان بررسی اثر تغییر مقیاس هندسی، جرم و سرعت پرتابه و نیز تغییر مقاومت فشاری بتن را بر پارامترهای پاسخ فراهم ساخت.

در مقیاس‌سازی صرفاً ابعادی نفوذ پرتابه کروی صلب، با افزایش ضریب مقیاس‌سازی، میزان خطای کمیت‌هایی نظیر نیروی بیشینه، انرژی جذب‌شده، عمق و قطر حفره و سرعت باقیمانده روندی افزایشی نشان داد، لیکن دامنه خطا محدود بوده و بیشترین مقدار آن برابر با ۸٪ درصد به دست آمد. این نتیجه بیانگر آن است که در شرایط ثبات خواص مکانیکی ماده و برقراری قیود دینامیکی، روش تشابه محدود از دقت قابل قبولی در بازتولید پاسخ برخوردار است. در مقابل، در مقیاس‌سازی ابعادی-مادی همین مسئله، افزایش مقاومت فشاری بتن و تغییر همزمان پارامترهای برخورد منجر به افزایش محسوس دامنه خطا گردید، به‌گونه‌ای که بیشترین مقدار آن به ۲۴٪ درصد در نیروی بیشینه رسید. این موضوع نشان می‌دهد که وابستگی رفتار بتن به نرخ کرنش و تشدید اثرات غیرخطی در سطوح تنش بالاتر، حساسیت پاسخ را افزایش می‌دهد و لزوم لحاظ دقیق نسبت تنش دینامیکی به تنش استاتیکی در روابط تشابه را برجسته می‌سازد.

در نفوذ پرتابه سرمخروطی صلب نیز نتایج نشان داد که در مقیاس‌سازی ابعادی، خطای نیروی بیشینه، انرژی جذب‌شده و عمق نفوذ با افزایش ضریب مقیاس‌سازی افزایش یافته، در حالی که قطر حفره روندی کاهشی دارد و بیشترین خطا برابر با ۱۳/۲٪ درصد حاصل شد. در حالت ابعادی-مادی این مسئله نیز بیشترین خطا برابر با ۲۱/۱٪ درصد در نیروی بیشینه گزارش گردید که بیانگر اثرگذاری همزمان تغییر سرعت و مقاومت فشاری بتن است.

مقایسه نظام‌مند چهار حالت بررسی‌شده نشان می‌دهد که ضریب مقیاس‌سازی، جرم و سرعت پرتابه و ویژگی‌های مقاومتی هدف از عوامل کلیدی تعیین‌کننده در دقت مقیاس‌سازی هستند. به‌طور

- confinements", *Int J Impact Eng.*, PP. 294-306, 2022. doi: [10.1016/j.ijimpeng.2022.104306](https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2022.104306).
- [15] H. Hansson, "Warhead penetration in concrete protective structures", Ph.D. Thesis, Royal Institute of Technology, 2011.
- [16] S. Fatahi, E. Farrokh, D. Lotfi, "Study of the effect of penetration depth and disc speed on cutting forces using LS-DYNA simulations", *Amir Kabir J Civ Eng.* 2023, 55, 2487-2502. doi: [10.22060/ceej.2023.21617.7778](https://doi.org/10.22060/ceej.2023.21617.7778).

هیچ‌گونه تعارض منافع شخصی یا مالی که بر نتایج و تحلیل‌های ارائه شده تأثیرگذار باشد، وجود ندارد.

منابع مالی: این پژوهش حامی مالی داخلی و خارجی ندارد.

منابع

- [1] M. Sayah Badkhor, T. Mirzababaei Mostofi and H. Babaei, "Dynamic Response of Metal Powder Subjected to Low-Velocity Impact Loading: Experimental Investigation and Optimization using Response Surface Methodology," *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 20, No. 4, PP. 863-876, 2020. (In Persian)
- [2] P. Jiang, C.J. Tian, R.Z. Xie and D.S. Meng, "Experimental investigation into scaling laws for conical shells struck by projectiles," *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 32, NO. 8, PP. 1284-1298, 2006. doi: [10.1016/j.ijimpeng.2004.09.015](https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2004.09.015).
- [3] N. Jones, "Structural Impact", Second Edition, pp. 495-510, Cambridge: Cambridge University Press, 2012.
- [4] E. Booth, D. Collier and J. Miles, "Structural Crashworthiness," Butterworth, 1983.
- [5] P. Jiang, C. J. Tian, R. Z. Xie, D. s. Meng, "Experimental investigation into scaling laws for conical shells struck by projectiles," *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 32, No. 8, pp. 1284-1298, 2006. doi: [10.1016/j.ijimpeng.2004.09.015](https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2004.09.015).
- [6] L. F. Trimino, D. S. Cronin, Non-direct similitude technique applied to the dynamic axial impact of bonded crush tubes, *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 64, No. 2, pp. 39-52, 2014. doi: [10.1016/j.ijimpeng.2013.10.001](https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2013.10.001).
- [7] T. Noam, M. Dolinski and D. Rittel, "Scaling Dynamic Failure: A Numerical Study," *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 69, PP. 69-79, 2014. doi: [10.1016/j.ijimpeng.2014.02.011](https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2014.02.011).
- [8] R.E. Oshiro and M. Alves, "Scaling Impacted Structures," *Archive of Applied Mechanics*, Vol. 74, PP. 130-145, 2004. doi: [10.1007/s00419-004-0343-8](https://doi.org/10.1007/s00419-004-0343-8).
- [9] L.M. Mazzariol and M. Alves, "Experimental Study on Scaling of Circular Tubes Subjected to Dynamic Axial Crushing Using Models of Different Materials," *International Journal of Mechanical Sciences*, PP. 633-647, 2019. doi: [10.13140/2.1.3112.8967](https://doi.org/10.13140/2.1.3112.8967).
- [10] R.E. Oshiro and M. Alves, "Scaling of Structures Subject to Impact Loads When Using a Power Law Constitutive Equation," *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 46, PP. 3412-3421, 2009. doi: [10.1016/j.ijsolstr.2009.05.014](https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2009.05.014).
- [11] H. Sadeghi, M. Alitavoli and A. Darvizeh, "Finite similitude in high-rate dynamic behavior of structures under impact loads," *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 18, No. 8, PP. 229-240, 2018. (In Persian)
- [12] H. Sadeghi, K. Davey and R. Darvizeh, "Scaled Models Failure under Impact Loading," *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 129, No. 8, PP. 36-56, 2019. doi: [10.1016/j.ijimpeng.2019.02.010](https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2019.02.010).
- [13] H. Rouhani and E. Farrokh, "Failure analysis of Nehbandan granite under various stress states and strain rates using a calibrated Riedel-Hiermaier-Thoma constitutive model," *Geo-energy*, Vol. 10, PP. 156-179, 2019. doi: [10.1007/s40948-024-00876-5](https://doi.org/10.1007/s40948-024-00876-5).
- [14] L. Huang, "A dynamic bounding surface plasticity damage model for rocks subjected to high strain rates and