

Investigation of friction coefficient and convective heat transfer in a metal foam-filled porous tube based on a two-equation model

Meysam Mahmoudi*

Mechanical Engineering Department, Velayat University, Iranshahr, Iran

ARTICLE INFO

Article Type

Original Research

Article History

Received: January 28, 2026

Revised: May 31, 2026

Accepted: June 02, 2026

ePublished: August 14, 2026

ABSTRACT

In this study, a closed-form analytical solution is presented for fully developed forced convection in a cylindrical tube partially filled with open-cell metal foam. The flow field is modeled using the Brinkman–Darcy approach, while heat transfer between the solid and fluid phases is analyzed based on the local thermal non-equilibrium (LTNE) model. Compared with the local thermal equilibrium (LTE) assumption, LTNE provides more accurate predictions, particularly when the solid-to-fluid thermal conductivity ratio is high. The validity of the model is confirmed through comparison with two limiting cases: a hollow tube and a fully filled tube. Owing to the closed-form nature of the solution, system performance can be evaluated continuously over the entire porosity range of (0,1).

The results show that, as the dimensionless interfacial radius increases, the friction factor decreases and varies inversely with the Reynolds number. The Nusselt number exhibits a non-uniform dependence on porosity, and for each pore density there exists an optimal porosity that maximizes heat transfer; for $\omega=30$ PPI, this optimum is obtained at $\varepsilon=0.87$. In addition, the dependence of Nu on the interfacial radius is nonlinear, and in some ranges the thermal performance becomes even weaker than that of the hollow tube. Overall, the findings indicate that a partially filled configuration, with proper selection of geometric and morphological parameters, can achieve an effective balance between heat transfer enhancement and pressure-drop control.

Keywords: Friction factor; Forced convection heat transfer; Tube; Metal foam; Two-equation model; Local thermal non-equilibrium (LTNE)

How to cite this article

Mahmoudi M, Investigation of friction coefficient and convective heat transfer in a metal foam-filled porous tube based on a two-equation model. Modares Mechanical Engineering; 2026;26(10):831-840.

*Corresponding author's email: m.mahmoudi@velayat.ac.ir

*Corresponding ORCID ID: 0009-0004-4902-2312



Copyright© 2026, TMU Press. This open-access article is published under the terms of the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License which permits Share (copy and redistribute the material in any medium or format) and Adapt (remix, transform, and build upon the material) under the Attribution-NonCommercial terms.



شماره: ۶۹-۲۴۷۷؛ مهندسی مکانیک مدرس. ۱۴۰۵؛ ۲۶(۱۰): ۸۳۱-۸۴۰

مهندسی مکانیک مدرس

DOI: 10.48311/mme.2026.118915.82961

صفحه اصلی مجله: mme.modares.ac.ir



بررسی ضریب اصطکاک و انتقال حرارت جابجایی در لوله متخلخل با فوم فلزی برپایه مدل دومعادله ای

میثم محمودی

گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه ولایت، ایرانشهر، ایران

چکیده

در این مطالعه، یک راه حل تحلیلی فرم بسته برای جریان اجباری کاملاً توسعه یافته در لوله استوانه ای جزئی پر شده با فوم فلزی سلول باز ارائه شد. میدان جریان با مدل برینکمن-دارسی و انتقال حرارت بین فاز جامد و سیال با مدل عدم تعادل حرارتی موضعی (LTNE) بررسی گردید. نسبت به فرض تعادل حرارتی موضعی (LTE) پیش بینی دقیق تری، به ویژه در نسبت رسانایی بالای جامد به سیال، فراهم می کند. صحت مدل با مقایسه دو حالت حدی لوله توخالی و لوله کاملاً پر شده تأیید شد. به دلیل فرم بسته بودن پاسخ، عملکرد سیستم در کل بازه تخلخل (0,1) به صورت پیوسته قابل ارزیابی است. نتایج نشان داد با افزایش شعاع بی بعد فصل مشترک، ضریب اصطکاک کاهش یافته و با عدد رینولدز رابطه معکوس دارد. عدد ناسلت نسبت به تخلخل رفتاری غیریکنواخت دارد و برای هر چگالی منافذ، یک تخلخل بهینه برای بیشینه سازی انتقال حرارت وجود دارد؛ برای $\omega=30$ PPI، $\varepsilon=0.87$ به دست آمد. همچنین وابستگی Nu به شعاع فصل مشترک غیرخطی است و در برخی بازه ها عملکرد حرارتی از لوله توخالی نیز کمتر می شود. در مجموع، آرایش جزئی پر شده با انتخاب مناسب پارامترهای هندسی و مورفولوژیکی می تواند توازن مؤثری میان افزایش انتقال حرارت و کنترل افت فشار ایجاد کند.

کلیدواژه ها: ضریب اصطکاک، انتقال حرارت جابجایی اجباری، لوله، فوم فلزی، مدل دو معادله ای، عدم تعادل حرارتی موضعی

اطلاعات مقاله

نوع مقاله

مقاله پژوهشی

تاریخچه مقاله

دریافت: ۱۴۰۴/۱۱/۰۸

بازنگری: ۱۴۰۵/۰۳/۱۰

پذیرش: ۱۴۰۵/۰۳/۱۲

ارائه آنلاین: ۱۴۰۵/۰۵/۲۳

نحوه ارجاع به این مقاله

محمودی میثم، بررسی ضریب اصطکاک و انتقال حرارت جابجایی در لوله متخلخل با فوم فلزی برپایه مدل دومعادله ای، مهندسی مکانیک مدرس. ۱۴۰۵؛ ۲۶(۱۰): ۸۳۱-۸۴۰

*پست الکترونیکی نویسنده عهده دار مکاتبات: m.mahmoudi@velayat.ac.ir

*شناسه اراکید نویسنده عهده دار مکاتبات: 0009-0004-4902-2312



Copyright© 2026, TMU Press. This open-access article is published under the terms of the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License which permits Share (copy and redistribute the material in any medium or format) and Adapt (remix, transform, and build upon the material) under the Attribution-NonCommercial terms.

۱- مقدمه

فوم‌های فلزی سلول‌باز در سال‌های اخیر به‌عنوان یکی از راهکارهای نوین و کارآمد برای ارتقای عملکرد حرارتی سامانه‌های تبادل گرما مورد توجه گسترده قرار گرفته‌اند. ساختار متخلخل سه‌بعدی این مواد، سطح تماس بسیار زیادی میان سیال و جامد فراهم می‌کند و با تقویت اختلاط جریان و برهم‌زدن لایه مرزی، زمینه را برای افزایش چشمگیر انتقال حرارت مهیا می‌سازد. همین ویژگی‌ها سبب شده است که فوم‌های فلزی در طیف گسترده‌ای از کاربردهای مهندسی از جمله مبدل‌های حرارتی فشرده، سینک‌های حرارتی الکترونیکی، راکتورهای شیمیایی و سامانه‌های ذخیره‌سازی انرژی حرارتی به‌کار گرفته شوند. جریان و انتقال حرارت در مجراهای کاملاً پر شده با فوم فلزی به‌طور گسترده در ادبیات موضوع مورد بررسی قرار گرفته است. کالمیدی و ماهاجان [۱] و ژائو و همکاران [۲] مطالعات تجربی و عددی پایه‌ای در زمینه جابجایی اجباری در فوم‌های فلزی ارائه دادند. لو، ژائو و همکاران [۳، ۴] تحلیل‌های تحلیلی برای لوله و حلقه پر شده با فوم فلزی بر مبنای مدل برینکمن-داری توسعه دادند. دوخان و چن [۵] مطالعه‌ای ترکیبی تحلیلی-تجربی برای کانال صفحه موازی کاملاً پر شده انجام دادند. دی‌گروت و همکاران [۶] با شبیه‌سازی عددی، انتقال حرارت در سینک‌های حرارتی فوم آلومینیومی را بررسی کردند و دو و همکاران [۷] انتقال حرارت در مبدل‌های دو لوله‌ای فوم فلزی را به‌صورت عددی مطالعه نمودند. محبوب و وفایی [۸] در مقاله مروری جامعی، مدل‌های مختلف جریان و انتقال حرارت در فوم‌های فلزی را دسته‌بندی کردند و در مطالعه‌ای دیگر [۹] انتقال حرارت در محیط‌های متخلخل زیستی چندلایه را تحلیل نمودند. یانگ و وفایی [۱۰] نیز پدیده انشعاب‌گرادیان دما در کانال‌های متخلخل با تولید حرارت داخلی را به‌صورت تحلیلی بررسی کردند. در مقابل، مطالعات مربوط به جابجایی اجباری در مجراهای جزئی پر شده از محیط متخلخل هنوز محدود است. وفایی و همکاران [۱۱] رفتار جریان و انتقال حرارت را در ناحیه فصل مشترک سیال و محیط متخلخل با استفاده از نظریه اغتشاش تحلیل کردند. کاکوس و همکاران [۱۲] راه‌حل تحلیلی برای همرفت اجباری در مجرای جزئی پر شده استخراج نمودند و چیخ و همکاران [۱۳] راه‌حل تحلیلی برای جریان غیرداری در حلقه جزئیاً پر شده ارائه دادند. نقطه مشترک تمامی این مطالعات، تکیه بر مدل تعادل حرارتی موضعی (LTE) است که در آن دمای فاز سیال و جامد یکسان فرض می‌شود. وفایی [۱۴] با معرفی نقشه خطا نشان داد که در شرایطی که رسانندگی حرارتی فاز جامد به‌مراتب بیشتر از سیال باشد، مانند فوم‌های فلزی، فرض LTE از دقت کافی برخوردار نیست و به‌کارگیری مدل دومعادله‌ای LTNE ضروری است. در سال‌های اخیر، پژوهش‌ها به سمت روش‌های عددی پیشرفته و مطالعات تجربی دقیق‌تر سوق یافته‌اند. گنگاپاتنام و همکاران

[۱۵] نشان دادند که مدل‌سازی صحیح ناحیه فصل مشترک نقش تعیین‌کننده‌ای در پیش‌بینی‌های حرارتی دارد. حاجیقلی و همکاران [۱۶] بر ضرورت به‌کارگیری رویکرد LTNE حتی در مقیاس ماکروسکوپی تأکید کردند. مانچین و همکاران [۱۷] بهینه‌سازی توزیع جزئی فوم در کانال‌ها را برای دستیابی به بهترین توازن عملکردی بررسی نمودند. وانگ [۱۸] بر فوم‌های با ساختار گردایانی چگالی منافذ تمرکز کرد و نشان داد که حضور فوم همزمان انتقال حرارت را بهبود بخشیده و افت فشار را افزایش می‌دهد. تورس-مادرونیرو و همکاران [۱۹] نیز با ارزیابی پیکربندی‌های منظم و نامنظم فوم‌های بازسلولی گزارش کردند که افزایش سطح تماس انتقال حرارت را تقویت می‌کند، اما معمولاً با افزایش ضریب اصطکاک همراه است.

با توجه به شکاف موجود در ادبیات، نوآوری اصلی این پژوهش ارائه راه‌حل تحلیلی بسته برای جریان و انتقال حرارت در لوله استوانه‌ای جزئی پر شده با فوم فلزی بر مبنای مدل LTNE است. در این مطالعه با اعمال شرایط پیوند دقیق در مرز ناحیه متخلخل و سیال آزاد، روابط صریح فرم بسته برای ضریب اصطکاک و عدد ناسلت استخراج شده و اثر همزمان پارامترهای مورفولوژی فوم، خواص ماده، شرایط جریان و هندسه به‌صورت تحلیلی بررسی می‌گردد. صحت مدل نیز از طریق تطبیق با دو حالت حدی لوله کاملاً توخالی و لوله کاملاً پر شده اعتبارسنجی شده است.

۲- معرفی مساله

در این پژوهش، به منظور بررسی رفتار جریان و انتقال حرارت در محیط‌های متخلخل، از یک مدل آزمایشگاهی مبتنی بر محیط متخلخل به عنوان شبیه‌ساز دوبعدی مخزن استفاده شده است. این روش که با عنوان میکرومدل‌سازی شناخته می‌شود، امکان مشاهده مستقیم و کیفی الگوهای جریان سیال در ساختار متخلخل را فراهم می‌آورد و از این طریق درک عمیق‌تری از مکانیزم‌های حاکم بر حرکت سیالات حاصل می‌شود. مهم‌ترین مزیت این رویکرد، قابلیت بصری‌سازی فرآیندهای انتقال سیال است که نقش مؤثری در توسعه و اعتبارسنجی مدل‌های رفتاری و پیش‌بینی دقیق‌تر پدیده‌های جریان دارد. نمای شماتیک مدل مورد استفاده در این مطالعه در شکل ۱ ارائه شده است. یک مدل ریاضی جامع نیز برای تحلیل انتقال حرارت جابجایی اجباری کاملاً توسعه‌یافته در یک لوله استوانه‌ای که به‌صورت جزئی با فوم فلزی پر شده است، تدوین شده است. این مدل بر پایه معادلات برینکمن-داری و مدل دومعادله‌ای عدم تعادل حرارتی موضعی (LTNE) توسعه یافته و قادر است رفتار حرارتی و هیدرودینامیکی جریان را با دقت مناسبی توصیف کند. با اعمال شرایط مرزی پیچیده در فصل مشترک ناحیه متخلخل و کانال باز، راه‌حل‌های تحلیلی دقیقی برای معادلات حاکم استخراج شده است. همچنین روابط صریحی برای پارامترهای کلیدی مهندسی، از جمله عدد

مجموعه این فرضیات نشان می‌دهد که با یک جریان لزج، تراکم‌ناپذیر و وابسته به زمان در محیط متخلخل مواجه هستیم؛ از این رو، معادلات حاکم در مقیاس ماکروسکوپی عموماً در قالب صورت اصلاح‌شده معادلات ناویر استوکس یا مدل برینکمن بیان می‌شوند که در ادامه ارائه خواهند شد.

معادله پیوستگی

$$\frac{\partial v_j}{\partial x_j} = 0 \quad (1)$$

معادله مومنتم

$$\frac{1}{\varphi} \frac{\partial v_i}{\partial t} + \frac{1}{\varphi^2} \frac{\partial v_j v_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + F g_i - \frac{\gamma}{K} v_i + \frac{\gamma}{\varphi} \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (2)$$

که در این معادلات توابع برداری v_i ، g_i و x_i به ترتیب سرعت صافی جاذبه و موقعیت می‌باشند. و کمیت عددی $P = p - \rho g_i T_i$ فشار اصلاحی می‌باشد که ϕ دانسیته و تخلخل می‌باشند و کمیت‌های K ، γ ، α و σ به ترتیب ضریب ویسکوزیته جنبشی، نفوذپذیری، پخش حرارتی و ظرفیت حرارتی ثابت می‌باشند که طبق رابطه زیر تعریف می‌شود.

$$\sigma = \varphi + \frac{\rho_s c_{p,s}}{\rho c_p} (1 - \varphi) \quad (4)$$

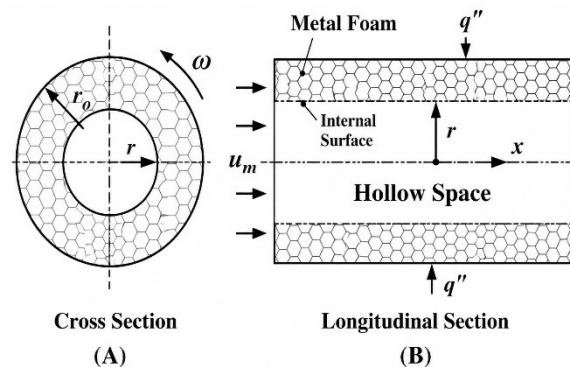
که زیرنویس s مشخص‌کننده بخش جامد در محیط متخلخل است. عبارت کلی زیر می‌تواند بیان‌کننده تغییرات دانسیته باشد $\rho = \rho_0 + (1 + F)\rho$ که تابع تکرار شونده F طبق زیر تعریف می‌شود.

$$F = -\beta_T (T - T_0) \quad (5)$$

در این روابط، β_T ضریب انبساط حجمی حرارتی سیال و ρ_0 چگالی مرجع در دمای پایه T_0 هستند. معادله برینکمن تعمیم‌یافته که در روابط حاکم به کار گرفته شده است، بیانگر آن است که مقاومت ویسکوز، یا به عبارت دقیق‌تر نیروی پسی ویسکوز ناشی از برهم‌کنش سیال با فاز جامد، در مجاورت سطوح جامد درون محیط متخلخل اعمال می‌شود. یکی از مزایای برجسته معادله برینکمن، توانایی آن در ارضای شرایط مرزی روی سطوح نفوذناپذیر محیط متخلخل بدون نیاز به فرضیات ساده‌کننده اضافی است. این معادله از آن جهت اهمیت اساسی دارد که پل ارتباطی میان دو رویکرد کلاسیک، یعنی معادلات ناویه-استوکس و قانون دارسی، برقرار می‌کند. به طور مشخص، در حالتی که تخلخل به یک میل می‌کند ($\varphi \rightarrow 1$)، نفوذپذیری به سمت بی‌نهایت سوق می‌یابد ($K \rightarrow \infty$) و در این شرایط معادله برینکمن به معادله کلاسیک ناویه-استوکس برای سیال خالص تبدیل می‌شود.

در مقابل، هنگامی که نفوذپذیری به سمت صفر میل می‌کند، جمله برینکمن در مقایسه با جمله دارسی ناچیز شده و قانون دارسی به عنوان رابطه حاکم بر جریان در محیط متخلخل مطرح می‌گردد.

ناسلت به عنوان شاخص کارایی انتقال حرارت و ضریب اصطکاک به عنوان معیار افت فشار و مقاومت جریان، به دست آمده است. در نهایت، به منظور ارزیابی جامع عملکرد سیستم، یک مطالعه پارامتری نظام‌مند با تمرکز بر اثر متغیرهای مختلف بر ویژگی‌های انتقال حرارت و افت فشار انجام شده و نتایج حاصل از منظر عملکرد حرارتی-هیدرودینامیکی به تفصیل تحلیل و بحث شده‌اند.



شکل ۱ نماهایی از هندسه مساله مفروض حاضر

Fig.1 Views of the geometry of the given problem

۳- معادلات حاکم

به طور کلی، با توجه به پیچیدگی‌های حاکم بر انتقال سیال و انرژی در محیط‌های متخلخل، در این پژوهش مدل‌سازی ریاضی مسئله بر پایه مجموعه‌ای از فرضیات ساده‌ساز اما متداول انجام می‌شود. این فرضیات به شرح زیر است: فاز جامد محیط متخلخل همگن و صلب (تغییر شکل‌ناپذیر) فرض شده و هیچ‌گونه برهم‌کنش شیمیایی با سیال ندارد. سیال، تک‌فاز و نیوتنی در نظر گرفته می‌شود؛ همچنین چگالی آن نسبت به تغییرات فشار مستقل فرض شده و تنها تابع تغییرات دماست. از منظر انتقال حرارت، فرض تعادل حرارتی موضعی (LTE) برقرار است؛ بدین معنا که دمای میانگین فاز جامد و سیال به ترتیب T_s و T_f ، در هر نقطه برابر فرض می‌شوند و در نتیجه، میدان دما با یک معادله انرژی برای دمای میانگین توصیف می‌گردد. افزون بر این، وجود هرگونه چشمه یا چاه حرارتی در سیال نادیده گرفته می‌شود و انتقال حرارت تابشی و پخش تشعشعی نیز به دلیل ناچیز بودن اثرشان در شرایط حاضر، در مدل منظور نمی‌گردد. از سوی دیگر، جابجایی طبیعی قابل توجه فرض می‌شود؛ به این معنا که اثر تغییرات دما بر چگالی تنها در ترم نیروی حجمی (شناوری) وارد می‌شود، در حالی که در سایر ترم‌های معادلات، چگالی ثابت در نظر گرفته می‌شود (تقریب بوزینسک).

معادلات حاکم مدل LTNE دو معادله انرژی:

در مدل عدم تعادل حرارتی موضعی (LTNE)، دو معادله انرژی جداگانه برای فاز سیال و فاز جامد تعریف می‌شوند [۱۵]:

معادله انرژی برای فاز سیال:

$$(\rho c_p)_f \mathbf{u} \cdot \nabla T_f = \nabla \cdot (k_{f,eff} \nabla T_f) + h_{sf} a_{sf} (T_s - T_f) \quad (۳)$$

معادله انرژی برای فاز جامد:

$$0 = \nabla \cdot (k_{f,eff} \nabla T_s) - h_{sf} a_{sf} (T_s - T_f) \quad (۴)$$

در رابطه انرژی، T_f و T_s به ترتیب دمای فاز سیال و دمای فاز جامد هستند. رسانندگی‌های حرارتی مؤثر فازها به صورت $k_{f,eff} = \epsilon k_f$ و $k_{s,eff} = (1-\epsilon)k_s$ تعریف می‌شوند که در آن ϵ تخلخل محیط متخلخل (فوم) و k_s, k_f به ترتیب رسانندگی حرارتی ذاتی سیال و جامد است؛ بنابراین $k_{f,eff}$ و $k_{s,eff}$ به ترتیب رسانندگی حرارتی مؤثر فاز سیال و فاز جامد را بیان می‌کنند. همچنین h_{sf} ضریب انتقال حرارت بین فاز جامد و سیال در مقیاس منافذ و a_{sf} سطح ویژه فصل مشترک جامد-سیال در واحد حجم فوم است. بر این اساس، جمله $h_{sf} a_{sf} (T_s - T_f)$ نمایانگر تبادل انرژی موضعی بین دو فاز بوده و هسته اصلی مدل عدم تعادل حرارتی موضعی (LTNE) را تشکیل می‌دهد؛ به طوری که در حالت $T_s = T_f$ این جمله صفر شده و مدل به LTE کلاسیک تقلیل می‌یابد. برای تکمیل مدل سازی ریاضی، شرایط مرزی حاکم بر مسئله به شرح زیر اعمال می‌شوند:

در محور مرکزی لوله ($r=0$)، به دلیل تقارن فیزیکی، گرادیان دمای هر دو فاز صفر در نظر گرفته می‌شود $\partial T_f / \partial r = 0$ و $\partial T_s / \partial r = 0$ در دیواره لوله ($r=R$)، فرض عدم لغزش حرارتی برقرار است که به معنای برابری دمای فازهای جامد و سیال با دمای دیواره است $T_f = T_s = T_w$ ؛ همچنین مجموع شارهای حرارتی هدایتی از دو فاز جامد و سیال برابر با شار حرارتی کل وارد شده به دیواره (qw) منظور می‌گردد در نهایت، در فصل مشترک میان ناحیه حاوی فوم و ناحیه سیال آزاد ($r=R_i$)، شرایط پیوستگی دما و شار حرارتی برای هر یک از فازهای جامد و سیال به صورت جداگانه برقرار است تا انتقال انرژی میان دو ناحیه به درستی مدل سازی شود.

در این پژوهش، هندسه سامانه یک محیط متخلخل شبیه سازی شده است؛ بنابراین، عدد رینولدز از طریق رابطه موجود برای عدد رینولدز بستر متخلخل به شکل زیر قابل محاسبه است [۲۰]:

$$Re_p = \frac{\rho u d_p}{\mu(1-\epsilon)} \quad (۵)$$

که در آن، u سرعت ظاهری، d_p قطر ذرات تشکیل دهنده بستر، ρ و μ به ترتیب چگالی و گرانروی سیال جاری در بستر هستند. در این مطالعه مقادیر سرعت ورودی فازهای تشکیل دهنده نانو سیال به بستر طوری در نظر گرفته شده است که محدوده عدد رینولدز قبل از ورود به محدوده جریان درهم قرار گیرد. برای به دست آوردن تراوایی در هر یک از مدل‌ها، از رابطه کوزنی-کارمن (Kozney-Carman) که به صورت رابطه‌ی (۶) است، استفاده می‌شود [۲۲]:

$$K = \frac{d_p^2 \epsilon^3}{36k(1-\epsilon)^2} \quad (۶)$$

که در آن d_p قطر ذرات تشکیل دهنده بستر، ϵ تخلخل بستر و k معیاری از پیچش مسیر جریان داخل حفره‌ها است که برای ذرات کروی هموار برابر ۵ در نظر گرفته می‌شود. همچنین معیار ارزیابی عملکرد (Performance Evaluation Criterion) به صورت رابطه (۷) تعریف می‌شود:

$$PEC = \frac{Nu/Nu_0}{(f/f_0)^{1/3}} \quad (۷)$$

در این رابطه، Nu_0 و f_0 به ترتیب عدد ناسلت و ضریب اصطکاک لوله صاف بدون فوم در همان عدد رینولدز هستند و $PEC > 1$ بیانگر عملکرد برتر نسبت به لوله توخالی است.

۴- اعتبارسنجی، نتایج و بحث

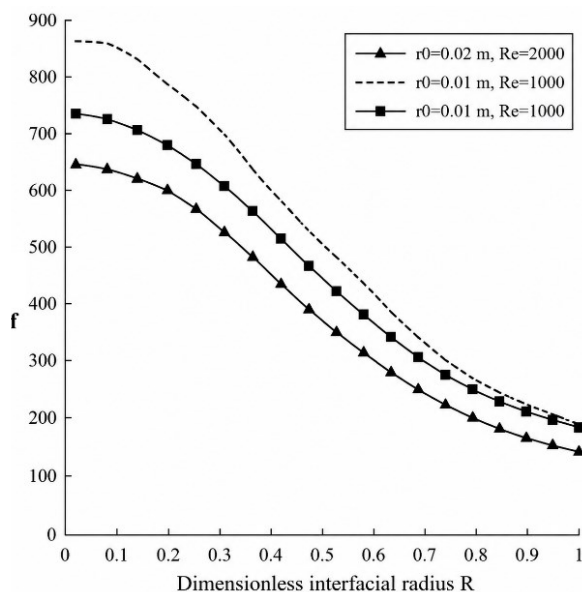
به منظور اعتبارسنجی، نتایج راه حل تحلیلی حاضر با حل مرجع حالت حدی ارائه شده در [۲۲] مقایسه شد. این مقایسه هم برای لوله توخالی و هم برای لوله کاملاً پر شده با فوم فلزی انجام گرفت. با انتخاب شعاع سطحی بدون بعد $R > 1$ ، حل حاضر در حد لوله صاف بدون فوم قرار گرفته و امکان سنجش مستقیم آن با راه حل کلاسیک لوله توخالی در [۲۲] فراهم شد. همان گونه که در جدول ۱ نشان داده شده است، نتایج به ویژه برای دمای فاز جامد انطباق مطلوبی با راه حل مرجع دارد که صحت مدل سازی و پیاده سازی شرایط مرزی را تأیید می‌کند. از این رو، می‌توان نتیجه گرفت مدل ریاضی و روش حل تحلیلی ارائه شده در این پژوهش از دقت و قابلیت اتکای مناسبی برخوردار است.

جدول ۱ مقایسه نتایج تحلیلی کار حاضر با مرجع [۲۲]

Table 1 Comparison of dimensionless temperature between the present analytical solution and the classical reference [22]

Dimensionless Radius (R)	Dimensionless Temperature — Classical Reference [22]	Dimensionless Temperature — Present Solution (Solid Phase)	Relative Error (%)
0.0	0.15	0.18	20.0
0.2	0.05	0.10	100.0
0.4	-0.05	0.02	— †
0.6	-0.15	-0.06	60.0
0.8	-0.25	-0.14	44.0
1.0	-0.35	-0.22	37.1

به منظور اطمینان از صحت نتایج، اعتبارسنجی تکمیلی مدل تحلیلی حاضر با داده‌های شبیه سازی عددی گنگاپاتنام و همکاران [۱۵] انجام شد. بدین منظور، شرایط آزمون مطابق با مطالعه CFD مذکور، یعنی فوم آلومینیومی با تخلخل $\epsilon = 0.92$ و چگالی منافذ $\omega = 20$ PPI در حالت حدی لوله کاملاً پر شده ($R_i \rightarrow 0$)، در نظر گرفته شد و مقادیر عدد ناسلت (Nu) از حل تحلیلی حاضر با نتایج CFD-LTNE مرجع مقایسه گردید. همان گونه که در جدول ۲ مشاهده می‌شود، در عدد رینولدز $Re \approx 300$ مقدار Nu در حل حاضر حدود ۹/۸ و در CFD مرجع حدود ۱۰/۵ به دست آمده که خطای نسبی حدود ۷/۶٪ را نشان می‌دهد. با افزایش عدد رینولدز به $Re \approx 500$ و



شکل ۲ تغییرات ضریب اصطکاک (f) بر حسب شعاع بی‌بعد سطحی (R_i) برای قطرهای لوله $r_0=0.01$ m و $r_0=0.02$ m و اعداد رینولدز $Re=1000$ و $Re=1500$ و $Re=2000$ در تخلخل $\varepsilon=0.9$

Fig.2 Variations of friction coefficient (f) as a function of dimensionless surface radius (R_i) for pipe radii $r_0 = 0.01$ m and $r_0 = 0.02$ m, and Reynolds numbers $Re = 1000$, $Re = 1500$, and $Re = 2000$ at porosity $\varepsilon = 0.9$.

اثرات پارامترهای مورفولوژیکی فوم بر مقاومت جریان در شکل ۳ ارائه شده است؛ به‌طوری‌که شکل ۳(الف) اثر تخلخل (ε) و شکل ۳(ب) اثر چگالی منافذ (PPI) را بر ضریب اصطکاک نشان می‌دهد. مطابق شکل ۳(الف)، با افزایش تخلخل، ضریب اصطکاک اندکی کاهش می‌یابد؛ زیرا افزایش ε موجب کاهش کسر حجمی فاز جامد و در نتیجه کاهش میزان انسداد و مقاومت جریان در ساختار فوم می‌شود. در مقابل، نتایج شکل ۳(ب) بیانگر آن است که افزایش چگالی منافذ به‌طور کلی ضریب اصطکاک را افزایش می‌دهد؛ به‌گونه‌ای که در مقادیر پایین PPI، رشد ضریب اصطکاک شدیدتر است، اما با افزایش بیشتر PPI، این روند تدریجاً کند شده و به یک حالت نزدیک به اشباع میل می‌کند. این رفتار به کاهش نفوذپذیری فوم در اثر ریزتر شدن ساختار نسبت داده می‌شود؛ به‌طوری‌که با افزایش چگالی منافذ، مسیرهای عبور سیال محدودتر شده و نفوذپذیری به سمت مقادیر بسیار کوچک (نزدیک به صفر) حرکت می‌کند، که نتیجه آن افزایش مقاومت هیدرودینامیکی است.

اثرات پارامترهای مورفولوژیکی فوم بر روی عدد Nu در شکل ۴(الف) اثر تخلخل و (ب) اثر چگالی منافذ نشان داده شده است. نمودارهای پیوسته Nu بر حسب ε در شکل ۴-الف نشان می‌دهند که رابطه بین تخلخل و عدد ناسلت غیریکنواخت است و در هر چگالی منافذ معین، یک ماکسیمم مشخص دارد. این ماکسیمم ناشی از رقابت دو اثر فیزیکی متضاد است: کاهش تخلخل از یک سو رسانایی حرارتی مؤثر فوم را افزایش می‌دهد، اما از سوی دیگر نفوذپذیری را کاهش داده و مقاومت همرفتی موضعی را تشدید می‌کند. به‌عنوان نمونه، برای $\omega=30$ PPI بر اساس نمودار شکل ۴-الف، این ماکسیمم در حدود

$Re \approx 800$ ، این خطا به ترتیب حدود $7/3\%$ و $6/9\%$ باقی می‌ماند که همگی در محدوده قابل قبول مهندسی قرار دارند. علاوه بر این، هر دو مدل به‌طور یکسان تأیید می‌کنند که برای فوم‌های فلزی با نسبت $k_f/k_s \approx 1.6 \times 10^{-4}$ ، مدل LTE عدد ناسلت را تا 30 تا 50 درصد کمتر از مقدار واقعی پیش‌بینی می‌کند و استفاده از مدل LTNE ضروری است. اختلاف باقیمانده میان دو مدل را می‌توان به تفاوت در هندسه کانال (لوله استوانه‌ای در برابر کانال مستطیلی) و شرایط مرزی متفاوت نسبت داد. در مجموع، این میزان تطابق، دقت قابل قبول راه‌حل تحلیلی پیشنهادی را در پیش‌بینی رفتار انتقال حرارت در فوم‌های فلزی تأیید می‌کند.

جدول ۲ مقایسه نتایج مدل تحلیلی حاضر با نتایج CFD-LTNE مرجع [۱۵]

Table 2 Comparison of the present analytical solution with CFD-LTNE results from reference [15]

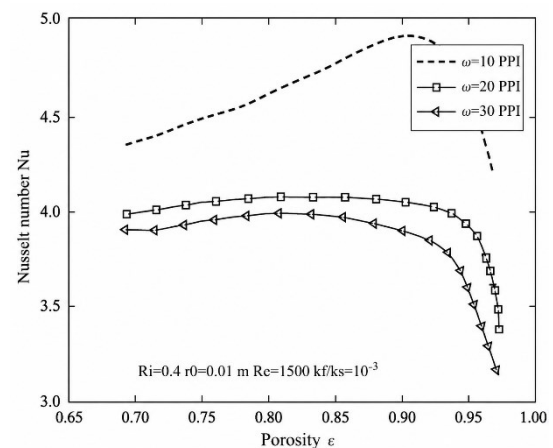
Conditions	Parameter	Present Analytical Solution	CFD-LTNE [15]	Relative Error (%)
$\varepsilon=0.92$, $\omega=20$ PPI, $Re \approx 300$	Nu	9.8	10.5	6.7
$\varepsilon=0.92$, $\omega=20$ PPI, $Re \approx 500$	Nu	12.1	13.0	6.9
$\varepsilon=0.92$, $\omega=20$ PPI, $Re \approx 800$	Nu	15.3	16.5	7.3
$\varepsilon=0.92$, $\omega=20$ PPI, $k_f/k_s \approx 1.6 \times 10^{-4}$	LTNE vs. LTE superiority	Confirmed	LTNE under-predicts by 30–50%	Consistent

به‌منظور بررسی نقش شعاع سطحی بدون بعد بر ضریب اصطکاک در قطرهای مختلف لوله و اعداد رینولدز گوناگون، نتایج در شکل ۲ ترسیم شده‌اند. روند کلی نشان می‌دهد با افزایش شعاع سطحی بدون بعد (یعنی کاهش سهم ناحیه متخلخل و حرکت به سمت لوله توخالی)، مقدار ضریب اصطکاک به‌صورت یکنواخت از حالت کاملاً پرشده با فوم فلزی فاصله گرفته و به مقدار متناظر با لوله صاف همگرا می‌شود. علاوه بر این، در یک شعاع سطحی بدون بعد ثابت، ضریب اصطکاک در مجرای جزئیاً پرشده با فوم با قطر لوله افزایش می‌یابد، در حالی‌که با افزایش عدد رینولدز کاهش نشان می‌دهد. از دیدگاه رژیم جریان در محیط متخلخل نیز، نیل و بژان [۲۳] بیان کرده‌اند که آشفتگی در مقیاس منافذ معمولاً در بازه $100 < kRe < 200$ رخ می‌دهد. در شرایط حاضر، بیشینه مقدار پارامتر kRe مربوط به $Re=2000$ در حالت $Ri=0$ با $\varepsilon=0.97$ و $\omega=10$ PPI است که همچنان به‌طور محسوسی کمتر از 100 به دست می‌آید؛ از این رو، فرض جریان آرام در کل دامنه بررسی شده معتبر تلقی می‌شود.

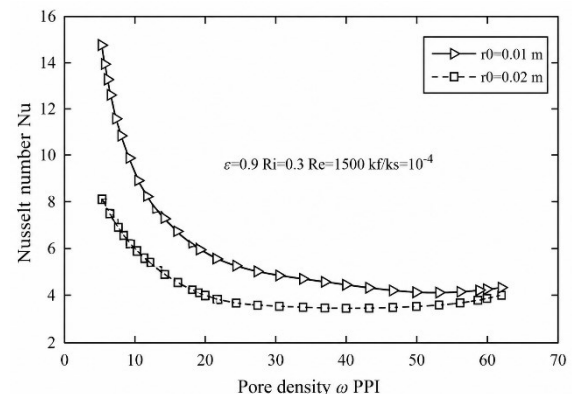
سیال در ناحیه فوم محدودتر می‌شود. این پدیده موجب افزایش مقاومت حرارتی همرفتی موضعی در ناحیه فوم می‌گردد. بنابراین، برای بهینه‌سازی عملکرد انتقال حرارت در لوله‌های جزئی پر شده با فوم فلزی، می‌بایست تخلخل بهینه‌ای را یافت که عدد ناسلت را حداکثر نموده و همزمان چگالی منافذ را تا حد امکان کاهش داد. شکل ۵ اثرات عدد رینولدز را بر عدد ناسلت برای مواد مختلف فوم فلزی (شامل فولاد ضد زنگ، آلومینیوم و مس) نشان می‌دهد. مطابق با این نمودار، عدد ناسلت با افزایش عدد رینولدز افزایش می‌یابد که این امر ناشی از کاهش مقاومت حرارتی همرفتی موضعی در ناحیه فوم با افزایش شدت جریان است. بدون تردید، افزایش عدد رینولدز می‌تواند عملکرد انتقال حرارت سیستم را به طور قابل توجهی بهبود بخشد. شکل ۶ اثر نسبت هدایت حرارتی (k_f/k_s) را بر عدد ناسلت برای چگالی‌های منفذ مختلف به تصویر می‌کشد. همانطور که مشاهده می‌شود، این نسبت تأثیر قابل توجهی بر عدد ناسلت دارد. هنگامی که $k_f/k_s > 0.01$ باشد، عدد ناسلت به مقدار ثابتی کمتر از ۴.۳۶ همگرا می‌شود که مطابق با نتیجه کلاسیک برای جریان آرام کاملاً توسعه یافته در لوله توخالی با شرایط مرزی شار حرارتی ثابت است. این پدیده نشان می‌دهد که در این شرایط، مقاومت حرارتی هدایتی بخش عمده‌ای از مقاومت حرارتی کل را تشکیل داده و عملکرد انتقال حرارت تضعیف می‌شود. در مقابل، هنگامی که $k_f/k_s < 10^{-3}$ باشد (که برای اغلب فوم‌های فلزی صادق است)، عدد ناسلت به مقادیر بالاتر از ۴.۳۶ نزدیک می‌شود. با کاهش نسبت k_f/k_s ، عملکرد انتقال حرارت بهبود می‌یابد، چرا که در این حالت مقاومت حرارتی هدایتی ناچیز شده و مقاومت حرارتی همرفتی بر فرآیند انتقال حرارت تسلط می‌یابد. شکل ۷ اثر شعاع بی‌بعد فصل مشترک (Ri) را بر عدد ناسلت برای شعاع‌های مختلف لوله نشان می‌دهد. در این شکل رفتار غیرعادی را می‌توان با تغییرات شدید نفوذپذیری جریان در فصل مشترک بین ناحیه متخلخل و سیال آزاد توضیح داد. با افزایش Ri فراتر از مقدار بحرانی، سرعت جریان در ناحیه فوم به طور محسوسی کاهش یافته و انتقال حرارت همرفتی تضعیف می‌شود. در این شرایط، مقاومت حرارتی همرفتی افزایش یافته و حتی ممکن است به صفر نزدیک شود، به طوری که سیال در ناحیه فوم تقریباً راکد می‌گردد. در نتیجه، مکانیزم هدایت گرمایی به صورت مکانیزم غالب انتقال حرارت درآمده و عملکرد کلی انتقال حرارت در محدوده $0.45 < Ri < 1.0$ حتی از حالت لوله صاف توخالی نیز پایین‌تر می‌رود. همچنین تحلیل میدان سرعت نشان می‌دهد که با افزایش شعاع بی‌بعد فصل مشترک، هم سرعت اوج در خط مرکزی و هم سرعت متوسط در ناحیه فوم کاهش می‌یابد. این پدیده به این دلیل رخ می‌دهد که با افزایش Ri ، سطح مقطع ناحیه آزاد افزایش یافته و جریان سیال تمایل دارد در این ناحیه متمرکز شود. جالب توجه است که سرعت در خط مرکزی لوله‌های جزئی پر شده بیشتر از هر دو حالت لوله کاملاً پر شده و لوله کاملاً توخالی است، در حالی که سرعت در درون لایه فوم به شدت کاهش می‌یابد. این مشاهده تأیید می‌کند که بخش عمده‌ای از سیال در فضای آزاد مرکزی جریان یافته و تنها بخش کوچکی از سیال که در معرض نیروهای کششی از سوی ماتریس فوم و دیواره لوله قرار دارد، با سرعت کم از ناحیه فوم عبور می‌کند.

۰.۸۷± ϵ رخ می‌دهد. مقدار دقیق این تخلخل بهینه با تغییر سایر پارامترها (عدد رینولدز، چگالی منافذ و جنس فوم) تغییر می‌کند و تعیین کمی آن برای هر ترکیب پارامتری، موضوع مطالعات بهینه‌سازی آتی خواهد بود. بر اساس نمودارهای شکل ۴-ب، در محدوده مورد بررسی (ω از ۵ PPI تا ۶۰ PPI)، رابطه Nu با چگالی منافذ یکنواخت نزولی است؛ یعنی کاهش چگالی منافذ، عدد ناسلت را در شرایط ثابت بودن سایر پارامترها افزایش می‌دهد. این رفتار صرفاً از منظر انتقال حرارت قابل تفسیر است و نمی‌توان آن را به عنوان "مقدار بهینه چگالی منافذ" در معنای دقیق کلمه تعبیر کرد، زیرا کاهش چگالی منافذ همزمان ضریب اصطکاک را نیز تغییر می‌دهد. انتخاب چگالی منافذ مناسب در عمل مستلزم استفاده از یک معیار عملکردی ترکیبی مانند PEC (Performance Evaluation Criterion) است که هر دو اثر حرارتی و هیدرودینامیکی را به طور همزمان لحاظ می‌کند.

الف



ب

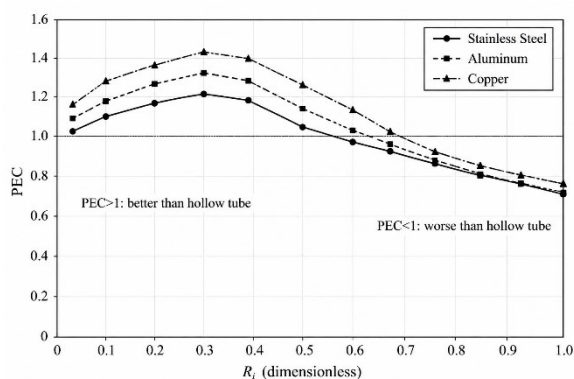


شکل ۴ (الف) تغییرات عدد ناسلت (Nu) بر حسب تخلخل (ϵ) برای PPI (ب) تغییرات Nu بر حسب چگالی منافذ (ω) برای $r_0 = 0.01$ m و $r_0 = 0.02$ m؛ $\omega = 10$ PPI، $\omega = 20$ PPI، $\omega = 30$ PPI

Fig.4 (a) Variations of Nusselt number (Nu) as a function of porosity (ϵ) for pore densities $\omega = 10$ PPI, $\omega = 20$ PPI, and $\omega = 30$ PPI; (b) Variations of Nu as a function of pore density (PPI) for $r_0 = 0.01$ m and $r_0 = 0.02$ m.

مقاومت حرارتی موجود در مرز مشترک فاز سیال و جامد می‌تواند منجر به افزایش مقاومت حرارتی همرفتی کلی سیستم شود. به طور کلی، با کاهش تخلخل یا افزایش چگالی منافذ در ساختار فوم، نفوذپذیری محیط کاهش یافته و در نتیجه مسیرهای در دسترس برای جریان

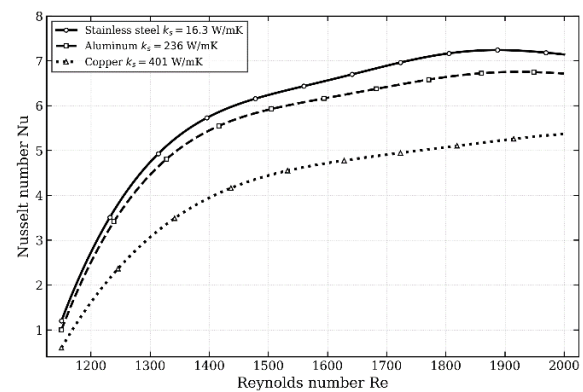
شکل ۸ تغییرات عدد عملکرد حرارتی-هیدرولیکی PEC بر حسب Ri برای سه فوم فلزی شامل فولاد ضدزنگ، آلومینیوم و مس را نشان می دهد. همان طور که مشاهده می شود، در مقادیر کوچک Ri ، مقدار PEC بزرگتر از ۱ بوده و نشان دهنده برتری سامانه فومی نسبت به لوله توخالی است. با افزایش Ri ، مقدار PEC ابتدا افزایش یافته و به یک مقدار بیشینه در یک Ri بحرانی می رسد؛ سپس با افزایش بیشتر Ri ، مقدار آن کاهش یافته و در ناحیه ای از ۱ کمتر می شود. این رفتار نشان می دهد که یک شرایط بهینه برای عملکرد سامانه وجود دارد که به نوع ماده فوم نیز وابسته است. نمودار PEC بر حسب Ri نشان می دهد که عملکرد حرارتی-هیدرولیکی سامانه فومی به طور مستقیم تحت تأثیر شدت شناوری نسبی قرار دارد. در ناحیه مقادیر کوچک Ri ، اثرات ناشی از وجود فوم بر افزایش انتقال حرارت نسبت به افت فشار غالب بوده و بنابراین $PEC > 1$ مشاهده می شود؛ به عبارت دیگر، استفاده از فوم در این محدوده نسبت به لوله توخالی مزیت عملکردی دارد. با افزایش Ri ، اثر شناوری تقویت شده و اختلاط سیال و انتقال حرارت بهبود می یابد، به همین دلیل PEC تا رسیدن به یک مقدار بحرانی افزایش می یابد. این نقطه بحرانی نشان دهنده شرایط بهینه عملکرد سامانه است. با این حال، پس از عبور از این مقدار، افزایش بیشتر Ri موجب غلبه افت های هیدرولیکی و کاهش بازده کلی شده و در نتیجه PEC کاهش می یابد و حتی از ۱ نیز کمتر می شود. این روند بیانگر آن است که انتخاب نوع فوم و تنظیم شرایط عملیاتی باید به گونه ای انجام شود که سامانه در محدوده بهینه عملکرد قرار گیرد. همچنین، اختلاف رفتار سه ماده فومی نشان می دهد که رسانندگی و ویژگی های ساختاری فوم نقش مهمی در تعیین مقدار و موقعیت نقطه بهینه دارند.



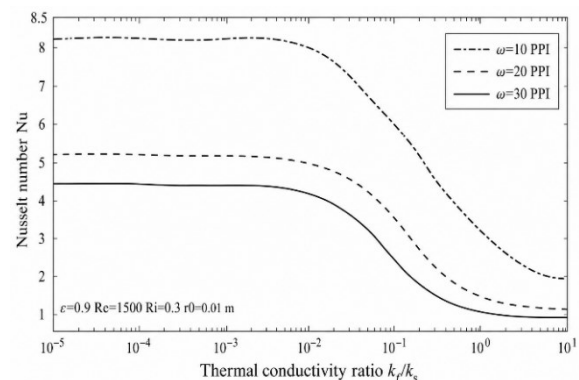
شکل ۸ تغییرات عدد عملکرد حرارتی-هیدرولیکی PEC بر حسب Ri برای سه فوم فلزی شامل فولاد ضدزنگ، آلومینیوم و مس.
Fig.8 Variations of thermal-hydraulic performance number (PEC) as a function of Ri for three metal foams: stainless steel, aluminum, and copper.

۵- نتیجه گیری کلی

در این پژوهش، راه حل تحلیلی با فرم بسته برای جابجایی اجباری کاملاً توسعه یافته در لوله استوانه ای جزئی پر شده با فوم فلزی سلول باز، بر مبنای مدل برینکمن-داری و مدل عدم تعادل حرارتی موضعی (LTNE) ارائه شد. برخلاف مطالعات پیشین که در

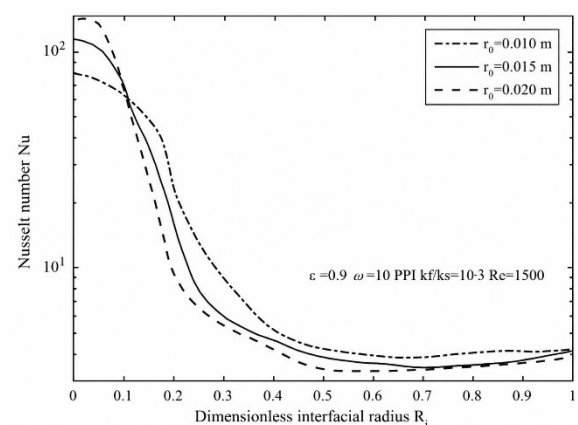


شکل ۵ تغییرات عدد ناسلت (Nu) بر حسب عدد رینولدز (Re) برای سه ماده فوم فلزی: فولاد ضد زنگ ($k_s = 16.3$ W/mK)، آلومینیوم ($k_s = 236$ W/mK) و مس ($k_s = 401$ W/mK) در $\varepsilon = 0.9$ ، $Ri = 0.3$ ، $r_0 = 0.01$ m.
Fig.5 Variations of Nusselt number (Nu) as a function of Reynolds number (Re) for three metal foam materials: stainless steel ($k_s = 16.3$ W/mK), aluminum ($k_s = 236$ W/mK), and copper ($k_s = 401$ W/mK) at $\varepsilon = 0.9$, $Ri = 0.3$, $r_0 = 0.01$ m.



شکل ۶ تغییرات عدد ناسلت (Nu) بر حسب نسبت هدایت حرارتی (k_f/k_s) برای $\omega = 30$ PPI، $\omega = 20$ PPI، $\omega = 10$ PPI در $\varepsilon = 0.9$ ، $Ri = 0.3$ ، $Re = 1500$.

Fig.6 Variations of Nusselt number (Nu) as a function of thermal conductivity ratio (k_f/k_s) for $\omega = 10$ PPI, $\omega = 20$ PPI, and $\omega = 30$ PPI at $\varepsilon = 0.9$, $Ri = 0.3$, $Re = 1500$.



شکل ۷ تغییرات عدد ناسلت (Nu) بر حسب شعاع بی بعد فصل مشترک (Ri) برای $r_0 = 0.02$ m و $r_0 = 0.01$ m در $\varepsilon = 0.9$ ، $Re = 1500$ ، و $k_f/k_s = 10^{-3}$.
Fig.7 Variations of Nusselt number (Nu) as a function of dimensionless interface radius (Ri) for $r_0 = 0.01$ m and $r_0 = 0.02$ m at $\varepsilon = 0.9$, $Re = 1500$, and $k_f/k_s = 10^{-3}$.

تأییدیه اخلاقی: محتوای علمی این مقاله حاصل پژوهش اصیل نویسنده بوده و پیش از این در هیچ نشریه داخلی یا خارجی منتشر نشده است.

بیانیه استفاده از هوش مصنوعی: نویسنده در فرآیند نگارش، تحلیل داده‌ها و تدوین نتایج این مقاله از هیچ‌گونه ابزار هوش مصنوعی استفاده نکرده است و کلیه مراحل پژوهش توسط شخص نویسنده انجام شده است.

نقش نویسندگان: نویسنده اول (۱۰۰٪) - طراحی و تدوین روش‌شناسی پژوهش، جمع‌آوری و تحلیل داده‌ها، نگارش متن اصلی و ویرایش نهایی.

حامی مالی: این پژوهش فاقد هرگونه حامی مالی است.

تعارض منافع: نویسنده هیچ‌گونه تعارض منافعی در خصوص این پژوهش اعلام نمی‌دارند

منابع

- [1] V.V. Calmidi, R.L. Mahajan, "Forced convection in high porosity metal foams", ASME J. Heat Transfer, vol. 44 pp 827-836, 2011 [doi:10.1115/1.1287793](https://doi.org/10.1115/1.1287793)
- [2] C.Y. Zhao, T. Kim, T.J. Lu, H.P. Hodson, "Thermal transport phenomena in porous metal foams and sintered beds", Technical report, University of Cambridge, 2001.
- [3] W. Lu, C.Y. Zhao, S.A. Tassou, "Thermal analysis on metal-foam filled heat exchangers. Part I: Metal-foam filled pipes", Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 49 pp. 2751-2761, 2006. [Doi:10.1016/j.ijheatmasstransfer.2005.12.012](https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2005.12.012)
- [4] C.Y. Zhao, W. Lu, S.A. Tassou, "Thermal analysis on metal-foam filled heat exchangers. Part II: Tube heat exchangers", Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 49 pp 2762-2770, 2006. [Doi:10.1016/j.ijheatmasstransfer.2006.01.03](https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2006.01.03)
- [5] N. Dukhan, K.-C. Chen, "Heat transfer measurements in metal foam subjected to constant heat flux", Exp. Thermal Fluid Sci, vol. 32 pp 624-631, 2007. [Doi:10.1016/j.expthermflusci.2006.07.006](https://doi.org/10.1016/j.expthermflusci.2006.07.006)
- [6] C.T. DeGroot, A.G. Straatman, L.J. Betchen, "Modeling forced convection in finned metal foam heat sinks", ASME J. Electron. Pack, vol. 131 pp 021001-021010, 2009. [doi:10.1115/1.3056533](https://doi.org/10.1115/1.3056533)
- [7] Y.P. Du, Z.G. Qu, C.Y. Zhao, W.Q. Tao, "Numerical study of conjugated heat transfer in metal foam filled double-pipe", Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 53 pp 4899-4907, 2010. [doi:10.1016/j.ijheatmasstransfer.2010.06.007](https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2010.06.007)
- [8] S. Mahjoob, K. Vafai, "A synthesis of fluid and thermal transport models for metal foam heat exchangers", Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 51 pp 3701-3711, 2008. [doi:10.1016/j.ijheatmasstransfer.2007.11.033](https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2007.11.033)
- [9] S. Mahjoob, K. Vafai, "Analysis of bioheat transport through a dual layer biological media", ASME J. Heat Transfer, vol. 132 pp 031101.1-031101.14, 2010. [doi:10.1115/1.4000060](https://doi.org/10.1115/1.4000060)
- [10] K. Yang, K. Vafai, "Analysis of temperature gradient bifurcation in porous media - An exact solution", Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 53, pp 4316-4325, 2010. [doi:10.1016/j.ijheatmasstransfer.2010.05.010](https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2010.05.010)
- [11] K. Vafai, R. Thiyagaraja, "Analysis of flow and heat transfer at the interface region of a porous medium", Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 30 pp 1391-1405, 1987.

هندسه‌های مشابه به مدل LTE متکی بودند، رویکرد اتخاذ شده در این پژوهش امکان پیش‌بینی دقیق‌تر رفتار حرارتی سیستم را، به‌ویژه در شرایط $kf/ks \ll 1$ که برای فوم‌های فلزی رایج است، فراهم می‌کند. از آنجا که راه‌حل دارای فرم بسته تحلیلی است، ارزیابی عملکرد سیستم برای هر مقدار دلخواه از تخلخل در بازه (۰،۱) به‌صورت پیوسته امکان‌پذیر بوده و نتایج به مقادیر میانی پارامترها نیز تعمیم‌پذیر است؛ ویژگی‌ای که این رویکرد را از روش‌های عددی متمایز می‌سازد. اعتبار مدل از طریق مقایسه با دو حالت حدی لوله کاملاً توخالی و لوله کاملاً پر شده تأیید گردید. بررسی پارامتری نشان داد که با افزایش شعاع بی‌بعد سطح مشترک، ضریب اصطکاک از مقدار لوله کاملاً پر شده به سمت لوله صاف کاهش می‌یابد و در شرایط یکسان، با عدد رینولدز رابطه معکوس دارد. از منظر مورفولوژی فوم، افزایش تخلخل کاهش اندکی در ضریب اصطکاک ایجاد می‌کند، در حالی که افزایش چگالی منافذ اثر محسوس‌تری بر افت فشار می‌گذارد. از دیدگاه حرارتی، رابطه عدد ناسلت با تخلخل غیریکنواخت بوده و به ازای هر چگالی منافذ معین، یک مقدار بهینه از تخلخل وجود دارد که Nu را بیشینه می‌کند. این رفتار حاصل رقابت دو اثر متضاد است: کاهش تخلخل رسانایی حرارتی مؤثر فوم را افزایش می‌دهد، اما همزمان نفوذپذیری را کاهش داده و مقاومت همرفتی موضعی را تشدید می‌کند. به‌عنوان نمونه، برای $\omega = 30$ PPI این نقطه بهینه در حدود $\varepsilon = 0.87$ مشاهده شد. از آنجا که کاهش چگالی منافذ همزمان بر افت فشار نیز اثرگذار است، انتخاب مقدار مطلوب آن مستلزم به‌کارگیری معیار عملکردی ترکیبی نظیر PEC است. یکی از یافته‌های مهم این پژوهش، رفتار غیرخطی عدد ناسلت نسبت به شعاع بی‌بعد فصل مشترک (Ri) است. در بازه $0.45 < Ri < 1.0$ عملکرد انتقال حرارت حتی از حالت لوله توخالی نیز پایین‌تر می‌رود که ناشی از کاهش شدید سرعت جریان در ناحیه فوم و غلبه مکانیزم هدایت حرارتی است. این یافته پیامی مهم برای طراحان دارد: حضور فوم در لوله لزوماً به معنای بهبود انتقال حرارت نیست و انتخاب نادرست نسبت پرشدگی شعاعی می‌تواند عملکرد سیستم را حتی پایین‌تر از لوله ساده بیاورد. همچنین نسبت هدایت حرارتی (kf/ks) نقشی تعیین‌کننده دارد؛ برای مقادیر کمتر از 10^{-3} عدد ناسلت از مقدار کلاسیک لوله توخالی (۴/۳۶) فراتر رفته و فوم به تقویت مؤثر انتقال حرارت کمک می‌کند. در جمع‌بندی، پیکربندی جزئی پر شده با فوم فلزی، با انتخاب آگاهانه پارامترهای هندسی و مورفولوژیکی، می‌تواند تعادلی مؤثر میان افزایش انتقال حرارت و کنترل افت فشار برقرار کند. راه‌حل تحلیلی بسته ارائه شده ابزاری کارآمد برای طراحی، تحلیل حساسیت و بهینه‌سازی مبدل‌های حرارتی صنعتی است؛ به‌ویژه در کاربردهایی که دستیابی هم‌زمان به راندمان حرارتی بالا و مصرف توان پمپاژ قابل قبول از اولویات اصلی طراحی به شمار می‌رود.

doi:10.1016/0017-9310(87)90171-2

[12] D. Poulikakos, M. Kazmierczak, " Forced convection in duct partially filled with a porous material, " ASME J. Heat Transfer, vol. 109 pp 653–662, 1987.

doi:10.1115/1.3248147

[13] S. Chikh, A. Boumedien, K. Bouhade, G. Lauriat, "Analytical solution of nonDarcian forced convection in an annular duct partially filled with a porous medium, " Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 38 pp 1543–1551, 1997.

doi: 10.1016/0017-9310(94)00295-7

[14] D.Y. Lee, K. Vafai, " Analytical characterization and conceptual assessment of solid and fluid temperature differentials in porous media, " Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 42 pp 423–435, 1999.

doi:10.1016/S0017-9310(98)00185-9

[15] P. Gangapatnam, R. Kurian, and S. P. Venkateshan, "Numerical simulation of heat transfer in metal foams," Heat and Mass Transfer, vol. 54, pp. 553–562, 2018.

doi:10.1007/s00231-017-2149-6

[16] Hajiqoli, M., et al. "On the effects of porosity and structural properties on the thermal-hydraulic performance of open-cell metal foams: A CFD study." Applied Thermal Engineering, vol. 181, pp. 115999, 2020.

doi:10.1016/j.applthermaleng.2020.115999

[17] Mancin, S., et al. "Experimental analysis of partial filling in a channel with metal foam for electronics cooling." Experimental Thermal and Fluid Science, vol. 118, pp 110167, 2020.

doi:10.1016/j.expthermflusci.2020.110167

[18] Y. Wang, "Comprehensive analysis of forced convection heat transfer characteristics of gradient pore density metal foam," International Communications in Heat and Mass Transfer, vol. 148, Art. no. 107150, Jun. 2025,

doi: 10.1016/j.icheatmasstransfer.2025.107150.

[19] J. Torres-Madroño et al., "Numerical analysis of non-regular and regular metal foam configurations on thermo-hydraulic performance," Applied Thermal Engineering, vol. 252, Art. no. 124154, Aug. 2025,

doi: 10.1016/j.applthermaleng.2025.124154.

[20] V.V. Calmide, " Transport phenomena in high porosity fibrous metal foams", Ph.D. Thesis, University of Colorado, 1998.

[21] K. Boomsma, D. Poulikakos, " On the effective thermal conductivity of a three dimensionally structured fluid-saturated metal foam", Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 44 pp. 827–836, 2001.

doi:10.1016/S0017-9310(00)00123-X [22] J.H. Lienhard

IV, J.H. V Lienhard, " A Heat Transfer Textbook, third ed., Phlogiston Press, Cambridge, 2006.

<http://link.springer.com/book/10.1007/978-1-4419-7688-4>

[23] D.A. Nield, A. Bejan, " Convection in Porous Media", third ed., Springer, New York, 2006.