

A Hybrid Cooperative/Non-Cooperative Game-Theoretic Framework for Optimal PID Controller Design

Bahman Ahmadi^{*}, Hossein Qorban-Nezhad

Mechanical Engineering Department, University of Kurdistan, Sanandaj, Iran

ARTICLE INFO

Article Type

Original Research

Article History

Received: July 20, 2026

Revised: October 04, 2026

Accepted: October 06, 2026

ePublished: October 22, 2026

ABSTRACT

Proportional–integral–derivative (PID) controllers remain among the most widely used control strategies in industrial applications due to their simple structure and reliable performance. However, optimal tuning of PID parameters, particularly for time-delay systems with conflicting performance requirements, remains a challenging problem. This study proposes an integrated game-theoretic framework for multi-objective optimal PID controller design. In the proposed approach, two conflicting performance criteria, namely settling time and maximum overshoot, are modeled as independent players in a non-cooperative game, and the Nash equilibrium solution is determined as a competitive outcome. Subsequently, this equilibrium point is employed as the disagreement point in a Nash bargaining process to obtain a compromise solution from the Pareto-optimal set. The PID controller parameters are considered as design variables, while frequency-domain stability constraints are incorporated into the optimization procedure. The effectiveness of the proposed framework is evaluated through comparative studies with conventional PID tuning methods. In the case study, the Nash bargaining solution achieves a settling time of 5.19 s and a maximum overshoot of 0.41%, representing improvements of approximately 34% and 78%, respectively, compared with the Nash equilibrium. Compared with the Ziegler–Nichols tuning, the settling time is reduced from 16.81 to 5.19 s, while the maximum overshoot decreases from 0.51% to 0.41%.

Keywords: PID Controller, Optimization, Game Theory, Nash Equilibrium, Nash Bargaining

How to cite this article

Ahmadi B, Qorban-Nezhad H, A Hybrid Cooperative/Non-Cooperative Game-Theoretic Framework for Optimal PID Controller Design. Modares Mechanical Engineering; 2027;27(02): 139-151.

^{*}Corresponding author's email: b.ahmadi@uok.ac.ir

^{*}Corresponding ORCID ID: 0000-0002-3109-6223



Copyright© 2027, TMU Press. This open-access article is published under the terms of the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License which permits Share (copy and redistribute the material in any medium or format) and Adapt (remix, transform, and build upon the material) under the Attribution-NonCommercial terms.

چارچوب ترکیبی مبتنی بر نظریه بازی همکارانه/غیرهمکارانه برای طراحی بهینه کنترل کننده PID

بهمن احمدی*^{id}، حسین قربان نژاد

گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه کردستان، سنندج، ایران

اطلاعات مقاله

نوع مقاله

مقاله پژوهشی

تاریخچه مقاله

دریافت: ۱۴۰۵/۰۴/۲۹

بازنگری: ۱۴۰۵/۰۷/۱۲

مذبحش: ۱۴۰۵/۰۷/۱۴

ارائه آنلاب: ۱۴۰۵/۰۷/۳۰

چکیده

کنترل‌کننده‌های تناسبی-انتگرالی-مشتقی به دلیل ساختار ساده و قابلیت اطمینان بالا، همچنان یکی از پرکاربردترین راهکارهای کنترلی در فرایندهای صنعتی محسوب می‌شوند. با این حال، تنظیم بهینه پارامترهای این کنترل‌کننده‌ها، به‌ویژه در سیستم‌های دارای تأخیر زمانی و با معیارهای عملکردی متعارض، همچنان یک مسئله چالش‌برانگیز است. در این پژوهش، یک چارچوب ترکیبی مبتنی بر نظریه بازی برای طراحی بهینه چندهدفه کنترل‌کننده تناسبی-انتگرالی-مشتقی ارائه شده است. در روش پیشنهادی، دو معیار عملکردی زمان نشست و فراجهش به‌عنوان اهداف متعارض در یک بازی غیرهمکارانه مدل‌سازی شده و نقطه تعادل نش به‌عنوان راه‌حل رقابتی تعیین می‌شود. سپس، این نقطه به‌عنوان نقطه عدم توافق در فرایند چانه‌زنی نش مورد استفاده قرار گرفته و یک راه‌حل مصالحه‌ای از میان مجموعه جواب‌های پارتو استخراج می‌شود. ضرایب کنترل‌کننده به‌عنوان متغیرهای طراحی بهینه شده و قیود پایداری حوزه فرکانس نیز در فرایند طراحی لحاظ می‌شوند. در مطالعه موردی، راه‌حل چانه‌زنی نش به زمان نشست ۵/۱۹ ثانیه و فراجهش ۰/۴۱ درصد دست یافت؛ این مقادیر در مقایسه با تعادل نش، به‌ترتیب حدود ۳۴ و ۷۸ درصد بهبود نشان می‌دهند. همچنین، در مقایسه با تنظیم زیگلر-نیکولز، زمان نشست و فراجهش به‌ترتیب از ۱۶/۸۱ به ۵/۱۹ ثانیه و از ۰/۵۱ به ۰/۴۱ درصد کاهش یافتند. نتایج نشان می‌دهند که چارچوب پیشنهادی سازوکاری نظام‌مند برای انتخاب یک راه‌حل متعادل از میان مجموعه جواب‌های پارتو فراهم می‌کند.

کلیدواژه‌ها: کنترل‌کننده تناسبی-انتگرالی-مشتقی، بهینه‌سازی چندهدفه، نظریه بازی، تعادل نش، چانه‌زنی نش

نحوه ارجاع به این مقاله

احمدی بهمن، قربان نژاد حسین، چارچوب ترکیبی مبتنی بر نظریه بازی همکارانه/غیرهمکارانه برای طراحی بهینه کنترل کننده PID، مهندسی مکانیک مدرس، ۱۵۱-۱۳۹:۱۳۹(۰۲):۲۷-۱۴۰۵.

*بست الکترونیک، نویسنده عهده‌دار مکاتبات: b.ahmadi@uok.ac.ir

* شناسه ارکید نویسنده عهده‌دار مکاتبات: ۶۲۲۳-۳۱۰۹-۲۰۰۰-۰۰۰۰



۱- مقدمه

کنترل کننده‌ها نقش مهمی در تضمین عملکرد، پایداری و قابلیت اطمینان سیستم‌های صنعتی دارند. با افزایش پیچیدگی فرآیندها و نیاز به برآورده‌سازی هم‌زمان چندین معیار عملکردی، طراحی و تنظیم کنترل کننده‌ها به یکی از چالش‌های مهم مهندسی کنترل تبدیل شده است. در میان روش‌های کنترلی، کنترل کننده‌های تناسبی-انتگرالی-مشتقی (PID) به دلیل ساختار ساده، پیاده‌سازی آسان و عملکرد مناسب، همچنان کاربرد گسترده‌ای دارند. با این حال، تنظیم بهینه پارامترهای PID، به‌ویژه در سیستم‌های دارای تأخیر زمانی و اهداف عملکردی متعارض، همچنان یک مسئله چالش برانگیز است. روش‌های کلاسیک مانند قواعد زیگلر-نیکولز، علی‌رغم سادگی، در بسیاری از کاربردهای پیچیده با محدودیت‌هایی مواجه هستند [۱]. از این رو، روش‌های تحلیلی، هوشمند و مبتنی بر بهینه‌سازی برای بهبود تنظیم کنترل کننده‌ها توسعه یافته‌اند [۲]. همچنین، معیارهای حوزه فرکانس مانند حاشیه بهره و حاشیه فاز، به‌عنوان ابزارهای مهم تحلیل پایداری در طراحی کنترل کننده‌های دارای تأخیر زمانی مورد توجه قرار گرفته‌اند [۳].

در دهه‌های اخیر، به‌منظور طراحی کنترل کننده با معیارهای عملکردی متعدد، روش‌های بهینه‌سازی چندهدفه مبتنی بر هوش محاسباتی و الگوریتم‌های تکاملی مورد توجه گسترده قرار گرفته‌اند. این روش‌ها با جست‌وجو در فضای طراحی و در نظر گرفتن اهداف متعارض، مجموعه‌ای از راه‌حل‌های بهینه پارتو را ارائه می‌دهند و امکان تحلیل مصالحه میان اهداف مختلف را فراهم می‌کنند [۴-۶]. در مسائل چندهدفه، به دلیل وجود تعارض میان اهداف، به‌جای یک پاسخ بهینه یکتا، مجموعه‌ای از جواب‌های غیرمغلوب موسوم به جبهه پارتو حاصل می‌شود. اگرچه الگوریتم‌های تکاملی به‌طور موفقیت‌آمیزی در طراحی چندهدفه سیستم‌های کنترل به‌کار گرفته شده‌اند [۷، ۸]، انتخاب یک راه‌حل نهایی از میان نقاط پارتو همچنان یک چالش تصمیم‌گیری محسوب می‌شود؛ زیرا بسیاری از روش‌ها سازوکار مشخصی برای تعیین راه‌حل مصالحه‌ای ارائه نمی‌کنند.

در سال‌های اخیر نیز پژوهش‌های متعددی بر توسعه روش‌های پیشرفته‌تر برای تنظیم کنترل کننده‌های تناسبی-انتگرالی-مشتقی متمرکز شده‌اند. برای نمونه، روش‌های تحلیلی جدیدی برای تنظیم کنترل کننده‌های تناسبی-انتگرالی-مشتقی در سیستم‌های دارای تأخیر زمانی ارائه شده‌اند [۹]، در حالی که برخی مطالعات، مسئله تنظیم را با در نظر گرفتن هم‌زمان عملکرد و قیود استحکام در قالب مسائل بهینه‌سازی پیشرفته صورت‌بندی کرده‌اند [۱۰]. همچنین، توسعه روش‌های تنظیم خودکار با هدف افزایش قابلیت استفاده در فرایندهای صنعتی و کاهش وابستگی به تنظیم دستی مورد توجه قرار گرفته است [۱۱]. این مطالعات نشان می‌دهند که با وجود پیشرفت روش‌های نوین تنظیم کنترل کننده، دستیابی هم‌زمان به

عملکرد مطلوب، استحکام و یک سازوکار نظام‌مند برای انتخاب راه‌حل مصالحه‌ای همچنان یک مسئله قابل توجه است. موفقیت چشمگیر نظریه بازی در تحلیل مسائل اقتصادی و تصمیم‌گیری، پژوهشگران را بر آن داشته است تا این چارچوب را به حوزه‌های مختلف مهندسی و علوم کاربردی گسترش دهند. نظریه بازی رویکردی نظام‌مند برای مدل‌سازی تعاملات، تعارض‌ها و منافع متقابل میان تصمیم‌گیرندگان در یک مسئله طراحی فراهم می‌کند [۱۲]. در مسائل بهینه‌سازی مهندسی، تصمیم‌گیرندگان که در ادبیات نظریه بازی «بازیگر» نامیده می‌شوند، معمولاً مسئول کنترل یک یا چند متغیر طراحی هستند و تلاش می‌کنند اهداف اختصاص‌یافته به خود را بهبود بخشند [۱۳]. نوع تعامل میان بازیگران می‌تواند به‌صورت همکاری، رقابت یا سلطه سلسله‌مراتبی باشد که به‌ترتیب منجر به شکل‌گیری مدل‌های مختلفی نظیر بازی‌های همکارانه، تعادل نش و بازی استکلبرگ می‌شود. این چارچوب‌ها امکان تحلیل نظام‌مند مصالحه میان اهداف متعارض و استخراج راه‌حل‌های تعادلی را فراهم می‌کنند.

در سال‌های اخیر، نظریه بازی به‌عنوان چارچوبی مؤثر برای تحلیل مسائل طراحی چندهدفه و تصمیم‌گیری چندمعیاره در حوزه‌های مهندسی مورد توجه قرار گرفته است. ژائو و همکاران [۱۴] با ارائه یک چارچوب طراحی مبتنی بر بازی غیرهمکارانه و مفهوم تعادل نش، قابلیت این رویکرد را در تحلیل مسائل دارای اهداف متعارض نشان دادند. در حوزه بهینه‌سازی مهندسی، قطبی و همکاران [۱۵] طراحی چرخ طیار را با استفاده از بازی استکلبرگ مدل‌سازی کرده و توانایی این روش را در ایجاد مصالحه میان انرژی ذخیره‌شده و هزینه ساخت نشان دادند. در حوزه تلفیق بهینه مکانیزم چهار لینکی، احمدی و همکاران [۱۶-۱۹] با بهره‌گیری از نظریه بازی همکارانه، چارچوبی برای طراحی چندهدفه ارائه کردند که موجب بهبود فرآیند تصمیم‌گیری میان اهداف متعارض بازیگران در سناریوهای مختلف بازی شد. در حوزه سیستم‌های کنترل نیز پژوهش‌هایی در زمینه استفاده از بازی چانه‌زنی نش [۲۰] و نظریه بازی استکلبرگ [۲۱] برای طراحی و تنظیم کنترل کننده‌ها انجام شده است. با این وجود، بیشتر مطالعات موجود یا بر چارچوب‌های بازی منفرد متمرکز بوده‌اند و یا صرفاً به تولید مجموعه‌ای از راه‌حل‌های بهینه پرداخته‌اند. تاکنون، استفاده از یک چارچوب یکپارچه مبتنی بر نظریه بازی که بتواند هم‌زمان مزایای بازی‌های غیرهمکارانه، سلسله‌مراتبی و چانه‌زنی را در طراحی بهینه چندهدفه کنترل کننده‌های PID برای سیستم‌های دارای تأخیر زمانی به‌کار گیرد، کمتر مورد توجه قرار گرفته است.

مسئله اصلی در بهینه‌سازی چندهدفه، صرفاً تولید جبهه پارتو نیست، بلکه انتخاب یک راه‌حل نهایی و منطقی از میان مجموعه جواب‌های غیرمغلوب است. با وجود توانایی روش‌های تکاملی در تولید جبهه پارتو، اغلب این روش‌ها سازوکار نظام‌مندی برای انتخاب یک نقطه مصالحه‌ای ارائه نمی‌کنند و این تصمیم را به

۲- مدل‌های طراحی مبتنی بر نظریه بازی

در روش‌های متداول طراحی بهینه، متغیرهای طراحی به‌گونه‌ای تعیین می‌شوند که چندین تابع هدف به‌صورت هم‌زمان بهینه شوند. در مقابل، در چارچوب نظریه بازی، متغیرهای طراحی میان بازیگران مختلف توزیع شده و هر بازیگر با کنترل متغیرهای تخصیص‌یافته به خود، در راستای بهینه‌سازی تابع هدف متناظر عمل می‌کند. این فرآیند ضمن رعایت قیود مسئله، امکان تحلیل تعاملات میان اهداف متعارض را فراهم می‌سازد.

عموماً، یک مسئله بهینه‌سازی چند هدفی بصورت یافتن n متغیر طراحی $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ به منظور بهینه‌کردن تعداد k تابع هدف $f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)$ که تحت قیود طراحی قرار دارند، تعریف می‌شود [۵]. بدون از دست دادن عمومیت مسئله، فرض کمینه‌سازی تمامی توابع هدف مد نظر قرار می‌گیرد. شکل استاندارد مسائل بهینه‌سازی چند هدفی بصورت روابط (۱) و (۲) قابل بیان است.

$$\min F(x) = [f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)]^T \text{ subject to } x \in S \quad (1)$$

$$S = \{x \in R^n | g_i(x) \leq 0, h_j(x) = 0, i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, p\} \quad (2)$$

که در آن x بردار متغیرهای طراحی، F بردار توابع هدف، $g_i(x)$ قیود نامساوی، $h_j(x)$ قیود مساوی و S مجموعه جواب‌های مسئله بهینه‌سازی رابطه (۱) می‌باشند. ایده استفاده از نظریه بازی برای حل مسائل بهینه‌سازی چند هدفی بصورت تخصیص توابع هدف و متغیرهای طراحی به بازیگران بازی مطرح می‌شود که در آن همه بازیگران به دنبال کمینه کردن توابع هدف خود می‌باشند. به منظور تشریح سناریوهای مختلف نظریه بازی، فرض می‌شود دو بازیگر P_1 و P_2 به ترتیب راهبرد های x_1 و x_2 را انتخاب می‌کنند، که به مجموعه راهبرد های $X_1 \subset R^{n1}$ و $X_2 \subset R^{n2}$ تعلق دارند. در مدل‌های مبتنی بر نظریه بازی تلاش می‌شود راهبرد بهینه (x_1, x_2) برای کمینه‌سازی توابع هدف هر بازیگر متناظر با مدل و سناریو بازی تعیین شوند. مدل‌های مختلف بازی در سه مدل بازی شامل مدل بازی همکارانه یا پارتو، مدل بازی غیر همکارانه و مدل بازی استاکلبرگ تقسیم بندی می‌شوند.

۲-۱- بازی همکارانه، حل پارتو

رهیافت پارتو نوعی بازی همکاری‌محور است که در آن تمامی بازیگران از راهبردهای یکدیگر آگاه بوده و به‌صورت هم‌زمان برای دستیابی به مجموعه‌ای از پاسخ‌های غیرمغلوب تلاش می‌کنند. در این چارچوب، هدف یافتن مجموعه‌ای از نقاط بهینه پارتو است، نقاطی که در آن بهبود یکی از توابع هدف تنها در ازای تضعیف حداقل یکی از اهداف دیگر امکان‌پذیر خواهد بود. بنابراین، یک پاسخ پارتوی بهینه به‌گونه‌ای تعریف می‌شود که هیچ بردار طراحی دیگری وجود نداشته باشد که بتواند حداقل یکی از توابع هدف را بدون بدتر کردن سایر اهداف بهبود دهد. مجموعه این پاسخ‌ها،

طراح واگذار می‌کنند. در راستای پاسخ به این چالش، در این پژوهش یک چارچوب ترکیبی مبتنی بر نظریه بازی برای طراحی بهینه چندهدفه کنترل‌کننده PID ارائه شده است که بازی‌های غیرهمکارانه و همکارانه را به‌صورت یکپارچه به کار می‌گیرد. در مرحله نخست، دو شاخص عملکردی اصلی شامل زمان نشست و فرجهش به‌عنوان دو بازیگر مستقل در یک بازی غیرهمکارانه مدل‌سازی شده و نقطه تعادل نش با استفاده از الگوریتم پیشنهادی تعیین می‌شود. سپس، این نقطه تعادل به‌عنوان نقطه عدم توافق در فرآیند چانه‌زنی نش مورد استفاده قرار می‌گیرد و با پیشینه‌سازی تابع چانه‌زنی، یک راه‌حل مصالحه‌ای از میان جواب‌های پارتو استخراج می‌شود. در این فرآیند، ضرایب کنترل‌کننده PID به‌عنوان متغیرهای طراحی بهینه‌سازی شده و علاوه بر دستیابی به عملکرد مناسب در حوزه زمان، قیود حوزه فرکانس نیز برای تضمین پایداری و استحکام سیستم لحاظ می‌شوند.

نتایج نشان می‌دهد که چارچوب پیشنهادی، با برقراری ارتباط میان رفتار رقابتی اولیه و تصمیم‌گیری مشارکتی نهایی، رویکردی نظام‌مند برای انتخاب یک راه‌حل متعادل از میان نقاط پارتو ارائه می‌کند و می‌تواند کیفیت طراحی کنترل‌کننده‌های PID را در سیستم‌های دارای تأخیر زمانی بهبود بخشد.

بر این اساس، مهم‌ترین وجوه تمایز و نوآوری روش پیشنهادی عبارت‌اند از:

- ارائه یک چارچوب دومرحله‌ای برای طراحی چندهدفه کنترل‌کننده که در آن، بازی غیرهمکارانه برای استخراج تعادل نش و سپس فرآیند چانه‌زنی نش برای انتخاب راه‌حل مصالحه‌ای از میان جواب‌های پارتوی تقریبی به‌صورت یکپارچه به کار گرفته می‌شوند؛ به‌گونه‌ای که تعادل نش حاصل از مرحله رقابتی به‌عنوان نقطه عدم توافق مرحله همکاری مورد استفاده قرار می‌گیرد.

- ارائه یک سازوکار برای تعیین تعادل نش در مسئله تنظیم کنترل‌کننده بر مبنای کمینه‌سازی فاصله اقلیدسی میان راهبرد موجود و مجموعه پاسخ‌های منطقی بازیگران، به‌گونه‌ای که در صورت نبود فرم بسته برای توابع واکنش، امکان تعیین عددی نقطه تعادل فراهم شود. همچنین، تخصیص ضرایب کنترل‌کننده میان بازیگران بر اساس نقش فیزیکی آن‌ها در پاسخ‌گذا انجام می‌شود تا ساختار بازی از نظر مهندسی معنادار باشد.

- توسعه یک فرآیند تصمیم‌گیری برای تبدیل یک مجموعه از پاسخ‌های پارتوی تقریبی به یک راه‌حل نهایی واحد، از طریق استفاده از تعادل نش به‌عنوان نقطه عدم توافق و بهینه‌سازی تابع چانه‌زنی، همراه با اعمال همزمان قیود پایداری حوزه فرکانس در طراحی کنترل‌کننده.

$$f_1(x_1^N, x_2^N) = \min_{x_1 \in X_1} f_1(x_1, x_2^N) \quad (5)$$

$$f_2(x_1^N, x_2^N) = \min_{x_2 \in X_2} f_2(x_1^N, x_2) \quad (6)$$

$$(x_1^N, x_2^N) \in X_1^N(x_2^N) \times X_2^N(x_1^N) \quad (7)$$

که در آن $X_1^N(x_2^N)$ و $X_2^N(x_1^N)$ به ترتیب بیانگر مجموعه پاسخ منطقی بازیگران بوده و به صورت روابط (۸) و (۹) تعریف می شوند.

$$X_1^N(x_2) = \left\{ x_1^N \in X_1 \mid f_1(x_1^N, x_2) = \min_{x_1 \in X_1} f_1(x_1, x_2) \right\} \quad (8)$$

$$X_2^N(x_1) = \left\{ x_2^N \in X_2 \mid f_2(x_1, x_2^N) = \min_{x_2 \in X_2} f_2(x_1, x_2) \right\} \quad (9)$$

بطور کلی یک نمایه راهبرد بهینه (x_1^N, x_2^N) ، راهبرد پایدار خوانده می شود اگر هیچ یک از بازیگران انگیزه ای برای تخطی یا انحراف از آن نداشته باشند. اگر این پایدار بودن در بین بازیگران از دید انفرادی باشد حل نش و اگر از دید گروهی باشد حل پارتو بدست می آید.

۲-۳- بازی سلسله مراتبی، حل استکلبرگ

بازی استکلبرگ یکی از انواع بازی گسترده و سلسله مراتبی است که در آن تصمیم گیری به صورت متوالی انجام می شود. در این ساختار، بازیگران به دو بخش پیشرو و پیرو تقسیم می شوند. بازیگر پیشرو ابتدا راهبرد خود را انتخاب می کند. سپس بازیگر پیرو با اطلاع از تصمیم بازیگر پیشرو، بهترین پاسخ ممکن را برای بهینه سازی تابع هدف خود تعیین می کند. برخلاف تعادل نش، در بازی استکلبرگ بازیگر پیشرو از ساختار تصمیم گیری و واکنش منطقی بازیگر پیرو آگاهی کامل دارد. با فرض اینکه بازیگران پیشرو و پیرو به ترتیب متغیرهای طراحی x_1 و x_2 را در اختیار دارند، مدل ریاضی بازی استکلبرگ بصورت رابطه (۱۰) قابل بیان است.

$$\min_{(x_1, x_2) \in S} f_1(x_1, x_2) \quad (10)$$

$$\text{subject to : } x_2 \in X_2^N(x_1)$$

که در آن، مجموعه پاسخ منطقی بازیگر پیرو بصورت رابطه (۱۱) ارایه می شود.

$$X_2^N(x_1) = \left\{ x_2^N \in X_2 \mid f_2(x_1, x_2^N) = \min_{x_2 \in X_2} f_2(x_1, x_2) \right\} \quad (11)$$

۳- تعریف مسئله

در این بخش، ساختار متداول سیستم های کنترلی صنعتی به عنوان بستری برای توسعه روش طراحی مبتنی بر نظریه بازی در نظر گرفته شده است. از این رو، یک سیستم مرتبه دوم همراه با تأخیر زمانی، که به طور گسترده در مدل سازی فرایندهای صنعتی مورد

جبهه پارتو را تشکیل می دهد که بیانگر مصالحه های بهینه میان اهداف متعارض است. یک نمایه راهبرد (x_1^p, x_2^p) یک حل بهینه پارتو است اگر هیچ نمایه راهبرد (x_1, x_2) وجود نداشته باشد که در آن

$$f_1(x_1, x_2) < f_1(x_1^p, x_2^p) \text{ and } f_2(x_1, x_2) < f_2(x_1^p, x_2^p) \quad (3)$$

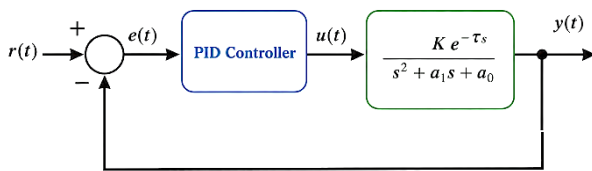
حل پارتو در چارچوب بازی همکارانه معمولاً به دو صورت استخراج جبهه پارتو یا استفاده از مسئله مصالحه نش ارائه می شود. از آنجا که جبهه پارتو غالباً شامل تعداد زیادی پاسخ غیرمغلوب است، انتخاب یک راه حل نهایی نیازمند به کارگیری معیارهای تصمیم گیری تکمیلی خواهد بود. در این میان، مسئله مصالحه نش به عنوان یکی از رویکردهای مبتنی بر نظریه بازی، راه حلی یکتا را از میان پاسخ های پارتو تعیین می کند. بر اساس نظریه نش، پاسخ بهینه مصالحه ای برای یک مجموعه فشرده و محدب، از طریق بیشینه سازی تابع مصالحه نش (که به صورت حاصل ضرب فاصله توابع هدف بازیگران از نقطه مصالحه تعریف می شود) به دست می آید. در این چارچوب، فاصله توابع هدف از نقطه مصالحه باید دارای مقادیر غیرمنفی باشند و در صورت عدم حصول توافق میان بازیگران، مقدار تابع مصالحه نش برابر صفر خواهد بود. در بیان ریاضی و در حالتی که کمینه سازی توابع هدف بازیگران مورد نظر است، مسئله مصالحه نش به صورت بیشینه سازی رابطه (۴) بیان می شود.

$$\max_{f_i(x) \leq s_i} F(x) = \prod_{i=1}^k [s_i - f_i(x)] \quad (4)$$

که در آن $f_i(x) \leq s_i$ می باشد. این شرط تضمین می کند که رابطه فوق یک نقطه بهینه پارتو را به دست می دهد.

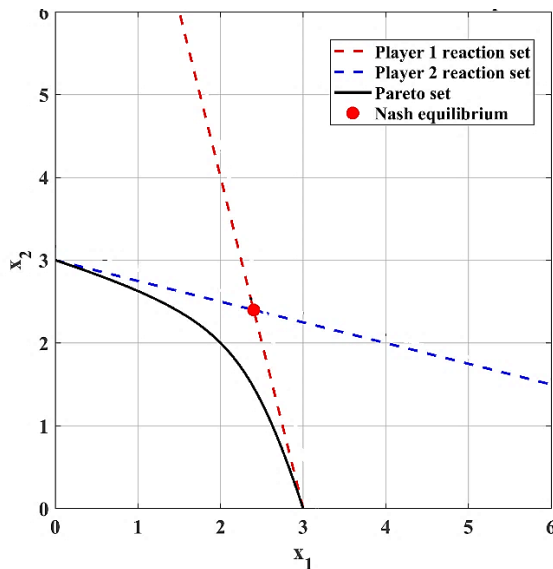
۲-۲- بازی غیر همکارانه، تعادل نش

تعادل نش یکی از مهم ترین مدل های بازی غیرهمکارانه است. در این رویکرد، هر بازیگر بدون توجه به منافع سایر بازیگران و صرفاً بر مبنای حداکثر سازی مطلوبیت خود تصمیم گیری می کند. هر بازیگر فرض می کند که سایر بازیگران نیز به صورت کاملاً منطقی عمل کرده و بهترین پاسخ ممکن را نسبت به راهبردهای موجود انتخاب خواهند کرد. در مسائل بهینه سازی، تعادل نش زمانی حاصل می شود که هیچ بازیگری نتواند با تغییر یک جانبه راهبرد خود، مقدار تابع هدف متناظر را بهبود دهد. مجموعه پاسخ های بهینه هر بازیگر در واکنش به راهبردهای ممکن سایر بازیگران، مجموعه پاسخ منطقی (Rational Reaction Set, RRS) نامیده می شود. نقطه تعادل نش از محل تقاطع مجموعه پاسخ منطقی بازیگران به دست می آید. در این نقطه، هیچ بازیگری انگیزه ای برای تغییر مستقل تصمیم خود، نخواهد داشت و سیستم در یک وضعیت پایدار تصمیم گیری قرار می گیرد. تعریف ریاضی حل نش (x_1^N, x_2^N) بصورت زیر می باشد.



شکل ۱ سیستم کنترل حلقه بسته

Fig. 1 Closed-loop control systems



شکل ۲ نمودار مجموع پاسخ منطقی بازیگران در فضای متغیرهای طراحی

Fig. 2 Players' rational reaction sets in the design variable space

که از آن‌ها توابع پاسخ منطقی بازیگران به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$x_1^N(x_2) = 3 - \frac{x_2}{4} \quad (18)$$

$$x_2^N(x_1) = 3 - \frac{x_1}{4} \quad (19)$$

نمودار مجموع پاسخ منطقی بازیگران و نقطه تقاطع آن‌ها در شکل ۲ نشان داده شده است.

همانطور که پیشتر تصریح شد، نقطه تعادل نش از محل تقاطع مجموعه پاسخ منطقی بازیگران به دست می‌آید. نقطه ای که در آن هیچ بازیگری انگیزه‌ای برای تغییر مستقل تصمیم خود نخواهد داشت و سیستم در یک وضعیت پایدار تصمیم‌گیری قرار می‌گیرد. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که یافتن نقطه تعادل نش مستلزم جستجوی نقطه ای در فضای طراحی است که در آن فاصله اقلیدسی آن نقطه از پاسخ منطقی متناظرش کمینه (و بطور ایده آل صفر) شود. به این ترتیب، نقطه تعادل نش از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$\min_{x_1, x_2} \sqrt{(x_1 - x_1^N)^2 + (x_2 - x_2^N)^2} \quad (20)$$

با اعمال شرایط لازم برای بهینگی، حل تحلیلی نقطه تعادل نش و همچنین مقادیر متناظر توابع هدف بصورت زیر بدست می‌آید.

$$(x_1^N, x_2^N) = \left(\frac{12}{5}, \frac{12}{5}\right); (y_1^N, y_2^N) = \left(\frac{131}{25}, \frac{131}{25}\right) \quad (21)$$

استفاده قرار می‌گیرد، به‌عنوان مدل مرجع انتخاب شده و تابع تبدیل آن مطابق رابطه (۱۲) ارائه می‌شود [۲۲].

$$P(s) = \frac{K e^{-\tau s}}{s^2 + a_1 s + a_0} \quad (12)$$

مدل فوق، بیانگر یکی از رایج‌ترین مدل‌های ساده‌شده سیستم‌های صنعتی است که رفتار دینامیکی آن توسط چهار پارامتر اصلی شامل بهره فرایند K ، زمان تأخیر τ و ضرایب a_0 و a_1 توصیف می‌شود. در ساختار حلقه‌بسته، از کنترل‌کننده PID به‌عنوان قانون کنترلی استفاده شده است.

کنترل‌کننده‌های PID را می‌توان در قالب ساختارهای متعددی پیاده‌سازی کرد که هر یک از نظر ویژگی‌های دینامیکی و نحوه تنظیم پارامترها دارای قابلیت‌های متفاوتی هستند [۱]. با این حال، به دلیل سادگی، کاربرد گسترده و مقبولیت صنعتی، در این پژوهش از ساختار استاندارد کنترل‌کننده PID مبتنی بر تابع تبدیل استفاده شده است. بر این اساس، تابع تبدیل کنترل‌کننده به صورت رابطه (۱۳) تعریف می‌شود:

$$C(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s \quad (13)$$

که در آن k_p ، k_i و k_d به ترتیب ضریب تناسبی، ضریب انتگرالی و ضریب مشتقی می‌باشند. ساختار کلی سیستم کنترل حلقه‌بسته مورد مطالعه در شکل ۱ نشان داده شده است. در این شکل، $C(s)$ و $P(s)$ به ترتیب نشان‌دهنده تابع تبدیل کنترل‌کننده و تابع تبدیل سیستم تحت کنترل هستند.

۴- سناریو نظریه بازی پیشنهادی

به منظور تشریح مراحل اجرای روش پیشنهادی مبتنی بر نظریه بازی، ابتدا یک مثال تحلیلی ارائه می‌شود. هدف از این مثال، نمایش نحوه تعیین تعادل نش، استخراج جبهه پارتو و محاسبه راه‌حل چانه‌زنی نش است. بدین منظور، یک بازی دو نفره با دو متغیر تصمیم‌گیری x_1 و x_2 در نظر گرفته می‌شود که در آن $x_1, x_2 \geq 0$ می‌باشد. توابع هدف بازیگران به صورت روابط (۱۴) و (۱۵) تعریف شده‌اند.

$$y_1(x_1, x_2) = (x_1 - 3)^2 + \frac{x_1 x_2}{2} + 2 \quad (14)$$

$$y_2(x_1, x_2) = (x_2 - 3)^2 + \frac{x_1 x_2}{2} + 2 \quad (15)$$

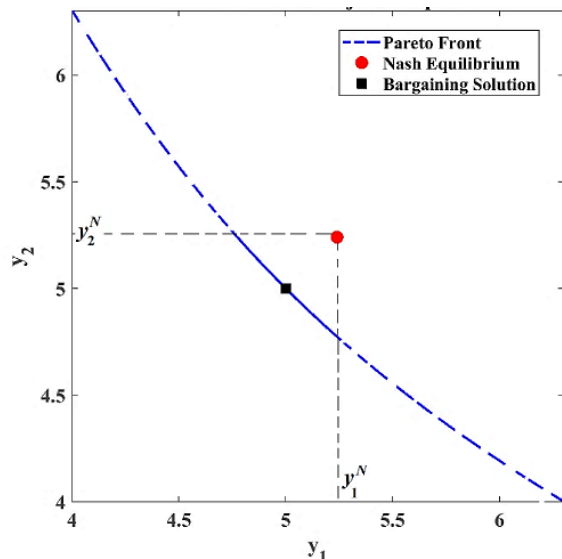
که در آن هر دو بازیگر به دنبال کمینه‌سازی تابع هدف خود هستند. وجود جمله کوپل‌شدگی $x_1 x_2$ موجب وابستگی تصمیمات بازیگران به یکدیگر می‌شود و در نتیجه یک بازی غیرهمکارانه شکل می‌گیرد.

۴-۱- تعیین نقطه تعادل نش

در بازی غیرهمکارانه، هر بازیگر با فرض ثابت بودن تصمیم بازیگر مقابل، تابع هدف خود را کمینه می‌کند. بنابراین شرایط بهینگی مرتبه اول برای بازیگران اول و دوم به ترتیب عبارت‌اند از:

$$\frac{\partial y_1}{\partial x_1} = 2(x_1 - 3) + \frac{x_2}{2} = 0 \quad (16)$$

$$\frac{\partial y_2}{\partial x_2} = 2(x_2 - 3) + \frac{x_1}{2} = 0 \quad (17)$$



شکل ۳ مقایسه حل تحلیلی سناریو نظریه بازی همکارانه و غیرهمکارانه در فضای توابع هدف

Fig. 3 Analytical comparison of cooperative and non-cooperative game solutions in the objective space

از آنجا که این دو معیار معمولاً رفتار متضاد دارند، مسئله طراحی حاضر ماهیتی چندهدفه پیدا می‌کند. در این اینجا تابع هدف اول f_{ST} به عنوان زمان نشست و تابع هدف دوم f_{OS} برابر ماکزیمم فراجشش تعریف می‌شود. علاوه بر این، برخی دیگر از شاخص‌های مهم عملکرد در طراحی کنترل چندمعیاره، به منظور افزایش قابلیت اطمینان و تضمین عملکرد مطلوب سیستم بهینه، در قالب قیود طراحی مورد استفاده قرار می‌گیرند. قیود حاکم بر مسئله طراحی بهینه سیستم کنترل، مطابق زیر تعریف می‌شوند.

- حاشیه فاز (PM) بین ۳۰ تا ۹۰ درجه
- بهره فاز (GM) بزرگتر از یک
- پایدار بودن تمامی قطبهای حلقه بسته

در این مطالعه، طراحی چندهدفه کنترل‌کننده برای سیستم مرتبه دوم دارای تأخیر زمانی، با فرض مقادیر اسمی پارامترهای فرایند به صورت $K = \tau = a_1 = a_0 = 1$ ، مورد بررسی قرار گرفته است.

در چارچوب نظریه بازی غیرهمکارانه، هر بازیگر تنها قادر به تغییر متغیرهای طراحی اختصاص یافته به خود بوده و سایر متغیرها توسط بازیگر مقابل کنترل می‌شوند. از این رو، نحوه تخصیص متغیرهای طراحی نقش تعیین‌کننده‌ای در ساختار فضای استراتژی بازی و در نهایت موقعیت تعادل نش دارد. با توجه به وجود سه متغیر طراحی و دو بازیگر، در حالت تخصیص غیرمشترک متغیرها، شش ترکیب ممکن برای تخصیص ضرایب PID بین بازیگران وجود دارد. با این حال، تمامی این ترکیب‌ها از دیدگاه فیزیکی و مهندسی کنترل دارای توجیه یکسانی نیستند. انتخاب مناسب تخصیص متغیرها باید بر اساس ارتباط فیزیکی پارامترهای کنترل‌کننده با مشخصه‌های پاسخ زمانی سیستم انجام گیرد. در کنترل‌کننده PID، ضریب تناسبی k_p عمدتاً با افزایش سرعت پاسخ و کاهش

قابل ذکر است با توجه به در دسترس بودن رابطه صریح برای مجموعه پاسخ منطقی بازیگران، مقدار دقیق نقطه تعادل نش از حل همزمان روابط (۱۸) و (۱۹) مشخص می‌شود. بدیهی است در صورت عدم دسترسی به روابط صریح برای مجموعه پاسخ منطقی بازیگران، جستجوی نقطه تعادل نش از طریق حل مسئله بهینه سازی رابطه (۲۰) اجتناب ناپذیر خواهد بود. در ادامه، این نقطه به عنوان نقطه عدم توافق در فرآیند چانه‌زنی در نظر گرفته می‌شود.

۴-۲- مسئله چانه زنی نش

راه حل همکاری با استفاده از نظریه چانه‌زنی نش استخراج می‌شود. با حل مسئله پیشینه سازی تابع چانه زنی y_B در رابطه (۲۲) و (۲۳) بر حسب متغیر تصمیم گیری x و y ، نقطه چانه‌زنی نش به صورت $(x_1^B, x_2^B) = (2, 2)$ بدست می‌آید. به این ترتیب، که مسئله کمینه سازی دو هدفی اکنون به یک مسئله ی پیشینه سازی تک هدفی تبدیل شده است.

$$\max_{x_1, x_2 \in S} y_B = (y_1^N - y_1(x_1, x_2)) \times (y_2^N - y_2(x_1, x_2)) \quad (22)$$

$$S = \{x_1, x_2 \geq 0 | y_1(x_1, x_2) \leq y_1^N \text{ and } y_2(x_1, x_2) \leq y_2^N\} \quad (23)$$

قابل ذکر است شرط تعریف شده در رابطه (۲۳) علاوه بر تضمین پارتو بودن حل، باعث می‌شود جستجو در ناحیه‌ای صورت گیرد که هر دو بازیگر نسبت به نقطه تعادل نش ترجیح و مطلوبیت بیشتری داشته باشند. در شکل ۳، حل غیرهمکارانه نش، حل مصالحه نش و مجموعه نقاط پارتو در فضای توابع هدف نشان داده شده است. از آنجا که مقادیر توابع هدف در نقطه چانه زنی نش کمتر از مقادیر تابع هدف در نقطه تعادل نش است، راه حل چانه‌زنی نش نسبت به تعادل نش موجب بهبود همزمان عملکرد هر دو بازیگر می‌شود. بنابراین نقطه $(2, 2)$ یک راه حل توافقی کارا و منصفانه محسوب می‌شود که ضمن قرار گرفتن روی جبهه پارتو، بیشترین مطلوبیت مشترک را برای هر دو بازیگر فراهم می‌آورد.

۴-۳- روش پیشنهادی برای طراحی بهینه کنترل کننده PID

در این پژوهش، بردار پارامترهای کنترل‌کننده PID به صورت $K_{PID} = \{k_p, k_i, k_d\}$ و به عنوان بردار متغیرهای طراحی تعریف شده و در چارچوب مسئله بهینه‌سازی چندهدفه مورد استفاده قرار می‌گیرد. این پارامترها به عنوان متغیرهای تصمیم‌گیری بازیگران در سناریو نظریه بازی در نظر گرفته شده و با بهینه‌سازی همزمان معیارهای عملکرد سیستم، مقادیر بهینه آن‌ها تعیین می‌شود.

هدف اصلی طراحی، تعیین ضرایب بهینه کنترل‌کننده PID به گونه‌ای است که پاسخ گذرای سیستم بهبود یابد. در این راستا، دو شاخص عملکرد زمان نشست (ST) و پیشینه فراجشش (OS) به عنوان معیارهای اصلی طراحی انتخاب شده‌اند. کاهش زمان نشست منجر به دستیابی سریع‌تر به مقدار ورودی مبنا می‌شود، در حالی که کاهش فراجشش موجب افزایش پایداری و کاهش نوسانات پاسخ زمانی سیستم می‌گردد.

تعادل نش با استفاده از معیار پیشنهادی مبتنی بر کمینه‌سازی فاصله اقلیدسی با استفاده از رابطه (۲۸) میان پاسخ‌های منطقی بازیگران تعیین می‌گردد.

$$K_{ST}^N = \min_{K_{ST}} f_{ST} \quad (۲۶)$$

$$K_{OS}^N = \min_{K_{OS}} f_{OS} \quad (۲۷)$$

$$\min_{K_{PID}} \sqrt{(K_{ST} - K_{ST}^N)^2 + (K_{OS} - K_{OS}^N)^2} \quad (۲۸)$$

subject to:
constraints

در این پژوهش، راه‌حل تعادل نش به عنوان نقطه مرجع غیرتوافقی در فرآیند چانه‌زنی در نظر گرفته شده است. از آنجا که مقادیر توابع هدف مورد بررسی دارای دامنه تغییرات و مراتب بزرگی متفاوتی هستند، مقایسه مستقیم آن‌ها امکان‌پذیر نبوده و ممکن است بر فرآیند تصمیم‌گیری تأثیر نامطلوبی بگذارد. بنابراین، پیش از اجرای فرآیند بیشینه‌سازی تابع چانه‌زنی، توابع هدف نرمال‌سازی می‌شوند تا تمامی اهداف در مقیاسی یکسان قرار گرفته و امکان مقایسه و ارزیابی منصفانه آن‌ها فراهم شود. در نهایت، با بیشینه‌سازی تابع چانه‌زنی f_B بصورت رابطه (۲۹)، راه‌حل توافقی نهایی استخراج می‌شود. نقطه حاصل از این فرآیند به عنوان عنوان بهینه نهایی کنترل‌کننده PID معرفی می‌گردد.

$$\max_{K_{PID} \in S} f_B = \left(\frac{f_{ST}^N - f_{ST}}{f_{ST}^N} \right) \times \left(\frac{f_{OS}^N - f_{OS}}{f_{OS}^N} \right) \quad (۲۹)$$

subject to:
constraints
 $S = \{K_{PID} | f_{ST} \leq f_{ST}^N \text{ and } f_{OS} \leq f_{OS}^N\}$

بدین ترتیب، استفاده از نظریه بازی، مسئله بهینه‌سازی دوهدفی سیستم کنترلی را به مجموعه‌ای از مسائل بهینه‌سازی تک‌هدفی تبدیل می‌کند که در قالب یک فرآیند تصمیم‌گیری استراتژیک قابل حل هستند. چارچوب الگوریتم بهینه‌سازی چندهدفه برای طراحی بهینه پارامتری کنترل‌کننده در سیستم کنترل حلقه‌بسته، در شکل ۴ نشان داده شده است. این چارچوب بر مبنای نظریه بازی همکارانه/غیر همکارانه و الگوریتم بهینه‌سازی گرگ خاکستری توسعه یافته است. در این الگوریتم، هر گرگ یک بردار شامل پارامترهای / ضرایب کنترل‌کننده را نمایش می‌دهد و در هر سناریو بازی مقدار تابع هدف برای هر عضو جمعیت محاسبه می‌شود. در این پژوهش، تعداد اعضای جمعیت برابر ۳۰، حداکثر تعداد تکرارها ۱۰۰ و مقدار اولیه پارامتر کنترل (a) برابر ۲ در نظر گرفته شد که مطابق رابطه اصلی الگوریتم [۲۳]، در طول فرآیند جستجو به صورت خطی تا مقدار صفر کاهش می‌یابد (تا تعادل مناسبی میان جستجوی سراسری و جستجوی محلی برقرار شود). همچنین، مقادیر اولیه جمعیت به صورت تصادفی در محدوده مجاز متغیرهای طراحی تولید شدند. معیار خاتمه الگوریتم نیز رسیدن به حداکثر تعداد تکرارهای تعیین‌شده.

با توجه به ماهیت چندهدفه و غیرمحدب مسئله طراحی کنترل‌کننده، دستیابی به جبهه پارتوی واقعی و سراسری به صورت تحلیلی امکان‌پذیر نیست. از این رو، جبهه پارتوی حاصل از الگوریتم فراابتکاری گرگ خاکستری، به عنوان تقریب جبهه پارتوی سراسری

زمان صعود مرتبط است، اگرچه افزایش بیش از حد آن می‌تواند موجب کاهش میرایی سیستم و افزایش فراجش شود. ضریب انتگرالی k_i با حذف خطای ماندگار، نقش مهمی در بهبود دقت سیستم دارد، اما به دلیل کاهش حاشیه فاز می‌تواند تمایل سیستم به نوسان و فراجش را افزایش دهد. در مقابل، ضریب مشتقی k_d به عنوان عامل افزایش میرایی و بهبود رفتار گذرا شناخته می‌شود و اثر مستقیم‌تری بر کاهش فراجش دارد [۱]. بر این اساس، تخصیص تعریف شده بر اساس روابط (۲۴) و (۲۵) به عنوان ساختار بازی انتخاب می‌شود:

$$K_{ST} = \{k_p, k_i\} \quad (۲۴)$$

$$K_{OS} = \{k_d\} \quad (۲۵)$$

به این ترتیب، پارامترهای k_p و k_i به دلیل اثرگذاری مستقیم بر بهره حلقه، سرعت پاسخ و مشخصه‌های دینامیکی سیستم به بازیگر مرتبط با زمان نشست اختصاص داده شدند، در حالی که ضریب k_d به دلیل نقش غالب آن در افزایش میرایی، بهبود حاشیه فاز و کاهش نوسانات، در اختیار بازیگر مرتبط با فراجش قرار گرفت.

این تخصیص از چند جنبه قابل توجیه است. نخست، با نقش فیزیکی غالب ضرایب PID در پاسخ گذرا سازگاری دارد؛ به طوری که پارامترهای k_p و k_i بیشترین ارتباط را با سرعت پاسخ و k_d بیشترین اثر را بر میرایی و کاهش نوسانات دارد. دوم، این ساختار موجب ایجاد یک تعارض طبیعی بین بازیگران می‌شود، زیرا افزایش بهره‌های تناسبی و انتگرالی برای دستیابی به پاسخ سریع‌تر می‌تواند موجب افزایش تمایل سیستم به نوسان شود، در حالی که افزایش اثر مشتقی برای بهبود میرایی ممکن است محدودیت‌هایی در سرعت پاسخ ایجاد کند. در نتیجه، تعامل رقابتی بین بازیگران شکل گرفته و مسئله به یک بازی غیرهمکارانه تبدیل می‌شود. اگرچه تخصیص غیرمشتک متغیرهای طراحی ممکن است موجب کاهش فضای جستجوی نسبت به روش‌های بهینه‌سازی چندهدفه مرسوم شود، اما این محدودسازی ناشی از ماهیت تصمیم‌گیری غیرهمکارانه بوده و با هدف تفکیک نقش بازیگران بر اساس معیارهای عملکردی انجام می‌شود. در این چارچوب، هدف استخراج کل جبهه پارتو نیست، بلکه تعیین یک نقطه تعادلی است که حاصل تعامل استراتژیک میان اهداف متعارض سیستم است. از این رو، تخصیص متغیرهای طراحی بر اساس نقش فیزیکی پارامترهای PID انجام شده تا فضای استراتژی بازی از نظر مهندسی معنی‌دار باشد.

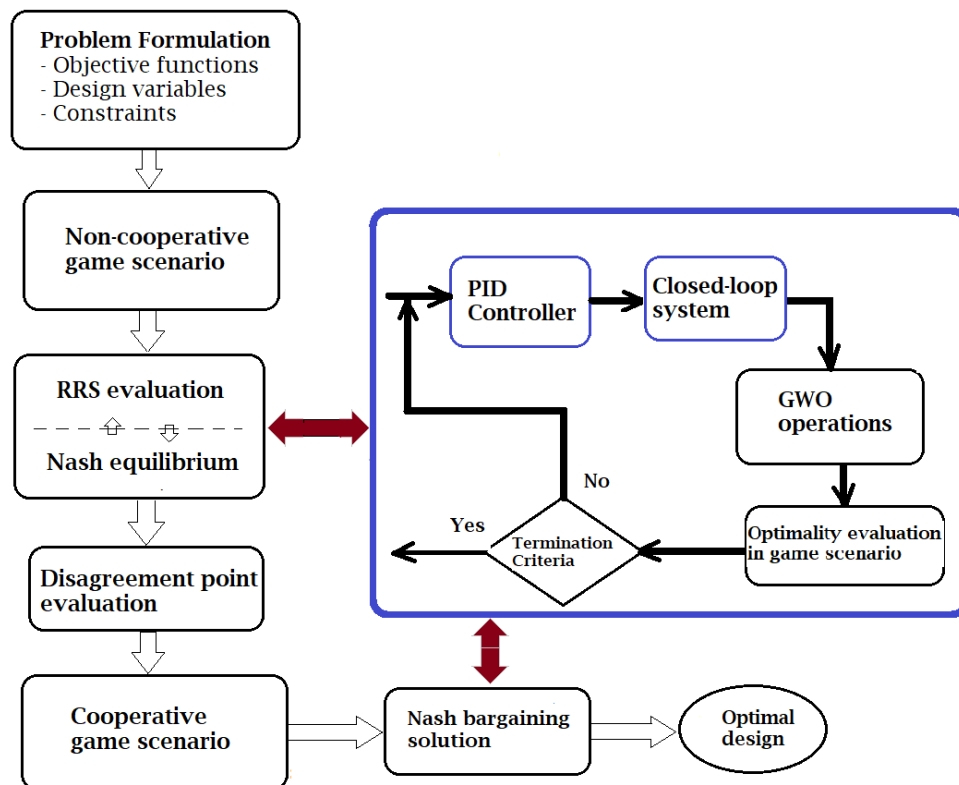
پس از فرمول‌بندی مسئله به صورت یک بازی غیرهمکارانه، مجموعه پاسخ‌های منطقی هر بازیگر مطابق روابط (۲۶) و (۲۷) در فضای طراحی استخراج می‌شود. قابل ذکر است با توجه به عدم وجود فرم بسته برای توابع واکنش منطقی، مجموعه پاسخ‌های منطقی هر بازیگر با حل مستقل مسائل بهینه‌سازی تک‌هدفه در حضور تصمیم ثابت بازیگر مقابل استخراج می‌شود. سپس نقطه

عملکرد روش پیشنهادی با روش کلاسیک زیگلر-نیکولز و همچنین نتایج گزارش شده در مرجع [۲۱] نیز مقایسه شده است. در گام نخست، هر یک از توابع هدف به صورت مستقل بهینه سازی شدند. مطابق جدول ۱، بهینه سازی تک هدفه زمان نشست، کمترین مقدار زمان نشست برابر با ۴/۰۲ ثانیه را حاصل کرده است؛ با این حال، این بهبود با افزایش فراجشش تا ۱/۷۵ درصد همراه بوده است. در مقابل، بهینه سازی مستقل فراجشش، مقدار فراجشش را تقریباً به صفر کاهش داده است، اما زمان نشست به ۱۱/۹۷ ثانیه افزایش یافته است. این نتایج به روشنی وجود یک رابطه مصالحه میان سرعت پاسخ و میزان نوسانات سیستم را نشان می دهد و بیانگر آن است که بهینه سازی مستقل هر یک از اهداف، به تضعیف قابل توجه هدف دیگر منجر می شود.

مسئله در نظر گرفته می شود. اگرچه الگوریتم های فراابتکاری تضمین ریاضی برای دستیابی به بهینه سراسری ارائه نمی کنند، سازوکار جست و جوی جمعیتی آن ها امکان بررسی گسترده فضای طراحی و شناسایی راه حل های غیرمغلوب با کیفیت مناسب را فراهم می سازد. بنابراین، نتایج پارتوی به دست آمده در این پژوهش به عنوان مجموعه ای از راه حل های پارتوی تقریبی و غیرمغلوب تفسیر می شوند و ادعایی مبنی بر اثبات بهینگی سراسری آن ها مطرح نمی شود.

۵- نتایج و بحث

شکل ۵ و جدول ۱ نتایج حاصل از تنظیم کنترل کننده PID با استفاده از سناریوهای مختلف بهینه سازی را نشان می دهند. علاوه بر نتایج حاصل از بهینه سازی تک هدفه، تعادل نش و مدل چانه زنی نش،



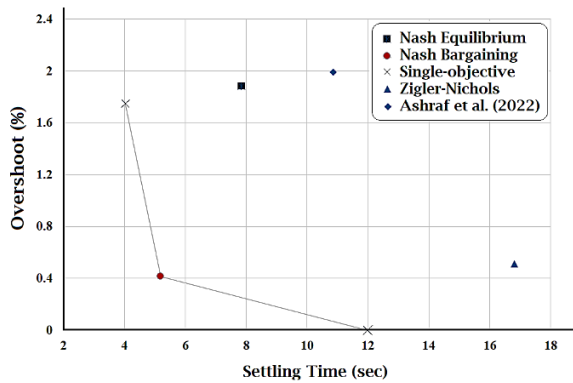
شکل ۴ الگوریتم روش پیشنهادی مبتنی بر نظریه بازی برای طراحی بهینه کنترل کننده PID

Fig. 4 Flowchart of the proposed game-theoretic algorithm for optimal PID controller design

جدول ۱ مقادیر بهینه بهره های کنترل کننده PID و توابع هدف در سناریوهای مختلف بازی

Table 1 Optimal PID gains and objective values in different game scenarios

Objective function	k_p	k_i	k_d	ST	OS (%)
Settling time	0.466	0.453	0.439	4.02	1.75
Overshoot	0.2	0.232	0.362	11.97	7.2E-06
Zigler-Nichols	0.776	0.295	0.51	16.81	0.51
Ashraf et al. (2022)	0.78	0.374	0.805	10.85	1.99
Nash Equilibrium	0.294	0.318	0.602	7.83	1.88
Nash Bargaining	0.430	0.422	0.439	5.19	0.41



شکل ۵ مقایسه روش‌های بهینه‌سازی PID در فضای توابع هدف
Fig. 5 Comparison of PID optimization approaches in the objective space

از منظر کاربرد صنعتی، اگرچه فرآیند استخراج راه‌حل پیشنهادی شامل مدل‌سازی بازی و حل مسائل بهینه‌سازی است، این پیچیدگی به مرحله طراحی محدود می‌شود و برای استفاده نهایی از کنترل‌کننده ضروری نیست. به‌منظور تسهیل بهره‌برداری صنعتی، می‌توان نتایج حاصل از فرآیند طراحی آفلاین را برای یک گروه مشخص از فرایندها به‌صورت جدول یا نقشه تنظیم ارائه کرد، به‌گونه‌ای که برای شرایط مختلف دینامیکی و الزامات عملکردی، مقادیر متناظر پارامترهای K_p ، K_i و K_d از پیش محاسبه و در اختیار کاربر قرار گیرند. در این صورت، اپراتور بدون نیاز به آشنایی با نظریه بازی و الگوریتم بهینه‌سازی، می‌تواند مشابه روش‌های کلاسیک با مراجعه به جدول تنظیم، پارامترهای مناسب کنترل‌کننده را انتخاب نماید. بنابراین، در کاربرد صنعتی، چارچوب پیشنهادی می‌تواند به‌صورت یک فرآیند دومرحله‌ای شامل «طراحی و بهینه‌سازی برون خط (Offline)» و «تنظیم و بهره‌برداری ساده برخط (Online)» مورد استفاده قرار گیرد. توسعه چنین جداول و نقشه‌های تنظیم برای خانواده‌های مختلف فرایندها، مسیر مناسبی برای گسترش کاربرد صنعتی روش پیشنهادی در مطالعات آتی خواهد بود.

به‌طور کلی، نتایج شکل ۵ و جدول ۱ بیانگر آن است که فرآیند دومرحله‌ای پیشنهادی، شامل استخراج تعادل نش و سپس اعمال مدل چانه‌زنی نش، قادر است ابتدا یک راه‌حل پایدار مبتنی بر تصمیم‌گیری غیرهمکارانه بازیگران و سپس یک راه‌حل توافقی و پارتوی کارا را ارائه دهد. این روند نشان می‌دهد که تخصیص متغیرهای طراحی بر اساس نقش فیزیکی ضرایب PID، علاوه بر ایجاد یک مدل بازی واقع‌بینانه، زمینه دستیابی به مصالحه‌ای متوازن میان سرعت پاسخ و کیفیت رفتار گذرا را فراهم می‌آورد. شکل‌های ۶ و ۷ به‌ترتیب پاسخ زمانی و پاسخ فرکانسی سیستم حلقه‌بسته را برای کنترل‌کننده‌های حاصل از روش کلاسیک زیگلر-نیکولز، تعادل نش و راه‌حل چانه‌زنی نش نشان می‌دهند. این دو شکل به‌منظور ارزیابی رفتار دینامیکی کنترل‌کننده‌های طراحی‌شده

بنابراین، مسئله تنظیم پارامترهای PID ذاتاً یک مسئله چندهدفه با اهداف متعارض است.

پس از تعریف مسئله در قالب یک بازی غیرهمکارانه و تخصیص متغیرهای طراحی بر اساس نقش فیزیکی ضرایب PID، تعادل نش به‌عنوان اولین راه‌حل پایدار بازی استخراج شد. همان‌گونه که در شکل (۵) و جدول (۱) مشاهده می‌شود، تعادل نش با دستیابی به زمان نشست $7/83$ ثانیه و فراجهش $1/88$ درصد، نقطه‌ای میانی میان دو پاسخ افراطی حاصل از بهینه‌سازی‌های تک‌هدفه ایجاد کرده است. در این نقطه، هیچ‌یک از دو بازیگر، یعنی بازیگر مسئول کمینه‌سازی زمان نشست و بازیگر مسئول کمینه‌سازی فراجهش، قادر نیستند تنها با تغییر متغیرهای تحت اختیار خود، بدون همکاری با بازیگر مقابل، عملکرد خود را بهبود دهند. بنابراین، تعادل نش بیانگر یک مصالحه پایدار میان دو هدف متعارض بوده و از تمرکز کامل بر بهبود یکی از اهداف به بهای افت شدید عملکرد هدف دیگر جلوگیری می‌کند. از دیدگاه مهندسی کنترل، این نتایج مؤید آن است که تخصیص ضرایب k_p و k_i به بازیگر زمان نشست و اختصاص ضریب k_d به بازیگر فراجهش، ضمن حفظ استقلال تصمیم‌گیری هر بازیگر، توانسته است تعارض طبیعی میان سرعت پاسخ و میرایی سیستم را به‌درستی مدل‌سازی کند.

در ادامه، تعادل نش به‌عنوان نقطه عدم توافق در مدل چانه‌زنی نش در نظر گرفته شد و راه‌حل توافقی از طریق بیشینه‌سازی تابع چانه‌زنی استخراج گردید. مطابق جدول ۱، راه‌حل حاصل از چانه‌زنی نش زمان نشست را از $7/83$ به $5/19$ ثانیه کاهش داده و بهبودی در حدود 34 درصد نسبت به تعادل نش ایجاد کرده است. همچنین، مقدار فراجهش از $1/88$ درصد به $0/41$ درصد کاهش یافته که بیانگر بهبودی در حدود 78 درصد است. انتقال نقطه پاسخ از تعادل نش به این موقعیت در فضای اهداف، نشان می‌دهد که استفاده از سازوکار همکاری میان بازیگران امکان دستیابی همزمان به پاسخ سریع‌تر و رفتار گذرای نرم‌تر را فراهم کرده است؛ به بیان دیگر، راه‌حل چانه‌زنی نه‌تنها یک نقطه پارتوی کارا محسوب می‌شود، بلکه نسبت به تعادل غیرهمکارانه نیز از کارایی بالاتری برخوردار است.

مقایسه نتایج با روش‌های مرجع نیز برتری چارچوب پیشنهادی را تأیید می‌کند. در مقایسه با تنظیم کلاسیک زیگلر-نیکولز، راه‌حل پیشنهادی ضمن کاهش قابل توجه زمان نشست (از $16/81$ به $5/19$ ثانیه)، فراجهش را نیز از $0/51$ به $0/41$ درصد کاهش داده است. همچنین، نسبت به نتایج گزارش‌شده در مرجع [۱۸]، زمان نشست تقریباً 52 درصد و فراجهش حدود 79 درصد کاهش یافته است. این نتایج نشان می‌دهد که چارچوب پیشنهادی، علاوه بر برخورداری از مبنای نظری مبتنی بر نظریه بازی، از نظر شاخص‌های عملکرد گذرا نیز نسبت به روش‌های متداول و مطالعات پیشین عملکرد مطلوب‌تری ارائه می‌دهد.

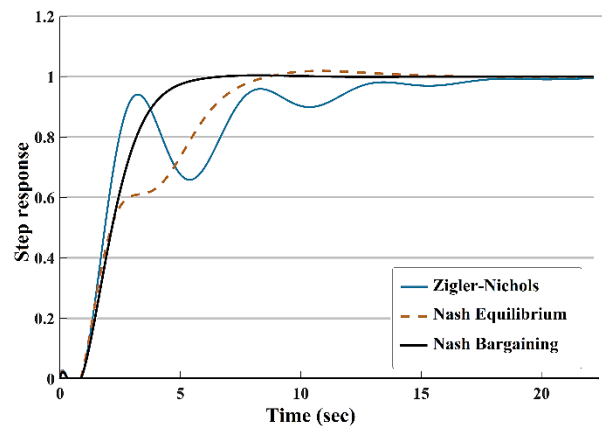
نوسانات گذرا را نیز به طور مؤثری کاهش داده است. در نتیجه، پاسخ نهایی نه تنها از دیدگاه شاخص‌های عملکرد، بلکه از نظر کیفیت دینامیکی نیز نسبت به تعادل نش و تنظیم کلاسیک برتری محسوسی دارد.

این نتایج در حوزه فرکانس نیز مورد تأیید قرار می‌گیرند. مطابق شکل ۷، اگرچه هر سه کنترل کننده در فرکانس‌های پایین رفتار تقریباً مشابهی دارند، اما تفاوت اصلی در ناحیه گذار فرکانسی مشاهده می‌شود. کنترل کننده حاصل از روش زیگلر-نیکولز تغییرات شدیدتری در مشخصه بهره و فاز از خود نشان می‌دهد که با رفتار نوسانی‌تر مشاهده شده در پاسخ زمانی سازگار است. در مقابل، منحنی‌های مربوط به تعادل نش و به ویژه راه حل چانه زنی نش از تغییرات ملایم‌تر و یکنواخت‌تری برخوردار هستند که بیانگر توزیع مناسب‌تر اثر ضرایب کنترل کننده بر دینامیک سیستم است. این ویژگی موجب شده است که سیستم ضمن حفظ سرعت پاسخ، از میرایی مناسب‌تری برخوردار بوده و حساسیت آن نسبت به نوسانات گذرا کاهش یابد. نکته قابل توجه آن است که نتایج حوزه زمان و حوزه فرکانس کاملاً یکدیگر را تأیید می‌کنند. کنترل کننده‌ای که در پاسخ زمانی کمترین نوسان و یکنواخت‌ترین همگرایی را ارائه می‌دهد، در نمودار بود نیز دارای رفتار فرکانسی متعادل‌تری است. این همخوانی نشان می‌دهد که بهبود حاصل از مدل چانه زنی نش صرفاً محدود به کاهش شاخص‌های زمانی نیست، بلکه ناشی از تنظیم متوازن پارامترهای کنترل کننده و در نتیجه بهبود ویژگی‌های دینامیکی سیستم در حوزه فرکانس است.

در مجموع، شکل‌های ۶ و ۷ به خوبی نشان می‌دهند که فرآیند دویمرحله‌ای مبتنی بر تعادل نش و مدل چانه زنی نش، کنترل کننده‌ای با رفتار دینامیکی متوازن در هر دو حوزه زمان و فرکانس ارائه می‌دهد. این نتایج بیانگر آن است که راه حل پارتوی حاصل از مدل چانه زنی، علاوه بر برخورداری از مبنای نظری مستحکم در چارچوب نظریه بازی، از دیدگاه مهندسی کنترل نیز عملکردی برتر نسبت به تعادل نش و روش کلاسیک زیگلر-نیکولز داشته و می‌تواند به عنوان طراحی بهینه نهایی کنترل کننده PID معرفی شود.

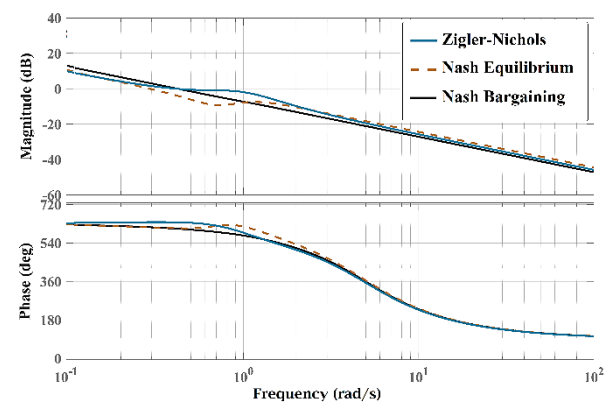
۶- نتیجه گیری

در این پژوهش، یک چارچوب ترکیبی مبتنی بر نظریه بازی برای طراحی بهینه چندهدفه کنترل کننده تناسبی-انتگرالی-مشتقی در سیستم‌های دارای تأخیر زمانی ارائه شد. در روش پیشنهادی، ابتدا دو شاخص عملکردی زمان نشست و فراجهش در قالب یک بازی غیرهمکارانه مدل سازی شده و نقطه تعادل نش به عنوان نقطه عدم توافق برای مرحله بعدی تعیین گردید. سپس، با استفاده از چانه زنی نش، یک راه حل مصالحه‌ای از میان جواب‌های پارتوی تقریبی استخراج شد و قیود پایداری حوزه فرکانس نیز در فرایند طراحی لحاظ گردید.



شکل ۶ مقایسه پاسخ زمانی سیستم حلقه بسته برای کنترل کننده‌های PID طراحی شده با روش‌های مختلف تنظیم

Fig. 6 Comparison of closed-loop step responses using different PID tuning methods



شکل ۷ مقایسه پاسخ فرکانسی سیستم حلقه بسته برای کنترل کننده‌های PID طراحی شده با روش‌های مختلف تنظیم

Fig. 7 Comparison of closed-loop frequency responses using different PID tuning methods

در حوزه زمان و فرکانس ارائه شده‌اند و صحت عملکرد طراحی نهایی پیشنهادی را از دو دیدگاه مکمل مورد بررسی قرار می‌دهند. همان گونه که در شکل ۶ مشاهده می‌شود، پاسخ حاصل از روش زیگلر-نیکولز با وجود سادگی و کاربرد گسترده در صنعت، دارای نوسانات محسوس‌تری بوده و با سرعت کمتری به حالت ماندگار می‌رسد. در مقابل، کنترل کننده حاصل از تعادل نش رفتار متعادل‌تری از خود نشان می‌دهد؛ به طوری که دامنه نوسانات کاهش یافته و پاسخ با روند پایدارتر به مقدار مرجع همگرا می‌شود. این رفتار بیانگر آن است که مدل سازی مسئله در قالب یک بازی غیرهمکارانه توانسته است تعامل میان اهداف متضاد طراحی را به گونه‌ای مدیریت کند که پاسخ سیستم نسبت به روش کلاسیک از کیفیت گذرای بهتری برخوردار شود. با این حال، بهترین عملکرد مربوط به راه حل حاصل از مدل چانه زنی نش است. همان گونه که از شکل ۵ قابل مشاهده است، پاسخ سیستم در این حالت دارای روندی نرم، یکنواخت و با میرایی مناسب بوده و بدون ایجاد نوسانات محسوس به مقدار مرجع می‌رسد. این رفتار نشان می‌دهد که مکانیزم چانه زنی، علاوه بر حفظ سرعت مناسب پاسخ، انرژی

- [4] A. Hajiloo, N. Nariman-zadeh, and A. Moeini, "Pareto optimum design of robust controllers for systems with parametric uncertainties," *Robotics, Automation and Control*, vol. 12, pp. 205-226, 2008.
- [5] A. Jamali, M. Ghamati, B. Ahmadi, and N. Nariman-Zadeh, "Probability of failure for uncertain control systems using neural networks and multi-objective uniform-diversity genetic algorithms (MUGA)," *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, vol. 26, no. 2, pp. 714-723, 2013. doi: [10.1016/j.engappai.2012.11.004](https://doi.org/10.1016/j.engappai.2012.11.004)
- [6] A. Jamali, B. Ahmadi, M. Ghamati, and N. Nariman-zadeh, "Reliability-based optimal controller design for systems with probabilistic uncertain parameters using fuzzy limit state function," *Journal of Vibration and Control*, vol. 21, no. 7, pp. 1413-1429, 2015. doi: [10.1177/1077546313496298](https://doi.org/10.1177/1077546313496298)
- [7] B. Ahmadi, M. Ghamati, A. Jamali, and N. Nariman-Zadeh, "Pareto robust reliability-based controller design for probabilistic uncertain systems using fuzzy rules," in *2011 International Symposium on Innovations in Intelligent Systems and Applications*, 2011. doi: [10.1109/INISTA.2011.5946156](https://doi.org/10.1109/INISTA.2011.5946156)
- [8] R. Mallipeddi, I. Gholaminezhad, M. S. Saeedi, H. Assimi, and A. Jamali, "Robust controller design for systems with probabilistic uncertain parameters using multi-objective genetic programming," *Soft Computing*, pp. 1-17, 2020. doi: [10.1007/s00500-020-05133-x](https://doi.org/10.1007/s00500-020-05133-x)
- [9] K. S. Kula, "Tuning a PI/PID controller with direct synthesis to obtain a non-oscillatory response of time-delayed systems," *applied Sciences*, vol. 14, no. 13, p. 5468, 2024. doi: [10.3390/app14135468](https://doi.org/10.3390/app14135468)
- [10] L. Cammann and J. Jäschke, "Robust PID controller tuning using bilevel optimization," *IFAC-PapersOnLine*, vol. 58, no. 7, pp. 316-321, 2024. doi: [10.1016/j.ifacol.2024.08.081](https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2024.08.081)
- [11] X.-T. Gao, Y.-Y. Shen, and C.-Q. Huang, "Auto-tuning of filtered proportional-integral-derivative controller for industrial processes under routine operating conditions," *ISA transactions*, vol. 157, pp. 186-198, 2025. doi: [10.1016/j.isatra.2024.11.051](https://doi.org/10.1016/j.isatra.2024.11.051)
- [12] L. Castillo and C. Dorao, "Decision-making in the oil and gas projects based on game theory: Conceptual process design," *Energy Conversion and Management*, vol. 66, pp. 48-55, 2013. doi: [10.1016/j.enconman.2012.09.029](https://doi.org/10.1016/j.enconman.2012.09.029)
- [13] B. Ahmadi, N. Nariman-zadeh, and A. Jamali, "Strategic design of mechanical systems in the non-cooperative environment using the game theory," *Modares Mechanical Engineering*, vol. 16, no. 7, pp. 317-326, 2016. doi: [10.1001.1.10275940.1395.16.7.18.3](https://doi.org/10.1001.1.10275940.1395.16.7.18.3)
- [14] A. Xiao, S. Zeng, J. K. Allen, D. W. Rosen, and F. Mistree, "Collaborative multidisciplinary decision making using game theory and design capability indices," *Research in Engineering Design*, vol. 16, pp. 57-72, 2005. doi: [10.1007/s00163-005-0007-x](https://doi.org/10.1007/s00163-005-0007-x)
- [15] E. Ghotbi and A. K. Dhingra, "A bilevel game theoretic approach to optimum design of

نتایج مطالعه موردی نشان داد که راه حل چانه زنی نش دارای زمان نشست ۵/۱۹ ثانیه و فرجهش ۰/۴۱ درصد است. در مقایسه با تعادل نش، که زمان نشست ۷/۸۳ ثانیه و فرجهش ۱/۸۸ درصد دارد، بهبودهای حدود ۳۴ و ۷۸ درصد در این دو شاخص حاصل شد. همچنین، در مقایسه با تنظیم زیگلر-نیکولز، زمان نشست از ۱۶/۸۱ به ۵/۱۹ ثانیه، معادل کاهش حدود ۶۹/۱ درصد، و فرجهش از ۰/۵۱ به ۰/۴۱ درصد، معادل کاهش حدود ۱۹/۶ درصد، کاهش یافت. این نتایج نشان می دهند که سازوکار دومرحله ای پیشنهادی قادر است بدون تمرکز افراطی بر یک معیار عملکرد، میان سرعت پاسخ و کیفیت رفتار گذرا مصالحه ای نظام مند ایجاد کند.

از دیدگاه کاربرد صنعتی، اگرچه استخراج راه حل پیشنهادی نیازمند محاسبات در مرحله طراحی و بهینه سازی است، خروجی آن را می توان برای خانواده های مشخصی از فرایندها به صورت جداول یا نقشه های تنظیم از پیش محاسبه شده ارائه کرد تا استفاده از پارامترهای کنترل کننده در مرحله بهره برداری بدون نیاز به دانش نظریه بازی امکان پذیر باشد.

برای مطالعات آینده، اعتبارسنجی آزمایشگاهی و صنعتی روش پیشنهادی، بررسی اثر عدم قطعیت پارامترهای فرایند و تغییر شرایط کاری، و توسعه جداول یا نقشه های تنظیم برای خانواده های مختلف سیستم های صنعتی پیشنهاد می شود. همچنین، گسترش چارچوب به سیستم های غیرخطی، کنترل کننده های مقاوم و روش های تنظیم برخط می تواند زمینه بررسی قابلیت تعمیم و کاربردپذیری بیشتر روش پیشنهادی را فراهم کند.

بیانیه هوش مصنوعی: در نگارش هیچ یک از بخش های پژوهش حاضر از ابزارهای هوش مصنوعی استفاده نشده است.

حامی مالی: این پژوهش هیچ گونه حمایت مالی دریافت نکرده است.

نقش نویسندگان: نویسنده اول در طراحی و اجرای پژوهش، تحلیل و تفسیر نتایج و نگارش مقاله نقش داشته است. نویسنده دوم در تدوین و پیاده سازی الگوریتم بهینه سازی مشارکت داشته است.

تعارض منافع: هیچ تعارض منافعی برای اظهار وجود ندارد.

منابع

- [1] K. J. Åström and T. Hägglund, *PID controllers*. John Wiley & Sons, 1995.
- [2] T. Hägglund, "The one-third rule for PI controller tuning," *Computers & Chemical Engineering*, vol. 127, pp. 25-30, 2019. doi: [10.1016/j.compchemeng.2019.03.027](https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2019.03.027)
- [3] O. Turksoy, S. Ayasun, Y. Hames, and S. Sonmez, "Gain-phase margins-based delay-dependent stability analysis of pitch control system of large wind turbines," *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, vol. 41, no. 13, pp. 3626-3636, 2019. doi: [10.1177/0142331219834605](https://doi.org/10.1177/0142331219834605)

- flywheels," *Engineering Optimization*, vol. 44, no. 11, pp. 1337-1350, 2012. doi: [10.1080/0305215X.2011.637557](https://doi.org/10.1080/0305215X.2011.637557)
- [16] B. Ahmadi, N. Nariman-zadeh, and A. Jamali, "Path synthesis of four-bar mechanisms using synergy of polynomial neural network and Stackelberg game theory," *Engineering Optimization*, vol. 49, no. 6, pp. 932-947, 2017. doi: [10.1080/0305215X.2016.1218641](https://doi.org/10.1080/0305215X.2016.1218641)
- [17] B. Ahmadi, N. Nariman-Zadeh, and A. Jamali, "A Stackelberg game theoretic multi-objective synthesis of four-bar mechanisms," *Structural and Multidisciplinary Optimization*, vol. 60, no. 2, pp. 699-710, 2019. doi: [10.1007/s00158-019-02232-8](https://doi.org/10.1007/s00158-019-02232-8)
- [18] B. Ahmadi, B. Ahmadi, and S. Nezamivand, "An analytical game-based design of crank-rocker mechanisms with optimum stroke, time ratio and transmission angle," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, vol. 237, no. 10, pp. 2306-2315, 2023. doi: [10.1177/09544062221138847](https://doi.org/10.1177/09544062221138847)
- [19] B. Ahmadi, A. Jamali, R. Mallipeddi, N. Nariman-Zadeh, B. Ahmadi, and H. Khayyam, "Bi-level game theoretic approach for robust design: A case study of path-generating four-bar," *Swarm and Evolutionary Computation*, vol. 89, p. 101636, 2024. doi: [10.1016/j.swevo.2024.101636](https://doi.org/10.1016/j.swevo.2024.101636)
- [20] G. Reynoso-Meza, J. Sanchis, X. Blasco, and M. Martínez, "Preference driven multi-objective optimization design procedure for industrial controller tuning," *Information Sciences*, vol. 339, pp. 108-131, 2016. doi: [10.1016/j.ins.2015.12.002](https://doi.org/10.1016/j.ins.2015.12.002)
- [21] S. Ashraf Talesh, N. Nariman-zadeh, and A. Jamali, "Multi-objective parametric design of PI/PID controllers via multi-level game-theoretic optimization for systems with time delay," *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, vol. 44, no. 13, pp. 2532-2544, 2022. doi: [10.1177/01423312221086812](https://doi.org/10.1177/01423312221086812)
- [22] R. Toscano, "A simple robust PI/PID controller design via numerical optimization approach," *Journal of process control*, vol. 15, no. 1, pp. 81-88, 2005. doi: [10.1016/j.jprocont.2004.03.005](https://doi.org/10.1016/j.jprocont.2004.03.005)
- [23] S. Mirjalili, S. M. Mirjalili, and A. Lewis, "Grey wolf optimizer," *Advances in engineering software*, vol. 69, pp. 46-61, 2014. doi: [10.1016/j.advengsoft.2013.12.007](https://doi.org/10.1016/j.advengsoft.2013.12.007)