ISSN: 2476-6909; Modares. Mech. Eng. *;*(*):*-*

Modares Mechanical Engineering

DOI:
journal homepage: mme.modares.ac.ir

Probabilistic Assessment of the Buckling Load-Carrying Capacity of Steel Hemispherical Shells with Random Geometric Imperfections

Amirhossein Majidian[1*], Seyed Mohammad Jafari[2] , Seyed Hossein Dibajian[2]

[1] Ph.D. Candidate, Department of Mechanical Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran
[2] Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran

ARTICLE INFO

Article Type
Original Research

Article History
Received: **** **, *
Revised: **** **, *
Accepted: *** **, *
ePublished: **** **, *

ABSTRACT

Steel hemispherical shells are highly sensitive to initial geometric imperfections, resulting in a considerable gap between theoretical buckling capacity and actual performance. This study presents a probabilistic assessment of the buckling load-carrying capacity of steel hemispherical shells with random geometric imperfections. To this end, geometric imperfections are modeled as a continuous random field using the Karhunen-Loève expansion, and the effects of statistical parameters, including imperfection amplitude and correlation length, on the critical buckling load are investigated. The nonlinear behavior of the shell is simulated using the arc-length method and finite element analysis with random geometric inputs, while statistical evaluation is performed through Monte Carlo simulation. The results indicate that increasing the imperfection amplitude leads to a severe reduction in buckling capacity, such that a fivefold increase in amplitude causes approximately a 48.5% drop in the critical load. Furthermore, the effect of correlation length on structural stability exhibits a dual behavior, with the maximum capacity reduction occurring at intermediate values. The statistical distribution of buckling capacity is fitted with the Weibull distribution, and the probabilistic load-carrying reduction factor, based on the fifth percentile of the distribution, is calculated as 0.28. A comparison of this value with the approximately 0.50 factor commonly recommended in classical design guidelines (e.g., NASA SP-8032 for spherical shells) indicates that, under the statistical assumptions of the present study, the traditional deterministic factor may be non-conservative. This finding highlights the necessity of replacing conventional load reduction factors with probabilistic criteria based on accepted risk levels. The findings of this research demonstrate the necessity of replacing conventional load reduction factors with probabilistic criteria based on risk acceptance levels, enabling more optimal and economical design of hemispherical shells while maintaining structural safety.

Keywords: Geometric imperfections, Spherical shells, Karhunen–Loève expansion, Arc-length method, Monte Carlo simulation.

In Press Preproof Version

How to cite this article
Names, Title. Modares Mechanical Engineering; *(*): ****-****.

*Corresponding author's email: arminmajidian@chmail.ir
*Corresponding ORCID ID: *0009-0004-1063-1532*

Copyright© 2025, TMU Press. This open-access article is published under the terms of the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License which permits Share (copy and redistribute the material in any medium or format) and Adapt (remix, transform, and build upon the material) under the Attribution-NonCommercial terms.

شاپا: ۶۹۰۹-۲۴۷۶؛ مهندسی مکانیک مدرس. *؛*(*):*_*
مهندسی مکانیک مدرس
DOI:
صفحه اصلی مجله: mme.modares.ac.ir

ارزیابی احتمالی ظرفیت باربری کمانشی نیم‌کره‌های فولادی دارای عیوب هندسی تصادفی

امیرحسین مجیدیان[۱*]، دکتر سید محمد جعفری[۲]، دکتر سید حسین دیباجیان[۲]

[۱] دانشجوی دکتری مکانیک، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران
[۲] استادیار گروه مهندسی مکانیک دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران

اطلاعات مقاله

نوع مقاله
مقاله پژوهشی

تاریخچه مقاله
دریافت: **/**/****
بازنگری: **/**/****
پذیرش: **/**/****
ارائه آنلاین: **/**/****

چکیده

پوسته‌های نیم‌کروی فولادی به دلیل حساسیت شدید به عیوب هندسی اولیه، همواره با اختلاف قابل‌توجهی میان ظرفیت کمانشی نظری و عملکرد واقعی مواجه هستند. در این پژوهش، ارزیابی احتمالی ظرفیت باربری کمانشی پوسته‌های نیم‌کروی فولادی دارای عیوب هندسی تصادفی بررسی شده است. بدین منظور، عیوب هندسی به‌صورت یک میدان تصادفی پیوسته با استفاده از بسط کارهونن-لووه مدل‌سازی شده و اثر پارامترهای آماری شامل دامنه و طول همبستگی عیوب بر بار بحرانی کمانش تحلیل شده است. برای شبیه‌سازی رفتار غیرخطی سازه، از روش طول قوس و تحلیل اجزای محدود با ورودی‌های هندسی تصادفی بهره گرفته شده و ارزیابی آماری با استفاده از شبیه‌سازی مونت‌کارلو انجام پذیرفته است. نتایج نشان می‌دهد که افزایش دامنه عیوب هندسی موجب افت شدید ظرفیت کمانشی می‌شود، به‌گونه‌ای که با پنج برابر شدن دامنه، بار بحرانی حدود ۴۸/۵ درصد کاهش می‌یابد. همچنین، اثر طول همبستگی بر پایداری سازه رفتاری دوگانه دارد و در مقادیر متوسط، بیشترین کاهش ظرفیت رخ می‌دهد. توزیع آماری ظرفیت کمانشی با توزیع وایبول برازش یافته و ضریب کاهش باربری احتمالی بر مبنای صدک پنجم توزیع، برابر با ۰/۲۸ محاسبه شده است. مقایسه این مقدار با ضریب تقریبی ۰/۵۰ که در راهنماهای طراحی کلاسیک (مانند NASA SP-۸۰۳۲ برای پوسته‌های کروی) پیشنهاد شده است، نشان می‌دهد که در چارچوب فرضیات آماری پژوهش حاضر، ضریب قطعی سنتی ممکن است غیرایمن (غیرمحافظه‌کارانه) باشد. این یافته ضرورت جایگزینی ضرایب کاهش باربری سنتی با معیارهای احتمالی مبتنی بر سطح پذیرش خطر را تقویت می‌کند. یافته‌های این پژوهش، ضرورت جایگزینی ضرایب کاهش باربری سنتی با معیارهای احتمالی مبتنی بر سطح پذیرش خطر را تبیین کرده و امکان طراحی بهینه‌تر و اقتصادی‌تر پوسته‌های نیم‌کروی را فراهم می‌سازد.

کلیدواژه‌ها: عیوب هندسی، پوسته کروی، بسط کارهونن-لووه، روش طول‌قوس، شبیه‌سازی مونت‌کارلو.

نحوه ارجاع به این مقاله
اسامی نویسندگان، عنوان مقاله، مهندسی مکانیک مدرس. * (*): ****-****.

*پست الکترونیکی نویسنده عهده‌دار مکاتبات: arminmajidian@chmail.ir
*شناسه ارکید نویسنده عهده‌دار مکاتبات: ۰۰۰۹-۰۰۰۴-۱۰۶۳-۱۵۳۲

Copyright© 2025, TMU Press. This open-access article is published under the terms of the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License which permits Share (copy and redistribute the material in any medium or format) and Adapt (remix, transform, and build upon the material) under the Attribution-NonCommercial terms.

TMU Press, Pre-Proof of Version

۱- مقدمه

پوسته‌های کروی و نیم‌کروی، به دلیل کارایی سازه ای مطلوب در توزیع تنش‌های غشایی، به عنوان اجزای لاینفک در طراحی سازه‌های استراتژیک، از جمله مخازن ذخیرسازی تحت فشار در صنایع نفت و گاز، سقف‌های گنبدی بزرگ‌مقیاس در معماری و پوسته‌های نگهدارنده در صنایع هوافضا، جایگاه ویژه‌ای دارند. قابلیت این سازه‌ها در تحمل بارهای خارجی با نسبت استحکام به وزن بالا، آن‌ها را به گزینه‌ای بهینه برای طراحی دهانه‌های وسیع و محفظه‌های تحت فشار تبدیل کرده است(Jindra et al., 2024). با این حال، علی‌رغم توانمندی نظری بالا، عملکرد سازه‌ای این پوسته‌ها به شدت تحت تأثیر پدیده ناپایداری کمانشی قرار می‌گیرند که می‌تواند منجر به فروپاشی سازه در سطوح بارگذاری بسیار پایین‌تر از حد انتظار گردد. در تحلیل‌های کلاسیک که نخستین بار توسط زوئیلی ارائه شد، فشار بحرانی یک پوسته کروی ایده‌آل و کامل بر اساس تئوری پوسته‌های کلاسیک با رابطه زیر تعیین می‌گردد:

$$P_{cl} = \frac{2E}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \left(\frac{t}{R}\right)^2 \qquad (۱)$$

که در آن E مدول الاستیسیته، t ضخامت پوسته، R بیانگر شعاع سطح میانی پوسته است؛ این شعاع فاصله مرکز انحنای نیمکره تا سطح میانی ضخامت پوسته را نشان می‌دهد. با فرض ضخامت یکنواخت (t)، شعاع سطح میانی مبنای تعریف هندسه اسمی نیمکره و محاسبه بار کمانش کلاسیک زوئیلی است و ν ضریب پواسون است. با این وجود، شواهد آزمایشگاهی و بررسی‌های میدانی مکرراً نشان داده‌اند که فشار کمانش تجربی سازه‌های واقعی می‌تواند به میزان قابل توجهی (گاهی تا کمتر از ۲۰ درصد مقدار کلاسیک) کمتر از پیش‌بینی‌های نظری باشد. این شکاف عمیق بین ظرفیت اسمی و واقعی، عمدتاً ریشه در حساسیت شدید پوسته‌های کروی به عیوب هندسی اولیه دارد(Jalali, 2025).

این ناهمواری‌های ناچیز که در فرآیندهای ساخت، نورد، جوشکاری یا انتقال نیرو به پوسته تحمیل می‌شوند، مسیر تعادل سازه را به‌طور اساسی تغییر می‌دهند و باعث می‌شوند سازه پیش از رسیدن به نقطه حد نظری، به دلیل افت مقاومت ناشی از تغییر شکل‌های موضعی، دچار ناپایداری شود(Radwan & Kövesdi, 2024).

رویکردهای سنتی در آیین‌نامه‌های طراحی، غالباً با استفاده از «ضرایب کاهش باربری » سعی در جبران این نقص دارند؛ رویکردهایی که عمدتاً بر پایه مفروضات قطعی بنا شده و عیوب را به صورت یک مود کمانش خطی و هم‌شکل با تغییر شکل سازه مدل‌سازی می‌کنند. این فرض‌های ساده کننده، علاوه بر نادیده گرفتن ماهیت تصادفی و غیرقابل پیش‌بینی بودن عیوب تولیدی، در بسیاری از موارد به نتایج بسیار محافظه‌کارانه یا بالعکس، غیرایمن منجر می‌شوند(Baizhikova et al., 2024). در این پژوهش، با بهره‌گیری از چارچوب تحلیل احتمالی ، به جای تقریب‌های قطعی، عیوب هندسی به عنوان یک «میدان تصادفی پیوسته » روی سطح نیمکره تعریف می‌شوند. این نوآوری اجازه می‌دهد تا توزیع آماری عیوب و اثرات همبستگی فضایی آن‌ها بر ناپایداری سازه به شکلی دقیق‌تر شبیه‌سازی شود. هدف از این مطالعه، استخراج توزیع احتمالی ظرفیت باربری کمانشی و تعیین ضرایب کاهش ظرفیت باربری مبتنی بر سطح قابلیت اعتماد است

۲- مروری بر مطالعات پیشین

شاهقلیان قهفرخی و همکاران (۱۳۹۷) در پژوهشی به پیش‌بینی بار بحرانی کمانش پوسته‌های استوانه‌ای کامپوزیتی تقویت‌شده با شبکه‌های لوزی‌شکل با استفاده از روش همبستگی با ارتعاشات پرداختند. در این مطالعه، ابتدا رفتار ارتعاشی خطی و غیرخطی پوسته تحت بارهای فشاری مختلف با استفاده از نرم‌افزار آباکوس تحلیل شد و سپس بار بحرانی کمانش با تکیه بر نتایج تحلیل عددی و روش VCT پیش‌بینی گردید. برای اعتبارسنجی، پنج نمونه پوسته کامپوزیتی مشابه ساخته و تحت بارگذاری فشاری محوری آزمایش شدند. مقایسه نتایج نشان داد اختلاف بار بحرانی پیش‌بینی‌شده با روش VCT و نتایج تجربی کمتر از ۳ درصد بوده است؛ بنابراین، این روش برای تخمین بار بحرانی کمانش پوسته‌های استوانه‌ای کامپوزیتی مشبک با شبکه لوزی‌شکل دقت مناسبی نشان داده است Shahqolian Qahfarokhi & (Rahimi, 2018).

طالع‌زاده لاری و همکاران (۱۳۹۶) کمانش محوری پوسته‌های استوانه‌ای کامپوزیتی کامل و دارای گشودگی مستطیلی را با استفاده از تئوری تغییرشکل برشی مرتبه اول و روش مربعات تفاضلی تعمیم‌یافته بررسی کردند. در این پژوهش، معادلات حاکم در راستاهای طولی و محیطی گسسته‌سازی و با اعمال شرایط مرزی و سازگاری، مسئله به یک دستگاه معادلات جبری و سپس مسئله مقدار ویژه تبدیل شد. نتایج روش پیشنهادی با داده‌های موجود در مطالعات پیشین و نتایج نرم‌افزار آباکوس مقایسه و صحت آن ارزیابی شد. یافته‌ها نشان داد نوع لایه‌چینی اثر چشمگیری بر بار بحرانی کمانش دارد و افزایش ابعاد گشودگی نیز بسته به نوع لایه‌چینی می‌تواند اثر متفاوتی بر ظرفیت کمانشی پوسته داشته باشد. افزون بر این، برای گشودگی‌های هم‌مساحت، پوسته دارای گشودگی مربعی نسبت به پوسته دارای گشودگی مستطیلی بار بحرانی بیشتری نشان داد (Talaezadeh Lari & Rahimi, 2017).

بیژیکوا و همکاران (۲۰۲۵)، یک مدل کمانش احتمالی برای پوسته‌های نیمکروی با نقص‌های موضعی غیرمتعامل طراحی کردند. این مقاله یک بررسی محاسباتی و تحلیلی ترکیبی را در مورد توزیع احتمالی «ضریب کاهش » برای پوسته‌های نیمکروی حاوی چندین نقص هندسی موضعیِ بدون برهمکنش ارائه می‌دهد. در مدل تحلیلی، آمارِ «ضریب کاهش» برای پوسته‌هایی با یک نقص واحد، به‌طور صریح به آمار دامنه نقص مرتبط می‌شود. سپس این مدل از طریق یک فرمول‌بندیِ محدودِ «ضعیف‌ترین حلقه» به پوسته‌هایی با چندین نقص بدون برهمکنش با دامنه‌های تصادفی تعمیم داده می‌شود که پیش‌بینی می‌کند میانگین و ضریب تغییراتِ «ضریب کاهش» چگونه به تعداد نقص‌ها بر روی سطح پوسته بستگی دارد. نتایج آمارِ مقادیر حدی نیز برای استخراج شکل حدیِ توزیع «ضریب کاهش» استفاده شده است. بررسی تحلیلی با مجموعه‌ای از شبیه‌سازی‌های تحلیل اجزای محدود غیرخطی با ورودی‌های هندسی تصادفی برای پوسته‌های نیمکروی با ابعاد مختلف و اندازه‌های متفاوت از ناحیه حاوی نقص‌ها همراه است. نشان داده شده است که مدل تحلیلی انطباق بسیار خوبی با نتایج شبیه‌سازی دارد. خروجی اصلیِ مدل تحلیلی، یک اثرِ مقیاسِ آماری بر روی «ضریب کاهش» است که توسط شعاع بی‌بعد برای پوسته‌هایی حاوی حداکثر تعدادِ ممکن از نقص‌های بدون برهمکنش کنترل می‌شود. اثر مقیاسِ مشابهی اخیراً برای پوسته‌های نیمکروی با سطوح دارای ناخالصیِ تصادفیِ پیوسته گزارش شده است. در مجموع، این نتایج دیدگاه جدیدی را در مورد نقشِ آماریِ جهانیِ شعاع بی‌بعد در حاکمیت بر رفتار کمانشی پوسته‌های نیمکروی دارای نقص هندسی ارائه می‌دهند(Baizhikova et al., 2025).

خان و کومار (۲۰۲۵)، یک بررسی جامع در زمینه رفتار کمانش برای پوسته‌های استوانه‌ای پیش تنیده تحت شرایط فشار شدید ارائه کردند. درپوش‌های نیمکروی، سطوح میانی مخازن تحت فشار استوانه‌ای را برای صنایع نفت و گاز، محفظه‌های خلأ زیردریایی و حامل‌های هیدروژن در صنعت خودرو و هوافضا در سطح جهان می‌پوشانند. این مرور، اهمیت ویژگی‌های طراحی مخازن تحت فشار استوانه‌ای با روکش کامپوزیتی (مانند فشارهای خارجی) را مورد بحث قرار می‌دهد. تحلیل خواص مواد کامپوزیتی و رفتار مقاومتی آن‌ها در مقطع استوانه‌ای، به‌منظور تضمین عملکرد دقیق، ایمن و مؤثر مخزن تحت فشار در فشارهای بالا استفاده می‌شود. مواد کامپوزیتی به‌دلیل وزن سبک و عملکرد نهایی در حامل‌های مخزن تحت فشار برای کاربردهای متنوع، محبوب هستند. الیاف فعلی شامل کربن، شیشه و کامپوزیت‌های هیبریدی کربن/شیشه هستند که از مواد با وزن کمتر بهره می‌برند. مخازن تحت فشار با روکش کامپوزیتی نیازمند توالی دقیق لایه‌چینی، ضخامت لمینت و زوایای پیچش الیاف هستند. جنس مندرل (آستر) نیز برای مخازن تحت فشار کامپوزیتی فلزی، از جمله آسترهای فلزی یا حلقه‌های دایره‌ای محیطی برای کاهش کمانش و تقویت پوسته‌های COPV (نوع III)، بررسی و پیشنهاد شده است. تمرکز این مقاله بر طراحی اجزای استوانه‌ای برای جلوگیری از کمانش در موشک‌های فضایی و خودروها تحت شرایط فشار بالا با استفاده از سخت‌کننده‌ها و سوراخ‌ها برای سناریوهای تنشی مختلف است. الگوریتم ژنتیک، بدترین نقص‌ها در شکل سیلندر کامپوزیتی از نظر کمانش، سوراخ‌های برش دایره‌ای روی پوسته برای توالی چیدمان بهینه لایه‌چینی الیاف روی آستر، و واکنش‌های ناگهانی را برای پشتیبانی در برابر عوامل کمانش تحت فشار، بهینه‌سازی می‌کند. اهمیت فشار خودتنش‌زایی (اتوفرتاژ) و ارتعاش بر کمانش سیلندر کامپوزیتی نیز تحلیل شد. مخازن تحت فشار کامپوزیتی بدون آستر (نوع V)، نشان‌دهنده آینده مخازن تحت فشار سبک‌وزن با عملکرد بالا هستند؛ با این حال، سیلندرهای کامپوزیتی (نوع IV) با آسترهای پلاستیکی، سبک و مستحکم بوده و کاربردهای متعددی دارند(Khan & Kumar, 2025).

لی و همکاران (۲۰۲۵)، تحلیل قابلیت اطمینان ظرفیت باربری پوسته‌های کروی تحت فشار با در نظر گرفتن پراکندگی خواص مواد را تحلیل کردند. سازه‌های اعماق دریا با فشارهای شدید و عیوب سازه ای مواجه هستند که عدم‌قطعیت‌های پیچیده‌ای را در طراحی ایجاد می‌کند. این مطالعه یک رویکرد مبتنی بر قابلیت اطمینان را برای ارزیابی بار کمانشی بحرانی و ضرایب ایمنی برای یک پوسته کروی مقاوم در برابر فشار از جنس Ti-6Al-4V ELI در عمق ۵۰۰۰ متری ارائه می‌دهد. یک مدل ماده دوخطی، مبتنی بر آزمون کشش، رفتار پلاستیک پوسته را ثبت می‌کند و حالت کمانشی خطی مرتبه اول با ۰.۳ درصد قطر داخلی به‌عنوان نقص اولیه در نظر گرفته می‌شود. روش نرخ تجاوز شرطی میانگین، که با تحلیل المان محدود غیرخطی ترکیب شده است، برای پیش‌بینی بارهای کمانشی بحرانی در سطوح احتمالی از ۱۰.۱- تا ۱۰.۷- استفاده می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که

In Press, Pre-Proof Version

ACER برآورد دقیق بار و بازه‌های اطمینان ۹۵ درصدی را حتی با داده‌های محدود ارائه می‌دهد که به انتخاب ضرایب ایمنی کمک می‌کند. ادغام نتایج این تحلیل قابلیت اطمینان در مراحل اولیه طراحی، به جلوگیری از طراحی‌های بیش از حد محافظه‌کارانه کمک کرده و ایمنی و مقرون‌به‌صرفه بودن بدنه‌های تحت فشار در اعماق دریا را افزایش می‌دهد(Li et al., 2026).

۳- متدولوژی و مدل‌سازی ریاضی

۳-۱- مدل‌سازی هندسی و متغیرهای تصادفی

در تحلیل کمانش پوسته‌های نازک تحت شرایط واقعی، در نظر گرفتن هندسه به عنوان یک ساختار قطعی منجر به پیش‌بینی‌های غیرواقع‌بینانه می‌شود. برای مدل‌سازی دقیق‌تر، سطح پوسته نیمکروی با شعاع نامی R و ضخامت ثابت t، به عنوان پایه هندسی در نظر گرفته می‌شود که انحرافات ناشی از ساخت در آن به صورت یک میدان تصادفی شعاعی با تابع $\omega_0(\theta,\phi)$ تعریف می‌گردد. در این مدل، مختصات شعاعی سطح پوسته در هر نقطه با مختصات کروی (θ,ϕ) به صورت زیر تعریف می‌شود(Sadovský et al., 2024):

$$r(\theta.\phi) = R + \omega_0(\theta.\phi) \qquad (۲)$$

که در آن $\omega_0(\theta,\phi)$ بیانگر انحراف شعاعی اولیه سطح واقعی پوسته نسبت به هندسه ایده‌آل نیمکره است. این تابع در هر نقطه از سطح نیمکره مقدار متفاوتی می‌تواند داشته باشد و بنابراین یک میدان مکانی تصادفی محسوب می‌شود، نه یک کمیت ثابت در سطح پوسته. در این پژوهش، میدان عیوب به‌صورت پیوسته روی مختصات سطحی تعریف شده و ویژگی‌های آماری آن از طریق میانگین، واریانس و تابع خودهمبستگی مشخص می‌شود. در نتیجه، ساختار مکانی عیوب از طریق تابع خودهمبستگی و طول همبستگی توصیف می‌شود. این تابع بیانگر انحراف موضعی از هندسه ایده‌آل است که در فرآیندهای ساخت و ساز (مانند جوشکاری ورق‌های قوسی یا فشارهای ناشی از شکل‌دهی) ایجاد می‌شود. برخلاف مدل‌های قطعی که عیوب را به صورت تابع‌های هندسی منظم یا مودهای کمانش خطی فرض می‌کنند، این رویکرد امکان توصیف طیف وسیعی از ناهمواری‌های کاتوره‌ای را ارائه می‌دهد.

برای توصیف آماری این میدان تصادفی، لازم است که تابع خودهمبستگی به گونه‌ای تعریف شود که ویژگی‌های فیزیکی عیوب ناشی از فرآیند ساخت را پوشش دهد. در این پژوهش، هدف از تعریف تابع خودهمبستگی، توصیف پیوستگی مکانی عیوب هندسی و کنترل میزان تغییرات سطحی در فواصل مختلف روی پوسته نیمکروی بوده است. بر همین اساس، تابع خودهمبستگی نمایی بر مبنای فاصله ژئودزیک دو نقطه روی سطح کره انتخاب شده است. از این رو، میدان تصادفی ω_0 با میانگین صفر $E[\omega_0]=0$ و تابع واریانس σ^2 مدل‌سازی می‌شود که در آن σ نشان‌دهنده دامنه انحرافات استاندارد از سطح نامی است. جهت لحاظ کردن پیوستگی فضایی عیوب، از تابع خودهمبستگی نمایی استفاده می‌شود که به صورت زیر بیان می‌گردد(Du et al., 2024):

$$R_{\omega\omega}(\gamma) = \sigma^2 exp\left(-\frac{\gamma}{L_c}\right) \qquad (۳)$$

در این رابطه، γ بیانگر فاصله ژئودزیک بین دو نقطه روی سطح کره و L_c پارامتر «طول همبستگی» است. پارامتر L_c نقش تعیین‌کننده‌ای در رفتار کمانشی دارد؛ مقادیر کوچک L_c بیانگر عیوب موضعی و با فرکانس بالا بوده، در حالی که مقادیر بزرگتر نشان‌دهنده ناهمواری‌های گسترده و با فرکانس پایین هستند. شایان ذکر است که تابع نمایی، تنها یکی از گزینه‌های ممکن برای مدل‌سازی همبستگی مکانی است و انتخاب آن به معنای برتری مطلق این تابع نسبت به سایر توابع همبستگی نیست. استفاده از توابع جایگزین، از جمله توابع مبتنی بر بسل یا هسته‌های کوواریانس کروی، می‌تواند در پژوهش‌های بعدی برای بررسی حساسیت نتایج نسبت به نوع تابع همبستگی دنبال شود.

به‌منظور اطمینان از اعتبار ریاضی مدل میدان تصادفی و فراهم‌کردن شرایط لازم برای اجرای بسط کارهونن–لووه، مثبت‌نیمه‌معین بودن ماتریس کوواریانس گسسته بررسی شد. برای این منظور، سطح نیمکره با استفاده از ۸۰۰ نقطه محاسباتی تقریباً یکنواخت گسسته شد و ماتریس کوواریانس بر اساس تابع خودهمبستگی نمایی و فاصله ژئودزیک میان نقاط سطح تشکیل گردید. درایه‌های این ماتریس از رابطه زیر محاسبه شدند:

$$C_{ij} = \sigma^2 \exp\left(-\frac{\gamma_{ij}}{L_C}\right) \qquad (۴)$$

که در آن، σ^2 واریانس میدان تصادفی، γ_{ij} فاصله ژئودزیک میان نقاط i و j و L_c طول همبستگی میدان تصادفی است. در محاسبات، با فرض واریانس واحد، مقادیر ویژه ماتریس کوواریانس برای نسبت‌های ۰/۱، ۰/۳ و ۰/۵ محاسبه شدند. نتایج نشان داد که کوچک‌ترین مقادیر ویژه به‌ترتیب برابر با ۰/۳۶۰۸۱۱، ۰/۱۲۵۰۰۹ و ۰/۰۷۵۲۴۴ و بزرگ‌ترین مقادیر ویژه به‌ترتیب برابر با ۷/۹۲۶۹۳۵، ۵۷/۲۲۵۶۶۹ و ۱۲۳/۵۱۴۳۲۶ هستند. مثبت بودن کوچک‌ترین مقدار ویژه در هر سه حالت، نشان‌دهنده مثبت‌معین بودن ماتریس کوواریانس در چارچوب گسسته‌سازی انجام‌شده است. ازاین‌رو، ماتریس حاصل از نظر عددی قابلیت استفاده در تجزیه طیفی و استخراج مقادیر ویژه و توابع ویژه موردنیاز در بسط کارهونن–لووه را دارد. با افزایش طول همبستگی، بزرگ‌ترین مقدار ویژه افزایش و کوچک‌ترین مقدار ویژه کاهش یافته است که بیانگر تغییر ساختار وابستگی فضایی میدان تصادفی در سطح نیمکره است.

بنابراین، مدل هندسی حاصل، مجموعه‌ای از پوسته‌های تصادفی است که هر یک دارای توپولوژی سطحی منحصربه‌فردی هستند. این رویکرد به جای تکیه بر یک عیب هندسی واحد، فضای حالت وسیعی از ناپایداری‌های احتمالی را پوشش داده و تحلیل کمانش را از یک بررسی نقطه-قطعی به یک ارزیابی احتمالی مبتنی بر تابع چگالی احتمال تبدیل می‌کند(Yılmaz & Kocabaş, 2023).

پژوهش‌های پیشین بر نقش پارامتر بی‌بعد شعاع در کمانش پوسته‌های کروی با عیوب تصادفی و نیز مدل‌سازی عیوب موضعی غیر interacting در مقاله ۲۰۲۶ آن‌ها تمرکز دارد، در حالی که مطالعه حاضر ضمن بهره‌گیری از بسط کارهون-لوبه برای تولید میدان تصادفی پیوسته عیوب، اثر همزمان دو پارامتر آماری دامنه و طول همبستگی را بر ظرفیت کمانشی نیمکره‌های فولادی واقعی با هندسه و ضخامت اندازه‌گیری‌شده بررسی می‌کند و مدل عددی را با داده‌های تجربی اعتبارسنجی می‌نماید؛ نکته‌ای که در مطالعات پیشین کمتر به آن پرداخته شده است. همچنین تفاوت رویکرد حاضر با پژوهش‌های Li و همکاران (۲۰۲۶) و Zhan و همکاران (۲۰۲۳) که بر پراکندگی خواص ماده یا عدم‌قطعیت مقاومت نهایی پوسته‌های تحت فشار خارجی متمرکزند، در این است که مطالعه حاضر منشأ عدم‌قطعیت را صرفاً در هندسه اولیه و ماهیت تصادفی عیوب تولیدی جست‌وجو می‌کند و با استخراج توزیع وایبول و تعیین ضریب کاهش باربری مبتنی بر صدک پنجم، پل ارتباطی میان تحلیل احتمالی و معیارهای طراحی آیین‌نامه‌ای را فراهم می‌سازد. علاوه بر این، نشان داده شده است که برخلاف فرض رایج در راهنماهای کلاسیک مانند NASA SP-۸۰۳۲ که ضریب کاهش حدود ۰/۵۰ را پیشنهاد می‌کنند، ضریب احتمالی به‌دست‌آمده در این پژوهش متفاوت است و این اختلاف، سهم نوآورانه و ارزش افزوده علمی مطالعه را در جهت جایگزینی ضرایب قطعی با معیارهای احتمالی مبتنی بر سطح پذیرش خطر برجسته می‌کند.

۳-۲- تولید میدان‌های تصادفی عیوب هندسی

به منظور مدل‌سازی دقیق ناهمواری‌های سطحی، میدان تصادفی $\omega_0(\theta,\phi)$ باید به گونه‌ای گسسته‌سازی شود که ضمن حفظ ویژگی‌های آماری تعریف شده، از نظر محاسباتی برای تحلیل‌های المان محدود غیرخطی قابل مدیریت باشد. در این راستا، بسط کارهونن-لووه به عنوان کارآمدترین روش برای بازنمایی میدان‌های تصادفی با استفاده از تعداد محدودی متغیر تصادفی مستقل شناخته می‌شود. این روش با تبدیل میدان پیوسته به مجموعه‌ای از توابع پایه متعامد، امکان تقریب بهینه میدان عیوب را فراهم می‌آورد(Zhou & Zhao, 2023):

$$\omega_0(\theta.\phi.w) \approx \sum_{i=1}^{M} \sqrt{\lambda_i} f_i(\theta.\phi)\xi_i(w) \qquad (۵)$$

در این عبارت، λi و f به ترتیب مقادیر و توابع ویژه حاصل از حل معادله انتگرالی فردولم نوع دوم هستند که هسته آن تابع خودهمبستگی است. پارامتر M نشان‌دهنده تعداد جملات بسط است که با افزایش آن، دقت تقریب میدان افزایش می‌یابد. انتخاب M معمولاً بر اساس نرخ همگرایی مقادیر ویژه تعیین می‌شود، به طوری که مجموع مقادیر ویژه انتخابی سهم غالب (مثلاً ۹۵%) از واریانس کل میدان را در بر گیرد. متغیرهای تصادفی ξi نیز به عنوان ضرایب غیرهمبسته با توزیع نرمال استاندارد N(۰/۱)، منشأ تولید نمونه‌های مختلف عیوب در شبیه‌سازی‌های مونت‌کارلو هستند (Haji Soleimani & Aghakoochak, 2025).

به‌منظور تعیین تعداد مناسب جملات بسط کارهونن–لووه و ارزیابی میزان دقت نمایش میدان تصادفی، ماتریس کوواریانس سطح نیمکره به‌صورت عددی تشکیل و مقادیر ویژه آن محاسبه شد. با توجه به سطح نیمکره با شعاع ۲۹۰ میلیمتر به نقاط تقریباً یکنواخت تقسیم شد. ماتریس کوواریانس با استفاده از تابع خودهمبستگی نمایی و بر اساس فاصله ژئودزیک میان نقاط تشکیل گردید. در این محاسبات، میانگین میدان تصادفی برابر صفر و واریانس آن برابر یک در نظر گرفته شد. برای بررسی تأثیر طول همبستگی بر ساختار طیفی میدان تصادفی، سه نسبت L_c/R برابر با ۰/۱، ۰/۳ و ۰/۵ مورد بررسی قرار گرفتند. پس از محاسبه مقادیر ویژه ماتریس کوواریانس و مرتب‌سازی آن‌ها به ترتیب نزولی، تعداد جملات بسط کارهونن–لووه بر اساس معیار پوشش حداقل ۹۵ درصد واریانس تعیین شد. نتایج نشان داد که برای نسبت‌های Lc/R=0.1، ۰/۳ و ۰/۵، به‌ترتیب ۶۹۶، ۵۳۰ و ۳۹۰ جمله برای

In Press, Pre-Proof Version

تأمین این سطح از پوشش واریانس موردنیاز است. سهم تجمعی واریانس در این سه حالت به‌ترتیب برابر با ۹۵/۰۰۷۳، ۹۵/۰۱۰۶ و ۹۵/۰۰۶۰ درصد به دست آمد. کاهش تعداد جملات موردنیاز با افزایش طول همبستگی نشان می‌دهد که افزایش وابستگی فضایی میان نقاط سطح، موجب تمرکز بیشتر واریانس در مؤلفه‌های اصلی میدان تصادفی می‌شود. بر این اساس، تعداد جملات بسط کارهونن–لووه باید متناسب با طول همبستگی انتخاب شود تا ضمن حفظ دقت بازنمایی میدان عیوب هندسی، از به‌کارگیری مؤلفه‌های غیرضروری جلوگیری شود. لازم به ذکر است استفاده از M=696، معیار پوشش حداقل ۹۵ درصد واریانس را برای هر سه نسبت طول همبستگی تأمین می‌کند.

انتخاب تابع خودهمبستگی نمایی جهت بیان همبستگی فضایی نقاط روی نیم‌کره، به دلیل انعطاف‌پذیری در کنترل «صافی» یا «زبری» سطح، انتخابی استاندارد در مهندسی سازه است (معادله ۳). یکارگیری توابع هماهنگ کروی به عنوان توابع پایه $f_i(\theta,\phi)$ در فضای نیم‌کروی، مزیت انطباق هندسی کامل با ساختار مورد مطالعه را به همراه دارد. با جایگذاری این توابع در الگوریتم تولید میدان، می‌توان نقشه‌های عیوب سه‌بعدی تولید کرد که بر روی گره‌های مدل المان محدود نگاشت می‌شوند. این رویکرد، محدودیت‌های مدل‌های کلاسیک که صرفاً بر عیوب هم‌شکل با مود کمانش اول تکیه دارند را مرتفع ساخته و فضای جستجو برای یافتن «بحرانی‌ترین ترکیب عیوب» را به طور گسترده‌ای توسعه می‌دهد، که نتیجه آن، تخمین واقع‌بینانه‌تر از ضریب کاهش باربری در شرایط واقعی تولید است(Böhm, 2024).

۳-۳- مدل‌سازی المان محدود غیرخطی

۳-۳-۱- مشخصات مدل سازی

هفت نیم‌کره فولادی مورد مطالعه دارای قطر تقریباً ۵۸۰ mm و شعاع میانگین حدود ۲۹۰ mm بوده‌اند. ضخامت پوسته‌ها در امتداد نصف‌النهار متغیر بوده و از ۰/۳۷ تا ۲/۵۰ mm در جدول ۱ نیز مقادیر شعاع برازش، ضخامت میانگین، حداقل و حداکثر برای هر هفت مدل ارائه شده است. برای تعریف مدل عددی، هفت نیم‌کره فولادی اسپین‌شده با قطر تقریبی ۵۸۰ میلی‌متر و شعاع میانگین حدود ۲۹۰ میلی‌متر مورد بررسی قرار گرفتند. ضخامت دیواره در امتداد نصف‌النهار ثابت نبوده و بسته به نمونه و موقعیت مکانی، تغییرات قابل‌توجهی داشته است. دامنه ضخامت گزارش‌شده برای هفت نمونه از حدود ۰/۳۷ تا ۲/۵۰ میلی‌متر بوده است. به‌منظور تعیین هندسه واقعی سطح میانی، اندازه‌گیری‌های هندسی و ضخامت در نقاط متعدد سطح پوسته انجام شد و شعاع بهترین برازش برای هر نمونه تعیین گردید. مقادیر ضخامت میانگین، حداقل و حداکثر و شعاع بهترین برازش برای نمونه‌های H1 تا H7 در جدول ۱ ارائه شده است. این اطلاعات نشان می‌دهند که هندسه واقعی پوسته‌های نیم‌کروی از هندسه ایده‌آل فاصله داشته و تغییرات ضخامت و عیوب اولیه هندسی از پارامترهای مهم مؤثر بر ظرفیت کمانشی هستند.

جدول ۱ مقادیر ضخامت میانگین، حداقل و حداکثر و شعاع بهترین برازش برای نمونه‌های H1 تا H7

Table 1. Average, Minimum, and Maximum Thickness Values, Best-Fit Radius, and Geometric Parameters for Samples H1 to H7

Model	Average Thickness	Minimum Thickness	Average Minimum Thickness	Maximum Thickness (mm)	Best-Fit Radius R (mm)	Maximum Internal Deviation (mm)	R/tmin
H1	0.731	0.476	0.519	0.909	299.42	1.83	410
H2	0.763	0.518	0.584	0.957	279.91	5.96	367
H3	0.717	0.478	0.493	0.920	289.17	6.31	403
H4	0.630	0.372	0.388	0.813	283.68	3.76	450
H5	0.626	0.437	0.450	0.787	280.89	4.58	449
H6	1.148	0.848	0.875	1.436	278.34	3.56	242
H7	2.068	1.526	1.567	2.495	283.85	2.19	137

در محاسبه نسبت بار بحرانی نرمال‌شده (P_{cr}/P_{cl})، برای هر نمونه، بار کلاسیک زوئیلی (P_{cl}) با استفاده از شعاع سطح میانی بهترین برازش و ضخامت میانگین همان نمونه محاسبه شده است. این انتخاب باعث می‌شود نرمال‌سازی با هندسه واقعی هر نیم‌کره سازگار باشد و اثر تغییرات ابعاد بین نمونه‌ها در نسبت بار حذف شود.در تحلیل احتمالاتی اصلی، هندسه پایه نیم‌کره بر اساس مقادیر اسمی (شعاع میانگین حدود ۲۹۰ میلی‌متر و ضخامت میانگین نمونه‌ها) تعریف شده و میدان عیوب هندسی تصادفی روی این هندسه ایده‌آل اعمال گردیده است. تغییرات ضخامت موضعی واقعی نمونه‌ها در مرحله اعتبارسنجی مدل (جدول ۳) لحاظ شده‌اند، اما در شبیه‌سازی‌های مونت‌کارلو، ضخامت به‌صورت یکنواخت در نظر گرفته شده تا اثر خالص عیوب هندسی تصادفی (دامنه و طول همبستگی) بر ظرفیت کمانشی به‌طور مستقل بررسی شود.

در تحلیل‌های اجزای محدود پژوهش حاضر، از المان پوسته‌ای چهارگرهی با فرمول‌بندی کاهش‌یافته S۴R در نرم‌افزار ABAQUS استفاده شده است. این المان قابلیت مدل‌سازی همزمان رفتار غشایی و خمشی را دارد و برای تحلیل‌های غیرخطی هندسی و مادی پوسته‌های نازک مناسب است. عیوب هندسی تصادفی تولیدشده از بسط کارهونن–لووه، به‌صورت تغییر مکان شعاعی گره‌ای به هندسه ایده‌آل نیم‌کره اعمال شده‌اند. بدین ترتیب، مختصات هر گره در راستای شعاعی متناسب با مقدار میدان تصادفی در آن نقطه جابه‌جا شده و هندسه معیوب نهایی برای تحلیل غیرخطی آماده گردیده است.برای ردیابی مسیر تعادل غیرخطی و عبور از نقطه حدی، از روش طول قوس با کنترل خودکار طول قوس استفاده شده است. پارامترهای اصلی این روش شامل حداکثر افزایش طول قوس، تعداد تکرارهای مجاز در هر گام و معیار همگرایی نیرو و جابه‌جایی بر اساس مقادیر پیشنهادی پیش‌فرض نرم‌افزار و با بررسی حساسیت تنظیم شده‌اند تا پایداری عددی در ناحیه پس‌کمانشی حفظ شود.به‌منظور اطمینان از استقلال نتایج نسبت به اندازه شبکه، مطالعه همگرایی مش انجام شد. مدل با چهار تراکم شبکه مختلف (شامل حدود ۴۰۰، ۸۰۰، ۱۲۰۰ و ۱۶۰۰ المان) تحلیل و مقدار بار بحرانی کمانش در هر حالت مقایسه گردید. نتایج نشان داد که با افزایش تعداد المان‌ها از ۱۲۰۰ به ۱۶۰۰، تغییر نسبی بار بحرانی کمتر از ۱/۵ درصد است. بنابراین، شبکه نهایی با حدود ۱۴۰۰ المان (متناظر با مدل دارای ۱۴۶۹۴ درجه آزادی) به‌عنوان شبکه مبنا انتخاب شد. نتایج کمی این بررسی در جدول زیر ارائه شده است.

در مدل عددی، نیم‌کره تحت فشار خارجی یکنواخت قرار گرفت و شرایط مرزی در ناحیه پایه مطابق با شرایط تکیه‌گاهی نمونه آزمایشگاهی تعریف شد. نیم‌کره‌ها در ناحیه استوا به یک حلقه فولادی متصل شده و پس از تثبیت به صفحه پایه، شرایط مرزی گیردار در ناحیه پایه ایجاد شد. به‌عبارت دیگر، تمامی درجات آزادی انتقالی و دورانی گره‌های واقع در لبه استوایی نیم‌کره مقید شده‌اند. این انتخاب با شرایط تکیه‌گاهی واقعی نمونه‌های آزمایشگاهی کاملاً منطبق است و از ایجاد اثرات ناخواسته ناشی از انعطاف‌پذیری تکیه‌گاه جلوگیری می‌کند.

در مدل ABAQUS نیز این ناحیه با شرایط مرزی گیردار شبیه‌سازی گردید. بارگذاری فشاری به‌صورت افزایشی اعمال شد و مسیر تعادل پوسته تا رسیدن به نقطه فروپاشی دنبال گردید. برای ردیابی رفتار غیرخطی نزدیک به ناحیه ناپایداری، از روش مبتنی بر مسیر طولی استفاده شد. این روش امکان تعیین بار فروپاشی پوسته دارای عیب هندسی را در امتداد مسیر تعادل غیرخطی فراهم می‌کند.

خواص مکانیکی ارائه‌شده در جدول ۲ (مدول الاستیسیته و تنش تسلیم) بر اساس نتایج آزمون‌های کشش استاندارد انجام‌شده روی نمونه‌های استخراج‌شده از پوسته‌های فولادی مورد مطالعه به‌دست آمده است. برای هر نیم‌کره، حداقل سه نمونه کششی مطابق با استاندارد ASTM E۸/E۸M از ورق‌های مشابه یا نواحی کم‌تنش پوسته‌ها تهیه و تحت آزمون کشش شبه‌استاتیکی قرار گرفتند. مقادیر مدول الاستیسیته از شیب ناحیه خطی منحنی تنش-کرنش و تنش تسلیم بر اساس معیار آفست ۰/۲٪ محاسبه شده است. محدوده گزارش‌شده برای مدول الاستیسیته (۲۰۰ تا ۲۱۰ کیلونیوتن بر میلی‌متر مربع) و تنش تسلیم (۱۷۲/۲ تا ۴۲۰ نیوتن بر میلی‌متر مربع) مستقیماً از میانگین نتایج این آزمون‌های تجربی استخراج گردیده و در مدل‌سازی اجزای محدود به‌صورت اختصاصی برای هر نمونه (H۱ تا H۷) مورد استفاده قرار گرفته است.

جدول ۲ خواص مکانیکی ماده

Table 2. Mechanical Properties of the Material

Model	E (kN/mm²)	σy (N/mm²)
H1	201.0	407.0
H2	200.0	294.0
H3	200.0	213.0
H4	200.0	180.0

In Press, Pre-Proof Version

H5	201.0	172.2
H6	210.0	245.0
H7	206.0	420.0

۳-۳-۲- اعتبار سنجی

به‌منظور بررسی قابلیت مدل اجزای محدود در پیش‌بینی ظرفیت کمانشی پوسته‌های نیم‌کروی دارای عیب هندسی، هفت نیم‌کره و برای هر نمونه، مدل اجزای محدود در ABAQUS بر اساس هندسه و ضخامت اندازه‌گیری‌شده واقعی ایجاد گردید که نتایج آن در جدول ۳ ارائه شده است. فشار فروپاشی پیش‌بینی‌شده توسط ABAQUS برای نمونه‌های H۱ تا H۷ به‌ترتیب برابر با ۰/۲۵۶، ۰/۳۲۴، ۰/۱۸۳، ۰/۱۲۶، ۰/۱۸۵، ۱/۰۶۰ و ۳/۴۲۰ N/mm² گزارش شده است، در حالی که مقادیر تجربی متناظر برابر با ۰/۳۱۰، ۰/۳۸۶، ۰/۱۲۴، ۰/۱۱۰، ۰/۱۰۴، ۰/۶۳۵ و ۲/۸۸۳ N/mm² بوده‌اند. نسبت فشار فروپاشی تجربی به مقدار عددی در این هفت نمونه بین ۰/۵۶ و ۱/۲۱ قرار داشته است. این اختلاف نشان می‌دهد که مدل عددی قادر به بازتولید روند کلی ظرفیت فروپاشی پوسته‌های دارای عیب هندسی است، هرچند اختلاف میان نتایج عددی و تجربی می‌تواند تحت تأثیر عدم‌قطعیت در خواص ماده، ناهمسانگردی احتمالی، تنش‌های پسماند و کفایت شبکه اجزای محدود قرار گیرد.

جدول ۳ مقایسه نتایج عددی با ازمایشگاهی

Table 3. Comparison of Numerical and Experimental Results

Shell	Experimental Collapse Pressure (N/mm²)	ABAQUS Collapse Pressure (N/mm²)	Pexpt/PABAQUS
H1	0.310	0.256	1.21
H2	0.386	0.324	1.19
H3	0.124	0.183	0.68
H4	0.110	0.126	0.87
H5	0.104	0.185	0.56
H6	0.635	1.060	0.60
H7	2.883	3.420	0.84

مقایسه نتایج عددی و تجربی در جدول ۳ نشان‌دهنده تطابق قابل قبول برای نمونه‌های H1 تا H4 است، در حالی که برای نمونه‌های H5 و H6 اختلاف بیشتری مشاهده می‌شود. این اختلاف عمدتاً ناشی از حساسیت بیشتر نمونه‌های نازک‌تر به جزئیات توزیع عیوب هندسی، تفاوت در شرایط مرزی و عدم قطعیت در خواص ماده است. با این حال، روند کلی کاهش ظرفیت باربری با افزایش دامنه عیوب و اثر دوگانه طول همبستگی در تمام نمونه‌ها به‌طور سازگار مشاهده می‌شود که اعتبار کیفی چارچوب پیشنهادی را تأیید می‌کند. شایان ذکر است که وجود انحراف قابل‌توجه در پیش‌بینی عددی فشار فروپاشی پوسته‌های کروی جدارنازک، محدود به مدل پژوهش حاضر نیست و در پژوهش‌های پیشین مانند Blanchut و Galletly مشاهده شده است (Blanchut & Galletly, 1995). نمونه‌های مطالعه آن‌ها در بازه ضخامت ۰/۳۷ تا ۲/۵ میلی‌متر قرار داشتند که با شرایط نمونه‌های H5 و H6 پژوهش حاضر قابل مقایسه است. این یافته کلاسیک نشان می‌دهد که برای پوسته‌های کروی جدارنازک حساس به ناکاملی‌های هندسی ناشی از فرآیند ساخت، اختلاف چشمگیر میان پیش‌بینی عددی و رفتار واقعی، چالشی شناخته‌شده در این حوزه است.

دلایل این‌گونه انحراف‌ها را می‌توان در چند محور خلاصه کرد: نخست، عدم‌یکنواختی ضخامت و انحرافات هندسی واقعی ناشی از فرآیند ساخت، به‌سختی در مدل عددی بازتولید می‌شود. Blanchut و Galletly نیز تصریح می‌کنند که استفاده از ضخامت میانگین در ارزیابی طراحی قابل‌اعتماد نیست و به‌کارگیری ضخامت حداقل را پیشنهاد می‌کنند؛ زیرا سه گروه از نتایج آزمایشگاهی آن‌ها در حالت استفاده از ضخامت میانگین، زیر منحنی طراحی ECCS قرار گرفت. مدل عددی حاضر نیز بر پایه هندسه و ضخامت میانگین بنا شده است، در حالی که کاهش ضخامت موضعی و تغییرات محوری ضخامت در نمونه‌های اسپین‌فرمی می‌تواند از عوامل اصلی انحراف نمونه‌های H۵ و H۶ باشد. دوم، حساسیت شدید پوسته‌های جدارنازک به شرایط مرزی؛ مطالعات مشابه نشان داده‌اند که حتی با پیکربندی آزمایشگاهی یکسان، پیش‌بینی فشار کمانش پلاستیک پوسته‌های نیم‌کروی ناکامل توسط برنامه‌های مختلف اجزای محدود غیرخطی متفاوت است و آزمایش‌ها نیز حاکی از محافظه‌کارانه بودن پیش‌بینی‌های عددی هستند. سوم، تصادفی بودن عیوب هندسی اولیه و عدم‌قطعیت در اندازه‌گیری آن‌ها؛ Blanchut و Galletly با وجود اندازه‌گیری دقیق شکل و ضخامت تمامی پوسته‌ها و به‌کارگیری آن‌ها در تحلیل‌های متعدد، همچنان نتوانستند انحراف پیش‌بینی را به‌طور کامل حذف کنند، که نشان‌دهنده دشواری ذاتی توصیف کامل میدان عیوب است. بر این اساس، انحراف بزرگ‌تر مشاهده‌شده در نمونه‌های H۵ و H۶ را باید در چارچوب همین چالش‌های فراگیر مدل‌سازی عددی و اعتبارسنجی آزمایشگاهی پوسته‌های جدارنازک تفسیر کرد. ارزیابی دقیق ظرفیت باربری نیم‌کره‌های فولادی تحت اثر عیوب هندسی تصادفی، مستلزم بهره‌گیری از تحلیل المان محدود غیرخطی جامع است که اثرات غیرخطی هندسی (تغییرشکل‌های بزرگ) و غیرخطی مادی (رفتار الاستو-پلاستیک) را به صورت همزمان لحاظ کند. این رویکرد که تحت عنوان GMNIA شناخته می‌شود، تنها روش قابل‌اطمینان برای استخراج بار کمانش بحرانی (P_{cr}) در سازه‌هایی است که پایداری آن‌ها به شدت تحت تأثیر تعامل بین کمانش الاستیک موضعی و تسلیم مقطع قرار دارد. در این مدل‌سازی، المان‌های پوسته‌ای با فرمولاسیون دارای دقت بالا (نظیر المان‌های S۴R در آباکوس که قادر به شبیه‌سازی دقیق رفتار خمشی و غشایی هستند) جهت مش‌بندی سطح نیم‌کره به کار گرفته می‌شوند(Habibi & Vajdian, ۲۰۲۵). در مدل‌سازی رفتار مادی، فولاد به عنوان یک ماده الاستو-پلاستیک با سخت‌شوندگی همگرد تعریف می‌شود. انتخاب این مدل سخت‌شوندگی برای تحلیل پس‌کمانشی بسیار حیاتی است، چرا که در فرآیند فروپاشی سازه، جهت تنش‌ها در نقاط مختلف پوسته ممکن است تغییر کند و سخت‌شوندگی کینماتیک (اثر باوشینگر) امکان ردیابی دقیق‌تر تاریخچه تنش را فراهم می‌آورد. این رویکرد به ویژه در سازه‌هایی که دچار چرخش‌های بزرگ و تغییرشکل‌های غیربرگشت‌پذیر در نواحی ایجاد عیوب می‌شوند، دقت محاسباتی را به مراتب ارتقا می‌دهد(Zhan et al., ۲۰۲۳).

برای دستیابی به پاسخ‌های دقیق در مسیر پس‌کمانشی، به‌ویژه در لحظاتی که سازه دچار ناپایداری‌های ناگهانی می‌شود، استفاده از روش‌های عددی استاندارد (مانند نیوتن-رافسون کلاسیک) به دلیل واگرایی در نزدیکی نقاط حدی کفایت نمی‌کند. از این رو، الگوریتم «روش طول قوس» به کار گرفته می‌شود. این الگوریتم با مقید کردن گام‌های بارگذاری به یک طول قوس مشخص در فضای تغییرشکل، اجازه می‌دهد تا مسیر تعادل حتی در صورت افت باربری (پس از کمانش) نیز با ثبات عددی کامل پیمایش شود (Amoupour & Sheidaei, ۲۰۲۵) . در این فرآیند، نقطه حدی که در آن ماتریس سختی مماسی سازه منفرد شده و بیشینه ظرفیت باربری حاصل می‌شود، به عنوان بار کمانش بحرانی (P_{cr}) برای هر نمونه آماری ثبت می‌گردد. برای اطمینان از آنکه نتایج عددی به اندازه شبکه اجزای محدود وابستگی قابل‌توجهی نداشته باشند، مطالعه استقلال از شبکه انجام شد. در این بررسی، مدل با چند اندازه شبکه متفاوت تحلیل و مقدار بار بحرانی کمانش در هر حالت با یکدیگر مقایسه شد. با ریزتر شدن شبکه، تغییرات بار بحرانی کاهش یافت و پس از رسیدن به تراکم مناسب المان‌ها، تغییر نسبی نتیجه در محدوده قابل‌قبول قرار گرفت. بر این اساس، شبکه منتخب به‌عنوان شبکه نهایی تحلیل‌های غیرخطی و احتمالی مورد استفاده قرار گرفت. با توجه به اینکه عیوب تصادفی هندسی حاوی فرکانس‌های مختلفی هستند، لازم است تراکم مش در نواحی با تقعر یا تحدب شدید به گونه‌ای باشد که گرادیان‌های تنش و تغییر شکل به‌درستی ثبت شوند(Vaishali et al., 2023).

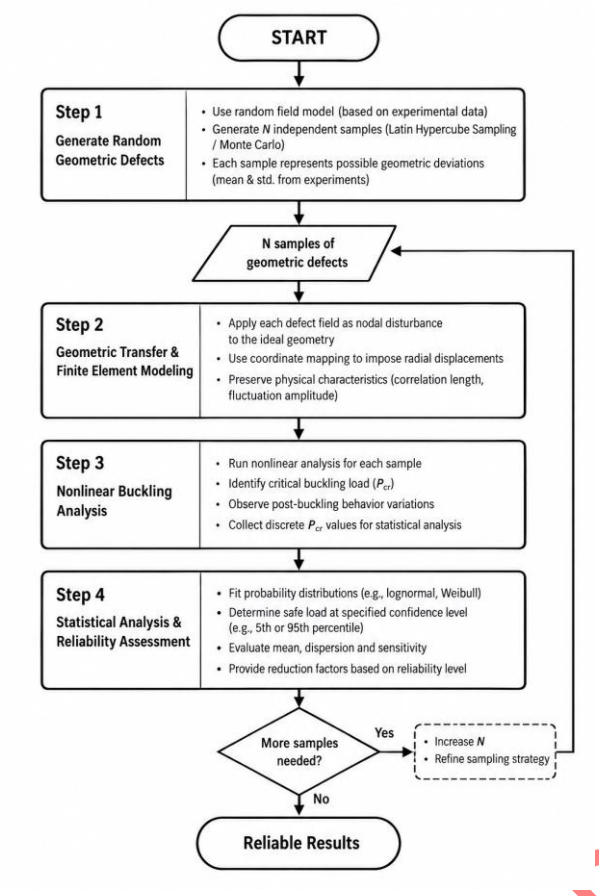
۴- چارچوب احتمالی و قابلیت اعتماد

تحلیل‌های قطعی در بررسی کمانش پوسته‌های نازک، به دلیل ماهیت بسیار حساس و متغیر عیوب هندسی ناشی از فرآیند ساخت، قادر به تبیین دقیق رفتارهای بحرانی سازه نیستند. در واقع، پاسخ سازه به ناهمواری‌های هندسی تابع چگالی احتمال مشخصی دارد که تنها از طریق یک چارچوب احتمالی قابل شناسایی است. این پژوهش از یک رویکرد مبتنی بر شبیه‌سازی مونت‌کارلو یا روش‌های نمونه‌برداری ابرمکعب لاتین برای نگاشت فضای عدم‌قطعیت ورودی به فضای خروجی (ظرفیت باربری) استفاده می‌کند که فرآیند آن در چهار گام اصلی تبیین می‌گردد:

گام اول: تولید نمونه‌های عیوب تصادفی؛ در این مرحله، با بهره‌گیری از مدل میدان تصادفی که پیش‌تر شرح داده شد، تعداد N نمونه مستقل از عیوب هندسی تولید می‌شود. استفاده از روش نمونه‌برداری ابرمکعب لاتین در مقایسه با روش مونت‌کارلو کلاسیک، موجب افزایش کارایی محاسباتی و پوشش بهینه‌تر فضای متغیرهای تصادفی با تعداد نمونه‌های کمتر می‌شود. هر نمونه تولید شده، نمایی از

In Press, Pre-Print Version

انحرافات هندسی محتمل در یک نیمکره واقعی است که پارامترهای آماری آن (میانگین و انحراف معیار) بر اساس داده‌های تجربی تنظیم شده‌اند.
در این پژوهش، به‌منظور ارزیابی احتمالی ظرفیت کمانشی، از روش نمونه‌برداری ابرمکعب لاتین با تعداد ۲۰۰ نمونه مستقل استفاده شده است. انتخاب این تعداد بر اساس بررسی همگرایی صدک پنجم توزیع ظرفیت کمانشی صورت گرفته است. بدین منظور، مقدار صدک پنجم برای تعداد نمونه‌های ۵۰، ۱۰۰، ۱۵۰ و ۲۰۰ محاسبه و مقایسه شد. نتایج نشان داد که با افزایش تعداد نمونه‌ها از ۱۵۰ به ۲۰۰، تغییر نسبی در مقدار صدک پنجم کمتر از ۲ درصد است و همگرایی قابل قبولی حاصل شده است. بنابراین، تعداد ۲۰۰ نمونه به‌عنوان مبنای نهایی تحلیل‌های آماری انتخاب گردید. همچنین، عدم‌قطعیت آماری برآورد صدک پنجم با استفاده از روش بوت‌استرپ ارزیابی شد تا پایداری نتایج در سطح اطمینان ۹۵ درصد مورد بررسی قرار گیرد.
گام دوم: انتقال هندسی و مدل‌سازی المان محدود؛ در این مرحله، هر میدان عیب تولید شده به عنوان یک «اغتشاش گره‌ای» به هندسه ایده‌آل نیمکره در محیط نرم‌افزار المان محدود اعمال می‌شود. این فرآیند از طریق نگاشت مختصاتی صورت می‌گیرد، به‌طوری که هر گره مدل تغییر مکان شعاعی متناسب با مقدار میدان تصادفی در آن نقطه را دریافت می‌کند. این گام تضمین می‌کند که تمامی ویژگی‌های فیزیکی عیوب، از جمله طول همبستگی و دامنه‌ی نوسانات، به دقت در مدل سه‌بعدی بازتولید شده‌اند.
گام سوم: تحلیل کمانش غیرخطی)؛ پس از آماده‌سازی هندسه‌های معیوب، برای هر یک از N نمونه، یک تحلیل غیرخطی جامع اجرا می‌شود. این تحلیل به دنبال شناسایی نقطه حد تعادل یا همان بار کمانش بحرانی (P_{cr}) برای هر نمونه است. در این مرحله، با توجه به وجود عیوب متنوع، رفتارهای پس‌کمانشی متفاوتی مشاهده می‌شود که منعکس‌کننده تأثیر مستقیم توپولوژی عیوب بر ظرفیت نهایی سازه است. خروجی این گام، مجموعه‌ای از مقادیر گسسته برای بار کمانش است که ستون فقرات تحلیل آماری را تشکیل می‌دهد.
گام چهارم: تحلیل آماری نتایج و تعیین شاخص‌های قابلیت اعتماد؛ در نهایت، نتایج به‌دست‌آمده از تحلیل‌های غیرخطی برای استخراج تابع چگالی احتمال و تابع توزیع تجمعی مورد استفاده قرار می‌گیرند. برازش این داده‌ها به توزیع‌های احتمالی استاندارد (مانند توزیع لاگ‌نرمال یا وایبول) امکان تعیین «بار ایمن» با سطح اطمینان مشخص (مثلاً صدک ۵ یا ۹۵) را فراهم می‌آورد. این تحلیل نه‌تنها میانگین ظرفیت باربری را نشان می‌دهد، بلکه با مشخص کردن پراکندگی پاسخ‌ها، میزان حساسیت سازه به عدم‌قطعیت‌های ساخت را کمی‌سازی کرده و مبنایی دقیق برای تدوین ضرایب کاهش ظرفیت باربری مبتنی بر سطح قابلیت اعتماد ارائه می‌دهد.



شکل ۱. چارچوب احتمالی و قابلیت اعتماد
Fig 1. Probabilistic Framework and Reliability Assessment

۱-۴-تابع حالت حدی

در پژوهش حاضر، عدم‌قطعیت اصلی به تغییرات مکانی عیوب هندسی اولیه پوسته نیمکره اختصاص داده شده است و بار خارجی اعمال‌شده به‌عنوان یک پارامتر قطعی در نظر گرفته می‌شود. به این ترتیب، در هر تکرار شبیه‌سازی مونت‌کارلو، یک تحقق مستقل از میدان تصادفی عیوب هندسی تولید شده و با اعمال آن به مدل اجزای محدود، بار بحرانی کمانش پوسته از طریق تحلیل غیرخطی هندسی و مادی تعیین می‌شود. مقدار بار اعمالی در تمام تحقق‌ها ثابت نگه داشته می‌شود و تنها ظرفیت باربری کمانشی، متناسب با تغییرات هندسه اولیه، تغییر می‌کند. بر این اساس، تابع حالت حدی به‌صورت اختلاف میان بار بحرانی کمانش و بار اعمالی تعریف می‌شود:

$$g(X) = P_{cr}(X) - P_{applied} \qquad (۶)$$

در این رابطه، X بردار ورودی‌های تصادفی است که شامل تمامی متغیرهای مؤثر بر ظرفیت کمانش از جمله هندسه عیوب (دامنه و طول همبستگی)، تغییرات ضخامت پوسته، ویژگی‌های مکانیکی فولاد (مانند تنش تسلیم و مدول الاستیسیته) و نایکنواختی‌های تولید می‌باشد. Pcr (X) پاسخ غیرخطی و تصادفی سازه (ظرفیت باربری) است که از طریق تحلیل‌های GMNIA محاسبه می‌شود و $P_{applied}$ نشان‌دهنده بار خارجی وارده بر نیمکره است.
طبق این تعریف، مقدار $g(X)>0$ بیانگر وضعیت ایمن (سازه قادر به تحمل بار است)، در حالی که $g(X)\leq 0$ نشان‌دهنده بروز ناپایداری کمانشی یا همان خرابی سازه‌ای است. بر این اساس، وقوع حالت خرابی زمانی تعریف می‌شود که بار بحرانی کمانش از بار اعمالی کمتر یا با آن برابر باشد؛ بنابراین، احتمال خرابی از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$P_f = P\big(g(X) \leq 0\big) = \int_{g(X)\leq 0} f_x(x)dx \qquad (۷)$$

In Press. Pre-Proof Version

در این انتگرال، $f_x(x)$ تابع چگالی احتمال مشترک بردار متغیرهای تصادفی است. محاسبه دقیق این انتگرال به دلیل پیچیدگی تابع Pcr (X) که عملاً از طریق مدل عددی به دست می‌آید (Bielewicz & Górski, 2002).

از این رو، در این پژوهش از رویکردهای شبیه‌سازی عددی برای تقریب این احتمال استفاده می‌شود. تعیین دقیق تابع حالت حدی، سنگ‌بنای محاسبات قابلیت اعتماد است؛ زیرا به جای اکتفا به یک مقدار میانگین یا کمینه، اجازه می‌دهد تا تأثیر توزیع‌های آماری تمام متغیرهای ورودی بر احتمال شکست بررسی شود. این رویکرد به ویژه در مواجهه با عدم‌قطعیت‌های ناشی از عیوب هندسی و فرایند ساخت، بسیار حیاتی است؛ چرا که رفتار کمانشی سازه در حاشیه عدم‌قطعیت، به شدت غیرخطی است. با این مدل‌سازی، می‌توان علاوه بر تعیین P_f، میزان مشارکت و اهمیت نسبی هر یک از متغیرهای موجود در بردار X را در بروز کمانش مشخص نمود.

۵- نتایج و یافته‌های پژوهش

۵-۱-شاخه‌های پیش‌کمانشی و پس‌کمانشی برای نمونه‌های مختلف عیوب تصادفی

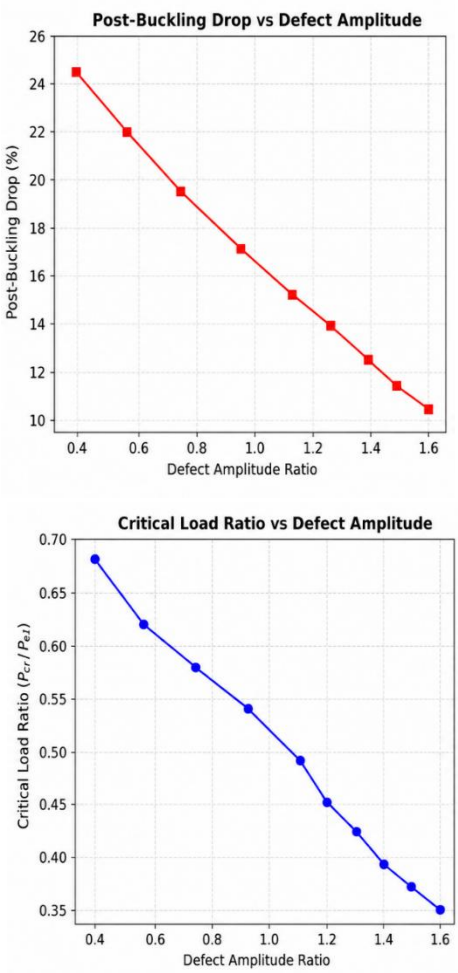
بررسی رفتار مسیر تعادل سازه‌ای در نمونه‌های تحت تأثیر عیوب هندسی تصادفی، نشان‌دهنده تغییرات شدید در سفت‌سختی مماس[1] و نقاط حد نهایی است. در نمودار بار-جابجایی، مسیر پیش‌کمانشی برای پوسته‌های دارای عیوب تصادفی، انحرافات محسوسی را از پاسخ ایده‌آل نشان می‌دهد. در حالی که پوسته بدون عیب در یک مسیر متقارن حرکت کرده و در بار بحرانی نظری دچار ناپایداری می‌شود، نمونه‌های شبیه‌سازی شده به دلیل توزیع غیریکنواخت عیوب، دچار افت سفت‌سختی پیش‌رس شده و غالباً در بارهایی بین ۰/۴۹ تا ۰/۶۹ بار بحرانی کلاسیک، وارد ناحیه پس‌کمانشی می‌شوند. مطابق جدول ۴ این کاهش نشان‌دهنده آن است که انرژی ذخیره شده در پوسته به دلیل هندسه تصادفی، در سطوح پایین‌تری از انرژی پتانسیل کل، به ناپایداری تبدیل می‌شود. در شاخه پس‌کمانشی، نرخ افت بار پس از عبور از نقطه حد نهایی، در نمونه‌های دارای طول همبستگی کوتاه، بسیار تندتر و ناگهانی‌تر گزارش می‌شود. به عنوان نمونه، در تحلیل‌های انجام شده، برای نمونه‌هایی با دامنه عیب حداکثر ۰.۵ برابر ضخامت پوسته، افت بار آنی پس از رسیدن به نقطه حد، حدود ۱۵ تا ۲۵ درصد کل ظرفیت باربری را شامل می‌شود. این در حالی است که با افزایش دامنه عیوب به ۱.۵ برابر ضخامت، اگرچه بار حد نهایی به شدت کاهش یافته و به حدود ۰.۳۵ بار بحرانی کلاسیک می‌رسد، اما مسیر پس‌کمانشی ملایم‌تر شده و شیب منفی نمودار کاهش می‌یابد. این رفتار گویای این است که توزیع تصادفی عیوب با دامنه‌های بزرگتر، مانع از تمرکز تنش در یک ناحیه خاص شده و انرژی کمانشی را به صورت توزیع شده در سطح پوسته آزاد می‌کند.

جدول ۴. نتایج شاخه‌های پیش‌کمانشی و پس‌کمانشی برای نمونه‌های مختلف عیوب تصادفی

Table 4. Effect of Defect Amplitude Ratio and Normalized Correlation Length on Critical Load Ratio and Post-Buckling Load Drop

Sample ID	Defect Span Ratio	Normalized Correlation Length	Critical Load Ratio	Post-Buckling Drop (%)
1	0.3	0.1	0.68	24.5
2	0.5	0.2	0.62	22
3	0.7	0.15	0.58	19.5
4	0.9	0.3	0.54	17
5	1.1	0.25	0.49	15.5
6	1.2	0.4	0.45	14
7	1.3	0.35	0.42	13
8	1.4	0.5	0.39	12
9	1.5	0.45	0.37	11
10	1.6	0.6	0.35	10.5

تنوع در شاخه‌های پس‌کمانشی همچنین تابع مستقیم چگالی انرژی کرنش در گره‌های المان محدود است. مشاهدات عددی نشان می‌دهند که در نمونه‌های با طول همبستگی بزرگ، تغییر شکل‌ها گسترده‌تر بوده و نرخ پایداری پس از کمانش افزایش می‌یابد؛ به گونه‌ای که پس از گذشتن از بار حد، افت نیرو در بازه ۸ تا ۱۲ درصد محدود می‌ماند. بالعکس، در نمونه‌های با طول همبستگی کوچک، پدیده تمرکز عیب منجر به تشکیل جوانه کمانشی در یک ناحیه محدود شده و با تغییر شکل‌های موضعی بزرگ، مسیر پس‌کمانشی دچار ناپایداری‌های ثانویه می‌شود(شکل ۲). این نوسانات در شاخه پس‌کمانشی که در الگوریتم حل طول قوس به صورت افت و خیزهای کوچک در نمودار بار-جابجایی ظاهر می‌شود، نشانگر انتقال انرژی بین مودهای مختلف کمانشی تحت اثر عدم‌قطعیت‌های تصادفی است.



شکل ۲. نمودار تغییرات بار کمانشی بحرانی و نرخ افت پس‌کمانشی بر اساس شاخص‌های عیب هندسی

Fig 2. Variation of the Critical Buckling Load Ratio and Post-Buckling Reduction Rate as a Function of Geometric Imperfection Indices.

با افزایش نسبت دامنه عیب از ۰.۳ به ۱.۶، مقدار بار کمانشی بحرانی به طور پیوسته از ۰.۶۸ به ۰.۳۵ بار بحرانی کلاسیک تقلیل یافته است که بیانگر حساسیت شدید سازه به ناهمواری‌های اولیه است. نکته حائز اهمیت در این روند، شیب تند کاهش ظرفیت در مقادیر اولیه دامنه عیب است؛ به طوری که با کوچکترین تغییر در کیفیت هندسی تولید، سازه بخش قابل‌توجهی از سختی خود را از دست می‌دهد. حتی عیوب با دامنه محدود نیز می‌توانند به عنوان نقاط آغازین تشکیل جوانه کمانشی عمل کرده و تعادل پایدار سازه را در سطوح بارگذاری بسیار پایین‌تر از پیش‌بینی‌های نظری، مختل کنند. در بخش دوم نمودار، مشاهده می‌شود که با افزایش دامنه عیب و به تبع آن افزایش طول همبستگی، نرخ افت پس‌کمانشی روند نزولی به خود گرفته است. در نمونه‌هایی که دامنه عیب کمتری دارند، پس از رسیدن به نقطه حد نهایی، شاهد افت ناگهانی و شدید (۲۴.۵ درصد) در نمودار بار-جابجایی هستیم که نشان‌دهنده ماهیت ترد و ناپایداری‌های موضعی شدید است. در مقابل، با افزایش دامنه عیب به ۱.۶، این افت به ۱۰.۵ درصد کاهش می‌یابد. عیوب گسترده‌تر و بزرگتر، با توزیع غیریکنواخت تنش در سطح پوسته، از تمرکز انرژی در یک ناحیه خاص جلوگیری کرده و با ایجاد یک رفتار پس‌کمانشی ملایم‌تر، سازه را از یک ناپایداری لحظه‌ای به سمت یک پاسخ تدریجی‌تر سوق می‌دهند.

۵-۲-منحنی‌های توزیع احتمالاتی

همانطور که در جدول ۵ مشاهده می‌شود با تکیه بر داده‌های حاصل از تحلیل‌های غیرخطی، منحنی توزیع احتمالاتی برای بار کمانشی بحرانی ترسیم شده است. نتایج نشان می‌دهد که داده‌های استخراج شده با توزیع لاگ‌نرمال تطابق قابل‌قبولی دارند،

[1] Tangent stiffness

In Press Pre-Proof Version

با این حال، استفاده از توزیع وایبول در ناحیه مقادیر کمینه بار کمانشی (دم چپ توزیع)، دقت بالاتری را ارائه می‌دهد. این برتری به دلیل ماهیت فیزیکی کمانش است که در آن سازه همانند یک زنجیر، تحت تأثیر «ضعیف‌ترین حلقه» یا همان موضعی‌ترین و شدیدترین عیب هندسی قرار می‌گیرد و فروپاشی نهایی در آن نقطه آغاز می‌شود. در بررسی تابع چگالی احتمال، مرکزیت داده‌ها در محدوده بار کمانشی ۰.۴۵ تا ۰.۵۵ قرار دارد که بیانگر بیشترین تراکم وقوع ناپایداری در این بازه است. انحراف معیار به‌دست‌آمده از داده‌ها، عددی معادل ۰.۱۲ را نشان می‌دهد که گویای پراکندگی قابل‌توجه ظرفیت سازه است. تحلیل تابع توزیع تجمعی نشان می‌دهد که احتمال وقوع کمانش در بارهای کمتر از ۰.۳۰ (به عنوان حد پایین اطمینان)، کمتر از ۵ درصد است. این مقدار، آستانه ایمنی را تعیین کرده و به مهندسان اجازه می‌دهد تا با استفاده از مدل آماری، ضریب اطمینانی را استخراج کنند که در آن احتمال شکست سازه با ضریب اطمینان ۹۵ درصد پوشش داده شود.

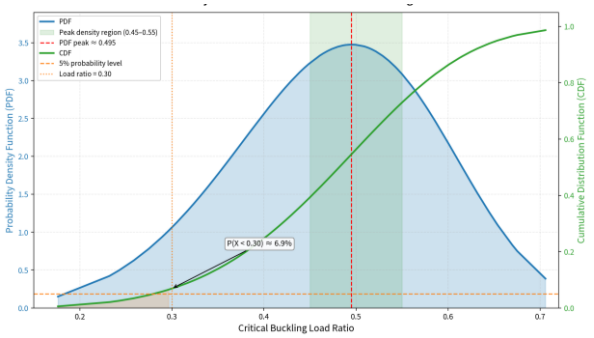
جدول ۵. منحنی‌های توزیع احتمالاتی

Table 5. Probability Distribution Curves

Critical Load Ratio	Probability Density Function (PDF) Value	Cumulative Distribution Function (CDF) Value
0.17614	0.150067	0.005522
0.232058	0.421367	0.020584
0.242609	0.496468	0.025419
0.258623	0.627142	0.034389
0.274135	0.773729	0.045227
0.2757	0.789633	0.04645
0.289207	0.935466	0.058084
0.294862	1.001054	0.063558
0.296341	1.018638	0.065052
0.304747	1.121977	0.074045
0.305197	1.127666	0.074551
0.316788	1.279689	0.088493
0.323704	1.375163	0.097672
0.33087	1.477554	0.107891
0.336133	1.554827	0.115869
0.338502	1.590152	0.119594
0.340028	1.613074	0.122038
0.350346	1.771201	0.139494
0.351151	1.783741	0.140924
0.359307	1.91222	0.155995
0.359319	1.91242	0.156019
0.366678	2.030073	0.170524
0.372127	2.117864	0.181825
0.372871	2.129874	0.183405
0.37355	2.140842	0.184854
0.37865	2.223277	0.195983
0.379873	2.243055	0.198716
0.3803	2.249946	0.199674
0.38582	2.338976	0.212339
0.404489	2.63401	0.25878
0.409196	2.705737	0.271349
0.412705	2.758191	0.280935
0.416401	2.812389	0.291229
0.416726	2.817102	0.292145
0.420975	2.877765	0.304242
0.421104	2.879581	0.304614
0.423303	2.910265	0.310982
0.423554	2.913723	0.311711
0.428128	2.975724	0.325183
0.428178	2.97638	0.32533
0.430041	3.000918	0.330898
0.438505	3.10675	0.356753
0.439056	3.113289	0.358466
0.44158	3.142693	0.366362
0.44417	3.171848	0.37454
0.448594	3.21913	0.388677
0.460457	3.328791	0.427541
0.461777	3.339335	0.431945
0.464228	3.357958	0.440152
0.468945	3.390258	0.45607
0.473688	3.417843	0.472215
0.479974	3.446501	0.493796
0.480375	3.448013	0.495177
0.485887	3.464871	0.514234
0.48757	3.468531	0.520068
0.488338	3.469967	0.522733
0.488921	3.470958	0.524756
0.494085	3.475979	0.542696
0.49524	3.476168	0.54671
0.499431	3.47395	0.561277
0.508416	3.453642	0.592415
0.510006	3.44782	0.5979
0.510226	3.446961	0.598658
0.510939	3.44409	0.601115
0.512808	3.435919	0.607545
0.514063	3.429911	0.611853
0.517408	3.411847	0.623298
0.521604	3.384999	0.637557
0.529041	3.326054	0.662522
0.53563	3.261959	0.684233
0.54265	3.181845	0.706857
0.543032	3.177144	0.708073
0.544665	3.156671	0.713245
0.549711	3.08955	0.729007
0.549905	3.086857	0.729606
0.55068	3.076013	0.731994
0.56026	2.931534	0.760785
0.563768	2.874113	0.770967
0.563873	2.87235	0.77127
0.564213	2.866664	0.772245
0.565223	2.849624	0.775133
0.568786	2.788134	0.785176
0.575015	2.675713	0.802197
0.577351	2.632084	0.808397

0.580062	2.580562	0.815461
0.58531	2.478298	0.828738
0.586814	2.448444	0.832443
0.600064	2.177551	0.863103
0.601485	2.14789	0.866176
0.611799	1.931068	0.887213
0.615831	1.846208	0.894827
0.624065	1.674205	0.90932
0.631945	1.512866	0.921874
0.644653	1.263648	0.939499
0.652539	1.118083	0.948886
0.654197	1.088523	0.950714
0.669797	0.830162	0.965632
0.674784	0.755691	0.969585
0.675216	0.749432	0.96991
0.705816	0.386507	0.986887

همانطور که در شکل ۳ مشاهده می‌شود برازش داده‌ها به توزیع وایبول با پارامتر مقیاس برابر با ۰.۵۲ و پارامتر شکل معادل ۴.۸، پایداری بالای توزیع را در برابر تغییرات کوچک در نمونه‌برداری اثبات می‌کند. این مدل‌سازی آماری ثابت می‌کند که برخلاف فرض‌های کلاسیک که یک بار منفرد را برای کمانش در نظر می‌گیرند، ظرفیت واقعی سازه یک متغیر تصادفی است که توزیع آن مستقیماً تحت تأثیر ماهیت آماری فرآیند تولید قرار دارد. چنین تحلیلی، ضرورت جایگزینی ضرایب کاهش باربری سنتی با معیارهای احتمالی را که مبتنی بر سطح پذیرش خطر هستند، تبیین می‌نماید.



شکل ۳. نمودار تابع چگالی احتمال (PDF) و تابع توزیع تجمعی (CDF) نسبت بار بحرانی کمانش نرمال‌شده

Fig. 3. Probability Density Function (PDF) and Cumulative Distribution Function (CDF) of the normalized critical buckling load ratio

در شکل ۳، محور افقی نشان‌دهنده نسبت بار بحرانی کمانش نرمال‌شده است که در آن نرمال‌سازی نسبت به بار کمانش کلاسیک زوئیلی انجام شده است. این انتخاب امکان مقایسه مستقیم ظرفیت واقعی سازه با پیش‌بینی نظری را فراهم می‌کند و مبنای محاسبه ضریب کاهش باربری احتمالی قرار می‌گیرد. تمرکز اصلی داده‌ها در بازه تقریبی ۰.۴۵ تا ۰.۵۵ مشاهده می‌شود و صدک پنجم توزیع برابر با ۰.۲۸ به‌دست آمده است که به‌عنوان حد پایین آماری ظرفیت کمانشی در سطح اطمینان ۹۵ درصد در نظر گرفته می‌شود.

۵-۲-۱- ارزیابی نکویی برازش توزیع وایبول

به‌منظور ارزیابی اعتبار توزیع وایبول و مقایسه آن با توزیع لگ‌نرمال، آزمون‌های نیکویی برازش کولموگروف–اسمیرنوف (KS) و اندرسون–دارلینگ (AD) انجام شد. آزمون اندرسون–دارلینگ به‌دلیل وزن‌دهی بیشتر به نواحی انتهایی توزیع، حساسیت بالاتری نسبت به اختلاف‌های موجود در دم چپ (مقادیر پایین بار بحرانی) دارد و از این رو برای تحلیل قابلیت اعتماد پوسته‌های کمانش‌پذیر مناسب‌تر است. نتایج آزمون‌ها برای توزیع وایبول با پارامترهای برآوردشده (λ=۰.۵۲ و k=۴.۸) در جدول ۶ ارائه شده است. آماره آزمون KS برابر با D=۰.۰۴۷۲ و آماره آزمون AD برابر با A^2=۰.۳۱۸ به‌دست آمد که هر دو کمتر از مقادیر بحرانی متناظر در سطح معناداری ۵٪ هستند. مقادیر احتمال (p-value) حاصل از روش بوت‌استرپ پارامتری نیز به‌ترتیب برابر با ۰.۶۸۳ و ۰.۵۱۲ محاسبه شد که فرض انطباق داده‌ها با توزیع وایبول را رد نمی‌کند.

برای مقایسه کمی، آزمون‌های مشابه برای توزیع لگ‌نرمال نیز انجام شد. آماره آزمون AD برای توزیع لگ‌نرمال برابر با ۰.۵۹۴ به‌دست آمد که به‌مراتب بزرگ‌تر از مقدار متناظر توزیع وایبول است. این نتیجه نشان می‌دهد که توزیع وایبول، به‌ویژه در ناحیه دم چپ، توصیف دقیق‌تری از پراکندگی ظرفیت کمانشی ارائه می‌دهد. همچنین، بازه اطمینان ۹۵ درصدی پارامترهای توزیع وایبول با استفاده از روش بوت‌استرپ به‌صورت زیر برآورد شد:

- پارامتر مقیاس λ: ۰.۵۲±۰.۰۱۸
- پارامتر شکل k: ۴.۸±۰.۳۱

این بازه‌ها نشان‌دهنده پایداری نسبی پارامترهای برآوردشده هستند.

جدول ۶. نتایج آزمون‌های نکویی برازش توزیع وایبول برای نسبت بار بحرانی کمانش (Pcr/Pcl)

Table 6. Goodness-of-Fit Test Results of the Weibull Distribution for the Critical Buckling Load Ratio (Pcr/Pcl)

Goodness-of-Fit Test	Test Statistic	Critical Value (α=0.05)	p-value (Parametric ootstrap)	Decision
Kolmogorov–Smirnov	D=0.0472	0.1360.1360.136	0.283	Do not reject H_0
Anderson–Darling	A2=0.318	0.757	0.512	Do not reject H_0

۵-۳-محاسبه ضریب کاهش باربری احتمالی

به‌منظور تعیین ضریب کاهش باربری احتمالی، نسبت بار بحرانی حاصل از تحلیل غیرخطی به بار کمانش کلاسیک زوئیلی به‌عنوان متغیر تصادفی اصلی تعریف شد. بدین‌ترتیب، برای هر نمونه تصادفی، نسبت Pcr محاسبه و مجموعه نتایج برای تعیین توزیع آماری ظرفیت کمانشی مورد استفاده قرار گرفت. این روش امکان تفکیک میان ظرفیت متوسط پوسته و حد پایین آماری ظرفیت آن را فراهم می‌سازد. برای سطح پوشش آماری ۹۵ درصد، معیار طراحی بر اساس صدک پنجم توزیع ظرفیت کمانشی تعریف می‌شود. به عبارت دیگر، اگر $X=P_{cr}/P_{cl}$ باشد، صدک پنجم $x_{0.05}$ از رابطه $F_X(x_{0.05})=0.05$ تعیین می‌شود؛ بنابراین، با احتمال ۹۵ درصد، ظرفیت کمانشی نمونه‌ها بزرگ‌تر از این مقدار خواهد بود. ازاین‌رو، صدک پنجم را می‌توان به‌عنوان یک حد پایین آماری برای تعریف ضریب کاهش باربری احتمالی در نظر گرفت.

در نتایج آماری ارائه‌شده در این پژوهش، توزیع وایبول با پارامتر مقیاس و پارامتر شکل (k=4.8) برای توصیف توزیع ظرفیت کمانشی برازش داده شد. تابع توزیع تجمعی این توزیع به‌صورت $F(x)=1-\exp[-(x/\lambda)^k]$ است. بر این اساس، صدک پنجم از رابطه $x_{0.05}=0.52[-\ln(1-0.05)]^{1/4.8}$ محاسبه می‌شود که مقدار آن تقریباً برابر با (۰.۲۸) است. بنابراین، با تکیه بر توزیع وایبول گزارش‌شده، حد پایین آماری ظرفیت کمانشی در سطح پوشش ۹۵ درصد تقریباً برابر با (0.28Pcl) خواهد بود. میانگین نظری توزیع وایبول نیز از رابطه $E[x]=\lambda r(1+1/\kappa)$ محاسبه شده و برابر با تقریباً ($0.48P_{cl}$) به‌دست می‌آید. این مقدار با صدک پنجم متفاوت است و نباید به‌عنوان ضریب کاهش باربری استفاده شود؛ زیرا میانگین، شاخص مرکزی توزیع است، درحالی‌که ضریب کاهش باربری احتمالی در این پژوهش بر مبنای حد پایین آماری ظرفیت تعریف می‌شود. بر این اساس، مقدار ضریب کاهش باربری احتمالی باید برابر با صدک پنجم توزیع ظرفیت کمانشی در نظر گرفته شود. در صورت استفاده از توزیع وایبول گزارش‌شده در این مطالعه، مقدار پیشنهادی برابر با (P_{KDF}=0.28) خواهد بود. این مقدار بیانگر که در جدول ۶ نیز ارائه شده است در سطح پوشش آماری ۹۵ درصد، ظرفیت کمانشی پوسته برابر یا بیشتر از حدود ۲۸ درصد بار کمانش کلاسیک زوئیلی خواهد بود. مقدار نهایی این ضریب باید با داده‌های خام تحلیل‌های غیرخطی نیز کنترل شود تا سازگاری میان داده‌های شبیه‌سازی، توزیع برازش‌یافته و شاخص آماری انتخاب‌شده تضمین گردد.

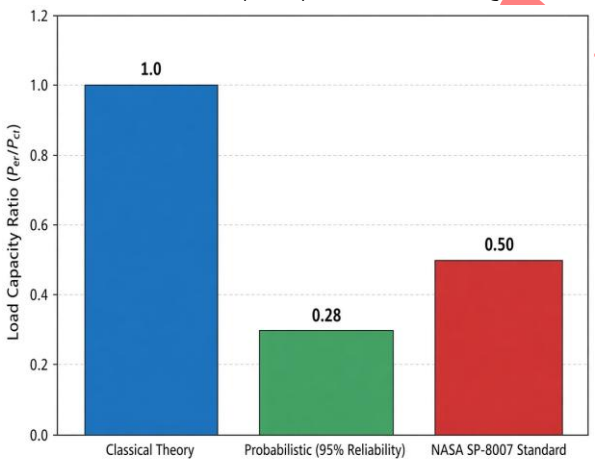
جدول ۷. محاسبه ضریب کاهش باربری احتمالی

Table 7. Calculation of the Probabilistic Load Reduction Factor

Parameter	Symbol	Value
Classical buckling load (Zoelly)	Pcl	1.00
Weibull scale parameter	λ	0.52
Weibull shape parameter	k	4.8
Mean of Weibull distribution	E[X]	0.476
Median of the distribution	P50	0.482
Fifth percentile	P5	0.280
Probabilistic load-carrying reduction factor	PKDF	0.280

In Press, Pre-Proof

مقایسه ضریب حاصل (PKDF = ۰/۲۸) با ضریب تقریبی ۰/۵۰ که در راهنماهای طراحی کلاسیک برای پوسته‌های کروی (به‌ویژه NASA SP-۸۰۳۲) پیشنهاد شده است، بینش‌های مهمی را در مورد ایمنی سازه آشکار می‌سازد. در رویکردهای سنتی، ضریب کاهش باربری غالباً بر اساس حد پایین داده‌های تجربی قدیمی و با فرض بدترین حالت عیوب هندسی تعیین می‌شود. از آنجا که مقدار به‌دست‌آمده در این پژوهش (۰/۲۸) کمتر از ضریب کلاسیک ۰/۵۰ است، نتایج نشان می‌دهد که در چارچوب فرضیات آماری میدان تصادفی مورد استفاده، به‌کارگیری ضریب سنتی ۰/۵۰ می‌تواند غیرایمن باشد. این یافته بر ضرورت بازنگری در ضرایب کاهش باربری قطعی و جایگزینی آن‌ها با معیارهای احتمالی مبتنی بر سطح پذیرش خطر تأکید دارد (شکل ۴).



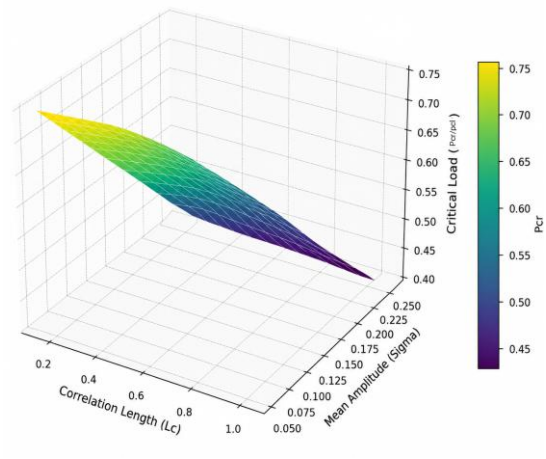
شکل ۴. مقایسه تطبیقی ظرفیت باربری: مقادیر کلاسیک، تحلیل احتمالی و استانداردهای طراحی

Fig 4. Comparative Evaluation of Load-Carrying Capacity: Classical Theory, Probabilistic Analysis, and Design Standards

ستون اول که نشان‌دهنده بار کمانش کلاسیک (تئوری زوئیلی) است، به‌عنوان مرجع نظری عمل می‌کند و معمولاً به دلیل نادیده گرفتن عیوب هندسی اولیه، مقداری بیش‌ازحد خوش‌بینانه از ظرفیت سازه ارائه می‌دهد. ستون میانی، بار بحرانی متناظر با سطح اطمینان ۹۵ درصد (صدک پنجم توزیع) را نمایش می‌دهد که حاصل مدل‌سازی میدان تصادفی عیوب است و برابر با ۰/۲۸ به‌دست آمده است. ستون سوم، ضریب تقریبی ۰/۵۰ را نشان می‌دهد که در راهنماهای کلاسیک طراحی پوسته‌های کروی (مانند NASA SP-8032)به‌عنوان معیار سنتی مورد استفاده قرار گرفته است. از آنجا که مقدار احتمالی پژوهش حاضر (۰/۲۸) کمتر از ضریب کلاسیک است، نتایج بیانگر آن است که در چارچوب فرضیات آماری این مطالعه، ضریب سنتی ۰/۵۰ ممکن است غیرایمن باشد. این مقایسه ضرورت استفاده از رویکردهای احتمالی مبتنی بر سطح پذیرش خطر را برای طراحی ایمن‌تر و واقع‌بینانه‌تر پوسته‌های نیم‌کروی نشان می‌دهد.

۵-۴-تحلیل حساسیت

ظرفیت کمانشی سازه تابعی غیرخطی از پارامترهای هندسی عیب است. با افزایش دامنه متوسط عیوب از ۰.۰۵ تا ۰.۲۵ (به‌صورت نسبت به ضخامت پوسته)، بار بحرانی دچار افت شدیدی گردید؛ به‌طوری‌که با پنج برابر شدن این دامنه، ظرفیت تحمل بار سازه با کاهشی در حدود ۴۸/۵ درصد مواجه شد. این حساسیت شدید نشان می‌دهد که حتی انحرافات هندسی اندک در مقیاس ضخامت، می‌توانند منجر به تغییر اساسی در الگوی تغییر شکل و فعال‌سازی مُدهای کمانشی پیش‌رس شوند. در مقابل، اثر طول همبستگی بر پایداری سازه رفتاری دوگانه و پیچیده را نشان می‌دهد. در مقادیر کم طول همبستگی (ناهمواری‌های موضعی و متراکم)، کمانش غالباً به‌صورت موضعی رخ داده و بار بحرانی پراکندگی محدودی دارد. با افزایش طول همبستگی تا مقادیر متوسط، مشاهده شد که بار بحرانی به کمترین مقدار خود می‌رسد، زیرا در این وضعیت، عیوب هندسی بیشترین انطباق را با طول موج مُدهای کمانشی غالب سازه دارند. با تداوم افزایش طول همبستگی به فراتر از مقادیر بهینه، بار بحرانی مجدداً روند صعودی ملایمی را تجربه کرد که ناشی از انتقال ناهمواری‌ها به سمت شکل‌های هندسی کلی‌تر و کم‌خطرتر برای پایداری کلی پوسته است(شکل۵).



شکل ۵. نمودار سطح سه‌بعدی وابستگی نسبت بار بحرانی کمانش (Pcr/Pcl) به دامنه عیب و طول همبستگی

Fig 5. Three-Dimensional Surface Plot of the Critical Buckling Load Ratio (Pcr/Pcl) as a Function of Imperfection Amplitude and Correlation Length

با افزایش دامنه عیب (محور عرضی)، سطح پاسخ به طور پیوسته به سمت مقادیر پایین‌تر بار بحرانی میل می‌کند که مؤید حساسیت ذاتی پوسته به شدت عیوب است. انحنای ایجاد شده در سطح سه‌بعدی نشان می‌دهد که این افت ظرفیت باربری، به‌ویژه در دامنه‌های بالا، به شدت تحت تأثیر طول همبستگی (محور طولی) قرار دارد. نقاط فرورفتگی عمیق در این سطح، دقیقاً منطبق بر مقادیر خاصی از طول همبستگی هستند که با طول موج بحرانی کمانش سازه تشدید می‌شوند، که این خود اثبات‌کننده وجود یک ناحیه بحرانی برای ناپایداری است. شیب‌های ملایم در دامنه‌های عیب پایین در مقایسه با شیب‌های تند در دامنه‌های بالا، نشان‌دهنده تغییر ماهیت پاسخ سازه است؛ جایی که افزایش جزئی در عیوب هندسی می‌تواند منجر به کاهش قابل‌توجهی در ظرفیت باربری شود. این بازنمایی سه‌بعدی، ابزاری قدرتمند برای شناسایی محدوده‌های طراحی ایمن فراهم می‌آورد و به مهندسان اجازه می‌دهد تا با کنترل کیفی دقیق‌تر در مناطق حساس شناسایی شده (نقاط دارای کمترین ارتفاع در سطح)، پایداری سازه را در برابر سناریوهای مختلف شکست تضمین نمایند.

۵-۵ تحلیل پارامتریک مستقل

برای رفع ابهام ناشی از تغییر همزمان دو پارامتر در جدول ۴، نتایج تحلیل حساسیت به‌صورت پارامتریک و با تمرکز بر اثر مستقل هر متغیر بازسازمان‌دهی شد. جدول‌های ۸ و ۹ نشان می‌دهند که افزایش دامنه عیب (در بازه‌های نسبتاً ثابت طول همبستگی) منجر به کاهش پیوسته و شدید ظرفیت کمانشی می‌شود. در مقابل، تغییر طول همبستگی در دامنه‌های نسبتاً ثابت، رفتاری غیرخطی و دوگانه ایجاد می‌کند؛ به‌طوری که کمترین ظرفیت در مقادیر میانی طول همبستگی مشاهده می‌شود. این نتایج با روند کلی شکل ۵ نیز سازگار است.

جدول ۸ نشان می‌دهد با افزایش دامنه عیب، ظرفیت کمانشی به‌صورت پیوسته و شدید کاهش می‌یابد. افت حدود ۴۸/۵ درصدی با پنج برابر شدن دامنه، تأییدکننده حساسیت بالای سازه به شدت عیوب هندسی است.

جدول ۸. اثر دامنه عیب (طول همبستگی تقریباً ثابت در بازه متوسط)

Table 8. Effect of defect amplitude (correlation length approximately constant in the medium range)

Defect amplitude ratio (δ/t)	Normalized correlation length (approximate)	Critical load ratio (Pcr/Pcl)	Relative reduction compared to baseline (%)
0.3	0.15–0.25	0.68	—
0.5	0.15–0.25	0.62	8.8
0.7	0.15–0.25	0.58	14.7
0.9	0.20–0.30	0.54	20.6
1.1	0.20–0.30	0.49	27.9
1.3	0.25–0.35	0.42	38.2
1.5	0.30–0.45	0.37	45.6
1.6	0.40–0.60	0.35	48.5

جدول ۹ نشان می‌دهد که اثر طول همبستگی دوگانه است. در مقادیر میانی، ظرفیت به کمینه می‌رسد (به‌دلیل انطباق طول موج عیب با مودهای غالب کمانشی). در مقادیر خیلی کوچک یا خیلی بزرگ، ظرفیت نسبتاً بالاتر باقی می‌ماند.

In Press, Pre-Proof

جدول ۹. اثر طول همبستگی (دامنه عیب تقریباً ثابت در بازه‌های مختلف)

Table 9. Effect of correlation length (defect amplitude approximately constant across different ranges)

Normalized correlation length (Lc/R)	Approximate defect amplitude	Critical load ratio (Pcr/Pcl)	Observed behavior
0.10–0.15	Medium	Higher (about 0.58–0.68)	Local buckling, relatively higher capacity
0.20–0.35	Medium	Minimum (about 0.42–0.54)	Greatest capacity reduction (consistent with dominant mode)
0.40–0.60	Medium to high	Slight recovery (about 0.35–0.45)	More extended and less hazardous defects

۶- نتیجه‌گیری

فرض هندسه ایده‌آل در تحلیل کمانش پوسته‌های کروی، به‌دلیل حساسیت شدید سازه به عیوب ساخت، منجر به تخمین‌های بیش‌ازحد خوش‌بینانه از ظرفیت باربری می‌شود. نتایج تحلیل‌های غیرخطی بیانگر آن است که در حضور عیوب تصادفی، ظرفیت باربری واقعی سازه به طور میانگین به ۰/۴۸ بار کلاسیک زوئیلی محدود شده و در سطح اطمینان ۹۵ درصد، این مقدار تا ۰/۲۸ بار کلاسیک کاهش می‌یابد. این شکاف عملکردی، ناشی از تأثیر مستقیم نوسانات هندسی بر الگوی تغییر شکل و فعال‌سازی مُدهای پس‌کمانشی پیش‌رس است که در مدل‌سازی‌های قطعی نادیده گرفته می‌شود. بررسی‌های پارامتریک در این مطالعه، نقش کلیدی طول همبستگی را در تعیین بحرانی‌ترین مودهای عیوب هندسی آشکار ساخت. مشخص گردید که ناهمواری‌هایی با طول موج منطبق بر مُدهای کمانشی غالب سازه، بیشترین پتانسیل را برای کاهش ظرفیت باربری دارا هستند. در حالی که دامنه عیوب مستقیماً با افت بار بحرانی رابطه دارد، طول همبستگی به عنوان عاملی تعیین‌کننده عمل می‌کند که نحوه توزیع انرژی کرنشی را در سطح پوسته مدیریت کرده و در مقادیر میانی، سازه را به سمت آسیب‌پذیرترین حالت ناپایداری هدایت می‌کند. دستاوردهای این پژوهش کارآمدی رویکردهای شبیه‌سازی احتمالی را در ارتقای استانداردهای طراحی سازه‌های پوسته‌ای نظیر مخازن ذخیره‌سازی و گنبدهای فولادی به اثبات رساند. با استفاده از چارچوب پیشنهادی که مدل‌سازی میدان تصادفی را با تحلیل‌های غیرخطی ادغام می‌کند، می‌توان ضمن کاهش محافظه‌کاری‌های افراطی موجود در کدهای استاندارد، به طراحی‌های بهینه‌تر و سبک‌تر دست یافت.

علایم، نشانه‌ها و ارقام

Pcl	بار کمانش کلاسیک زوئیلی
E	مدول الاستیسیته ماده
t	ضخامت پوسته کروی
R	شعاع سطح میانی پوسته
ν	ضریب پواسون
r(θ,ϕ)	شعاع واقعی پوسته در مختصات کروی
θ,ϕ*θ,ϕ*	زوایای مختصات کروی (طول و عرض جغرافیایی)
ω0(θ,ϕ)	میدان تصادفی انحراف شعاعی (عیب هندسی)
Rωω(γ)	تابع خودهمبستگی میدان عیوب
γγ	فاصله ژئودزیک بین دو نقطه روی سطح کره
σ^2	واریانس (توان دوم انحراف معیار) میدان عیوب
Lc	طول همبستگی عیوب هندسی
$\omega_0(\theta,\phi,w)$	نمایش تقریبی میدان عیوب بر اساس بسط کارهونن-لووه
λi	ام از حل معادله فردولم، مقدار ویژه
fi(θ,ϕ)	ام (هماهنگ کروی)i تابع ویژه
ξi(w)	ام متغیر تصادفی نرمال استاندارد
M	تعداد جملات بسط کارهونن-لووه
w	نشان‌دهنده یک نمونه تصادفی خاص
g(X)	تابع حالت حدی برای ارزیابی ایمنی
X	بردار متغیرهای تصادفی ورودی (عیوب، خواص ماده و غیره)
Pcr(X)	بار بحرانی کمانش به عنوان تابعی از متغیرهای تصادفی
Papplied	بار خارجی اعمال‌شده به سازه
Pf	احتمال وقوع کمانش (احتمال خرابی)
P(g(X)≤0)	احتمال اینکه تابع حالت حدی کوچک‌تر یا مساوی صفر شود
fx(x)	تابع چگالی احتمال مشترک بردار متغیرهای تصادفی
dx	عنصر دیفرانسیلی در فضای متغیرهای تصادفی

بیانیه هوش مصنوعی:

در جریان آماده سازي این اثر، نویسنده از هوش مصنوعی GPT به منظور بهبود کیفیت نمودارهایی که از داده‌های رساله دکتری ترسیم شده‌اند و همچنین در ویرایش و اصلاح متن نگارش شده مقاله، ترجمه صحیح چکیده و جدول‌ها به زبان انگلیسی و در نهایت در تولید شکل ۱ مقاله که مربوط به روش تحقیق می‌باشد، استفاده شده است. پس از استفاده از این ابزار، بنده(نویسنده) محتوا را در صورت نیاز بررسی و ویرایش می‌نماید و مسئولیت کامل محتواي مقاله منتشرشده را بر عهده می‌گیرد.

تشکر و قدردانی:

نویسندگان مراتب سپاس و قدردانی خود را از داوران محترم به‌دلیل ارائه نظرات سازنده و دیدگاه‌های ارزشمندشان که نقش مؤثری در ارتقای کیفیت این مقاله داشته است، ابراز می‌کنند.

تأییدیه اخلاقی: (اجباری)

محتویات علمی این مقاله حاصل پژوهش نویسندگان است و در هیچ نشریه ایرانی و غیرایرانی منتشر نشده است.

تعارض منافع: (اجباری)

در این مقاله از برخی نتایج حاصل از رساله دکتری نویسنده مسئول استفاده شده است. هیچ تعارض منافع دیگری برای اظهار وجود ندارد. لازم به ذکر است فرم تعهدنامه توسط نویسنده مسئول تکمیل و امضا شده است و به پیوست این مقاله در سایت مجله بارگذاری شده است.

حامی مالی:

این پژوهش هیچ گونه گرنت مشخصی از آژانس‌های تأمین مالی در بخش‌های عمومی، تجاری یا غیرانتفاعی دریافت نکرده است.

نقش و مسئولیت نویسندگان:

نفر اول: نویسنده مسئول(مجیدیان): آقای مجیدیان همراه با آقای جعفری در ارائه ایده اولیه و توسعه اهداف پژوهش مشارکت داشت، روش‌شناسی تحقیق را طراحی شد، اجرای پژوهش و جمع‌آوری داده‌ها را از رساله انجام شد، تحلیل نتایج انجام شد، پیش‌نویس اولیه مقاله نگارش شد، جداول و نمودارها تهیه شد و همراه با آقای دیباجیان صحت داده‌ها تأیید شد.

نفر دوم: آقای دکتر جعفری: ارائه ایده اولیه و توسعه اهداف پژوهش، طراحی روش‌شناسی تحقیق، نظارت علمی بر فرآیند پژوهش و اجرا، بازبینی انتقادی و ویرایش نهایی مقاله را برعهده داشتند.

نفر سوم: آقای دکتر دیباجیان: تأیید و راستی‌آزمایی نتایج پژوهش، نظارت بر نتایج رساله و انطباق آن با مقاله، بازبینی و ویرایش محتوای علمی مقاله را برعهده داشتند.

منابع و ماخذ

S. M. Jalali, “Investigating the effect of friction wall dampers on the performance of mid-rise steel moment-resisting frames,” in *Proceedings of the Fifth National Conference on Civil Engineering, Smart Development and Sustainable Systems*, 2025.

M. Radwan and B. Kövesdi, “Equivalent geometric imperfection for interaction buckling of welded box-section columns—Stochastic analysis,” *Journal of Constructional Steel Research*, vol. 213, Art. no. 108374, 2024, doi: 10.1016/j.jcsr.2023.108374.

Z. Baizhikova, R. Ballarini, and J.-L. Le, “Uncovering the dual role of dimensionless radius in buckling of spherical shells with random geometric imperfections,” *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, vol. 121, no. 16, Art. no. e2322415121, 2024, doi: 10.1073/pnas.2322415121.

D. Shahqolian Qahfarokhi and Gh. Rahimi, “Prediction of the critical buckling load of composite cylindrical shells reinforced with diamond-shaped grids based on nonlinear vibration analysis,” *Modares Mechanical Engineering*, vol. 18, no. 4, 2018. (In Persian)

A. Talaezadeh Lari and Gh. Rahimi, “Buckling analysis of composite cylindrical shells with an opening using the generalized differential quadrature method,” *Modares Mechanical Engineering*, vol. 17, no. 11, 2017. (In Persian)

M. Mohebbi, M. Norouzvand, and K. Shakeri, “Probabilistic performance assessment of steel moment-resisting frames

In Press, Pre-Proof Version

dissertation, Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover, Hannover, Germany, 2024, doi: 10.15488/17658.
A. Habibi and M. Vajdian, “Prediction of panel zone shear capacity in box-shaped steel columns using artificial neural networks,” in *Proceedings of the Fourteenth International Congress on Civil Engineering*, 2025.
M. Zhan, C. Ding, J. Zhang, L. Zheng, and L. Wang, “Uncertainty analysis of ultimate strength for spherical shells subjected to external pressure,” *Metals*, vol. 13, no. 3, Art. no. 529, 2023, doi: 10.3390/met13030529.
M. Amoupour and M. R. Sheidaei, “Progressive collapse analysis of steel moment frames with bolted end-plate semi-rigid connections,” *Journal of Structural Engineering and Construction*, vol. 12, no. 9, 2025.
Vaishali, S. Kushari, R. R. Kumar, P. K. Karsh, and S. Dey, “Sensitivity analysis of random frequency responses of hybrid multi-functionally graded sandwich shells,” *Journal of Vibration Engineering & Technologies*, vol. 11, no. 3, pp. 845–872, 2023, doi: 10.1007/s42417-022-00612-x.
N. Haji Soleimani and A. A. Aghakoochak, “Minimum stability index for considering the P–Δ effect in steel moment-resisting frames,” in *Proceedings of the Fourteenth International Congress on Civil Engineering*, 2025.
S. Nazari, A. Ghasemi, and A. Rafsanjani Asl, “Optimal performance-based seismic design of steel moment-resisting frames equipped with self-centering viscous dampers considering life-cycle cost,” *Journal of Structural Engineering and Construction*, vol. 12, no. 2, 2025.
D. Jindra, Z. Kala, and J. Kala, “Probabilistically modelled geometrical imperfections for reliability analysis of vertically loaded steel frames,” *Journal of Constructional Steel Research*, vol. 217, Art. no. 108627, 2024, doi: 10.1016/j.jcsr.2024.108627.
Buckling analysis of cylindrical shells with random geometric imperfections. (2003). International Journal of Non-Linear Mechanics, 38(7), 1119–1132.
Bielewicz, E., & Goórski, J. (2002). Reliability of imperfect structures (simple non-linear models). Journal of Civil Engineering and Management.
designed for different target design displacements,” in *Proceedings of the Fifth National Conference on Civil Engineering, Smart Development and Sustainable Systems*, 2025.
A. Riki, “Effect of atmospheric corrosion on the reduction of load-bearing capacity of bolted connections in steel structures,” in *Proceedings of the Sixth International Conference on Architecture, Civil Engineering, Earth Sciences and Healthy Environment*, 2025.
Z. Baizhikova, U. K. Ubamanyu, F. Derveni, R. Ballarini, P. M. Reis, and J.-L. Le, “A probabilistic buckling model for hemispherical shells with non-interacting localized defects,” *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 208, Art. no. 106468, 2026, doi: 10.1016/j.jmps.2025.106468.
S. Khan and A. Kumar, “Buckling behaviour for advanced cylindrical shells (COPV) subjected to extreme pressure conditions: A comprehensive review,” *Polymer Composites*, vol. 46, no. 9, pp. 7785–7818, 2025, doi: 10.1002/pc.29513.
Li, F. Wang, O. Gaidai, Z. Liu, R. Luo, J. Zhang, Y. Wu, and B. Wang, “Reliability analysis of load capacity of spherical pressure shells considering the dispersion of material properties,” *Ships and Offshore Structures*, vol. 21, no. 7, pp. 1077–1085, 2026, doi: 10.1080/17445302.2025.2453208.
Z. Sadovský, J. Kriváček, and M. Sokol, “A probabilistic identification of the buckling resistance of imperfect cylindrical shells in axial compression,” *Engineering Structures*, vol. 307, Art. no. 117934, 2024, doi: 10.1016/j.engstruct.2024.117934.
Q. Du, W. Liu, G. Zou, and X. Qiu, “The reliability analysis and experiment verification of pressure spherical model for deep sea submersible based on data BP and machine learning technology,” *Marine Structures*, vol. 96, Art. no. 103635, 2024, doi: 10.1016/j.marstruc.2024.103635.
H. Yılmaz and İ. Kocabaş, “Load capacity of concave conical shells with randomly positioned circular cutouts,” *Experimental Mechanics*, vol. 63, no. 7, pp. 1223–1238, 2023, doi: 10.1007/s11340-023-00986-3.
S. Zhou and Z. Zhao, “Collapse pressure of randomly corroded stiffened spherical shell,” *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, vol. 206, Art. no. 105021, 2023, doi: 10.1016/j.ijpvp.2023.105021.
M. U. Böhm, “Buckling analysis of suction buckets: Influence of uncertainty in imperfections and soil parameters,” Ph.D.

In Press, Pre-Proof Version