ISSN: 2476-6909; Modares. Mech. Eng. ⁎;⁎(⁎):⁎-⁎

Modares Mechanical Engineering

DOI:
journal homepage: mme.modares.ac.ir

Modeling, Analysis, and Design of a Semicircular Flexible Leg for a Walking Robot Based on Large-Deformation Beam Theory

Hossein Poorbafrani[1], Hamed Ghafarirad[1*], Seyed Mahdi Rezaie[1], Afshin Taghvaeipour[1]

[1] Mechanical Engineering Department, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran

ARTICLE INFO

Article Type
Original Research

Article History
Received: **** **, ⁎
Revised: **** **, ⁎
Accepted: *** **, ⁎
ePublished: **** **, *

ABSTRACT

Flexible semicircular legs provide an effective solution for stable and efficient locomotion in hexapod walking robots inspired by animal. Their performance depends on continuous deformation during ground contact, with both compression magnitude and contact-point location varying with locomotion speed and gait pattern. Because this deformation occurs in the geometrically nonlinear regime, simplified models assuming linear deformation or preservation of the circular leg geometry cannot accurately capture the actual behavior. In this study, the flexible semicircular leg of a walking robot is modeled using large-deformation Euler–Bernoulli curved-beam theory. The governing differential equation for a fixed-direction load is derived and numerically solved as a boundary-value problem. The model is validated against data from a dynamic reference and further compared with finite element results obtained using Abaqus. The results show that assuming a perfectly circular leg underestimates the actual compression by approximately 8%. In contrast, the proposed large-deformation curved-beam model, after optimization of the equivalent bending stiffness ($EI = 3.4\ N.m^2$), predicts the leg deformation with an error of around 3% relative to the finite element results. Based on these findings, a leg with a radius of 95 mm, width of 20 mm, and thickness of 3.05 mm was designed. Under all investigated loading conditions, the maximum stress of 168 MPa remained within the elastic range of 7075-T6 aluminum.

Keywords: Flexible semicircular leg; Hexapod robot; Large-deformation theory; Initially curved beam; Finite element analysis.

How to cite this article
Names, Title. Modares Mechanical Engineering; ⁎(⁎): ****-****.

*Corresponding author's email: Ghafarirad@aut.ac.ir
*Corresponding ORCID ID: 0000-0001-7292-143X

Copyright© 2026, TMU Press. This open-access article is published under the terms of the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License which permits Share (copy and redistribute the material in any medium or format) and Adapt (remix, transform, and build upon the material) under the Attribution-NonCommercial terms.

Pre-Proof Version

شاپا: ۲۴۷۶-۶۹۰۹؛ مهندسی مکانیک مدرس. *؛*(*):*_*
مهندسی مکانیک مدرس
DOI:
صفحه اصلی مجله: mme.modares.ac.ir

مدلسازی، تحلیل و طراحی پای منعطف نیم‌دایره‌ای برای ربات راه‌رونده بر پایه تئوری تیر با تغییرشکل بزرگ

حسین پوربافرانی[۱]، حامد غفاری‌راد[۱*]، سیدمهدی رضاعی[۱]، افشین تقوایی پور[۱]

[۱] گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران

اطلاعات مقاله

نوع مقاله
مقاله پژوهشی

تاریخچه مقاله
دریافت: **/**/****
بازنگری: **/**/****
پذیرش: **/**/****
ارائه آنلاین: **/**/****

چکیده

پای منعطف نیم‌دایره‌ای یکی از موفق‌ترین راهکارهای مکانیکی برای ایجاد تحرک پایدار و کارآمد در ربات‌های راه‌رونده شش‌پای الهام‌گرفته از حشرات به شمار می‌رود. عملکرد این نوع پا وابسته به تغییرشکل پیوسته آن هنگام تماس با زمین است که با تغییر سرعت و الگوی گام‌برداری ربات، هم از نظر دامنه فشردگی و هم از نظر موقعیت نقطه تماس روی کمان پا دستخوش تغییر می‌شود. از آنجا که این تغییرشکل در محدوده غیرخطی هندسی رخ می‌دهد، مدل‌های ساده‌شده مبتنی بر فرض خطی بودن یا دایروی ماندن پا نمی‌توانند رفتار واقعی آن را به‌درستی توصیف کنند. در پژوهش حاضر، پای نیم‌دایره‌ای منعطف ربات راه رونده بر اساس تئوری تیر اویلر-برنولی با شکل منحنی با تغییرشکل بزرگ مدل‌سازی شده است. معادله دیفرانسیل حاکم برای بارگذاری با جهت ثابت، استخراج و با روش عددی مسئله مقدار مرزی حل شده است. نتایج حاصل با داده‌های یک مرجع دینامیکی معتبر و همچنین با تحلیل المان محدود پا در نرم‌افزار آباکوس مقایسه شدند. یافته‌ها نشان می‌دهد فرض ساده دایروی ماندن پا، میزان فشردگی واقعی را تا حدود ۸ درصد کمتر از مقدار واقعی برآورد می‌کند، در حالی‌که مدل تیر خمیده با تغییرشکل بزرگ، پس از بهینه‌سازی سفتی خمشی معادل $(EI = 3.4\ N.m^2)$، اختلافی حدود 3 درصد با نتایج المان محدود دارد. بر این اساس، پای نهایی با شعاع ۹۵ میلی‌متر، عرض ۲۰ میلی‌متر و ضخامت ۳٫۰۵ میلی‌متر طراحی شد که در تمامی بارگذاری‌های بررسی‌شده تنش وارده به آن (حداکثر 168 مگاپاسکال) در محدوده الاستیک آلومینیوم T6-7075 باقی می‌ماند.

کلیدواژه‌ها: پای منعطف نیم‌دایره‌ای؛ ربات شش‌پا؛ تئوری تغییرشکل بزرگ؛ تیر با انحنای اولیه؛ تحلیل المان محدود.

نحوه ارجاع به این مقاله
اسامی نویسندگان، عنوان مقاله، مهندسی مکانیک مدرس. * (*): ****-****.

*پست الکترونیکی نویسنده عهده‌دار مکاتبات: Ghafarirad@aut.ac.ir
*شناسه ارکید نویسنده عهده‌دار مکاتبات: 0000-0001-7292-143X

Copyright© 2026, TMU Press. This open-access article is published under the terms of the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License which permits Share (copy and redistribute the material in any medium or format) and Adapt (remix, transform, and build upon the material) under the Attribution-NonCommercial terms.

TMU Press Pre-Proof Version

۱ مقدمه

در دو دهه اخیر، جایگزینی چرخ با پا در طراحی ربات‌های متحرک، توانایی این سامانه‌ها را برای تحرک در محیط‌های ناهموار به‌طور چشمگیری افزایش داده است. در میان انواع ربات‌های پادار، ربات‌های شش‌پای الهام‌گرفته از حشرات به دلیل برخورداری از حداقل سه نقطه تماس پایدار با زمین در هر لحظه، از ثبات ذاتی بالایی برخوردارند و نیازی به کنترل فعال پیچیده برای حفظ تعادل ندارند. خانواده ربات‌های شش پا که نخستین نمونه آن توسط بوهلر و همکاران در دانشگاه مک‌گیل معرفی شد، این ثبات را با به‌کارگیری پاهای یک‌تکه، منعطف و نیم‌دایره‌ای شکل به دست می‌آورد که تنها با یک درجه آزادی چرخشی به بدنه متصل می‌شوند [۱،۲]. سادگی مکانیکی این طرح، همراه با توانایی جذب انرژی ضربه در لحظه برخورد پا با زمین، این ربات و مشتقات آن را به یکی از پرکاربردترین بسترهای پژوهشی حرکت راه‌رونده در محیط‌های ناهموار تبدیل کرده است[۳،۴].

مطالعات متعدد نشان داده‌اند که رفتار مکانیکی پای نیم‌دایره‌ای [۱]، وابستگی زیادی به سرعت حرکت و الگوی گام‌برداری ربات دارد. گالووی و همکاران با استفاده از قضیه کاستیگلیانو، نشان دادند که تغییر طول مؤثر پا در اثر اعمال نیرو در راستاهای مختلف، مستقیماً بر سرعت و پایداری حرکت ربات اثرگذار است [۵]. در پژوهش‌های جدیدتر نیز این وابستگی سرعت-تغییرشکل بارها مورد تأکید قرار گرفته است. برای نمونه، ژانگ و همکاران در طراحی و کنترل ربات شش‌پای دارای پای تیغه‌ای قوسی‌شکل نشان دادند که برای دستیابی به مسیرهای حرکتی مختلف، زاویه تماس و دامنه تغییرشکل پا در طول یک چرخه گام باید به‌طور پیوسته تنظیم شود [۶]. به همین ترتیب، ژونگ و همکاران در توسعه یک ربات دوزیست از پاهای نیم‌دایره‌ای با سفتی قابل‌تغییر بهره گرفتند تا رفتار تماسی پا متناسب با محیط عملیاتی (خشکی یا آب) و سرعت مورد نیاز تنظیم شود [۷]. در طراحی‌های اخیر ربات‌های چرخ-پا با پای قوسی نیز تصریح شده که با تغییر سرعت چرخش پا، هم مدت‌زمان تماس با زمین و هم محل هندسی نقطه تماس روی کمان پا جابه‌جا می‌شود، به‌گونه‌ای که این جابه‌جایی مستقیماً بر گشتاور مورد نیاز موتور و پایداری مرکز جرم ربات اثر می‌گذارد [۸-۱۱]. ساخت و آزمایش نمونه‌های فیزیکی پای C-شکل نیز به‌طور تجربی مؤید همین وابستگی سرعت-تغییرشکل بوده است [۱۲].

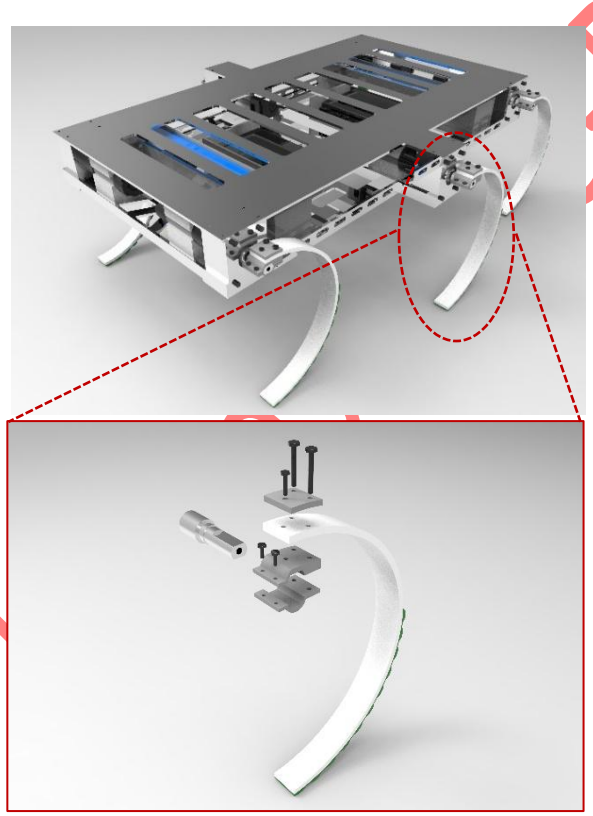
جابه‌جایی پیوسته نقطه تماس پا با زمین طی چرخه گام، پیامد مستقیمی نیز برای میزان تغییرشکل پا دارد. در تحلیل انرژی ربات‌های شش‌پای دارای پای C-شکل، نشان داده شده است که طول کمان درگیر (بخشی از پا که در هر لحظه بار را تحمل می‌کند) به‌طور پیوسته در حین چرخش تغییر می‌کند و این امر سفتی لحظه‌ای معادل پا را نیز متغیر می‌سازد [۱۳]. بررسی‌های تجربی روی نمونه‌های ساخته‌شده پای C-شکل نیز مؤید آن است که در سرعت‌های بالاتر حرکت، دامنه فشردگی پا و بار دینامیکی وارده به آن به‌طور محسوسی افزایش می‌یابد [۱۴،۱۵]. مروری جامع بر بیومکانیک ربات‌های شش‌پا نیز تأکید می‌کند که پاهای منعطف تک‌مفصلی C-شکل، برخلاف سازوکارهای صلب، قادرند بخش قابل‌توجهی از انرژی برخورد را جذب کنند، اما همین ویژگی به‌معنای وجود تغییرشکل بزرگ و غیرخطی در طول چرخه رامرفتن است [۱۶].

با توجه به آنچه گفته شد، هدف این پژوهش، طراحی و تحلیل دقیق پای نیم‌دایره‌ای منعطف ربات شش‌پا بر مبنای نیروها و گشتاورهای واقعی وارده در حین رامرفتن است. نکته کلیدی در این طراحی آن است که به دلیل بزرگی تغییرشکل پا (که در برخی بارگذاری‌ها به بیش از ۱۶۰ میلی‌متر جابه‌جایی نسبت به شعاع اولیه ۹۵ میلی‌متری می‌رسد) و همچنین تغییر مداوم محل و جهت نیروی اعمالی، فرض رفتار خطی تیر یا حتی فرض ساده دایروی ماندن پا در حین بارگذاری، دیگر قابل‌اتکا نیست. در چنین شرایطی، اثرات غیرخطی هندسی نقش تعیین‌کننده‌ای در پاسخ سازه داشته و استفاده از فرمول‌بندی‌های مبتنی بر تغییرشکل بزرگ برای پیش‌بینی دقیق رفتار تیر ضروری است [۱۷]. مطالعات متعدد در حوزه سازوکارهای منعطف بر همین محدودیت تأکید کرده‌اند. مدل‌های خطی و حتی مدل‌های شبه‌صلب مرتبه اول، تنها در بازه کوچکی از تغییرشکل معتبرند و برای اعضای با سفتی متغیر یا تغییرشکل بزرگ، به مدل‌های مرتبه بالاتر مانند PRB-3R نیاز است [۱۸،۱۹].در تحلیل دینامیکی مفاصل تاشوی ربات‌های مینیاتوری نیز اثبات شده که مدل‌های تغییرشکل بزرگ، برآورد دقیق‌تری از ظرفیت باربری و گشتاور موردنیاز محرک ارائه می‌دهند، در حالی‌که مدل‌های خطی این مقادیر را به‌طور محسوس دست‌کم می‌گیرند [۲۰].مرور جامع روش‌های عددی حل تیرهای با تغییرشکل بزرگ نیز نشان می‌دهد که برای تیرهای با انحنای اولیه دایروی، فرمول‌بندی مسئله مقدار مرزی بر پایه تئوری اویلر-برنولی، ترکیب مناسبی از دقت و کارایی محاسباتی را در مقایسه با روش‌های انتگرال بیضوی یا الگوریتم زنجیری فراهم می‌کند [۲۱]. ریشه ریاضی این فرمول‌بندی، به حل کلاسیک تیرهای یک‌سرگیردار با تغییرشکل بزرگ [۲۲] و تعمیم آن به بارگذاری از نوع جهت پیرو بازمی‌گردد [۲۳]. اهمیت این رویکرد در طراحی اجزای منعطف رباتیک اخیراً در مدل دینامیکی تنه منعطف ربات‌های چهارپا [۲۴] و در طراحی پاهای پیوسته منعطف ربات‌های دوپا [۲۵] نیز مورد تأیید مجدد قرار گرفته است.

بنابراین در این پژوهش، یک پای منعطف نیم‌دایره‌ای متعلق به ربات شش‌پای راه‌رونده، مورد مطالعه قرار می‌گیرد که در حین حرکت ربات، با چرخش محور محرک با سطح زمین تماس پیدا کرده و تحت اثر نیروی عکس‌العمل زمین تغییرشکل می‌دهد. از آنجا که موقعیت تماس پا با زمین در طول حرکت تغییر می‌کند، محل اعمال نیرو نیز روی کمان پا جابه‌جا می‌شود و در نتیجه، پاسخ مکانیکی پا تابعی از هندسه اولیه، موقعیت نقطه تماس و نیروهای واردشده خواهد بود. ساختار کلی ربات و نحوه قرارگیری پای منعطف در شکل ۱ نشان داده شده است. تقریب انحنای ثابت یکی از روش‌های متداول برای ساده‌سازی مدل‌سازی اجزای انعطاف‌پذیر در سامانه‌های رباتیکی است و امکان نمایش عضو منعطف به‌صورت یک یا چند بخش با انحنای ثابت را فراهم می‌کند [۲۶]. با این حال، اعتبار این تقریب به میزان تغییرشکل و شرایط بارگذاری عضو وابسته است. با توجه به تغییرشکل قابل‌توجه پا در حین تماس با زمین، در پژوهش حاضر به‌جای استفاده از فرض ساده‌شده دایروی ماندن پا که در مدل‌سازی‌های دینامیکی پیشین این ربات‌ها، نظیر مدل کاستیگلیانوی گالووی [۵] و مدل دینامیکی جامع پهلوانزاده [۲۷]، به کار رفته است، معادله حاکم بر تیر منحنی‌الشکل تحت تغییرشکل بزرگ برای بارگذاری با جهت ثابت استخراج و به روش عددی حل می‌شود. نتایج حاصل در گام نخست با داده‌های نیرویی مرجع [۲۷]، استخراج‌شده از مدل دینامیکی ربات شش پا صحه‌گذاری‌شده و در گام دوم با نتایج تحلیل المان محدود پای ربات در نرم‌افزار آباکوس (Abaqus) مقایسه می‌شوند تا بر اساس نتایج حاصل، سفتی خمشی معادل بهینه و ضخامت نهایی پا تعیین شود، به‌گونه‌ای که در تمامی شرایط بارگذاری حین رامرفتن، تنش ایجادشده در محدوده الاستیک ماده باقی بماند.

۲ مدلسازی ربات و بیان مسئله

ربات شش پای مورد بررسی در این تحقیق در شکل ۱مشاهده می گردد.



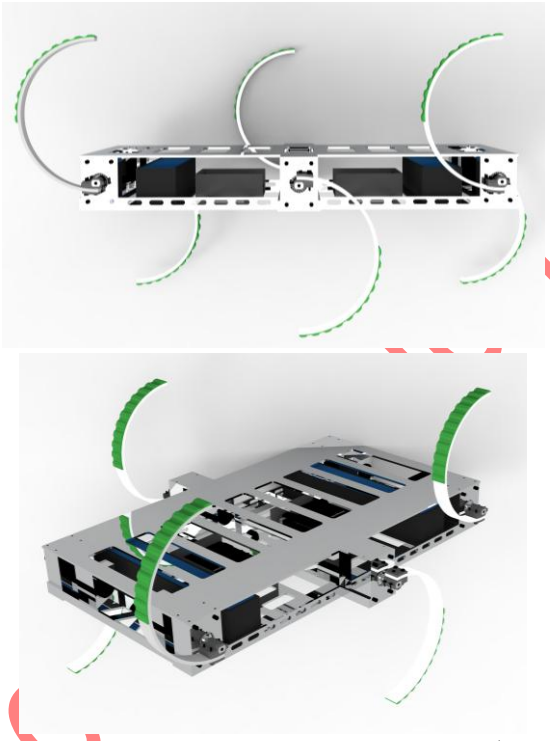
شکل ۱ نمای کلی ربات راه‌رونده پادار و نحوه قرارگیری پاهای منعطف نیم‌دایره‌ای

Fig. 1 General view of the legged walking robot showing the arrangement of the compliant half-circular legs

برای این ربات مدل های حرکتی متفاوتی وجود دارد. یکی از متداول ترین مدل ها، حرکت متناوب سه پایی است. بدین گونه که در هر لحظه تنها سه پا بر روی

Pre-Proof Version

زمیان و سه پای دیگر در هوا در حال چرخش می باشد. شکل ۲ مدل گام زنی را نشان می دهد.

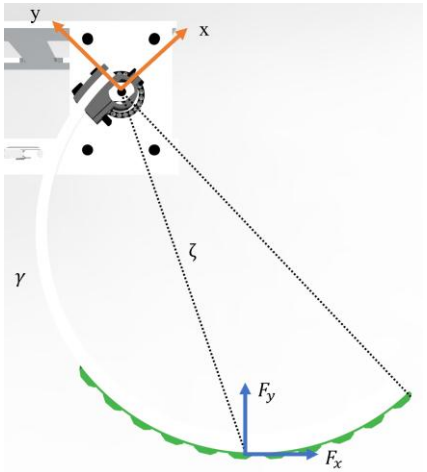


شکل ۲ گامزنی سه‌پایی متناوب ربات

Fig. 2 Alternating tripod gait of the robot.

در پژوهش مرجع [۲۷] شبیه‌سازی حرکت پایدار "گامزنی سه‌پایی متناوب" ربات شش‌پا رامرونده، بطور جامع بررسی شده است و به عنوان خروجی، نیروی وارد بر پاها، محل اعمال نیرو و تغییر شکل معادل نقطه اثر اعمال نیرو استخراج شده است.

شکل ۳ نمایی از وضعیت پا در یک لحظه زمانی از تعامل با سطح روی زمین را نشان می دهد.



شکل ۳ شماتیک از پا ربات در یک لحظه زمانی از تعامل با سطح روی زمین

Fig. 3 Schematic of the robot leg during interaction with the ground at a specific instant

مطابق پژوهش مرجع [۲۷] خروجی شبیه‌سازی گامزنی سه‌پایی متناوب ربات شش‌پا رامرونده، بصورت ۹ حالت بارگذاری استخراج شده است. هر حالت بیان شده در جدول، برای تماس یک نقطه از طول پا با زمین در حین حرکت می باشد. جدول ۱ برای هر حالت، مختصات کمانی نقطه ی تماس پا با زمین γ ، مؤلفه‌های نیرو F_x و F_y و میزان فشردگی پای ربات در محل اعمال نیرو ζ را را نشان می‌دهد.

جدول ۱ داده‌های ۹ حالت بارگذاری پای ربات از مرجع [۲۷])

Table 1 Robot leg loading data for nine cases from Ref. [27])

Number	γ (mm)	F_y (N)	F_x (N)	ζ (mm) [27]
1	257.58	35.25	-2.80	180.10
2	260.00	71.40	-13.90	169.30
3	264.55	75.40	-14.92	166.87
4	268.90	73.39	-13.76	166.18
5	274.14	67.80	-11.30	166.55
6	280.13	59.86	-8.14	167.76
7	286.75	50.65	-4.81	169.57
8	293.84	41.11	-1.48	171.78
9	298.40	30.33	1.67	174.63

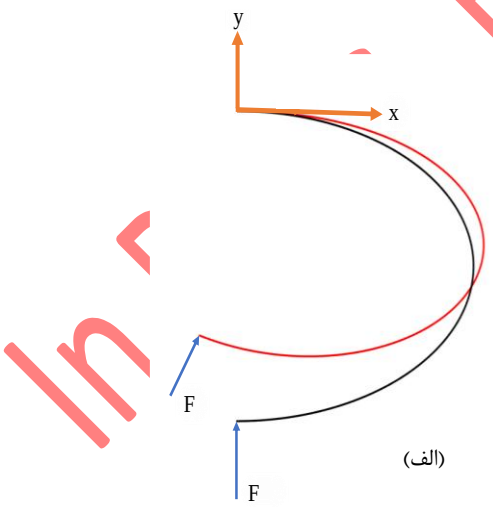
نکته اساسی آن است که در این تحقیق تغییر شکل پاها با فرض انحنای ثابت صورت گرفته است. این فرض در بسیاری از تحقیقات در حوزه تیرهای خمیده مورد نظر قرار می گیرد. اما نتایج نشان می‌دهد که عملا چون در ربات های پادار تغییرشکل ها قابل توجه می‌تواند باشد و انحراف از حالت ایده آل می‌تواند منجر به ناپایداری حرکت ربات گردد، باید مدلسازی پاها اصلاح گردد.

برای این منظور، تئوری غیرخطی تیرهای خمیده با تغییرشکل بزرگ پیشنهاد می‌گردد. بنابراین هدف در این تحقیق آن است که با استفاده از تئوری تیرهای خمیده با تغییر شکل بزرگ، بتوان مشخصات اصلی شامل مدول یانگ و ابعاد پاهای واقعی را محاسبه نمود. پای بهینه طراحی شده باید با استفاده از رفتار واقعی تئوری تیرهای خمیده، به ازای تمامی حالت استخراج شده در محل‌های مختلف تماس با زمین در مرجع موردنظر، به ازای نیروی اعمالی به پا، همان تغییر شکل معادل را ایجاد نمایند. در اینصورت نتایج شبیه سازی‌های قبلی همچنان معتبر خواهد بود، ضمن اینکه برای ساخت ربات واقعی هم، پاهای واقعی با تغییر شکل بزرگ مورد استفاده قرار خواهد گرفت.

۳ مدل‌سازی ریاضی پا توسط تئوری تیر خمیده با تغییر شکل بزرگ

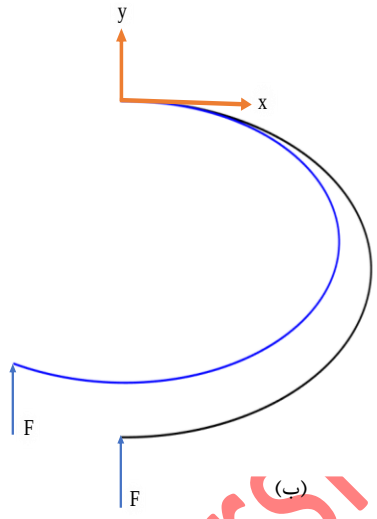
با توجه به انعطاف‌پذیری پای ربات و تغییرشکل قابل‌توجه آن در هنگام تماس با زمین، پا به‌صورت یک تیر منحنی با تغییرشکل بزرگ مدل‌سازی می‌شود.

همچنین تیرهای منحنی‌شکل تحت اثر نیرو را می‌توان بر اساس نحوه تغییر راستای اعمال نیرو نسبت به تغییرشکل تیر، به دو دسته کلی تقسیم کرد: تیر تحت نیروی «جهت پیرو»، که راستای نیرو همزمان با تغییرشکل تیر تغییر می‌کند، و تیر تحت نیروی «جهت ثابت»، که راستای اعمال نیرو مستقل از تغییرشکل تیر باقی می‌ماند که در شکل ٤ قابل مشاهده است.



(الف)

In Pre-Proof



شکل ٤ دسته‌بندی تیرهای منحنی شکل براساس نحوه اعمال نیرو: الف) بارگذاری با جهت پیرو، ب) بارگذاری با جهت ثابت

Fig. 4 Classification of curved beams based on the type of applied load: (a) follower-direction load, (b) fixed-direction load

در مسئله حاضر، با توجه به حرکت پا ربات و نوع برخورد آن با زمین از نوع جهت ثابت نسبت به دستگاه اینرسی می‌باشد؛ به دلیل اینکه در برخورد پا با زمین راستاي نيروي وارده از نظر زمین از لحظه برخورد تا جدا شدن پا از زمین تغییر نکرده و در يك جهت ثابت به آن وارد مي‌شود.

معادلات دیفرانسیل حاکم بر تیر با تغییرشکل بزرگ براساس نظریه بنیادی اویلر-برنولی برای پای ربات به صورت تیرمنحنی با انحنای اولیه $\frac{1}{R}$ و طول L برقرار می‌باشد. در تیر منحني، انحنا متناسب با گشتاور خمشي است و اولين مشتق انحنا، برابر گشتاور خمشي وارده به تیر در نظر گرفته مي شود که در معادله ۱ قابل مشاهده است.

$$EI\frac{d\emptyset}{ds} = M \qquad (۱)$$

در معادله ۱، $\emptyset$ شیب تیر، s طول کمان، E مدول یانگ، I ممان اینرسی سطح مقطع و M گشتاور خمشی وارده در هر نقطه است. با مشتق‌گیری از این رابطه نسبت به s می توان نوشت:

$$EI\frac{d^2\emptyset}{ds^2} = \frac{dM}{ds} \qquad (۲)$$

گشتاور خمشی M حاصل از نیروهای متمرکز F_x و F_y وارد بر انتهای تیر نسبت به یک نقطه دلخواه روی کمان مشخص می‌شود که مطابق شکل ۵ بصورت زیر قابل محاسبه می باشد:

$$M(s) = F_x\,(2R - u_y - y(s)) + F_y(u_x + x(s)) \qquad (۳)$$

در شکل ۵ u_x و u_y به‌ترتیب جابه‌جایی افقی و عمودی انتهای آزاد تیر تحت نیروهای F_x و F_y هستند.

مشتق گشتاور خمشی M نسبت به s بصورت زیرخواهد بود:

$$\frac{dM}{ds} = F_x\frac{dy}{ds} - F_y\frac{dx}{ds} \qquad (۴)$$

همچنین مطابق شکل ۵ با توجه اینکه $\emptyset(s)$ شیب در نقطه دلخواه است، با کمک نسبت‌های مثلثاتی می‌توان نوشت:

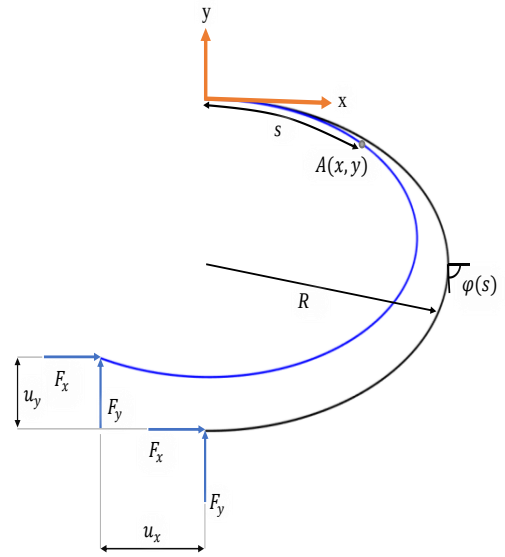
$$\cos(\emptyset) = \frac{dx}{ds} \qquad (۵)$$

$$sin(\emptyset) = \frac{dy}{ds} \qquad (۶)$$

با قرار دادن معادله ۴، ۵ و ۶ در معادله ۲، معادله ۷ نهایی شیب تیر خواهد بود:

$$EI\frac{d^2\emptyset}{ds^2} = \frac{dM}{ds} = F_x\,cos(\emptyset) - F_y\,sin(\emptyset) \qquad (۷)$$

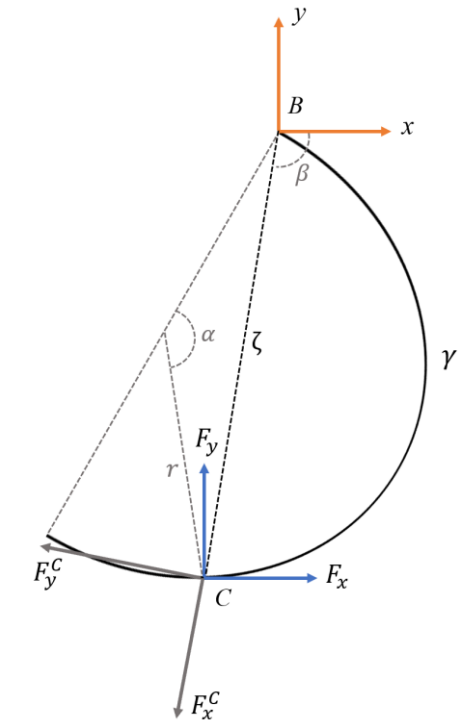
معادله ۷ در اکثر مقالات، براي حالتی است که نیروها در جهت محورهای اصلی باشند و در محل انتهای تیر اعمال شوند. اما در پای ربات شش پا طبق مرجع [۲۷] نیرو در نقطه‌ای غیر از انتهای تیر نیز می‌تواند اعمال شود که در شکل ۶ قابل مشاهده است.



شکل ٥ شماتیک تیر یک‌سرگیردار منحنی‌شکل با انحنای اولیه ثابت (شعاع R) تحت بارگذاری با جهت ثابت

Fig. 3 Schematic of a cantilever curved beam with constant initial curvature (radius R) under fixed-direction loading

در شکل ۶، نقطهٔ B تکیه‌گاه پای ربات و نقطهٔ C محل تماس پا با زمین و اعمال نیرو است. مختصات کمانی نقطهٔ تماس، با نماد γ، در امتداد کمان از تکیه‌گاه تا نقطهٔ C اندازه‌گیری می‌شود. میزان فشردگی پا، با نماد ζ، فاصلهٔ مستقیم بین B و C پس از بارگذاری است.



شکل ٦ شماتیک تیر یک‌سرگیردار منحنی‌شکل تحت بارگذاری در نقطه‌ای میانی روی کمان

Fig. 4 Schematic of a cantilever curved beam loaded at an interior point along its arc

وقتی نقطهٔ تماس بین تکیه‌گاه و انتهای آزاد قرار دارد، در معادله ۷ محل اعمال نیرو بر انتهای آزاد تیر منطبق نیست و معادله تیر دو بازه نوشته می‌شود: بازه نخست $S\in[0,\gamma]$ از تکیه‌گاه تا نقطهٔ تماس، تحت اثر نیروهای F_x و F_y قرار دارد و بازه دوم $S\in[\gamma,L]$ از نقطهٔ تماس تا انتهای آزاد و در آن گشتاور ثابت باقی

e-Proof Version

می‌ماند ($EI\frac{d^2\emptyset}{ds^2}=0$) که روابط حاکم بر این دو بازه در معادله ۸ قابل مشاهده است.

$$\begin{cases} EI\dfrac{d^2\emptyset}{ds^2}+F_y\cos(\emptyset)-F_x\sin(\emptyset)=0 & S\in[0,\gamma] \\ EI\dfrac{d^2\emptyset}{ds^2}=0 & S\in[\gamma,L] \end{cases} \quad (۸)$$

شرایط مرزی مسئله نیز به‌صورت $\emptyset(0)=0$ (زاویه صفر در محل اتصال به شفت) و $K(L)=\emptyset'(L)=\frac{1}{R}$ (مطابق با انحنای اولیه پا در انتهای آزاد) تعریف می‌شوند.

حل معادله دیفرانسیل فوق با این شرایط مرزی، توزیع شیب $\emptyset(s)$ را در طول کمان به دست می‌آورد، سپس با انتگرال‌گیری از روابط $\cos(\emptyset)=\frac{dx}{ds}$ و $\sin(\emptyset)=\frac{dy}{ds}$، طول کمان (پا تغییر شکل یافته) به مختصات کارتزین مطابق معادلات ۹ و ۱۰ انتقال می‌یابد.

$$x(s)=\int \cos(\emptyset(s))ds \qquad S\in[0,L] \quad (۹)$$

$$y(s)=\int \sin(\emptyset(s))\,ds \qquad S\in[0,L] \quad (۱۰)$$

با توجه به اینکه نیروهای اعمال شده به پا در شکل ۶، در راستای عمود و مماس به نقطه تماس هستند، در دستگاه مختصاتی دیگری اعمال شده اند. بدین منظور براي سهولت کار، نیروهای اعمال شده، باید به نیرو در دو راستای محورهای اصلی منتقل شوند. انتقال نیروها به محورهاي اصلي دستگاه مختصاتي کارتزین، از روابط معادله ۱۱ قابل محاسبه است.

$$E_1=\cos(\phi(\gamma))\hat{X}+\sin(\phi(\gamma))\hat{Y}$$
$$E_2=-\sin(\phi(\gamma))\hat{X}+\cos(\phi(\gamma))\hat{Y} \quad (۱۱)$$

همچنین طبق قانون جمع نیروهای وارد به یك نقطه، نیروهای وارده در دو راستاي E_1 و E_2 با نیروهای وارد در جهت محورهای اصلی برابرند و در معادله ۱۲ قابل محاسبه است.

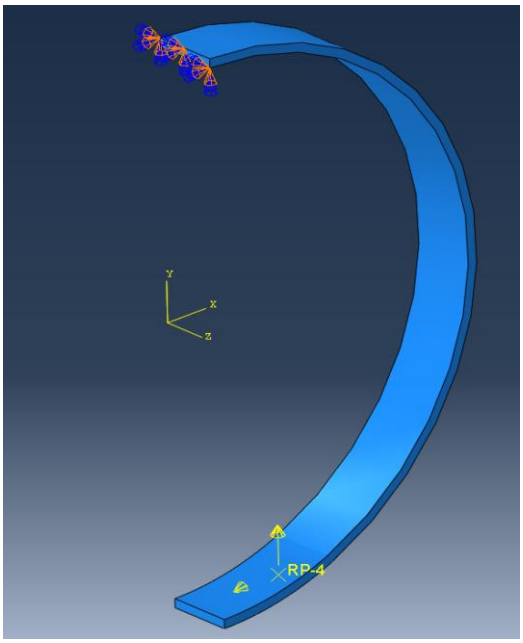
$$F=fE_1+nE_2=F_x\hat{X}+F_y\hat{Y} \quad (۱۲)$$

حال با توجه به روابط بدست آمده در بررسي تیر با انحناي اولیه، مي توان به طراحی و تحلیل پاي نیم دایره اي ربات با استفاده از معادلات حاکم بر تیر خمیده با تغییرشکل بزرگ تحت بار متمرکز در نقاط مختلف کمان، پرداخت شود. در بخش بعد، این معادلات برای حالت‌های بارگذاری متناظر با گام‌زنی ربات حل می‌شوند.

حال با توجه به استخراج معادلات مربوطه، برای هر حالت بارگذاری مندرج در جدول ۱، معادلهٔ ۸ با شرایط مرزی بیان شده به‌صورت یک مسئلهٔ مقدار مرزی حل شد. با انتگرال‌گیری از روابط هندسی ۹ و ۱۰، مختصات نقاط کمان و شکل تغییریافتهٔ پا به دست آمد. سپس میزان فشردگی پای ربات از مختصات نقطهٔ تماس محاسبه شد تا با مقدار متناظر در مرجع مقایسه شود.

۴ شبیه‌سازی المان محدود

برای صحه‌گذاری نهایی مدل تحلیلی، پای ربات در نرم‌افزار المان محدود آباکوس نیز مدل‌سازی می‌شود. با توجه به اینکه پا در ۹ نقطه مختلف کمان تحت بارگذاری قرار می‌گیرد، هندسه پا پس از طراحی در محیط پارت، تعریف خواص مواد در محیط خواص (Properties) سپس در محیط لود (Load) نیروهای F_x و $-F_y$ پس از تبدیل به دستگاه مختصات اصلی در هر نقطه اعمال می‌شوند. پا به‌صورت تیر سه‌بعدی با مقطع مستطیلی $b\times h$ که در شکل ۸ قابل مشاهده است، مدل‌سازی می‌شود. همچنین تنش فون‌مایزز و میزان فشردگی ζ حاصل از هر بارگذاری، استخراج و با نتایج تحلیل تیر خمیده مقایسه می‌شود.



شکل ۷ مدل سه‌بعدی پای ربات در نرم‌افزار المان محدود آباکوس و نمونه‌ای از نحوه اعمال نیروهای F_x و F_y به پای ربات

Fig. 7 Three-dimensional model of the robot leg in Abaqus and a representative example of how forces Fx and Fy are applied at the robot leg

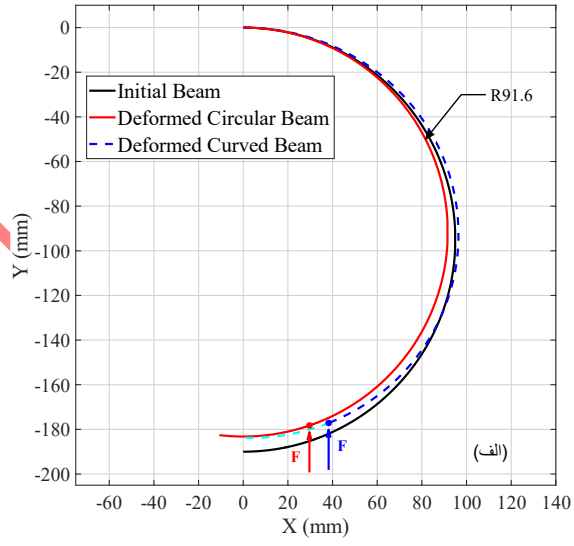
۵ مقایسه تئوری انحنا ثابت و تئوری تیرهای خمیده با تغییر شکل بزرگ

ابتدا جهت صحه گذاری و بیان کمی مزیت روش فعلی نسبت به مدل سنتی انحنا ثابت، شبیه سازی هر دو روش انحنا ثابت و تئوری تیرهای خمیده برای ۹ حالت مندرج در جدول ۱ صورت گرفت.

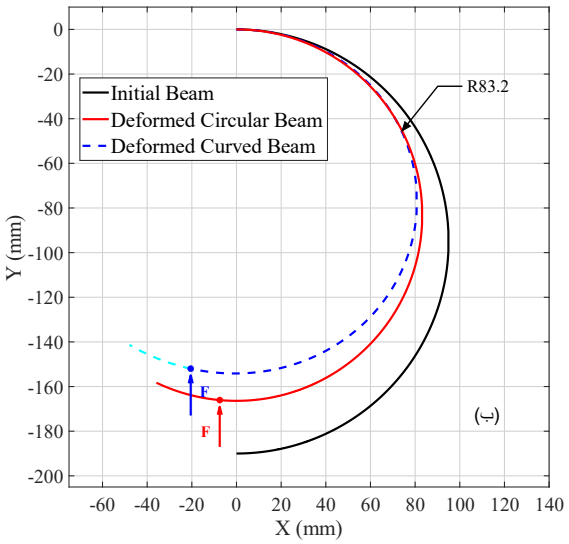
پای مورد مطالعه با مقطع مستطیلی در نظر گرفته می‌شود و هندسه اولیه پا دارای شعاع اولیه ۹۵ میلی‌متر (R) و عرض ۲۰ میلی‌متر (b) است. ضخامت (h) به‌عنوان پارامتر طراحی در نظر گرفته می‌شود.

برای هر یک از ۹ حالت بارگذاری، نیرو و محل اعمال آن مطابق جدول ۱ در نظر گرفته شد.

شکل ۸ نتایج را به ازای موارد ردیف‌های ۱ و ۴ از جدول ۲ نشان می‌دهد. در این شکل منحنی سیاه پا ربات بدون بار، منحنی قرمز نتیجه مدل دایروی مرجع [۲۷] و منحنی آبی نتیجه مدل تیر خمیده را نشان می‌دهد.



In Pre-Proof Version



شکل ۸ مقایسهٔ شکل تغییریافته‌ی پای ربات در مدل تیر خمیده و مدل دایروی مرجع [۲۷] برای دو حالت بارگذاری جدول ۱. (الف) حالت ۱ و (ب) حالت ۴

Fig. 8 Comparison of deformed leg profiles predicted by the curved-beam model and the circular-arc model of Ref. [27] for two load cases listed in Table 1. (a) Case 1 and (b) Case 4,

بوضوح مشخص است که نتایج شبیه سازی به ازای تیر انحنا ثابت و تیر با تغییر شکل بالا، با یکدیگر تفاوت قابل توجهی دارند. جهت اطمینان از صحت نتایج، بطور همزمان نتایج شبیه سازی اعمال نیرو به پا، توسط شبیه سازی المان محدود در نرم‌افزار آباکوس نیز بررسی گردید. مقایسه کمی میان میزان فشردگی پا حاصل از تئوری تغییرشکل بزرگ و مقدار متناظر در مرجع، با نتایج تحلیل المان محدود آباکوس مقایسه شد و در جدول ۲،اختلاف نسبی هر دو مدل با آباکوس قابل مشاهده است.

جدول ۲ مقایسه فشردگی پا (ζ) مدل دایروی [۲۷]، مدل تیر خمیده و تحلیل المان محدود در $EI = ۲.۶۳\ \mathrm{N.m^2}$

Table 2 Comparison of leg compression (ζ) predicted by the circular-arc model [27], the curved-beam model, and finite element analysis at $EI = 2.63\ \mathrm{N.m^2}$

Number	γ (mm)	ζ (mm) Circular Beam [27]	ζ (mm) Curved Beam	ζ (mm) Abaqus	Circular Beam Error (%)	Curved Beam Error (%)
1	257.58	180.10	181.30	172.4	4.47	5.16
2	260.00	169.30	163.00	159.6	6.08	2.13
3	264.55	166.87	155.60	153.6	8.64	1.30
4	268.90	166.18	153.20	151.3	9.83	1.26
5	274.14	166.55	153.60	151.5	9.93	1.39
6	280.13	167.76	155.70	153.8	9.08	1.24
7	286.75	169.57	159.70	157.4	7.73	1.46
8	293.84	171.78	164.30	162	6.04	1.42
9	298.40	174.63	172.20	167.3	4.38	2.93

نتایج نشان می‌دهد که تئوری تیرهای خمیده با تغییر شکل بزرگ با دقت بالاتری، خمش تیر را نسبت به تئوری انحنا ثابت تقریب می‌زند. با در نظر گرفتن آباکوس به‌عنوان مرجع عددی، اختلاف نسبی مدل دایروی مرجع [۲۷] و مدل تیر خمیده در حالت بیشینه‌ی نیرو عمودی به‌ترتیب ۹/۸۳ و ۱/۲۶ درصد به‌دست آمد. همچنین میانگین اختلاف نسبی مدل دایروی مرجع [۲۷] و مدل تیر خمیده به‌ترتیب ۷/۳۵ و ۲/۰۳ درصد به‌دست آمد. مدل تیر خمیده در ۸ حالت از ۹ حالت اختلاف کمتری با آباکوس داشت. همچنین طبق جدول ۲ اختلاف نسبی نشان می‌دهد فرض دایروی ماندن پای ربات، عملاً بخشی از تغییرشکل واقعی پا را نادیده می‌گیرد و در طراحی‌های مبتنی بر آن، ضخامت پا ممکن است کمتر از مقدار موردنیاز واقعی تخمین زده شود.

لازم به ذکر است بیشترین اختلاف نسبی، بین مدل تیر با تغییرشکل بزرگ و مرجع [۲۷] در حالت ۴ در بارگذاری با بیشینه نیروی عمودی رخ داد. این حالت دقیقاً همان لحظه‌ای است که پای میانی بیشترین سهم را در تحمل بار چرخه سه‌پایی بر عهده دارد. این حالت با داشتن بیشینه خطا، بعنوان معیار بهینه سازی پا در قسمت بعد مورد استفاده قرار خواهد گرفت.

۶ طراحی پا توسط تئوری تیرهای خمیده با تغییر شکل بزرگ

در بخش قبل، تفاوت روش انحنا ثابت و تئوری تیرهای خمیده بصورت کمی تبیین گردید. همانگونه که در ابتدا بیان گردید هدف در این تحقیق آن است که با استفاده از تئوری اصلی تیرهای خمیده با تغییر شکل بزرگ، بتوان مشخصات اصلی شامل مدول یانگ و ابعاد پاها را به گونه‌ای محاسبه نمود، که پای طراحی شده به ازای همان نیروهای مرجع در محل‌های مختلف تماس با زمین، همان تغییر شکل معادل را ایجاد نمایند. بنابراین باید سفتی خمشی بهینه برای تیر خمیده با تغییر شکل بزرگ به گونه‌ای محاسبه گردد که نتایج تغییر شکل درمحل اعمال نیرو با تغییر شکل گزارش شده در مدل مرجع برابر باشد. در نهایت، مدول یانگ بهینه مبنای طراحی نهایی و تعیین ضخامت بهینه پای ربات انتخاب می‌شود.

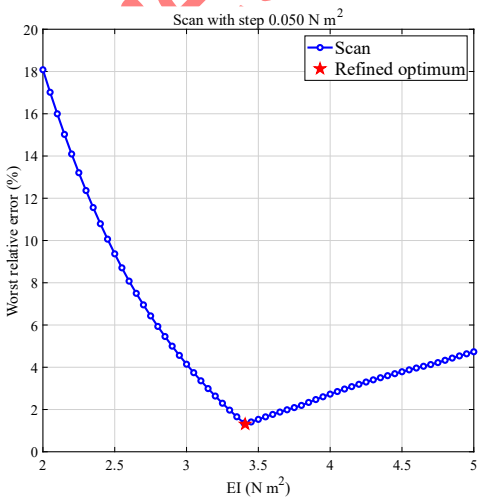
۶-۱ شناسایی مدول یانگ بهینه

همانگونه که بیان گردید پس از شبیه سازی رفتار پا توسط تئوری تیرهای خمیده با تغییر شکل بزرگ و تئوری تیر دایروی مرجع [۲۷]، مشخص گردید که بیشینه اختلاف این دو مدل در حالت ۴ از جدول ۱ اتفاق می افتد. بنابراین این حالت بعنوان معیار برای بهینه سازی مدول یانگ انتخاب می گردد.

تابع هدف مطابق رابطهٔ ۱۳، درصد خطای بین تغییرشکل حاصل از دو روش برای حالت ٤ تعریف می گردد.

$$e_4 = 100 \times \frac{\left|\zeta_{4,Curved\ Beam} - \zeta_{4,Circular\ Beam}\right|}{\zeta_{4,Circular\ Beam}} \qquad (۱۳)$$

در این رابطه، $\zeta_{4,Curved\ Beam}$ میزان فشردگی پیش‌بینی‌شده با مدل تیر خمیده و $\zeta_{4,Circular\ Beam}$ میزان فشردگی با تئوری تیر دایروی در مرجع [۲۷] است. برای رفع اختلاف بین جابجایی حاصل از تئوری تیر با انحنا ثابت و تیر با تغییر شکل بالا، پاسخ مدل تیر خمیده با تغییر شکل بالا برای چندین مقدار سفتی محاسبه شد. تابع هدف در بازهٔ $2 < EI < 5$ با گام 0.05 محاسبه گردید. مطابق شکل ۹، کمینه‌ی عددی تابع هدف برای طراحی پا $EI = ۳.٤\ N.m^2$ بدست آمده، قابل مشاهده است. بنابراین این مقدار بعنوان مدول یانگ بهینه انتخاب می گردد.



شکل ۹ یافتن مدول یانگ بهینه برای حالت ٤

Fig. 9 Calculating the optimum EI for case 4.

Pre-Proof

۶-۲ صحه گذاری مدول یانگ بهینه

جهت صحه گذاری مدول یانگ بهینه بدست آمده برای حالت ٤، نتایج حاصل از دو تئوری توسط مدول یانگ بهینه برای ۸ حالت دیگر بررسی می گردد.

نتایج حاصل از شبیه سازی با مدول یانگ بهینه را نشان می دهد.

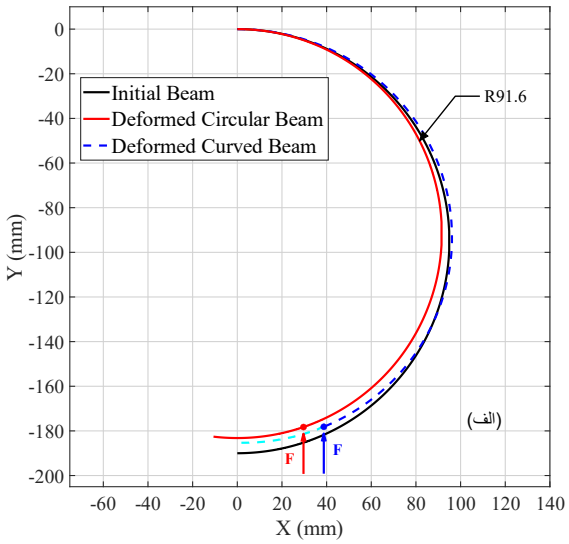
جدول ۳ مقایسه فشردگی پا (ζ) بین مدل تیر خمیده ($EI = 3.4\ \mathrm{N \cdot m^2}$ بهینه‌شده) و مرجع [۲۷]

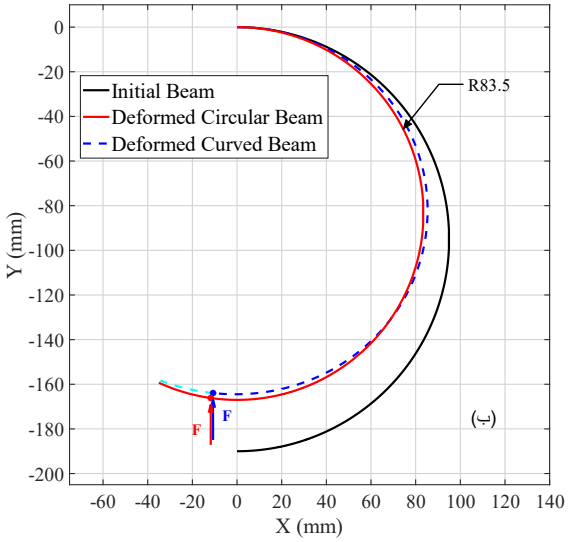
Table 3 Comparison of leg compression (ζ) between the solution of the governing curved-beam equation ($EI = 3.4\ N \cdot m^2$, optimized) and [27]

Number	γ (mm)	F_y (N)	F_x (N)	ζ (mm) [27]	ζ (mm) Curved Beam	Error (%)
1	257.58	35.25	-2.80	180.10	182.40	1.27
2	260.00	71.40	-13.90	169.30	170.70	0.83
3	264.55	75.40	-14.92	166.87	166.00	0.52
4	268.90	73.39	-13.76	166.18	164.30	1.13
5	274.14	67.80	-11.30	166.55	164.30	1.35
6	280.13	59.86	-8.14	167.76	165.70	1.23
7	286.75	50.65	-4.81	169.57	168.10	0.87
8	293.84	41.11	-1.48	171.78	171.30	0.28
9	298.40	30.33	1.67	174.63	176.90	1.30

همانگونه که مشاهده می شود، نتایج برای سایر حالت ها نیز بوضوح منجر به کاهش خطا شده است. مطابق

، بیشترین اختلاف نسبی فشردگی پا در ۹ حالت بارگذاری در حالت ٥، معادل ۱٫۳۵ درصد بود. شکل ۱۰، تفاوت تغییرشکل پای ربات در حالت‌های ۱ و ٥ برای دو مدل نشان می‌دهد.





شکل ۱۰ مقایسهٔ شکل تغییریافته‌ی پای ربات در مدل تیر خمیده و مدل دایروی مرجع [۲۷] پس از تنظیم سفتی خمشی مدل تیر به $EI = 3.4\ N \cdot m^2$، (الف) حالت ۱ و (ب) حالت ٥.

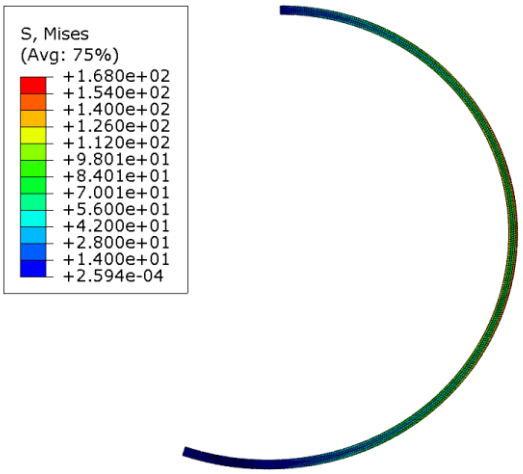
Fig. 10 Comparison of deformed leg profiles predicted by the curved-beam model and the circular-arc model of Ref. [27] after setting the bending stiffness of the curved-beam model to 3.4 N·m². (a) Case 1 and (b) Case 5.

۶-۳ تعیین ضخامت نهایی پا

با استفاده از سفتی خمشی بهینه $(EI = ٣.٤\ N.m^2)$ و خواص آلومینیوم T6-7075 $(E = 71.7\ GPa)$ که برای جنس پا و با عرض ثابت $b = 20$ میلی‌متر برای مقطع مستطیلی پا، از رابطه ممان اینرسی مستطیلی $I = \frac{1}{12}bh^3$ ضخامت پا $h = 3.05$ میلی‌متر به دست آمد. بدین ترتیب پای نهایی دارای شعاع $R = 95$ میلی‌متر، عرض $b = 20$ میلی‌متر و ضخامت $h = 3.05$ میلی‌متر است.

۶-٤ صحه‌گذاری با تحلیل المان محدود

پای طراحی‌شده با ابعاد نهایی در نرم‌افزار آباکوس تحت همان ۹ حالت بارگذاری مورد تحلیل استاتیکی قرار گرفت. بیشینه تنش فون‌مایزز به‌دست‌آمده ۱۶۸ مگاپاسکال بود که به‌طور قابل‌توجهی کمتر از تنش تسلیم آلومینیوم T6-7075 (۵۰۳ مگاپاسکال) است و در نتیجه پا در تمامی بارگذاری‌های بررسی‌شده در محدوده رفتار الاستیک باقی می‌ماند در شکل ۱۱ قابل مشاهده است.



In Press, Pre-Proof

شکل ۱۱ کانتور توزیع تنش فون‌مایزز در پای ربات تحت بحرانی‌ترین حالت بارگذاری (بیشینه فشردگی پا)

Fig. 11 Von Mises stress distribution contour on the robot leg under the most critical loading condition (maximum leg compression)

جدول ۴ مقایسه فشردگی پا بین نتایج تحلیل المان محدود و مدل تحلیلی تیر خمیده را نشان می‌دهد. بیشترین اختلاف مشاهده شده 3 درصد است که نشان دهنده تطابق این دو روش می‌باشد. این سطح از دقت نشان می‌دهد که با انتخاب سفتی خمشی معادل مناسب، مدل تحلیلی تیر با تغییرشکل بزرگ می‌تواند جایگزین سریع و کم‌هزینه‌ای برای تحلیل المان محدود در چرخه طراحی اولیه پای ربات باشد.

جدول ٤ مقایسه فشردگی پا (ζ) بین تحلیل المان محدود (آباکوس) و مدل تیر خمیده ($EI = 3.4\ N.m^2$)

Table 4 Comparison of leg compression (ζ) between finite element analysis results and the solution of the governing curved-beam equation ($EI = 3.4\ N \cdot m^2$)

Number	γ (mm)	F_y (N)	F_x (N)	ζ (mm) Abaqus	ζ (mm) Curved Beam	Error (%)
1	257.58	35.25	-2.80	176.9	182.40	3.11
2	260.00	71.40	-13.90	168.8	170.70	1.13
3	264.55	75.40	-14.92	167.5	166.00	0.90
4	268.90	73.39	-13.76	167.27	164.30	1.78
5	274.14	67.80	-11.30	167.7	164.30	2.03
6	280.13	59.86	-8.14	168.7	165.70	1.78
7	286.75	50.65	-4.81	170.3	168.10	1.29
8	293.84	41.11	-1.48	172.3	171.30	0.58
9	298.40	30.33	1.67	174.8	176.90	1.20

۷ جمع بندی و تحلیل نتایج

نتایج این پژوهش، جابه‌جایی پیوسته نقطه تماس و تغییر دامنه فشردگی پا را در طول یک چرخه گام، که در مقدمه به‌عنوان یکی از پیامدهای تغییر سرعت و الگوی گام معرفی شد، از منظر کمّی تأیید می‌کند: با تغییر لحظه‌ای نیروهای F_x و F_y در طول چرخه گام سه‌پایی، هم طول کمان درگیر γ و هم دامنه فشردگی ζ به‌طور پیوسته تغییر می‌کنند و بیشینه این تغییرات (فشردگی نزدیک به ۱۶۶ میلی‌متر در برابر شعاع اولیه ۹۵ میلی‌متر)، دقیقاً در لحظه‌ای رخ می‌دهد که بار غالب چرخه بر پای میانی وارد می‌شود. این یافته با گزارش‌های اخیر درباره تغییر پیوسته طول کمان درگیر در ربات‌های دارای پای C-شکل همراستا است [۱۳] و نشان می‌دهد سفتی لحظه‌ای پا در طول یک گام کامل، پارامتری ثابت نیست بلکه به موقعیت هندسی نقطه تماس وابسته است.

از منظر روش‌شناسی، نتایج به‌دست‌آمده مؤید یافته‌های عمومی حوزه سازوکارهای منعطف است که بر ناکارآمدی مدل‌های خطی و شبه‌صلب مرتبه پایین برای تغییرشکل‌های بزرگ تأکید دارند [۱۷،۱۹،۲۰]. اختلاف مشاهده‌شده میان فرض دایروی ماندن پا (به‌کاررفته در [۵،۲۷])، مدل تیر خمیده و المان محدود، در مقیاس طراحی سازه‌ای قابل‌توجه است، زیرا برآورد کمتر فشردگی می‌تواند به برآورد کمتر تنش واقعی و در نتیجه انتخاب ضخامت ناکافی برای پا منجر شود. این یافته با نتایج مطالعات مشابه در حوزه تیرهای با انحنای اولیه و اعضای ۱/۶-۱ منعطف نیز سازگار است که فرض‌های ساده‌کننده هندسی را عامل اصلی خطای پیش‌بینی گشتاور و ظرفیت باربری معرفی می‌کنند [۱۷].

در مقابل، تطابق بسیار بالای مدل تیر خمیده بهینه‌شده با نتایج المان محدود (محدود ۳ درصد)، با گزارش‌های اخیر درباره کارایی مدل‌های تحلیلی تغییرشکل بزرگ در پیش‌بینی رفتار سازه‌های منعطف رباتیک همخوانی دارد [۱۹،۲۰]. این سطح از دقت، همراه با هزینه محاسباتی به‌مراتب پایین‌تر روش تحلیلی نسبت به شبیه‌سازی المان محدود کامل سه‌بعدی، مدل حاضر را برای استفاده در چرخه‌های تکرارشونده بهینه‌سازی پارامترهای پا (شعاع، عرض، ضخامت) در مراحل اولیه طراحی مناسب می‌سازد؛ رویکردی که با جهت‌گیری پژوهش‌های اخیر در طراحی پاهای قوسی و C-شکل ربات‌های شش‌پا برای دستیابی هم‌زمان به سرعت بالا و مصرف انرژی پایین سازگار است [10]،[13].

۸ نتیجه‌گیری

در این پژوهش، پای منعطف نیم‌دایره‌ای ربات رام‌رونده شش‌پای با استفاده از تئوری تیر منحنی‌الشکل با تغییرشکل بزرگ اویلر-برنولی مدل‌سازی، تحلیل و طراحی شد. برخلاف مدل‌های ساده‌شده مبتنی بر فرض دایروی ماندن پا که در پیشینه پژوهش رایج بوده‌اند، رویکرد حاضر توانست جابه‌جایی نقطه تماس و بزرگی واقعی تغییرشکل پا را طی چرخه گام سه‌پایی به‌درستی بازتولید کند.

نتایج نشان داد فرض ساده دایروی ماندن پا، فشردگی واقعی را تا حدود 8 درصد دست‌کم برآورد می‌کند، در حالی‌که مدل تیر خمیده حاضر پس از تعیین سفتی خمشی معادل بهینه ($EI = ۳.٤\ N.m^2$)، اختلافی حدود ۳ درصد با نتایج تحلیل المان محدود دارد. بر این مبنا، پای نهایی با شعاع ۹۵ میلی‌متر، عرض ۲۰ میلی‌متر و ضخامت ۳/۰۵ میلی‌متر تعیین شد که بیشینه تنش وارده به آن (۱۶۸ مگاپاسکال) در تمامی بارگذاری‌های بررسی‌شده، در محدوده الاستیک آلومینیوم T6-7075 باقی می‌ماند.

یافته‌های این پژوهش نشان می‌دهد که مدل تحلیلی تیر با تغییرشکل بزرگ، ابزاری دقیق و در عین حال کم‌هزینه از نظر محاسباتی برای طراحی اولیه و بهینه‌سازی پارامترهای هندسی پاهای منعطف قوسی‌شکل ربات‌های رام‌رونده فراهم می‌کند. با توجه به وابستگی مشاهده‌شده رفتار پا به سرعت و الگوی گام، پیشنهاد می‌شود در پژوهش‌های آتی، اثرات ضربه-تکانه لحظه برخورد و همچنین رفتار پاهای ساخته‌شده از مواد کامپوزیتی با سفتی جهت‌دار، در چارچوب همین مدل تغییرشکل بزرگ مورد بررسی قرار گیرد.

بیانیه هوش مصنوعی:

در فرآیند آمادسازی مقاله از ابزارهای هوش مصنوعی مولد استفاده نشده است

حامی مالی:

این پژوهش هیچ‌گونه گرنت مشخصی از آژانس‌های تأمین مالی در بخشهای عمومی، تجاری یا غیرانتفاعی دریافت نکرده است

نقش نویسندگان:

نویسنده اول: ایده‌پردازی، روش‌شناسی، تحقیق، نرم‌افزار، اعتبارسنجی، تحلیل رسمی، نگارش پیش‌نویس اولیه

نویسنده دوم: ایده‌پردازی، روش‌شناسی، اعتبارسنجی، نظارت علمی

نویسنده سوم: نظارت علمی

نویسنده چهارم: نرم‌افزار، اعتبارسنجی، نظارت علمی

تعارض منافع: :

هیچ تعارض منافعی برای اظهار وجود ندارد.

منابع

[1] C. Prahacs, A. Saudners, M. K. Smith, D. McMordie, and M. Buehler, "Towards legged amphibious mobile robotics," *Proceedings of the Canadian Engineering Education Association (CEEA)*, 2004, doi: 10.24908/pceea.v0i0.4043.

[2] U. Saranli, M. Buehler, and D. E. Koditschek, "RHex: A simple and highly mobile hexapod robot," *The International Journal of Robotics Research*, vol. 20, no. 7, pp. 616–631, 2001, doi: doi: 10.1177/02783640122067570.

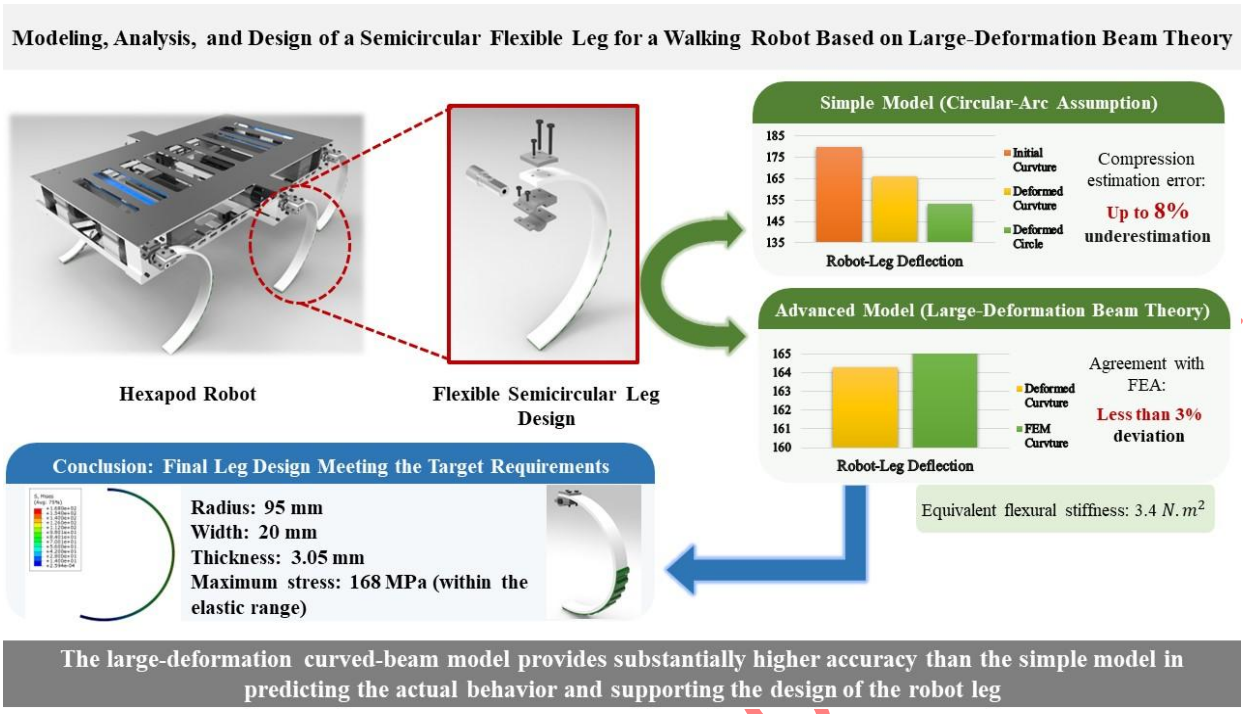
[3] F. Giardina, F. Guenther, and F. Iida, "Development and analysis of a self-stable, one-legged hopping robot," Master thesis of ETH Zurich, Switzerland, 2013.

[4] E. Moore, D. Campbell, F. Grimminger, and M. Buehler, "Reliable stair climbing in the simple hexapod'RHex'," in *Proceedings 2002 IEEE International Conference on*

In Press, Pre-Proof Version

[17] R. Ansari, M. Darvizeh, A. Darvizeh, and A. Alijani, "One- and two-dimensional analysis of large deformations of beams using continuum mechanics theory," *Modares Mechanical Engineering*, vol. 11, no. 4, pp. 33–40, 2012, doi: 20.1001.1.10275940.1390.11.4.8.2.
[18] H. Jin, T. Fang, H. Chen, T. Yildirim, W. Li, and S. Zhang, "Large Deflection of a Compliant Beam with Non-uniform Stiffness Distribution using a PRB-3R Model," in *2019 IEEE International Conference on Real-time Computing and Robotics (RCAR)*, 2019: IEEE, pp. 761–766, doi: 10.1109/RCAR47638.2019.9043927.
[19] L. L. Howell, "Compliant mechanisms," in *21st century kinematics: The 2012 NSF Workshop*, 2013: Springer, pp. 189–216.
[20] C. Karakadıoğlu, M. Askari, and O. Özcan, "The effect of large deflections of joints on foldable miniature robot dynamics," *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, vol. 100, no. 1, pp. 15–28, 2020, doi: 10.1007/s10846-020-01169-1.
[21] K. Wu and G. Zheng, "Insight into numerical solutions of static large deflection of general planar beams for compliant mechanisms," *Mechanism and Machine Theory*, vol. 172, p. 104757, 2022, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2022.104757.
[22] K. Bisshopp and D. C. Drucker, "Large deflection of cantilever beams," *Quarterly of applied mathematics*, vol. 3, no. 3, pp. 272–275, 1945, doi: 10.1090/qam/13360.
[23] A. K. Nallathambi, C. L. Rao, and S. M. Srinivasan, "Large deflection of constant curvature cantilever beam under follower load," *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 52, no. 3, pp. 440–445, 2010, doi: 10.1016/j.ijmecsci.2009.11.004.
[24] E. A. P. Ricaurte, J. M. Muñoz-Guijosa, K. Melo, S. Dominguez, and C. Rossi, "Dynamic Model of a Compliant Quadruped Trunk Under Large Deflections," *Journal of Bionic Engineering*, vol. 23, no. 3, pp. 1433–1450, 2026, doi: 10.1007/s42235-026-00884-z.
[25] R. Bendfeld and C. D. Remy, "Bipedal walking with continuously compliant robotic legs," in *2025 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, 2025: IEEE, pp. 5336–5342, doi: 10.48550/arXiv.2411.06948.
[26] M. Dehghani and S. A. A. Moosavian, "Dynamics modeling of continuum manipulators by constant-curvature elements without numerical singularities," *Modares Mechanical Engineering*, vol. 14, no. 15, pp. 231–240, 2015, doi: 20.1001.1.10275940.1393.14.15.20.7.
[27] A. Pahlevan-Zadeh, "Modeling and Numerical Simulation of a Hexapod Walking Robot," M.S. thesis, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran, 2021.
Robotics and Automation (Cat. No. 02CH37292), 2002, vol. 3: IEEE, pp. 2222–2227, doi: 10.1109/ROBOT.2002.1013562.
[5] Y. O. Aydın, K. C. Galloway, Y. Yazicioglu, and D. E. Koditschek, "Modeling the compliance of a variable stiffness c-shaped leg using castigliano's theorem," in *International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, 2010, vol. 44106, pp. 705–713, doi: 10.24908/pceea.v0i0.4043.
[6] Y. Zhang, R. Cui, H. Li, and X. Guo, "CPG-fuzzy heading control for a hexapod robot with arc-shaped blade legs," *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, vol. 110, no. 1, p. 12, 2024, doi: 10.1007/s10846-023-02047-2.
[7] B. Zhong, S. Zhang, M. Xu, Y. Zhou, T. Fang, and W. Li, "On a CPG-based hexapod robot: AmphiHex-II with variable stiffness legs," *IEEE/ASME Transactions on mechatronics*, vol. 23, no. 2, pp. 542–551, 2018, doi: 10.1109/TMECH.2018.2800776.
[8] K. Zhang, Y. Wang, and X. Xie, "Design and Experimental Study of a Cable-Driven Hexapod Soft Robot," *Applied Sciences*, vol. 16, no. 13, p. 6742, 2026, doi: 10.3390/app16136742.
[9] Y. Wu *et al.*, "Design and Experimental Evaluation of a Hexapod Mobile Robot with C-Shaped Legs," in *2023 International Conference on Advanced Robotics and Mechatronics (ICARM)*, 2023: IEEE, pp. 336–341, doi: 10.1109/ICARM58088.2023.10218915. .
[10] L. Han *et al.*, "Research on a Hexapod Hybrid Robot with Wheel-Legged Locomotion and Bio-Inspired Jumping for Lunar Extreme-Terrain Exploration," *Biomimetics*, vol. 11, no. 2, p. 133, 2026, doi: 10.3390/biomimetics11020133.
[11] B. Li, W. Su, and S. Zhang, "New hexapod robot's arc legs design and optimization," in *Proceedings of the 2019 International Conference on Robotics, Intelligent Control and Artificial Intelligence*, 2019, pp. 763–768, doi: 10.1145/3366194.3366331.
[12] A. A. Bapat, "Design, prototyping and testing of an autonomous hexapod robot with c shaped compliant legs: Abhishex," The University of Texas at San Antonio, 2016.
[13] A. Vina and A. Barrientos, "C-legged hexapod robot design guidelines based on energy analysis," *Applied Sciences*, vol. 11, no. 6, p. 2513, 2021, doi: 10.3390/app11062513.
[14] Y. Ni *et al.*, "A novel wheel-legged hexapod robot," *Biomimetics*, vol. 7, no. 4, p. 146, 2022, doi: 10.3390/biomimetics7040146.
[15] Y. Sun *et al.*, "Involute-arc-leg for multi-legged robot: High stability and low energy consumption," *Mechanism and Machine Theory*, vol. 170, p. 104701, 2022, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2021.104701.
[16] J. Serres. "Biomechanics in Hexapod Robotics." Encyclopedia MDPI. https://encyclopedia.pub/entry/history/show/41503 (accessed.

In Press, Pre-Proof Version



شکل چکیده تصویری

Fig. Graphical Abstract

In Press, Pre-Proof